

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE INFORMÁTICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM COMPUTAÇÃO

JOÃO CARLOS GLUZ

**Formalização da Comunicação de
Conhecimentos Probabilísticos em
Sistemas Multiagentes: uma
abordagem baseada em
lógica probabilística**

Tese apresentada como requisito
parcial para a obtenção do grau de
Doutor em Ciência da Computação

Prof^a.Dr^a. Rosa Maria Viccari
Orientadora

Porto Alegre, julho de 2005

CIP - CATALOGAÇÃO NA PUBLICAÇÃO

Gluz, João Carlos

Formalização da Comunicação de Conhecimentos Probabilísticos em Sistemas Multiagentes: uma abordagem baseada em lógica probabilística / João Carlos Gluz - Porto Alegre. PPGC da UFRGS, 2005.

250f.:il.

Tese (doutorado) Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Programa de Pós Graduação em Computação, Porto Alegre, BR-RS, 2005. Orientadora: Rosa Maria Viccari.

1. Agentes Inteligentes .2. Sistemas Multiagentes .3. Linguagens de Comunicação entre Agentes .4. Lógicas Probabilística .I. Viccari, Rosa Maria. II. Título

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL

Reitor: Prof. José Carlos Ferraz Hennemann

Vice-Reitor: Prof. Pedro Cezar Dutra Fonseca

Pró-Reitoria de Pós-Graduação: Prof^a. Valquiria Linck Bassani

Coordenador do PPGC: Prof. Flávio Rech Wagner

Bibliotecária-Chefe do Instituto de Informática: Beatriz Regina Bastos Haro

Dedicatória

*Dedico este trabalho aos meus pais
Semen Gluz (1918-1982) e
Severina Latosinski Gluz (1930-1988).*

*Foram meus amigos e fonte de inspiração e vida.
Espero que estejam felizes com seu filho.*

*Dedico às minhas pequenas filhas,
Beatriz e Micaela.*

*São pessoas maravilhosas e uma fonte interminável
de alegrias e de surpresas agradáveis.
Espero que continuem a crescer, a se
desenvolver e realizar seus sonhos.*

*Dedico a minha querida esposa,
Liliana.*

*Ela merece uma dedicatória toda especial,
sem dúvida este trabalho não seria
possível sem seu amor, compreensão,
carinho, apoio e paciência.*

Ela é o amor da minha vida.

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar agradeço à minha orientadora Profa. Rosa Vicari pelo apoio e paciência. Além de excelente pesquisadora e professora, ela é uma boa amiga que ajudou muito no difícil processo de crescimento intelectual que é um doutorado.

Agradeço aos demais professores do Programa de Pós-Graduação em Computação da UFRGS pelos ensinamentos e oportunidades de aprendizagem.

Agradeço a minha esposa Liliana pelo incentivo, apoio e paciência e pelos “empurrões” que as vezes preciso receber para seguir em frente.

Agradeço ao Prof. Gilson Wirth, coordenador do Curso de Engenharia em Sistemas Digitais da UERGS, pelo apoio ao meu projeto de doutorado.

Agradeço à Cecília Flores e à Louise Seixas, colegas no PPGC, pelo grande apoio e pelas excelentes discussões e trocas de idéias realizadas no projeto AMPLIA que foram de muita ajuda em tópicos difíceis como Redes Bayesianas e Processos de Ensino/Aprendizagem.

Agradeço à Profa. Tânia Cabral e ao Prof. Roberto Baldino, colegas do Curso de Engenharia da UERGS, pelas discussões intelectuais realizadas no contexto do EM@T que foram um contraponto muito útil para balizar a pesquisa de doutorado.

Agradeço aos meus alunos de graduação e bolsistas de pesquisa pela compreensão e paciência.

Agradeço também a todos que apoiaram e participaram de alguma forma do processo de estudo e pesquisa de meu doutorado.

SUMÁRIO

LISTA DE ABREVIATURAS.....	8
LISTA DE FIGURAS.....	10
LISTA DE TABELAS.....	12
LISTA DE SÍMBOLOS E FÓRMULAS.....	13
RESUMO.....	16
ABSTRACT.....	17
1 INTRODUÇÃO.....	21
1.1 Motivação e Questões de Pesquisa.....	23
1.2 Objetivos do Trabalho.....	26
1.3 Estrutura do Texto.....	29
2 LINGUAGENS DE COMUNICAÇÃO ENTRE AGENTES.....	31
2.1 Introdução.....	31
2.2 Fundamentos Epistemológicos.....	32
2.2.1 Teoria dos Atos da Fala de Searle.....	32
2.2.2 Teoria da Intenção de Bratman.....	39
2.3 Fundamentos Lógico-Formais.....	45
2.3.1 Teoria Formal da Ação Racional de Cohen e Levesque.....	45
2.3.2 Formalização da Comunicação: a Abordagem de Cohen & Levesque.....	52
2.3.3 Formalização da Comunicação: a Abordagem de Sadek.....	56
2.3.4 Comparação das Abordagens de Formalização.....	61
2.4 A Iniciativa KSE e as Linguagens KQML e KIF.....	62
2.4.1 A Linguagem KQML.....	63
2.4.2 A Linguagem KIF.....	65
2.4.3 Considerações sobre KQML.....	66
2.5 A Fundação FIPA e o Padrão FIPA-2000.....	66
2.5.1 A FIPA e o Padrão FIPA 2000.....	66
2.5.2 Arquitetura e Serviços FIPA.....	67
2.5.3 A Linguagem FIPA-ACL.....	69
2.5.4 Linguagens de Conteúdo.....	72
2.5.5 Protocolos de Interação.....	73
2.5.6 Transporte de Mensagens.....	74
2.5.7 Exemplos de Uso de FIPA-ACL.....	75
2.6. Perspectivas de Pesquisa.....	76
3 LÓGICAS PROBABILÍSTICAS.....	81

3.1 Introdução	81
3.2 Aspectos da Teoria da Probabilidade	82
3.2.1 Interpretações do Conceito de Probabilidade	83
3.2.2 Abordagem Clássica	85
3.2.3 Abordagem Geométrica.....	86
3.2.4 Abordagem Frequentista.....	88
3.2.5 Axiomatização das Probabilidades	89
3.3 Linguagens Lógicas Probabilísticas de Halpern.....	94
3.3.1 Probabilidades sobre o Domínio: a Linguagem $\mathcal{L}_1(\Phi)$	95
3.3.2 Probabilidades sobre Mundos Possíveis: a Linguagem $\mathcal{L}_2(\Phi)$	100
3.3.3 Combinando Tipos de Probabilidades: a Linguagem $\mathcal{L}_3(\Phi)$	102
3.3.4 Axiomatizando estas Linguagens	104
3.4 A Linguagem L_p de Bachus.....	108
3.4.1 Sintaxe e Semântica de L_p	108
3.4.2 Redes Bayesianas e L_p	109
3.5 Questões Relativas a Axiomatização	111
3.6 Outros Tipos de Lógicas Probabilísticas	114
3.6.1 Lógica Probabilística de Rao&Georgeff	114
3.6.2 Lógica R de Singh.....	116
3.6.3 As Lógicas de Fagin	119
4 LÓGICA SLP.....	121
4.1 Introdução	122
4.2 Considerações sobre Decidibilidade.....	122
4.3 Critérios de Escolha da Lógica Modal.....	126
4.4 Descrição e Sintaxe de SLP	129
4.5 Semântica de SLP	133
4.5.1 Estruturas para SLP	134
4.5.2 Notações Usadas no Texto.....	136
4.5.3 Semântica do Componente Lógico	138
4.5.4 Semântica da Extensão Probabilística	141
4.6 Propriedades da Lógica.....	143
4.6.1 Propriedades Probabilísticas	144
4.6.2 Compatibilidade com SL	148
4.7 Construções Derivadas.....	155
4.7.1 Operações Numéricas e Probabilísticas.....	155
4.7.2 Equivalências entre Probabilidades e Crenças e Incertezas	156
4.7.3 Novos Operadores Epistêmicos.....	156
4.7.4 Novos Operadores Temporais e de Possibilidade	157
4.7.5 Termos Referenciais	157
4.8 Sistema Axiomático	158
4.8.1 Axiomas e Regras de Inferência de SLP	158
4.8.2 Correção do Sistema Axiomático	162
4.8.3 Completude do Sistema Axiomático	162
4.8.4 Proposições e Lemas Auxiliares.....	168
5 COMUNICAÇÃO DE CONHECIMENTOS PROBABILÍSTICOS	190
5.1 Fenômenos de Comunicação de Natureza Probabilística	190
5.2 Epistemologia da Comunicação Probabilística.....	194
5.3 A Linguagem de Comunicação PACL.....	199

5.3.1 Teoria Axiomática de FIPA-ACL	199
5.3.2 Axiomas da Comunicação Probabilística	207
5.3.3 Novos Atos Comunicativos	211
5.4 Conteúdos Probabilísticos.....	217
5.5 Consistência em Redes Bayesianas Secionadas.....	224
6 CONSIDERAÇÕES FINAIS E PESQUISAS FUTURAS	238
REFERÊNCIAS.....	242

LISTA DE ABREVIATURAS

ACC	<i>Agent Communication Channel</i>
ACL	<i>Agent Communication Languages</i>
ADE	<i>Agent-Directory-Entry</i>
ADS	<i>Agent-Directory-Service</i>
ADK	<i>Agent Development Kit</i>
AMPLIA	Ambiente Multiagente ProbabiLístico Inteligente de Aprendizagem
AMS	<i>Agent Management System</i>
ARCOL	<i>ARTIMIS Communication Language</i>
ARTIMIS	<i>Agent Rationnel à base d'une Théorie de l'Interaction mise en oeuvre par un oteur d'Inférence Syntaxique (plataforma multiagente da France Telecom)</i>
ASN.1	<i>Abstract Syntax Notation One (1)</i>
AUML	<i>Agent Unified Modelling Language</i>
BDI	<i>Belief, Desire and Intentions</i>
BN	<i>Bayesian Network</i>
BMB	<i>Belief in Mutual Belief</i>
CCL	<i>Constraint Choice Language</i>
cfp	<i>call for proposal</i>
CM	<i>Conversation Manager</i>
DAG	<i>Directed Acyclic Graph</i>
DF	<i>Directory Facility</i>
DPC	Distribuição de Probabilidades Conjunta
FIPA	<i>Foundation for Intelligent Physical Agents</i>
FIPA-ACL	<i>FIPA Agent Communication Language</i>
FIPA-OS	<i>FIPA Open-Source</i>
FIPA-SL	<i>FIPA Semantic Language</i>
FP	<i>Feasability Precondition</i>
JPD	<i>Joint Probability Distribution</i>

KIF	<i>Knowledge Interchange Format</i>
KQML	<i>Knowledge Query and Manipulation Language</i>
KSE	<i>Knowledge Sharing Effort</i>
MAS	<i>MultiAgent System</i>
MIME	<i>Multipurpose Internet Mail Extensions</i>
MSBN	<i>Multiple Sectioned Bayesian Network</i>
MTP	<i>Message Transport Protocol</i>
MTS	<i>Message-Transport-Service</i>
PACL	<i>Probabilistic Agent Communication Language</i>
PDA	<i>Personal Digital Assistants</i>
RB	<i>Rede Bayesiana</i>
RDF	<i>Resource Description Framework</i>
RE	<i>Rational Effect</i>
SDE	<i>Service-Directory-Entry</i>
SDS	<i>Service-Directory-Service</i>
SL	<i>Semantic Language</i>
SLP	<i>Semantic Language with Probabilities</i>
SMA	<i>Sistema MultiAgente</i>
SR	<i>Service-Root</i>
TM	<i>Task Manager</i>
USBN	<i>UnSectioned Bayesian Network</i>
VKB	<i>Virtual Knowledge Base</i>
XML	<i>eXtended Markup Language</i>

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1: Organização geral do padrão FIPA-2000.....	67
Figura 2.2: Diagrama AAML do protocolo request	73
Figura 2.3: Modelo de referência do Serviço de Transporte de Mensagem.....	74
Figura 3.1: Primeira solução do paradoxo de Bertrand.....	87
Figura 3.2: Segunda solução do paradoxo de Bertrand.....	87
Figura 3.3: Terceira solução do paradoxo de Bertrand.....	87
Figura 3.4: Rede bayesiana de exemplo.....	110
Figura 4.1: Gramática Básica de <i>SLP</i>	132
Figura 4.2: Gramática da Extensão Probabilística.....	132
Figura 4.3: Semântica das Fórmulas de Primeira Ordem.....	139
Figura 4.4: Semântica dos Operadores Epistêmicos.....	139
Figura 4.5: Semântica dos Operadores Temporais e de Possibilidade.....	140
Figura 4.6: Semântica da Relação de Transição de Eventos Compostos.....	140
Figura 4.7: Semântica dos Termos Lógicos.....	141
Figura 4.8: Semântica das Fórmulas Numéricas e Probabilísticas.....	141
Figura 4.9: Semântica dos Termos Numéricos e Probabilísticos.....	142
Figura 4.10: Semântica do Operador de Incerteza.....	143
Figura 4.11: Uma relação de crenças aceitável nos modelos M_L para <i>SL</i>	151
Figura 5.1: Definição do ato inform-bp	214
Figura 5.2: Definição do ato query-bp	216
Figura 5.3: Definição do ato inform-bpt	216
Figura 5.4: Definição do ato query-bpt	217
Figura 5.5: Exemplo de RB.....	219
Figura 5.6: Representação textual da RB do exemplo.....	220
Figura 5.7: Exemplo de RB organizada em hiper-árvore.....	225
Figura 5.8: Exemplo de MSBN.....	225
Figura 5.9: Distribuição da MSBN entre agentes e conjuntos <i>d-sepset</i>	226
Figura 5.10: Agentes, Árvores de Junção e <i>Linkages</i>	227

Figura 5.11: Grafo de Comunicação da MSBN exemplo.....	229
Figura 5.12: O Protocolo de Interação <i>CollectNewBPT</i>	231
Figura 5.13: O Protocolo de Interação <i>DistributeBPT</i>	232

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1: Parâmetros de KQML.....	64
Tabela 2.2: Atos Performativos de KQML	64
Tabela 2.3: Parâmetros das mensagens FIPA-ACL	70
Tabela 2.4: Atos Comunicativos de FIPA-ACL.....	71
Tabela 3.1: Exemplo de tabela de DPC	110
Tabela 4.1: Símbolos especiais e meta-variáveis utilizadas no texto.....	137
Tabela 5.1: Probabilidades Condicionais do Exemplo de RB.....	219

LISTA DE SÍMBOLOS E FÓRMULAS

Símbolo	Definição(pag.)	Descrição
M	107	Estrutura para <i>SLP</i>
\mathcal{W}	107	Conjunto de mundos-possíveis
\mathcal{Agt}	107	Conjunto de agentes
\mathcal{Evt}	107	Conjunto de eventos/ações primitivas
\mathcal{Obj}	107	Conjunto de objetos do domínio
\mathcal{B}	108	Relação de acessibilidade de crenças
\mathcal{C}	108	Relação de acessibilidade de escolhas
\mathcal{E}	108	Relação de acessibilidade dos eventos primitivos
\mathcal{AGT}	108	Função de atribuição de agentes causadores à ações
\mathcal{ATT}	108	Função de mapeamento de estados mentais
σ	108	Interpretação da lógica de predicados
\mathcal{RCF}	109	Corpo completo dos reais
μ	109	Função de atribuição de probabilidades
v	110	Função de avaliação para lógicas de primeira ordem
x e y	110	Variáveis lógicas
r	110	Variáveis numéricas e probabilísticas
e	110	Variáveis sobre sequências de eventos (ou ações)
a	110	Variáveis/identificadores sobre agentes
t	110	Termos lógicos
p	110	Termos numéricos e probabilísticos
P	110	Símbolos de predicados
f	110	Símbolos funcionais
c	110	Constantes
θ e ρ	110	Fórmulas bem-formadas
φ e ψ	110	Fórmulas puramente lógicas
π	110	Fórmulas puramente numéricas e probabilísticas
ε	110	Expressões de ação
\models	110	Relação de consequência lógica
\vdash	111	Relação de dedução lógica
$\exists(x)(\theta)$	112, 114	Quantificador existencial
$\forall(x)(\theta)$	112, 114	Quantificador universal
$\mathbf{B}(a,\theta)$	112	Operador de crenças

Símbolo	Definição(pag.)	Descrição
$C(a, \theta)$	112	Operador de escolhas
$EB(a, \theta)$	112	Operador de crenças explícitas
$Feasible(\varepsilon, \theta)$	112	Operador de viabilidade de uma proposição
$Done(\varepsilon, \theta)$	112	Operador de realização de ação
$Agent(a, \varepsilon)$	112	Agente causados de uma ação
$Starts(\varepsilon, \varepsilon')$	112	Subsequência inicial de ações
$Single(\varepsilon)$	112	Ação/evento primitivo
\mathcal{EV}	113	Relação de acessibilidade por eventos compostos
$\Pi_{M, w, v}$	113, 114	Função de avaliação de termos
$BP(a, \theta)$	114	Termo probabilístico, denota a probabilidade subjetiva de uma sentença
$U(a, \theta)$	116	Operador de incerteza
M_L	121	Modelo para a lógica SL
M_{LNP}	122	Modelo para SL sem particionamento por crenças
$\uparrow_{RCF, \mu}$	123	Injeção de um modelo M_{LNP} num modelo M
\downarrow_{LP}	123	Projeção de um modelo sobre um modelo M_{LNP}
$BP(a, \theta \mid \rho)$	127	Operador de probabilidade condicional
$RC(a, \theta)$	128	Operador de escolhas relevantes
$AG(a, \theta)$	128	Operador de objetivos realizáveis
$PG(a, \theta)$	128	Operador de objetivos persistentes
$I(a, \theta)$	128	Operador de intenções
$Coop(a, \theta)$	128	Operador de comprometimento
$Pers(a, \theta, Coop(a, \theta))$	128	Persistência no comprometimento
$Possible(\theta)$	128	Operador modal de possibilidade
$Henceforth(\theta)$	128	Operador modal de necessidade
$Before(\theta, \rho)$	128	Operador temporal de antecedência
$iota(x, \theta(x))$	129	Termo referencial unívoco
AXFOL	129	Axiomas da lógica de primera ordem com igualdade
AXRCF	129	Axiomas do Corpo dos Reais
AXSL	130	Axiomas de SL
AXP	130	Axiomas da Teoria das Probabilidades
RMP	131	<i>Modus Ponens</i>
RBG	131	Generalização para crenças
RCG	131	Generalização para escolhas
RTP	131	Regra da Probabilidade Total
REQP	131	Igualdade de Probabilidades de Sentenças Equivalentes
REQB	131	Equivalência entre Crenças e Probabilidades
π^{RCF}	143	Fórmula de primeira ordem puramente numérica

Símbolo	Definição(pag.)	Descrição
π^*	143	Fórmula cujos termos probabilísticos estão aplicados apenas à sentenças mutuamente exclusivas
$\pi(a)$	144	Fórmula cujos termos probabilísticos estão aplicados apenas ao agente a
Σ^a	145	Conjunto de todas as sentenças usadas como argumentos dos termos BP numa dada fórmula
2^{Σ^a}	145	Conjunto das n -sentenças geradas sobre Σ^a
R^a	147	Conjunto de variáveis numéricas que não aparecem numa fórmula
$\Omega(2^{\Sigma^a})$	146	Espaço amostral cujos eventos elementares são constituídos de n -sentenças de 2^{Σ^a}
$\pi^*(a)$	145	Versão de π^* para apenas um agente
$\pi^{\text{RCF}}(a)$	150	Versão de π^{RCF} para apenas um agente
$\pi(a_1, a_2, \dots, a_m)$	153	Fórmula cujos termos probabilísticos estão aplicados aos agentes a_1, a_2, \dots, a_m
$\pi^*(a_1, a_2, \dots, a_m)$	153	Versão de π^* para múltiplos agentes
$\pi^{\text{RCF}}(a_1, a_2, \dots, a_m)$	154	Versão de π^{RCF} para múltiplos agentes

RESUMO

Durante os últimos anos as áreas de pesquisa sobre Agentes Inteligentes, Sistemas Multiagentes e Comunicação entre Agentes têm contribuído com uma revolução na forma como sistemas inteligentes podem ser concebidos, fundamentados e construídos. Sendo assim, parece razoável supor que sistemas inteligentes que trabalhem com domínios probabilísticos de conhecimento possam compartilhar do mesmo tipo de benefícios que os sistemas mais tradicionais da Inteligência Artificial receberam quando adotaram as concepções de agência, de sistemas compostos de múltiplos agentes e de linguagens de comunicação entre estes agentes. Porém, existem dúvidas não só sobre como se poderia escalar efetivamente um sistema probabilístico para uma arquitetura multiagente, mas como se poderia lidar com as questões relativas à comunicação e à representação de conhecimentos probabilísticos neste tipo de sistema, principalmente tendo em vista as limitações das linguagens de comunicação entre agentes atuais, que não permitem comunicar ou representar este tipo de conhecimento.

Este trabalho parte destas considerações e propõe uma generalização do modelo teórico puramente lógico que atualmente fundamenta a comunicação nos sistemas multiagentes, que será capaz de representar conhecimentos probabilísticos. Também é proposta neste trabalho uma extensão das linguagens de comunicação atuais, que será capaz de suportar as necessidades de comunicação de conhecimentos de natureza probabilísticas. São demonstradas as propriedades de compatibilidade do novo modelo lógico-probabilístico com o modelo puramente lógico atual, sendo demonstrado que teoremas válidos no modelo atual continuam válidos no novo modelo. O novo modelo é definido como uma lógica probabilística que estende a lógica modal dos modelos atuais. Para esta lógica probabilística é definido um sistema axiomático e são demonstradas sua correção e completude. A completude é demonstrada de forma relativa: se o sistema axiomático da lógica modal original for completo, então o sistema axiomático da lógica probabilística proposta como extensão também será completo.

A linguagem de comunicação proposta neste trabalho é definida formalmente pela generalização das teorias axiomáticas de agência e comunicação atuais para lidar com a comunicação de conhecimentos probabilísticos e pela definição de novos atos comunicativos específicos para este tipo de comunicação. Demonstra-se que esta linguagem é compatível com as linguagens atuais no caso não-probabilístico. Também é definida uma nova linguagem para representação de conteúdos de atos de comunicação, baseada na lógica probabilística usada como modelo semântico, que será capaz de expressar conhecimentos probabilísticos e não probabilísticos de uma maneira uniforme. O grau de expressibilidade destas linguagens é verificado por meio de duas aplicações. Na primeira aplicação demonstra-se como a nova linguagem de conteúdos pode ser utilizada para representar conhecimentos probabilísticos expressos através da forma de representação de conhecimentos probabilísticos mais aceita atualmente, que são as Redes Bayesianas ou Redes de Crenças Probabilísticas. Na outra aplicação, são propostos protocolos de interação, baseados nos novos atos comunicativos, que são capazes de atender as necessidades de comunicação das operações de consistência de Redes Bayesianas seccionadas (MSBNs, *Multiple Sectioned Bayesian Networks*) para o caso de sistemas multiagentes.

Palavras-Chave: Agentes Inteligentes, Sistemas Multiagentes, Linguagens de Comunicação entre Agentes, ACL, Lógica Probabilística, Lógicas Modais, Lógicas Epistêmicas, Modelos BDI, Representação de Conhecimentos Probabilísticos, Redes Bayesianas, MSBN.

Formalizing Probabilistic Knowledge Communication in Multiagent Systems: an approach based on Probabilistic Logic

ABSTRACT

The research areas of Multiagent Systems, Intelligent Agents and Agent Communication have caused a revolution in the way that intelligent systems are conceived, designed and developed. Thus it seems reasonable to suppose that probabilistic intelligent systems (basically, bayesian systems) can also share the same benefit that traditional Artificial Intelligence systems received when adopted the concepts of agency, of systems composed of several agents and of communication languages for these agents. However there are serious doubts not only about how a probabilistic system can be effectively scaled up or fit in a multiagent architecture, but mainly how probabilistic knowledge can be communicated or represented in the current standard framework for agent communication. The communication and content languages currently used to model agent communication simply do not support probabilistic knowledge.

This work starts from these considerations and proposes a generalization of the purely logical model which currently fundament agent communication that will be able to represent probabilistic knowledge. It also proposes a new agent communication language, defined as an extension of a standard communication language that will be able to support probabilistic knowledge communication. It is shown that the new logical-probabilistic model is compatible with the purely logical model used currently: specifications (formulas) that are valid in the current model are also valid in the new model. Current models for standard communication languages are based in modal logic. The new model is defined as a probabilistic logic that extends this modal logic. It is defined an axiomatic system for this probabilistic logic and it is demonstrated that the system is correct and complete. The completeness property is relative: if the axiomatic system of the modal logic used as the base for the extension is complete then the probabilistic logic also have a complete axiomatic system.

The communication language proposed in this work is defined formally by the generalization of the axiomatic theories for agency and communication (used in standard communication languages), to deal with probabilistic knowledge communication. New communication acts are also defined specifically to handle this kind of communication. It is shown that the new communication language it is compatible with the current standard languages for the non-probabilistic case. This work also proposes a new content language, based on the probabilistic logic, which will be able to express probabilistic (and non-probabilistic) knowledge in a unified framework. The expression power of these languages is verified through two applications. The first application shows how the new content language can be used to represent probabilistic knowledge expressed by Bayesian Networks. The other application proposes two interaction protocols, based on the new communication acts, which are able to handle the communication tasks of Multiple Sectioned Bayesian Networks (MSBN) consistency maintenance operations in the multiagent case.

Keywords: Intelligent Agents, Multiagent Systems, Agent Communication Languages, ACL, Probabilistic Logic, Modal Logic, Epistemic Logic, BDI Models, Probabilistic Knowledge Representation, Bayesian Networks, MSBN.

1 INTRODUÇÃO

A observação e a tentativa de compreensão dos fenômenos de comunicação que ocorrem quando vários agentes inteligentes interagem buscando atingir um objetivo comum (quer sejam agentes artificiais ou seres humanos), se constitui em uma fascinante área de pesquisa que está profundamente relacionada com a compreensão dos fenômenos da inteligência e da cognição. No caso da Inteligência Artificial (IA) o interesse pelas pesquisas sobre os fenômenos da comunicação é relativamente recente, estando diretamente relacionado aos estudos dos sistemas compostos de agentes artificiais que passaram a ser pesquisados, com maior ênfase, a partir da década de 1990. Assim, a observação, análise e compreensão dos fenômenos de comunicação entre agentes (principalmente artificiais), têm recebido particular atenção dos pesquisadores envolvidos nas áreas de Agentes Inteligentes e de Sistemas Multiagente da IA.

Fora do contexto da IA, os fenômenos da comunicação são estudados literalmente há séculos. Na verdade, a observação dos fenômenos de comunicação entre seres humanos e as tentativas de análise, classificação e teorização sobre estes fenômenos estão intrinsecamente relacionadas com as tentativas de compreensão dos processos mentais relacionados à fala, a linguagem e a própria cognição nos seres humanos. Pode-se dizer que os estudos sobre a comunicação nasceram e se desenvolveram praticamente em conjunto com os estudos filosóficos, lingüísticos e psicológicos sobre os fenômenos da cognição e da linguagem.

As pesquisas sobre comunicação entre agentes empreendidas na IA “herdam” muitos dos resultados obtidos na Lingüística e na Psicologia sobre os fenômenos de comunicação. Conforme poderá ser visto no decorrer da tese (em particular no Capítulo 2) duas teorias marcaram profundamente o início dos estudos, nesta área, no contexto da IA: uma teoria de cunho lingüístico, a Teoria dos Atos da Fala de Searle (1979, 1981) e outra teoria de cunho mais psicológico, a Teoria da Intenção de Bratman (1990). Mais recentemente, trabalhos sobre a comunicação entre agentes têm levado em consideração teorias e conceitos de cunho social, tentando estabelecer a noção de significado num contexto social compartilhado entre diversos agentes.

Porém nem tudo é herança no contexto das pesquisas sobre comunicação na IA. Na verdade, apesar do período relativamente breve deste tipo de pesquisa¹, vários resultados importantes foram alcançados. De particular importância, pelo menos no contexto desta tese, foi o grau de formalização e rigorismo atingido na definição dos conceitos relacionados à comunicação. Por exemplo, utilizando formalismos baseados

¹ Mesmo em comparação com a IA, que teve seus primórdios no início dos anos 1950, os estudos sobre comunicação entre agentes, que efetivamente começaram em fins dos anos 1980, são relativamente recentes.

em lógicas modais, para definir conceitos como atitudes, crenças, intenções e ações individuais de um agente, foi possível atribuir significados precisos aos atos de comunicação emitidos pelo agente (COHEN; LEVESQUE, 1990c e 1995) (SADEK, 1991b, 1992) (LABROU; FINNIN, 1994).

As pesquisas continuam ativas neste campo, assim cada novo resultado atingido em termos de formalização, abre caminho a outras possibilidades. Como poderá ser visto no fim do Capítulo 2 e no início do capítulo 4, o relativo sucesso em termos de formalização da comunicação por meio de lógicas modais, pelo menos no contexto de atitudes ou estados mentais individuais, gerou uma série de críticas em relação à necessidade de se utilizar conceitos de cunho mais social para compreender a comunicação.

Dessa forma, o tema de pesquisa desta tese está relacionado a três grandes áreas da Inteligência Artificial:

- a área de Agentes Inteligentes que pesquisa as formas de cognição e inferência apropriadas para os agentes artificiais;
- a área de Sistemas Multiagente que estuda as arquiteturas e forma de organização que podem assumir os sistemas compostos por vários agentes; e,
- a área que estuda os diversos problemas relacionados à comunicação entre estes agentes.

Embora as pesquisas sobre Agentes Inteligentes e sobre Sistemas Multiagente sejam muito interessantes por si mesmas e também estejam relacionadas às pesquisas sobre comunicação entre agentes, o fato é que os estudos sobre os fenômenos de comunicação também se caracterizam como uma área independente e bastante ativa.

Este será o foco principal da presente pesquisa. Certamente, para que se possa caracterizar apropriadamente o contexto deste trabalho, será necessário analisar quais são os principais temas de estudo relacionados à comunicação entre agentes, ou seja, apresentar o estado da arte da área.

Como poderá ser visto no Capítulo 2, este estudo parte de diversas teorias epistemológicas e teórico-formais sobre o fenômeno da comunicação, depois se concentra no desenvolvimento de linguagens artificiais para a comunicação entre agentes, incluindo a padronização destas linguagens. Resumindo, a área de comunicação entre agentes se abre, atualmente, em diversos campos de estudo que englobam desde um contínuo esforço de pesquisa na fundamentação teórica da comunicação, passando pela aplicação concreta dos resultados obtidos, indo até a introdução de conceitos de origem social na definição de novas formas de interação e comunicação.

Neste contexto o presente trabalho se insere essencialmente como uma pesquisa teórica, buscando resolver uma lacuna importante que foi identificada nas linguagens de comunicação entre agentes, relativa ao tipo de conhecimentos que pode ser transportado por meio delas. Outro ponto importante a se destacar é o caráter formal da pesquisa e o foco na comunicação entre agentes artificiais.

Fenômenos de comunicação entre agentes, de natureza probabilística ou não, podem ser observados, analisados e caracterizados em diversos tipos de contextos. Questões interessantes podem ser colocadas a respeito destes fenômenos, tanto em relação à comunicação entre agentes humanos quanto em relação à comunicação entre

agentes artificiais. Embora durante este trabalho tenha sido ocasionalmente necessário recorrer tanto a observações de fenômenos quanto a análises de cunho epistemológico ou lingüístico sobre a comunicação entre seres humanos, o objetivo geral sempre foi o de partir destas observações e análises para esclarecer aspectos formais.

O problema básico da pesquisa, relativo as linguagens de comunicação entre agentes, surgiu com base em tentativas reais de utilização de uma linguagem padronizada de comunicação na implementação de um sistema multiagente para fins educativos, o ambiente de ensino/aprendizagem AMPLIA (VICCARI et al, 2003). Durante a etapa de desenvolvimento do AMPLIA se descobriu que este tipo de linguagem não é adequado para comunicar conhecimentos de natureza probabilística. Analisando outras linguagens similares, se identificou que nelas simplesmente não existem mecanismos para representar conteúdos de mensagens que sejam compostos de informações ou conhecimentos probabilísticos, nem existem mensagens apropriadas para transportar estas informações e conhecimentos.

1.1 Motivação e Questões de Pesquisa

Durante os últimos anos a área de pesquisa relacionada aos sistemas multiagente tem contribuído com uma pequena revolução em termos de como sistemas inteligentes podem ser concebidos, fundamentados e construídos. De particular relevância nesta área, foram os resultados obtidos em termos de fundamentação teórica dos agentes e de sua comunicação. Resultados teórico-formais importantes obtidos em fins dos anos oitenta e início dos noventa, solidamente baseados sobre teorias lingüísticas de Searle (1979, 1981) e Grice (1957) e psicológicas de Bratman (1990), definiram uma forma que se poderia chamar de tradicional de se modelar agentes inteligentes e de se interpretar os significados envolvidos na comunicação entre estes agentes (COHEN; LEVESQUE, 1990-b e 1995) (RAO; GEORGEFF, 1991-b) (SADEK, 1991b, 1992). O modelo de agência resultante, baseado em estados mentais individuais dos agentes, é usualmente denominado de modelo BDI (*Belief, Desires and Intentions*, crenças, desejos e intenções em inglês).

Deve-se salientar que os principais resultados teórico-formais para o modelo BDI, foram baseados em formalismos puramente lógicos, não sofrendo influência significativa de formas de representação de conhecimentos que lidem com probabilidades, como as Redes Bayesianas (PEARL 1986 e 1993), ou de conceitos similares como funções de crenças (Teoria de Dempster-Shafer da evidência (HALPERN; FAGIN, 1992)) e Lógica Difusa (*Fuzzy*) (ZADEH, 1965).

Por outro lado, é inegável que atualmente está ocorrendo um grande crescimento de aplicações e pesquisas sobre sistemas que lidam com representação de conhecimentos probabilísticos. Este crescimento está fundamentado no surgimento e aceitação pela comunidade de IA de um novo formalismo para representação de conhecimentos probabilísticos, as Redes Bayesianas, que não só possuem um tratamento computacional efetivo para suas inferências (PEARL, 1993) (COWEL et al., 1999), mas também apresentam como uma forma apropriada e intuitiva de se modelar fenômenos e domínios com características probabilísticas.

Mesmo sem uma literatura muito extensa sobre o tema², ainda assim parece razoável imaginar que os sistemas inteligentes probabilísticos poderiam compartilhar do mesmo tipo de benefícios que os sistemas mais tradicionais da IA (sistemas especialistas baseados em conhecimentos lógicos), receberam quando adotaram a concepção de agência e de sistemas multiagentes. Por exemplo, no caso de aplicações que envolvem domínios puramente probabilísticos, mas que sejam necessariamente distribuídos segundo algum critério físico (geográfico), funcional ou de eficiência (desempenho), a abordagem multiagente parece ser a abordagem correta para se tratar esta situação (XIANG; LESSER, 2000). Porém, mesmo quando se coloca em questão a existência deste tipo de domínio, ainda há a possibilidade real (e útil) de se querer combinar as habilidades de sistemas probabilísticos e não-probabilísticos para lidar com situações complexas³. Neste caso a abordagem de agentificar os sistemas individuais e construir um sistema multiagente sobre eles também oferecem, pelo menos do ponto de vista da IA, vantagens significativas, em termos de autonomia, flexibilidade e escalabilidade, do que através de outras técnicas mais tradicionais de Engenharia de Software.

Apesar de avanços recentes em se lidar com domínios modelados por meio de Redes Bayesianas seccionadas/distribuídas em diversas sub-redes distintas (XIANG, 1996) (XIANG; LESSER, 2000) (XIANG et al., 1993) (SHEN, et al., 2003), na realidade ainda está em aberta a discussão sobre como se poderia escalar efetivamente um sistema probabilístico (bayesiano) para uma arquitetura multiagente e como se poderia realmente lidar com domínios puramente probabilísticos distribuídos, onde cada agente teria ciência de uma parte (local) deste domínio e onde a comunicação entre estes agentes seria responsável não só por distribuir e compartilhar estes conhecimentos locais entre os agentes, mas também por garantir a consistência destes conhecimentos. A situação se torna ainda mais complexa quando se trata de sistemas multiagentes híbridos (ou pelo menos a interação entre dois tipos de sistemas), onde ambos tipos de representação de conhecimento, probabilística e lógica, coexistem e são compartilhados.

Não ajuda muito a melhorar este quadro, o fato de que os formalismos empregados para atribuir significado aos atos de comunicação entre agentes, para criar conteúdos para estes atos e para definir bases de conhecimentos compartilhados (ontologias), sejam baseados em lógicas formais não-probabilísticas. Com os formalismos usados nas linguagens de comunicação atuais simplesmente não há como, pelo menos quando se quer manter o rigorismo formal, definir conteúdos de atos comunicativos que sejam compostos de conhecimentos probabilísticos. Pela mesma

² São relativamente poucos os trabalhos que adotam uma abordagem de agentes e sistemas multiagentes para sistemas bayesianos. Em termos de aplicações compostas de um agente pode-se citar os sistemas AMPLIA (VICCARI et al, 2003) e I-Help (MUDGAL & VASSILEVA, 2000-a e 2000-b). A utilização de conceitos de sistemas multiagentes para sistemas bayesianos está ainda bastante restrita a discussões teóricas. Pesquisas teóricas mais relevantes neste contexto são derivadas das Redes Bayesianas Multi-seccionadas de Xiang (XIANG, 1996) (XIANG&LESSER, 2000) (XIANG et al., 1993), incluindo trabalhos recentes sobre Redes Bayesianas Distribuídas (SHEN, et al., 2003).

³ Uma aplicação onde este tipo de combinação surge naturalmente é no caso de sistemas de apoio ao ensino de técnicas probabilísticas de diagnóstico médico (VICCARI et al, 2003). Os próprios conhecimentos sendo ensinados e distribuídos dentro do sistema têm natureza probabilística, alguns dos processos de interação (negociação pedagógica) e de inferência (credibilidade) (FLORES et al, 2003), tem elementos probabilísticos que devem ser comunicados entre os agentes. Independente disso, também existem outros processos de inferência não-probabilística ocorrendo em agentes do sistema, como a comparação qualitativa entre as redes bayesianas criadas pelo estudante e definidas pelo especialista, cujos resultados devem ser também comunicados aos demais agentes.

razão, também é difícil aplicar os resultados de pesquisas sobre ontologias sobre domínios mais tradicionais, que tem uma natureza essencialmente lógica, para o caso de domínios probabilísticos.

As questões de pesquisa que irão ser analisadas neste trabalho estão relacionadas às estas várias considerações. Duas questões, em particular, são relevantes neste contexto:

- (i) Existe uma forma de se generalizar os formalismos puramente lógicos que embasam as linguagens atuais de comunicação entre agentes, para representar conhecimentos probabilísticos e assim permitir estender estas linguagens de forma apropriada para lidar com a comunicação deste tipo de conhecimentos.
- (ii) Esta extensão manterá a compatibilidade com as linguagens de comunicação atuais e ao mesmo tempo terá um poder mínimo de expressão de conhecimentos probabilísticos.

Assim declaradas estas questões são muito genéricas, não podendo ser consideradas como objetivos concretos de pesquisa. Para que isto se torne possível e é necessário definir alguns elementos deixados em aberto.

Em primeiro lugar é necessário analisar o quadro atual de pesquisas em comunicação entre agentes e escolher uma linguagem de comunicação apropriada como base da pesquisa. Por consequência, isto também implica na escolha do modelo empregado para definir a semântica desta linguagem, como ponto de partida para um modelo semântico probabilístico.

Uma vez definida a linguagem e seu modelo semântico, as questões (i) e (ii) se traduzem em:

- (i.1) Quais extensões são necessárias na linguagem de comunicação para comunicar conhecimentos probabilísticos entre agentes.
- (i.2) Que tipo de generalizações do modelo semântico são necessárias para tratar estas extensões (conhecimentos probabilísticos).
- (ii.1) A nova linguagem e modelo formal propostos são compatíveis com a linguagem e modelo originais.
- (ii.2) É possível utilizar esta nova linguagem para representar e transportar conhecimentos probabilísticos expressos nas formas usuais (Redes Bayesianas, por exemplo).

Estas questões nortearam todo o processo de pesquisa empreendido nesta tese.

A busca de soluções para estas questões se traduziu na definição dos diversos objetivos de pesquisa do presente trabalho. A próxima seção irá apresentar com detalhes estes objetivos, mas aqui se pode adiantar que os resultados encontrados respondem de forma bastante satisfatória as questões colocadas acima.

Espera-se, portanto, com estes resultados contribuir de forma positiva para a pesquisa sobre agentificação de sistemas inteligentes probabilísticos, quer seja como agentes individuais ou na forma de sistemas multiagentes, mostrando como as teorias de agência atuais (em particular o modelo BDI) se inter-relacionam com as teorias que embasam o raciocínio probabilístico (em particular a Teoria Axiomática das Probabilidades e o modelo de inferência das Redes Bayesianas).

Antes de prosseguir, vale a pena salientar um último ponto, e deixar claro que não foi objetivo do presente trabalho de pesquisa identificar como ontologias compartilhadas, instituições sociais, agências sociais e idéias similares, poderiam se aplicar aos sistemas inteligentes probabilísticos, mas apenas garantir que os fundamentos formais para estas possíveis aplicações estejam solidamente estabelecidos.

1.2 Objetivos do Trabalho

Para que as questões (i.1), (i.2), (ii.1) e (ii.2) se tornem objetivos concretos de pesquisa é necessário definir que tipo de linguagem de comunicação será estendida para suportar transporte de conhecimentos probabilísticos.

A hipótese de trabalho básica desta pesquisa é que padrões de comunicação entre agentes definidos pela FIPA (*Foundation for Intelligent Physical Agents*), que incluem não apenas a linguagem de comunicação FIPA-ACL (*FIPA Agent Communication Language*) definida na especificação (FIPA, SC0037, 2001), mas uma série de protocolos de interação e serviços de comunicação, além de várias linguagens (denominadas de linguagens de conteúdo) que são usadas para representar conhecimentos que serão compartilhados/comunicados entre os agentes, se apresenta como um ponto de partida apropriado para a pesquisa. O capítulo 2 irá analisar com detalhes como estas linguagens surgiram, que aspectos teóricos e epistemológicos influenciaram seu desenvolvimento e quais são as linguagens mais importantes atualmente. Desta análise foi possível ficou claro que padrões oferecidos pela FIPA se apresentam como uma boa forma de se modelar a comunicação entre agentes num dado sistema multiagente quando critérios como: base formal da especificação, diversidade de serviços oferecidos pela plataforma de comunicação e nível de maturidades da padronização são levados em conta.

Entretanto um problema básico que ocorre nos padrões FIPA (e em todas as outras linguagens de comunicação estudadas) é que não se pode representar ou comunicar de forma apropriadas informações e conhecimentos de natureza probabilística. Atualmente a forma mais usual de se representar conhecimentos probabilísticos em agentes (e sistemas especialistas em geral) é através de Redes Bayesianas (RBs). Porém nenhuma das linguagens de representação de conteúdos suportadas pela FIPA (FIPA-SL (FIPA, SC0008, 2001), KIF (FIPA, XC0010, 2001), RDF (FIPA, XC0011, 2001) ou CCL (FIPA, XC0009, 2001)) permite este tipo de representação. Nem o modelo formal empregado para dar significado a linguagem de comunicação FIPA-ACL trata de probabilidades, nem esta linguagem possui um suporte específico para transportar conhecimentos probabilísticos em seus atos comunicativos (mensagens).

Assim a questão (i.1) se traduz em um objetivo de pesquisa relacionado a FIPA-ACL: como estender a linguagem de comunicação FIPA-ACL para incorporar os efeitos causados por atos comunicativos cujo conteúdo seja probabilístico. Também será necessário definir uma nova linguagem de conteúdo que possa representar informações e conhecimentos probabilísticos, como redes bayesianas, diagramas de influências, asserções lógicas probabilísticas e coeficientes de probabilidade. A extensão de FIPA-ACL será denominada preliminarmente de PACL (*Probabilistic Agent Communication Language*).

A questão (i.2) se reduz ao problema de descobrir como generalizar o modelo formal por trás de FIPA-ACL de forma a suportar probabilidades. A semântica de

FIPA-ACL é definida sobre uma lógica modal, com capacidade para representar crenças, escolhas e intenções dos agentes (ver (SADEK, 1992) e (FIPA, SC00037, 2001) para mais detalhes). Esta lógica, denominada de *SL* (*Semantic Language*), também permite a representação das ações e eventos gerados/percebidos pelos agentes e raciocínios temporais relativos a estas ações e eventos. Assim existe um contexto claro, em termos formais, de que tipo de generalização seria possível para este modelo formal. Os caminhos ou linhas de estudo que ajudarão a resolver a questão acima, estão relacionados às pesquisas que visam definir lógicas e modelos formais que combinem tanto conceitos probabilísticos quanto não-probabilísticos. Estas lógicas, denominadas Lógicas Probabilísticas serão consideradas como a base para busca de soluções deste problema. Elas são estudadas no capítulo 3, em conjunto com uma breve introdução à Teoria Axiomática das Probabilidades. Assim a questão (i.2) se transforma no objetivo de definir uma nova Lógica Probabilística que seja capaz de formalizar tanto FIPA-ACL quanto as extensões propostas para lidar com a comunicação probabilística. Esta nova Lógica Probabilística será denominada de *SLP* (*Semantic Language with Probabilities*)

Além disso, pela questão (ii.1) de compatibilidade deve-se mostrar que esta nova Lógica Probabilística se reduz, quando tratando apenas com conhecimentos não-probabilísticos, à lógica *SL* empregada na formalização de FIPA-ACL. Isto é importante, porque mostra efetivamente a compatibilidade entre especificações e modelagens de comunicação baseadas nos padrões FIPA e especificações e modelagens similares construídas sobre PACL e *SLP*. O objetivo aqui é simples: deve-se garantir que qualquer especificação de comportamento de agentes definida utilizando os instrumentos da FIPA (linguagens de conteúdo, comunicação, protocolos e serviços), continue sendo válida tanto em PACL quanto em *SLP*.

Por fim a questão (ii.2), se traduz na questão de mostrar que a linguagem de comunicação proposta como uma extensão de FIPA-ACL capaz de lidar com a comunicação de conhecimentos probabilísticos, é realmente apta para atender estes fins. Este é essencialmente um teste de aplicabilidade e de expressibilidade desta nova linguagem de comunicação. Ela implica também em verificar se a linguagem de conteúdo proposta em conjunto com a linguagem de comunicação é realmente capaz de representar conhecimentos probabilísticos. Em termos de objetivos concretos, esta questão pode ser resolvida pela verificação se as formas mais importantes de representação de conhecimentos probabilísticos utilizadas atualmente, que são as Redes Bayesianas ou Redes de Crenças Probabilísticas, podem efetivamente ser representadas em *SLP* e transportadas por PACL. Como objetivo adicional de verificação de aplicabilidade, também se irá mostrar como a linguagem PACL pode ser usada para definir protocolos de interação apropriados para resolver o problema de manutenção de consistência de MSBNs - *Multiple Sectioned Bayesian Networks* - em sistemas multiagentes. Existem importantes questões em aberto sobre como distribuir e manter a consistência de domínios de conhecimento probabilísticos entre os diversos agentes de um sistema multiagente. Os protocolos de interação propostos nesta tese trazem uma importante contribuição para estas questões, mostrando como elas podem ser contextualizadas dentro das pesquisas em linguagens de comunicação entre agentes e como podem usufruir os resultados de pesquisa já obtidos nesta área.

Resumindo as análises anteriores, os objetivos de pesquisa desta tese podem ser descritos como segue:

Objetivo 1: Generalizar o modelo formal de FIPA-ACL para suportar probabilidades, através da criação da Lógica Modal Probabilística *SLP*.

- Objetivo 2:** Estender a linguagem FIPA-ACL, pela criação da linguagem de comunicação PACL que seja capaz de para suportar a comunicação de conhecimentos probabilísticos.
- Objetivo 3:** Criar uma nova linguagem de conteúdo, também denominada de SLP, compatível com a FIPA-SL e que permita representar e transportar conhecimentos probabilísticos e não-probabilísticos.
- Objetivo 4:** Mostrar que especificações e modelagens da comunicação válidas em FIPA-ACL e *SL* continuam válidas em PACL e *SLP*.
- Objetivo 5:** Mostrar que FIPA-ACL e *SLP* são capazes de representar e transportar Redes Bayesianas. Mostrar como protocolos de interação baseados nestas linguagens, podem lidar com a questão de manutenção de consistência de MSBNs em sistemas multiagentes.

É claro que estes não são os únicos problemas e objetivos tratados neste trabalho. Cada um dos objetivos acima se desdobrará em vários problemas distintos, alguns mais complexos do que outros. Mas os objetivos acima fornecem um quadro bastante aproximado de como o trabalho se desenvolveu e quais foram as etapas principais do mesmo.

Um problema em particular, que não foi citado acima, mas requereu bastante atenção no desenrolar do processo de pesquisa é verificar se a lógica *SLP* proposta como base formal para a comunicação probabilística possui um sistema axiomático completo. Esta questão requer especial atenção por duas razões. Em primeiro lugar, existem resultados importantes que mostram que no caso geral, os sistemas axiomáticos de lógicas probabilísticas não podem ser completos (ver Abadi e Halpern (1989) e o capítulo 3 para mais detalhes). Além disso, existem sérios questionamentos sobre os problemas que a falta de tratamento computacional efetivo das lógicas modais (impossibilidade de se ter provadores automáticos de teoremas para algumas destas lógicas), ocasiona tanto na implementação das tarefas de comunicação nos agentes quanto na verificação se os comportamentos de um agente estão conforme com a especificação formal destas tarefas (ver seção 4.2 para mais detalhes sobre estas questões).

Como consequência houve um cuidado especial de mostrar que a lógica *SLP* sendo proposta pelo menos não torna a situação pior. Na verdade, foi possível demonstrar a completude “relativa” do sistema axiomático de *SLP*: como este sistema está baseado sobre o sistema axiomático de *SL*, foi possível demonstrar que, se o sistema axiomático de *SL* for completo, então o sistema axiomático de *SLP* também será completo. Este é um bom resultado, tendo em vista as dificuldades citadas acima. Mais ainda, ele não é restrito apenas ao caso do sistema axiomático de *SL*. Caso as extensões probabilísticas propostas para *SL* sejam aplicadas em outra linguagem modal epistêmica⁴ então se pode usar as mesmas técnicas de prova de completude de *SLP* para mostrar a completude destas extensões

⁴ Uma lógica modal epistêmica é uma lógica com operadores modais relativos aos conhecimentos de um dado agentes. Lógicas modais que permitem expressar os conhecimentos de um agente (expressos usualmente pelo operador modal **K**) ou as crenças de um agente (expressos pelo operador **B**) são denominadas de lógicas epistêmicas.

1.3 Estrutura do Texto

A tese está estruturada em 6 Capítulos. Afora o Capítulo 1 que apresenta uma introdução aos temas que serão estudados na tese e as questões e objetivos da pesquisa relacionados a estes temas. Os demais Capítulos tratam dos seguintes tópicos:

O Capítulo 2 mostra o estado da arte em termos do tema geral de pesquisa. Neste Capítulo são vistos os fundamentos epistemológicos e teórico-formais da comunicação entre agentes. Os conceitos teóricos são exemplificados pela apresentação das principais linguagens (artificiais e formais) que podem ser empregadas na comunicação entre agentes inteligentes. No final são analisadas algumas nas novas tendências de pesquisa na área.

O Capítulo 3 apresenta as Lógicas Probabilísticas que são o principal instrumento formal utilizado para desenvolver a pesquisa. Estas lógicas conseguem tratar tanto de asserções simples (verdadeiras ou falsas), quanto de asserções com um caráter probabilístico, isto é, que não sejam necessariamente verdadeiras ou falsas, mas tenham uma probabilidade de ser verdadeiras. Neste Capítulo também são vistos os elementos da Teoria da Probabilidade, necessários para uma melhor compreensão do tema das lógicas probabilísticas.

O Capítulo 4 apresenta a lógica modal probabilística *SLP*. Neste Capítulo são feitas considerações sobre as questões de decidibilidade associadas tanto às lógicas modais quanto às lógicas probabilísticas e o impacto que estas questões trazem no contexto de formalização, implementação e verificação de conformidade de tarefas de comunicação em sistemas multiagente. São comentados os critérios que levaram a escolha da lógica *SL* como base para *SLP*. Após é apresentada a sintaxe e semântica formal da linguagem desta lógica. Também é definido o modelo formal, baseado em mundos-possíveis e em probabilidades atribuídas a estes mundos, que é usado para definir a semântica de *SLP*. Depois é demonstrada a compatibilidade entre *SL* e *SLP*, através da demonstração de teoremas que garantem que todas as teorias formais válidas em *SL* continuam válidas em *SLP*. Por fim, são apresentados e demonstrados os teoremas de correção e completude de *SLP*. Conforme comentado anteriormente, a completude é provada de forma relativa, isto é, o sistema axiomático de *SLP* será completo somente o sistema de *SL* também for.

O Capítulo 5 apresenta a linguagem de comunicação entre agentes PACL. Esta linguagem é definida como uma extensão da linguagem FIPA-ACL. É feita uma análise dos fenômenos de comunicação probabilística, incluindo observações deste tipo de fenômenos que ocorrem em linguagens naturais. Também são feitas considerações epistemológicas, buscando identificar os efeitos que este tipo de fenômenos ocasionariam em teorias lingüísticas de comunicação, mais em particular na Teoria dos Atos da Fala. Depois destas análises e considerações informais sobre os fenômenos de comunicação probabilística, passa-se para a análise formal, primeiro pela apresentação das teorias axiomáticas de agência e de comunicação por trás de FIPA-ACL (na verdade, por trás das inferências dos agentes que usam esta linguagem de comunicação). As técnicas de definição empregadas nas especificações FIPA, são revistas, para definir atos comunicativos assertivos e diretivos. Após são definidas que teorias de agência e comunicação deveriam ser seguidas por agentes com capacidades probabilísticas, sendo apresentados os novos axiomas diretamente relacionados com as necessidades de comunicação probabilística. Com base nestes axiomas e na análise dos atos assertivos **inform** e diretivos **query-if** de FIPA-ACL, são definidos os novos atos comunicativos probabilísticos de PACL: **inform-bp**, **query-bp**, **inform-bpt** e **query-bpt**.

Posteriormente é apresentado um método que pode ser utilizado para a representação de Redes Bayesianas em *SLP*. Por fim, são propostos dois protocolos de interação, definidos de acordo com a metodologia FIPA sobre os novos atos comunicativos PACL, capazes de lidar com o problema de manutenção de consistência de crenças em uma MSBN distribuída sobre diversos agentes.

Finalmente o Capítulo 6, após algumas considerações gerais sobre os resultados de pesquisa alcançados nesta tese, discute as limitações destes resultados, apresentando novas questões que foram abertas durante o processo de pesquisa. Possíveis trabalhos futuros são sugeridos neste capítulo.

2 LINGUAGENS DE COMUNICAÇÃO ENTRE AGENTES

Este capítulo tem como tópico as linguagens (artificiais e formais), que podem ser empregadas na comunicação entre agentes inteligentes, apresentando os fundamentos teóricos das linguagens de comunicação de agentes (sigla em inglês ACL, para *Agent Communication Languages*). Estes conceitos teóricos serão exemplificados, na prática, pela apresentação das linguagens de comunicação FIPA-ACL e KQML, e também será feita uma breve introdução às linguagens de “conteúdo” SL e KIF usadas em conjunto com as ACLs. Este capítulo é uma adaptação de (GLUZ e VICCARI, 2003).

A arquitetura de sistema multiagente, recomendada pela FIPA, (*Foundation for Intelligent Physical Agents*) será apresentada, incluindo os serviços fornecidos por uma plataforma FIPA. Também serão vistos os protocolos padronizados pela FIPA, que governam a interação entre os agentes de um sistema multiagente, incluindo protocolos de requisição de informações, negociação (leilão e redes contratuais) e busca de informações por procuração.

O texto será dividido nos seguintes tópicos:

- Os fundamentos epistemológicos das ACLs serão apresentados na seção 2.2. Eles incluem a Teoria dos Atos da Fala de Searle e a Teoria da Intencionalidade de Bratman.
- A seção 2.3 apresentará os fundamentos teórico-formais destas linguagens, incluindo a Teoria da Ação Racional de Cohen & Levesque e o modelo de Sadek.
- A seção 2.4 fará uma breve apresentação da linguagem KQML.
- Na seção 2.5 será apresentado o padrão para comunicação entre agentes proposto pela FIPA, incluindo a apresentação da linguagem de comunicação FIPA-ACL e uma descrição breve dos vários serviços e protocolos de interação definidos pela FIPA.
- A seção 2.6 apresentará algumas novas tendências de pesquisa na área, com especial atenção nas pesquisas teóricas sobre a semântica das linguagens de comunicação entre agentes.

2.1 Introdução

A forma como sistemas inteligentes podem ser concebidos, fundamentados e construídos, tem passado por uma pequena revolução em função dos resultados obtidos

com as pesquisas sobre agentes inteligentes e sistemas multiagentes que ocorreram a partir de fins da década de 1980.

Particularmente importantes para o tema sendo analisado neste capítulo, foram os resultados teórico-formais solidamente baseados sobre teorias lingüísticas de Searle (1979, 1981) e Grice (1957) e psicológicas de Bratman (1990) que definiram uma forma que se poderia chamar de tradicional de se modelar agentes inteligentes e de se interpretar os significados envolvidos na comunicação entre estes agentes (COHEN; LEVESQUE, 1990-c e 1995) (SADEK, 1991b, 1992) (LABROU; FINNIN, 1994). O modelo de comunicação resultante está profundamente relacionados ao modelo de agência baseados em estados mentais individuais dos agentes, usualmente denominado de modelo BDI (*Belief, Desires and Intentions*, crenças, desejos e intenções em inglês) (COHEN; LEVESQUE, 1990-1 e 1990-b) (RAO; GEORGEFF, 1991-b).

O foco no estudo formal destes fenômenos trouxe um rigorismo relativamente inédito neste tipo de pesquisa, criando um novo paradigma para a área. A base epistemológica destes trabalhos sobre comunicação gira em torno da Teoria dos Atos da Fala, ou seja, podem ser considerados como estudos aprofundados de como formalizar esta teoria. Na prática os resultados de Cohen e Levesque (1995), que analisam o caso geral da comunicação entre agentes, e de Sadek (1991b, 1992) e de Labrou e Finnin (1994), que analisam especificamente fenômenos da comunicação entre agentes artificiais e propõem linguagens formais para representar estes fenômenos, se constituem no paradigma tradicional para este tipo de pesquisa (uma espécie de denominador comum).

Com base nestes estudos foram definidas linguagens de comunicação especificamente destinadas ao tratamento das necessidades de comunicação dos agentes em um sistema multiagentes. Duas destas linguagens se destacam no panorama das pesquisas: KQML e FIPA-ACL. KQML foi a precursora do próprio conceito de linguagem de comunicação entre agentes, mas carece de uma base formal forte. FIPA-ACL se apresenta como uma linguagem de comunicação definida formalmente e padronizada por um organismo internacional.

Este capítulo faz uma revisão das teorias epistemológicas, lingüísticas e formais que foram utilizadas como instrumento tanto da análise dos fenômenos da comunicação. Como resultados concretos destas análises serão apresentadas as características de KQML e FIPA-ACL, com maior ênfase nas características formais desta última. Por fim serão discutidas questões de pesquisa abertas na área.

2.2 Fundamentos Epistemológicos

2.2.1 Teoria dos Atos da Fala de Searle

A Teoria dos Atos da Fala de Searle (1981) é um dos pilares teóricos sobre o qual se fundamenta a semântica das linguagens de comunicação entre agentes. Tal teoria foi estabelecida nos anos sessenta e setenta, do século XX, por pesquisadores e filósofos da Lingüística e da Filosofia da Linguagem. O trabalho original, que definiu o conceito de *Ato de Fala*, a relação destes atos com os *Atos Ilocucionários* e que forneceu uma classificação (taxonomia) inicial para estes atos, foi feito por Austin (AUSTIN *apud* SEARLE, 1981, p. 35). Porém, o trabalho que serviu de guia para o estudo do fenômeno da comunicação entre agentes e também de base e inspiração para a criação e fundamentação das linguagens de comunicação entre estes agentes, foi escrito por Searle em 1969 (SEARLE, 1981). Neste trabalho, e também em (SEARLE, 1979),

Searle empreendeu uma crítica à Teoria dos Atos da fala original de Austin, expondo, analisando e resolvendo várias incongruências do trabalho de Austin.

A presente seção mostra um resumo da Teoria dos Atos da Fala, essencialmente dentro da tradição criada por Searle. Primeiramente, deve-se notar que o objetivo de estudo dos trabalhos, tanto de Searle quanto de Austin, é a linguagem **como veículo de comunicação**, ou seja, a linguagem falada e efetivamente usada para a troca de informações e conhecimentos entre falantes (e, obviamente, ouvintes) e não apenas como meio de guardar estes conhecimentos para uso futuro (linguagem escrita).

Dessa forma, o primeiro passo na análise da comunicação seria a observação do fenômeno da fala em si, com vistas a dividi-lo em elementos ou estágios pelos quais é composto. Searle e Austin caracterizaram o ato de enunciação de uma frase, ou oração de um falante a um ouvinte, em três tipos (ou níveis) distintos de *Atos da Fala*: os *Atos Locucionários*, os *Atos Ilocucionários* e finalmente os *Atos Perlocucionários*.

O *Ato Locucionário* compreende a enunciação efetiva dos fonemas, sílabas e palavras do falante. Porém estes atos não são efetivamente estudados por Searle e Austin, sendo essencialmente considerados como elementos básicos constituintes do discurso.

O *Ato Ilocucionário* compreende essencialmente o “significado” que o falante tentou associar ao seu ato locucionário (sua locução) e que está tentando “transmitir” ao ouvinte. Segundo Searle (e Austin), um ato da fala somente pode ser classificado como ilocucionário se for completo semanticamente, isto é, se fizer referência e predicar um sujeito, e também conter um indicativo claro (não ambíguo) do tipo de ato de fala empregado (da *força ilocucional* do ato).

Por fim, um ato de fala também pode ser caracterizado como um *Ato Perlocucionário*, que compreende os “efeitos” ocasionados no ouvinte em função da enunciação do ato da fala em si. Estes efeitos podem ser vinculados aos estados mentais ou pensamentos do ouvinte. Por exemplo: O ouvinte ficou sabendo de uma informação da qual não tinha conhecimento anteriormente, ele se assustou com a afirmação. Em princípio, nada impede estado mental vinculado às emoções, mas também podem ser vinculados a ações concretas cometidas pelo ouvinte, em função do ato de fala recém escutado. Por exemplo: O ouvinte João executou três atos distintos em função de receber a ordem: “João, saia da sala!”. Ele saiu efetivamente da sala (o ato concreto esperado), emitiu um grunhido alto (supostamente um ato da fala incompleto) e sussurrou um outro ato de fala reclamando que a ordem era injusta.

2.2.1.1 Atos Ilocucionários

Os objetos principais do estudo da Teoria de Atos da Fala de Searle são os atos ilocucionários. De maneira geral os atos de locução são considerados como dados, ou pelo menos, como tendo sido previamente resolvidos (algo similar, do ponto de vista da Computação, de se pressupor que a análise léxica já tenha sido feita). Já os atos perlocucionários são caracterizados apenas por permitir uma análise mais precisa do conceito de significação. Em relação aos atos ilocucionários, ou apenas **ato de fala**, Searle simboliza sua forma geral através de expressões do tipo:

$$F(p)$$

Onde o símbolo “*F*” indica qual é a *Força Ilocucional* do ato e “*p*” representa expressões que exprimem proposições lógicas. Exemplos seriam expressões como: “José foi ao cinema”, “Seu carro é um Fiat Uno?”, “Mais tarde, irei ao restaurante”, etc.

A força ilocucional de um ato define como a proposição p deve ser considerada. Segundo Searle (1979), os atos ilocucionários (sua força) podem ser classificados nas seguintes categorias:

- *Atos assertivos* ou *asserções*;
- *Atos diretivos* ou *diretivas, solicitações, pedidos, etc.*;
- *Atos de comprometimento* (*Commissive Acts* no original) ou *promessas*;
- *Atos expressivos* ou *agradecimentos, congratulações, etc.* e
- *Atos declarativos* ou *declarações*.

Além disso, os diversos tipos de atos de fala são representados através de estruturas simbólicas, que dividem um ato de fala nos seguintes componentes:

- Tipo de ato de fala: assertivo, diretivo, etc. (também referido como *ponto ilocucionário*);
- Sentido de ato de fala (explicado mais adiante);
- Estado mental do falante e
- A estrutura da proposição lógica sendo enunciada.

No tipo de simbolização utilizada por Searle, o primeiro símbolo, que pode ser \vdash , $!$, C , E ou D , indica o tipo de força ilocucional do ato, representando, respectivamente, asserções, diretivas, promessas, expressões de estados mentais (atos expressivos) e declarações. O próximo símbolo, que pode ser: \uparrow , \downarrow ou \updownarrow , indica a “direção” ou “propósito” do ato ilocucional. Um ato ilocucional pode tentar adequar a situação do mundo real a uma situação (mental, psicológica, filosófica, teórica, etc.) expressa por palavras (sentido mundo-palavras simbolizada por \uparrow), ou pode tentar adequar uma situação expressa por palavras a uma situação do mundo real (sentido palavras-mundo simbolizada por \downarrow).

Além disso, certos tipos de atos podem ter força em ambas as direções (simbolizado por \updownarrow). Por exemplo: o ato de nomear (dar um nome) uma nova espécie de animal pode ser considerado “bidirecional” em conexão a esta relação, já que faz a adequação de uma situação real (a descoberta de uma nova espécie) a um domínio teórico: a classificação taxonômica das espécies, mas, por criar um novo termo para designar a espécie, tem, também, um sentido de adequar as palavras ao mundo real.

O próximo argumento indica o estado psicológico do falante. Searle definiu apenas três estados psicológicos básicos, simbolizados por: B (*elief*), W (*ants*), I (*ntends*) e indicando, respectivamente, a *crença* (*Belief*) que o falante F expressa em relação a uma dada situação, o *desejo* (*Wants*) que o falante tem que alguma situação ou ação aconteça e, por último, a *intenção* que o falante tem de atingir alguma situação ou efetuar alguma ação⁵.

O último argumento, simbolizado como uma fórmula entre parênteses, expressa a proposição sendo enunciada. Quando a estrutura da proposição não tem uma relevância maior é usado simplesmente o símbolo p para representar toda a proposição. Porém, quando a estrutura é relevante, a proposição é expressa como uma fórmula composta

⁵ Numa primeira abordagem é importante salientar a similaridade entre os estados mentais, requeridos pela teoria de Searle, e os modelos mentais de crenças, desejos e intenções (modelos BDI de *Belief*, *Desire and Intentions*) que passaram a ser corriqueiramente utilizados pela comunidade de Inteligência Artificial (IA), a partir da década de 90 (WOOLDBRIDGE e JENNINGS, 1995). Esta forte correlação está por trás da necessidade de se empreender uma análise das Teorias da Ação e da Intencionalidade (ou pelo menos da Teoria de Intencionalidade mais aceita pela comunidade de IA) para se ter um quadro completo da fundamentação semântica das linguagens de comunicação entre agentes.

(tal como “ $(F \text{ fará } (a \text{ ação}) A)$ ”). Neste caso são usados os símbolos: F para representar o falante, O para representar o ouvinte e A para representar algum tipo de ação. Também são usadas notações especiais para indicar que a proposição deve implicar em alguma ação (*fará*) ou em alguma propriedade do mundo, do falante ou do ouvinte (*propriedade*).

2.2.1.2 Classificação e Simbolização dos Atos da Fala

Dessa forma, os atos de fala são simbolizados de acordo com as categorias vistas anteriormente. Além dos símbolos citados acima, são usados os símbolos: nulo \emptyset para indicar que um dado elemento do ato não é relevante (por exemplo, o sentido não precisa ser levado em conta) e P para indicar que qualquer estado mental pode se aplicar ao ato (uma espécie de “variável” sobre os estados mentais possíveis).

Atos Assertivos:

Os atos *Assertivos* ou *asserções*, simbolizados por “ $\vdash \downarrow B(p)$ ”, indicam que o falante está expressando uma crença p (*Belief*) sobre alguma situação ou estado da realidade. Este ato é representativo de todos os tipos de asserções, afirmações, conclusões, deduções, declarações (sobre a veracidade ou falsidade de uma situação), etc.

Atos Diretivos:

Os atos *Diretivos*, simbolizados por “ $!\uparrow W(O \text{ fará } (a \text{ ação futura}) A)$ ”, indicam que o falante deseja (*Wants*) que o ouvinte (O) efetue alguma ação (A) num dado momento futuro. Este ato também pode ser interpretado como o desejo de F de que, por alguma ação efetuada por O , o mundo real atinja uma dada situação em particular. Este ato é representativo de todos os tipos de comandos, ordens, solicitações, pedidos, etc., tanto na forma imperativa (faça isto ou faça aquilo e não discuta), quanto na forma mais submissa (por favor, faça isto ou aquilo, se puder).

Atos de Comprometimento:

Os atos de *Comprometimento* (ou *promessas*) são simbolizados por expressões do tipo “ $C\uparrow I(F \text{ fará } (a \text{ ação futura}) A)$ ”. Esse tipo de ato indica que o falante F se compromete (perante o ouvinte O) a fazer algum determinado tipo de ação A num tempo futuro. A suposição básica neste ato é que a ação de F foi solicitada, explícita ou implicitamente, por O ou que, pelo menos, é importante para O , uma vez que realmente não faz sentido se comprometer com algo que ninguém (dentro do contexto) está minimamente interessado. Este ato é representativo de expressões e orações, como: “eu prometo que ...”, “nos comprometemos a ...”, “certamente que irei ...”.

Atos Expressivos:

Os atos *Expressivos*, são simbolizados por expressões similares a “ $E \emptyset (P) (F/O + \text{ propriedade})$ ”. Estes atos expressam as atitudes proposicionais (essencialmente as opiniões) do falante sobre algum tipo de situação (*propriedade*), relacionada tanto ao próprio falante F , quanto ao ouvinte O . Este tipo de ato é representativo tanto de ações de congratulações, agradecimentos, desculpas, etc., que obviamente estão relacionadas a alguns atos ocorridos no passado (ou que irão, possivelmente, acontecer no futuro), quanto também podem expressar situações de sinceridade sobre crenças, ou *opiniões* sobre algum tipo de (proposição definindo uma) situação. Por exemplo, é bem diferente dizer: “A refeição mais barata no restaurante BoaComida custa R\$ 8,00” de “Eu acho que a refeição mais barata no restaurante BoaComida custa R\$ 8,00”. No primeiro caso,

o falante está expressando uma crença em que obviamente acredita, uma *verdade* para ele, já no segundo caso fica claro que o falante está expressando sua opinião, ou seja, que não tem certeza sobre o verdadeiro valor-verdade da proposição, mas que, em todo caso, acha que ela está mais para verdadeira do que para falsa.

Atos Declarativos:

Finalmente, os *atos declarativos* ou *declarações*, simbolizados por “ $D \downarrow \emptyset (p)$ ”, pela sua própria enunciação, efetuam uma espécie de adequação “forçada” da realidade sobre o plano das idéias (e das palavras). Exemplos desses atos declarativos podem ser: denominações (“O nome do meu filho será Pedro.”), atribuições (“Eu te nomeio vice-presidente de nossa organização”, “Você está demitido!”), declarações de estado efetivado pela própria declaração (“Este documento declara a guerra, estabelecendo um estado de beligerância com ...”), etc.

2.2.1.3 Comentários sobre a Classificação

Os tipos de atos classificados acima: assertivos, diretivos, de comprometimentos, expressivos e declarativos, seriam, segundo Searle e Vanderveken, todos os atos de fala possíveis de serem enunciados em expressões verbais, ou seja, eles não são apenas necessários (o que parece realmente obvio) mas também suficientes para expressar qualquer enunciado falado. O argumento para suficiência destes atos, segundo Vanderveken (1990), está calcado no fato de que eles cobrem todas as possibilidades de relacionamento entre a realidade ou mundo real e o plano das palavras e idéias: sentido mundo-palavras, palavras-mundo, bidirecionalidade e irrelevância deste tipo de relação⁶.

De uma forma geral a análise das proposições de Searle, independente da estrutura simbólica do ato da fala, possui algumas características que a diferenciam das análises tradicionais. Alguns pontos importantes são discutidos a seguir.

Predicação

Em primeiro lugar, o tipo de predicação pressuposto por Searle se diferencia daquele baseado na análise filosófica tradicional dos *universais* e assume que predicações (predicados ou propriedades) são expressões que predicam a propósito de objetos. Em segundo lugar as predicações podem ocorrer não apenas em atos assertivos, isto é, afirmações ou asserções, mas podem ocorrer em qualquer outro tipo de ato da fala. De uma forma geral Searle empreende, no capítulo 5 de (SEARLE, 1981), uma análise detalhada do conceito de predicação, partindo de uma crítica a este conceito tal como sintetizada e formalizada por Frege ainda no século XIX. O ponto importante desta nova análise, que foi efetuada a luz dos conceitos da Teoria dos Atos da Fala, é que ela traz uma considerável contribuição para análise filosófica dos fundamentos da lógica formal.

Embora sendo essencialmente uma análise “informal”, é importante salientar que o que se está estudando e analisando são os fundamentos da própria lógica formal, ou

⁶ Conforme a nota anterior, pode-se pelo menos discutir e argumentar sobre a necessidade de outros tipos de “sentidos” e “direções” na relação entre mundos ou realidades epistemológicas. Pelo menos a irrelevância desta direção, no caso dos atos expressivos, poderia ser classificada como uma relação plano teórico para plano teórico sem relação com a realidade concreta. Possivelmente outros tipos de relações e direções também poderiam ser explorados sem a necessidade de uma “camisa-de-força” imposta pela vinculação ao mundo real e concreto.

seja, seria um tanto incongruente requerer ou exigir que esta fosse uma análise “formal”. Por outro lado, Searle neste capítulo 5 apresenta caracterizações alternativas para o tipo de formalização definido por Frege, lançando luz sobre a própria idéia de “conceito” e sua relação com a predicação, com a noção de *comprometimento ontológico* (tão importante atualmente na criação de agentes “abertos” e “interoperáveis”), com a forma sintática das expressões e com a própria estrutura dos atos da fala.

Referência

Searle também empreende uma análise do outro componente básico de qualquer tipo de proposição: o sujeito desta proposição, que é justamente o objeto a respeito do qual se está fazendo alguma predicação. No capítulo 4 de (SEARLE, 1981), ele empreende uma análise detalhada deste tipo de elemento, através do conceito de *referência como ato de fala*. Essencialmente os sujeitos são tratados como referências ou *expressões referenciais* que servem para identificar o sujeito (ou objeto) de uma proposição. Searle está interessado particularmente em deixar claro o significado das expressões referenciais *definidas singulares*, que são expressões tais como: “tu”, “a batalha de Waterloo”, “o meu exemplar de jornal de ontem”, “César”, “a constelação de Orion”⁷.

Na verdade Searle tenta caracterizar claramente o conceito de referência, começando por uma análise seguida de uma crítica à Teoria das Descrições de Russel. A análise e crítica de Searle está diretamente relacionada aos diversos usos e formas como as expressões referenciais podem aparecer concretamente na linguagem: como referência definida e categórica a um sujeito (no qual há concordância com a argumentação e análise de Russel), como referência hipotética e também como menção a uma outra palavra ou expressão (tipicamente entre aspas).

Por fim, com base nestas críticas, Searle sintetiza um novo sistema para a compreensão das referências definidas singulares mais compatível com a noção de ato da fala. Primeiramente ele estabelece um conjunto de axiomas da referência: *Axioma da Existência*, *Axioma da Identidade* e *Axioma da Identificação*. Depois as expressões referenciais são classificadas e condições necessárias para a sua enunciação são definidas. Finalmente princípios, restrições, conseqüências e regras para utilização das referências como atos da fala são estabelecidos.

Como comentário adicional vale salientar a importância desta análise na caracterização de referências indefinidas (referências indicadas por perguntas como “quem?”, “o quê?”, “qual?”, “onde?”, etc.) e sua relação com proposições abertas, isto é, proposições que não podem ter um valor-verdade atribuído por possuírem “variáveis” em aberto. Segundo Searle um dos objetivos mais importantes (e iniciais) de qualquer processo de diálogo e da conseqüente troca de atos da fala entre falante e ouvinte é a redução de uma expressão indefinida a uma expressão definida singular, ou seja, a “resolução” e a identificação de qual realmente é o sujeito ou objeto a quem o discurso (diálogo) está se referindo.

Significação

Um último elemento importante na análise dos atos da fala de Searle está relacionado a definição da semântica destes atos. Na terminologia empregada por Searle o que se estará buscando com esta análise é uma caracterização da noção de

⁷ Exemplos retirados de (SEARLE, 1981, p. 39).

significação e de como se pode atribuir *significado* a um determinado ato de fala. Searle define, após uma crítica a análise original de Grice sobre *significação* como ato perlocucionário, as seguintes regras para atribuir significado um ato da fala (SEARLE, 1981, p. 68):

1. Análise original de Grice.
O falante F quer significar alguma coisa *nm* através de X =
 - (a) F pretende (*i-I*) que a emissão U de X produza um certo efeito perlocucional EP no ouvinte O.
 - (b) F pretende que U produza EP pelo reconhecimento de *i-I*.

2. Análise revista.
F emite e quer significar a frase T (isto é, quer significar literalmente o que diz) = F emite T e
 - (a) F pretende (*i-I*) que a emissão U de T produza em O o conhecimento (reconhecimento, consciência) de que os estados de coisas especificados pelas (algumas das) regras de T se dão. (Chamemos a este efeito, efeito ilocucional, EI)
 - (b) F pretende que U produza EI através do reconhecimento de *i-I*.
 - (c) F pretende que *i-I* seja reconhecido em virtude do (através do) conhecimento que O tem das (algumas das) regras que governam (os elementos de) T.

De acordo com as regras revistas fica claro que a atribuição de significado para Searle é função apenas da alteração, através do reconhecimento ou tomada de consciência, do estado mental do ouvinte. O efeito perlocucionário desejado pode ocorrer ou não, porém a *significação* não está *explicitamente* associada a este efeito⁸.

Por outro lado, para deixar claro como este processo de atribuição de significado pode ser efetivado Searle estabelece um conjunto de *regras* que devem ser associados a cada tipo distinto de ato de fala. Estas regras, por sua vez, deverão caracterizar o significado de um ato da fala em particular, em função de *condições* aplicáveis sobre a realidade (concreta), sobre o (estado mental do) falante e do ouvinte e sobre a própria expressão sendo enunciada. Searle divide estas condições em: condições do conteúdo proposicional, condições preparatórias, condições de sinceridade e condições essenciais para a enunciação do ato.

Por exemplo, na caracterização do ato de solicitação ou pedido (ato diretivo) as condições seriam as seguintes (cf. Searle, 1981, p. 88)⁹:

⁸ Esta conceituação de *significação* tem conseqüências importantes para a definição da semântica das linguagens de comunicação entre agentes e está, de maneira geral, em acordo com as semânticas formais oferecidas para este tipo de linguagens em trabalhos como (COHEN; LEVESQUE, 1990-b), (COHEN; LEVESQUE, 1995), (SADEK 1990) e (LABROU; FININ, 1994). Este tipo de concordância não resolve, entretanto, o principal tipo de problema com esta abordagem que é a virtual impossibilidade de se verificar na realidade qual o efeito “mental” ocasionado. Dito de outra forma, o que realmente pode ser observado no comportamento de um agente é o efeito perlocucionário e não efeitos locucionário mentais internos. Obviamente que a opção por uma semântica baseada em estados mentais internos não foi feita de forma ingênua, uma vez que o uso (apenas) de efeitos perlocucionários para fundamentar a semântica dos atos da fala também traz um amplo leque de problemas (cf. a própria análise de *significação* de Searle (1981), seção 2.6). Resumindo a questão da semântica (formal ou não) dos atos da fala e, por conseguinte, das linguagens de comunicação entre agentes inspiradas nestes tipos de atos certamente não está resolvida.

⁹ Na tabela apresentada em (SEARLE, 1981, p. 88-90) são listadas as condições para os demais tipos de atos da fala. Deve-se notar, entretanto, que a terminologia seguida neste trabalho não está totalmente de acordo com a terminologia de (SEARLE, 1979). De maneira não muito precisa: *pedir* e *perguntar*

Condição de Conteúdo Proposicional:

A proposição do ato da fala está enunciando uma ação futura A do ouvinte O.

Condições Preparatórias (são 2):

1. O ouvinte O está em condições de realizar a ação A. Além disso o falante F acredita que O esteja em condições de realizar A.
2. Não é óbvio nem para F nem para O que o ouvinte O irá realizar, no decurso normal dos acontecimentos, a ação A por deliberação própria.

Condição de Sinceridade:

O falante F realmente quer que o ouvinte O faça a ação A (i.e. F não está mentindo sobre seu pedido ou ordem).

Condição Essencial:

Vale como uma tentativa de conseguir que o ouvinte O faça a ação A (i.e. vale como tentar obter o efeito perlocucional de que O faça (execute) A).

2.2.2 Teoria da Intenção de Bratman

Da Teoria dos Atos da Fala de Searle (seção 2.1), verifica-se a importância que o estado mental dos falantes e dos ouvintes tem na compreensão do significado de um ato. Searle usa uma caracterização simplificada desses estados mentais, apresentando o mínimo que lhe parece necessário para explicar o fenômeno da comunicação em si. É óbvio, entretanto, que a caracterização de estados mentais é por si mesmo um tema extremamente complexo, na verdade, um dos temas mais complexos, tradicionais e antigos da Filosofia e das Ciências Humanas.

Torna-se necessário avançar neste tema e escolher algum ponto para começar uma análise dos possíveis estados mentais que um agente poderia assumir e de como estes estados poderiam ser relacionados ao fenômeno da comunicação. Escolhemos, como teoria paradigmática desses estados, a Teoria da Intencionalidade de Bratman, que, em conjunto com a Teoria Formal da Ação de Cohen & Levesque, estabelece um novo patamar na compreensão dos processos cognitivos dos agentes. Grande parte das pesquisas sobre agentes cognitivos, desenvolvidas na década de 90, principalmente aqueles agentes cuja cognição e mecanismos de inferência são modelados através de crenças, desejos e intenções (agentes BDI - *Belief, Desire and Intention*), tiveram estas duas teorias como plano de referência básico (ver, por exemplo, o trabalho de Wooldbridge e Jennings (1995) para uma introdução geral ao tema).

2.2.2.1 Intencionalidade, Raciocínio Prático e Planejamento

No artigo “*What Is Intention?*” Bratman (1990) apresenta uma versão condensada da sua teoria de intencionalidade, planejamento e raciocínio prático. A análise da *intencionalidade* começa por uma discussão filosófica sobre qual seria a real

poderiam equivaler aos atos diretivos, *asseverar* poderia equivaler aos atos assertivos (e também declarativos) e *agradecer, aconselhar, avisar, congratular e cumprimentar* poderiam equivaler aos atos expressivos.

necessidade que alguém teria, em termos de raciocínio prático, de utilizar ou se ater a intenções voltadas ao comportamento futuro¹⁰. Numa crítica inicial, Bratman, chega a resultado bastante negativo: de que as intenções direcionadas ao futuro seriam *irrelevantes* porquê:

(1) Não seriam aceitáveis do ponto de vista metafísico: como alguém poderia definir ou estabelecer **agora** um fato que irá acontecer no **futuro**, isto seria ação à distância (temporal) ou seria admitir a inexistência do livre-arbítrio. Ambas questões filosóficas muito difíceis de tratar desde um ponto de vista metafísico.

(2) Não seriam racionais: se eu defino **hoje** que vou fazer uma ação **amanhã** (tenho a intenção de executar uma ação amanhã), então esta intenção é, presumivelmente, irrevogável. Mas, então esta irrevogabilidade seria irracional, já que inúmeras coisas podem acontecer entre hoje e amanhã que alterariam a possibilidade de eu executar a ação prevista amanhã. Simplificando, seria simplesmente irracional ficar pensando no futuro já que ele pode mudar tanto.

(3) Justamente o último ponto é que intenções voltadas ao comportamento ou à execução de ações futuras seriam um simples desperdício de tempo: o modo “certo” de pensar seria: quando chegar a hora de fazer alguma ação, faça-a (e não pense muito nisso, nem antes e, presumivelmente, nem depois).

Bratman denomina estas três objeções à intencionalidade, de *trilema* da intencionalidade, comentando que qualquer raciocínio contendo intenções voltadas ao futuro sempre recairia em alguma destas objeções. Na verdade o restante do artigo é, em parte, uma argumentação contra estas objeções.

A próxima análise de Bratman relaciona a intencionalidade com o uso do *raciocínio prático* por agentes inteligentes¹¹. O autor parte da revisão da literatura sobre a noção de raciocínio prático de agentes. Segundo ele, na literatura filosófica dominante, este tipo de raciocínio é tratado como uma questão de se pesar e analisar considerações conflitantes contra opções (de ação) conflitantes, tendo em vista que estas considerações devem ser baseadas sobre as crenças, sobre os possíveis desejos e também sobre os valores morais, éticos, psicológicos, sociais, etc. do agente. Mais importante ainda, o raciocínio prático é visto como uma forma de se pesar crenças e desejos para se decidir qual ação tomar *no momento*, ou seja, segundo este tipo de literatura não há uma distinção sobre que tipos de ações teriam que ser tomadas no futuro com base no raciocínio prático.

Logo após Bratman discute uma literatura contrastante, que é, segundo ele, a abordagem predominante na Inteligência Artificial. Nesta abordagem o raciocínio prático é visto como o meio de se transformar uma intenção (prévia) e um conjunto de crenças num outro conjunto de intenções secundárias relacionadas a meios, em passos intermediários e cursos de ações a serem tomados para se atingir à intenção inicial. Ou seja, o raciocínio prático serviria para, a partir de uma intenção dada como *entrada*, se obter um *plano de ação* como saída. Logo, existe uma profunda relação entre intencionalidade e planejamento.

¹⁰ Conferir capítulo 1 de (BRATMAN, 1990)

¹¹ Aqui agente visto apenas como um ser (racional) em busca de seus objetivos. Em princípio tanto faz ser um ser humano ou uma máquina, embora as discussões sobre agentes e sobre o conceito de agência racional na literatura filosófica até a década de oitenta consideram quase exclusivamente a questão do ponto de vista dos agentes racionais humanos.

Após esta breve revisão, Bratman parte para uma série de considerações que servirão especificamente para mostrar a possibilidade de se unificar estas duas visões contrastantes sobre raciocínio prático. Nestas considerações intermediárias, Bratman apresenta uma argumentação convincente contrária ao trilema visto no capítulo inicial. Segundo esta argumentação, o trilema da intencionalidade é simplesmente uma falácia, porque o planejamento de ações futuras e suas intenções relacionadas são evidentemente necessários porque nós (e qualquer outro tipo de agente) somos agentes *limitados*, dispomos de recursos limitados e estamos num meio que também dispõe de recursos e opções limitadas. Estas limitações simplesmente obrigam que determinados atos ou ações ou que a satisfação de determinados desejos tenha que ser planejada para o futuro e que, portanto, nós tenhamos que ter a intenção de executar tais planos. Não seria racional, dada as limitações de recursos, pretender o oposto. Também não seria metafisicamente aceitável, pretender que as limitações não existam. Por último, não seria razoável não pensar no futuro, dadas as difíceis condições de contorno que normalmente envolvem quaisquer objetivos futuros.

Nesta crítica Bratman não apenas pretende resolver o trilema inicial, mas, mais importante do que isto, mostrar a profunda relação entre intencionalidade e *planejamento*. As intenções ensejam o planejamento de ações que, por sua vez, também dão origem a novas intenções (secundárias).

Em relação aos planos, Bratman deixa claro que não está considerando apenas estruturas abstratas, independentes da ação ou dos agentes (como algoritmos ou estruturas de tarefas). Os planos, a que Bratman se refere, são planos de ação efetivamente usados por um agente para atingir algum fim, isto é, o agente tem efetivamente a intenção de usar o plano. Obviamente que independente de serem executados ou não os planos devem ter algum tipo de estrutura. Bratman não é muito exigente neste aspecto: seus planos, afora poderem ser estruturados hierarquicamente, também poderiam ser incompletos ou parciais, no sentido que partes de um plano poderiam ser apenas intenções (secundárias) mas que ainda não foram analisadas e, portanto, cuja estratégia de ação (um plano detalhado) para se atingi-las não foi elaborada.

Independente da estrutura, todos os planos devem atender a duas propriedades básicas: (a) *restrições de consistência* e (b) *coerência de meios e fins*. As restrições de consistência, obrigam que um plano não possa ser inconsistente, tanto internamente, quanto em relação às crenças do próprio agente, isto é, os planos devem ser possíveis de serem executados num mundo onde as crenças do agente são verdadeiras. A coerência de meios e fins garante que o plano deve atingir o detalhamento necessário para ser executado, ou seja, não basta o “faça-se”, um plano só é aceitável quando possuir todo o detalhamento *necessário* (pelo menos em relação às crenças do agente) em termos de subplanos, tarefas e cursos de ações apropriadas para a execução efetiva do mesmo.

Por fim Bratman atinge a unificação dos dois tipos de racionalidade prática, advogando que o modelo natural para a relação entre estes dois tipos de raciocínio seria que intenções *prévias* sejam consideradas justamente elementos pertencentes a um plano parcial. Este plano forneceria uma espécie de *plano de fundo* (*background framewok* no original) no qual as avaliações das crenças e desejos do agente seriam comparadas. É este plano de fundo que apresenta problemas para resolução (por raciocínio prático) e também restringe as soluções aceitáveis para estes problemas.

Desta forma o raciocínio prático de um agente seria organizado em dois níveis: inicialmente planos parciais apresentam problemas e fornecem um critério que pode ser

usado para verificar quais opções são aceitáveis para a resolução destes problemas, enquanto que as considerações sobre as crenças e desejos são utilizadas pelo agente nas deliberações sobre quais opções são relevantes e quais são admissíveis num dado momento.

2.2.2.2 *Intenções, Crenças e Compromissos*

Seguindo em sua análise, Bratman pesquisa como as intenções estão relacionadas às crenças do agente, que é um tópico fundamental para compreender como é possível o raciocínio prático, onde crenças e intenções interagem sobre um plano de fundo de ações e intenções.

Para que esta relação seja caracterizada é importante deixar clara a distinção básica entre uma crença e uma intenção¹². O ponto mais importante aqui é que intenções, desejos e julgamentos de valor são, segundo Bratman, *pró-attitudes*, enquanto que crenças (ordinárias) não são. O fato é que as *pró-attitudes* serviriam como guias motivacionais no comportamento do agente. Elas dirigem as ações e o raciocínio do agente, enquanto que as crenças não têm essas características motivacionais. Ou seja, uma intenção é uma *pró-atitude controladora da conduta* do agente, enquanto que as crenças são meras atitudes, *potencialmente influenciadoras* desta conduta.

Como conseqüência desta conceituação, tem-se que as intenções:

(1) Devem ser relativamente estáveis, isto é, devem permanecer “vivas”, pelo menos durante o tempo necessário para direcionar o comportamento (conduta) do agente.

(2) Conduzem o agente, pela execução concreta de ações. Neste caso, considera-se a intenção de um ponto de vista bem direto: quando um agente tem a intenção de executar uma ação específica, sabe como executá-la e a executa efetivamente (Quero abrir a porta e a abro).

(3) Conduzem o raciocínio prático do agente, pelo menos no sentido de planificar quais seriam os cursos de ações necessários para atingir uma dada intenção. Neste caso, a intenção não está relacionada diretamente a uma ação (ou ações) específica mas, sim, relacionada a uma dada situação ou estado que o agente pretende atingir, e é obrigado a se planejar para alcançar tal situação. Por exemplo, um agente poderia ter como intenção almoçar, mas para tanto ele tem que se decidir e planejar: vou almoçar fora em algum restaurante, portanto tenho que sair de casa, caminhar pela rua, encontrar um restaurante, entrar e pedir uma refeição.

Destas características das intenções, Bratman, tira como conclusões que as intenções devem ser ambas consistentes com as crenças de um agente e também devem suportar a manutenção destas crenças quando executadas com sucesso. Além disso Bratman admite, com algumas ressalvas, que geralmente quando alguém pretende executar A (tem a intenção de fazer A), também acredita que fará A. É importante ressaltar, entretanto, que ele considera isto como apenas um caso geral, ou seja, ele acha

¹² Esta distinção não é tão simples como possa parecer porque intenções e crenças podem eventualmente se confundir no caso de um agente muito ingênuo. Isto certamente causará problemas, como pode ser visto no exemplo do agente “Dudley” citado em (COHEN & LEVESQUE, 1990-b, p.219). Sem uma reflexão maior um agente pode confundir querer alguma coisa com acreditar em alguma coisa por ingenuidade ou excesso de confiança ou (mais provavelmente) falta de costume em raciocinar claramente sobre limites, recursos e necessidades reais antes de pretender algo.

muito forte a restrição de que ao pretender fazer A (no tempo futuro) eu realmente acredite que irei fazer A (até fazê-lo). Isto seria simplesmente um fanatismo exagerado.

Outro ponto importante que Bratman considera importante de ser analisado, na caracterização do conceito de intenção, é a questão de como tratar compromissos complexos ou “acordos fechados” (*package deal* no original) ao tomar uma decisão, ou fazer uma escolha. Esta questão é tratada por Bratman usando exemplos e argumentação particularmente desconfortáveis, mas aparentemente considerados paradigmáticos do ponto de vista filosófico¹³: a comparação entre a atuação de um Terrorista (*Terror Bomber*) e de um Estrategista Militar (*Strategic Bomber*) contra o Inimigo.

As opções de ação são: o Terrorista quer bombardear e destruir uma escola do Inimigo, matando a maior quantidade de crianças possível, portanto aterrorizando a população do Inimigo, forçando a rendição deste; já o estrategista militar quer bombardear e destruir uma fábrica de munições do inimigo, minando o esforço de guerra deste e forçando-o a se render.

O problema, para o estrategista militar, é que a fábrica de munições fica perto ou ao lado da escola e ele sabe que, ao bombardear a fábrica de munições irá destruir a escola matando também as crianças, isto é, ele tem uma espécie de dilema moral. Porém, como ele está em guerra e a guerra, na prática, não tem moral nem ética, ele decide que isto são perdas aceitáveis e portanto, que irá bombardear a fábrica e *também* irá matar as crianças.

Já o Terrorista não tem nenhum escrúpulo ou dilema moral, ele apenas tem um problema de logística, isto é, ele quer conseguir um plano apropriado para bombardear a escola e matar as crianças.

É em relação ao dilema do estrategista militar que Bratman faz a caracterização do problema de um compromisso complexo: o estrategista militar, para atingir seu objetivo final, teria que aceitar um “pacote fechado” de opções que inclui a destruição da fábrica e da escola. O problema aqui não tem nada que ver com dilemas morais, mas apenas em como pode ser considerado racional aceitar o pacote completo se somente uma parte própria deste pacote é realmente pretendida?

2.2.2.3 Princípios e Funções da Intencionalidade

A generalização deste tipo de problema se traduz em: como pode ser caracterizada a intencionalidade de um agente que sabe (acredita) que uma dada ação A irá provocar um efeito negativo E, considera seriamente este efeito E em suas deliberações e, ainda assim, toma uma decisão (faz uma escolha) em executar A. Será racional para este agente não pretender ocasionar E ou pelo menos dizer que não tem a intenção de ocasionar E?

Destes questionamentos, Bratman estabelece, de uma forma tentativa, quatro princípios que um agente teria que seguir ao raciocinar de forma prática sobre suas intenções, quando assume compromissos complexos:

(i) *Princípio da conclusão holística*: se um agente sabe que ao executar A causará o efeito E, e se ele toma este fato seriamente em suas deliberações sobre fazer A ou não, e se ainda assim ele se decide por fazer A, então, sendo racional, o raciocínio do agente

¹³ Bratman apenas usa um exemplo muito discutido por outros autores, tais como Bennet e Sellars (BRATMAN, 1990, p. 23-24).

deve ter como conclusão um cenário geral que inclua *ambos*: a execução de *A* e o efeito *E*.

(ii) *Princípio da escolha holística*: a conclusão (por raciocínio prático) de um cenário geral (que inclua a ação *A* e efeito *E*) deve ser considerada como uma *escolha* (ou *decisão*) deste cenário por inteiro.

(iii) *Princípio da intenção-escolha*: Se, com base num raciocínio prático, o agente escolhe fazer *A* e fazer *B* e fazer..., este agente *pretende* (tem a intenção) fazer *A*, fazer *B*, ...

(iv) *Princípio da divisão da intenção*: Se um agente pretende fazer *A* e *B* e ..., e se ele sabe que ambas ações *A* e *B* estão sob seu controle, então, se este agente é racional, ele tem que aceitar que pretende fazer *A* e que também pretende fazer *B*.

Estes princípios são dados numa forma tentativa, não sendo considerados como absolutos e inquestionáveis, muito antes pelo contrário eles serão posteriormente analisados, questionados e reformulados levando em conta princípios mais gerais de racionalidade, que tem que se aplicar ao problema do pacote completo e a caracterização da intencionalidade.

Voltando aos nossos simpáticos personagens, fica claro que o Estrategista Militar realmente pretende (tem a intenção de) matar as crianças. Uma vez que (i) estava consciente das conseqüências de bombardear a fábrica e seguiu adiante, ou seja, (ii) escolheu o cenário que incluía a morte das crianças. Obviamente, uma vez que tenha escolhido um cenário irá pretender atingi-lo (iii) e irá portanto tomar as devidas ações necessárias para este fim (iv).

Retornando à discussão sobre intencionalidade e raciocínio prático, Bratman analisa os papéis funcionais que uma intenção poderia assumir dentro deste tipo de raciocínio. Segundo ele, seriam três os possíveis papéis funcionais de uma intenção neste contexto:

(a) Intenções agem como “criadoras” de novos problemas a serem resolvidos pela aplicação do raciocínio prático.

(b) Intenções também se colocam como critérios de admissibilidade na escolha de outras intenções ou opções que podem ser usadas.

(c) Finalmente intenções servem como condutoras efetivas da execução das ações que já foram decididas (como motivadora dessas ações).

Confrontando os papéis da intencionalidade com os personagens do exemplo anterior, Bratman conclui que, no caso do Terrorista, a intenção de matar as crianças atende perfeitamente bem os três papéis: (1) coloca um problema prático de como bombardear a escola em tempo hábil, evitar que as crianças fujam ou sejam avisadas, etc.; (2) evita que o Terrorista tome ações ou tenha intenções que possam evitar que o objetivo de matar as crianças seja alcançado e (3) faz com que ele efetivamente, quando a oportunidade se apresentar, jogue a bomba e mate as crianças.

Porém ela não se comporta desta forma no caso do Estrategista Militar, ou seja, o fato de que a morte das crianças seja um efeito colateral não faz com que este personagem (1) se preocupe realmente em como matá-las, ou (2) que tome ações que evitariam que elas morressem (talvez ele até se sentisse obrigado a tomar ações que evitariam sua morte, desde que não entrassem em conflito com seu objetivo final de destruir a fábrica de munições) e (3) muito menos o fariam executar uma ação

específica destinada apenas a matar as crianças (uma ação sem nenhuma relação com o objetivo final) se esta ação se apresentasse.

Esta análise das intenções do Estrategista Militar, a luz dos papéis funcionais atribuídos às intenções, entra em conflito direto com a análise das intenções deste mesmo personagem quando vistos sob os princípios subjacentes ao raciocínio prático de compromissos complexos (ver seção 2.2.3). Bratman está consciente deste conflito e sugere que o problema não está na análise funcional mas nos princípios. Para ele, um dos princípios está errado e deve ser rejeitado ou reformulado

2.2.2.4 *Intenção e Escolha*

Após efetuar uma análise criteriosa dos princípios e papel da funcionalidade para descobrir qual deles estaria errado, Bratman chega à conclusão preliminar que o problema deve estar ou com o princípio da escolha holística (ii) ou da intenção-escolha (iii). Entretanto, o cuidado que Bratman vinha mantendo em pautar suas escolhas numa firme base racional é deixado de lado. Ele argumenta que, intuitivamente, o princípio que parece estar errado é o (iii) da intenção-escolha. Ou seja, não se pode assumir que ao ter tomado uma decisão ou feito uma escolha envolvendo um compromisso complexo, se possa afirmar que irá assumir todas as conseqüências conhecidas deste compromisso como intenções a serem perseguidas.

Em particular, não se pode assumir que efeitos colaterais negativos conhecidos irão direcionar o comportamento racional de um agente como as outras intenções reais deste agente. Embora, por uma questão puramente racional, às vezes seja necessário assumir compromissos complexos envolvendo efeitos ruins e não bem-vindos para se chegar a um determinado fim (incorporada na célebre frase “os fins justificam os meios”), não se pode dizer que estes efeitos sejam realmente objetivos pretendidos a serem perseguidos ativamente. O artigo de Bratman encerra com esta conclusão, ou seja, ele rejeita o princípio (iii) da intenção-escolha, mas não chega a colocar nada em seu lugar.

É interessante observar que os artigos de Cohen e Levesque (1990-a) (1990-b) que tratam da modelagem lógica da intencionalidade, são quase uma extensão do trabalho de Bratman neste aspecto. Antes de proceder para a modelagem lógico-formal da intencionalidade (e das correlatas crenças e desejos), eles estabelecem com clareza o que deveria ser considerado como intenção, isto é, qual o princípio a ser posto no lugar de (iii): para eles *Intenção é Escolha com Comprometimento* (que aliás é o nome do próprio artigo (COHEN; LEVESQUE, 1990-b)).

2.3 Fundamentos Lógico-Formais

2.3.1 Teoria Formal da Ação Racional de Cohen e Levesque

A Teoria Formal da Ação Racional de C&L pode ser vista como uma extensão, detalhamento e formalização da Teoria da Intencionalidade de Bratman. Embora não seja um “casamento” totalmente perfeito e sem arestas (ver (ALLEN, 1990) para críticas), o fato é que o trabalho de C&L pode ser mais bem compreendido tomando-se as elaborações de Bratman sobre intencionalidade como partida. Dessa forma o trabalho de C&L primeiramente resolve (algumas das) incongruências destas elaborações respondendo questões que tinham ficado em aberto. Em particular, é importante a nova noção de que as intenções devem ser vistas como decisões ou escolhas com posterior comprometimento de ação por parte do agente.

Após algumas considerações e uma breve revisão da literatura sobre teorias da intenção e da ação, Cohen & Levesque apresentam uma *desiderata* (ou lista de requisitos) para as Teorias da Intenção, que é basicamente uma reedição dos papéis funcionais e dos princípios de raciocínio prático sobre compromissos complexos definidos por Bratman. Logo após, C&L partem para a apresentação da sua Teoria Formal da Ação (e da Intenção) Racional.

2.3.1.1 Sintaxe e Semântica da Teoria Formal da Ação

A linguagem de formalização utiliza a estrutura e conectivos usuais de uma linguagem lógica de primeira ordem com igualdade. Além disso são previstos operadores modais para as atitudes (representando estados mentais), tempos verbais (indicando pelo menos se algo ocorrerá ou já ocorreu) e para falar sobre seqüências de eventos e ações:

- (BEL x p) define que o agente x acredita na proposição p ;
- (GOAL x p) define que o agente x tem a proposição p como objetivo;
- (AGT x e) define que x é o único agente responsável pela seqüência de eventos e ;
- ($e_1 \leq e_2$) define que e_1 é uma subseqüência inicial de e_2 ;
- \langle proposições temporais \rangle que servem definir instantes de tempo a serem relacionados a uma dada expressão.
- (HAPPENS a) define que seqüência de eventos a , irá acontecer (logo a seguir);
- (DONE a) define que a seqüência de eventos a , já ocorreu (recém ocorreu);
- $a;b$ composição seqüencial de ações;
- $a|b$ seleção (escolha) não-determinística de ação;
- $p?$ ação de teste (uma consulta);
- a^* ação repetitiva.

Através destes operadores é possível expressar formalmente as atitudes mentais de um dado agente. Por exemplo, o fato que um dado agente pedro acredita que está chovendo poderia ser expressa pela fórmula:

(BEL pedro chovendo)

O fato de que se este agente acredita que está chovendo, implica que irá precisar de um guarda-chuva pode ser expresso por:

(BEL pedro chovendo) \supset (GOAL pedro ter-guarda-chuva)

Onde \supset representa a implicação lógica.

Ações futuras (e passadas) pode ser expressas. Por exemplo se pedro tem a necessidade de um guarda-chuva, mas não possui um no momento então terá que comprar este guarda-chuva (executar a ação de comprá-lo):

(GOAL pedro ter-guarda-chuva) \wedge (BEL pedro \sim ter-guarda-chuva) \supset
(HAPPENS comprar-guarda-chuva) \wedge (AGT pedro comprar-guarda-chuva)

A semântica adotada para a linguagem formal de C&L está baseada no modelo de mundos-possíveis, usualmente adotado para a formalização de crenças, objetivos e eventos. Intuitivamente um *mundo possível* será uma cadeia de eventos que se estende (temporalmente) sem fim, do passado ao futuro, e que caracteriza como um determinado *mundo* poderia ter sido e poderá ser. O valor-verdade das proposições dependerá não somente do mundo em que estão sendo avaliadas mas também do *instante de tempo* em

que esta avaliação está ocorrendo. Este instante (um ponto no tempo) será indicado através de um *índice inteiro* sobre os cursos de eventos.

Os mundos possíveis serão modelados como elementos de um conjunto T , de funções dos inteiros, para o conjunto de tipos de eventos primitivos E (i.e. T já está indexado). Se $\sigma \in T$, então $\sigma(n)$ é considerado como o único evento que aconteceu no ponto (instante de tempo) n . Cada tipo de evento tem um único agente responsável pela função Agt do conjunto E de tipos de eventos primitivos ao conjunto P (de “pessoas” ou, mais propriamente, agentes).

Para lidar com a parte da linguagem derivada diretamente da lógica de primeira ordem (padrão), é definido um domínio D e uma estrutura Φ . O domínio D serve para a quantificação das variáveis e inclui todas as “pessoas” (i.e. agentes) e todas as seqüências finitas de eventos. A estrutura Φ fornece, para cada mundo e índice temporal, um mapeamento de todos os símbolos predicativos da linguagem e relações sobre o domínio D , ou seja, a estrutura Φ fornece uma interpretação dos símbolos em elementos do domínio. Estes elementos são usados para definir o modelo M , que será usado para construir uma semântica de modelos padrão (ver (MORTARI, 2001) para uma introdução à semântica de modelos para a lógica de predicados) para determinar os valores-verdade das sentenças atômicas, conjunções, quantificações, etc.

Estes elementos, entretanto, são insuficientes para dar significado aos estados mentais de um agente: suas crenças (BEL x p) e objetivos (GOAL x p). Embora esteja implícito na estrutura matemática usada para definir um mundo que ele tenha, em qualquer instante de tempo, um futuro pré-determinado, o fato assumido por C&L é que os agentes normalmente *não sabem em que mundo estão*. Dessa forma se considera apenas que o agente deve estar em algum mundo que esteja de acordo com suas crenças e objetivos. Formalmente, deve-se assumir a existência de uma relação de acessibilidade de mundos B que servirá para modelar as crenças e uma outra relação de acessibilidade de mundo G que servirá para modelar os objetivos (possíveis).

A relação B deve ser definida de forma que, para um dado agente x , $B(\sigma, x, n, \sigma^*)$ é verdadeira se σ^* é compatível com as crenças de x no mundo σ no instante de tempo n . Somente se esta relação for satisfeita é que σ^* será um mundo possível de ser alcançado a partir de σ no contexto das crenças do agente. Usando esta relação B , o significado de (BEL x p) é definido como:

$$M, \sigma, v, n \models (\text{BEL } x \alpha) \text{ sse para todo } \sigma^* \text{ tal que } \langle \sigma, n \rangle B[v(x)] \sigma^*,$$

$$\text{tem-se que } M, \sigma^*, v, n \models \alpha.$$

A proposição α é *conseqüência* das crenças do agente se e somente se α é verdadeiro em todos os mundos-possíveis cujo acesso é permitido pela relação B no instante de tempo n .

De forma similar é definida a semântica formal de (GOAL x α) e dos demais elementos da linguagem. Os operadores clássicos das lógicas modais temporais são definidos como:

$$\textit{Eventualmente } p: \quad \diamond p \stackrel{\text{def}}{=} \exists x (\text{HAPPENS } x; p?)$$

$$\textit{Sempre } p: \quad \square p \stackrel{\text{def}}{=} \sim \diamond \sim p$$

Para garantir a consistência e o realismo da lógica modal que está sendo definida, C&L impõem um conjunto de restrições elementares ao modelo formal:

Consistência: a relação B deve ser *Euclideana*, transitiva e serial, enquanto que a relação G necessita ser apenas serial (ver o trabalho de Halpern e Moses (1992) para uma apresentação das lógicas modais e suas propriedades).

Realismo: para todos σ, σ^* se $\langle \sigma, n \rangle G[p] \sigma^*$ então $\langle \sigma, n \rangle B[p] \sigma^*$, ou, em outras palavras: $G \subseteq B$, isto é, os mundos que são consistentes com as decisões (objetivos) do agente não podem ser descartados pelas suas crenças.

Para as crenças são assumidos os axiomas da lógica modal fraca S5 (ver o trabalho de Halpern e Moses (1992) para mais detalhes), incluindo a “regra de necessitação”:

$$\text{Se } \models p \text{ então } \models (\text{BEL } x \ p)$$

a regra afirmando que teoremas são sempre verdadeiros:

$$\text{Se } \models p \text{ então } \models (\text{BEL } x \ \Box p)$$

e o operador **KNOW** (o operador **K** das lógicas modais), que define o que se sabe como verdadeiro (e não apenas o que se acredita):

$$(\text{KNOW } x \ p) =_{\text{def}} p \wedge (\text{BEL } x \ p)$$

Além disso é definido o operador **COMPETENT**, que indica quando um agente pode se considerar competente em relação a uma dada proposição, fica:

$$(\text{COMPETENT } x \ p) =_{\text{def}} (\text{BEL } x \ p) \supset (\text{KNOW } x \ p)$$

2.3.1.2 Formalizando Objetivos

C&L consideram que os operadores **BEL** e **GOAL** caracterizam as crenças e objetivos *implícitos* do agente e não explicitamente o que ele acredita ou está tentando alcançar. Os operadores caracterizam *como seria o mundo* se as crenças fossem verdadeiras e os objetivos possíveis.

Os objetivos reais de um agente são considerados como “seletores” de mundos possíveis, escolhendo justamente àqueles mundos que permitem atingir seus objetivos e são consistentes com suas crenças. Em relação a estes objetivos de um agente C&L primeiro caracterizam os problemas em se usar a relação G como uma seletora de mundos inteiros: ao escolher um curso de ação o agente escolheria um mundo inteiro, com todos os efeitos colaterais de suas ações e teria que arcar com todas as suas conseqüências (problema do pacote completo). Na verdade, segundo C&L, isto não irá se transformar num problema porque, posteriormente, as intenções (reais) do agente serão claramente separadas dos objetivos (como seleção) a partir da noção de intenção como comprometimento.

Logo após C&L separam os objetivos “triviais” (já obtidos e que precisam apenas ser mantidos) dos objetivos que ainda precisam ser alcançados. São os últimos, que interessam a C&L e somente estes serão analisados com mais detalhe. Os objetivos “de manutenção” são separados dos objetivos “a alcançar”, definido-se o último (a alcançar) como:

$$(\text{A-GOAL } x \ p) =_{\text{def}} (\text{GOAL } x \ (\text{LATER } p)) \wedge (\text{BEL } x \ \sim p)$$

Um objetivo a ser alcançado p é um objetivo p que o agente x acredita que é falso atualmente, mas que será verdadeiro eventualmente, isto é, x irá escolher mundos possíveis onde o objetivo p se torne verdadeiro mais tarde. Para evitar o *fanatismo irracional*, C&L assumem que qualquer objetivo poderá ser eventualmente descartado. Formalmente fica:

$$\models \diamond \sim (\text{GOAL } x \ (\text{LATER } p))$$

2.3.1.3 Formalizando Persistência, Comprometimento e Intenção

Como comentado anteriormente, uma intenção (real) de um agente não pode ser considerada como apenas um objetivo (como seleção de mundo). Segundo C&L a intenção de um agente será modelada como uma escolha ou decisão baseada em suas crenças (daí o uso de G e B) mas também como um comprometimento com a decisão tomada (e não necessariamente com os efeitos colaterais). Dessa forma, para se modelar o conceito de intenção primeiro deve-se modelar o que é um comprometimento ou compromisso.

C&L modelam a noção de comprometimento (ainda fanático, mas não irracional) ou persistência através do operador P-GOAL (“objetivo persistente”), definido como:

$$(P\text{-GOAL } x \ p) =^{\text{def}} \quad \begin{aligned} &(\text{GOAL } x \ (\text{LATER } p)) \wedge (\text{BEL } x \ \sim p) \wedge \\ &[\text{BEFORE } ((\text{BEL } x \ p) \vee (\text{BEL } x \ \Box \sim p)) \\ &\quad \sim(\text{GOAL } x \ (\text{LATER } p))] \end{aligned}$$

Note que P-GOAL é também uma A-GOAL (o início das definições é igual), ou seja, um objetivo persistente também será um objetivo a ser alcançado. A questão aqui é que A-GOAL apenas deveria estar conforme ao axioma que evita o fanatismo irracional (que se mantém comprometido com um objetivo para sempre, independente de qualquer outro fato ou situação). Este axioma apenas diz que, eventualmente, todos os objetivos têm que ser abandonados, porém não detalha mais nada. Já P-GOAL detalha mais o comportamento, se comprometendo com o objetivo de forma que, se este se mostrar impossível de ser obtido em algum instante de tempo então ele será abandonado, isto é, se o agente chegar a um mundo onde, de acordo com suas crenças, o objetivo não pode mais ser alcançado então, se apesar de fanático ele é racional, o objetivo deve ser abandonado (é justamente este tipo de condicional que está expresso na cláusula [BEFORE ...] da definição de P-GOAL).

Logo após, C&L demonstram um teorema importante vinculado à noção de persistência, que define que se um agente tem um objetivo persistente (está comprometido) em alcançar p , se p está na área de competência deste agente e se ele não acredita (antes de desistir de p) que p nunca ocorrerá, então p eventualmente será verdade. Formalmente este teorema (chamado de **Teorema da Persistência**) fica:

$$\begin{aligned} &\models (P\text{-GOAL } y \ p) \supset \Box(\text{COMPETENT } y \ p) \\ &\quad \wedge \sim(\text{BEFORE } (\text{BEL } y \ \Box \sim p) \sim(\text{GOAL } y \ (\text{LATER } p))) \supset \Diamond p \end{aligned}$$

São definidas “duas versões” para o conceito de intenção, cada definição assumindo um papel funcional distinto deste conceito. A definição de INTEND₁ visa capturar o conceito de intenção como motivador imediato para a execução de uma ação específica de um dado agente:

$$(\text{INTEND}_1 \ x \ a) =^{\text{def}} \ (P\text{-GOAL } x \ [\text{DONE } x \ (\text{BEL } x \ (\text{HAPPENS } a))\ ?a])$$

onde a pode ser qualquer tipo de expressão de ação.

Analisando esta definição vemos que primeiro o agente x tem o comprometimento (fanático mas racional) de fazer a ação a (por causa de P-GOAL), depois a intenção de fazer a é voltada ao futuro, mas, mais importante do que isto, este futuro é modelado pela cláusula (HAPPENS ...) como um futuro *imediato*, um futuro que acontecerá logo a seguir. Além disso o agente deve estar comprometido em saber o que está fazendo (BEL ...) e não simplesmente agindo sem consciência dos seus atos. O agente também está comprometido com o sucesso de sua ação (modelado por [DONE ...]), de forma a não ficar sistematicamente a tentar executar uma ação logo a seguir mas não conseguir realmente fazê-lo.

Este é, obviamente, o resultado pretendido. A intenção modelada formalmente aqui seria (posteriormente) vista como simples motivadora (imediate) de um ato que o agente fez (com sucesso). Este tipo de definição serviria para capturar idéias simples como: abri a porta (porque pretendia abrir e porque sabia abrir), copiei o arquivo (porque tinha a intenção e porque sabia fazer a cópia e tinha os materiais necessários).

Entretanto, não é capturado por esta definição o conceito de intenção como objetivo geral de se atingir uma situação ou estado de mundo. Intenções que podem ser tão complexas (e quase impossíveis) como: tenho a intenção de ficar rico ou pretendo conhecer todos os países da Europa, mas que também podem ser relativamente simples: tenho que ir ao cinema (estou em casa, tenho que me planejar para, tomar banho, trocar de roupa, buscar dinheiro para o cinema, tirar o carro da garagem, colocar gasolina no carro, ir ao cinema, encontrar um lugar onde estacionar e por aí afora).

Para este segundo papel do conceito de intenção C&L definem um novo operador $INTEND_2$ da seguinte forma:

$$(INTEND_2 x p) =^{def} (P-GOAL x \exists e (DONE x [(BEL x \exists e' (HAPPENS x e'; p?)) \wedge \sim(GOAL x \sim(HAPPENS x e; p?))]?; e; p?))$$

Primeiro, ao pretender alcançar p (p é a situação que o agente tem a intenção de alcançar) o agente x deverá executar (estar comprometido em fazer) uma determinada seqüência de eventos e , após o qual p se tornará verdadeiro. Este é o objetivo do primeiro existencial $\exists e$ na definição acima.

Da mesma forma que no caso anterior, não é suficiente que o agente x *occasione* (consciente ou inconscientemente) uma seqüência de eventos para atingir p , é necessário que ele *saiba* o que está fazendo (saiba que está tentando encontrar uma seqüência de eventos apropriada para atingir p). Isto é o que está definido na cláusula $(BEL x \exists e' \dots)$. Mesmo não sabendo¹⁴ exatamente a seqüência de eventos necessária para alcançar p , o agente deve estar consciente de que não tentará fazer ações que evitem que p seja alcançado (ser consistente com suas intenções). Isto é que é definido na cláusula $\sim(GOAL x \sim(HAPPENS \dots))$.

2.3.1.4 Considerações sobre a Teoria Formal da Ação

Após definirem formalmente os conceitos de persistência, comprometimento e intenção, C&L verificam se estes conceitos formais estão de acordo com as noções intuitivas de persistência, comprometimento e intenção. Isto, não é feito de uma forma abstrata ou genérica, ou seja, tentando verificar a conformidade destes conceitos com seus significados usual dados pelo nosso senso-comum, mas, é feito dentro do contexto de uma teoria da intencionalidade. A conformidade destes conceitos formais é verificada com a *desiderata* inicialmente proposta para uma teoria da intencionalidade:

1. *Intenções e Planejamento*: As intenções usualmente apresentam problemas e situações para o agente; o agente tem que achar uma forma de resolver estes problemas e satisfazer as suas intenções. Para atender este princípio que foi definido o existencial para o curso de eventos e' em $INTEND_2$: o agente sabe (logicamente) que precisa de um curso de ações para atingir um determinado estado, mas não sabe exatamente quais são os passos necessários. Este fato é simples consequência lógica da aplicação do

¹⁴ Na verdade, afora sorte ou *wishful thinking*, segundo C&L o existencial correspondente a e' indica claramente a necessidade de se ter algum tipo de método ou planejamento para gerar a seqüência de ações e' .

existencial, entretanto, descobrir o curso necessário é uma questão de planejamento que *não é coberta pela teoria* (exceto como necessidade lógica).

2. *Intenções e Critérios*: As intenções fornecem um critério de admissibilidade para a adoção de novas intenções. Enquanto que desejos poderiam ser inconsistentes, isto não seria admissível no caso das intenções. Este princípio pode ser traduzido nos seguintes termos: se um agente tem a intenção de fazer a ação **b** e o agente sabe (acredita sempre) que se fizer a ação **a**, isto irá impedir que a ação **b** possa ser feita, então o agente não pode ter a intenção de fazer a seqüência de ações **a;b** nem mesmo ter a intenção de fazer a ação **a** antes de **b**. Para demonstrar a aplicabilidade deste princípio, C&L formalizam e provam este princípio:

$$\models \forall x (\text{INTEND}_1 x b) \wedge \Box (\text{BEL } x [(\text{DONE } x a) \supset \Box \sim (\text{DONE } x b)]) \supset \sim (\text{INTEND}_1 x a;b)$$

3. *Intenções e Persistência*: Os agentes devem acompanhar o sucesso (ou fracasso) de suas tentativas de atender as intenções. Particularmente, quando uma tentativa falha o agente deve se dispor a replanejar e tentar novamente. Este princípio pode ser traduzido como: imagine que um agente tem a intenção de fazer a ação **a**, então faz alguma outra ação **e**, achando que este tipo de ação irá ajudar a fazer **a**. C&L formalizam e provam este princípio. Este princípio também se transforma num teorema do sistema:

$$\models (\text{DONE } x [(\text{INTEND}_1 x a) \wedge (\text{BEL } x (\text{HAPPENS } x a))]?) ; e) \wedge (\text{BEL } x \sim (\text{DONE } x a)) \wedge \sim (\text{BEL } x \Box \sim (\text{BEL } x (\text{DONE } x a))) \supset (\text{INTEND}_1 x a)$$

4. *Viabilidade da Intenção*: O agente acredita que **p** é possível. Segundo C&L, esta propriedade não está completamente formalizada pelo seu modelo, simplesmente porque o modelo não define um operador modal de possibilidade. Por outro lado, segundo eles, o Axioma da Consistência das Crenças e Objetivos:

$$\models (\text{BEL } x p) \supset (\text{GOAL } x p)$$

pode ser usado para declarar que o agente não acredita que uma dada ação **a** nunca possa ser feita. Não é exatamente o que a propriedade 4 declara, mas segundo eles é suficientemente perto para ser aceitável.

5. *Capacidade do Agente*: O agente não acredita que não conseguirá alcançar um estado onde **p** vale. Esta propriedade é conseqüência direta do Teorema da Persistência:

$$\models (\text{P-GOAL } y p) \supset \Box (\text{COMPETENT } y p) \wedge \sim (\text{BEFORE } (\text{BEL } y \Box \sim p) \sim (\text{GOAL } y (\text{LATER } p))) \supset \diamond p$$

6. *Persistência do Agente*: Sob certas condições, o agente acredita que eventualmente conseguirá alcançar **p**. Segundo C&L, esta propriedade é conseqüência direta do Axioma de Consistência das Crenças e Objetivos:

$$\models (\text{BEL } x p) \supset (\text{GOAL } x p)$$

7. *Compromissos Complexos*: O agente não necessita considerar como intenções reais, todos os efeitos colaterais de suas intenções atuais. C&L demonstram que seu modelo atende esta propriedade apresentando um caso onde um agente deve assumir um compromisso complexo mas não tem que assumir todas as conseqüências deste compromisso como suas intenções. Este exemplo é formalizado e a conclusão acima é demonstrada correta. A razão por trás do argumento é que o caso, apesar de concreto, pode ser facilmente generalizável (assumido implicitamente por C&L). O exemplo é o de um paciente que vai ao dentista obturar um dente, mas sabe que irá sentir dor. A conclusão é que não se pode assumir que este paciente *tem a intenção de sentir dor*.

2.3.2 Formalização da Comunicação: a Abordagem de Cohen & Levesque

O trabalho “*Rational Interaction as the Basis for Communication*“ de Cohen e Levesque (1990-c) apresenta uma aplicação da Teoria Formal da Ação Racional, empreendendo uma aproximação de como a Teoria dos Atos da Fala poderia ser formalizada. Posteriormente, Cohen e Levesque (1995) mostram como esta técnica de formalização também poderia ser usada para a definição de semânticas formais para as linguagens de comunicação entre agentes, em geral, e para uma versão simplificada da linguagem KQML, em particular.

Um primeiro aspecto que deve ser ressaltado na abordagem de C&L para o tratamento formal dos atos da fala é o fato deste tratamento **não** ter conotações lingüísticas: a abordagem de C&L além de ser bastante detalhista, tem um caráter fortemente lógico-formal, praticamente não trabalhando as questões lingüísticas em si. Por exemplo, diferentemente dos trabalhos de Searle (1979) (1981) e de Vanderveken (1990) que mantêm sempre uma cuidadosa “referência cruzada” entre estruturas lingüísticas (forma das frases, sintaxe, léxico, etc.), pelo menos da língua inglesa, e as possíveis estruturas lógicas ou psicológicas que seriam seu significado, C&L simplesmente assume a existência de alguns *marcadores* sintáticos que definiriam o *modo* da sentença (“*sentence mood*” no original). Este modo, por sua vez, estaria diretamente relacionado ao tipo de ato de fala sendo enunciado (“*uttered*” no original). Em particular, C&L deixam de lado a elaborada classificação dada por Searle e Vanderveken aos atos da fala, se restringindo a uma abordagem mais simples voltada ao reconhecimento de tipos de sentenças (interrogativa, afirmativa, etc.) e a construção de uma semântica formal para estes tipos de sentenças.

Segundo C&L, não faz sentido falar de “atos da fala” como um conceito primitivo na definição da semântica de uma oração, mas sim, considerar que um tratamento formal mais rigoroso da semântica desta oração irá mostrar que um ato da fala é um conceito derivado, que pode ser construído a partir de elementos lógico-formais mais elementares. Dessa forma, C&L classificam seu trabalho como essencialmente um trabalho de definição da semântica da comunicação entre agentes (humanos ou não), ou mais precisamente da semântica dos atos de comunicação empreendidos por estes agentes, para se distinguir dos atos da fala que seriam construções mais elaboradas, derivadas dos atos de comunicação (ou atos comunicativos).

2.3.2.1 Propriedades dos Agentes Cooperativos

Independente disso, a análise de C&L da semântica dos atos comunicativos, pressupõe que os agentes em interação tenham duas propriedades lógicas bem específicas:

- a) Que eles sejam **sinceros**, onde a sinceridade de um dado agente (em relação a outro) é definida formalmente como:

$$\begin{aligned} (\text{SINCERE } x \text{ } y \text{ } p) &=_{\text{def}} \\ &\forall e (\text{GOAL } x \text{ } (\text{HAPPENS } x \text{ } e; (\text{BEL } y \text{ } p))) \supset \\ &(\text{GOAL } x \text{ } (\text{HAPPENS } x \text{ } e; (\text{KNOW } y \text{ } p))). \end{aligned}$$

Esta expressão pode ser transcrita como: o agente x é sincero em com o agente y em relação à proposição p , se, sempre que x fizer alguma ação que levaria y a acreditar em p ($\text{BEL } y \text{ } p$), x também esperaria que esta mesma ação tornasse a crença de y em p uma verdade ($\text{KNOW } y \text{ } p$). O oposto, insinceridade, seria dado justamente pelo caso em que x tenta fazer y acreditar em p , sabendo, por exemplo, que p não pode ser verdade (para y).

b) Que eles se estejam dispostos a se **ajudar** entre si, onde a disponibilidade de um agente em ajudar outro é definida formalmente como:

$$\begin{aligned} (\text{HELPFUL } x \ y) =^{\text{def}} \\ \forall e ((\text{BEL } x \ (\text{GOAL } y \ \diamond (\text{DONE } x \ e))) \wedge \\ \sim(\text{GOAL } x \ \square \sim(\text{DONE } x \ e))) \supset (\text{GOAL } x \ \diamond (\text{DONE } x \ e)). \end{aligned}$$

A definição de disponibilidade de ajuda de um agente x para outro agente y , define que x irá eventualmente ajudar y se ele acredita que y quer sua ajuda e se esta ajuda não interferir (negativamente) com objetivos prévios de x .

2.3.2.2 Crenças Compartilhadas ou Mútuas

Depois disso, C&L passam a definir formalmente um conceito que será fundamental para sua semântica formal dos atos comunicativos: o conceito de **crença compartilhada** (ou crença mútua). Será este conceito que irá alicerçar a comunicação, de forma que o resultado esperado de um ato comunicativo entre dois agentes, será justamente uma crença compartilhada entre dois agentes.

Primeiro é necessário definir o conceito auxiliar de “crença alternada”:

$$(\text{ABEL } n \ x \ y \ p) =^{\text{def}} (\text{BEL}^1 \ x \ (\text{BEL}^2 \ y \ (\text{BEL}^3 \ x \ \dots \ (\text{BEL}^n \ x \ p) \ \dots))$$

logo após, este conceito de seqüência limitada de crenças alternadas será estendido para uma seqüência ilimitada de crenças alternadas:

$$(\text{BMB } x \ y \ p) =^{\text{def}} \forall n (\text{ABEL } n \ x \ y \ p)$$

É esta definição formal do conceito de crenças mútuas entre x e y como generalização indutiva do operador ABEL que serve de base para a semântica dos atos ilocucionários de Searle. Intuitivamente, o que x espera com a emissão de um ato ilocucionário para y , será a compreensão deste ato por y , ou seja, x irá acreditar que após a emissão do ato, y passará a acreditar em alguma “coisa” ou “estado” associado ao ato. Este é o conceito intuitivo que se tenta capturar com o operador BMB: a “crença numa crença mútua” (*Belief in Mutual Belief*).

2.3.2.3 Análise das Expressões Lingüísticas

Após definir estes operadores auxiliares, C&L passam a analisar como a semântica das expressões lingüísticas poderia ser mapeada ou interpretada sobre estes operadores (e sobre os demais operadores da sua teoria da ação racional). O primeiro passo nesta análise é uma discussão sobre a função do modo de enunciação (*utterance mood* no original) de um dado ato da fala e de como ele poderia ser usado para classificar qual o tipo de ato. Primeiramente C&L consideram o caso das expressões lingüísticas *imperativas*, ou seja, do modo de enunciação imperativo, que é definido por eles como:

Após o agente *spkr* enunciar uma expressão imperativa para fazer o agente *addr* executar uma ação *a*, então, se *addr* crê que *spkr* foi sincero, *addr* irá também acreditar que *spkr* quer que ele execute a ação *a*.” (COHEN; LEVESQUE, 1990-c, p. 234)

Esta seria a *propriedade definidora* dos atos imperativos, que é formalizada parcialmente por C&L através da seguinte expressão:

$$(\text{BEL } \text{addr} \ (\text{BEL } \text{spkr} \ \dots \ (\text{DONE } [\text{SINCERE } \text{spkr} \ \text{addr} \ (\text{GOAL } \text{spkr} \ \diamond p)]?; e) \ \dots))$$

onde o elemento final é uma proposição lógica afirmando que o agente *spkr* é sincero em relação ao agente *addr*. Desta análise, C&L concluem que esta propriedade (e outras similares) poderia ser formalizada por expressões construídas com o operador ABEL.

O próximo passo é definir como as orações ou frases (expressões lingüísticas) poderiam ser associadas a propriedades definidoras e, por conseguinte, a expressões lógicas formais. Sem entrar em detalhes de análise lingüística, C&L apenas consideram a existência de “eventos (primitivos) de enunciação de atos comunicativos” (*utterance events* no original). Estes eventos devem ter o formato $\Phi \Rightarrow \alpha$, onde Φ é o modo de enunciação e α a propriedade definidora. Segundo C&L um evento de enunciação deve ser compreendido como uma representação “compacta” de uma expressão formal mais complexa:

$$\begin{aligned} \Phi \Rightarrow \alpha =_{\text{def}} & \\ & \forall \text{ spkr, addr, e, s, n} \\ & \quad (\text{ABEL n addr spkr} \\ & \quad \quad [\text{DONE spkr } ((\text{ATTEND addr spkr}) \wedge (\text{UTTER addr s e}) \wedge (\Phi \text{ s}))?; \text{e}] \wedge \\ & \quad \sim(\text{ABEL n addr spkr} \\ & \quad \quad [\text{DONE spkr } \sim(\text{SINCERE spkr addr } \alpha)?; \text{e}]) \supset \\ & \quad \quad \quad (\text{ABEL n addr spkr } (\text{DONE spkr e; } \alpha?)) \end{aligned}$$

Estes tipos de evento passam a fazer parte da linguagem da Teoria da Ação Racional de C&L, sendo considerados apenas como mais um tipo de expressão de ação: os atos comunicativos. Com base nesta definição de eventos de enunciação de atos comunicativos, C&L definem então os atos imperativos como:

$$\models \text{IMPERATIVE} \Rightarrow (\text{GOAL spkr } \diamond[\exists e' (\text{DONE addr } e') \wedge (\text{FULFILL-CONDS s } e')])$$

onde (FULFILL-CONDS s e') é um predicado associado diretamente a semântica da sentença s em relação a algum domínio de conhecimentos em particular. Segundo C&L (FULFILL-CONDS s e') é um substitutivo para uma teoria semântica do “conteúdo” das expressões imperativas.

Para analisar o próximo tipo de ato lingüístico, os atos de requisição, C&L capturam a noção informal de ação tentativa. Uma tentativa é uma ação complexa que um agente x executa quando faz uma ação a sabendo que irá causar um efeito imediato p, mas com a intenção real de alcançar um resultado final q. Formalmente fica:

$$\{\text{ATTEMPT x a p q}\} =_{\text{def}} [(\text{BEL x } \sim p) \wedge (\text{GOAL x } (\text{HAPPENS x a;p?})) \wedge (\text{INTEND}_1 \text{ x a;q?})?; \text{e.}$$

Um ato de requisição seria um ato que o agente *spkr* enunciaria para fazer o agente *addr* executar uma ação a. Formalmente a propriedade definidora ficaria:

$$(\text{BMB addr spkr } (\text{GOAL spkr } \diamond(\text{DONE addr a}))).$$

Isto é, espera-se que após o agente *spkr* enuncie uma requisição para o agente *addr* executar a ação a, então *addr* também deverá acreditar que o agente *spkr* deseja que ele (o agente *addr*) execute eventualmente a ação a. A expressão final que definirá formalmente qual o significado de um ato comunicativo de requisição fica:

$$\{\text{REQUEST spkr addr e a}\} =_{\text{def}} \{\text{ATTEMPT spkr e } \Phi (\text{BMB addr spkr } (\text{GOAL spkr } \Phi))\}$$

onde Φ é uma proposição lógica com o seguinte formato:

$$\diamond(\text{DONE addr a}) \wedge (\text{INTEND}_1 \text{ addr a } [(\text{GOAL spkr } \diamond(\text{DONE addr a})) \wedge (\text{HELPFUL addr spkr})])$$

Note que a definição do ato de requisição é puramente lógico-formal, não entrando nenhum tipo de aspecto lingüístico nela. A definição formal acima visa capturar a idéia de que um ato de requisição é uma tentativa do agente emissor de atingir uma certa condição, tornando este objetivo público e comprometendo o agente receptor com este objetivo. O objetivo em questão tem duas partes: a primeira define qual a ação que o agente emissor espera que seja feita e a segunda parte que deixa claro

que o agente emissor (*spkr*) espera que o agente receptor (*addr*) se comprometa (tenha a intenção) de ajudar e fazer a ação requerida.

Após apresentar esta definição, C&L fazem uma breve discussão tentando demonstrar a aplicabilidade desta definição do ponto de vista filosófico. O resultado da discussão é, como seria de se esperar, bastante satisfatório, demonstrando claramente a aplicabilidade da definição formal para os atos de requisição. Eles chegam a considerar sua análise da interação, baseada na Teoria da Ação Racional e nos Atos Comunicativos, não apenas mais genérica mas também mais expressiva e rigorosa que a análise da interação propiciada pela teoria dos atos da fala. Citando Cohen e Levesque (1990c, p. 246): "... *Illocutionary-act recognition thus seems to us unnecessary, unlikely and uninformative.*"

2.3.2.4 Formalização de Linguagens de Comunicação

O trabalho (COHEN e LEVESQUE, 1995) é uma extensão do trabalho anterior de 1990, aplicada a análise da interação entre agentes artificiais com base na teoria da ação racional. Primeiramente são apresentadas as características gerais das linguagens de comunicação entre agentes (ACLs), com ênfase especial na linguagem de comunicação KQML (*Knowledge Query and Manipulation Language* - ver seção 2.4). Logo após é feito uma crítica de KQML, citando especificamente como um dos seus principais problemas a falta de uma semântica rigorosa e precisa para suas mensagens *performativas*.

Ainda, C&L definem um critério adicional de adequação para a semântica de ações de comunicação entre agentes: a condição de que estes atos de comunicação possam ser encapsulados uns dentro de outros (o critério da *composicionalidade*). Tendo este critério assegurado, C&L passam para a definição da semântica formal de atos REQUEST e INFORM que servem, respectivamente, para solicitar a execução de uma ação e para informar a validade lógica de uma proposição (C&L consideram estes atos mais básicos que os atos ASK e TELL de KQML).

O ato REQUEST é definido formalmente como:

$$\{\text{REQUEST } spkr \text{ } addr \text{ e } \alpha\} =^{\text{def}} \left\{ \begin{array}{l} \text{[ATTEMPT } spkr \text{ e } \exists e' \text{ (DONE } addr \text{ } \alpha) \\ \text{[BMB } addr \text{ } spkr \text{ (GOAL } spkr \text{ } \exists e' \\ \text{[}\diamond\text{(DONE } addr \text{ } \alpha) \wedge \text{(INTEND}_1 \text{ } addr \text{ } \alpha} \\ \text{(GOAL } spkr \text{ [}\diamond\text{(DONE } addr \text{ } a) \wedge} \\ \text{(HELPFUL } addr \text{ } spkr\text{])}] \text{]}] \end{array} \right\}$$

Um evento e é considerado um ato comunicativo de requisição se ele é uma tentativa de fazer o agente $addr$ executar a ação α através da (a) expressão pública do desejo do agente $spkr$ de que isto ocorra e (b) que o agente $addr$ terá a intenção de fazer a ação α em função do pedido de $spkr$.

Enquanto que o ato INFORM é definido como:

$$\{\text{INFORM } spkr \text{ } addr \text{ e } p\} =^{\text{def}} \left\{ \begin{array}{l} \text{[ATTEMPT } spkr \text{ } addr \text{ e (KNOW } addr \text{ } p) \\ \text{[BMB } addr \text{ } spkr \text{ (P-GOAL } spkr \\ \text{(KNOW } addr \text{ (KNOW } spkr \text{ } p\text{))}] \text{]}] \end{array} \right\}$$

Um evento e é considerado um ato informativo se ele é uma tentativa (honesto e pública) do agente $spkr$ fazer com que o agente $addr$ saiba que ele conhece o valor-verdade da proposição p .

Uma vez definidos formalmente tais atos, C&L verificam como poderia ser caracterizada a resolução de uma questão do tipo sim ou não. Seguindo a sugestão de Sadek, C&L formalizam esta interação entre dois agentes com seguinte expressão de ação racional:

$$\{\text{REQUEST } \textit{spkr} \textit{addr} \textit{e} \\ \{\text{INFORM } \textit{addr} \textit{spkr} \textit{e}' \textit{p}\} \mid \{\text{INFORM } \textit{addr} \textit{spkr} \textit{e}' \sim \textit{p}\}\}$$

Este tipo de expressão de ação racional é apenas um esquema de ações indicando que tipo de atos comunicativos deve ser trocado entre os agentes para que uma questão do tipo sim ou não possa ser satisfeita. Primeiramente seria necessário que o agente *spkr* enunciasse um ato comunicativo REQUEST. Posteriormente, este ato seria respondido pelo agente *addr* por um ato INFORM.

Entretanto meramente definir o tipo e a seqüência de ações praticadas pelos agentes não define qual o significado por trás destas ações. Neste caso se esperaria que o estado mental inicial que um dado agente *spkr* estaria ao perguntar a um outro agente *addr* se uma proposição *p* é verdadeira ou não deveria conter uma proposição similar a seguinte:

$$(\text{GOAL } \textit{spkr} \diamond (\text{KNOW } \textit{spkr} \textit{p}) \vee (\text{KNOW } \textit{spkr} \sim \textit{p}))$$

Sabendo disso, pode-se ver que, se puder ser demonstrado que a execução da expressão de ações de comunicação vista acima, implica em atingir este estado mental, então a expressão certamente tem um significado apropriado. Formalmente, se deveria demonstrar a veracidade do seguinte teorema:

$$(\text{DONE } \textit{spkr} \{\text{REQUEST } \textit{spkr} \textit{addr} \textit{e} \\ \{\text{INFORM } \textit{addr} \textit{spkr} \textit{e}' \textit{p}\} \mid \{\text{INFORM } \textit{addr} \textit{spkr} \textit{e}' \sim \textit{p}\}\}) \supset \\ (\text{GOAL } \textit{spkr} \diamond (\text{KNOW } \textit{spkr} \textit{p}) \vee (\text{KNOW } \textit{spkr} \sim \textit{p}))$$

Isto é o que C&L efetuam, de forma esquemática, no final do seu artigo. Além disso, eles generalizam este resultado afirmando que este tipo de análise fornece um método de estabelecimento da condição de sinceridade para outros atos compostos de KQML (tais como ACHIEVE, BID, BROKER, RECRUIT e FORWARD). Isto seria útil para caracterizar de forma não ambígua a semântica destes atos compostos. Inclusive, de acordo com uma análise preliminar, baseada neste método, são identificados alguns problemas de ambigüidade em alguns dos atos citados acima (em particular os atos RECRUIT e FORWARD).

2.3.3 Formalização da Comunicação: a Abordagem de Sadek

O pesquisador francês M. D. Sadek desenvolveu, em sua tese de doutorado, um trabalho de formalização dos atos da fala similar ao empreendido por Cohen & Levesque (C&L), criando uma lógica modal apropriada para a expressão de teorias da interação racional entre agentes. Esta lógica foi usada primeiramente na formalização da linguagem de comunicação entre agentes ARCOL, usada no sistema ARTIMIS da France Telecom. Ela também serviu de base para a semântica formal da linguagem FIPA-ACL (FIPA, SC00037, 2001).

A teoria formal de Sadek é expressa através da lógica modal *SL* (*Semantic Language*). A lógica modal *SL* é um formalismo lógico capaz de representar as atitudes (estados) mentais e ações dos agentes, que possuem os seguintes componentes básicos:

- p, p_1, p_2, \dots são fórmulas fechadas denotando proposições;
- ϕ e ψ são esquemas para fórmulas;
- i e j são variáveis sobre agentes;
- $\models \phi$ significa que ϕ é válido.

Os estados mentais de um agente devem ser modelados através de três atitudes primitivas *crenças*, *incertezas* e *escolhas* (este último similar à noção de objetivo de Cohen e Levesque), formalizadas pelos operadores: **B**, **U** e **C**:

- $B_i p$ significa “*i* (implicitamente) acredita em *p*”
- $U_i p$ significa “*i* não está certo sobre *p*, mas acha *p* mais provável que $\neg p$ ”
- $C_i p$ significa “*i* deseja que *p* seja verdadeiro”

A semântica assumida para o operador **B** é definida através de uma relação de acessibilidade entre mundos-possíveis atendendo os axiomas KD45 (ver o trabalho de Halpern e Moses (1992) para propriedades das lógicas modais e suas semânticas de mundos-possíveis), assumindo o princípio dos domínios fixos. Os demais operadores também assumem este mesmo significado, porém sem tantas restrições axiomáticas.

As ações dos agentes são definidas através de expressões de ações (*action expressions*) que representam, desde ações simples, até planos complexos envolvendo vários cursos de ação ou seqüências de eventos:

- $a_1 ; a_2$ é uma *seqüência* no qual a ação (ou expressão de ação) a_2 segue a_1
- $a_1 \mid a_2$ é uma *escolha não determinística* onde a_2 acontece, ou a_1 acontece, mas não ambas.

Posteriormente são definidos, sobre os operadores **B**, **U** e **C** novos operadores para os conceitos de:

- *Objetivo persistente*, simbolizado por $PG_i p$ “o agente *i* tem *p* como um objetivo importante” e
- *Intenção*, simbolizado por $I_i p$ “o agente *i* tem a intenção de atingir um estado onde *p* seja verdadeiro”
- *Crença Alternada*: $AB_{n,i,j} \phi \equiv B_i B_j B_i \dots \phi$ que é o operador que estabelece uma *crença alternada* (predecessor da crença mútua) entre os agentes *i* e *j*, sendo *n* o número de operações de crença B alternando entre *i* e *j*.

A lógica formal de Sadek é realmente muito similar ao de C&L. Ambas usam operadores para crenças e objetivos, com uma interpretação semântica baseada sobre mundos possíveis. Porém um ponto importante de diferenciação entre o trabalho de Sadek e o trabalho de C&L é o grau ou escopo de abrangência de cada um deles: o modelo de Sadek visa explicitamente servir de base para a semântica formal para linguagens de comunicação entre agentes artificiais, enquanto que a formalização de C&L também pode ser usado como instrumento de estudo ao fenômeno genérico da comunicação entre agentes humanos ou artificiais através da teoria da ação racional.

Dessa forma Sadek, embora defina uma lógica modal para a expressão de ações muito similar a de C&L, usa esta lógica de uma forma muito mais restritiva quando define a semântica dos atos de comunicação tanto de ARTIMIS quanto de FIPA-ACL. Por outro lado existe uma grande similaridade (pelo menos num nível superficial) em como é definida a semântica dos atos de comunicação destas linguagens e em como foi definida a semântica de KQML no trabalho de Labrou e Finin de 1994 (LABROU; FININ, 1994). Ambos trabalhos baseiam a definição do significado de cada ato comunicativo (ou performativo no caso de KQML), claramente nas condições de caracterização de atos ilocucionários propostas por Searle e Vanderveken (cf. seção 2.1.7). Assim vale a pena comparar ambos tipos de abordagens.

No trabalho (LABROU; FININ, 1994) a semântica de um ato performativo de KQML é descrita através de seis elementos distintos:

1. uma descrição natural do significado intuitivo do performativo;
2. uma representação formal para o performativo;
3. um conjunto de pré-condições que os agentes devem atender para que o performativo possa ser emitido/recebido;
4. um conjunto de pós-condições que descrevem o estado mental dos agentes após a emissão/recepção do performativo;
5. um conjunto de condições de completamento (de diálogo) para o agente emissor que indicam o estado final que se deseja alcançar após uma conversação (um diálogo) composto de vários performativos ter acontecido;
6. comentários adicionais em linguagem natural.

Sadek define a semântica de uma ato de comunicação usando elementos similares. Segundo Sadek, toda a interação entre agentes deve ser modelada através de **atos comunicativos** (*Communicative Acts - CA*) que são similares aos atos performativos de KQML. Cada ato comunicativo deverá ser qualificado em termos das razões que levaram a sua seleção e também nas condições que devem ser satisfeitas para o seu planejamento.

As razões são modeladas como os *efeitos racionais* que o ato irá causar ao ser completamente executado¹⁵, ou RE (de *Rational Effects*). As condições de aplicabilidade de um ato, são definidas como *pré-condições de viabilidade* do ato, ou FP (de *Feasibility Preconditions*). Estas condições devem atender as seguintes propriedades:

- **Propriedade 1:** A intenção de um agente em atingir um objetivo gera a intenção de executar os atos que ele pode fazer que ajudem a atingir este objetivo.
- **Propriedade 2:** Sempre que um agente decide executar um ato comunicativo (em função da propriedade 1), ele também deve ter a intenção de atender as pré-condições de viabilidade (FPs) do ato.
- **Propriedade 3:** Se um agente tem a intenção de executar um ato comunicativo, então ele tem a intenção de que os efeitos racionais (RE) deste ato ocorram também.
- **Propriedade 4:** Quando um agente percebe um ato comunicativo de um outro agente, ele tem que assumir que o agente emissor do ato tem a intenção (pública) de obter os efeitos racionais deste ato.
- **Propriedade 5:** Quando um agente percebe um determinado ato comunicativo, ele pode assumir que as pré-condições de viabilidade (FPs) deste ato ainda se mantêm.

Assumindo que os agentes respeitem estas propriedades, a semântica de um ato comunicativo pode ser especificada através expressões com a seguinte notação:

$$\begin{aligned} &< i, act(j, C) > \\ &FP: \phi_1 \\ &RE: \phi_2 \end{aligned}$$

¹⁵ Esta é, essencialmente, uma caracterização do ato comunicativo através de seu efeito perlocucionário, como aliás é reconhecido na própria definição de SL. Porém, como se verá mais a seguir, um efeito racional tem consequência apenas nas atitudes mentais dos agentes, não sendo caracterizado com a força completa de um ato perlocucionário que pode ter características concretas ou físicas também.

Onde i será o agente emissor do ato, j o agente receptor, C a proposição¹⁶ contida no ato e ϕ_1 e ϕ_2 proposições definindo as condições deste. A relação desta notação com a sintaxe de uma linguagem de comunicação entre agentes (FIPA-ACL, por exemplo) é feita supondo o formato de uma mensagem como:

```
(act
  :sender i
  :receiver j
  :content C )
```

Sadek divide os atos comunicativos em dois tipos: os atos primitivos e os atos compostos (ou macro-atos). Os atos comunicativos primitivos são elementares, não se baseando em outros atos para a definição do seu significado. Já os atos compostos são definidos em termos da composição de atos primitivos (ou outros atos compostos). São considerados atos primitivos apenas os atos comunicativos assertivos: **inform**, **confirm** e **disconfirm** e o ato diretivo **request**. Por exemplo, a semântica do ato **inform**, que serve para que o agente emissor informe ao agente receptor que uma dada proposição é verdadeira é formalizado como:

```
<i, inform (j,  $\phi$ )>
  FP:  $B_i\phi \wedge \neg B_i(B_i f_j \phi \vee U_i f_j \phi)$ 
  RE:  $B_j\phi$ 
```

Os demais atos tratados por Sadek são compostos. Para tratar deste tipo de ato é definida a operação de composição (simples) de atos. A definição de atos compostos (*macro* atos) sem expressões referenciais é razoavelmente direta. A semântica destes é puramente analítica, dependendo do significado de suas subexpressões. Ou seja, as mensagens de uma linguagem de comunicação devem atender, obrigatoriamente, o princípio de composicionalidade citado por Cohen & Levesque. Por exemplo, o significado do ato **query-if** é definido sobre os atos **request** e **inform-if** da seguinte forma:

```
<i, query-if (j,  $\phi$ )>  $\equiv$ 
  <i, request (j, <j, inform-if (i,  $\phi$ )>)>
  FP:  $\neg B_i f_j \phi \wedge \neg U_i f_j \phi \wedge \neg B_i I_j \text{Done} (<j, \text{inform-if} (i, \phi)>)$ 
  RE:  $\text{Done} (<j, \text{inform} (i, \phi)> | <j, \text{inform} (i, \neg\phi)>)$ 
```

Pode-se ver que o significado do ato **query-if** é derivado dos significados atribuídos a **inform-if** e **request**, uma vez que as condições definidas para FP e RE de **query-if** são construídas implícita ou explicitamente, tendo as condições **inform-if** e **request** como base (ver seção 5.3.3).

Como Sadek trabalha explicitamente com o conceito de atos de comunicação compostos de vários atos (seqüências de atos ou macro atos na terminologia de Sadek), então não existe a necessidade de diferenciar entre a condição após a enunciação de um ato e a condição final esperada após a seqüência completa de atos ser enunciada, ou seja, não é necessário uma condição similar aquela definida pelo item 5 da formalização de Labrou&Finnin para KQML. Ambas condições estão incluídas na condição RE do ato.

Por fim, a estrutura de cada ato, incluindo o formato abstrato da mensagem que transporta o ato, também é apresentada formalmente. Como resultado as duas formalizações se tornam muito similares numa avaliação prévia, constando basicamente

¹⁶ Exatamente no sentido das proposições de um ato ilocucional (SEARLE, 1981)

dos mesmos tipos de elementos e tendo a mesma organização. A maior diferença entre as duas formalizações está na linguagem formal que serve de base para a construção da semântica de Sadek, baseada numa teoria de ação racional, que oferece uma semântica muito mais rigorosa em termos das possíveis ações que um agente pode executar.

Como comparação final entre a abordagem de Sadek e a abordagem de Labrou&Finin, é interessante analisar as diferenças e similaridades entre a semântica formal de um ato **ask-if** de KQML, que é o performativo de KQML equivalente ao ato comunicativo **query-if** de FIPA-ACL. A semântica de um ato **ask-if** é definida da seguinte forma:

ask-if(A,B,X)

1. O agente A quer saber se o agente B acredita que a proposição lógica X é verdadeira ou não;
2. want(A, know(A, Y) onde Y pode ser um dos seguintes termos:
bel(B, X), bel(B, NOT(X)), NOT(bel(B, X))
3. Pre(A): want(A, know(A, Y))
Pre(B): NONE
4. Post(A): intend(A, know(A, Y))
Post(B): know(B, want(A, know(A, Y)))
5. Completion(A): know(A, Y)
6. Não acreditar em alguma coisa não necessariamente é igual a acreditar em sua negação, embora isto possa ser o caso em alguns sistemas.

A definição formal do **query-if** de FIPA-ACL já foi dada anteriormente, mas em conjunto com esta definição formal, também é incluída a seguinte descrição informal:

Resumo (do ato *query-if*):

A ação de perguntar a um outro agente se uma proposição é verdadeira ou não.

Conteúdo da Mensagem:

A proposição em questão.

Descrição:

O ato *query-if* é o ato comunicativo que serve para perguntar a um outro agente se (ele acredita que) uma dada proposição é verdadeira. O agente emissor está requisitando ao agente receptor que este lhe envie um *inform* sobre o valor-verdade da proposição.

O agente executando o ato *query-if*:

- não tem conhecimento do valor-verdade da proposição e
- acredita que o outro agente pode informar este valor-verdade se ele conhecê-lo.

Em primeiro lugar vale salientar o maior detalhamento da especificação de Sadek. Ambos atos **ask-if** e **query-if** pressupõem que um agente quer saber se uma proposição é verdadeira ou não, solicitando esta informação para um outro agente. Porém, somente a especificação de Sadek deixa claro que isto deve ser tratado como um ato composto e que a semântica final deste ato será dada, justamente, pela execução completa (condição **Done** na expressão lógica da RE de **query-if**) do ato **inform** a ser emitido pelo segundo agente. No caso da especificação de **ask-if** somente é definida uma condição de completamento genérico, que declara que no final de alguma sequência de performativos (iniciada pelo ASK-IF), se espera chegar ao resultado know(A, Y) (onde Y pode ser substituído pelos termos do item 2).

Porém, voltando a questão da semântica de linguagens de comunicação entre agentes *versus* a formalização da teoria dos atos da fala, deve ter ficado claro que tanto a abordagem de Sadek quanto a abordagem de Labrou e Finin, oferecem um método de formalização bem mais restritivo que a abordagem de C&L. Tanto a sintaxe (idealizada) das mensagens que transportam atos comunicativos ou performativos quanto a semântica destes atos é precisamente definida, não deixando margem para ambigüidade.

Como já foi salientado, isto se deve ao escopo de ambas formalizações, que são exclusivamente voltadas às linguagens de comunicação entre agentes artificiais, não almejando tratar da caracterização genérica dos atos ilocucionários de uma língua natural.

Para finalizar esta seção, vale a pena apresentar uma outra diferença importante entre o modelo formal de Sadek e o de C&L, que é o tratamento explícito que lógica *SL* de Sadek faz às expressões referenciais (Sadek, 1990). A lógica *SL* permite a utilização do quantificador *iota* ι , definido originalmente por Bertrand Russel, para tratar das descrições definidas singulares:

$$\phi(\iota x \psi(x)) \Leftrightarrow \exists x(\psi(x) \wedge \forall y(\psi(y) \Rightarrow y = x) \wedge \phi(x))$$

O quantificador ι aplicado a uma variável livre x e a uma fórmula bem formada $\psi(x)$ produz um termo que pode ser descrito como “o único objeto que satisfaz a propriedade ψ ”, ou seja, $\iota x \psi(x)$ é um termo único. Com base neste quantificador são definidos e usados os operadores:

- $Bref_i \iota x \delta(x) =_{\text{def}} (\exists y) B_i(\iota x \delta(x) = y)$ que afirma que o agente i acredita que conhece o único x que atende a descrição singular $\delta(x)$.
- $Uref_i \iota x \delta(x) =_{\text{def}} (\exists y) U_i(\iota x \delta(x) = y)$ que tem um significado similar a $Bref$, apenas que agora o agente i tem uma atitude de incerteza em relação a $\delta(x)$, ou seja i não está certo se x é realmente o único x que está conforme a δ .

2.3.4 Comparação das Abordagens de Formalização

Existem fortes similaridades entre a lógica modal *SL* de Sadek e a Lógica da Ação Racional de C&L. Ambos formalismos usam operadores para crenças e objetivos, com uma interpretação semântica baseada sobre mundos possíveis. Sadek define seus operadores primitivos **B** (para crença) e **C** (para escolha ou objetivo) da mesma forma que C&L definem (BEL ...) e (GOAL ...). Sadek também define os operadores de intenção **I**, objetivo persistente **PG** e crença alternada **AB** de forma similar aos operadores de intenção imediata (INTEND₁ ...), objetivo persistente (P-GOAL ...) e crença alternada (ABEL ...) de C&L.

Um ponto importante de diferenciação entre o trabalho de Sadek e o trabalho de C&L é o escopo de abrangência das formalizações: o modelo de Sadek visa servir de base para a semântica de linguagens formais de comunicação entre agentes artificiais, enquanto que a Teoria da Ação Racional de C&L (aplicada à comunicação) visa servir de instrumento de estudo ao fenômeno genérico da comunicação entre agentes humanos ou artificiais através da teoria da ação racional. Somente C&L tentam aplicar sua teoria para compreender melhor e dar um tratamento mais rigoroso a própria Teoria dos Atos da Fala de Searle. A abordagem de Sadek é bem mais restritiva, pressupondo que, tanto a sintaxe (idealizada) das mensagens que transportam atos comunicativos ou performativos, quanto a semântica destes atos seja precisamente definida, não deixando margem à ambigüidade. Como já foi salientado, isto se deve ao escopo de ambas formalizações, que são exclusivamente voltadas às linguagens de comunicação entre agentes artificiais, não almejando tratar na caracterização genérica dos atos ilocucionários de uma língua natural.

Uma outra característica apenas da teoria de Sadek é o uso de expressões referenciais (SADEK, 1990), criadas através do quantificador *iota* ι . Este é um avanço importante, em termos de formalização do diálogo entre agentes. O próprio Searle

analisa com considerável profundidade o problema da referência na definição do sujeito de um ato da fala e das expressões referenciais definidas singulares usadas para tratar destas situações. Esta formalização é importante para dar um significado preciso aos processos de resolução de consultas abertas do tipo: quem, qual, que, como (*wh-questions* em inglês). Isto é muito importante, porque, segundo Searle, uma boa parte do diálogo entre dois agentes (ou duas pessoas) é formado pela resposta ou esclarecimento a este tipo de questão (quer ela se apresente de forma explícita ou de forma implícita).

Uma diferença final, mas também importante, do modelo de Sadek em relação ao modelo de C&L é o tratamento explícito da incerteza, que Sadek provê através do seu operador *U* (*unknown*) de incerteza.

Apesar destas diferenças é importante salientar que ambas metodologias de formalização são baseadas no conceito de ato comunicativo, considerado mais primitivo que um ato da fala. Comparando a análise de Cohen & Levesque dos atos INFORM e REQUEST de KQML, descrita em (COHEN e LEVESQUE, 1995), com a formalização de atos similares por Sadek, pode-se ver que Sadek baseia a definição do significado de cada ato comunicativo claramente nas condições de caracterização de atos ilocucionários propostas por Searle e Vanderveken. Na verdade as pré-condições de viabilidade (*Feasibility Preconditions* - FP) englobam as condições de *Conteúdo Proposicional*, *Preparatórias* e de *Sinceridade* necessárias para o sucesso do ato, enquanto que a condição de efeito racional (*Rational Effect* - RE), estabelece qual o efeito provocado pelo ato (o “efeito perlocucionário” do), representando a condição *Essencial* na análise de Searle e Vanderveken.

Entretanto, diferente dos trabalhos de Cohen & Levesque, na semântica de SL não é feita uma caracterização do ato comunicativo (ou ato da fala) como um ato *tentativo*, que não tem uma garantia segura de que o resultado esperado (deste ato) seja alcançado. Por outro lado, o formalismo SL considera como atitude mental primitiva o próprio conceito de incerteza, utilizando este conceito na elaboração dos próprios atos comunicativos primitivos. Como Sadek trabalha com o conceito de atos de comunicação compostos de vários atos (seqüências de atos ou macro atos na terminologia de Sadek) não existe a necessidade de diferenciar entre a condição após a enunciação de um ato e a condição final esperada após a seqüência completa de atos ser enunciada. Ambas condições estão incluídas na RE do ato.

2.4 A Iniciativa KSE e as Linguagens KQML e KIF

As origens da linguagem KQML (*Knowledge Query and Manipulation Language*) devem ser vistas num contexto mais amplo, inseridas dentro da iniciativa KSE (*Knowledge Sharing Effort*), fomentada pela agência de pesquisas norte-americana DARPA no início da década de 1990 (PATIL et al., 1992). A iniciativa KSE tinha como objetivo criar uma série de padrões de comunicação que permitissem que sistemas inteligentes compartilhassem seus conhecimentos de forma padronizada, potencializando todo um novo universo de aplicações distribuídas inteligentes. Os esforços da iniciativa foram divididos em quatro grupos de trabalho distintos:

- (1) *Interlingua Working Group* responsável pela definição do mecanismo de tradução automático entre bases de conhecimentos de diferentes sistemas baseados em conhecimentos. A abordagem adotada por este grupo foi a criação de uma linguagem única, denominada de KIF (*Knowledge Interchange Format*), que serviria como meio de representação intermediário entre sistemas diferentes.

(2) *Knowledge Representation System Specification (KRSS) Group* responsável pela definição de especificações para de formas padronizadas de representação de conhecimentos.

(3) *External Interfaces Working Group*, responsável pela definição de interfaces de comunicação padronizadas. Este grupo de trabalho rapidamente convergiu para uma solução de comunicação padronizada, definindo a linguagem KQML (*Knowledge Query and Manipulation Language*).

(4) *Sharing, Reusable Knowledge Bases (SRKB) Working Group*, responsável pela criação de bases de conhecimentos padronizadas e reutilizáveis.

2.4.1 A Linguagem KQML

Em KQML os conhecimentos são trocados através de **atos performativos** transportados através de mensagens. Os atos performativos são definidos em torno de operações de acesso e manipulação de bases de conhecimento, ou seja, as trocas de mensagens estão normalmente associadas com o conhecimento contido numa Base de Conhecimento Virtual (VKB – *Virtual Knowledge Base*) do agente, que não precisa ser estruturada como uma base de conhecimento real e nem sequer explicitada. Dessa forma, a semântica dos atos performativos é apresentada, de maneira informal, levando-se em conta a existência de uma Base de Conhecimentos Virtual (*Virtual Knowledge Base* ou apenas VKB) e dos efeitos que a recepção e tratamento das mensagens ocasionaria sobre esta VKB.

KQML apresenta uma relação muito tênue da semântica da linguagem com a Teoria dos Atos da Fala. Embora o uso do termo “performativo” para denominar as mensagens de KQML esteja relacionado, ainda que indiretamente aos verbos “performativos” de Austin (AUSTIN *apud* SEARLE, 1981, p. 43) usados para marcar a força ilocucional de um ato, ele também pode perfeitamente ser compreendido como o nome usual que poderia ser dado as mensagens que devem comandar a execução de um comando ou ação (*to perform* significa simplesmente faça algo, execute algo, etc.), que é um tipo de mensagem muito comum e usual nos protocolos de comunicação.

As mensagens KQML são estruturadas em três níveis distintos:

- Nível de *conteúdo*, que o conhecimento que se está transportando, codificado numa linguagem de representação de conhecimentos (por exemplo KIF ou PROLOG).
- Nível de *mensagem*, que contém as informações necessárias para a identificação do performativo e do conteúdo da mensagem: qual a linguagem de representação de conhecimentos sendo usada e qual a ontologia correspondente.
- Nível de *comunicação*, contendo a identidade do emissor e do receptor da mensagem e identificadores únicos associadas à própria comunicação ou a um diálogo ou sessão que esteja em curso.

Uma mensagem KQML usa o mesmo formato das expressões S da Linguagem LISP, devendo ter sempre o seguinte formato:

`(<performativo> {:<parâmetro> <expressão>}*)`

onde `<performativo>` é um identificador que especifica qual é o ato performativo sendo transportado pela mensagem e a lista de pares `{:<parâmetro> <expressão>}` contém os parâmetros da mensagem. Os parâmetros dos performativos KQML são listados na tabela 2.1.

Tabela 2.1: Parâmetros de KQML

:content	O conteúdo da mensagem
:force	Indica se o conteúdo é uma crença ou uma verdade permanente para o emissor
:in-reply-to	O identificador esperado para a resposta
:language	O nome da linguagem de representação de conhecimento usado no conteúdo
:ontology	O nome da ontologia a qual a expressão no conteúdo esta contextualizada
:receiver	Identificador do receptor do performativo
:reply-with	Identificador (opcional) usado para associar uma resposta a uma pergunta específica
:sender	Identificador do emissor do performativo

A especificação de 1993 de KQML (DARPA, 1993) divide os atos performativos em onze categorias: Informativos Básicos, Respostas Básicas, Consultas Básicas, Consultas com Respostas Múltiplas, Atuadores Básicos, Geradores de Informação, Gerência de Banco de Dados, Operação em Redes, Facilitadores, Notificações, Anúncio de Habilidades. A maior parte destas categorias tem seus atos derivados de mecanismos de consulta e obtenção de informação em bases de conhecimento. A categoria de Gerência de Banco de Dados tem fundamentação em Sistemas de Banco de Dados. As demais categorias atendem necessidades inerentes à implementação e manipulação de sistemas multiagentes. Os atos performativos de KQML, distribuídos em suas categorias, são apresentados na Tabela 2.2.

Tabela 2.2: Atos Performativos de KQML

Informativos Básicos	
<i>Tell</i>	Afirmção que a sentença passada como conteúdo está na VKB do emissor
<i>Untell</i>	Afirmção que a sentença passada como conteúdo não está na VKB do emissor
<i>Deny</i>	O emissor não reconhece o performativo em anexo
Respostas Básicas	
<i>Error</i>	O emissor considera o performativo previamente recebido mal-formado
<i>Sorry</i>	O emissor não pode mais fornecer informações
Consultas Básicas	
<i>Evaluate</i>	Solicitação de avaliação da questão passada como conteúdo
<i>Reply</i>	Comunicação de uma resposta esperada
<i>Ask-if</i>	O emissor quer saber se a sentença no conteúdo está na VKB do receptor
<i>Ask-about</i>	O emissor solicita todas as sentenças similares à expressão contida no conteúdo
<i>Ask-one</i>	O emissor solicita pelo menos uma resposta à questão contida no conteúdo
<i>Ask-all</i>	O emissor solicita todas as respostas à questão passada como conteúdo
<i>Sorry</i>	O emissor não pode mais fornecer informações
Consultas com Respostas Múltiplas	
<i>Stream-about</i>	Versão de múltiplas respostas de ask-about
<i>Stream-all</i>	Versão de múltiplas respostas de ask-all
<i>Eos</i>	Fim de uma série de respostas
Atuadores Básicos	
<i>Achieve</i>	O emissor quer que o receptor atinja um determinado estado em seu ambiente
<i>Unachieve</i>	O emissor não quer que o receptor atinja um determinado estado em seu ambiente
Geradores de Informação	
<i>Standby</i>	O emissor quer que o receptor se apronte para tratar um performativo
<i>Ready</i>	O emissor está pronto para responder a um performativo prévio
<i>Next</i>	O emissor solicita mais uma resposta a um performativo prévio
<i>Rest</i>	O emissor quer todas as respostas restantes a um performativo prévio
<i>Discard</i>	O emissor não necessita mais das respostas a um performativo enviado
<i>Generator</i>	Equivalente a standby de um stream-all
Gerência de Banco de Dados	
<i>Delete</i>	O emissor quer que o receptor remova a sentença passada como conteúdo
<i>Delete-one</i>	O emissor quer que o receptor remova uma sentença similar àquela do conteúdo
<i>Delete-all</i>	O emissor quer que o receptor remova todas as sentenças similares àquela do conteúdo
Operação em Redes	

<i>Register</i>	O emissor está apto a despachar performativos a um determinado agente
<i>Unregister</i>	Equivalente ao deny de um register
<i>Forward</i>	O emissor quer que o receptor faça o roteamento da mensagem
<i>Broadcast</i>	O emissor solicita que o receptor envie uma mensagem em todas as suas conexões
<i>Pipe</i>	O emissor quer redirecionar todos os performativos posteriores para outro agente
<i>Break</i>	O emissor quer que o receptor desfaça uma conexão prévia
<i>Transport-address</i>	O emissor associa um endereço simbólico a um endereço de transporte
Facilitadores	
<i>Broker-one</i>	O emissor solicita ajuda para encontrar uma resposta a um performativo
<i>Broker-all</i>	O emissor quer que o receptor selecione todas as respostas a um performativo
<i>Recommend-one</i>	O emissor quer o nome de um agente apto a responder determinado performativo
<i>Recommend-all</i>	O emissor quer os nomes de todos os agentes aptos a responder determinado performativo
<i>Recruit-one</i>	O emissor quer que o receptor localize e redirecione o performativo a um agente que possa tratá-lo
<i>Recruit-all</i>	O emissor quer que o receptor localize e redirecione o performativo a todos os agentes que possam tratá-lo
Notificações	
<i>Subscribe</i>	O emissor quer ser atualizado com respostas a um determinado performativo
<i>Monitor</i>	O emissor quer as atualizações com as respostas de um <i>stream-all</i>
Anúncio de Habilidades	
<i>Advertise</i>	O emissor anuncia que é apto a responder determinado performativo

2.4.2 A Linguagem KIF

O objetivo do grupo *Interlingua* foi criar uma linguagem comum, a ser usada na “tradução” dos conhecimentos representados em diferentes bases, que tivesse as seguintes propriedades:

- Uma semântica declarativa formal;
- Poder de expressão suficiente para representar o conhecimento tipicamente usado nos sistemas baseados em conhecimento;
- Uma estrutura que permitisse a tradução semi-automática dos conhecimentos representados em outras linguagens.

Para tanto este grupo definiu a linguagem KIF (*Knowledge Interchange Format*) uma versão estendida da lógica de predicados de primeira ordem. A versão 3.0 de KIF tem as seguintes características:

- Sintaxe simples, baseada em expressões S de LISP. Exemplo:

```
(forall ?x (=> (P ?x) (Q ?x)))
```
- Semântica baseada em modelos, com caracterização axiomática para um grande vocabulário de objetos, funções e relações.
- Conjunto completo de funções e relações para tratamento de expressões numéricas e para tratar conjuntos (*sets*) e listas de objetos.
- Suporte a expressão de (meta-) conhecimentos sobre funções e relações. Por exemplo, a relação de transitividade poderia ser definida como:

```
(<=> (transitive ?r)
      (=>(holds ?r ?x ?y) (holds ?r ?y ?z) (holds ?r ?x ?z)))
```
- Suporte a uma sublinguagem para a definição de objetos, relações *n*-árias e funções *n*-árias. Por exemplo, a relação unária *solteiro* pode ser definida como:

```
(defrelation solteiro(?x) := and (homem ?x) (not(casado ?x)))
```

- Disponibilidade de uma sublinguagem para a expressão de regras de inferência monotônicas e não-monotônicas. Por exemplo:
`((<= (voa ?x) (passaro ?x) (consis (voa ?x))))`

2.4.3 Considerações sobre KQML

Durante a década de 1990, KQML passou a ser usado em vários sistemas multiagente distintos. Na prática, até o ano de 2000, a única linguagem de comunicação entre agentes padronizada e com implementação disponível era a linguagem KQML. Neste período de tempo sua concorrente mais próxima, a linguagem FIPA-ACL não possuía nenhuma implementação concreta disponível. Embora FIPA-ACL tenha sido proposta em 1997, somente passou a dispor de implementações disponíveis a partir do ano 2000¹⁷.

Segundo Labrou, Finin e Peng (1999) a maior parte das críticas dirigidas a linguagem KQML durante a década 1990 estavam relacionadas às imprecisões na semântica da linguagem, tal como definida na especificação (DARPA, 1993). Estas imprecisões na semântica, atribuídas principalmente ao fato dela ser informal, teriam impedido (ou mais propriamente dificultado) a criação de sistemas multiagentes compatíveis e interoperáveis. Por outro lado, também segundo o trabalho destes autores, o próprio conceito de sistema multiagente interoperável, e os correspondentes requisitos de compatibilidade e interoperabilidade entre estes sistemas estavam se desenvolvendo durante a década de 1990. Estas, mais do que as questões sobre a semântica de KQML, teriam sido a causa mais provável dessa incompatibilidade.

A linguagem FIPA-ACL, foi apresentada inicialmente como uma alternativa bem fundamentada para KQML. A semântica de FIPA-ACL foi totalmente formalizada sobre um modelo lógico-formal similar ao definido por Cohen & Levesque. Por outro lado, pelo menos nos padrões FIPA 1997 e 1998, havia pouco mais a oferecer a não ser uma linguagem de comunicação com uma semântica impecavelmente precisa. Certos serviços básicos de cunho pragmático, tais como mecanismos de roteamento de mensagens, diretórios de habilidades dos agentes, além de alguns mecanismos mais relevantes de negociação e coordenação de tarefas, normalmente disponíveis nas implementações de KQML, não estavam totalmente definidos no padrão FIPA 97.

Este panorama iria efetivamente mudar a partir do ano de 2000 com a publicação do padrão FIPA 2000, que iria apresentar, além de uma revisão e reestruturação na definição da linguagem FIPA-ACL, uma arquitetura abstrata padronizada para a construção de sistemas multiagente e um conjunto padronizado básico de serviços, ontologias e protocolos de negociação e coordenação de tarefas entre agentes. No próximo capítulo serão apresentadas as características deste novo conjunto de padrões da FIPA.

2.5 A Fundação FIPA e o Padrão FIPA-2000

2.5.1 A FIPA e o Padrão FIPA 2000

A FIPA (*Foundation for Intelligent Physical Agents*) é uma fundação internacional sem fins lucrativos que é voltada exclusivamente para a criação de padrões

¹⁷ A plataforma FIPA-OS (<http://fipa-os.sourceforge.net/>) foi a primeira plataforma de comunicação entre agente compatível com os padrões FIPA a se tornar operacional, em 2000.

concretos de comunicação que tornem possível a implementação de agentes abertos e interoperáveis (www.fipa.org). Esta fundação foi formada em 1996, pela junção dos esforços de diversas empresas, universidades e centros de pesquisa com atividades neste campo de pesquisa. Particularmente importante foi a participação de companhias européias e orientais, de prestação de serviços de comunicação e de fabricação de equipamentos de telecomunicações, que estavam presentes desde o início da FIPA, incluindo Alcatel, British Telecom, France Telecom, Deutsche Telecom, Hitachi, NEC, NHK, NTT, Nortel, Siemens e Telia.

De maneira similar à iniciativa KSE, as atividades da FIPA também são divididas em grupos distintos, denominados de Comitês Técnicos. Entre outros, existem comitês técnicos responsáveis pela elaboração dos padrões para uma linguagem de comunicação entre agentes (*Agent Communication Language* - ACL) e de serviços correlatos. A linguagem de comunicação de agentes da FIPA é denominada simplesmente de FIPA-ACL. Os documentos definindo os padrões FIPA são classificados em “anos de lançamento”. O padrão inicial foi lançado já em 1997, padrão FIPA-97, e uma pequena revisão lançada em 1998: FIPA-98. O padrão atual foi lançado em 2000, portanto é denominado de padrão FIPA-2000. As especificações FIPA possuem um ciclo de vida, podendo estar em 5 fases distintas: preliminar, experimental, padrão, obsoleta e em fase de abandono (*deprecated*).

As primeiras especificações da FIPA, de 1997 (padrão FIPA-97) definiam pouco mais que a linguagem de comunicação entre agentes (*Agent Communication Language*, ACL) FIPA-ACL e algumas aplicações adicionais. Deste início relativamente modesto, os padrões para comunicação entre agentes, definido pela FIPA, evoluiu (padrões FIPA-2000) para um conjunto bastante extenso que, até março de 2002 (padrão FIPA-2000), era composto de mais de 40 documentos distintos (sem incluir os padrões considerados obsoletos ou em fase de abandono (*deprecated*) que foram herdados dos padrões FIPA-97 e FIPA-98). Em dezembro de 2002, 23 especificações em fase experimental foram tornadas padrão. Segundo a FIPA, estes documentos são organizados em 5 áreas distintas, algumas divididas em subáreas, de acordo com a figura 2.1.

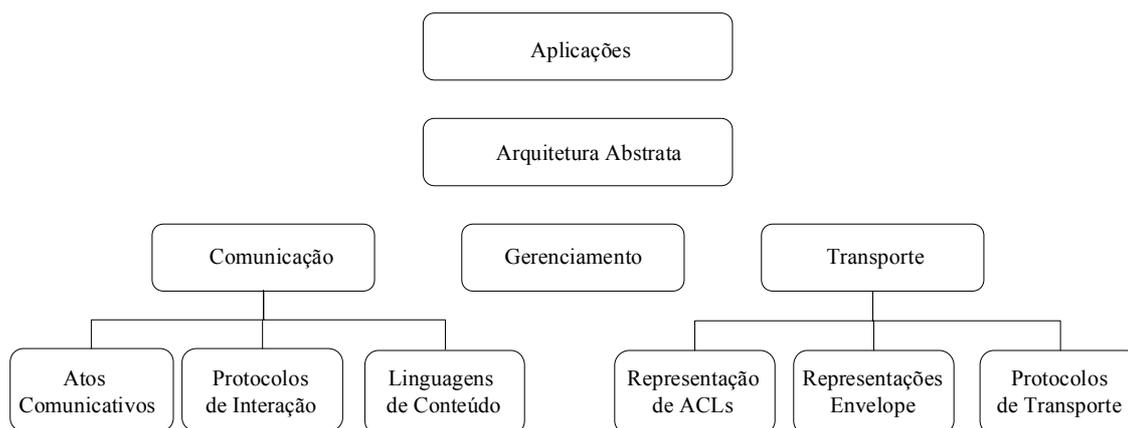


Figura 2.1: Organização geral do padrão FIPA-2000.

2.5.2 Arquitetura e Serviços FIPA

A arquitetura abstrata FIPA, descrita em (FIPA, SC00001, 2001), é composta por uma série de requisitos que teriam que ser satisfeitos para haver interoperabilidade entre sistemas multiagentes. Esta arquitetura define, em um nível abstrato, como dois agentes se localizam e trocam de enviar quaisquer mensagens a outros agentes, um agente deve

registrar-se numa plataforma FIPA, que é o componente de um sistema multiagente que deverá dar suporte às linguagens, protocolos e serviços FIPA para este sistema. Agentes registrados em diferentes sistemas também podem trocar mensagens. Para que isso seja possível, deve existir um grau elevado de interoperabilidade entre estes sistemas.

Para aumentar o grau de interoperabilidade entre diferentes sistemas de agentes, a arquitetura FIPA especifica padrões para a implementação das características comuns a todos os sistemas de agentes, aumentando também o grau de abstração da arquitetura. A idéia é que cada arquitetura concreta baseada na arquitetura abstrata FIPA pode escolher com que linguagem de comunicação os agentes irão se comunicar ou qual será o protocolo de transporte de mensagens e, mesmo assim, os sistemas poderão interoperar porque estão baseados na mesma arquitetura. É claro que deve haver meios para converter os diferentes tipos de protocolos e linguagens utilizadas em cada arquitetura concreta. Uma arquitetura concreta, que segue o padrão FIPA, deve possuir obrigatoriamente os seguintes elementos:

- Um modelo de registro e consulta de serviços disponíveis para os agentes e para outros serviços (essencialmente uma plataforma FIPA).
- Interoperabilidade de transporte de mensagens entre agentes.
- Suporte para várias formas de representação de ACL.
- Suporte para várias formas de linguagem de conteúdo.
- Suporte para múltiplas representações de serviços de diretório.

Existem outros elementos que não são definidos na arquitetura abstrata FIPA, como por exemplo, o ciclo de vida de uma agente e, mesmo assim, são obrigatórios em uma arquitetura concreta compatível com o padrão FIPA. O ciclo de vida de um agente, ou estados de operação de um agente, depende muito do sistema do qual o agente está inserido, o que dificulta muito a abstração deste tipo de elemento. Porém é indispensável que em uma arquitetura concreta ou numa plataforma FIPA os agentes possuam uma descrição de seus estados internos, pelo menos para fins de tornar a gerência da plataforma possível (FIPA, SC00023, 2001).

Alguns elementos da arquitetura abstrata FIPA são considerados opcionais em termos de implementação em uma arquitetura concreta. Elementos da arquitetura abstrata FIPA que são definidos em uma arquitetura concreta são ditos “realizados”. Uma arquitetura concreta pode realizar todos ou parte dos elementos da arquitetura abstrata FIPA.

Seguindo a especificação (FIPA, SC00001, 2001), um serviço pode ser definido como “um conjunto coerente de mecanismos que suportam a operação de agentes e outros serviços”. A interoperação entre agentes se baseia no uso de serviços. A arquitetura abstrata FIPA não define como devem ser implementados os serviços, o que significa que eles podem ser agentes, procedimentos ou funções de linguagem de programação ou interfaces do tipo encontradas em Java ou C++. No caso de ser implementado através de um agente de serviço, ele não terá autonomia para recusar a oferta do serviço.

Quando um agente é inicializado, é oferecida a ele uma raiz de serviços (*Service-Root* – SR). O SR consiste de um conjunto de serviços, cada um localizado em uma entrada de diretório de serviço (*Service-Directory-Entry* – SDE). Entre as várias SDE de um SR, obrigatoriamente deve haver ao menos uma para cada um dos seguintes serviços:

- Serviço Diretório de Agentes (*Agent-Directory-Service* – ADS).
- Serviço Diretório de Serviços (*Service-Directory-Service* – SDS).

- Serviço Transporte de Mensagens (*Message-Transport-Service* – MTS).

O Serviço de Diretório de Agentes (ADS) armazena descrições de agentes. Cada descrição de agente fica armazenada em uma entrada de diretório de agente (*Agent-Directory-Entry* – ADE). A principal função do ADS é servir como um ponto de referência para agentes procurarem outros agentes. Cada ADE é formada por uma tupla com os seguintes atributos:

- Nome do agente (*agent-name*): É o nome pelo qual o agente é conhecido no sistema. Este nome deve ser único no sistema;
- Localizador do agente (*agent-locator*): Contém informações sobre como se comunicar com o agente, conhecidas como descrições de transport;
- Atributos de descrição do agente, tais como: serviços oferecidos, custo de uso, restrições de uso e etc.

Os registros e localização de serviços são feitos no Serviço de Diretório de Serviços (SDS). Todos os serviços registrados no SDS possuem uma descrição de serviço associada. O SDS deve oferecer suporte para as seguintes ações:

- Registrar: Um serviço registra uma descrição de serviço em uma SDE do SDS.
- Des-registrar: Um serviço des-registra uma SDE de um SDS.
- Procurar: Um serviço ou agente pode procurar por SDEs em um SDS.
- Modificar: Um serviço pode modificar uma SDE registrada em um SDS.

O Serviço de Transporte de Mensagens (MTS) é responsável pela entrega de mensagens. O MTS é um dos elementos obrigatórios da arquitetura abstrata FIPA. O MTS provê suporte para quatro tipos de ação:

- Amarração de Transporte (*bind-transport-action*): Um agente utiliza esta ação de um MTS para criar um vínculo com um determinado tipo (protocolo) de transporte para o envio e recepção de mensagens.
- Desamarração de Transporte (*unbind-transport-action*): É a ação inversa à Amarração de Transporte. Um agente utiliza esta ação de um MTS para terminar o vínculo de transporte para envio e recepção de mensagens.
- Enviar Mensagens (*send-message-action*): Um agente utiliza esta ação do MTS para enviar mensagens de transporte para outros agentes
- Entrega de Mensagem (*deliver-message-action*): Um MTS utiliza esta ação para entregar mensagens para agentes.

2.5.3 A Linguagem FIPA-ACL

A linguagem FIPA-ACL foi apresentada em 1997 como resultado de um processo de padronização das tecnologias de sistemas multiagentes promovida pela organização FIPA. Esta linguagem é baseada na linguagem ARCOL, que foi desenvolvida para ser a linguagem de comunicação do projeto. O projeto ARTIMIS foi patrocinado pela France Telecom e tinha por objetivo o desenvolvimento de uma plataforma multiagente que pudesse acessar as bases de conhecimento da própria France Telecom.

A semântica da linguagem FIPA-ACL foi formalizada sobre um modelo lógico-formal desenvolvido pelo pesquisador francês Sadek, que é bastante similar ao definido por Cohen & Levesque (conferir seção 3.3).

2.5.3.1 Estrutura das Mensagens

A estrutura das mensagens FIPA-ACL é muito parecida com a estrutura das mensagens KQML, sendo especificada no documento (FIPA, SC00061, 2001). Cada mensagem é composta por um identificador do tipo de ato comunicativo (obrigatório) seguido de um conjunto (opcional) de *slots*, essencialmente equivalentes aos parâmetros de KQML. Porém, a grande maioria das mensagens contém, além do tipo do ato, um emissor, um receptor e um campo de conteúdo. Os *slots* podem ser alocados em qualquer posição dentro da mensagem. Além disso, existe a liberdade de se definir novos *slots* desde que seja usado o prefixo "x-".

Os parâmetros nativos da FIPA-ACL são divididos em cinco categorias: tipo do ato comunicativo, participantes da comunicação, conteúdo de mensagem, descrição do conteúdo e controle de conversação. A lista completa dos parâmetros e suas respectivas categorias são mostradas na tabela 2.3.

Tabela 2.3: Parâmetros das mensagens FIPA-ACL

Tipo do ato comunicativo	
<i>Performative</i>	Denota o tipo de ato comunicativo da mensagem.
Participantes da Comunicação	
<i>Sender</i>	É o emissor da mensagem.
<i>Receiver</i>	É o receptor da mensagem.
<i>Reply-to</i>	Indica que as próximas mensagens dessa conversação deverão ser enviadas para o agente indicado pelo parâmetro <i>reply-to</i> .
Conteúdo de mensagem	
<i>Content</i>	É o conteúdo ou conhecimento transportado pela mensagem.
Descrição do conteúdo	
<i>Language</i>	É a linguagem na qual o conhecimento está expresso.
<i>Encoding</i>	Aponta a codificação utilizada na expressão da linguagem de conteúdo.
<i>Ontology</i>	É a ontologia utilizada para dar significado à expressão de conteúdo.
Controle de conversação	
<i>Protocol</i>	É o protocolo de interação utilizado, para essa mensagem, pelo agente emissor.
<i>Conversation-id</i>	Introduz uma expressão que será usada para identificar a conversação em andamento.
<i>Reply-with</i>	Introduz uma expressão que será usada pelo agente que responderá a essa mensagem para identificá-la.
<i>In-reply-to</i>	É a expressão que referencia a mensagem à qual se está respondendo.
<i>Reply-by</i>	Explicita um tempo máximo, durante o qual o agente emissor estará esperando por uma resposta a esta mensagem.

O conteúdo de uma mensagem, indicado pelo parâmetro *content*, referencia a informação sobre a qual o ato comunicativo se aplica. Em geral, o conteúdo pode ser expresso em qualquer linguagem. A linguagem utilizada na representação do conteúdo pode ser declarada no parâmetro *language*. O projeto FIPA define e sugere algumas linguagens de representação de conteúdo padrões, tal como a linguagem SL.

2.5.3.2 Atos Comunicativos

Cada mensagem FIPA-ACL carrega um ato comunicativo, que representa a vontade de um agente sobre determinada informação, carregada pela mensagem. A especificação (FIPA, SC00037, 2001) define a biblioteca de atos comunicativos padronizados pela FIPA e a linguagem formal empregada para definir o significado destes atos.

Os atos comunicativos das mensagens FIPA-ACL foram projetados para estarem de acordo e, dentro do possível, representar os atos da fala definidos na Teoria dos Atos da Fala de Searle. São, entretanto, denominados de atos comunicativos para deixar clara a vinculação com a comunicação entre agentes (computacionais) e não a comunicação entre seres humanos. A tabela 2.4 lista os atos comunicativos padrões da linguagem FIPA-ACL.

Tabela 2.4: Atos Comunicativos de FIPA-ACL.

Ato comunicativo	Resumo
<i>Accept-Proposal</i>	Informa a aceitação de uma proposta prévia para a execução de uma determinada ação. O conteúdo da mensagem deve conter a ação a ser feita e a condição aceita.
<i>Agree</i>	Informa a concordância em executar alguma ação, possivelmente no futuro. O conteúdo da mensagem deve conter a ação (futura) e a condição aceita.
<i>Cancel</i>	Informar para um determinado agente que ele não necessita mais executar a ação pedida anteriormente. No conteúdo está expressa a ação que não é mais requerida.
<i>Cfp</i>	O ato <i>cfp</i> (<i>Call for Proposal</i>) solicita propostas para a execução de uma determinada ação. A mensagem deve conter qual a ação deve ser feita e qual a pré-condição para esta ação.
<i>Confirm</i>	O emissor informa ao receptor que uma dada proposição é verdadeira, se o receptor estava (reconhecidamente) incerto disso. O conteúdo é a proposição.
<i>Disconfirm</i>	O emissor informa ao receptor que uma dada proposição é falsa, se o receptor estava (reconhecidamente) certo de que ela era verdadeira. O conteúdo da mensagem é a proposição.
<i>Failure</i>	O emissor informa ao receptor que tentou fazer uma ação e que essa tentativa falhou. O conteúdo é composto da ação que falhou e da razão da falha.
<i>Inform</i>	O emissor informa ao receptor que uma dada proposição é verdadeira. O conteúdo da mensagem é a própria proposição.
<i>Inform-If</i>	É um ato composto que serve para o emissor informar ao receptor se uma dada proposição é verdadeira ou não. O conteúdo da mensagem é a própria proposição.
<i>Inform-Ref</i>	É um ato composto que serve para o emissor informar ao receptor o objeto que corresponde a um dado descritor. O conteúdo da mensagem é uma expressão referencial, um descritor de objeto.
<i>Not-Understood</i>	O agente emissor informa ao agente receptor que não entendeu uma ação ou ato prévio do agente receptor. O conteúdo da mensagem é composto do ato ou ação não compreendida e de uma explicação do que não foi compreendido.
<i>Propagate</i>	Serve para que o agente emissor solicite a manipulação da mensagem encapsulada em anexo como se tivesse sido emitida diretamente por ele, mas que também busque outros agentes que se encaixam num descritor, também passado em anexo, e reenvie a mensagem para os agentes selecionados pela busca. O conteúdo da mensagem é composto de dois elementos: um descritor dos outros agentes que deverão receber a mensagem sendo propagada e um ato comunicativo completo, contendo a mensagem encapsulada.
<i>Propose</i>	Serve para que agente emissor envie ao receptor uma proposta para efetuar alguma ação, dadas certas pré-condições. O conteúdo da mensagem é composto da descrição da ação sendo proposta e da pré-condição na execução dela.
<i>Proxy</i>	O agente emissor quer que o agente receptor busque outros agentes, que se encaixem na descrição passada em anexo, e envie a mensagem em anexo para esses agentes. O conteúdo da mensagem é composto de dois elementos: um descritor dos outros agentes que deverão receber a mensagem sendo passada por procuração e um ato comunicativo completo, contendo a mensagem encapsulada.
<i>Query-If</i>	Representa a ação de perguntar a um agente se uma determinada proposição é verdadeira ou não. O conteúdo da mensagem é a própria proposição.
<i>Query-Ref</i>	Representa a ação de perguntar a um agente qual o objeto que atende uma determinada expressão referencial. O conteúdo da mensagem é a própria expressão referencial (um descritor do objeto).
<i>Refuse</i>	Representa a ação de se recusar a executar uma dada ação e explicar a razão porque. O conteúdo é composto da ação recusada e da explicação da recusa.

<i>Reject-Proposal</i>	Representa a ação de rejeitar a execução de alguma ação, durante uma negociação. O conteúdo é composto da ação rejeitada e da explicação do porquê da rejeição.
<i>Request</i>	O agente emissor solicita ao receptor que ele execute alguma ação (possivelmente um outro ato comunicativo). O conteúdo da mensagem é uma ação a ser feita.
<i>Request-When</i>	O agente emissor solicita ao receptor que ele execute alguma ação, quando uma dada proposição for verdadeira. O conteúdo da mensagem é composto da ação a ser feita e da proposição.
<i>Request-Whenever</i>	O agente emissor solicita ao receptor que ele execute alguma ação, assim que uma dada proposição for verdadeira e que a continue executando cada vez que ela se tornar verdadeira novamente. O conteúdo da mensagem é composto da ação a ser feita e da proposição.
<i>Subscribe</i>	Solicita a notificação do valor das atualizações no valor de uma dada referência. O conteúdo da mensagem é composto de uma expressão referencial (uma descrição do valor a ser notificado).

2.5.4 Linguagens de Conteúdo

O padrão FIPA-2000 define 04 (quatro) linguagens padrão para a representação dos conteúdos (proposições) das mensagens FIPA:

- A linguagem SL (*Semantic Language*), definida na especificação (FIPA, SC00008, 2001);
- A linguagem KIF (*Knowledge Interchange Format*), definida em (FIPA, XC00010, 2001);
- A linguagem CCL (*Constraint Choice Language*), definida em (FIPA, XC00009, 2001);
- A linguagem RDF (*Resource Description Framework*), definida na especificação (FIPA, XC00011, 2001).

A linguagem SL, que é a uma representação em ASCII (na verdade em expressões S do LISP) da linguagem SL (*Semantic Language*) usada na formalização da semântica de FIPA-ACL. A linguagem SL é um formalismo lógico, criado pelo pesquisador francês Sadek, que pode ser usado para a representação de atitudes (estados) mentais e ações (ver seção 2.3.3). SL é essencialmente uma lógica modal, baseada numa semântica de mundos possíveis, que pode ser usada para representar **crenças**, **desejos**, **incertezas** e **intenções** de um agente, bem como expressar os **atos** e **ações** deste agente.

Usada como linguagem de representação de conteúdos de FIPA-ACL, a linguagem SL tem uma sintaxe similar à de LISP, mais apropriada para uso em computador. A linguagem de conteúdo SL é idêntica ao formalismo SL, exceto pela sintaxe *LISP-like*. Entretanto, como nem todas as aplicações e agentes necessitam do poder de expressividade de uma lógica de predicados modal, dessa foram definidos subconjuntos de SL mais simples: SL0, SL1 e SL2.

A linguagem SL0 é o menor subconjunto de SL que pode ser usado como linguagem de conteúdo. SL0 permite representar apenas: ações (ou comandos), resultados de computações e cálculos, finalizações de ações e proposições binárias simples. A linguagem SL1 estende SL0 incorporando os conectivos lógicos and, or e not e permitindo a formação de expressões booleanas. Por fim, a linguagem SL2 é um subconjunto de SL que permite predicados de primeira ordem e operadores lógicos modais, mas incorpora restrições que asseguram a decidibilidade de suas fórmulas.

A linguagem KIF é a mesma empregada como linguagem de conteúdo padrão de KQML.

A linguagem CCL foi definida para permitir a comunicação entre agentes que trabalham com representação (e resolução) de problemas de escolha através de equações de restrições (*Constraint Satisfaction Problems - CSPs*). Esta linguagem permite:

- Representação de problemas por meio de equações de restrição;
- Coleta de informações;
- Integração de informações;
- Acesso a diversas técnicas de solução de problemas de satisfação de restrições.

A linguagem RDF foi criada pelo consórcio W3C para a troca de recursos (objetos) entre aplicações da Internet. A FIPA apenas normatizou o uso desta linguagem dentro de FIPA-ACL e estendeu os esquemas RDF para permitir a definição de:

- Objetos que representarão as entidades do domínio;
- Proposições lógicas sobre os objetos;
- Ações que representarão as atividades que podem ser feitas pelos objetos.

2.5.5 Protocolos de Interação

Todas as conversações entre agentes apresentam um padrão de trocas de mensagens, onde em determinadas ocasiões um tipo de mensagem específico é esperado. A esse padrão de trocas de mensagens dá-se o nome Protocolos de Interação. É claro que nem todas as trocas de mensagens seguem um determinado padrão, mas o uso destes padrões é encorajado para aumentar o reuso de protocolos de interação, além de prover padrões de interação entre agentes testados, que podem ser úteis em vários aspectos de sistemas baseados em agentes.

Os protocolos de interação padronizados pela FIPA são descritos através da linguagem AUML (*Agent Unified Modelling Language*), descrita no documento (FIPA, XC00025, 2001). A FIPA descreve alguns protocolos de interação simples que governam que a interação dos atos **request** (FIPA, SC00026, 2001), **query** (FIPA, SC00027, 2001), **request-when** (FIPA, SC00028, 2001) e **propose** (FIPA, SC00036, 2001). Como exemplo, o protocolo **request** é definido de acordo com o diagrama apresentado na figura 2.2.

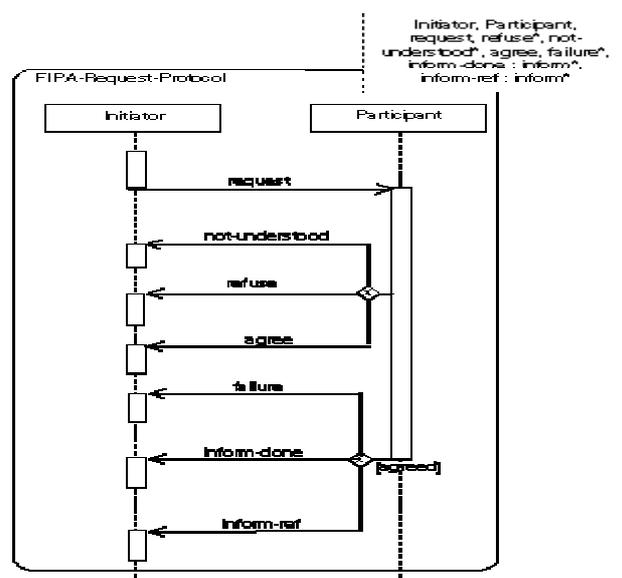


Figura 2.2: Diagrama AUML do protocolo **request**.

Neste exemplo, existem apenas dois tipos de agentes o *iniciante* e o *participante*. O agente iniciante começa a conversa fazendo uma requisição ao participante através da emissão de um ato **request**. Para estar conforme ao protocolo o agente participante somente poderá responder com uma sequência com até dois atos distintos. O primeiro ato da sequência poderá ser **not-understood** se ele não compreendeu o **request**, **refuse** se ele não está de acordo em satisfazer a requisição ou **agree** se ele pretende atendê-la. Se o agente participante enviou um **agree** como primeiro ato, então o agente iniciante espera que após um tempo (indeterminado) o agente participante informe a conclusão da atividade solicitada através de um ato **inform-done** ou de um ato **inform-ref**, ou então informe se ocorreu alguma falha ou problema na execução da atividade pelo ato **failure**. As especificações (FIPA, SC00029, 2001) e (FIPA, SC00030, 2001) definem os protocolos que podem ser usados para regular negociações baseadas em rede contratual. Nestes protocolos são usados os atos comunicativos: **cfp**, **accept-proposal** e **reject-proposal**.

As especificações (FIPA, XC00031, 2001) e (FIPA, XC00032, 2001) definem dois protocolos de leilão experimentais chamados, respectivamente, *English Auction* e *Dutch Auction*. Estes protocolos descrevem trocas de mensagens em leilões, ou seja, um agente oferece um produto por um preço enquanto que outros agentes envolvidos na conversação fazem suas ofertas. A diferença entre os dois é que no *English Auction*, o preço do produto é mínimo e vai aumentando conforme as ofertas, enquanto que no *Dutch Auction*, o preço do produto é máximo, caindo gradativamente até um agente adquiri-lo. Estes protocolos de interação são muito utilizados em MAS que simulam comércio eletrônico. Também são usados os atos **cfp**, **accept-proposal** e **reject-proposal** exceto que um ato **inform** prévio informa que será feito um leilão (e o tipo do leilão) e não uma negociação contratual.

A FIPA define também, nas especificações (FIPA, SC00033, 2001) e (FIPA, SC00034, 2001), protocolos de interação que regulam a busca de informações através de agentes procuradores (*proxy*). Estes protocolos usam principalmente o ato **proxy**.

2.5.6 Transporte de Mensagens

Os serviços e infra-estruturas para transportes de mensagens entre agentes formam uma camada essencial das especificações FIPA. A estrutura geral destes serviços é definida na especificação (FIPA0, SC0067, 2001). Cada plataforma de agentes FIPA deve fornecer um serviço de transporte de mensagens FIPA-ACL (MTP - *Message Transport Protocol*). O MTS deve suportar a troca de mensagens tanto dentro da plataforma como entre plataformas. Para a troca de mensagens entre plataformas, o MTS deve implementar uma entidade denominada de Canal de Comunicação de Agentes (ACC- *Agent Communication Channel*).

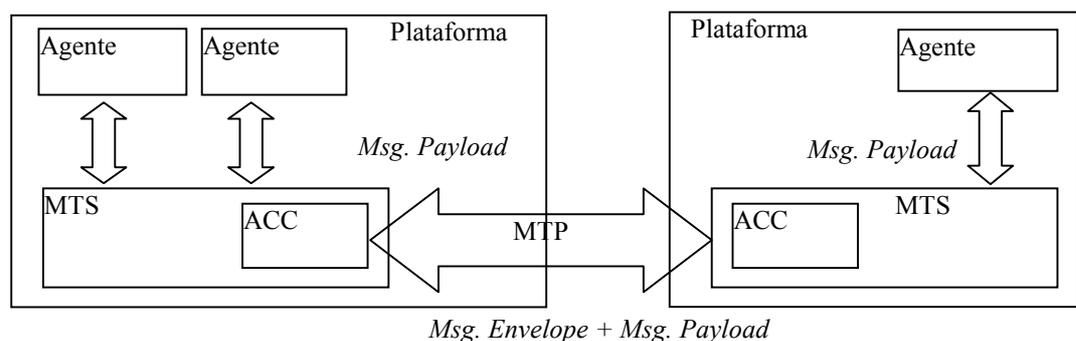


Figura 2.3: Modelo de referência do Serviço de Transporte de Mensagem

As mensagens são trocadas entre ACCs de distintas plataformas através de Protocolos de Transporte de Mensagens (MTP - *Message Transport Protocol*). Uma mensagem é composta por duas partes: um envelope e uma carga útil (*payload*). A carga útil contém a mensagem FIPA-ACL enviada pelo agente. O envelope contém informações de transporte da mensagem. A figura 2.3 resume este modelo.

Um envelope carrega as informações necessárias para transportar uma mensagem para seu destino. Ele é composto por diversos parâmetros, sendo que quatro deles são obrigatórios:

- *to*: parâmetro que contém o endereço de transporte do(s) agente(s) destinatário(s).
- *from*: contém o endereço de transporte do agente remetente da mensagem.
- *date*: data e hora do envio da mensagem pelo remetente.
- *acl-representation*: o tipo de codificação usado para representar a mensagem.

As mensagens FIPA-ACL devem ser representadas por codificação padrão, antes de serem transportadas. Existem três formatos padrão de representação:

- Representação binária (*Bit-Efficient*): usada quando o tamanho da mensagem é crítico. A especificação (FIPA, SC00069, 2001) descreve a representação binária.
- Representação textual (*String*): descreve a mensagem em expressões S escritas em texto ASCII. A especificação (FIPA, SC00070, 2001) descreve a representação textual.
- Representação XML: utiliza a linguagem XML para descrever a mensagem. A especificação (FIPA, SC00071, 2001) descreve a representação por XML.

Uma mensagem pode ter um ou mais destinatários. Cada destinatário pode ter um ou mais endereços de transporte. Neste caso, o ACC utiliza o primeiro endereço de transporte, da lista de endereços de transporte, da descrição do agente. Se o endereço de transporte escolhido falhar, ele tentará enviar para o próximo endereço e assim sucessivamente.

2.5.7 Exemplos de Uso de FIPA-ACL

Um exemplo simples de utilização de FIPA-ACL: o agente *i* pergunta se o agente *j* está registrado no domínio *d1* (ontologia e linguagem de conteúdo não especificados):

```
(query-if
  :sender (agent-identifier :name i)
  :receiver (set (agent-identifier :name j))
  :content "((registered (server d1) (agent j)))"
  :reply-with r09 )
```

O agente *j* responde que não através do ato:

```
(inform
  :sender (agent-identifier :name j)
  :receiver (set (agent-identifier :name i))
  :content "((not (registered (server d1) (agent j))))"
  :in-reply-to r09 )
```

Outro exemplo, desta vez usando linguagem de conteúdo não padronizada (Visual Basic). Neste exemplo o agente *i* solicita ao agente *j* executar um comando VisualBasic™ (abrir o arquivo “db.txt” para leitura):

```
(request
  :sender (agent-identifier :name i)
  :receiver (agent-identifier :name j)
  :content "open \"db.txt\" for input"
  :language visual-basic)
```

Mais exemplos, agora usando Prolog como linguagem de conteúdo não-padrão. Primeiro um agente *i* informa, em Prolog, ao agente *j* que (é verdade que) está chovendo hoje:

```
(inform
  :sender (agent-identifier :name i)
  :receiver (set (agent-identifier :name j))
  :content "weather (today, raining)."
  :language Prolog)
```

O Agente *i* faz uma requisição (consulta) ao agente *j*, querendo saber se a cidade de Lannion fica na Normandia. Isto é implementado através de uma consulta Prolog:

```
(request
  :sender (agent-identifier :name i)
  :receiver (set (agent-identifier :name j))
  :content "?- in( lannion, normandy)."
  :language Prolog)
```

A resposta do agente *i* para a requisição (consulta) acima, poderia ser:

```
(inform
  :sender (agent-identifier :name j)
  :receiver (set (agent-identifier :name i))
  :content "\+ in(lannion, normandy)."
  :language Prolog)
```

Agora exemplos usando a linguagem padrão SL e explicitando qual ontologia os agentes estão considerando. Primeiro o Agente *i* cliente quer saber quais serviços de reserva de viagens um agente *j* assistente de viagens pode disponibilizar:

```
(query-ref
  :sender (agent-identifier :name i)
  :receiver (agent-identifier :name j)
  :content ((all ?x (available-service j ?x)))
  :language FIPA-SL
  :ontology travel-reservations-ontology)
```

O agente *j* responde que faz reservas de passagens para viagens de trem e avião e pode também reservar (alugar) automóveis:

```
(inform
  :sender (agent-identifier :name j)
  :receiver (agent-identifier :name i)
  :content ((= (all ?x (available-service j ?x))
              (set (reserve-ticket train)
                   (reserve-ticket plane)
                   (reserve automobile))))
  :language FIPA-SL
  :ontology travel-reservations-ontology)
```

2.6. Perspectivas de Pesquisa

Conforme pode ser visto em (GLUZ, 2002) os padrões FIPA para comunicação entre agentes se apresentam hoje como a melhor alternativa para implementação da comunicação entre os agentes de um sistema multiagente de uma forma padronizada e interoperável. De maneira geral os bons resultados alcançados inicialmente pela

linguagem KQML da iniciativa KSE (*Knowledge Sharing Effort*) promovida pela agência de pesquisa norte-americana ARPA (DARPA, 1993), foram seguidos, generalizados e uniformizados pelos esforços da FIPA.

Algumas questões iniciais, levantadas sobre a falta de pragmatismo e de praticidade da linguagem de comunicação entre agentes FIPA-ACL, foram efetivamente resolvidas nos últimos padrões da FIPA (o padrão FIPA-2000), através da inclusão de mecanismos padronizados para localização, negociação e coordenação de tarefas entre agentes, e também, para o redirecionamento e roteamento de mensagens entre eles.

Entretanto, outras questões, principalmente relacionadas à fundamentação e à generalidade dos padrões FIPA ainda permanecem em aberto e são objetos de pesquisa, como poderá ser visto a seguir. Apesar disso, pode-se afirmar que os padrões FIPA oferecem uma base importante para a modelagem e implementação da comunicação em sistemas multiagente, principalmente naqueles sistemas onde agentes tem seu comportamento modelado através de estados mentais (sistemas multiagente construídos de acordo com a arquitetura BDI - *Belief, Desire and Intentions*). Neste caso os padrões FIPA geralmente oferecem linguagens, serviços e protocolos de interação expressivos o suficiente para permitir a modelagem da comunicação requerida neste tipo de sistema.

As principais pesquisas sobre a semântica das ACLs durante a década de 90, levaram à criação de modelos mentalistas para dar significado às construções dessas linguagens. Tanto a semântica formal de KQML quanto de FIPA-ACL foram definidas em termos de estados mentais dos agentes. O significado dos atos comunicativos destas linguagens foi dado em função das crenças, objetivos (desejos) e intenções dos agentes envolvidos na comunicação (principalmente do agente emissor). Este fato aproximou muito a fundamentação de ACLs das pesquisas aos modelos BDI para agentes cognitivos, que foram um dos principais focos de pesquisa em IA durante a década de 90.

No fim dos anos 90, entretanto ficou claro que esta abordagem, apesar de trazer consideráveis avanços em termos de rigorismo e precisão no tratamento da semântica e do uso das ACL, ainda deixava várias questões ou pontos em aberto (CHAIB-DRAA e DIGNUN, 2002) (SINGH, 1998), principalmente envolvendo a aplicabilidade de se usar o conceito de agência mental *individual* para definir a semântica dos atos comunicativos. Questões secundárias também foram levantadas sobre o grau de “cobertura” que linguagens como KQML e FIPA-ACL ofereciam em termos de tipos distintos de atos da fala. Também foi questionada a viabilidade da verificação de compatibilidade entre uma implementação concreta com a sua especificação formal.

De maneira geral se considera que o modelo de agência mental individual apresenta sérias limitações no tratamento de interações mais complexas, desenvolvidas no contexto de uma sociedade (SINGH, 1998). Para tratar destas interações sociais se iniciou toda uma nova linha de pesquisa, ainda em aberto, para modelar e definir a semântica de ACLs baseado em agências ou instituições sociais. São exemplos desta linha de pesquisa os trabalhos de Colombetti e Verdicchio (2002) e de Fornara e Colombetti (2002) que tentam modelar interações sociais, através de atos de comprometimento entre agentes. Os atos de comprometimento são definidos, por sua vez, através de eventos e ações institucionais, que são conceitos tomados emprestados da análise de Searle das relações puramente institucionais (em contraponto as relações naturais) entre agentes. Segundo Searle, relações institucionais são relações do tipo “conta como”, onde um evento ou ação t enunciado por um agente, conta na verdade como uma outra ação ou evento t' em termos de significado real do ato. Outro trabalho

interessante que relaciona pesquisas na área de interação social com o grau de cobertura de atos lingüísticos, oferecidos por KQML ou FIPA-ACL, é o trabalho de Herzig e Longin (2002). Este busca definir a lógica da interação social, baseada em princípios de cooperação e em atos assertivos, que usa o conceito de ato de fala, indireto de Searle, para modelar atos mais complexos.

Vários outros trabalhos importantes, relacionados à interação social entre agentes, pautam pela definição de qual seria o significado correto da relação de comprometimento entre agentes. Simplesmente, estipular e impor de fora do sistema o conjunto de regras de comprometimento ou de convivência que teriam que ser seguidos pelos agentes de um sistema, foge inteiramente do conceito de sistema multiagente. A expectativa é que os vínculos de comprometimento surjam com a própria interação social. Nesta linha, é importante salientar os trabalhos de Castelfranchi e Falconi (1998) e (1999) sobre o efeito que a noção de confiança causa no estabelecimento de relações sociais entre agentes, e o trabalho de Grosz, Kraus e outros (2002) com o sistema SPIRE, que verifica como agentes racionais e colaborativos podem adaptar seus objetivos e intenções para trabalhar em grupo com outros agentes (como compromissos sociais podem surgir entre eles). Outro trabalho interessante na área é a lógica modal de habilidades, crenças e confiança que Fischer e Ghidini (2002) criaram para modelar o comportamento e a interação entre agentes.

As questões sobre verificação e correção da especificação foram tratadas em poucos trabalhos, tendo em vista os notórios problemas de computabilidade associados às lógicas modais, que são a base das semânticas formais das ACLs. Um trabalho importante que oferece uma abordagem alternativa para este problema é o trabalho de Guerin e Pitt (2001), que mostra como a especificação de ACLs, por meio de uma semântica denotacional, poderia ser usada para verificar a compatibilidade da implementação de um protocolo de interação. Os autores deste trabalho argumentam que, como a semântica denotacional dos atos de comunicação e das interações é totalmente baseada em eventos observáveis, tal verificação seria possível em tese, o que não ocorre com os outros tipos de semântica que é baseada em estados mentais internos e não-observáveis, ou seja, inacessíveis na prática.

Outra linha de pesquisa que está relacionada às questões sobre a interação social entre agentes, mas também é direcionada por problemas de ordem prática, é a linha que trata do estudo de protocolos apropriados para a interação entre agentes: como estes protocolos surgem durante a existência de um sistema multiagente, como eles podem ser especificados e que tipo de semântica deveria ser assumida para eles. Como exemplo de ordem prática, a FIPA definiu uma série de protocolos para governar a interação que ocorre entre os agentes durante processos, como consulta de informações, negociação e contratação de tarefas, leilões e outras atividades similares. Tais protocolos foram definidos através da linguagem AUML, que não tem uma semântica formal precisa e nem relacionada à semântica de FIPA-ACL.

Assim alguns trabalhos envolvendo protocolos de interação visam a definição e a verificação formal de protocolos especificados por meio de diagramas AUML, através de Redes de Petri Coloridas (MAZOUZI, FALLAH e HADDAD, 2002) ou através do Cálculo de Eventos de Kowalski e Sergot (YOLUM e SINGH, 2002).

Nesta linha, também existem trabalhos como os do grupo formado por Pitt, Kamara e Artikis (2001) que se relacionam diretamente com as pesquisas sobre interação social, buscando definir uma semântica intencional social para os protocolos de interação.

Outra abordagem interessante para o problema de definição de uma semântica dos protocolos de interação, que leva em conta a semântica dos atos comunicativos, é o trabalho sendo desenvolvido por Kumar, Huber e Cohen (2002) que trata da formalização destes protocolos através de diagramas de *landmarks* e ações conjuntas (*joint actions*). O trabalho destes autores se apresenta como uma extensão direta e natural dos trabalhos de formalização originais de Cohen & Levesque, incluindo sua Teoria das Ações Conjuntas (*Joint Action Theory*), quando aplicados na formalização de famílias inteiras de protocolos, através de expressões da lógica de ações conjuntas. Esta última abordagem, também se apresenta como uma boa tentativa de criar uma ponte (através de comprometimentos sociais vistos como condições para ações conjuntas) entre modelos mentais individuais e modelos sociais para agentes.

3 LÓGICAS PROBABILÍSTICAS

O presente capítulo apresenta as Lógicas Probabilísticas que são lógicas formais que permitem que probabilidades sejam expressas. São apresentados e analisados vários exemplos deste tipo de lógica existentes na literatura, com especial ênfase nas lógicas probabilísticas de caráter epistêmico, que são capazes de representar as probabilidades subjetivas dos sujeitos. Também são apresentados elementos da Teoria das Probabilidades para melhor caracterizar o tema.

O texto deste capítulo está estruturado da seguinte forma:

- A seção 3.1 apresenta uma breve introdução às Lógicas Probabilísticas.
- Na seção 3.2 são apresentados os elementos da Teoria da Probabilidade, necessários para uma melhor compreensão do tema das lógicas probabilísticas.
- As próximas duas seções apresentam as lógicas probabilísticas de Halpern e Bacchus que se podem reputar como clássicas ou paradigmáticas para este tipo de lógica. A seção 3.4 apresenta as lógicas $\mathcal{L}_1(\Phi)$ e $\mathcal{L}_2(\Phi)$ de Halpern e a lógica \mathbf{Lp} de Bacchus.
- A seção 3.5 mostra as questões surgidas no processo de axiomatização das lógicas de Halpern e Bacchus. É dada especial atenção ao problema de indecidibilidade das lógicas probabilísticas, descoberto por Abadi e Halpern.
- Por fim a última seção mostra outros tipos de lógicas probabilísticas, surgidas durante a década de 1990, que não estão diretamente relacionados aos trabalhos de Halpern e Bacchus.

3.1 Introdução

Intuitivamente uma lógica probabilística é uma lógica (proposicional ou de primeira ordem) que consegue tratar não apenas de asserções simples verdadeiras ou falsas, mas também de afirmações ou proposições com um caráter probabilístico, isto é, que não sejam necessariamente verdadeiras ou falsas mas tenham uma probabilidade (ou chance) de ser verdadeiras (ou falsas).

A idéia de aliar probabilidades e lógica é discutida há algum tempo na literatura¹⁸, geralmente associada a sugestão de que a própria probabilidade poderia ser compreendida como um grau de crença racional de um dado sujeito. Esta seria a *probabilidade lógica* da crença ser válida que é inerentemente relacionada à

¹⁸ Conferir o trabalho (PLIEGO e PEREZ, 1999, p. 32) para mais detalhes.

interpretação subjetiva do conceito de probabilidade (algo a ser tratado mais adiante, na seção 3.2).

A reedição mais atual deste conceito de probabilidade lógica pode ser remontado ao trabalho de Nilsson (1986), que definiu uma lógica que trabalha com conceitos probabilísticos, tendo inclusive cunhado o termo “Lógica Probabilística”. O presente capítulo, entretanto, apresenta propostas mais recentes e bem fundamentadas de lógicas probabilísticas, parcialmente derivadas do trabalho inicial de Nilsson.

Mas antes, para compreender bem os aspectos relacionados à incorporação de probabilidades à lógica é importante rever os conceitos da Teoria da Probabilidade, com particular ênfase nas diferentes interpretações que se pode dar ao conceito de probabilidade. Como poderá ser visto mais adiante na seção 3.3, as principais formas de interpretação da noção de probabilidades (discutidas nas sub-seções 3.2.1 até 3.2.4) tem um reflexo na forma como lógicas probabilísticas podem ser definidas.

Além disso será feita uma revisão cuidadosa da Teoria Formal das Probabilidades que é baseada nos axiomas de Kolmogorov (seção 3.2.5). Em termos estritamente formais incorporar probabilidades a uma lógica sempre requer dois passos: definir como serão incorporados os valores numéricos necessários para representar as probabilidades e definir as propriedades que estas probabilidades devem respeitar.

Independente da interpretação de probabilidades (subjetiva ou estatística) que se pretenda atribuir a uma lógica probabilística, os dois passos descritos acima sempre tem que ser feitos. Eles tem reflexo tanto nas estruturas algébricas empregadas para definir a semântica da lógica, quanto no sistema axiomático da lógica. Assim, do ponto de vista dos modelos semânticos incorporar probabilidades a uma lógica implica em incluir de alguma forma no modelo da lógica tanto a estrutura algébrica dos reais (o corpo dos reais, ver (DURBIN, 1985) para mais detalhes) quanto funções de atribuição de probabilidades para as proposições e predicados da lógica. Do ponto de vista axiomático, devem ser incluídos axiomas equivalentes que definem as propriedades dos reais (axiomas que caracterizam o corpo dos reais) e das funções de probabilidades (axiomas de Kolmogorov).

3.2 Aspectos da Teoria da Probabilidade

A presente seção apresenta de forma condensada alguns elementos básicos de Teoria das Probabilidades que serão necessários, mais tarde, na exposição das Lógicas Probabilísticas (seções 3.3 e 3.4). Em primeiro lugar, serão apresentadas certas características básicas do conceito de probabilidade. Posteriormente serão mostradas as interpretações intuitivas que se pode dar a este conceito. Por fim serão revistos alguns elementos da Teoria Axiomática da Probabilidade de Kolmogorov.

Aparentemente “probabilidade” é um conceito relativamente simples que pode ser diretamente associado a asserções ou afirmações acerca de uma dada situação, como, por exemplo, à declaração de quais resultados são esperados após algum experimento. Assim, afora o fato de se poder ter afirmações completamente verdadeiras (seguras ou certas) sobre uma determinada situação (ou afirmações impossíveis), o uso de probabilidades nos permitiria afirmar fatos não tão certos ou seguros, mas ainda assim “prováveis”. Visto desta forma, uma “probabilidade” seria apenas um valor numérico entre 0 e 1, onde 0 indicaria a impossibilidade da afirmação ser verdadeira (de um resultado esperado acontecer), 1 indicaria sua certeza e os valores intermediários

indicariam quão provável a afirmação é (ela é mais provável quando está mais perto de 1).

Segundo Gnedenko (1978) este tipo de questionamento acerca da maneira como afirmações podem ser enunciadas sobre a realidade, fornece o motivo inicial do estudo da Teoria das Probabilidades. Assim a Lógica Clássica se ateria principalmente ao estudo de afirmações certas (verdadeiras) ou impossíveis (falsas) sobre situações, que ele denomina de afirmações de tipo 1. Enquanto que as afirmações de tipo 2, que estão num meio termo, não sendo necessariamente certas nem impossíveis mas com uma certa probabilidade para a sua veracidade seriam tratadas pela Teoria das Probabilidades.

Partindo desta colocação inicial, pode-se avançar na conceituação da probabilidade, através da caracterização de seus aspectos mais importantes. Em primeiro lugar, e isto é comum acordo na literatura sobre a teoria da probabilidade¹⁹, probabilidades não são caracterizadas como valores lógicos, isto é, não se descarta a lei do terceiro excluído: ou uma proposição é falsa ou ela é verdadeira. Gnedenko deixa isto particularmente claro na sua introdução ao tema. Segundo este autor não se está discutindo se uma afirmação possa ser verdadeira ou falsa ou outra coisa, mas apenas que não se tem informação insuficiente para precisar esta dúvida²⁰, sendo assim é necessário atribuir uma probabilidade para a possibilidade da afirmação ser verdadeira.

3.2.1 Interpretações do Conceito de Probabilidade

Outro aspecto importante relacionado ao conceito de probabilidade é que tipo de interpretação intuitiva se deve dar a este conceito? Na apresentação feita até aqui, este aspecto ficou encoberto, não ficando claro, por exemplo, se uma dada afirmação exprimiria uma crença subjetiva na veracidade de uma proposição lógica, ou a expectativa objetiva de resultado de um experimento. Os dois exemplos de interpretação dados acima não são gratuitos. Na verdade, tanto seguindo a literatura mais tradicional da Teoria das Probabilidades (GNEDENKO, 1978) (PLIEGO e PEREZ, 1999), quanto seguindo a literatura das aplicações mais recentes desta teoria na Inteligência Artificial (BACCHUS, 1990) (HALPERN, 1990), estas duas possibilidades de interpretação se posicionam como dois “pólos opostos” num campo de interpretações possíveis sobre o conceito de probabilidades. Seguindo a exposição de Gnedenko (1978, pg. 17), as definições para o conceito de probabilidade podem ser divididas em três grupos:

1. Definição de probabilidade como uma quantidade mensurável representando o “grau de certeza” do observador (definição *subjetiva* do conceito de probabilidade).
2. Definições que reduzem o conceito de probabilidade a noção de “possibilidades iguais” entre eventos. Esta seria a definição *clássica* do conceito de probabilidade, como distribuição equiprovável (ou indiferente) de ocorrência de eventos.
3. Definições que se baseiam na frequência com que um evento particular ocorre como resultado de um grande número de experimentos (“*trials*”).

¹⁹ Embora isto não seja necessariamente verdadeiro em aplicações da Teoria da Probabilidade na Inteligência Artificial, ver Nilsson (1986) para um contra-exemplo, onde as probabilidades são tratadas como valores verdade.

²⁰ Conferir Gnedenko (1978), pg. 18.

Esta seria a definição *frequentista* ou *estatística* do conceito de probabilidade.

A interpretação subjetiva do conceito de probabilidade prevê que um observador (um agente) poderia atribuir a cada proposição lógica reconhecida por ele acerca de um domínio, uma probabilidade (valor entre 0 e 1) indicando seu grau de crença ou certeza na veracidade desta proposição. Embora existam questionamentos acerca do valor científico desta interpretação (ver discussão logo a seguir) o fato é que se poderia ter uma interpretação inteiramente consistente de probabilidades como representando graus ou níveis de crença subjetiva que um dado agente tem acerca da situação que o cerca. Segundo Bacchus (1990, pg. 6) este tipo de interpretação tem recebido uma atenção especial da comunidade de Inteligência Artificial, sendo a interpretação preferencialmente adotada para inferência sobre domínios incertos. Esta tradição pode ser vista desde os primeiros sistemas especialistas, como o MYCIN (BUCHANAN e SHORTLIFE, 1985) com seus “coeficientes de certeza” ou o Prospector (DUDA et al., 1979) com suas probabilidades sobre relações “plausíveis”, chegando até os mecanismos de inferência baseados em redes de crenças ou redes *bayesianas* (PEARL, 1986) (RUSSEL e NORVIG, 1995) (NILSSON, 1998). Sendo a Inteligência Artificial a ciência que busca evidenciar as características computacionais da inteligência humana, esta abordagem parece perfeitamente justificável.

Existem, entretanto, críticas quanto ao valor científico (pelo menos do ponto de vista das ciências naturais) oferecido pela interpretação subjetiva do conceito de probabilidade. Por exemplo, segundo Gnedenko (1978, pg 15):

“Every investigator dealing with the application of probability theory to physics, biology, engineering, economic statistics, or any other concrete science, actually proceeds from the conviction that *probabilistic judgements express certain objective properties of the phenomena under study.*”²¹

Segundo este autor para qualquer pesquisador (ou pesquisadora) que assume, não só a existência de uma realidade externa concreta, mas que acredita que tal realidade é ultimamente cognoscível pela ciência, não faz sentido pressupor uma interpretação *puramente* subjetiva do conceito de probabilidade. Ainda segundo Gnedenko, na melhor das hipóteses o uso desta interpretação, que seria derivada e sustentada pelo linguajar comum (senso comum), faria parte da ciência da Psicologia, não ajudando muito na compreensão (e quantificação) das regularidades probabilísticas que ocorrem nos fenômenos pesquisados pelas ciências (naturais).

Entretanto, outros autores (HOEL, et al. 1971) (JAMES, 1981) e (NEVEAU, 1965) consideram este tipo de discussão sobre a interpretação intuitiva do conceito de probabilidade como irrelevante, apenas apresentando, ocasionalmente, alguma interpretação intuitiva (usualmente objetiva) para uma dada definição formal, como forma de motivar o leitor a compreender melhor o tema. Fica claro, pela apresentação da Teoria Formal das Probabilidades feita por estes autores que, independente da interpretação adotada, o modelo matemático padrão para esta teoria (o sistema axiomático de Kolmogorov) oferece uma definição precisa, consistente e coerente

²¹ O grifo em itálico pertence ao original.

(embora incompleta²²) para tratar as probabilidades, mesmo que a aplicação de probabilidades a uma dada situação concreta ainda possa ser discutida.

A axiomatização da Teoria das Probabilidades será tratada mais adiante (na seção 3.2.5). Por agora, serão analisadas mais algumas características das interpretações não-subjetivas para o conceito de probabilidade, apenas necessárias para a compreensão da terminologia que será empregada nas próximas seções.

3.2.2 Abordagem Clássica

A definição **clássica** do conceito de probabilidade é baseada na noção intuitiva e informal de “equiprobabilidade” que assegura uma igual possibilidade ou igual probabilidade (“*likelihood*”) de qualquer um de um conjunto de eventos ocorrer num dado experimento. Para que esta definição se torne operacional, primeiro é preciso se ter um grupo de eventos básicos que são mutuamente exclusivos entre si e que também são equiprováveis de ocorrer. Com base neste grupo de eventos, então, pode-se definir a probabilidade $P(A)$ do evento composto A pela fórmula:

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

se o grupo de eventos básicos contiver n eventos mutuamente exclusivos e equiprováveis e se o evento A puder ser decomposto em m casos especiais deste grupo de eventos.

Como exemplo deste tipo de definição será usado o jogo de par-ou-ímpar como grupo de eventos básicos. Num jogo de par-ou-ímpar, primeiro uma criança escolhe se quer um valor par ou ímpar como resultado (a outra irá querer o contrário), logo após esta escolha, ambas crianças abrem ao mesmo tempo alguns (pelo menos um) ou todos os dedos de uma de suas mãos. Depois disso o número total de dedos abertos entre as duas mãos é contado, se o resultado é par a criança que escolheu par ganha, senão é a outra criança que ganha. O grupo total de eventos resultantes possíveis é formado por pares de valores, cada valor indo de 1 até 5. São possíveis, portanto, $5^2 = 25$ pares possíveis somando de 2 até 10:

$$\begin{aligned} (1,1) &= 2, (1,2) = 3, (1,3) = 4, (1,4) = 5, (1,5) = 6, \\ (2,1) &= 3, (2,2) = 4, (2,3) = 5, (2,4) = 6, (2,5) = 7, \\ (3,1) &= 4, (3,2) = 5, (3,3) = 6, (3,4) = 7, (3,5) = 8, \\ (4,1) &= 5, (4,2) = 6, (4,3) = 7, (4,4) = 8, (4,5) = 9, \\ (5,1) &= 6, (5,2) = 7, (5,3) = 8, (5,4) = 9, (5,5) = 10. \end{aligned}$$

De posse deste grupo de eventos é fácil calcular as probabilidades. Uma criança sempre escolhe ou *Par* ou *Ímpar* como evento composto e a outra escolhe o outro evento. A probabilidade destes eventos é calculada por:

$$P(\text{Par}) = \frac{\text{número total de eventos pares}}{\text{número total de eventos}} = \frac{13}{25}$$

$$P(\text{Ímpar}) = \frac{\text{número total de eventos ímpares}}{\text{número total de eventos}} = \frac{12}{25}$$

²² Segundo Gnedenko (1978) pg. 49, a axiomatização de Kolmogorov para as probabilidades é incompleta, mas isto não indica uma falha no sistema axiomático, sendo devida à própria natureza do problema de formalização das probabilidades.

Assim a chance de ganhar da criança que escolheu o evento *Par* é levemente maior que escolheu *Ímpar*. Outros eventos compostos podem facilmente ser definidos como: a soma resultante ser maior que 3, ambos valores serem pares, etc.

Apesar de intuitiva e logicamente consistente, esta forma de definir (e interpretar) o conceito de probabilidade apresenta certas dificuldades técnicas sérias. A mais importante se relaciona com a generalização do conceito de probabilidade para grupos de eventos básicos de tamanho infinito. A generalização direta do conceito acima não é válida, porque não é possível atribuir qualquer valor equiprovável diferente de 0 a cada um dos infinitos eventos (a soma de probabilidades resultaria infinita, o que não é aceitável). Além disso, mesmo quando se está tratando com grupos de eventos finitos, em certos casos não é possível (ou desejável) atribuir uma distribuição equiprovável aos eventos básicos.

Para superar estes problemas conceituais, a noção clássica de probabilidade foi modificada de forma a: (i) permitir uma extensão para domínios infinitos e (ii) evitar questões relativas à equiprobabilidade (ou indiferença) entre eventos básicos.

3.2.3 Abordagem Geométrica

Uma primeira extensão para suportar domínios infinitos é a, assim chamada (GNEDENKO, 1978, pg 33), abordagem **geométrica** para o conceito de probabilidade. Segundo esta abordagem dada uma região geométrica G sobre um plano, que contém uma outra região g , que pode ter limites retificáveis, então se pode calcular a probabilidade de que um ponto qualquer que seja aleatoriamente “atirado” sobre a região G caia sobre a região g . A probabilidade p de este ponto cair em g , é calculada medindo-se o tamanho das áreas de G e g e obtendo-se sua razão:

$$p = \frac{\text{área}(g)}{\text{área}(G)}$$

Apesar de efetivamente resolver o problema de se trabalhar com conjuntos infinitos de eventos, esta abordagem apresenta dificuldades sérias em sua operacionalização. Estas dificuldades se tornam visíveis através do **Paradoxo de Bertrand**. Este paradoxo aparece quando se tenta resolver o seguinte problema:

Uma corda unindo dois pontos quaisquer de uma circunferência é escolhida aleatoriamente. Qual é a probabilidade de que esta corda tenha um comprimento maior que a lateral de um triângulo equilátero inscrito nesta mesma circunferência?

A questão aqui é que este problema apresenta **diferentes soluções** que resultam em **diferentes valores** para estas probabilidades mas são **perfeitamente coerentes** com o enunciado do problema:

(A) Por exemplo, uma forma de resolver o problema é assumir (por considerações de simetria) que as direções das cordas são irrelevantes podendo, então, ser especificadas de antemão. Neste caso pode-se utilizar uma corda que passa pelo diâmetro do círculo para medir e separar as cordas com um comprimento maior que o do triângulo equilátero das menores. Como a direção é dada de antemão somente são consideradas as cordas que intersectam perpendicularmente o segmento de reta do diâmetro. Usando esta forma de medida é óbvio que somente cordas que intersectam o diâmetro no intervalo entre $1/4$ e $3/4$ do seu comprimento excedem em comprimento um lado do triângulo equilátero. Por esta forma de medir, a probabilidade de uma corda exceder o comprimento da lateral do triângulo é $1/2$.

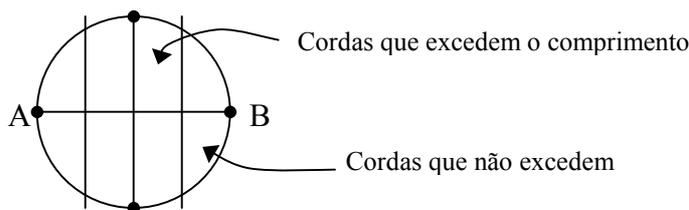


Figura 3.1: Primeira solução do paradoxo de Bertrand

(B) Outra solução, que também assume que a direção das cordas é irrelevante, pressupõe que se pode fixar previamente um dos lados das cordas num ponto da circunferência. Neste caso, se posicionarmos um dos vértices do triângulo equilátero justamente neste ponto, é fácil ver que a linha tangente do círculo neste ponto formará 3 divisões separadas por 60° , sendo que somente as cordas que estão dentro da divisão formada pelos dois lados do triângulo terão um comprimento maior que a lateral deste triângulo. Neste caso a probabilidade de uma corda exceder este comprimento será de $1/3$.

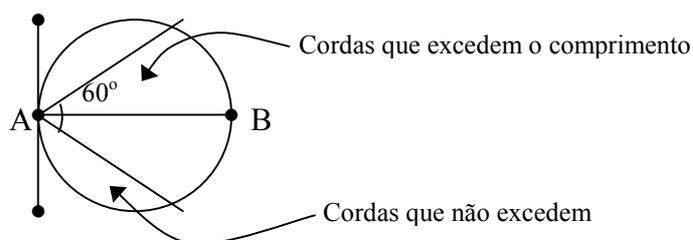


Figura 3.2: Segunda solução do paradoxo de Bertrand

(C) Também é possível raciocinar em termos do ponto intermediário de uma corda. Para se especificar uma dada corda, basta conhecer o ponto intermediário desta dentro do círculo. Usando este fato, pode-se ver que somente cordas cujo ponto intermediário ficam dentro de um círculo interno concêntrico ao círculo principal, com um diâmetro de $1/2$ deste, tem um comprimento maior que a lateral do triângulo. Com a área deste círculo menor é de $1/4$ em relação ao círculo principal, a probabilidade de uma corda ter um tamanho maior que a lateral também seria de $1/4$.

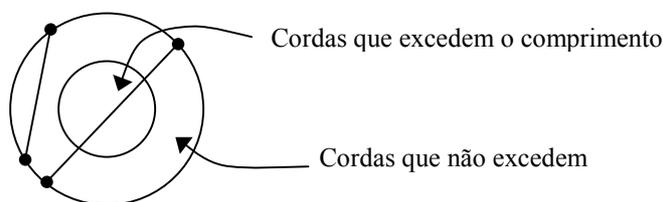


Figura 3.3: Terceira solução do paradoxo de Bertrand

Segundo Gnedenko a questão aqui é determinar claramente qual o conceito de aleatoriedade que será empregado na definição do problema. O fato é que não foram declaradas nas condições do problema, o que significa “escolher aleatoriamente uma corda”. Dessa forma é o enunciado do problema que não é único, admitindo várias

interpretações para a aleatoriedade dos eventos básicos (disposição das cordas) e portanto diversas formas de medir a probabilidade destes eventos. Por outro lado, quando a noção de aleatoriedade é precisamente definida para um determinado problema, então não ocorre o paradoxo mesmo considerando uma abordagem geométrica para o cálculo de probabilidades.

3.2.4 Abordagem Frequentista

O próximo passo no que se pode chamar de evolução do conceito de probabilidade, é dado pela interpretação **frequentista** deste conceito. Esta interpretação, proposta por Von Mises em 1919, é baseada em dois princípios básicos²³: a aceitação da objetividade da probabilidade e a estabilidade das freqüências relativas (ou regularidade estatística) atingida em largos números de experimentos. Pode-se definir a probabilidade $P(A)$ da ocorrência de um evento A como o limite da freqüência relativa da ocorrência de A em n repetições independentes de um experimento executado para testar A , com n tendendo para o infinito. Assumindo μ como o número de ocorrências do evento A em n experimentos (ou ensaios) independentes a definição poderia ser simbolizada como:

$$P(A) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\mu}{n}$$

A interpretação frequentista é largamente empregada como a base científica (pelo menos em termos de ciências naturais) para o conceito de probabilidades. De um ponto de vista prático, a freqüência relativa de ocorrência de um dado evento sobre um grande número de experimentos é a único procedimento empírico que se pode empregar para obter a probabilidade de fenômenos repetitivos.

Por outro lado, a interpretação frequentista também apresenta sérios inconvenientes quando se pretende utilizá-la como base de um processo de formalização matemática do conceito de probabilidade. Aqui as dificuldades vêm da incompatibilidade entre dois conceitos matemáticos mais elementares: o conceito de limite de uma série e a noção de série de valores aleatórios.

Em primeiro lugar o conceito de limite empregado na definição frequentista assume que o número total de experimentos seja infinito, algo que nunca pode ser alcançado na realidade, o que torna a noção de estabilidade ou convergência da freqüência relativa algo que não pode ser demonstrado empiricamente com o mesmo grau de certeza de uma demonstração matemática. Do lado puramente teórico, a aplicação da noção de limite matemático implica uma sucessão de números que, por definição, não é aleatória, porque senão nunca se teria certeza de qual realmente é o valor do próximo termo em relação a um dado termo da série. Por estas razões, embora seja a interpretação frequentista a única que é, na prática, empregada para estimar probabilidades em fenômenos repetitivos, não é esta noção intuitiva que fornece a base formal para a axiomatização da Teoria das Probabilidades²⁴.

²³ Conferir (PLIEGO e PEREZ, 1999, p. 12).

²⁴ Embora não seja a **base** da formalização, um fato interessante é que, para determinados casos de distribuições de probabilidades, se pode provar como **conseqüência** da construção axiomática da probabilidade o que se convencionou chamar de “Leis dos Grandes Números” que são teoremas que tratam da convergência de séries de variáveis aleatórias, essencialmente equivalentes à definição de probabilidade como limite de freqüências relativas. Este material foge muito ao escopo do presente

3.2.5 Axiomatização das Probabilidades

A Teoria Formal das Probabilidades foi estabelecida por Kolmogorov em princípios do século 20 (em 1933, mais precisamente). Ela é construída sobre três elementos: um conjunto de eventos aleatórios básicos (o espaço amostral), uma classe de subconjuntos deste conjunto de eventos básicos que conterà todos os eventos aleatórios que podem ser testados ou verificados (medidos) e uma função que irá atribuir probabilidades para a ocorrência destes eventos aleatórios.

Nesta subseção, a apresentação da teoria formal das probabilidades está organizada de forma que primeiro serão vistos os conceitos matemáticos usados na construção destes elementos. Logo após, estes conceitos serão usados para definir formalmente os princípios da Teoria das Probabilidades. Por fim serão apresentadas diversas propriedades derivadas desta formalização²⁵.

3.2.5.1 Definições Básicas e Espaço Amostral

Antes de começar a apresentação axiomatização, algumas definições elementares da Teoria dos Conjuntos: a operação $A \cup B$ denotará a união do conjunto A com o conjunto B . A operação $A \cap B$ denotará a intersecção de ambos conjuntos, e a operação $\sim A$ denotará a complementação do conjunto A em relação ao conjunto universo Ω . Um conjunto de conjuntos será denominado de *classe* de conjuntos. Uma *partição* de um dado conjunto Ω é formada por uma classe de subconjuntos de Ω não-vazios, disjuntos aos pares e cuja união resulta no próprio Ω . Uma partição finita é uma partição cuja classe de subconjuntos de Ω é finita. O conjunto *potência* $\mathcal{P}(\Omega)$ de um conjunto Ω é formado pela classe de todos os subconjuntos de Ω .

Um dado conjunto Ω será denominado de *espaço amostral* se contiver todos os *eventos básicos* (ou *elementares*) que podem ocorrer numa determinada situação de interesse (por exemplo, como resultados possíveis de um dado experimento). Além disso todo subconjunto $A \subset \Omega$ será denominado de evento (possivelmente *composto*).

Se Ω for um espaço amostral, então o próprio conjunto Ω será denominado de evento *certo* (ou *seguro*), enquanto que o conjunto vazio \emptyset será denominado de evento *impossível*.

3.2.5.2 Álgebras sobre Conjuntos

Seja Ω um conjunto não vazio, então uma classe \mathcal{A} de subconjuntos de Ω será denominada de *Álgebra Booleana* dos subconjuntos de Ω se satisfazer as seguintes condições:

- (a) $\Omega \in \mathcal{A}$ e $\emptyset \in \mathcal{A}$.
- (b) Se um conjunto $A \in \mathcal{A}$, então seu complemento $\sim A \in \mathcal{A}$.
- (c) Se os conjuntos $A \in \mathcal{A}$ e $B \in \mathcal{A}$, então sua união $A \cup B \in \mathcal{A}$.

trabalho, porém para o leitor interessado no tema, esta relação fica bem evidente em (JAMES, 1981, p. 9).

²⁵ Não é objetivo deste trabalho apresentar demonstrações destas propriedades. Para o leitor interessado no tema sugere-se consultar (NEVEAU, 1965) ou (JAMES, 1981) para um tratamento mais rigoroso do tema.

Estas condições garantem que uma álgebra booleana qualquer é fechada para um número finito de aplicações das operações \cup , \cap e \sim . O fechamento da intersecção deriva da equivalência desta em relação à união: $A \cap B = \sim(\sim A \cup \sim B)$ (Lei de DeMorgan). Uma álgebra booleana \mathcal{A} pode ser construída através do fechamento das operações \cup , \cap e \sim sobre uma partição finita de Ω . Neste caso se diz que a álgebra \mathcal{A} foi *gerada* por Ω .

Se a classe \mathcal{A} , além de satisfazer as condições (a) e (b) acima, satisfazer a condição (c') abaixo (uma variação da condição (c)), ela será denominada de ρ -Álgebra (ou *Sigma-Álgebra*) dos subconjuntos de Ω .

(c') Se $A_i \in \mathcal{A}$ para $i=1,2,3,\dots$ então a união enumerável destes conjuntos também pertence a classe \mathcal{A} :

$$\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i \in \mathcal{A}$$

Uma ρ -álgebra é fechada para um número *enumerável* de aplicações das operações \cup , \cap e \sim , com o fechamento da intersecção garantido pela da equivalência desta em relação à união. Da mesma forma que nas álgebras booleanas, se a ρ -álgebra \mathcal{A} for construída pelo fechamento das operações \cup , \cap e \sim , então se diz a ρ -álgebra \mathcal{A} foi gerada por Ω .

Se uma ρ -álgebra gerada a partir de uma partição de Ω é a menor ρ -álgebra que pode ser gerada a partir deste conjunto então ela também é denominada de ρ -álgebra de Borel ou apenas *Álgebra de Borel*.

3.2.5.3 Axiomas das Probabilidades e Espaço de Probabilidades

Seja P uma função cujo domínio é dado pela ρ -álgebra \mathcal{A} gerada a partir de um espaço amostral Ω e cuja imagem corresponde ao intervalo $[0,1]$ de \mathbf{R} o conjunto dos números reais, ou seja, P é um mapeamento de eventos (subconjuntos) de Ω pertencentes a \mathcal{A} no intervalo entre 0 e 1. Esta função P será considerada uma função de atribuição de probabilidade (ou apenas uma *probabilidade*) se atender aos seguintes axiomas:

(Axioma 1) Para todo $A \in \mathcal{A}$, $P(A) \geq 0$.

(Axioma 2) $P(\Omega) = 1$.

(Axioma 3) Axioma da ρ -aditividade ou da *aditividade enumerável*:

Se $A_1, A_2, A_3, \dots \in \mathcal{A}$ são disjuntos dois a dois (isto é, mutuamente exclusivos dois a dois), então:

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i)$$

Caso estes axiomas sejam garantidos então a tripla (Ω, \mathcal{A}, P) é denominada de *Espaço de Probabilidade*. No caso em que o espaço amostral for finito, então o Axioma 3 se reduz a sua versão finita:

(Axioma 3') Axioma da *aditividade finita*:

Se $A \in \mathcal{A}$ e $B \in \mathcal{A}$ são disjuntos então:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Neste caso, como o espaço amostral Ω é finito, a ρ -álgebra \mathcal{A} gerada se reduz a álgebra booleana gerada por Ω podendo ser definida como $\mathcal{P}(\Omega)$ o conjunto potência de Ω .

Um exemplo simples ajudará a elucidar o papel destes elementos num espaço de probabilidades. Será usado o mesmo exemplo da probabilidade clássica: o jogo de par-ou-ímpar. Neste jogo o conjunto de eventos básicos, ou espaço amostral, será formado pelos pares possíveis de resultados:

$$\Omega = \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5)\}$$

Como o espaço amostral Ω é finito, a classe de eventos \mathcal{A} pode ser definida como $\mathcal{P}(\Omega)$ o conjunto potência de Ω .

Seguindo a interpretação equiprovável dos resultados, a função de probabilidade $P(A)$ que irá atribuir probabilidades para todos os subconjuntos $A \subset \Omega$ (ou todos os elementos $A \in \mathcal{A}$), pode ser inicialmente definida apenas para os 25 eventos básicos pertencentes a Ω , resultando $1/25$ para cada um deles. Os valores de probabilidade para os demais eventos compostos são calculados a partir dos valores atribuídos aos eventos básicos seguindo os três axiomas da probabilidade.

A função $P(A)$ definida assim atende aos axiomas 1, 2 e 3. No caso do Axioma 1, como todos os eventos básicos possuem uma atribuição de probabilidade pré-definida e como todos os demais eventos compostos podem ser construídos pela união de eventos básicos, que são naturalmente disjuntos, pode-se aplicar o Axioma 3 para calcular a probabilidade de qualquer evento composto. Por exemplo, o evento composto *Par*, definido pelo conjunto:

$$Par = \{(1,1), (1,3), (1,5), (2,2), (2,4), (3,1), (3,3), (3,5), (4,2), (4,4), (5,1), (5,3), (5,5)\}$$

que é formado por 13 eventos básicos disjuntos, pode ser considerado como resultado da união destes eventos:

$$Par = \{(1,1)\} \cup \{(1,3)\} \cup \{(1,5)\} \dots \cup \{(5,3)\} \cup \{(5,5)\}$$

e pode ter, portanto, sua probabilidade calculada diretamente pela aplicação do Axioma 3:

$$\begin{aligned} P(Par) &= \\ &P(\{(1,1)\} \cup \{(1,3)\} \cup \{(1,5)\} \dots \cup \{(5,3)\} \cup \{(5,5)\}) = \\ &P(\{(1,1)\}) + P(\{(1,3)\}) + P(\{(1,5)\}) + \dots + P(\{(5,3)\}) + P(\{(5,5)\}) = \\ &1/25 + 1/25 + 1/25 + \dots + 1/25 + 1/25 = \\ &13/25 \end{aligned}$$

O Axioma 2 é atendido pela definição da função $P(A)$ e o Axioma 3 também é atendido por definição, sendo empregado diretamente no cálculo das probabilidades de todos eventos compostos.

Neste exemplo foi considerada uma distribuição equiprovável de resultados elementares, porém nada impede que outros tipos de distribuição sejam empregados, desde que atendam os três axiomas da probabilidade.

3.2.5.4 Propriedades da Probabilidade

Seja (Ω, \mathcal{A}, P) um espaço de probabilidade então, para todo evento $A, B \in \mathcal{A}$, se pode demonstrar que são válidas as seguintes propriedades:

- (i) $P(\sim A) = 1 - P(A)$
- (ii) $P(\emptyset) = 0$
- (iii) $0 \leq P(A) \leq 1$
- (iv) $P(A \cup B) \leq P(A) + P(B)$
- (v) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
- (vi) Se $A \subset B$, então $P(A) \leq P(B)$
- (vii) Regra da *Multiplicação* ou da *Probabilidade Composta*:
 $P(A \cap B) = P(A)P(B|A) = P(B)P(A|B)$

Além disso, pelo Axioma 3', também se pode demonstrar que, para toda seqüência finita de eventos $A_1, A_2, \dots, A_n \in \mathcal{A}$, tem-se que:

- (viii) $P(A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n) \leq P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_n)$
- (ix) $P(A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n) =$
 $P(A_1)P(A_2|A_1)P(A_3|A_1 \cap A_2) \dots P(A_n|A_1 \cap A_2 \dots \cap A_{n-1})$

Pelo Axioma 3 alguns resultados podem ser estendidos para as seqüências infinitas enumeráveis de eventos, $A_1, A_2, \dots, A_n, A_{n+1}, \dots \in \mathcal{A}$:

$$(x) \quad P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right) \leq \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i)$$

- (xi) *Continuidade da Probabilidade*:

Se a seqüência $A_1, A_2, \dots, A_n, A_{n+1}, \dots$ *decrecer* para o conjunto vazio \emptyset , ou seja, se para todo n , $A_{n+1} \subset A_n$ e $\bigcap_{n=1}^{\infty} A_n = \emptyset$, então a probabilidade $P(A_n)$ tende a 0: $P(A_n) \rightarrow 0$

3.2.5.5 Probabilidade Condicional e Independência

A noção de *probabilidade condicional* de um evento A em relação a outro evento B é definida informalmente como a chance de ocorrência do evento A dado que o evento B ocorreu. Em primeiro lugar, somente faz sentido falar em probabilidade condicional nas situações em que ambos eventos ocorrem. Como os eventos são subconjuntos do espaço amostral, isto implica em considerar somente área de superposição ou intersecção de ambos eventos $A \cap B$. Por outro lado, como se irá assumir que o evento B tenha realmente ocorrido, o que se quer obter como probabilidade condicional destes eventos é o percentual que a probabilidade atribuída para esta área de intersecção $A \cap B$ tem sobre a probabilidade de ocorrência do evento B .

Dessa forma a probabilidade condicional do evento A dado o evento B , denotada por $P(A|B)$, pode ser definida como:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}, \text{ quando } P(B) \neq 0.$$

No exemplo anterior, pode-se usar a probabilidade condicional para calcular a probabilidade de do resultado final ser *Par* caso se saiba que uma das crianças irá jogar o número 5. Este último evento, denominado de *Saiu5* é definido como um conjunto de 9 eventos básicos:

$$Saiu5 = \{(1,5), (2,5), (3,5), (4,5), (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5)\}$$

tendo sua probabilidade definida como:

$$P(Saiu5) = 9/25$$

A probabilidade condicional de *Par* dado *Saiu5* é calculada como:

$$P(\text{Par} | \text{Saiu5}) = \frac{P(\text{Par} \cap \text{Saiu5})}{P(\text{Saiu5})} = \frac{P(\{(1,5), (3,5), (5,1), (5,3), (5,5)\})}{\frac{25}{9}} = \frac{\frac{5}{25}}{\frac{9}{25}} = \frac{5}{9}$$

Dois eventos *A* e *B* são declarados *independentes* entre si a probabilidade de um evento ocorrer não influi na probabilidade do outro, ou seja:

$$P(A) = P(A|B)$$

ou então, inversamente:

$$P(B) = P(B|A)$$

Neste caso, pela definição de probabilidade condicional tem-se:

$$P(A) = P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

e portanto:

$$P(A \cap B) = P(A)P(B)$$

Por outro lado, se é a condição acima que prevalece então é fácil ver que:

$$P(A)P(B) = P(A \cap B)$$

e então:

$$P(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

o que, pela definição da probabilidade condicional, se reduz a:

$$P(A) = P(A|B)$$

Pela comutação das operações de interseção e multiplicação é fácil se obter a relação inversa $P(B) = P(B|A)$.

No exemplo usado acima é fácil ver que os eventos *Par* e *Saiu5* não são independentes porque $P(\text{Par}) = 13/25$ é diferente de $P(\text{Par}|\text{Saiu5})=5/9$.

Por outro lado caso se considere a probabilidade do jogador da direita lançar um 5, definida como a probabilidade do evento *Dir5*:

$$\text{Dir5} = \{(1,5), (2,5), (3,5), (4,5), (5,5)\}$$

e a probabilidade do jogador da esquerda também lançar um 5:

$$\text{Esq5} = \{(5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5)\}$$

tem-se:

$$P(\text{Dir5}) = 5/25 = 1/5$$

$$P(\text{Esq5}) = 5/25 = 1/5$$

$$P(\text{Dir5} \cap \text{Esq5}) = P(\{(5,5)\}) = 1/25$$

$$P(\text{Dir5}|\text{Esq5}) = P(\text{Dir5} \cap \text{Esq5}) / P(\text{Esq5}) = (1/25) / (1/5) = 1/5$$

e logo:

$$P(\text{Dir5}) = P(\text{Dir5}|\text{Esq5})$$

Portanto ambos eventos são independentes.

3.2.5.6 Teorema de Bayes e da Probabilidade Total

O teorema (ou regra) de *Bayes* deriva diretamente da regra da multiplicação:

$$P(A \cap B) = P(A)P(B|A) = P(B)P(A|B)$$

que pode ser reescrita como:

$$P(B)P(A|B) = P(A)P(B|A)$$

o que implica:

$$P(A|B) = \frac{P(A)P(B|A)}{P(B)}$$

A equação acima é uma das formulações mais simples da regra de Bayes. Esta fórmula permite calcular a probabilidade condicional $P(A|B)$ do evento B dado A , caso se conheça previamente as probabilidades $P(A)$, $P(B|A)$ e $P(B)$ algo que pode ser útil em determinadas circunstâncias. Por outro lado é possível generalizar a regra de Bayes de forma que não seja necessário conhecer previamente todas estas probabilidades (em particular $P(B)$), mas apenas conhecer a probabilidade a priori de que um dado evento A_i , pertencente a uma seqüência A_1, A_2, \dots, A_n , ocorrer e saber também quais são as probabilidades condicionais $P(B|A_1)$, $P(B|A_2)$, ..., $P(B|A_n)$.

Para atingir tal propósito é necessário utilizar o teorema da *Probabilidade Total*. Este teorema afirma que, dado um espaço de probabilidade (Ω, \mathcal{A}, P) , então para qualquer evento $B \in \mathcal{A}$ tal que $P(B) > 0$ e para toda seqüência de eventos A_1, A_2, \dots, A_n que formar uma partição do espaço amostral Ω tem-se que:

$$P(B) = \sum_{i=1}^n P(A_i)P(B|A_i)$$

Com base neste teorema é fácil estender o teorema de *Bayes* de forma a permitir calcular qual seria a probabilidade condicional $P(A_i|B)$ de um evento A_i da seqüência de eventos dada a ocorrência do evento B , caso se conheça previamente as probabilidades condicionais $P(B|A_j)$ para $j=1, \dots, n$:

$$P(A_i|B) = \frac{P(A_i)P(B|A_i)}{\sum_{j=1}^n P(A_j)P(B|A_j)}$$

Como exemplo de aplicação da regra de Bayes pode-se voltar ao exemplo do jogo do par-ou-ímpar e tentar calcular qual seria a probabilidade de um jogador lançar um 5 (o evento *Saiu5*) dado que o resultado do jogo foi par, ou seja, calcular $P(\text{Saiu5}|\text{Par})$ dado que se conheça $P(\text{Par})$, $P(\text{Saiu5})$ e $P(\text{Par}|\text{Saiu5})$. Todas estas probabilidades já foram calculadas anteriormente, resultando:

$$P(\text{Par}) = 13/25$$

$$P(\text{Saiu5}) = 9/25$$

$$P(\text{Par}|\text{Saiu5}) = 5/9$$

assim o resultado de $P(\text{Saiu5}|\text{Par})$ é dado por uma aplicação direta da regra de Bayes:

$$P(\text{Saiu5}|\text{Par}) = \frac{P(\text{Saiu5})P(\text{Par}|\text{Saiu5})}{P(\text{Par})} = \frac{(9/25)(5/9)}{13/25} = \frac{5/25}{13/25} = \frac{5}{13}$$

3.3 Linguagens Lógicas Probabilísticas de Halpern

Reiterando a discussão sobre interpretações possíveis do conceito de probabilidade (vista na seção 3.2), Halpern (1990) afirma que ambas interpretações sobre o conceito de probabilidade são válidas de um ponto de vista epistemológico e ambas merecem um tratamento formal, apenas que tal tratamento formal irá diferir para a interpretação de probabilidade a ser assumida pela linguagem lógica. Sendo assim, seria necessário definir um conjunto de linguagens lógicas capazes de lidar tanto com probabilidades diretamente relacionadas aos elementos de um domínio de discurso

(chamadas por ele de probabilidades “objetivas”), quanto com probabilidades relacionadas aos estados mentais de um agente (as crenças internas deste agente) sobre elementos deste domínio. Diferente das probabilidades “objetivas”, estas últimas probabilidades serão denominadas por Halpern de “graus de crença” de um agente.

Dessa forma Halpern, define três linguagens lógicas distintas para tratar de probabilidades: $\mathcal{L}_1(\Phi)$, $\mathcal{L}_2(\Phi)$ e $\mathcal{L}_3(\Phi)$ que permitem expressar afirmações lógicas de caráter probabilístico. A linguagem $\mathcal{L}_1(\Phi)$ permite que sejam construídas afirmações lógicas sobre elementos do domínio, geralmente informações de natureza tipicamente estatística. Nesta linguagem é fácil expressar informações como:

“A probabilidade de um pássaro qualquer voar é maior que 0.9 (mais de 90% de chance)”

“A probabilidade de alguém ganhar na loteria é 0,000001 (uma em um milhão)”

“A chance de sair um 2 ou um 4 nos dados é 1/3”

ou outras similares, de natureza tipicamente estatística (geralmente com uma interpretação frequentista claramente visível).

A linguagem $\mathcal{L}_2(\Phi)$ permite que sejam expressas afirmações relacionadas às crenças de um dado agente:

“Acho quase certo (90%) que vai sair um 2 na próxima jogada dos dados”

“Hoje é meu dia de sorte, tenho quase certeza (99%) que vou ganhar na loteria”

Como as afirmações acima expressam crenças de um agente, elas não necessitam ter uma interpretação objetiva ou frequentista clara. Na verdade elas podem até mesmo não ter uma interpretação objetiva possível, já que, por exemplo, a chance de sair um número qualquer num dado não-viciado é sempre 1/6 e não 0.9.

Por fim a linguagem $\mathcal{L}_3(\Phi)$ combina as linguagens $\mathcal{L}_1(\Phi)$ e $\mathcal{L}_2(\Phi)$ numa mesma linguagem permitindo que sejam expressar afirmações de caráter probabilístico, tanto envolvendo informações estatísticas sobre os elementos de um domínio, quanto graus ou níveis de crença de um agente. Pode-se inclusive combinar ambos tipos de probabilidades numa única expressão:

“Acho que fulano é azarado, porque para mim a chance dele ganhar na loteria é menor que a probabilidade de qualquer outra pessoa ganhar”.

Seguindo o trabalho de Halpern (1990), as linguagens $\mathcal{L}_1(\Phi)$, $\mathcal{L}_2(\Phi)$ e $\mathcal{L}_3(\Phi)$ serão apresentadas nesta ordem. Para cada uma delas será definida primeiro a sintaxe, depois a semântica de modelos e por fim serão apresentados alguns exemplos e propriedades da linguagem (é importante ressaltar que os exemplos usados neste trabalho não são os mesmos de Halpern (1990)). Para finalizar a seção serão apresentados os sistemas axiomáticos que formalizam a noção de dedução nestas linguagens.

3.3.1 Probabilidades sobre o Domínio: a Linguagem $\mathcal{L}_1(\Phi)$

A linguagem $\mathcal{L}_1(\Phi)$ é gerada sobre o conjunto Φ de símbolos funcionais e predicativos. Ela é uma linguagem dividida em 2 sublinguagens (*two-sorted language*): uma para tratar de expressões lógicas sobre o domínio e outra para lidar com expressões probabilísticas. Para o primeiro caso é adicionado à linguagem $\mathcal{L}_1(\Phi)$ um conjunto enumerável $\{x^o, y^o, \dots\}$ de variáveis sobre objetos do domínio. Para tratar com as probabilidades (basicamente números reais no intervalo $[0,1]$) a linguagem $\mathcal{L}_1(\Phi)$ incorpora os operadores binários $+$ e \times que representam a adição e multiplicação de

reais, as constantes $\mathbf{0}$ e $\mathbf{1}$ que representam os reais 0 e 1, as relações binárias $>$ e $=$, e um conjunto enumerável $\{x^f, y^f \dots\}$ de variáveis sobre reais (probabilidades). Os superescritos sobre variáveis são omitidos quando o tipo da variável puder ser inferido pelo contexto.

As probabilidades são associadas às fórmulas φ sobre objetos do domínio, através de operadores similares a $w_x(\varphi)$, supondo que x seja uma variável da linguagem $\mathcal{L}_1(\Phi)$. Por exemplo, a expressão $w_x(\varphi) \leq 1/2$ deve ser interpretada intuitivamente como afirmando que a “probabilidade de que um objeto aleatoriamente escolhido do domínio satisfaça a fórmula φ é maior ou igual que 1/2”. Este operador será definido a seguir de forma que possa trabalhar não apenas com uma variável, mas com uma lista de variáveis.

3.3.1.1 Sintaxe de $\mathcal{L}_1(\Phi)$

A sintaxe de $\mathcal{L}_1(\Phi)$ é definida através da especificação do formato dos termos que representam objetos (elementos) do domínio, dos termos que representam probabilidades, das fórmulas atômicas e das fórmulas compostas, todos descritos a seguir.

Termos que representam objetos do domínio:

São formados por todos os símbolos de constantes pertencentes a Φ e por todos os termos no formato $f(t_1, \dots, t_n)$, onde $f \in \Phi$ é um símbolo funcional de n argumentos (n -ário), t_1, \dots, t_n são termos que representam objetos do domínio.

Termos que representam probabilidades:

São formados pelos símbolos $\mathbf{0}$ e $\mathbf{1}$, e por todos os termos no formato $w_{\langle x_1, \dots, x_n \rangle}(\varphi)$, onde φ é uma fórmula arbitrária e $\langle x_1, \dots, x_n \rangle$ é um vetor identificando variáveis sobre objetos do domínio pertencentes a φ .

Também são considerados termos que representam probabilidades os termos formados pela adição $t_1 + t_2$ e multiplicação $t_1 \times t_2$ de termos t_1, t_2 sobre probabilidades.

Fórmulas Atômicas:

São consideradas fórmulas atômicas de $\mathcal{L}_1(\Phi)$ todos os predicados no formato $P(t_1, \dots, t_n)$, onde $P \in \Phi$ é um símbolo predicativo n -ário e t_1, \dots, t_n são termos sobre o domínio.

Também são consideradas fórmulas atômicas, todas as expressões relacionais na forma $t_1 > t_2$ e $t_1 = t_2$, para t_1 e t_2 termos sobre probabilidades.

Fórmulas:

Se φ_1 e φ_2 são fórmulas de $\mathcal{L}_1(\Phi)$ e x é uma variável (sobre objetos ou probabilidades) de $\mathcal{L}_1(\Phi)$, então: $\varphi_1 \wedge \varphi_2$, $\neg \varphi_1$ e $\forall x \varphi_1$ também são fórmulas.

Também são consideradas fórmulas de $\mathcal{L}_1(\Phi)$ as abreviaturas definidas abaixo:

$$\varphi_1 \vee \varphi_2, =_{\text{def}} \neg(\neg \varphi_1 \wedge \neg \varphi_2)$$

$$\varphi_1 \Rightarrow \varphi_2, =_{\text{def}} \neg(\varphi_1 \wedge \neg \varphi_2)$$

$$\exists x \varphi_1 =_{\text{def}} \neg \forall x \neg \varphi_1$$

Da mesma forma, se t_1 e t_2 termos sobre probabilidades, então também são consideradas fórmulas as abreviaturas definidas abaixo:

$$\begin{aligned}
t_1 < t_2 &=_{\text{def}} t_2 > t_1 \\
t_1 \geq t_2 &=_{\text{def}} (t_1 > t_2) \vee (t_1 = t_2) \\
t_1 \leq t_2 &=_{\text{def}} (t_1 < t_2) \vee (t_1 = t_2) \\
t_1 \geq \mathbf{1/2} &=_{\text{def}} (\mathbf{1+1}) \times t_1 \geq \mathbf{1} \text{ e outros termos similares.} \\
t_1 = \mathbf{1/2} &=_{\text{def}} (\mathbf{1+1}) \times t_1 = \mathbf{1} \text{ e outros termos similares.} \\
t_1 = \mathbf{0,5} &=_{\text{def}} (\mathbf{1+1}) \times t_1 = \mathbf{1} \text{ e outros termos similares.}
\end{aligned}$$

3.3.1.2 Semântica de $\mathcal{L}_1(\Phi)$

A semântica de modelos de $\mathcal{L}_1(\Phi)$ é baseada em estruturas de probabilidade de tipo-1 $M=(D, \pi, \mu)$ onde D é um domínio, π é um mapeamento que atribui para cada símbolo de função e de predicado de Φ , funções e predicados de aridade apropriada em D (pode-se considerar, sem perda de generalidade que as constantes são apenas funções com aridade 0). Dessa forma (D, π) é uma estrutura padrão para a semântica de linguagens lógicas de primeira ordem.

O elemento μ é uma função discreta de probabilidade que atribui um valor de probabilidade para cada elemento de D . Isto é, μ é um mapeamento de todos objetos do domínio D para o intervalo real $[0,1]$ (axioma 1 da Teoria das Probabilidades) que respeita a seguinte equação (axioma 2 da Teoria das Probabilidades):

$$\sum_{d \in D} \mu(d) = 1$$

Além disso também é definida a função $\mu(A)$ de atribuição de uma probabilidade a um subconjunto $A \subseteq D$ do domínio:

$$\mu(A) = \sum_{d \in A} \mu(d)$$

Também é definida a função μ^n de atribuição de probabilidade sobre um produto cartesiano do domínio D_n formado pelo conjunto das ênuplas de elementos de D :

$$\mu^n(d_1, \dots, d_n) = \mu(d_1) \times \dots \times \mu(d_n)$$

Seguindo o estilo padrão de semântica de modelos de linguagens lógicas, para definir formalmente o significado atribuído a uma fórmula φ de $\mathcal{L}_1(\Phi)$ é necessário especificar que valores devem assumir as (possíveis) variáveis pertencentes a φ . Para tanto se faz uso de uma função de *valoração* v que atribui para cada variável de domínio de $\mathcal{L}_1(\Phi)$ um objeto do domínio D e para cada variável de probabilidade de $\mathcal{L}_1(\Phi)$ um valor no intervalo real $[0,1]$. A aplicação desta função de valoração a um termo t que representa objetos do domínio D (ou que representa probabilidades) será expressa simplesmente como $[t]_{(M,v)}$, resultando num elemento do domínio D (ou num valor de probabilidade pertencente ao intervalo $[0,1]$). Para funções e variáveis de $\mathcal{L}_1(\Phi)$ esta função pode ser caracterizada como segue:

$$\begin{aligned}
[x]_{(M,v)} &= v[x] \\
[f(t_1, \dots, t_n)]_{(M,v)} &= \pi(f)([t_1]_{(M,v)}, \dots, [t_n]_{(M,v)})
\end{aligned}$$

O fato de uma dada fórmula φ de $\mathcal{L}_1(\Phi)$ ser **verdadeira** numa estrutura e valoração (M,v) é escrito simplesmente como:

$$(M,v) \models \varphi$$

A definição da semântica da maior parte das construções de $\mathcal{L}_1(\Phi)$ segue o padrão de especificação de semântica de modelos para linguagens lógicas de predicados (ver Mortari (2001), por exemplo), assim Halpern (1990) somente se preocupa em mostrar o significado das construções de $\mathcal{L}_1(\Phi)$ que diferem das linguagens tradicionais, isto é, somente apresentam a semântica das construções que trabalham com diretamente com as probabilidades:

$$(M, v) \models P(t_1, \dots, t_n) \quad \text{sse} \quad ([t_1]_{(M,v)}, \dots, [t_n]_{(M,v)}) \in \pi(P)$$

$$(M, v) \models (t_1 = t_2) \quad \text{sse} \quad [t_1]_{(M,v)} = [t_2]_{(M,v)}$$

$$(M, v) \models \forall x^o \varphi \quad \text{sse} \quad (M, v[x^o/d]) \models \varphi$$

Para todo $d \in D$ e onde $v[x^o/d]$ é a valoração idêntica a v , exceto que ela mapeia x^o para o elemento d .

$$[w_{\langle x_1, \dots, x_n \rangle}(\varphi)]_{(M,v)} = \mu^n \left(\{ (d_1, \dots, d_n) \in D^n \mid (M, v[x_1/d_1, \dots, x_n/d_n]) \models \varphi \} \right)$$

3.3.1.3 Exemplos e Propriedades de $\mathcal{L}_1(\Phi)$

Como exemplo de aplicação de $\mathcal{L}_1(\Phi)$, suponha que o conjunto de símbolos Φ seja definido como $\Phi_{\text{DADOS}} = \{P, Q, d_0, d_1, d_2, d_3, d_4, d_5, d_6\}$, onde os elementos d_i correspondem aos 6 valores distintos que se pode obter na face superior de um dado após seu lançamento. O predicado $P(x, y)$ corresponde intuitivamente à afirmação “Foram feitos 2 lançamentos, x o resultado do primeiro lançamento foi par e y o resultado do segundo lançamento foi ímpar”. O predicado $Q(x)$ corresponde a afirmação “Foi feito um lançamento, e o resultado x é menor que 4”. Nesta linguagem é possível utilizar apenas as variáveis $\{x, y, z\}$ sobre objetos do domínio e as variáveis $\{u, v, w\}$ sobre probabilidades.

O domínio D onde esta linguagem será avaliada é formado por seis elementos $D = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6\}$, que também correspondem aos 6 valores possíveis de se obter ao se atirar um dado. A função de mapeamento de funções e predicados é definida como:

$$\pi(d_i) = e_i$$

$$\pi(P) = \{(e_2, e_1), (e_2, e_3), (e_2, e_5), (e_4, e_1), (e_4, e_3), (e_4, e_5), (e_6, e_1), (e_6, e_3), (e_6, e_5)\}$$

$$\pi(Q) = \{e_1, e_2, e_3\}$$

Supondo que o dado não é viciado, neste caso a função de probabilidade μ pode ser definida simplesmente como uma distribuição equiprovável sobre as possibilidades de resultado de um lançamento, ou seja:

$$\mu(e_i) = \frac{1}{\#D} = \frac{1}{6}$$

onde $\#D$ indica o número de elementos do conjunto D , para D finito.

Com estas informações é fácil ver que é dado uma interpretação objetiva e frequentista para as probabilidades do domínio, ou seja, se está assumindo que esta probabilidade indica a “chance” ou “possibilidade” de qualquer elemento do domínio ocorrer numa determinado experimento. Assim a probabilidade da fórmula $Q(x)$ ser verdadeira é calculada pela fórmula:

$$w_x(Q(x)) = \mu \left(\{ d \in D \mid (M, v[x/d]) \models Q(x) \} \right) =$$

$$\begin{aligned} \mu(\{e_1, e_2, e_3\}) &= \\ \sum_{d \in \{e_1, e_2, e_3\}} \mu(d) &= \\ 1/6 + 1/6 + 1/6 &= \\ 1/2. \end{aligned}$$

Ou seja a probabilidade de ocorrer um lançamento de resultado par é exatamente 50% (1/2 ou 0,5) o que corresponde perfeitamente bem com nossa intuição. Da mesma forma a probabilidade da sentença aberta $P(x,y)$ ser verdadeira é dada por:

$$\begin{aligned} w_{\langle x,y \rangle}(P(x,y)) &= \mu^2(A = \{(d_1, d_2) \in D^2 \mid (M, v[x/d_1, y/d_2]) \models P(x,y)\}) = \\ \mu(A = \{(e_2, e_1), (e_2, e_3), (e_2, e_5), (e_4, e_1), (e_4, e_3), (e_4, e_5), (e_6, e_1), (e_6, e_3), (e_6, e_5)\}) &= \\ \sum_{(d_i, d_j) \in A} \mu(d_i) \times \mu(d_j) &= \\ 9 \times (1/6 \times 1/6) &= 0,25 \end{aligned}$$

Que diz que a probabilidade de, em 2 lançamentos de dados, o primeiro resultar par e o segundo ímpar é 25% (0,25 ou 1/4) o que também está de acordo com nossa intuição porque o número de possibilidades de resultados de pares de lançamentos que atendem a este critério é 9, enquanto que o total de possibilidades equiprováveis de resultados de pares de lançamentos é 36, logo a chance de acertar é de 9/36 ou 1/4.

Vamos ver agora qual a probabilidade de uma dada sentença fechada ser verdadeira. Supondo a sentença fechada $Q(d_1)$, para calcular o valor de probabilidade desta fórmula é necessário aplicar algum operador de probabilidade sobre ela. Porém todos os operadores de probabilidade de $\mathcal{L}_1(\Phi_{\text{DADOS}})$ são aplicados sobre uma variável e uma fórmula. Assim, em primeiro lugar vamos tentar calcular a probabilidade de $Q(d_1)$ quando é aplicado algum operador de probabilidade arbitrário, por exemplo sobre a variável de domínio x :

$$w_x(Q(d_1)) = \mu(\{d \in D \mid (M, v[x/d]) \models Q(d_1)\})$$

Dessa forma ficamos com $\{d \in D \mid (M, v[x/d]) \models Q(d_1)\}$ como o conjunto de todos os elementos do domínio D onde a valoração $v[x/d]$ torna a fórmula $Q(d_1)$ válida na estrutura M . Porém a fórmula $Q(d_1)$ já é válida em M independente de qualquer valor que se possa atribuir a x , uma vez que $d_1 \in \pi(Q)$ e que $Q(d_1)$ não usa a variável x . Assim a fórmula acima se reduz a:

$$w_x(Q(d_1)) = \sum_{d \in D} \mu(d) = 1$$

Da mesma forma se escolhermos outro operador de probabilidade sobre variáveis do domínio w_y ou w_z o resultado da aplicação deste operador sobre $Q(d_1)$ também será **1**.

Seguindo um raciocínio similar pode-se ver que a aplicação de operadores de probabilidade sobre variáveis do domínio w_x , w_y ou w_z sobre $Q(d_4)$ sempre resultará **0**, uma vez que não existe valoração que possa tornar $Q(d_4)$ válida em M . No trabalho (Halpern, 1990) este resultado é generalizado para o seguinte lema (lema 2.3, pg 317):

Se φ é uma fórmula fechada de $\mathcal{L}_1(\Phi)$, então para qualquer estrutura de tipo-1 M , qualquer valoração v e qualquer vetor $\langle x_1, \dots, x_n \rangle$ de variáveis distintas sobre o domínio tem-se que:

$$(M, v) \models ((w_{\langle x_1, \dots, x_n \rangle}(\varphi) = 0) \vee (w_{\langle x_1, \dots, x_n \rangle}(\varphi) = 1))$$

3.3.2 Probabilidades sobre Mundos Possíveis: a Linguagem $\mathcal{L}_2(\Phi)$

Pelo lema declarado no fim da seção 3.3.1 fica claro que a linguagem $\mathcal{L}_1(\Phi)$ não se presta para formalizar a noção de probabilidade como um grau ou nível de crença em uma dada afirmação. Em $\mathcal{L}_1(\Phi)$ qualquer afirmação ou sentença fechada, tem que ter probabilidade **0** ou **1** dependendo se for, respectivamente, verdadeira ou falsa num dado domínio. Não existe meio termo. Fica difícil, neste caso, expressar ou formalizar sentenças como “Acho quase certo (90% de chance) que da próxima vez sairá um 4 nos dados”. Esta afirmação, ingênua ou não, certa ou não, traz em consideração o estado mental do agente que a está emitindo. Ela não tem uma interpretação apropriada em $\mathcal{L}_1(\Phi_{\text{DADOS}})$. No máximo alguma sentença similar a ela poderia ser mapeada como uma sentença fechada sobre $\mathcal{L}_1(\Phi_{\text{DADOS}})$. Por exemplo, ela poderia ser mapeada na expressão:

$$w_x(R(x)) = 9/10$$

Considerando que $R(x)$ represente a afirmação “minha próxima jogada resultará x ”. Mas esta expressão seria obviamente falsa, porque por definição $w_x(R(x)) = 1/6$ que é diferente de $9/10$.

Na verdade ela não teria uma formalização apropriada em $\mathcal{L}_1(\Phi_{\text{DADOS}})$ nem em qualquer outra $\mathcal{L}_1(\Phi)$ similar, porque o que está declarado em tal afirmação não faz referência ao presente domínio (ou estado atual do mundo), mas a um possível mundo (no caso futuro) que o agente está considerando (pode se imaginar que o agente saiba que os dados serão trocados para o próximo lançamento, sendo usados dados viciados que quase sempre resultam 4).

3.3.2.1 Sintaxe e Semântica de $\mathcal{L}_2(\Phi)$

Para resolver este dilema Halpern, seguindo o método sugerido por Nilsson (1986), definiu a linguagem $\mathcal{L}_2(\Phi)$ com uma sintaxe similar a $\mathcal{L}_1(\Phi)$, mas com uma semântica baseada num modelo de mundos-possíveis. A principal (única) diferença entre a sintaxe de $\mathcal{L}_1(\Phi)$ e $\mathcal{L}_2(\Phi)$ é que nesta última todos os operadores w_x de probabilidades sobre variáveis do domínio foram eliminados, sendo substituídos pelo operador $w(\varphi)$ que deve ser interpretado intuitivamente como “a probabilidade da fórmula φ ser verdadeira”. Note que como este operador não se aplica mais sobre objetos do domínio, ele não necessita mais fazer uso de variáveis que possam pertencer a φ . Tais variáveis eram necessárias no caso de $\mathcal{L}_1(\Phi)$, justamente como referências aos objetos de domínio dentro das fórmulas. Por outro lado, no caso de $\mathcal{L}_2(\Phi)$ a probabilidade será atribuída à própria fórmula φ , indiretamente através da probabilidade dos mundos onde esta fórmula φ é considerada verdadeira. Isto é a expressão $w(\varphi)$ deverá ser compreendida como resultando na soma das probabilidades dos mundos possíveis onde a fórmula φ é satisfeita.

No exemplo anterior, supondo que algum agente acredita que a probabilidade da sua próxima jogada resultar 4, seja 90%. Simbolizando “minha próxima jogada resultará x ” como $R(x)$, a afirmação anterior pode ser formalizada como:

$$w(R(d_4))=0,9$$

Agora, diferente do caso anterior o que esta expressão estará afirmando é que a soma das probabilidades nos mundos (ou estados) possíveis onde o predicado $R(d_4)$ é verdadeiro é igual a 0,9. Para compreender como esta interpretação se “ajusta” a nossa intuição sobre probabilidades de proposições lógicas e não entra em conflito com a interpretação objetiva, é importante salientar que a fórmula φ (no caso a expressão $R(d_4)$) deve deixar bem claro quais mundos possíveis o agente estará almejando. No exemplo deverão ser apenas aqueles relacionados à próxima jogada do próprio agente, pressupondo que ele sabe perfeitamente bem o contexto onde esta próxima jogada estará inserida, ou seja, ele sabe que jogo é este, quando fez sua última jogada, se existem outros participantes, etc. São somente estes mundos, onde a próxima jogada resultar 4, que o agente está considerando. É a probabilidade somada destes mundos que o agente acredita ser igual a 0,9 e portanto, indiretamente, seria esta a probabilidade da afirmação $R(d_4)$ ser verdadeira, dada à situação atual do agente.

Para formalizar esta intuição a semântica será atribuída às fórmulas de $\mathcal{L}_2(\Phi)$ através do mapeamento das suas construções sintáticas em *estruturas de probabilidade de tipo-2*. Estas estruturas de tipo-2 são ênuplas $M=(D,S,\pi,\mu)$, onde D representa o domínio de discurso das fórmulas, S é um conjunto de *mundos possíveis* (ou *estados*), o mapeamento $\pi(s)$ atribui, para cada mundo (ou estado) $s \in S$, significados para os símbolos de predicados e funções de Φ . Por fim, μ é uma função de distribuição de probabilidades discretas sobre o conjunto dos mundos possíveis S . Em termos de diferenças entre estruturas de tipo-1 e de tipo-2 tem-se que, além da adição de um conjunto de mundos possíveis, a principal diferença estas estruturas está na forma como as probabilidades são atribuídas às fórmulas: nas estruturas de tipo-1 as probabilidades são associadas ao domínio D , enquanto que nas estruturas de tipo-2 elas são atribuídas aos mundos possíveis.

Conforme já foi comentado anteriormente, o significado de uma fórmula de $\mathcal{L}_2(\Phi)$ depende do estado ou mundo onde esta fórmula será avaliada. Assim este significado será atribuído a uma dada fórmula através de cláusulas lógicas que levam em consideração 3 elementos: uma estrutura de tipo-2 M , uma função de valoração v e o mundo (ou estado) onde a expressão deve ser avaliada. As cláusulas a seguir mostram as diferenças principais entre a semântica de $\mathcal{L}_2(\Phi)$ para $\mathcal{L}_1(\Phi)$:

$$\begin{aligned} (M,s,v) \models P(x) & \quad \text{sse} \quad v[x] \in \pi(s)(P) \\ (M,s,v) \models (t_1 = t_2) & \quad \text{sse} \quad [t_1]_{(M,s,v)} = [t_2]_{(M,s,v)} \\ (M,s,v) \models \forall x^o \varphi & \quad \text{sse} \quad (M,s,v[x^o/d]) \models \varphi, \text{ para todo } d \in D \\ [w(\varphi)]_{(M,s,v)} & = \mu(\{s' \in S \mid (M,s',v) \models \varphi\}) \end{aligned}$$

Este tipo de semântica atribuída às expressões de $\mathcal{L}_2(\Phi)$, em particular suas expressões $w(\varphi)$, permite expressar de maneira aceitável e consistente afirmações que consideram intuitivamente probabilidades como graus ou níveis de crença em alguma proposição lógica.

3.3.2.2 Exemplos e Propriedades de $\mathcal{L}_2(\Phi)$

Além do exemplo anterior, pode-se formalizar facilmente outras afirmações como:

(1) “Acho que tenho uma chance ótima (entre 80% e 90%) de passar no concurso”

$$w(P) \geq 0,8 \wedge w(P) \leq 0,9 \quad \text{para } P = \text{“passarei no concurso”}$$

(2) “A probabilidade de não acontecer recessão no ano que vem é no máximo 20%”

$$w(\neg Q) \leq 0,2 \quad \text{para } Q = \text{“haverá recessão no ano que vem”}$$

E várias outras expressões similares onde não há uma interpretação probabilística frequentista (não há como repetir experimentos exatamente iguais em série) nem parece haver uma interpretação objetiva perfeitamente clara. Por outro lado, é muito difícil expressar em $\mathcal{L}_2(\Phi)$ afirmações com uma interpretação probabilística objetiva (frequentista ou não) diretamente relacionada aos objetos de um dado domínio. Segundo Halpern, simplesmente não há uma maneira de se capturar informações de natureza estatística em $\mathcal{L}_2(\Phi)$ como pode ser feito em $\mathcal{L}_1(\Phi)$.

3.3.3 Combinando Tipos de Probabilidades: a Linguagem $\mathcal{L}_3(\Phi)$

A representação de conhecimentos que envolvem ambos tipos de interpretação do conceito de probabilidade será feita através da linguagem $\mathcal{L}_3(\Phi)$. Esta linguagem lógica poderá expressar afirmações lógicas envolvendo tanto probabilidades objetivas quanto graus de crença. Assim em $\mathcal{L}_3(\Phi)$ pode-se ter expressões onde as probabilidades são consideradas como quantidades objetivas associadas aos elementos do domínio e também pode se ter expressões onde as probabilidades são vistas como quantidades subjetivas estipulando o grau de crença na validade da afirmação.

Na linguagem $\mathcal{L}_3(\Phi)$ são permitidos os dois tipos de operadores probabilísticos: $w_x(P(x))$ para expressar probabilidades objetivas sobre os elementos x do domínio e $w(P)$ para expressar graus de crença na fórmula P . A semântica de $\mathcal{L}_3(\Phi)$ é definida através de uma *estrutura de probabilidades de tipo-3*. As estruturas de tipo-3 são ênuplas $M = (D, S, \pi, \mu_D, \mu_S)$ onde D , S e π tem o mesmo significado e função que nas estruturas de tipo-2, μ_D é uma função discreta de distribuição de probabilidades sobre os elementos do domínio D (equivalente a função de distribuição das estruturas de tipo-1) e μ_S é uma função discreta de distribuição de probabilidades sobre o conjunto de mundos possíveis S (equivalente a função de distribuição das estruturas de tipo-2).

A semântica é atribuída as expressões (fórmulas) de $\mathcal{L}_3(\Phi)$ por cláusulas similares as empregadas em $\mathcal{L}_1(\Phi)$ e $\mathcal{L}_2(\Phi)$. As diferenças ficam por conta do tratamento dos operadores $w_x(P(x))$ e $w(P)$, onde agora deve-se fazer uso, respectivamente, de μ_D e μ_S :

$$\begin{aligned} [w_{\langle x_1, \dots, x_n \rangle}(\varphi)]_{(M, s, v)} &= \mu_D^n \left(\{ (d_1, \dots, d_n) \in D^n \mid (M, v[x_1/d_1, \dots, x_n/d_n]) \models \varphi \} \right) \\ [w(\varphi)]_{(M, s, v)} &= \mu_S \left(\{ s' \in S \mid (M, s', v) \models \varphi \} \right) \end{aligned}$$

Usando $\mathcal{L}_3(\Phi)$ é fácil se expressar afirmações lógicas que envolvem tanto probabilidades objetivas quanto subjetivas. Por exemplo pode-se formalizar a afirmação:

“Acho que fulano é azarado, porque para mim a chance dele ganhar na loteria é menor que a probabilidade de qualquer outra pessoa ganhar”.

Supondo que $A(x)$ indique que a pessoa x é azarada, $G(x)$ indique que a pessoa x ganhou na loteria e o símbolo f indique a pessoa “fulano”, então a frase acima poderia ser formalizada como:

$$w(G(f)) \leq w_x(G(x)) \Rightarrow A(f)$$

Um outro exemplo, agora usando o operador de probabilidade condicional ‘|’. Halpern define este operador aplicado a fórmulas dentro de um operador probabilístico:

$$w_x(P(x) | Q(x)) > r$$

como uma abreviação para a seguinte expressão:

$$w_x(P(x) \wedge Q(x)) > r \times w_x(Q(x))$$

cuja semântica é praticamente equivalente, exceto para os casos em que $w_x(Q(x))=0$, ao significado atribuído para a probabilidade condicional tradicional:

$$P(A|B) = \frac{P(A) \cap P(B)}{P(B)}$$

Da mesma forma $w(P | Q) > r$ é definido como $w(P \wedge Q) > r \times w(Q)$. Segundo Halpern estas são formalizações mais apropriada para a probabilidade condicional do que, por exemplo, tentar usar a expressão:

$$w_x(Q(x) \Rightarrow P(x)) > r$$

como uma abreviação de:

$$w_x(P(x) | Q(x)) > r$$

porque $Q(x) \Rightarrow P(x)$ é equivalente a $\neg Q(x) \vee P(x)$. Assim a implicação se manteria com uma probabilidade maior que r mesmo que nenhum elemento em D satisfizesse $P(x)$, desde que menos do que $(1-r) \times 100\%$ dos elementos de D não satisfizerem $Q(x)$ (isto é satisfizerem $\neg Q(x)$). Como visto acima, este resultado vai contra a noção de probabilidade condicional.

Usando este operador condicional pode se formalizar a afirmação: “A chance de alguém bater o carro após beber é muito alta (mais de 10%)” através da expressão:

$$w_x(bater(x) | beber(x)) > 0.1$$

onde os predicados $bater(x)$ e $beber(x)$ indicam, respectivamente, se alguém bateu o carro ou bebeu antes de dirigir.

A combinação dos operadores probabilísticos sobre o domínio e sobre os mundos possíveis (crenças) permite formalizar afirmações complexas como:

“Acredito que o fato do ato de fumar aumentar muito a chance de se desenvolver câncer, deva ser considerado um bom motivo para se parar de fumar”

por meio da expressão:

$$w(\neg fumar(y) | (w_x(cancer(x) | fumar(x)) > 0.1)) > 0.9$$

se fizermos algumas suposições simplificadoras, tais como assumir que um coeficiente de 0.1 expressa uma probabilidade muito alta de alguém desenvolver câncer e que um

coeficiente de 0.9 define um grau alto de crença numa dada afirmação. Neste último caso ao assumirmos que a afirmação:

$$w_x(\text{cancer}(x) \mid \text{fumar}(x)) > 0.1$$

é válida, estamos afirmando que a probabilidade de alguém desenvolver câncer, dado que fuma, é muito alta (maior que 10%). Embora esta expressão seja avaliada apenas sobre o domínio D , em termos de mundos possíveis ela poderia ser válida para todos eles, uma vez que este domínio D é o mesmo para todos os mundos. A expressão completa usará esta fórmula $w_x(\text{cancer}(x) \mid \text{fumar}(x)) > 0.1$ como uma condição para que algum sujeito (não-determinado) pare de fumar. Ela faz isto através da afirmação $\neg \text{fumar}(y)$, onde y é uma variável em aberto sobre os elementos do domínio. Por fim, a combinação destas afirmações feita pelo operador de probabilidade condicional sobre mundos possíveis, deve ser interpretada como afirmando que em todos os mundos onde fumar leva ao câncer, este fato dado deveria considerado como um forte motivador para que o sujeito pare de fumar. Em termos formais, isto é expresso afirmando que o grau de crença na afirmação $\neg \text{fumar}(y)$, nos mundos onde fumar leva ao câncer, deveria ser maior que 90%.

3.3.4 Axiomatizando estas Linguagens

Embora Abadi e Halpern (1989) tenham demonstrado resultados negativos muito importantes em relação ao caso mais geral de axiomatização das linguagens lógicas probabilísticas, Halpern, em seu trabalho de 1990, segue na formalização destas linguagens apresentando os sistemas axiomáticos AX_1 e AX_2 para as linguagens $\mathcal{L}_1(\Phi)$ e $\mathcal{L}_2(\Phi)$ (e também a combinação de ambos AX_3 para $\mathcal{L}_3(\Phi)$).

Segundo Halpern é importante prosseguir no estudo deste tipo de sistemas axiomáticos porque, apesar de no caso geral nenhum sistema axiomático para uma linguagem lógica probabilística ser decidível (seja ela sobre probabilidades objetivas sobre elementos do domínio, ou graus de crença), ainda assim estes sistemas podem ser úteis para estudar várias características das lógicas probabilísticas. Em primeiro lugar, todos estes sistemas são provavelmente corretos, ou seja, qualquer demonstração formal efetuada num destes sistemas axiomáticos é correta, em relação à semântica de modelos da linguagem lógica correspondente. Além disso, tanto no trabalho de Halpern quanto no trabalho de Bacchus (1990) são apresentados sistemas axiomáticos mais restritos, mas ainda assim bastante expressivos, que são decidíveis (na seção 3.5 serão apresentados com mais detalhes os resultados de decidibilidade/indecidibilidade obtidos por Abadi, Halpern e Bacchus).

3.3.4.1 O Sistema AX_1 para a Linguagem $\mathcal{L}_1(\Phi)$

Para axiomatizar a linguagem $\mathcal{L}_1(\Phi)$, Halpern define o sistema AX_1 composto das seguintes axiomas:

Inferência na Lógica de Primeira-ordem:

PC. Conjunto de todas as instâncias de axiomas de uma axiomatização completa (“padrão”) do cálculo de predicados de primeira-ordem

MP. Regra de *modus ponens* : de φ e $\varphi \Rightarrow \psi$ deduza ψ .

Gen. Regra da generalização universal: de φ deduza $\forall x\varphi$.

Inferência sobre o Corpo dos Números Reais

RCF. Conjunto de todas instâncias de axiomas padrões para o sistema dos números reais. O sistema dos números reais é um (único em nível de isomorfismo) corpo ordenado completo (“*complete ordered field*”). Este conjunto inclui os axiomas padrões para corpos, que postulam que a adição e a multiplicação são comutativas e associativas, que a multiplicação é distributiva em relação à adição, que **1** é o elemento neutro (identidade) da multiplicação e assim por diante. Também inclui axiomas que definem a relação \leq como linear e completa, definem que cada número positivo tem uma raiz quadrada e que cada polinômio de grau ímpar tem uma raiz.

Inferência sobre Probabilidades sobre o Domínio:

PD1. Axioma 2 da Teoria da Probabilidade:

$$\forall x(\varphi(x)) \Rightarrow w_x(\varphi(x)) = \mathbf{1}$$

A soma das probabilidades para o conjunto de todos os elementos do domínio tem que ser 1, ou seja, $\mu(D)=\mathbf{1}$ (corresponde, na axiomatização clássica da teoria da probabilidade, ao axioma $P(U)=1$ para U o conjunto de todos os eventos possíveis). A formulação deste axioma no trabalho de Halpern é um pouco mais complexa e genérica:

$$\forall x_1 \forall x_2 \dots \forall x_n \varphi \Rightarrow w_{\langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle} \varphi = \mathbf{1},$$

onde $\langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle$ é uma vetor de variáveis distintas.

PD2. Axioma 1 da Teoria da Probabilidade:

$$w_{\vec{x}}(\varphi) \geq \mathbf{0}.$$

Cada elemento do domínio tem uma probabilidade não-negativa, ou seja, $\mu(d) \geq \mathbf{0}$ para todo $d \in D$ (equivale ao axioma 1 da teoria da probabilidade que atribui para cada evento possível um valor real não-negativo: $P(E) \geq 0$, para qualquer evento possível E).

PD3. Axioma 3 da Adição Finita das Probabilidades:

$$w_{\vec{x}}(\varphi \wedge \psi) + w_{\vec{x}}(\varphi \wedge \neg \psi) = w_{\vec{x}}(\varphi).$$

O axioma de adição de probabilidades expresso em sua forma aditiva finita tem a forma:

$$P(E_1 \cup E_2 \cup \dots \cup E_n) = P(E_1) + P(E_2) + \dots + P(E_n)$$

quando os eventos E_1, E_2, \dots, E_n são disjuntos 2 a 2 (isto é, para qualquer $1 \leq i, j \leq n$ com $i \neq j$, $E_i \cap E_j = \emptyset$). No trabalho de Fagin, Halpern e Megido (1990) a expressão acima, reduzida para dois eventos disjuntos quaisquer E_1 e E_2 :

$$P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2)$$

é dada como equivalente a seguinte expressão:

$$P(E_1) = P(E_1 \cap E_2) + P(E_1 \cap E_2^C)$$

onde E_2^C denota o complemento do evento E_2 em relação ao universo U de todos os eventos. A fórmula acima serve de base para o axioma **PD3**.

PD4. Axioma das Fórmulas Variantes (BACCHUS, 1990):

$$w_{\vec{x}}(\varphi) = w_{\vec{x}[x_i/z]}(\varphi[x_i/z])$$

Onde z é uma variável sobre objetos do domínio que não aparece em \vec{x} ou φ . Este axioma permite que variáveis previamente ligadas (“*bounded*”) sejam renomeadas, ele é derivado diretamente do axioma **P6** de Bacchus (1990) que

afirma que a probabilidade de fórmulas variantes (fórmulas que sofrem alteração de nomes de variáveis não-livres) deve ser igual.

PD5. Axioma da Independência de Fórmulas Probabilísticas:

$$w_{\bar{x},\bar{y}}(\varphi \wedge \psi) = w_{\bar{x}}(\varphi) \times w_{\bar{y}}(\psi)$$

Este axioma é aplicável apenas se nenhuma das variáveis livres de φ aparecer em \bar{y} , nenhuma das variáveis livres de ψ aparecer em \bar{x} , e se os vetores de variáveis \bar{x} e \bar{y} são disjuntos. Neste caso ele traz para o sistema axiomático para a linguagem $\mathcal{L}_1(\Phi)$ a caracterização de independência de eventos da teoria das probabilidades que afirma que dois eventos E_1 e E_2 são independentes se e somente se:

$$P(E_1 \cap E_2) = P(E_1) \times P(E_2)$$

RPD1. Axioma da Igualdade da Probabilidade de Fórmulas Idênticas:

Do fato de que φ e ψ são idênticas, isto é, do fato que:

$$\varphi \equiv \psi$$

se pode deduzir que:

$$w_{\bar{x}}(\varphi) = w_{\bar{x}}(\psi)$$

Um primeiro resultado importante de Halpern para seu sistema AX_1 é a demonstração da correção (“*soundness*”) deste sistema, declarada no Teorema 5.6 de seu trabalho:

O sistema AX_1 é correto com relação às estruturas de probabilidades de tipo-1, ou seja, se a fórmula φ pode ser deduzida no sistema AX_1 então existe um modelo M para esta fórmula (se $AX_1 \vdash \varphi$ então $M \models \varphi$).

Os resultados em termos de completeza, ou seja, da relação inversa entre a consequência semântica e a dedução (consequência sintática) são muito mais limitados. Entretanto, este tópico será tratado mais adiante neste trabalho, já que ele pode ser melhor contextualizado e discutido se posto em comparação com a lógica probabilística de Bacchus (1990).

3.3.4.2 O Sistema AX_2 para a Linguagem $\mathcal{L}_2(\Phi)$

Seguindo adiante na apresentação dos sistemas axiomáticos das linguagens probabilísticas de Halpern, será apresentado o sistema AX_2 que axiomatiza a lógica $\mathcal{L}_2(\Phi)$. A diferença chave entre $\mathcal{L}_1(\Phi)$ e $\mathcal{L}_2(\Phi)$ está na interpretação semântica dadas as probabilidades, assim o sistema AX_2 irá diferir do sistema AX_1 apenas nos axiomas relacionados às expressões probabilísticas. Os demais axiomas são idênticos. Os axiomas **PW1-PW3** e **RPW1** de AX_2 que substituem os axiomas **PD1-PD5** e **RPD1** de AX_1 são apresentados a seguir:

Inferência sobre Probabilidades sobre Mundos Possíveis:

PW1. Análogo de **PD1**:

$$\varphi \Rightarrow (w(\varphi) = 1)$$

Se φ é uma fórmula onde os símbolos de funções e de predicados de Φ somente aparecem como argumentos internos de expressões $w(\psi)$ internas à fórmula φ , ou seja, na fórmula φ não pode haver um predicado ou função que não esteja dentro de uma expressão $w(\dots)$.

Neste caso, segundo Halpern, a interpretação baseada numa estrutura de probabilidades de tipo-2 garante que se esta fórmula é válida (em todos os mundos), então sua probabilidade tem que ser 1. Ainda segundo Halpern não seria possível apenas substituir o termo $w_x(\dots)$ por $w(\dots)$ no axioma PD1 porque, por exemplo, poderia perfeitamente acontecer da fórmula $\forall xP(x)$ ser válida em alguns mundos-possíveis mas não em outros, assim se poderia ter a fórmula $\forall xP(x) \wedge (w(P(x))=1/2)$ válida em algum mundo-possível o que iria contradizer o axioma.

Note que este axioma é também análogo ao axioma 2 da Teoria da Probabilidade. Segundo Nilsson (1986), no caso de probabilidades atribuídas aos mundos-possíveis o espaço amostral destas probabilidades é o conjunto de todos os mundos-possíveis considerado na interpretação de uma fórmula. O axioma 2 da Teoria da Probabilidade obriga, neste caso, que a soma das probabilidades atribuídas a todos os mundos seja 1. Como, pelo axioma **PW1**, a fórmula φ é válida em todos estes mundos, então o somatório das probabilidades deve cobrir o conjunto de todos os mundos possíveis, resultando 1.

PW2. Análogo de **PD2**:

$$w(\varphi) \geq 0.$$

Equivalente ao axioma **PD2**, apenas substituindo o operador $w_x(\dots)$ por $w(\dots)$.

PW3. Análogo de **PD3**:

$$w(\varphi \wedge \psi) + w(\varphi \wedge \neg\psi) = w(\varphi).$$

Equivalente ao axioma **PD3**, apenas substituindo o operador $w_x(\dots)$ por $w(\dots)$.

RPW1. Análogo de **RPD1**:

Do fato de que φ e ψ são idênticas, isto é, do fato que:

$$\varphi \equiv \psi$$

se pode deduzir que:

$$w(\varphi) = w(\psi)$$

Da mesma forma que no sistema AX_1 a relação de dedução no sistema AX_2 também é correta em relação à consequência semântica em estruturas probabilísticas de tipo-2. Entretanto, segundo Halpern, há um detalhe que se deve levar em conta para garantir que AX_2 seja correto: não se deve permitir a aplicação da particularização universal ($\forall xP(x) \Rightarrow P(x/t)$) apenas pelas regras de substituição de variáveis usualmente empregada na dedução da lógica de predicados²⁶. No caso do sistema AX_2 Halpern afirma que é necessário, além de garantir que as variáveis contidas no novo termo t sejam livres, que não haja nenhum símbolo de função (ou constante) “não-rígido” neste termo t . O conceito de termo “rígido” ou “não-rígido”, é um conceito semântico definido por Halpern para classificar tanto os símbolos funcionais quanto predicativos de Φ : um símbolo é dito **rígido** quando sua interpretação não muda no conjunto de todos os mundos possíveis, isto é, um símbolo $a \in \Phi$ (funcional ou predicativo) é dito rígido se para todo $s, s' \in S \Rightarrow (\pi(s)(a) = \pi(s')(a))$.

²⁶ Conferir o trabalho de Chang e Lee (1973), por exemplo, para uma formalização precisa da noção de substituição.

3.3.4.3 O Sistema Combinado AX_3 para a Linguagem $\mathcal{L}_3(\Phi)$

Além de definir AX_1 e AX_2 Halpern afirma, sem entrar em maiores detalhes, que um sistema axiomático, denominado de AX_3 , poderia ser criado pela combinação dos sistemas AX_1 e AX_2 . Este sistema AX_3 serviria para axiomatizar a linguagem $\mathcal{L}_3(\Phi)$ sendo também correto do ponto de vista da dedução. Em termos de completeza, o sistema AX_3 compartilharia das mesmas características de AX_1 e AX_2 .

3.4 A Linguagem L_p de Bacchus

Bacchus (1990) também construiu uma lógica probabilística, denominada L_p , muito similar à lógica $\mathcal{L}_1(\Phi)$ de Halpern. Da mesma forma que $\mathcal{L}_1(\Phi)$ a linguagem L_p foi definida para tratar de afirmações probabilísticas vinculadas a elementos de um domínio, ou seja, assume uma interpretação objetiva (ou estatística) do conceito de probabilidade.

3.4.1 Sintaxe e Semântica de L_p

As diferenças em termos de sintaxe e semântica de ambas linguagens são pequenas. Em L_p as afirmações probabilísticas devem ser encapsuladas dentro de operadores $[\varphi]_{\vec{x}}$, onde φ é uma fórmula lógica comum. Este operador é exatamente equivalente ao operador $w_{\vec{x}}(\varphi)$ de $\mathcal{L}_1(\Phi)$ de forma que o vetor de variáveis $\vec{x} = \langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle$ pode ser substituído por qualquer vetor $\langle a_1, a_2, \dots, a_n \rangle$ de objetos do domínio. Dessa forma, o operador $[\varphi]_{\vec{x}}$ retorna a probabilidade de que um vetor de objetos aleatoriamente escolhida do domínio satisfaça a fórmula φ .

L_p também é uma linguagem com dois tipos básicos de fórmulas (“two-sorted language”): fórmulas lógicas de primeira ordem e fórmulas sobre valores numéricos mensuráveis (“field-formulas”). Entretanto, diferente de $\mathcal{L}_1(\Phi)$, em L_p existe mais liberdade na construção de expressões sobre valores mensuráveis porque as fórmulas deste tipo podem ser empregadas tanto para tratar de probabilidades quanto expressar qualquer tipo de relação entre (outros tipos de) valores numéricos, desde que estes valores possam ser relacionados a espaços mensuráveis através de funções de medida (“measuring functions”). Assim em L_p pode-se simbolizar afirmações como:

“Pássaro pesados tem menos chance de voar”

através de uma fórmula similar a seguinte:

$$\forall r. ([\text{peso}(x) > r \mid \text{pássaro}(r)]_x > 0 \wedge [\text{peso}(x) < r \mid \text{pássaro}(x)]_x > 0 \Rightarrow$$

$$[\text{voa}(x) \mid \text{pássaro}(x) \wedge \text{peso}(x) < r]_x > [\text{voa}(x) \mid \text{pássaro}(x) \wedge \text{peso}(x) > r]_x)$$

onde $[\varphi \mid \psi]_x$ representa o operador de probabilidade condicional. Nesta fórmula, para qualquer peso (número) r podem existir pássaros que pesam mais que r e pássaros que pesam menos, porém a proporção daqueles pássaros que voam é maior entre os que pesam menos que r .

A diferença mais importante entre os trabalhos de Halpern e Bacchus não está na forma nem no escopo de suas linguagens lógicas, mas sim no modelo matemático (com seu conseqüente tratamento axiomático), que é dado como semântica para cada uma delas.

Em primeiro lugar, ambas $\mathcal{L}_1(\Phi)$ e L_p atribuem probabilidades aos elementos do domínio, porém L_p , diferente de $\mathcal{L}_1(\Phi)$, assume que estas probabilidades **não** precisam ser valores reais, mas valores pertencentes a um outro tipo de estrutura matemática:

corpos (ou campos) totalmente ordenados (“*totally ordered fields*”) que não são necessariamente equivalentes ao conjunto dos números reais²⁷.

Além disso na axiomatização de **Lp** considera-se que as probabilidades não necessitam atender a propriedade de ρ -aditividade (ou aditividade enumerável, ver ítem 3.2.5.3), tendo que atender apenas a propriedade de aditividade finita. Isto não é requerido na axiomatização das linguagens $\mathcal{L}_1(\Phi)$, $\mathcal{L}_2(\Phi)$ e $\mathcal{L}_3(\Phi)$ de Halpern.

Estas diferenças de fundamentação teórico-matemática apesar de um tanto abstratas, têm uma utilidade bastante importante no processo de axiomatização de **Lp**. São elas que permitirão a linguagem **Lp** ser inteiramente axiomatizada, podendo ser demonstrada tanto a correção quanto a completeza do sistema axiomático de **Lp** em relação ao seu modelo matemático.

3.4.2 Redes Bayesianas e Lp

Em termos de expressividade, ambas lógicas $\mathcal{L}_1(\Phi)$ e **Lp** apresentam capacidades similares, exceto pelo fato de **Lp** (conforme já foi comentado anteriormente) poder expressar outros tipos de relação entre valores numéricos do que apenas relações entre probabilidades. Um exemplo interessante que demonstra o poder de expressão destas lógicas é a formalização de Redes Bayesianas em **Lp**. Uma rede Bayesiana é, essencialmente, um instrumento gráfico de cálculo da Distribuição de Probabilidades Conjunta (DPC, ou em inglês, JPD - *Joint Probability Distribution*) que não está sujeito ao problema da explosão combinatorial. Uma DPC, usualmente expressa na forma de tabela, é considerada uma representação completa para um determinado domínio probabilístico (RUSSEL e NORVIG, 1995), se este domínio puder ser modelado através de um conjunto de proposições lógicas de caráter probabilístico. Estas proposições se transformam em variáveis booleanas sobre o espaço de eventos, sendo consideradas verdadeiras quando o evento ocorre e falsas caso contrário. Uma tabela especificando a DPC deste tipo domínio é muito similar a uma tabela-verdade da lógica proposicional, apenas que em vez de se atribuir valores-verdade 0 ou 1 para as combinações de valores das variáveis, são atribuídas probabilidades para estas combinações.

Assim, supondo que um dado domínio D seja modelado por um conjunto de 4 variáveis $D = \{X_1, X_2, X_3, X_4\}$, então $P(X_1, X_2, X_3, X_4)$, uma possível DPC para este domínio, poderia ser definida pela tabela 3.1 apresentada a seguir, onde V indica a ocorrência de um dado evento e F sua não-ocorrência.

²⁷ O conjunto dos reais é equivalente ao (único, em nível de isomorfismo) corpo ordenado completo existente. Por outro lado, podem existir vários corpos totalmente ordenados. Entretanto, é importante ressaltar que o corpo ordenado completo dos reais também é um corpo totalmente ordenado, assim todos os resultados de cálculos ou demonstrações efetuados com as operações de um corpo totalmente ordenado também podem ser obtidos no corpo completo dos reais. O contrário é que não é necessariamente verdadeiro, ou seja, existem resultados e proposições que podem ser obtidas com o corpo completo dos reais que não se pode demonstrar num corpo totalmente ordenado.

Tabela 3.1: Exemplo de tabela de DPC

X_1	X_2	X_3	X_4	$P(X_1, X_2, X_3, X_4)$
V	V	V	V	0,20
V	V	V	F	0,20
V	V	F	V	0,20
V	V	F	F	0,15
V	F	V	V	0,05
V	F	V	F	0,05
V	F	F	V	0,01
V	F	F	F	0,00
F	V	V	V	0,10
F	V	V	F	0,00
F	V	F	V	0,00
F	V	F	F	0,00
F	F	V	V	0,01
F	F	V	F	0,01
F	F	F	V	0,01
F	F	F	F	0,01

Esta DPC poderia também ser representada através de forma gráfica, caso se leve em conta as relações de dependência condicional existentes entre as variáveis. Por exemplo a DPC acima poderia ser representada pela rede mostrada na figura 3.4.

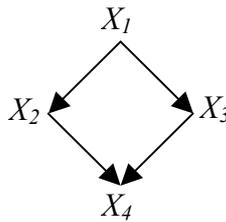


Figura 3.4: Rede bayesiana de exemplo.

Neste exemplo ainda não foram colocadas informações quantitativas sobre as probabilidades condicionais, mas o ponto importante de entender é que ao se adicionar as informações quantitativas sobre as probabilidades a rede resultante, denominada de rede de crenças ou rede *bayesiana*, se torna completa em termos de instrumento de cálculo de probabilidades permitindo se obter a probabilidade conjunta de qualquer combinação de variáveis (PEARL, 1986) que se deseje.

Além disso este tipo de representação gráfica é muito mais eficiente no cálculo da DPC, quando comparado com método que usa tabelas para calcular esta distribuição. O método baseado em tabelas sofre do problema da explosão combinatorial, uma vez que a tabela aumenta de tamanho de forma exponencial conforme aumenta o número de variáveis. Por exemplo, imagine um problema de controle de um reator químico que precise modelar a correlação existente entre 4 variáveis numéricas (pressão, temperatura, volume de entrada e saída de material), cada uma com valores discretos variando entre 0 e 999. Para modelar por variáveis booleanas simples, cada uma destas variáveis numéricas seria representada por 10 variáveis booleanas, assim a tabela resultante teria que ter 2^{40} ou aproximadamente 10^{12} linhas, algo praticamente impossível de implementar. Por outro lado, neste problema poderia ser necessário descobrir apenas a probabilidade de algumas combinações indesejáveis (p.ex. probabilidade da pressão ser maior que um valor, dado a temperatura ser menor que outro). Dado o conhecimento prévio da probabilidade de ocorrência de certos eventos e

também da probabilidade condicional que liga alguns deles, então se pode construir uma rede bayesiana que permitirá descobrir apenas as probabilidades destas combinações, sem se sofrer o problema da explosão combinacional.

Isto ocorre porque as redes bayesianas levam em conta informações sobre a independência condicional de variáveis probabilísticas, que são naturalmente expressas num grafo através do conceito de *D-separation* ou *direction-separation* entre as variáveis X e Y pelo conjunto de nós E (PEARL, 1986).

Agora voltando para o caso da representação de redes bayesianas na lógica **Lp**. Segundo Bacchus a rede bayesiana da figura 3.4 pode ser representada pela seguinte sentença de **Lp**:

$$[X_1(x) \wedge X_2(x) \wedge X_3(x) \wedge X_4(x)]_x = [X_4(x) | X_3(x) \wedge X_2(x)]_x \times [X_3(x) | X_1(x)]_x \times [X_2(x) | X_1(x)]_x \times [X_1(x)]_x$$

Ainda segundo Bacchus pode ser facilmente demonstrado que esta expressão captura o comportamento da rede bayesiana acima, podendo representar qualquer combinação possível de instanciações das variáveis X_i (isto é qualquer combinação de X_i ou $\neg X_i$).

Além disso, ao se agregar mais fatos à sentença acima, de forma a se trazer informações quantitativas sobre o domínio, como por exemplo $\{[X_1(x)]_x=0.5, [X_2(x) | X_1(x)]_x = 0.75, [X_3(x) | X_1(x)]_x = 0.50, [X_4(x) | X_3(x) \wedge X_2(x)]_x = 0.30\}$ pode-se determinar qualquer outro evento formado pela combinação de termos como $[X_1(x) | X_2(x) \wedge \neg X_4(x)]_x$ pela aplicação do teorema de Bayes (que também é demonstrável, em **Lp** (Lemma 6.15)):

$$([\alpha]_{\bar{x}} \neq 0 \wedge [\beta]_{\bar{x}} \neq 0) \Rightarrow [\beta | \alpha]_{\bar{x}} = [\alpha | \beta]_{\bar{x}} \times \frac{[\beta]_{\bar{x}}}{[\alpha]_{\bar{x}}}$$

Bacchus deixa claro que a representação acima não apresenta as vantagens computacionais que as redes bayesianas oferecem. Segundo este autor o ponto mais importante na representação lógica das redes bayesianas é seu caráter declarativo que permite que a estrutura implícita de uma rede seja capturada e que tanto inferências sobre esta estrutura quanto alterações nela possam ser facilmente executadas. Além disso o mapeamento das redes bayesianas em lógicas probabilísticas permite integrar os métodos de inferência empregados nestas redes com os mecanismos de inferência mais genéricos utilizados na lógica e na estatística. Este mapeamento oferece uma ponte entre ambos tipos de representação de conhecimentos.

3.5 Questões Relativas a Axiomatização

Todas as linguagens lógicas probabilísticas que foram vistas até agora também foram devidamente axiomatizadas. Em todas elas o processo de axiomatização foi bastante similar, tendo combinado vários sistemas axiomáticos de outras áreas da matemática:

- a) o sistema axiomático de Kolmogorov para as probabilidades,
- b) sistemas axiomáticos das lógicas de primeira ordem e
- c) algum tipo de axiomatização para valores numéricos.

Um resultado positivo importante alcançado em todas estas linguagens é que os seus respectivos sistemas axiomáticos são provadamente corretos, isto é, qualquer

afirmação ou fórmula que puder ser deduzida no sistema axiomático, tem um modelo matemático válido.

Por outro lado, existem problemas importantes no processo de axiomatização do ponto de vista da completeza do sistema axiomático, isto é, da propriedade de se pode deduzir no sistema qualquer afirmação que tenha um modelo válido.

Em particular, Abadi e Halpern (1989) demonstraram que os sistemas axiomáticos de $\mathcal{L}_1(\Phi)$, $\mathcal{L}_2(\Phi)$ e $\mathcal{L}_3(\Phi)$ são obrigatoriamente incompletos. Este resultado é mais geral do que parece. O fato é que estas linguagens incorporam em sua axiomatização todo o sistema formal de probabilidades de Kolmogorov (incluindo ρ -aditividade) e também o sistema axiomatizado do conjunto dos números reais. O que Abadi e Halpern demonstraram é que qualquer linguagem lógica com, pelo menos a expressividade da lógica de primeira ordem, que incorporar ambos sistemas numéricos, terá um sistema axiomático incompleto.

Na verdade a idéia da demonstração da incompleteza²⁸ é bastante simples: ao incorporar estes dois sistemas numéricos a linguagem lógica se torna não-enumerável e portanto seu sistema axiomático não pode ser completo. Assim qualquer linguagem lógica de primeira ordem que almeja incorporar toda a Teoria das Probabilidades (incluindo os números reais) não poderá ser completamente axiomatizada.

Frente a este fato, pode-se assumir uma postura pragmática e admitir que esta é a situação de fato para qualquer lógica probabilística²⁹ e seguir trabalhando desta forma. A consequência mais importante é que, teoricamente, poderiam existir resultados (fórmulas válidas) demonstrados de outra forma (através de modelos matemáticos) que não podem ser demonstrados diretamente na própria linguagem. Embora teoricamente possíveis, tais resultados são bastante difíceis de construir na prática, dado o próprio poder de expressividade de uma linguagem lógica probabilística. É realmente difícil imaginar, afora construções baseadas na técnica de representação de fórmulas lógicas através de Números de Gödel, expressões válidas e úteis que não possam ser demonstradas numa linguagem que incorpore uma lógica de primeira ordem, o sistema dos reais e a teoria das probabilidades com seus respectivos sistemas de inferência.

Por outro lado, como já foi visto no caso da linguagem **Lp** de Bacchus, existem algumas alternativas para se conseguir a axiomatização completa destas linguagens. Estas alternativas são de dois tipos³⁰:

- Ou se restringe o domínio onde estas linguagens irão operar (solução dada por Halpern);
- Ou se utilizam sistemas axiomáticos diferentes do padrão para tratar das probabilidades (solução adotada por Bacchus).

²⁸ Não a demonstração em si que é bastante complexa nos seus detalhes, envolvendo mecanismos de representação de expressões similares ao da prova do Teorema de Gödel (representação por Números de Gödel).

²⁹ Afinal, tomadas as devidas proporções, o Teorema de Gödel afirma efetivamente que a própria matemática não pode ser axiomatizada formalmente de maneira completa, ou, se isto for possível, então a matemática é inconsistente.

³⁰ Existe uma terceira alternativa tratada por Halpern, que só é válida para o caso de $\mathcal{L}_1(\Phi)$: se os predicados de Φ puderem ter no máximo um parâmetro, então a linguagem resultante é completamente axiomatizável. Este caso não será tratado aqui por ser considerado muito restritivo em termos de expressividade.

Ambas alternativas tem seus prós e contras. Começando a análise pelo caso das restrições ao domínio, poderia se ter uma primeira impressão que se estas restrições apenas implicassem em domínios de tamanho finito então talvez elas fossem razoáveis. Afinal, somente os domínios finitos podem ser tratados computacionalmente. Assim se ganharia uma linguagem completa e correta em termos de um domínio finito qualquer, algo bastante razoável em termos computáveis. O fato é que a condição encontrada por Halpern para garantir a completeza do sistema axiomático de suas linguagens é bem mais restritiva: não basta assegurar que o domínio é finito, mas é necessário definir a priori qual o tamanho N deste domínio (qualquer seja o tipo do domínio, desde conjuntos de objetos da lógica $\mathcal{L}_1(\Phi)$ aos conjuntos de mundos possíveis de $\mathcal{L}_2(\Phi)$). Esta condição é muito mais forte que permitir apenas domínios finitos, porque embora os domínios trabalhados em qualquer aplicação ou sistema computacional sejam finitos, normalmente se imagina que se pode incorporar mais elementos sem maiores problemas. A situação se torna complexa porque aparentemente pelo texto de Halpern, não se trataria de definir um N máximo qualquer, mas de conhecer previamente o número concreto de objetos (significativos) do domínio.

A solução dada por Bacchus para permitir que **Lp** tenha um sistema axiomático completo está em utilizar fundamentos matemáticos “não-padrão” para tratar das probabilidades. Conforme comentado anteriormente o sistema axiomático de **Lp** não admite ρ -aditividade (ou aditividade enumerável) em suas probabilidades nem utiliza valores numéricos reais para estas probabilidades. O fato de **Lp** não admitir ρ -aditividade tem conseqüências na estrutura de domínio que **Lp** poderá utilizar. A propriedade de ρ -aditividade, que permite um número infinito enumerável de aplicações de somas de probabilidades, esta diretamente relacionada com a estrutura do espaço probabilístico. Para suportar a ρ -aditividade ou aditividade enumerável, a classe de todos os eventos mensuráveis num espaço probabilístico deve ser gerada por uma ρ -álgebra a partir do conjunto de eventos básicos (o espaço amostral).

A diferença entre ρ -aditividade e aditividade finita somente aparece no caso de espaços amostrais enumeráveis. No caso de espaços amostrais finitos (e portanto domínios finitos para **Lp**) a ρ -álgebra usada para gerar a classe de eventos mensuráveis se reduz, obrigatoriamente, a uma álgebra booleana de conjuntos e, por conseqüência, a aditividade enumerável se reduz ao caso mais simples da aditividade finita. Portanto no caso de domínios finitos para **Lp** não existem diferenças teóricas entre usar um sistema axiomático completo da Teoria das Probabilidades ou usar o sistema mais restrito sem a aditividade enumerável. Este tipo de consideração traz algum alento quando se considera a utilização de **Lp** e aplicações computacionais.

Em relação ao sistema numérico usado por **Lp** para representar os valores das probabilidades (e de todas as outras expressões numéricas admitidas em **Lp**), o fato é que a utilização de uma estrutura algébrica como um corpo totalmente ordenado traz relativamente poucas conseqüências de ordem prática. Em termos algébricos, o conjunto dos reais é o único corpo ordenado completo e um corpo ordenado completo também é um corpo totalmente ordenado³¹. Assim, embora os valores numéricos usados em **Lp** são sempre números reais, o oposto é que não é necessariamente verdadeiro, ou seja, certas propriedades numéricas das probabilidades, dependentes de características

³¹ Em termos algébricos, um corpo ordenado é um corpo totalmente ordenado e um corpo totalmente ordenado F só se torna completo se para todo subconjunto não-vazio de F que tem uma cota superior (*upper bound*) em F , também tem uma menor cota superior (*least upper bound*) em F (DURBIN, 1985).

inerentes aos reais, não poderão ser expressas em **Lp**. Em particular a propriedade de continuidade das probabilidades não pode ser expressa, demonstrada ou usada em **Lp** porque depende diretamente das características dos reais como corpo completo ordenado.

Aqui, novamente, as diferenças somente aparecem no caso de domínios infinitos porque nos domínios finitos a função que atribui probabilidades aos elementos do domínio (ao espaço amostral+classe de eventos) é naturalmente discreta (e portanto descontínua).

3.6 Outros Tipos de Lógicas Probabilísticas

As lógicas desenvolvidas por Halpern e Bacchus são consideravelmente genéricas e expressivas e estão muito bem fundamentadas, podendo ser consideradas verdadeiros paradigmas de como uma lógica probabilística poderia ser concebida e formalizada. Porém existem outras lógicas probabilísticas desenvolvidas durante a década de 1990 e que foram voltadas para resolver problemas mais específicos, não necessariamente cobertos pelas lógicas $\mathcal{L}_1(\Phi), \mathcal{L}_2(\Phi), \mathcal{L}_3(\Phi)$ ou **Lp**. Nesta seção serão apresentados algumas destas lógicas.

3.6.1 Lógica Probabilística de Rao&Georgeff

Uma destas lógicas foi criada por Rao e Georgeff (1991-a) em um trabalho relativamente pouco conhecido destes autores, publicado apenas em meio eletrônico e somente disponível pela Internet. Estes autores são mais reconhecidos pela criação e divulgação de um modelo de estados mentais e arquitetura de agentes cognitivos, explicitamente baseada nos estados de *crenças, desejos e intenções* (modelos BDI - “*Belief, Desire and Intention*”). Também foram responsáveis pela fundamentação deste modelo BDI em lógicas modais com operadores e relações de acessibilidade independentes para as crenças, os desejos (ou objetivos) e as intenções de um agente (RAO; GEORGEFF, 1991-b).

No trabalho (RAO; GEORGEFF, 1991-a) estes pesquisadores estendem sua lógica modal para tratar não só com probabilidades associadas às crenças mas também com *ganhos* (“*payoffs*”) associados aos objetivos. Tanto as probabilidades quanto os ganhos são mapeados sobre um conjunto de mundos-possíveis, como resultado a lógica probabilística de Rao&Georgeff pode ser considerada como similar da lógica $\mathcal{L}_2(\Phi)$ de Halpern, adotando uma interpretação subjetiva do conceito de probabilidade (e também do ganho esperado da concretização de um objetivo).

Apesar da similaridade em termos de interpretação do conceito de probabilidade, a lógica probabilística de Rao&Georgeff se diferencia bastante de $\mathcal{L}_2(\Phi)$, sendo muito mais expressiva e também muito mais complexa que esta última. Em primeiro lugar, além da diferença óbvia de formalizar não apenas probabilidades mas retornos, a lógica de Rao&Georgeff trata explicitamente a noção de tempo, permitindo construções de proposições que levam em conta a passagem do tempo. Além disso o tratamento formal dado ao tempo na lógica de Rao&Georgeff é bastante sofisticado, sendo derivado da lógica CTL* de Emerson e Srinavan que considera o tempo não como uma estrutura linear simples mas como uma árvore, onde existe sempre um único passado mas podem existir múltiplos futuros (lógica temporal não-linear ou “*branching-time logic*”).

Outra diferença importante é que Rao&Georgeff tornam explícita a relação existente entre a crença sobre uma dada afirmação (crença como estado mental, ou

relação de acessibilidade entre mundos-possíveis) e a probabilidade de uma afirmação (probabilidade como grau de certeza na veracidade desta afirmação). Esta é uma caracterização importante, quando se trata da modelagem de agentes cognitivos que poderão ter ambos tipos de crenças. A relação entre ambos tipos de crenças não aparece na lógica $\mathcal{L}_2(\Phi)$ porque nesta lógica somente são modeladas crenças como grau de certeza, ou seja, a lógica $\mathcal{L}_2(\Phi)$ não define o operador de crença B (ou conhecimento K) de um agente com sua conseqüente relação de acessibilidade. Da mesma forma, também é explicitado o relacionamento existente entre os objetivos (ou desejos) e os ganhos que podem ser obtidos com o atendimento destes objetivos.

A lógica de Rao&Georgeff diferencia entre fórmulas sobre estados (“*state formulas*”) que são aplicáveis aos mundos-possíveis e fórmulas sobre caminhos (“*path formulas*”) que são aplicáveis sobre seqüências (caminhos) de mundos-possíveis. As fórmulas sobre estados são: (a) qualquer fórmula proposicional, (b) fórmulas do tipo $\theta\text{PROB}(\varphi)\geq\alpha$ e $\theta\text{PAYOFF}(\psi)\geq\alpha$ também são fórmulas sobre estados e (c) fórmulas do tipo $\neg\varphi$, $\varphi_1\wedge\varphi_2$, $\varphi_1\vee\varphi_2$, $\text{BEL}(\varphi)$, $\text{GOAL}(\varphi)$, $\text{INTEND}(\varphi)$ e $\text{OPTIONAL}(\psi)$ onde θ e α são números reais, φ , φ_1 , φ_2 são fórmulas sobre estado e ψ é uma fórmula sobre caminhos. As fórmulas sobre caminhos podem ser: (a) qualquer fórmula sobre estado também é uma fórmula sobre caminhos, (b) fórmulas do tipo $\text{done}(e)$ e (c) fórmulas do tipo $\neg\psi$, $\psi_1\vee\psi_2$ e $\Diamond\psi$ onde e é uma expressão de evento (ou ação) e ψ , ψ_1 , ψ_2 são fórmulas sobre caminhos. Expressões de eventos ou de ações, incluem além dos eventos/ações básicos, expressões na forma $e_1;e_2$ (seqüência) e $?\varphi$ (teste).

O modelo matemático empregado para definir a semântica desta linguagem é formado por uma estrutura M com 10 elementos: $M = \langle W, E, T, \langle, \mathbf{B}, \mathbf{G}, \mathbf{I}, \text{PA}, \text{OA}, \Phi \rangle$. O elemento W denota o conjunto de mundos-possíveis onde as fórmulas serão avaliadas. Os eventos/ações básicos que podem ocorrer estão guardados no conjunto E . O tempo é representado por T , um conjunto de instantes (pontos) de tempo, e pela relação binária \langle entre estes instantes de tempo. O elemento Φ é uma função de valoração que atribui significado para os predicados primitivos da linguagem em qualquer mundo-possível e em qualquer instante de tempo. Uma situação formada por um determinado mundo w num instante de tempo t é denotada por w_t . As relações de acessibilidade \mathbf{B} , \mathbf{G} e \mathbf{I} definem para a situação atual de um agente, quais são seus mundos acessíveis em termos de, respectivamente, crenças, objetivos e intenções possíveis. O elemento PA é uma função de atribuição de probabilidade que atribui para cada situação w_t uma função discreta de probabilidade μ_t^w . Finalmente OA é uma função que atribui para cada situação w_t uma função do ganho ρ_t^w que pode ser obtido nos mundos acessíveis a partir da situação pela relação \mathbf{G} .

A semântica das construções da linguagem lógica é definida sobre esta estrutura matemática de maneira usual para lógicas modais sobre crenças (conferir a lógica modal de Cohen&Levesque no capítulo 2 para um exemplo mais detalhado). Sendo assim, aqui será definida apenas a semântica das construções que tratam de probabilidades e ganhos, que são as construções que não estão presentes nas lógicas modais comuns.

Seguindo a abordagem sugerida por Nilsson (1986) as probabilidades são atribuídas aos mundos-possíveis, porém, diferente da lógica $\mathcal{L}_2(\Phi)$ de Halpern elas somente são calculadas levando em conta os mundos-acessíveis por meio da relação de crença \mathbf{B} :

$$M, w_{t_0} \models \text{PROB}(\varphi)\geq\alpha \text{ sse } \mu_{t_0}^w(\{w' \in \mathbf{B}_{t_0}^w \mid M, w'_{t_0} \models \varphi\})$$

ou seja, somente são considerados para fins de cálculo da probabilidade de uma fórmula φ os mundos acessíveis pela relação de crenças \mathbf{B} onde a fórmula φ for verdadeira.

Sendo assim a probabilidade de uma afirmação qualquer ser verdadeira depende da relação de crenças do agente. Voltando a um exemplo usado anteriormente, se um dado agente acredita que tem uma boa chance (80 %) de passar num dado concurso é porque ele imagina (crê) alguns cenários (mundos-possíveis acessíveis pela relação de crenças) onde passará no concurso e alguns onde não passará. Neste caso, para que suas crenças sejam válidas, então a soma das probabilidades vinculadas aos cenários (mundos-possíveis) onde ele passa no concurso deverá ser maior ou igual a .8.

A semântica do operador que calcula os ganhos $\text{PAYOFF}(\psi)$ de uma dada seqüência (caminho) mundos possíveis é dada por:

$$\begin{aligned} M, w_{t_0} \models \text{PAYOFF}(\psi) \geq \alpha \text{ sse} \\ \text{para todo } w' \in \mathbf{G}_{t_0}^w \text{ e} \\ \text{para toda seqüência de mundos-possíveis } x=(w'_{t_0}, w'_{t_1}, \dots), \text{ tal que} \\ M, x \models \psi \text{ tem-se que } \rho_{t_0}^w(x) \geq \alpha \end{aligned}$$

Aqui o fato mais importante é o cálculo dos ganhos baseado nas seqüências de mundos-possíveis que o agente poderá percorrer em função de seus objetivos (dos mundos acessíveis pela relação de objetivos \mathbf{G}).

A formalização de crenças, objetivos, intenções, probabilidades e ganhos, num contexto de uma lógica temporal não-linear, dá um grande poder de expressividade para esta lógica, permitindo a Rao&Georgeff definir um algoritmo de conversão entre arvores de decisão para construções de sua lógica. Em outras palavras, a lógica de Rao&Georgeff teria o poder de representar diretamente árvores de decisão, que são mecanismos tradicionalmente empregados nas Ciências Econômicas para modelar processos de tomada de decisões. O lado negativo deste poder de expressividade se traduz na complexidade do modelo matemático que fundamenta sua lógica. Para tanto, basta comparar a estrutura matemática da lógica de Rao&Georgeff com a estrutura matemática muito mais simples usada na linguagem $\mathcal{L}_2(\Phi)$ (ver seção 3.3.2). Provavelmente em consequência desta complexidade Rao&Georgeff nem tentaram começar a axiomatizar sua lógica, tendo apenas definido a sintaxe e semântica de modelos desta.

3.6.2 Lógica \mathbf{R} de Singh

Uma lógica mais recente que também trabalha com probabilidades foi criada por Singh (1997). Esta lógica, denominada de \mathbf{R} por Singh, é bastante similar a lógica de Rao&Georgeff também sendo derivada da lógica temporal não-linear CTL*. A lógica \mathbf{R} possui operadores modais para crenças (βp), intenções (γp), ações em prol de uma intenção ($\alpha(a, p)$), execução de direta de ações (δa) e probabilidades ($Pr(p)$). Na lógica de Singh também é possível se ter fórmulas válidas sobre instantes de tempo ou fórmulas sobre seqüências de instantes de tempo (seqüências temporais). Também existem distinções entre quantificadores universais sobre proposições ($\mathbf{A}p$) e de quantificadores existenciais ($\mathbf{V}a:p$) e universais ($\mathbf{\Lambda}a:p$) sobre ações.

Na lógica \mathbf{R} os objetivos ou desejos não são modelados como conceitos primitivos, mas definidos através da execução de uma seqüência de ações a , em função de uma dada intenção p do agente ($\alpha(a, p)$), ou seja, nesta lógica não se separam objetivos das ações feitas para atingi-los.

A semântica das fórmulas da lógica de Singh é dada através de uma estrutura $M = \langle T, <, [], \mathbf{B}, \mathbf{I}, \mathbf{A}, \mathbf{\Pi} \rangle$. T é um conjunto de instantes de tempo ordenado por $<$ que relaciona cada instante de tempo atual com seus (finitos) próximo possíveis instantes futuros de tempo (organiza os instantes de tempo como uma árvore). A interpretação $[]$ atribui significado para proposições e ações atômicas. A função $\mathbf{\Pi}$ atribui probabilidades para as seqüências temporais P_t que partem de um determinado instante de tempo t . As relações \mathbf{B} , \mathbf{I} e \mathbf{A} são usadas para definir, respectivamente, a semântica dos operadores β , ι e α . Cada uma destas relações associa seqüências temporais a conjuntos de seqüências temporais.

Dada a estrutura M a semântica das fórmulas de \mathbf{R} é definida da forma denotacional tradicional. Aqui somente será detalhada a semântica do operador de probabilidade de uma dada proposição lógica:

$$M \models_t (Pr(p) = r) \text{ sse } \left[\sum_{P \in P_t \wedge M \models_P p} \Pi_t(P) \right] = r$$

A probabilidade r da proposição p no instante t será dada pela soma das probabilidades de todas as seqüências temporais P que partem do instante de tempo t e que satisfazem a proposição p ($M \models_P p$).

O operador de probabilidade condicional é definido da forma padrão $Pr(p|q) = Pr(p \wedge q) / Pr(q)$, quando $Pr(q) \neq 0$. Quando $Pr(q) = 0$, $Pr(p|q) = 0$.

O objetivo do trabalho de Singh é resolver alguns problemas filosóficos relacionados ao raciocínio em agentes cognitivos. Ele estuda três problemas de inferência em agentes exemplificados nos agentes “Duddley Dolittle”, “Les Lazy” e “Ken Klutz”.

O agente indeciso “Duddley Dolittle” confunde meios com fins ou ações concretas com intenções. Este agente nunca faz nada porque ao assumir a intenção de fazer algo, rapidamente infere, pelos postulados da intenção, que ao se querer fazer algo então algo será feito, mas se algo já será feito mesmo, para que então começar a executar uma dada ação em prol da intenção.

Já o agente indolente “Les Lazy” basicamente acredita que uma intenção somente deve ser perseguida ativamente se for útil para ele. Porém ele é minimalista: não é necessário ter a intenção de atingir um objetivo se este objetivo será naturalmente alcançado pelo curso dos fatos, sem a interferência do agente, ou se ele já está garantido pelas ações feitas até agora. Este agente também apresenta falhas em seu raciocínio, principalmente quando for buscar objetivos compostos de várias metas inter-relacionadas entre si. Neste caso, quando os objetivos não podem ser separados em metas mutuamente excludentes, o agente “Les Lazy” tem dificuldades em encontrar o caminho mínimo de ação.

Por fim o agente inábil “Ken Klutz” é um agente incapaz ou inábil. Na verdade este agente consegue, ao executar ações em funções de uma intenção, diminuir as possibilidades de atingir os objetivos desta intenção. O problema aqui não é fazer “Ken Klutz” agir, mas o oposto, fazer ele parar de agir até que suas possibilidades de sucesso sejam boas.

Para tratar destes problemas, Singh define um conjunto de postulados básicos expressos na sua lógica que, tomados em conjunto, resolvem os dilemas dos três tipos

de agentes vistos acima. O primeiro postulado P1 é bem básico e afirma que somente se deve ter como intenções proposições que se acredita serem possíveis. Formalmente fica:

$$P1. A(\iota p \rightarrow \beta(EFp))$$

Este postulado define um preceito racional básico, sendo relativamente inócua em relação aos problemas, não tomando papel ativo em sua resolução. O operador modal EFp afirma que a proposição p eventualmente se tornará verdadeira em alguma seqüência temporal a partir do instante presente.

Para começar a resolver os problemas dos três agentes, Singh define uma série de postulados. Cada um deles tratando de algum dilema específico. Estes postulados são declarados, discutidos e posteriormente reformulados para tomar em conta algum aspecto que falta. A lista final contém 9 “postulados” de P1, visto acima, até P9. Porém, tendo em conta as reformulações e refinamentos sucessivos destes postulados, tem-se que postulados “intermediários” como P5, P6 e P7 são substituídos por P9 ou que P4 seja substituído por P8. Como P3, P8 e P9 implicam em P2 e como P3 e P9, implicam em P1 (Lema 5) a lista final de postulados independentes seria formada apenas por P3, P8 e P9 que são listados a seguir:

$$P3. A(\iota p \rightarrow \beta(EF(Va: \alpha(a,p))))$$

O postulado acima afirma que se um agente tem a intenção de atingir um objetivo (EF), ele também deve acreditar que existem ações que ele pode fazer que eventualmente tornarão este objetivo real ($Va: \alpha(a,p)$).

$$P8. A(\iota p \rightarrow A(Fp \vee F(Va: \alpha(a,p))))$$

Este postulado afirma que um agente deve estar sempre preparado para agir em prol de uma intenção ($Va: \alpha(a,p)$), se esta intenção não ocorrer naturalmente (Fp). O operador Fp afirma que a proposição p eventualmente se tornará verdadeira em algum instante futuro da presente seqüência temporal.

$$P9. A(\alpha(a,p) \rightarrow \iota p) \wedge \\ A(\Lambda a: \alpha(a,p) \rightarrow \beta(Pr(Fp|\alpha(a,p)) - Pr(Fp|\neg\alpha(a,p)) > \epsilon))$$

Segundo este postulado se um agente está executando alguma ação em prol de uma proposição p então ele tem a intenção de atingir p . Além disso, um agente somente deve executar uma ação em prol de sua intenção ($\alpha(a,p)$) se ele acredita que a probabilidade de atingir p ao executar esta ação $Pr(Fp|\alpha(a,p))$ é consideravelmente maior (maior que algum ϵ pré-definido) que a probabilidade dele atingir p se não fizer nada $Pr(Fp|\neg\alpha(a,p))$

De acordo com Singh a utilização destes três postulados resolve os dilemas dos três agentes apresentados anteriormente (Teorema 7), garantindo não apenas que agentes indecisos (“Duddley Dolittle”) ajam quando for necessário, mas também que agentes com estratégias minimalistas de ação (“Les Lazy”) consigam separar os objetivos e executar ações apropriadas para cada um deles e também garante que agentes inábeis (“Ken Klutz”) esperem até ter atingido a capacidade de executar corretamente as ações necessárias para atingir um objetivo.

Os postulados P3 e P8 obrigam o agente indeciso “Dudley” a tomar decisões quando tem que atingir um objetivo (resolver um problema). O postulado P7, substituído por P8, resolve o problema do agente indolente “Les”, tornando necessária a ação deste agente para atingir um objetivo específico que não se tornará verdadeiro pelo simples curso natural dos fatos. Por fim os postulados P8 e P9 resolveriam os problemas

do agente inábil “Ken”. O postulado P8 lhe dá uma certa liberdade de ação, permitindo que ele não tome suas intenções imediatamente (sim, ele deve agir em prol de seus objetivos, mas agir eventualmente e não imediatamente). Já o postulado P9 lhe permite escolher o melhor momento para agir, que seria somente quando suas possibilidades de agir se tornam melhores.

Do ponto de vista das lógicas probabilísticas o resultado mais importante do trabalho de Singh é explicitar a natureza probabilística do inter-relacionamento entre as noções de intenções, objetivos e ações. O postulado P9 deixa claro que o relacionamento existente entre a intenção de um agente depende das ações que ele vai executar para atingir este objetivo e depende também dele acreditar que suas ações contribuem de forma positiva para atingir este objetivo, isto é, tornam este objetivo significativamente mais provável ou possível do que se ele não fizer nada.

Por outro lado, do ponto de vista estritamente formal o trabalho de Singh (da mesma forma que a lógica de Rao&Georgeff) está incompleto, porque ele não estipula nem um sistema axiomático completo para \mathbf{R} (apenas define os axiomas para tratar das questões da intencionalidade) nem define qual o modelo matemático utilizado nas probabilidades de \mathbf{R} .

3.6.3 As Lógicas de Fagin

Fagin, Halpern e Megiddo (1990) definem um conjunto de lógicas apropriadas para se fazer raciocínios sobre probabilidades.

A característica básica destas lógicas, quando comparadas com as lógicas revistas anteriormente é a relativa limitação no seu poder de expressão quando comparadas, por exemplo, com as lógicas $\mathcal{L}_1(\Phi)$ e $\mathcal{L}_2(\Phi)$ de Halpern. Por outro lado o objetivo declarado destas lógicas é permitir raciocínios sobre probabilidades que possam ser expressas na forma de afirmações como “a probabilidade de E_1 é menor que a $1/3$ ” ou então “a probabilidade E_1 é no mínimo igual ao dobro da probabilidade de E_2 ”, onde E_1 e E_2 são eventos arbitrários.

Nestas lógicas é dada uma especial atenção as questões sobre mensuração dos eventos. O artigo investiga a propriedades das lógicas tanto em situações onde todos os eventos podem ter suas probabilidades medidas (são todos eventos mensuráveis), quanto nos casos onde isto não é possível (quando alguns eventos não são mensuráveis). Este é o principal foco de pesquisa do trabalho. O uso das lógicas probabilísticas é instrumental para este tipo de pesquisa, ou seja, o artigo não está interessado em investigar as propriedades gerais das lógicas probabilísticas mas verificar que resultados a utilização destas lógicas podem trazer na análise da mensuração dos conjuntos de eventos.

Em todas as lógicas definidas no trabalho a probabilidade atribuída a um evento é definida pelo resultado desta medida (o “peso” do evento). Formalmente o peso de um evento φ é definido pela expressão $w(\varphi)$.

Assim as afirmações “a probabilidade de E_1 é menor que a $1/3$ ” e “a probabilidade E_1 é no mínimo igual ao dobro da probabilidade de E_2 ”, citadas anteriormente, poderiam ser expressas, respectivamente, pelas fórmulas: $3w(E_1) \leq 1$ e $w(E_1) \geq 2w(E_2)$.

Os eventos φ , por sua vez, podem ser expressos apenas por fórmulas da lógica proposicional, sendo portanto muito mais restritos que os eventos que podem ser expressos nas lógicas revisadas anteriormente.

Por conta desta limitação na caracterização dos eventos todas as lógicas definidas por Fagin tem sistemas axiomáticos completos (e corretos). A demonstração de completude destes sistemas é essencialmente uma variação da técnica de Halpern para o caso da lógicas $\mathcal{L}_1(\Phi)$ e $\mathcal{L}_2(\Phi)$, quando limitadas apenas a domínios com um número limitado de elementos.

São definidas várias lógicas distintas no trabalho. A primeira lógica está restrita apenas ao caso dos eventos mensuráveis (*MEAS*) e não permite variáveis numéricas nas suas fórmulas³². Além de exemplos e propriedades da semântica desta lógica e dos seus conjuntos de eventos, o trabalho também define o sistema axiomático desta lógica (AX_{MEAS}) e prova que este sistema é correto e completo.

Posteriormente a lógica *MEAS* é generalizada para o caso dos eventos não-mensuráveis, mas ainda assim não são incorporadas variáveis. Neste caso também é mostrado que o sistema axiomático desta nova lógica também é correto e completo.

Depois é definida a lógica *INEQ* que permite variáveis e que também pode expressar desigualdades lineares na forma:

$$\begin{aligned} a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 + \dots + a_nx_n &\leq c \\ a_1w(\varphi_1) + a_2w(\varphi_2) + a_3w(\varphi_3) + \dots + a_nw(\varphi_n) &\leq a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 + \dots + \\ &a_mx_m \end{aligned}$$

onde os a_i são constantes numéricas, x_i são variáveis numéricas e φ_i eventos.

Depois *INEQ* é generalizado para permitir desigualdades entre polinômios, ou seja, são permitidas fórmulas similares a:

$$\begin{aligned} a_1xx + a_2xx + a_3xxx + \dots + a_nx^n &\leq c \\ a_1x + a_2xy + a_3xyz &\leq c \end{aligned}$$

e também:

$$a_1w(\varphi_1)w(\varphi_2) \leq a_2w(\varphi_3)w(\varphi_4)$$

O sistema axiomático de *INEQ* (AX_{INEQ}) é provado correto e completo tanto para o caso linear quanto para o caso polinomial.

A última lógica apresentada no trabalho (*FO*) generaliza *INEQ*, na versão polinomial, permitindo que estas variáveis sejam quantificadas universalmente ou existencialmente. Esta generalização essencialmente torna *FO* uma lógica de primeira ordem capaz de expressar todas as propriedades do corpo algébrico dos reais, ou seja, *FO* incorpora a Teoria Axiomática dos Reais de Tarski (ver (MONK, 1976, p. 362)).

O sistema axiomático de *FO* (AX_{FO}) também é provado correto e completo, basicamente por conta de um resultado bem conhecido de Tarski que mostra que teoria axiomática do corpo dos reais é decidível.

³² Note que por conta dos eventos serem representados apenas por fórmulas da lógica proposicional, nunca existem variáveis dentro das fórmulas φ contidas dentro dos termos $w(\varphi)$. As variáveis que são progressivamente incorporadas nas lógicas, são restritas apenas a valores numéricos (probabilidades) e somente podem ocorrer fora dos termos probabilísticos $w(\varphi)$.

4 LÓGICA SLP

Este capítulo apresenta a lógica modal probabilística *SLP* (*Semantic Language with Probabilities*). A lógica *SLP* é uma nova lógica modal probabilística, diferente de outras lógicas probabilísticas discutidas na literatura (ver capítulo 3 para mais detalhes), que foi construída como uma extensão de uma lógica modal epistêmica prévia. *SLP* permite representar as probabilidades subjetivas que um dado agente atribui as suas crenças. Ela está sendo proposta como uma solução para o problema de se definir a semântica formal de linguagens de comunicação apropriadas para transportar tanto de conhecimentos probabilísticos quanto não-probabilísticos.

O capítulo está estruturado da seguinte forma:

- A seção 4.1 faz uma breve introdução às questões envolvidas na criação da lógica *SLP*.
- A seção 4.2 apresenta várias considerações sobre as questões de decidibilidade das lógicas modais e das lógicas probabilísticas e analisa o impacto que estas questões trazem no contexto de formalização, implementação e verificação de conformidade de tarefas de comunicação em sistemas multiagentes.
- Logo após, na seção 4.3, são discutidos e apresentados os critérios que levaram a escolha da lógica modal *SL* (*Semantic Language*) como base para *SLP*. A lógica *SL* foi definida por Sadek (1991b, 1992) e é adotada pela FIPA como base para a semântica formal da linguagem de comunicação FIPA-ACL (FIPA, SC00037, 2001).
- As próximas seções tratam especificamente de *SLP*. A seção 4.4. apresenta uma breve descrição de *SLP* e também define a sintaxe formal das fórmulas desta lógica.
- A seção 4.5 primeiro define as estruturas formais, baseadas em mundos-possíveis e em funções de distribuição de probabilidades atribuídas a estes mundos, que serão usadas para definir a semântica de *SLP*. Logo após é definida, sobre estas estruturas, a semântica formal das construções lingüísticas de *SLP*.
- A seção 4.6 apresenta e demonstra, com base nas características do modelo formal de *SLP*, uma série de propriedades importantes desta lógica. Nesta seção, em particular, é demonstrada a compatibilidade entre *SL* e *SLP*, através de teoremas que garantem que todas as teorias formais válidas em *SL* continuam válidas em *SLP*.
- A seção 4.7 apresenta várias extensões puramente sintáticas que podem ser feitas sobre *SLP*.

- Por fim, a seção 4.8 apresenta o sistema axiomático de *SLP* e demonstra que este sistema é correto e completo. A completude é provada de forma relativa, isto é, o sistema axiomático de *SLP* será completo somente o sistema de *SL* também for.

4.1 Introdução

Um problema que claramente aparece quando se analisa o quadro geral da literatura sobre comunicação entre agentes, em particular na área de linguagens de comunicação entre agentes, é a virtual falta de tratamento para a comunicação de informações de natureza incerta ou probabilística de um agente para outro. Quando este tipo de comunicação se torna necessária, simplesmente não existe um suporte formal, do lado das linguagens de comunicação, para o transporte deste tipo de informações entre os agentes. Os modelos formais nesta área geralmente se atêm apenas as características lógicas destas informações, sem levar em conta eventuais probabilidades.

Caso se considere o caso dos padrões FIPA ou da linguagem KQML (ver capítulo 2 para mais detalhes) fica claro que não há nenhum suporte para este tipo de comunicação nem na linguagem de comunicação em si (FIPA-ACL ou KQML), nem nas linguagens de representação de conteúdos suportadas por estas linguagens de comunicação (FIPA-SL, KIF, RDF e CCL no caso de FIPA-ACL e apenas KIF no caso de KQML). Nem os modelos (formais ou não) empregados para dar significado a estas linguagens de comunicação tratam de probabilidades.

Esta é a principal questão tratada neste capítulo, que busca generalizar o modelo teórico não-probabilístico que fundamenta estas linguagens de comunicação, de forma a permitir que conhecimentos probabilísticos também sejam representados neste tipo de modelo. Descobrir uma forma de solucionar esta questão, levando em conta os resultados já atingidos em termos de fundamentação formal e generalidade de aplicação dos padrões atuais de linguagens de comunicação, será, espera-se, a principal contribuição deste capítulo. Também serão identificadas quais são as implicações que este suporte a probabilidades trará, em termos de completude do sistema axiomático utilizado pelo modelo atual.

Espera-se com estes resultados contribuir de forma positiva para a pesquisa sobre agentificação de sistemas inteligentes probabilísticos, quer seja como agentes individuais ou na forma de sistemas multiagentes, mostrando como as teorias de agência atuais (em particular o modelo BDI) se inter-relacionam com as teorias que embasam o raciocínio probabilístico (em particular a Teoria Axiomática das Probabilidades e o modelo de inferência das Redes Bayesianas).

Entretanto, é importante salientar que não é objetivo deste capítulo pesquisar como conceitos mais avançados, como ontologias compartilhadas, instituições sociais, agências sociais e idéias similares, poderiam se aplicar aos sistemas inteligentes probabilísticos, mas apenas garantir que os fundamentos formais para estas possíveis aplicações estejam solidamente estabelecidos.

4.2 Considerações sobre Decidibilidade

Antes de proceder à definição de uma lógica modal probabilística que seria apropriada para representar fenômenos de comunicação de conhecimentos probabilísticos, é importante entender claramente como as questões de decidibilidade

relativas às lógicas modais e lógicas probabilísticas estão relacionadas com as pesquisas mais recentes sobre comunicação entre agentes.

Conforme pode ser visto no capítulo 2, os fenômenos da comunicação entre agentes inteligentes, como fenômeno filosófico e lingüístico, vem sendo pesquisados há bastante tempo, com resultados importantes em termos de teorias lingüísticas, em particular na Teoria dos Atos da Fala de Searle e Grice. Em fins da década de 80 e início dos 90, vários resultados importantes foram trazidos para a pesquisa neste campo, especificamente no caso da comunicação entre agentes artificiais. O foco no estudo formal destes fenômenos trouxe um rigorismo relativamente inédito neste tipo de pesquisa, criando um novo paradigma para a área. A base epistemológica destes trabalhos sobre comunicação gira em torno da Teoria dos Atos da Fala, ou seja, podem ser considerados como estudos aprofundados de como formalizar esta teoria. Na prática os resultados de Cohen e Levesque (1995), que analisam o caso geral da comunicação entre agentes, e de Sadek (1991b, 1992) e de Labrou&Finnin (1994), que analisam especificamente fenômenos da comunicação entre agentes artificiais e propõem linguagens formais para representar estes fenômenos, se constituem no paradigma tradicional para este tipo de pesquisa (uma espécie de denominador comum) que está profundamente relacionado aos modelos cognitivos de agentes baseados em crenças, desejos e intenções (os modelos BDI, ver (COHEN; LEVESQUE, 1990b e 1995) (RAO; GEORGEFF, 1991-b)).

Entretanto, questionamentos importantes foram levantados a respeito do tipo de formalização empregada nestes trabalhos. Wooldridge (1998, 2000), em particular, coloca a questão da indecidibilidade do problema de satisfatibilidade dos formalismos lógicos (lógicas modais epistêmicas) utilizados para definir a semântica das linguagens de comunicação. Isto torna difícil a implementação das ações de comunicação de um dado agente, se estas ações forem especificadas nestes formalismos. Também dificulta implementar testes de conformidade que verifiquem se um dado agente está realmente seguindo estas especificações em suas ações de comunicação.

Sendo assim, existem dois aspectos relacionados às dificuldades de tratamento deste tipo de formalismo:

- Efetividade computacional do formalismo, em termos de mecanismos automáticos de inferência para as lógicas associadas ao formalismo (essencialmente provadores automáticos de teoremas).
- Verificabilidade de especificações baseadas no formalismo.

Por um lado a indecidibilidade que está geralmente associada às lógicas modais e temporais usadas como base da formalização torna bastante difícil à construção de sistemas automáticos de prova, que permitiriam a utilização direta desses formalismos na modelagem e implementação tanto dos estados mentais dos agentes quanto dos atos comunicativos. Por outro lado o fato de que os estados mentais que servem de base para semântica dos atos comunicativos, serem estados *internos* dos agentes torna muito difícil definir um mecanismo objetivo externo aos agentes que poderia validar a conformidade de um dado agente a uma particular especificação de comunicação (GUERIN; PITT, 2000). Este é o problema de verificabilidade da semântica da comunicação entre agentes.

Em termos puramente teóricos, esses questionamentos continuam em grande parte sem solução até os dias de hoje. Do ponto de vista exclusivamente prático, existem argumentações (LABROU et al., 1999) de que sua importância pode ser minimizada, devido à extensa gama de sistemas multiagentes já desenvolvidos e ainda em

desenvolvimento cuja comunicação é baseada nas linguagens de comunicação KQML e FIPA-ACL, ambas profundamente relacionadas aos formalismos vistos acima³³.

Porém, ambas questões são importantes e certamente continuarão influenciando os estudos e pesquisas vinculados à área por um bom período de tempo. O fato básico subjacente a estes problemas é a indecidibilidade que geralmente afeta as lógicas modais que fornecem a semântica de linguagens formais usadas para representar e modelar a comunicação entre agentes. Este quadro, entretanto, não é completamente negativo porque existem lógicas modais onde o problema da satisfatibilidade é decidível. Por exemplo, embora a lógica *SL* aparentemente não seja decidível³⁴, existe uma versão restrita desta lógica, denominada de FIPA-SL2 e definida em (FIPA, SC00008, 2001), que é decidível. Outro exemplo de lógica modal epistêmica cujo sistema axiomático também é completo é a lógica modal de primeira ordem definida em (COSTA, 1992).

Estas questões têm uma importante relação com o objetivo declarado de pesquisa deste capítulo que é permitir que estes formalismos lógicos passem a suportar probabilidades. Para se adicionar probabilidades às lógicas modais é necessário trabalhar com extensões probabilísticas da lógica tradicional, que são denominadas de lógicas probabilísticas (NILSSON, 1986). Porém, como pode ser visto no trabalho de Abadi e Halpern (1989) (ver capítulo 3 também), no caso mais geral e irrestrito de incorporação de operadores probabilísticos a uma lógica formal, quer sejam por meio de probabilidades subjetivas (graus de crenças) ou objetivas (chances estatísticas), torna o sistema axiomático subjacente desta lógica incompleto e o problema de satisfatibilidade indecidível.

Soluções parciais para este problema são dadas por Halpern (1990), Fagin et al. (1990) e Bacchus (1990) (ver também o capítulo 3, seções 3.4, 3.5 e 3.6), ambas relativamente “desconfortáveis” do ponto de vista teórico. Fagin apenas permite que fórmulas da lógica proposicional tenham probabilidades. Halpern restringe domínio da lógica probabilística apenas a conjuntos finitos e limitados de objetos, cujo número de elementos *N* tem que ser conhecido de antemão. Com isto a lógica probabilística passa a ser completa e decidível. Bacchus utiliza uma teoria não-padrão para lidar com probabilidades. Embora o sistema axiomático resultante seja efetivamente completo, não está claro realmente qual a relação existente entre as probabilidades não-padrão de Bacchus e a Teoria das Probabilidades tradicional (Teoria Axiomática de Kolmogorov construída sobre o corpo numérico dos reais).

³³ É claro que a semântica original de KQML não foi concebida tendo em vista os sistemas formais de Cohen & Levesque ou de Sadek. Porém dois pontos a relacionam profundamente com estes trabalhos. Em primeiro lugar os tipos de entidades usados para definir a semântica informal de KQML (DARPA, 1993), particularmente a necessidade dos agentes gerenciar uma base de conhecimentos virtual (VKB) com suas operações associadas, implicam num razoável grau de cognição dos agentes. Por outro lado o trabalho de Labrou&Finnin (1994) deixa claro que a semântica de KQML pode ser formalizada num contexto muito semelhante ao de Cohen&Levesque e (indiretamente) Sadek.

³⁴ Nos trabalhos de Sadek (1991,1992) e nas especificações FIPA (FIPA, SC00008, 2001) (FIPA, SC00037, 2001) que definem *SL* não são feitos comentários sobre o assunto, nem são apresentadas provas que esta lógica seria decidível ou não. Por outro lado a própria definição de um subconjunto desta lógica, denominado de FIPA-SL2, que seja garantidamente decidível de acordo com (FIPA, SC00008, 2001) indica que *SL* não é decidível. Wooldridge (1998, 2001) assume como um fato dado que *SL* não é decidível.

Assim, embora o objetivo de pesquisa levantado aqui possa ser interessante de um ponto de vista puramente teórico, ele teria sua utilidade extremamente limitada se ainda tornasse pior o problema de tratamento computacional das lógicas usadas para fundamentar a semântica da comunicação entre agentes. Esta utilidade também seria bastante afetada, caso se restringisse o poder de expressão da lógica apenas a domínios finitos limitados ou se usasse modelos não-padrão para probabilidades, com propriedades ainda não claramente estabelecidas. Esta situação seria agravada ainda mais caso se leve em conta que os formalismos baseados em redes bayesianas apresentam um tratamento computacional bastante eficiente para seu mecanismo de inferência sobre probabilidades.

Estes são argumentos significativos contra a possibilidade de se integrar ou compatibilizar de forma efetiva a semântica da comunicação de conhecimentos probabilísticos com a semântica da comunicação de conhecimentos lógicos. Caso se aceite estes argumentos ou então não haja uma forma de contorná-los, então muito provavelmente se chegaria a uma situação onde os agentes e sistemas multiagentes que lidam com domínios não-probabilísticos de conhecimento, teriam sua comunicação modelada e representada por um tipo de formalismo (tipicamente lógicas modais) enquanto que sistemas e agentes que lidam com domínios probabilísticos utilizariam outro tipo de formalismo (tipicamente Redes Bayesianas). Neste caso não haveria um denominador comum entre ambos tipos de formalismo ou não seria possível reduzir um formalismo a outro, tendo em vista as questões relacionadas a indecidibilidade que foram citadas anteriormente.

Como o próprio significado atribuído aos fenômenos de comunicação (p.ex. significado atribuído às mensagens trocadas entre os agentes) é baseado em modelos semânticos distintos sem um denominador comum, seria difícil haver um compartilhamento real de informações e conhecimentos entre agentes que usam modelos diferentes para definir a semântica de sua comunicação. Claro que sempre é possível definir semânticas informais *ad-hoc* para resolver alguma situação particular, mas os resultados, em termos de rigorismo e precisão formal, que já foram atingidos tanto no caso da representação probabilística de conhecimentos quanto na representação e comunicação de conhecimentos lógicos, não seriam alcançados no caso de sistemas multiagente híbridos, que possuem agentes que lidam com domínios probabilísticos e agentes que tratam de domínios lógicos.

Embora possível este claramente não é um resultado desejável porque cria um empecilho quase intransponível para a interoperabilidade de sistemas inteligentes. Criaria duas “espécies” de sistemas que não tem uma *lingua franca* de comunicação em comum.

Assim o principal objetivo deste capítulo (e da tese como um todo) também se torna o de mostrar que uma *lingua franca* baseada em lógica modal probabilística não só é capaz de representar fenômenos de comunicação tanto probabilísticos como não probabilísticos, mas também não torna pior o problema de indecidibilidade discutido anteriormente.

Claro que, pelo resultado de Abadi e Halpern, certas restrições têm que ser incorporadas a lógica modal probabilística *SLP* proposta neste capítulo, mas elas são bastante aceitáveis de um ponto de vista epistemológico e intuitivo porque:

- (1) As restrições não forcem severas limitações sobre o número de elementos do domínio, não trazendo, portanto, limitações indesejáveis ao

componente puramente lógico do formalismo como no caso das lógicas de Halpern (1990) ou de Fagin et al. (1990).

- (2) Estas restrições não trazem elementos novos e relativamente imprevisíveis como probabilidades não-padrão, como no caso da lógica **L_p** de Bacchus (1990).
- (3) Elas têm uma interpretação intuitiva bastante simples.
- (4) São explicitadas claramente na sintaxe da linguagem.
- (5) As restrições não tornam o sistema axiomático da lógica subjacente incompleto ou indecidível, se a lógica modal de primeira ordem utilizada como base da incorporação de probabilidades já não for assim antes da incorporação.

A descrição precisa da lógica probabilística é feita nas seções 4.4 e 4.5, mas aqui se pode adiantar que as probabilidades serão incorporadas através de *termos probabilísticos* que permitem definir a probabilidade subjetiva (ver seção 3.2.1) atribuída por um dado agente a uma fórmula de *SLP*.

A restrição básica é que as fórmulas contidas dentro destes termos devem ser fechadas, ou seja, somente pode-se atribuir probabilidades às sentenças de *SLP*. Esta é uma restrição que claramente atende os critérios (1) a (5) acima. Não há restrições em relação ao número de elementos do domínio, não serão utilizadas probabilidades não-padrão para definir a semântica de *SLP*, a interpretação da restrição é bastante direta e é expressa de uma forma clara sobre os termos da linguagem e, conforme poderá ser visto na seção 4.8, ainda assim permite que o sistema axiomático de *SLP* seja correto e completo (se o sistema da lógica modal subjacente também for).

A questão de que lógica modal seria apropriada para utilizar como base de *SLP* é discutida com detalhes na próxima seção.

4.3 Critérios de Escolha da Lógica Modal

Um tópico importante que deve ser discutido é que critérios foram considerados na escolha da lógica modal a ser estendida com probabilidades. Da discussão da seção 4.2 poderá parecer que apenas um único tipo de lógica modal epistêmica, baseada nos estados BDI, estaria sendo usado para fundamentar a comunicação entre agentes. Porém este não é o caso. Muito embora modelos tradicionais e padronizados da semântica de atos comunicativos sejam baseados em lógicas modais BDI (FIPA-ACL em particular), a verdade é que existem discussões e questões sobre a aplicabilidade real destas lógicas (e da intuição por trás delas) para atribuir significados à comunicação.

Em particular, Singh (SINGH, 1998) coloca fortes dúvidas sobre se os estados mentais de agentes *individuais* possam realmente ser usados para definir a semântica dos atos comunicativos. De maneira geral este autor considera que o modelo de agência mental individual apresenta sérias limitações no tratamento de interações mais complexas, desenvolvidas no contexto de uma sociedade. A questão mais importante levantada por ele é que a comunicação entre agentes é essencialmente uma atividade social e somente conceitos e noções ligados a fenômenos *sociais* deveriam ser usados para trazer significado à comunicação. Os estados mentais internos dos agentes definiriam uma noção de *agência mental individual* para cada agente, enquanto que conceitos sociais, como ações conjuntas (*joint actions*) (KUMAR et al, 2002), confiança mútua (*trustfulness*) (CASTELFRANCHI; FALCONI, 1998 e 1999) e

comprometimentos e normas sociais (GROSZ et al, 2002), deveriam servir para forma uma noção de *agência social* para os agentes.

Para tratar destas interações sociais teve início toda uma nova linha de pesquisa, ainda em aberto, para modelar e definir uma semântica para a comunicação entre agentes que seja baseada em conceitos sociais. São exemplos recentes desta linha de pesquisa os trabalhos de Colombetti e Verdicchio (2002) e de Fornara e Colombetti (2002) que tentam modelar interações sociais, através de atos de comprometimento entre agentes. Os atos de comprometimento são definidos, por sua vez, através de eventos e ações institucionais, que são conceitos tomados emprestados da análise de Searle das relações puramente institucionais (em contraponto as relações naturais) entre agentes. Segundo Searle, relações institucionais são relações do tipo “conta como”, onde um evento ou ação t enunciado por um agente, conta, na verdade, como uma outra ação ou evento t' em termos de significado real do ato. Outro trabalho interessante que relaciona pesquisas na área de interação social com o grau de cobertura de atos linguísticos, oferecidos por KQML ou FIPA-ACL, é o trabalho de Herzig e Longin (2002). Estes autores buscam definir a lógica da interação social, baseada em princípios de cooperação e em atos assertivos, que usa o conceito de ato de fala, indireto de Searle, para modelar atos mais complexos.

Vários outros trabalhos importantes, relacionados à interação social entre agentes, pautam pela definição de qual seria o significado correto da relação de comprometimento entre agentes. Simplesmente, estipular e impor de fora do sistema o conjunto de regras de comprometimento ou de convivência que teriam que ser seguidos pelos agentes de um sistema foge inteiramente do conceito de sistema multiagente. A expectativa é que os vínculos de comprometimento surjam com a própria interação social. Nesta linha, é importante salientar os trabalhos de Castelfranchi e Falconi (1998) e (1999) sobre o efeito que a noção de confiança causa no estabelecimento de relações sociais entre agentes, e o trabalho de Grosz, Kraus e outros (2002) com o sistema SPIRE, que verifica como agentes racionais e colaborativos podem adaptar seus objetivos e intenções para trabalhar em grupo com outros agentes (como compromissos sociais podem surgir entre eles). Outro trabalho interessante na área é a lógica modal de habilidades, crenças e confiança que Fischer e Ghidini (2002) criaram para modelar o comportamento e a interação entre agentes.

Porém, apesar dos questionamentos inerentemente válidos sobre a intuição por trás de se usar estados mentais individuais para atribuir semântica aos atos comunicativos, um fenômeno interessante tem acontecido com os resultados teóricos apresentados por esta linha de pesquisa. Apesar das diferenças intuitivas por trás dos fundamentos da semântica, o instrumento formal e teórico usado para pesquisar e esclarecer as propriedades da semântica baseada em agências sociais é muito similar ao empregado originalmente para fundamentar a comunicação sobre agência mental individual. Na verdade, os fenômenos relativos às agências sociais também estão sendo estudados através de lógicas modais cujas modalidades ou são muito similares às lógicas BDI, ou estendem estas modalidades com outros conceitos intuitivos como habilidade, confiança e cooperação. De certa forma, este tipo de resultado estava implícito na crítica original de Singh que não postulava uma necessária impropriedade ou incorreção em se usar estados mentais individuais para dar significado à comunicação, mas efetivamente questionava a insuficiência de se usar apenas estes conceitos.

Existem, entretanto, alguns resultados recentes, mais relacionados aos problemas de verificabilidade da semântica da comunicação, que utilizam instrumentos formais

distintos das lógicas modais. Um bom exemplo desta linha de pesquisa é o trabalho de Guerin e Pitt (2001), que mostra como a especificação da comunicação por meio de uma semântica denotacional, poderia ser usada para verificar a compatibilidade da implementação de um protocolo de interação. Existem também trabalhos importantes que visam pesquisar a definição e a verificação formal de protocolos de interação entre agentes, através de Redes de Petri Coloridas (MAZOUZI, FALLAH e HADDAD, 2002) ou através do Cálculo de Eventos de Kowalski e Sergot (YOLUM e SINGH, 2002). Os autores destes trabalhos argumentam que, como a semântica, quer seja denotacional ou operacional, dos atos de comunicação e das interações é totalmente baseada em eventos observáveis, tal verificação seria possível em tese, o que não ocorre com os outros tipos de semântica que é baseada em estados mentais internos e não-observáveis, ou seja, inacessíveis na prática.

Apesar destes últimos tipos de trabalhos oferecerem uma perspectiva interessante e valiosa a respeito da verificabilidade da semântica da comunicação, eles ainda não tem o grau de aceitação das abordagens mais tradicionais que usam lógicas modais para tratar formalmente os modelos de agência baseados em estados sociais ou mentais (conforme comentado anteriormente, conceitos sociais também estão sendo estudados através de lógicas modais muito similares às lógicas BDI, mas que trazem novas modalidades relacionadas a conceitos como cooperação e confiança).

Também é de se questionar se, ao buscar uma semântica mais computável, tais trabalhos não tenham se afastado demais das intuições epistemológicas, lingüísticas e sociais que fundamentam as pesquisas sobre agentes, sistemas multiagentes e comunicação entre agentes na IA. As lógicas formais modais, temporais e de ação foram trazidas para este campo de estudo justamente para permitir que estes conceitos intuitivos pudessem ser expressos de uma forma rigorosa e precisa. E este é ainda o maior sucesso destas lógicas, apesar da dificuldade de tratamento computacional efetivo dos seus sistemas axiomáticos. Em relação aos outros tipos de semântica formal, ainda se está por ver se conseguem atingir este poder de expressão e manter sua computabilidade efetiva.

O último parágrafo resume o pressuposto epistemológico que norteou a escolha do instrumento formal de análise dos fenômenos de comunicação probabilística: de que as lógicas modais são os instrumentos formais apropriados para este tipo de análise, porque possuem um alto grau de expressibilidade de conceitos intuitivos e ainda permitem um tratamento rigoroso e preciso destes conceitos.

A lógica *SL*, que é utilizada pela FIPA para definir a semântica de sua linguagem de comunicação FIPA-ACL, se apresentou como a escolha natural para ser usada como base de *SLP*. A lógica *SLP* será definida como uma extensão da lógica *SL* (ver seções 4.4 e 4.5).

A FIPA oferece um padrão de comunicação entre agentes que é internacional e aberto. Este padrão é composto de uma série de serviços, protocolos e linguagens padronizadas que podem ser utilizadas para modelar e implementar a comunicação entre agentes. Além disso, os padrões FIPA visam explicitamente alcançar objetivos de interoperabilidade e compatibilidade na comunicação entre agentes inteligentes (ver capítulo 2 para mais detalhes).

Estes padrões se apresentam como uma boa escolha para a modelagem e implementação das ações de comunicação dos agentes de um sistema multiagente, quando se levam em conta critérios como base formal da especificação, diversidade de

serviços oferecidos pela plataforma de comunicação e nível de maturidade alcançado pela padronização:

- (a) Base formal da especificação: a lógica *SL* é a base da semântica formal de FIPA-ACL, que por sua vez é utilizada nos demais serviços e protocolos da FIPA.
- (b) Grau de maturidade: as especificações de comunicação FIPA foram lançadas como versões preliminares em 1997, sofreram um processo de revisão e crítica por vários anos e em 2001 foram lançadas versões estáveis, já definidas como padrões.
- (c) Diversidade de serviços e protocolos de interação: os padrões FIPA não se restringem apenas a uma linguagem de comunicação, mas definem uma série de serviços e protocolos de interação que podem ser utilizados para implementar de forma padronizada diversas atividades e tarefas comuns nos sistemas multiagentes (ver seção 2.5).

Do ponto de vista formal, a lógica *SL* é derivada dos trabalhos de Sadek (1991b e 1992) e é uma das lógicas “clássicas” do modelo BDI, assim o presente trabalho pode ser visto como uma extensão da semântica formal da comunicação baseada nos estados mentais internos dos agentes.

Porém, o método de incorporação de probabilidades e a técnica de prova usada para garantir a correção e completude desta incorporação não dependem de aspectos específicos de *SL* podendo ser aplicadas a outras lógicas modais com características epistêmicas (que contenham operadores sobre crenças), algo que é geralmente compartilhado pelas demais lógicas modais usadas no estudo da semântica da comunicação baseada em estados sociais.

Assim os resultado obtidos neste capítulo também podem ser aplicados na compreensão dos fenômenos da comunicação do ponto de vista dos conceitos sociais, desde que o instrumento formal utilizado na análise destes conceitos seja uma lógica modal com características epistêmicas (este é o caso, por exemplo, da lógica modal de habilidades, crenças e confiança que Fischer e Ghidini (2002)).

4.4 Descrição e Sintaxe de SLP

A extensão da lógica *SL* está sendo denominada preliminarmente de *SLP* (*Semantic Language with Probabilities*). Como referência para a lógica *SL* estão sendo usadas, além dos trabalhos originais de Sadek (1991b e 1992), as especificações SC00008 (FIPA, 2001) e SC00037 (FIPA, 2001) da FIPA que definem, respectivamente, a sintaxe e a semântica que a FIPA adota como padrão para *SL* (no contexto da FIPA, a lógica *SL* é usualmente referida como *FIPA-SL*)³⁵.

SL é uma lógica modal de primeira ordem, com igualdade, que é capaz de representar modalidades epistêmicas, temporais e de possibilidade sobre os conhecimentos de um agente. Entre as modalidades epistêmicas, *SL* permite expressar as crenças, escolhas (*choices*) e intenções de um agente através dos operadores modais, respectivamente, **B**, **C** e **EB**.

³⁵ O capítulo 2 apresenta também uma descrição resumida de *SL*, incluindo sua utilização na formalização dos atos comunicativos de FIPA-ACL.

Dessa forma a crença que um dado agente a tem que uma proposição P é verdadeira ou a sua escolha de que uma condição Q pode ser atingida podem ser expressas, respectivamente, por $B(a,P)$ ou $C(a,Q)$. O operador EB expressa a noção de uma crença “explícita”, que é uma crença do agente que está em seu campo de atenção imediato³⁶.

Esta linguagem também é capaz de representar incertezas do agente (operador modal U), porém somente de uma forma absoluta: ou o agente está completamente inseguro (está realmente incerto de seus conhecimentos) ou não.

Em SL também é possível expressar ações ou eventos que ocorreram ou que irão ocorrer, além de relacioná-los a agentes específicos, ou seja, ela combina elementos de uma lógica de ação (ver Cohen e Levesque (1990-b)) com modalidades temporais. Em termos de modalidades temporais, SL disponibiliza operadores modais que podem dizer se uma condição irá valer no futuro (*Feasible*), ou se uma condição já foi previamente satisfeita (*Done*). Assim é possível definir se uma dada condição expressa por uma proposição P , irá ser verdadeira no futuro, se existir uma seqüência de ações ou eventos e que torne esta proposição verdadeira. Isto é formalizado simplesmente por $(\exists e)Feasible(e, P)$. A expressão $(\exists e)Done(e, Q)$ define que Q é uma condição já satisfeita por alguma ação e .

As ações também podem ser atribuídas aos agentes e comparadas entre si. Assim é possível saber se o agente a foi causador de uma dada ação ou evento e através do predicado *Agent*(a,e), se um dado evento e é primitivo por *Single*(e) e se uma seqüência de ações ou eventos e_1 precede outra seqüência e_2 por meio de *Starts*(e_1, e_2).

A idéia básica por trás da extensão é incorporar à lógica SL conceitos derivados das Lógicas Probabilísticas (ver capítulo 3, para mais detalhes). Para tanto, SLP irá incorporar, além de todas as construções lingüísticas (fórmulas) de SL , termos probabilísticos e termos denotando valores numéricos e expressões numéricas, possivelmente quantificadas, sobre estes termos e operadores probabilísticos.

Os termos probabilísticos permitirão expressar a probabilidade subjetiva, estimada por um dado agente, que uma fórmula lógica seja válida. Através destas extensões será possível não apenas atribuir, mas também deduzir estas probabilidades com base nos axiomas tradicionais da Teoria das Probabilidades (ver seção 3.2.5) e em axiomas puramente lógicos.

O componente probabilístico de SLP está representado pelos termos $BP(a,\theta)$, onde a é um agente e θ uma sentença (fórmula fechada) de SLP . Assim é possível expressar probabilidades atribuídas a proposições lógicas. A expressão a seguir, por exemplo, compara um valor numérico a um termo probabilístico:

$$BP(a, (\exists x)(P(x))) \leq 1$$

Ela expressa o fato que a probabilidade subjetiva que o agente a atribui ao fato de existir algum elemento do domínio que satisfaça o predicado $P(x)$ é menor ou igual a 1. Termos probabilísticos também podem ser comparados entre si:

$$BP(a, (\forall x)(\forall y)(P(x) \wedge Q(x,y))) \leq BP(a, (\forall x)(P(x)))$$

Estes termos também podem ser utilizados em fórmulas lógicas usuais:

³⁶ Ver definição formal do operador EB mais a seguir, na seção 4.5.3, ou então o artigo (SADEK, 1991) para mais detalhes sobre esta noção de atenção de um agente e de crenças explícitas.

$$(BP(a, (\exists x)(P(x))) = 1) \rightarrow (BP(a, \forall(x)(\neg P(x))) = 0)$$

Também se pode efetuar as operações aritméticas básicas sobre este tipo de termo (e também sobre variáveis numéricas):

$$(\exists r)(r \geq 0 \wedge BP(a, A \vee B) = r + BP(a, A))$$

Como usual, a linguagem da lógica *SLP* é gerada sobre um conjunto Φ composto dos símbolos primitivos da linguagem. Os elementos deste conjunto são basicamente os mesmos utilizados na lógica *SL*. Os símbolos novos adicionados a *SLP* são relacionados ao componente probabilístico e numérico desta lógica. Para tanto, foram adicionados símbolos para constantes numéricas básicas (**0** e **1**), símbolos para a relação de ordem parcial (\leq) e para as operações de adição e multiplicação sobre reais.

Definição 4.4.1. O conjunto Φ de símbolos primitivos de *SLP* é formado pela união dos seguintes conjuntos:

- Conjunto das variáveis (*Var*), formado pela união do conjunto de variáveis lógicas (*LVar*) e de variáveis numéricas reais (*RVar*) da linguagem: $Var = LVar \cup RVar$. O conjunto das variáveis lógicas também é subdividido em três subconjuntos: *AgtVar* que são as variáveis sobre agentes, *EvtVar* que são as variáveis sobre eventos e *ObjVar* que são as variáveis sobre os demais objetos lógicos. Assim $LVar = AgtVar \cup EvtVar \cup ObjVar$
- Conjunto dos símbolos de predicados lógicos (*PredSym*). Este conjunto também inclui os símbolos proposicionais que são considerados como predicados com 0 argumentos.
- Conjunto dos símbolos funcionais (*FuncSym*), que inclui símbolos para todas as funções com aridade 1 ou mais existentes na linguagem.
- Conjunto de predicados ($\{\leq\}$), operadores ($\{+, \times\}$) e constantes ($\{0, 1\}$) numéricas.
- Conjunto de símbolos de constantes (*ConstSym*) que inclui, além dos conjuntos *AgtId* e *ActId* ($AgtId \subseteq ConstSym$ e $ActId \subseteq ConstSym$), quaisquer outras constantes usadas na linguagem. *AgtId* é o conjunto não vazio de identificadores de agentes e *ActId* é o conjunto de identificadores de ações/eventos primitivos.

Resumindo:

$$\Phi = Var \cup FuncSym \cup PredSym \cup ConstSym \cup \{\leq\} \cup \{+, \times\} \cup \{0, 1\}.$$

As construções lingüísticas de *SLP* são geradas sobre Φ através da gramática abstrata definidas nas figuras 4.1 e 4.2. A figura 4.1 apresenta o núcleo base da lógica que é compartilhado com a lógica *SL* utilizada nos padrões da FIPA³⁷. O não-terminal *Wff* define a sintaxe que deve ser seguida pelas fórmulas bem formadas de *SLP*.

³⁷ A sintaxe de *SL* apresentada aqui segue a gramática de *FIPA-SL* tal como especificada em (FIPA, SC0008, 2001), mas adota uma simbologia mais apropriada para exposição formal, que é similar à adotada nos trabalhos de Sadek (1991, 1992). Existe uma diferença importante em relação a gramática de *FIPA-SL*: não estão definidos na gramática de *SLP* os elementos que são construídos como extensões puramente sintáticas sobre outros elementos considerados mais básicos. Assim, por exemplo, o operador modal *I* de intenção, que é definido como equivalente a uma fórmula composta de operadores modais primitivos, não aparece na gramática de *SLP* e é incluído mais tarde através de equivalências sintáticas.

$Wff \rightarrow$	$RAtom \mid LAtom \mid \neg Wff \mid Wff \wedge Wff \mid Wff \vee Wff \mid$ $(\exists Var)Wff \mid (\forall Var)Wff \mid ModWff \mid ActWff$
$LVar \rightarrow$	$AgtVar \mid EvtVar \mid ObjVar$
$ModWff \rightarrow$	$\mathbf{B}(AgtTerm, Wff) \mid \mathbf{U}(AgtTerm, Wff) \mid \mathbf{C}(AgtTerm, Wff) \mid$ $\mathbf{EB}(AgtTerm, Wff)$
$ActWff \rightarrow$	$\mathbf{Feasible}(ActExpr, Wff) \mid \mathbf{Done}(ActExpr, Wff) \mid$ $\mathbf{Agent}(AgtTerm, ActExpr) \mid \mathbf{Starts}(ActExpr, ActExpr) \mid$ $\mathbf{Single}(ActExpr)$
$AgtTerm \rightarrow$	$AgtId \mid AgtVar$
$LAtom \rightarrow$	$PredSym \mid PredSym(LTerm_1, \dots, LTerm_n) \mid LTerm = LTerm \mid \mathbf{True} \mid$ \mathbf{False}
$LTerm \rightarrow$	$ConstSym \mid FuncSym(LTerm_1, \dots, LTerm_n) \mid LVar$
$ActExpr \rightarrow$	$\mathbf{NIL} \mid ActId \mid (AgtTerm, Wff?) \mid EvtVar \mid$ $ActExpr \text{ '}' ActExpr \mid ActExpr ; ActExpr$

Figura 4.1: Gramática Básica de *SLP*.

Os átomos básicos da linguagem são definidos pelos não-terminais *LAtom* e *RAtom*. *LAtom* define a sintaxe dos átomos puramente lógicos, que podem ser compostos de proposições (predicados de 0 argumentos), predicados de 1 ou mais argumentos, comparações de igualdade além dos símbolos pré-definidos para fórmulas válidas (**True**) e inconsistentes (**False**).

A extensão probabilística e numérica à SL está incorporada nos átomos numéricos (e probabilísticos), descritos pelo não-terminal *RAtom* da gramática. Na figura 4.2 é apresentada a sintaxe deste tipo de átomo, que é composta apenas de comparações relacionais ou de igualdade entre expressões numéricas e probabilísticas (*RExpr*).

Os termos que podem ser usados nos átomos lógicos de *SLP* são definidos pelo não-terminal *LTerm* e são compostos de variáveis, constantes e funções lógicas. Os termos que podem ser usados nas expressões numéricas são definidos pelo não-terminal *RTerm*, sendo compostos além das constantes numéricas 0 e 1, de variáveis numéricas e termos probabilísticos.

$RAtom \rightarrow$	$RExpr \leq RExpr \mid RExpr = RExpr$
$RExpr \rightarrow$	$RTerm + RTerm \mid RTerm \times RTerm \mid RTerm$
$RTerm \rightarrow$	$RVar \mid \mathbf{0} \mid \mathbf{1} \mid \mathbf{BP}(AgtTerm, Wff)$

Figura 4.2: Gramática da Extensão Probabilística

Deve-se notar que estes termos não podem ser “misturados”, isto é, termos numéricos não podem ser usados em predicados e funções lógicas e vice-versa. Esta restrição está incorporada diretamente na sintaxe, pelo fato de não se poder usar elementos de *LTerm* nos átomos numéricos *RAtom*, nem se poder usar elementos de *RTerm* nos átomos lógicos *LAtom*.

Importante: Há uma restrição importante em relação linguagem lógica *SLP* que não está incorporada na gramática mostrada nas figura 4.1 e 4.2: **somente sentenças** (ou

fórmulas fechadas) de *SLP* poderão ser usadas como argumentos do operador *BP*. Isto é importante para que os resultados em termos de completude e decidibilidade do sistema axiomático, possam ser alcançados.

4.5 Semântica de *SLP*

O modo usual para definir a semântica de uma lógica modal (cf. (HALPERN, 1990), (SADEK, 1992), (BACCHUS, 1990), (RAO; GEORGEFF, 1991b) e seções 2.3, 3.3 e 3.4) passa por duas etapas básicas: primeiro especificar que tipo de estrutura devem ter os modelos usados para atribuir significados às fórmulas desta lógica e depois definir as condições que devem ser satisfeitas pela relação \models de consequência lógica entre as fórmulas de *SLP* e estes modelos.

A semântica de *SLP* será definida desta forma. A subseção 4.5.1 apresentará as estruturas algébricas empregadas nos modelos para *SLP*. A subseção 4.5.2 descreverá as notações usadas na especificação da semântica. A subseção 4.5.3 apresentará a semântica do componente lógico de *SLP* e a subseção 4.5.4 apresentará a semântica do componente probabilístico. Em ambas subseções a semântica destes componentes será dada através da definição da relação \models , além de algumas relações e funções auxiliares.

Seguindo a abordagem tradicional de Kripke (HALPERN; MOSES, 1992) para semântica de lógicas modais, as estruturas (modelos) para *SLP* serão baseados em mundos-possíveis e em relações de acessibilidade entre estes mundos. Probabilidades serão incorporadas nestes modelos seguindo a idéia de Nilsson (1986), também adotada por Halpern (1990) e Fagin (1990), que atribui a cada mundo-possível uma medida (subjativa) da probabilidade que o mundo tem de ser possível, na interpretação de um dado agente.

Por princípio, o componente lógico de *SLP* deverá ter a mesma semântica que a lógica *SL* apresentada no padrão FIPA (FIPA, SC00037, 2001) e nos artigos originais de Sadek (1990, 1991a, 1991b, 1992, 1996, 1999). Ela será apresentada aqui não apenas por questões de integridade do texto, mas também porque em termos formais o documento (FIPA, SC00037, 2001) que define *SL* no contexto da FIPA é claramente incompleto. Ficam de fora neste documento as descrições precisas do modelo formal e do sistema axiomático de *SL*. Também não é apresentada de forma rigorosa a teoria axiomática por trás de FIPA-ACL. Esta é uma séria deficiência quando se analisa o documento (FIPA, SC00037, 2001) como um padrão para comunicação entre agentes. A falta de uma referência precisa e rigorosa para *SL* pode trazer dúvidas em relação à própria especificação formal de FIPA-ACL.

Os artigos citados acima como referência para *SL*, dos quais somente alguns são referenciados em (FIPA, SC00037, 2001), apresentam apenas versões parciais de *SL*. A única referência dada no padrão FIPA que conteria a definição completa de *SL*, que é a tese de doutorado de Sadek (SADEK, 1991a), certamente não pode ser considerada como um documento apropriado para fins de padronização internacional porque: (i) não está na linguagem (inglês) usada os documentos oficiais FIPA, (ii) não está disponível sob uma publicação oficialmente catalogada que possa ser obtida (comprada) através de editora ou mecanismo editorial (ou bibliotecário) usual e (iii) diferente dos demais documentos FIPA, também não está disponível em meio eletrônico³⁸.

³⁸ Neste aspecto está também claramente destoante da metodologia atualmente empregada para publicação e disponibilização de padrões adotada pelas demais organizações internacionais, como ITU-T,

Este capítulo irá sanar algumas destas deficiências, colocando num texto único todas as definições, axiomas e propriedades formais que embasam *SL* e FIPA-ACL. Além disso, uma questão importante que ainda não foi considerada na literatura atual sobre FIPA-ACL, será considerada nas seguintes subseções (e também no próximo capítulo): a definição do operador de incerteza *U* de *SL*, dada em (FIPA, SC00037, 2001) não só é claramente insuficiente quanto poderia levar a possíveis inconsistências na padronização de FIPA-ACL. Mais sobre este assunto é discutido na subseção 4.5.3.

4.5.1 Estruturas para SLP

A semântica de *SLP* é dada através de estruturas algébricas relativamente complexas, compostas de 12 componentes distintos. A maior parte dos componentes desta estrutura foi “herdada” da semântica original de *SL* e são necessários para formalizar a semântica das expressões lingüísticas desta lógica. Eles foram definidos por Sadek nos trabalhos (SADEK, 1991b e 1992) e serão reapresentados aqui de maneira integral.

Para formalizar a semântica das estruturas lingüísticas de *SLP* que se diferenciam dos elementos originais de *SL* o presente capítulo propõe uma extensão da estrutura original, pela incorporação de dois novos componentes, denominados de *RCF* e μ e que serão definidos a seguir, em conjunto como os demais componentes.

Definição 4.5.1. Uma estrutura para *SLP* é definida como uma *n*-upla:

$$M = \langle \mathcal{W}, \mathcal{Agt}, \mathcal{Evt}, \mathcal{Obj}, \mathcal{B}, \mathcal{C}, \mathcal{E}, \mathcal{AGT}, \mathcal{ATT}, \sigma, \mathcal{RCF}, \mu \rangle$$

Os componentes \mathcal{W} , \mathcal{Agt} , \mathcal{Evt} , \mathcal{Obj} , \mathcal{B} , \mathcal{C} , \mathcal{E} , \mathcal{AGT} , \mathcal{ATT} e σ são parte do modelo formal originalmente definido para *SL* (SADEK, 1991b e 1992). Os componentes μ e *RCF* não pertencem ao modelo original de *SL*, tendo sido definidos para suportar probabilidades e expressões numéricas sobre reais em *SLP*.

A definição das propriedades que devem ser atendidas pelos componentes das estruturas *M* são apresentados a seguir.

Definição 4.5.2. O conjunto \mathcal{W} contém os *mundos-possíveis* que serão usados para dar significado aos operadores modais de *SLP*. Este conjunto não pode ser vazio, e cada mundo-possível $w \in \mathcal{W}$ poderá ser usado para atribuir um significado distinto para as constantes, funções e predicados da linguagem.

Definição 4.5.3. O conjunto \mathcal{Agt} define quais agentes existem no domínio. Ele é um conjunto não vazio e finito que deve ser isomórfico ao conjunto *AgtId* de identificadores de agentes. O conjunto \mathcal{Evt} contém os eventos primitivos³⁹ possíveis no domínio. Este conjunto deve ser não vazio e isomórfico ao conjunto de ações primitivas de *SLP* (*ActId*). O conjunto \mathcal{Obj} contém os elementos individuais, funções e predicados do domínio que definem a semântica dos símbolos de constantes (*ConstSym*), funções (*FuncSym*) e predicados (*PredSym*) lógicos de *SLP*. Este conjunto também não pode ser

IEEE, IETF, W3C, ATMFORUM e outras. Também vai contra a própria metodologia da FIPA, que nos demais casos não só disponibiliza de forma gratuita os seus padrões como também disponibiliza extensa literatura sobre o tema.

³⁹ Na literatura sobre *SL*, os eventos se inter-relacionam com as ações possíveis no domínio, de forma que qualquer sequência não nula de ações primitivas $\epsilon_1; \epsilon_2; \epsilon_3; \dots; \epsilon_n$, onde os ϵ_n são ações primitivas da linguagem, equivale a um evento possível. Assim todas as ações primitivas são consideradas eventos primitivos que podem ocorrer no domínio e vice-versa.

vazio. A união dos conjuntos \mathcal{Agt} , \mathcal{Evt}^+ e \mathcal{Obj} , onde \mathcal{Evt}^+ é o conjunto formado pelas seqüências não nulas de eventos primitivos, forma o domínio básico de SLP e é equivalente ao domínio original de SL . Este domínio básico é denotado por \mathcal{D} , ou seja, $\mathcal{D} = \mathcal{Agt} \cup \mathcal{Evt}^+ \cup \mathcal{Obj}$.

As seqüências de eventos pertencentes à \mathcal{Evt}^+ são isomórficas às seqüências de ações primitivas da linguagem. Seqüências de ação quaisquer são formadas pelo operador $\varepsilon_1; \varepsilon_2$, onde ε_1 e ε_2 são expressões de ação ($ActExpr$). Dessa forma para qualquer seqüência de ações de SLP $\varepsilon_1; \varepsilon_2; \varepsilon_3; \dots; \varepsilon_n$ onde cada um dos ε_i é uma ação primitiva, deve existir um elemento $\langle \varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \dots, \varepsilon_n \rangle \in \mathcal{Evt}^+$ e vice-versa.

Definição 4.5.4. As relações \mathcal{B} e \mathcal{C} são relações de acessibilidade entre mundos-possíveis que dependem dos agentes existentes no domínio. Formalmente elas têm o tipo $\mathcal{W} \times \mathcal{Agt} \times \mathcal{W}$, ou seja, $\mathcal{B} \subseteq \mathcal{W} \times \mathcal{Agt} \times \mathcal{W}$ e $\mathcal{C} \subseteq \mathcal{W} \times \mathcal{Agt} \times \mathcal{W}$. Isto implica que estas relações definem, para cada mundo e agente, um conjunto possivelmente distinto de mundos a ser alcançado.

Intuitivamente \mathcal{B} definiria quais crenças um dado agente tem, mostrando quais são os mundos-possíveis que podem ser alcançados a partir do mundo atual, de uma forma consistente com o que o agente acredita. Em termos formais, como o operador modal \mathbf{B} associado a \mathcal{B} deve satisfazer os axiomas KD45 das lógicas modais, então a relação \mathcal{B} deve ser Euclidiana, serial e transitiva (HALPERN; MOSES, 1992):

- (a) A relação \mathcal{B} é *Euclidiana* se para todo $w, w', w'' \in \mathcal{W}$ e $a \in \mathcal{Agt}$:
se $(w, a, w') \in \mathcal{B}$ e $(w, a, w'') \in \mathcal{B}$ então $(w', a, w'') \in \mathcal{B}$
- (b) A relação \mathcal{B} é *transitiva* se para todo $w, w', w'' \in \mathcal{W}$ e $a \in \mathcal{Agt}$:
se $(w, a, w') \in \mathcal{B}$ e $(w', a, w'') \in \mathcal{B}$ então $(w, a, w'') \in \mathcal{B}$
- (c) A relação \mathcal{B} é *serial* se para todo $w \in \mathcal{W}$ e $a \in \mathcal{Agt}$ existe um $w' \in \mathcal{W}$ tal que:
 $(w, a, w') \in \mathcal{B}$

Por outro lado, \mathcal{C} definiria as escolhas, em termos de preferências lógicas e não em termos de ações imediatas, feitas pelo agente. Esta relação mostraria quais são os mundos-possíveis que podem ser alcançados a partir do mundo atual, de uma forma consistente com as escolhas lógicas do agente. No caso da relação \mathcal{C} a única condição exigida originalmente em SL , e mantida em SLP , é que o operador \mathbf{C} associado respeite os axiomas KD das lógicas modais e, portanto, que \mathcal{C} seja apenas *serial*.

Definição 4.5.5. A relação \mathcal{E} , de tipo $\mathcal{E} \subseteq \mathcal{W} \times \mathcal{Evt} \times \mathcal{W}$, é uma relação de acessibilidade entre mundos-possíveis que depende dos eventos (ações) primitivas do domínio. Esta relação definiria os mundos-possíveis que podem ser alcançados a partir do mundo atual, por meio da ocorrência destes eventos. Intuitivamente a relação \mathcal{E} definiria a noção de temporalidade e possibilidade em SLP , considerando que ambas noções sejam derivadas dos mundos que podem ser alcançados a partir do mundo atual pela ocorrência de eventos. Em SL , e também em SLP , a noção mais básica de temporalidade (e possibilidade) é representada por meio desta relação, que ofereceria, segundo Sadek (1992), um modelo formal menos restritivo do que o modelo empregado por Cohen e Levesque (1990) em sua lógica modal. Estes autores definem apenas uma indexação numérica enumerável, associada aos mundos-possíveis, para representar os conceitos de tempo e de possibilidade.

Definição 4.5.6. A função $\mathcal{ACT}: \mathcal{Evt}^+ \rightarrow \mathcal{Agt}$, atribui um agente causador para cada seqüência de ações de SLP . Esta definição implica que cada ação primitiva da

linguagem deve ter apenas um agente causador, que é passível de ser identificado no modelo. O mapeamento $\mathcal{ATT}: \mathcal{W} \times \mathcal{Agt} \rightarrow \wp(\mathcal{Wff})$, atribui para cada mundo-possível e agente um conjunto de fórmulas lógicas de *SLP*. Informalmente, este mapeamento serviria para definir os estados “de atenção” do agente, mostrando quais crenças, formalizadas em *SLP*, o agente realmente está prestando “atenção” numa dada situação (mundo-possível).

Definição 4.5.9. O conjunto σ é composto de interpretações padrão para lógicas de primeira ordem. Este conjunto deve ser isomórfico a \mathcal{W} , atribuindo para cada mundo-possível w , uma interpretação σ_w que diz quais constantes, funções e predicados (com aridade apropriada) sobre o domínio \mathcal{D} correspondem aos símbolos de funções e predicado lógicos de *SLP* dentro deste mundo w .

Definição 4.5.7. O componente \mathcal{RCF} denota o corpo completo dos números reais (*real closed field* em inglês). O corpo dos números reais é o único (em nível de isomorfismo) corpo ordenado completo existente (DURBIN, 1985). Este corpo inclui as operações elementares de adição ($+_{ref}$) e multiplicação (\times_{ref}) sobre reais, a relação de ordem \leq_{ref} entre estes números e os elementos neutros da adição (0_{ref}) e da multiplicação (1_{ref}). Neste corpo também são asseguradas as propriedades de comutatividade, associatividade e distributividade das operações $+_{ref}$ e \times_{ref} . Além disso se assume que a relação \leq_{ref} é linear e completa, que cada número positivo deve ter uma raiz quadrada e que qualquer polinômio de grau ímpar construído sobre o corpo \mathcal{RCF} deve ter uma raiz real. O conjunto \mathcal{RCF} também é denominado de *domínio numérico* (ou probabilístico).

Definição 4.5.8. O conjunto μ é composto de várias funções discretas de probabilidade $\mu_a: \mathcal{W} \rightarrow \mathcal{RCF}$. Este conjunto deve ser isomórfico ao conjunto de agentes \mathcal{Agt} , definindo para cada agente a uma função μ_a que irá atribuir uma probabilidade para cada um dos mundos-possíveis de \mathcal{W} . As restrições básicas sobre estas funções μ_a , são as mesmas que para qualquer função discreta de probabilidades⁴⁰:

- (a) $\mu_a(\mathcal{W})=1$,
- (b) $\mu_a(w) \geq 0$ para cada $w \in \mathcal{W}$ e
- (c) $\mu_a(\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2 \cup \mathcal{W}_3 \cup \dots) = \mu_a(\mathcal{W}_1) + \mu_a(\mathcal{W}_2) + \mu_a(\mathcal{W}_3) + \dots$, se todos os \mathcal{W}_i são subconjuntos de \mathcal{W} ($\mathcal{W}_i \subseteq \mathcal{W}$) e todos os pares \mathcal{W}_i e \mathcal{W}_j , com $i \neq j$, são disjuntos ($\mathcal{W}_i \cap \mathcal{W}_j = \emptyset$).

4.5.2 Notações Usadas no Texto

Conforme comentado anteriormente, na seção 4.4, considera-se que todas as fórmulas utilizadas nas definições a seguir devem ser fórmulas bem-formadas de acordo com as regras da gramática de *SLP*, ou seja, são fórmulas pertencentes ao conjunto \mathcal{Wff} da gramática. Sendo assim elas serão referidas apenas como fórmulas no restante do

⁴⁰ Seguindo a notação usualmente empregada em textos de Teoria das Probabilidades, funções de probabilidades sobre elementos de um domínio são estendidas para operar sobre subconjuntos deste domínio. Assim a função μ_a de atribuição de probabilidades a elementos do conjunto dos mundos-possíveis \mathcal{W} , é generalizada para a função $\mu_a(\mathcal{W}^*)$, de atribuição de uma probabilidade a um subconjunto $\mathcal{W}^* \subseteq \mathcal{W}$ do conjunto dos mundos-possíveis de acordo com a seguinte equação: $\mu_a(\mathcal{W}^*) = \sum_{w \in \mathcal{W}^*} \mu_a(w)$

texto. Além disso, todos os símbolos utilizados nas definições, demonstrações e enunciados poderão ser modificados por apóstrofes ou índices se necessário.

Serão utilizados os símbolos especiais (meta-variáveis) definidos na tabela 4.1 para representar tipos distintos de expressões lingüísticas de *SLP*.

Tabela 4.1: Símbolos especiais e meta-variáveis utilizadas no texto

Símbolo	Não-terminal	Comentário
x e y	<i>LVar</i>	Representam variáveis lógicas
r	<i>RVar</i>	Representa variáveis numéricas e probabilísticas
e	<i>EvtVar</i>	Representa variáveis sobre sequências de eventos (ou ações)
a	<i>AgtVar/AgtId</i>	Representa variáveis/identificadores sobre agentes
t	<i>LTerm</i>	Representa termos lógicos
p	<i>RTerm</i>	Representa termos numéricos e probabilísticos
P	<i>PredSym</i>	Representa símbolos de predicados
f	<i>FuncSym</i>	Representa símbolos funcionais
c	<i>ConstSym</i>	Representa constantes
θ e ρ	<i>Wff</i>	Meta-variáveis que representam fórmulas bem-formadas de <i>SLP</i> derivadas do não-terminal <i>Wff</i>
ϕ e ψ	<i>Wff</i>	Meta-variáveis que representam fórmulas puramente lógicas de <i>SLP</i> , que são fórmulas bem-formadas derivadas do não-terminal <i>Wff</i> mas que não contém nenhuma átomo numérico ou probabilístico derivado de <i>RAtom</i> em seu interior.
π	<i>Wff</i>	Meta-variável que representa fórmulas puramente numéricas e probabilísticas de <i>SLP</i> , que são fórmulas bem-formadas derivadas do não-terminal <i>Wff</i> mas que não contém nenhuma átomo lógico derivado de <i>LAtom</i> em seu interior.
ϵ	<i>ActExpr</i>	Meta-variável que representa expressões de ação

Algumas notações adicionais também serão utilizadas no texto a seguir.

- Caso a fórmula ϕ possua uma variável aberta x , isto será indicado pela notação: $\phi(x)$.
- A alteração da função de avaliação v de forma que o valor associado para a variável x seja o elemento d será representada pela notação: $v[x/d]$
- Elementos arbitrários do domínio são representados por d e mundos-possíveis são representados por w .
- O símbolo v será usado para representar uma função de avaliação padrão para lógicas de primeira ordem, que atribui valores (elementos do domínio lógico \mathcal{D} ou numérico \mathcal{RCF}) para as variáveis da linguagem.

As relações de acessibilidade entre mundos \mathcal{B} , \mathcal{C} e \mathcal{E} , que são utilizadas nas estruturas para *SLP*, são todas relações ternárias. Neste caso, seguindo a notação usual para este tipo de relação o segundo componente da relação será indicado através de um índice subscrito nestas relações. Assim, para qualquer $w, w' \in \mathcal{W}$, $a \in \mathcal{Agt}$ e $e \in \mathcal{Evt}$, tem-se que:

$$(w, a, w') \in \mathcal{B} \text{ sse } w \mathcal{B}_a w'$$

$$(w, a, w') \in \mathcal{C} \text{ sse } w \mathcal{C}_a w'$$

$$(w, e, w') \in \mathcal{E} \text{ sse } w \mathcal{E}_e w'.$$

A relação de **conseqüência lógica**, representada por \models , é uma relação estabelecida entre uma estrutura M , um mundo-possível w , uma função de avaliação v e uma fórmula θ qualquer de SLP . A notação:

$$M, w, v \models \theta$$

indica que a relação é satisfeita entre estes elementos, ou seja, que θ é uma consequência lógica de M , w e v . Enquanto que a notação:

$$M, w, v \not\models \theta$$

é usada para indicar que a relação não é satisfeita (não ocorre) entre eles.

Uma fórmula θ será **válida**, quando para qualquer estrutura M , mundo-possível w e função de avaliação v é possível demonstrar que $M, w, v \models \theta$. Neste caso se irá usar apenas a notação:

$$\models \theta$$

Uma fórmula θ será **satisfatível** quando houver alguma estrutura M , mundo-possível w e função de avaliação v tal que $M, w, v \models \theta$. Caso contrário ela será **insatisfatível** ou **não-satisfatível**.

A relação de **dedução lógica**, representada por \vdash , é uma relação estabelecida entre duas fórmulas θ e ρ quando há uma dedução de uma fórmula para outra. A notação:

$$\theta \vdash \rho$$

indica existe uma dedução de θ para ρ ⁴¹. Da mesma forma que no caso da consequência lógica, a notação:

$$\theta \not\vdash \rho$$

indica que não existe uma dedução de θ para ρ . Quando uma fórmula for deduzível θ diretamente dos axiomas, isto será indicado pela notação:

$$\vdash \theta$$

Uma fórmula será **consistente** quando dela não for possível se deduzir uma inconsistência, isto é:

$$\theta \not\vdash \textit{False}$$

Quando utilizada, a notação:

$$\theta \Rightarrow \rho$$

servirá para indicar que a implicação $\theta \rightarrow \rho$ é válida (ou tautológica, quando lidando apenas com fórmulas proposicionais), ou seja, $\models \theta \rightarrow \rho$. Da mesma forma a notação:

$$\theta \Leftrightarrow \rho$$

indicará que a equivalência é válida (ou tautológica), isto é, $\models \theta \leftrightarrow \rho$.

4.5.3 Semântica do Componente Lógico

A semântica das fórmulas de SLP será definida através da especificação da condições que a relação \models de consequência lógica entre uma estrutura M , um mundo-possível w , uma função de avaliação v e uma fórmula ρ de SLP , deve satisfazer. A

⁴¹ A relação de dedução também depende do sistema axiomático utilizado na dedução. No caso do presente texto isto não precisa ser indicado, porque todas as dedução utilizadas dependem do sistema axiomático de SLP .

relação \models é definida de forma usual, por indução sobre a estrutura das fórmulas de *SLP*.

A semântica do componente de primeira ordem com igualdade da lógica *SLP*, que inclui os conectivos lógicos básicos, quantificadores, predicados, termos e a relação de igualdade é definida pelas condições apresentadas na figura 4.3, de maneira padrão para este tipo de lógica.

$$\begin{array}{l}
M, w, v \models \neg\theta \text{ sse } M, w, v \not\models \theta \\
M, w, v \models \theta \wedge \rho \text{ sse } M, w, v \models \theta \text{ e } M, w, v \models \rho \\
M, w, v \models \theta \vee \rho \text{ sse } M, w, v \models \theta \text{ ou } M, w, v \models \rho \\
M, w, v \models (\exists x)\theta \text{ sse } M, w, v[x/d] \models \theta \text{ para algum } d \in \mathcal{D} \\
M, w, v \models (\forall x)\theta \text{ sse } M, w, v[x/d] \models \theta \text{ para todo } d \in \mathcal{D} \\
M, w, v \models P \text{ sse } \sigma_w(P) \\
M, w, v \models P(t_1, \dots, t_n) \text{ sse } \langle [t_1]_{M, w, v}, \dots, [t_n]_{M, w, v} \rangle \in \sigma_w(P) \\
M, w, v \models t_1 = t_2 \text{ sse } [t_1]_{M, w, v} = [t_2]_{M, w, v}
\end{array}$$

Figura 4.3: Semântica das Fórmulas de Primeira Ordem

O significado dos operadores modais epistêmicos básicos de crenças (**B**), escolhas (**C**) e crenças explícitas (**EB**) é dado através das condições definidas na figura 4.4. Os demais operadores epistêmicos, incluindo a modalidade de intenção são definidos por meio puramente sintáticos e serão apresentados na seção 4.7 (cf. (SADEK, 1991b e 1992), (FIPA, SC0037, 2001)).

$$\begin{array}{l}
M, w, v \models \mathbf{B}(a, \theta) \text{ sse } M, w', v \models \theta, \text{ para todo } w' \text{ tal que } w \mathcal{B}[a]_{M, w, v} w' \\
M, w, v \models \mathbf{C}(a, \theta) \text{ sse } M, w', v \models \theta, \text{ para todo } w' \text{ tal que } w \mathcal{C}[a]_{M, w, v} w' \\
M, w, v \models \mathbf{EB}(a, \theta) \text{ sse } M, w, v \models \mathbf{B}(a, \theta) \text{ e } \theta \in \mathcal{ATT}(w, [a]_{M, w, v})
\end{array}$$

Figura 4.4: Semântica dos Operadores Epistêmicos

A semântica do operador de incertezas (**U**) será apresentada na subseção seguinte por conta da sua profunda relação com a representação de probabilidades em *SLP*. Apesar de fazer parte da lógica *SL*, este operador está fortemente relacionado com o conceito de probabilidade e assim será tratado neste capítulo.

A semântica do componente relacionado com temporalidade e possibilidade, que inclui além dos operadores temporais (**Done**) e de possibilidade (**Feasible**) sobre ações da linguagem, meta-predicados sobre propriedades destas ações (**Agent**, **Starts** e **Single**), é definida através das condições definidas na figura 4.5⁴².

⁴² Conferir (SADEK, 1992) para uma discussão mais detalhada sobre a semântica de **Feasible**, **Done** e **Starts**. O meta-predicado **Single** é definido na especificação FIPA (FIPA, SC0037, 2001).

$$\begin{aligned}
M, w, v \models \mathbf{Feasible}(\varepsilon, \theta) \text{ sse } M, w', v \models \theta, \text{ para algum } w' \text{ tal que } w \mathcal{E}\mathcal{V}(\varepsilon) w' \\
M, w, v \models \mathbf{Done}(\varepsilon, \theta) \text{ sse } M, w', v \models \theta, \text{ para algum } w' \text{ tal que } w' \mathcal{E}\mathcal{V}(\varepsilon) w \\
M, w, v \models \mathbf{Agent}(a, \varepsilon) \text{ sse } [a]_{M, v, w} = \mathcal{AGT}([\varepsilon]_{M, v, w}) \\
M, w, v \models \mathbf{Starts}(\varepsilon, \varepsilon') \text{ sse } [\varepsilon]_{M, v, w} \text{ é subsequência inicial de } [\varepsilon']_{M, v, w} \\
M, w, v \models \mathbf{Single}(\varepsilon) \text{ sse } [\varepsilon]_{M, v, w} \in \mathcal{Evt} \\
M, w, v \models \mathbf{Single}(\varepsilon \mid \varepsilon') \text{ sse } M, w, v \models \mathbf{Single}(\varepsilon) \text{ e } M, w, v \models \mathbf{Single}(\varepsilon')
\end{aligned}$$

Figura 4.5: Semântica dos Operadores Temporais e de Possibilidade

A relação $\mathcal{E}\mathcal{V}$ utilizada na figura 4.6 modela as transições entre mundos-possíveis, ocasionadas por ações (eventos) compostas. A relação $\mathcal{E}\mathcal{V}$ deve ser construída para as ações compostas de SLP , através de indução sobre a relação \mathcal{E} , de acordo com as condições definidas na figura 4.5 (cf. (SADEK, 1992)).

$$\begin{aligned}
w \mathcal{E}\mathcal{V}(\mathbf{NIL}) w' \text{ sse } w' \text{ é o mesmo mundo que } w \text{ (} w' \text{ é idêntico a } w \text{)}. \\
w \mathcal{E}\mathcal{V}(\varepsilon) w' \text{ sse } w \mathcal{E}[\varepsilon]_{M, v, w} w' \text{ e } [\varepsilon]_{M, v, w} \in \mathcal{Evt} \\
w \mathcal{E}\mathcal{V}(\varepsilon_1 ; \varepsilon_2) w' \text{ sse } w \mathcal{E}\mathcal{V}(\varepsilon_1) w'' \text{ e } w'' \mathcal{E}\mathcal{V}(\varepsilon_2) w' \text{ para algum } w'' \\
w \mathcal{E}\mathcal{V}(\varepsilon_1 \mid \varepsilon_2) w' \text{ sse } w \mathcal{E}\mathcal{V}(\varepsilon_1) w' \text{ ou } w \mathcal{E}\mathcal{V}(\varepsilon_2) w' \\
w \mathcal{E}\mathcal{V}((a, \theta?)) w' \text{ se } w \models \mathbf{EB}(a, \theta) \text{ e } w' \text{ é idêntico a } w
\end{aligned}$$

Figura 4.6: Semântica da Relação de Transição de Eventos Compostos

A relação $\mathcal{E}\mathcal{V}$ é induzida sobre \mathcal{E} de uma forma bastante padrão para expressões de ação (cf. Cohen e Levesque (1990)), o único detalhe extra é a especificação da ação $(a, \varphi)?$ que questiona se o agente está “ciente” (esteja introspectivamente prestando “atenção”) que a afirmação φ é verdadeira. Mas este é efetivamente o significado pretendido para o operador modal \mathbf{EB} definido anteriormente, que declara φ como uma crença que o agente está explicitamente ciente (cf. Sadek (1992)).

A semântica dos termos lógicos de SLP é definida pela função de avaliação de termos $\llbracket \cdot \rrbracket_{M, w, v}$ construída indutivamente sobre a estrutura destes termos de acordo com as equações apresentadas na figura 4.6. Seguindo a semântica original de SL , é importante notar que as expressões de ação têm duas interpretações em SLP : podem ser consideradas expressões sintáticas formadas por seqüências de ações primitivas, como no caso dos meta-predicados \mathbf{Single} e \mathbf{Starts} , ou podem ser consideradas como ações que induzem uma relação de transição de estados (mundos), como no caso dos operadores $\mathbf{Feasible}$ e \mathbf{Done} . A semântica neste último caso já foi definida pela relação $\mathcal{E}\mathcal{V}$. No caso da interpretação sintática, seqüências de ações primitivas devem ser “convertidas” para elementos de \mathcal{Evt} , como está expresso na última equação da figura 4.7.

$$\begin{aligned}
[c]_{M,w,v} &= \sigma_w(c) \\
[x]_{M,w,v} &= v(x) \\
[f(t_1, \dots, t_n)]_{M,w,v} &= \sigma_w(f) ([t_1]_{M,w,v}, \dots, [t_n]_{M,w,v}) \\
[(t)]_{M,w,v} &= [t]_{M,w,v} \\
[\varepsilon_1; \varepsilon_2; \dots; \varepsilon_n]_{M,w,v} &= \langle \varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n \rangle \text{ sse} \\
&\quad [\varepsilon_1]_{M,w,v} \in \text{Evt}, [\varepsilon_2]_{M,w,v} \in \text{Evt}, \dots, [\varepsilon_n]_{M,w,v} \in \text{Evt},
\end{aligned}$$

Figura 4.7: Semântica dos Termos Lógicos

4.5.4 Semântica da Extensão Probabilística

A extensão probabilística de *SLP* é formada pela inclusão dos átomos numéricos e probabilísticos. Estes átomos permitem a comparação entre termos numéricos, formados por expressões aritméticas e constantes (+, ×, **0**, **1**), e termos probabilísticos (*BP*). Também é possível utilizar variáveis numéricas, implicando na possibilidade de quantificação sobre estas variáveis.

A semântica destas construções é definida primeiro pela extensão da relação de consequência lógica para tratar da quantificação sobre variáveis numéricas. Depois é definida a semântica das expressões de comparação numérica \leq e $=$ com base na relação de ordem linear do corpo dos reais (\leq_{ref}). A figura 4.8 apresenta as condições impostas sobre \models para tratar destas construções.

$$\begin{aligned}
M,w,v \models (\exists r)\theta \text{ sse } M,w,v[r/d] \models \theta \text{ para algum número real } d \in \mathcal{RCF} \\
M,w,v \models (\forall r)\theta \text{ sse } M,w,v[r/d] \models \theta \text{ para todo número real } d \in \mathcal{RCF} \\
M,w,v \models p_1 \leq p_2 \text{ sse } [p_1]_{M,w,v} \leq_{ref} [p_2]_{M,w,v} \\
M,w,v \models p_1 = p_2 \text{ sse } [p_1]_{M,w,v} \leq_{ref} [p_2]_{M,w,v} \text{ e } [p_2]_{M,w,v} \leq_{ref} [p_1]_{M,w,v}
\end{aligned}$$

Figura 4.8: Semântica das Fórmulas Numéricas e Probabilísticas

A semântica das expressões numéricas é dada de maneira composicional tradicional, pela extensão da função $\llbracket \cdot \rrbracket_{M,w,v}$ de maneira que ela possa atribuir aos termos destas expressões, elementos do corpo \mathcal{RCF} dos reais. Assim as operações de soma (+) e multiplicação (×) são mapeadas, respectivamente, nas operações $+_{ref}$ e \times_{ref} de \mathcal{RCF} . Da mesma forma os símbolos **0** e **1** são convertidos nos elementos equivalentes em \mathcal{RCF} . A extensão de $\llbracket \cdot \rrbracket_{M,w,v}$ para tratar destes elementos e do operador probabilístico *BP* é apresentada na figura 4.9.

$$\begin{aligned}
[p_1 + p_2]_{M,w,v} &= [p_1]_{M,w,v} +_{ref} [p_2]_{M,w,v} \\
[p_1 \times p_2]_{M,w,v} &= [p_1]_{M,w,v} \times_{ref} [p_2]_{M,w,v} \\
[(p)]_{M,w,v} &= [p]_{M,w,v} \\
[\mathbf{0}]_{M,w,v} &= 0_{ref} \\
[\mathbf{1}]_{M,w,v} &= 1_{ref} \\
[r]_{M,w,v} &= v(r) \\
[\mathbf{BP}(a,\theta)]_{M,w,v} &= \mu_a(\{w' \mid w \mathcal{B}[a]_{M,w,v} w' \text{ e } M,w',v \models \theta\})
\end{aligned}$$

Figura 4.9: Semântica dos Termos Numéricos e Probabilísticos

A semântica do operador probabilístico $\mathbf{BP}(a,\theta)$ também é definida pela extensão de $\llbracket \cdot \rrbracket_{M,w,v}$ por meio da aplicação da função μ_a de probabilidades do agente a ao conjunto de mundos-possíveis alcançáveis pela relação \mathcal{B} de crenças do agente. Basicamente o valor da probabilidade de uma sentença θ ser verdadeira, é dada pela soma das probabilidades dos mundos que o agente crê possíveis, a partir da situação (mundo) atual. Esta formalização, que é similar à adotada por Rao e Georgeff (1991-a), é considerada apropriada para modelar probabilidades subjetivas porque explicita a correlação que intuitivamente existe entre crenças (não-probabilísticas) e graus de crença de um agente. Isto implica numa forte correlação entre as probabilidades subjetivas que um agente atribui a uma sentença θ e a crença (não-probabilística) que este agente tem em θ . As características e propriedades desta correlação serão analisadas de forma detalhada na seção 4.7 que trata das propriedades do modelo semântico de *SLP*.

Entretanto, antes de seguir adiante é necessário definir a semântica do operador de incerteza U . Conforme comentado na subseção 4.5.3, o operador U de *SL* apresenta uma profunda relação com a própria noção de probabilidade. Na verdade este operador se apresenta como um dos aspectos mais obscuros desta lógica. No padrão (FIPA, SC00037, 2001) que deveria deixar claro qual é o significado formal preciso deste tipo de operador, apenas se comenta na página 31 que:

$U_i p$ [agent] i is uncertain about [proposition] p but thinks that p is more likely than $\neg p$

Afora a definição acima e um breve comentário na página 35 do mesmo documento, em que se declara que o leitor deve-se se “recordar” que crenças e incertezas são mutuamente exclusivas, estas são todas as referências que se podem encontrar no padrão (FIPA, SC00037, 2001) para a definição formal deste operador U . Diferente dos operadores de crenças \mathbf{B} e escolhas \mathbf{C} , não é comentado se este operador U depende de alguma nova relação de acessibilidade de mundos, nem que eventuais propriedades esta relação teria que ter.

A única referência encontrada na literatura (SADEK, 1996) que comenta alguns detalhes adicionais sobre este operador também é incompleta. Nesta referência são esclarecidos alguns aspectos do tipo de semântica de mundos-possíveis pretendida para o mesmo. No anexo 6 desta referência é declarado explicitamente que o operador U :

Pour ce qui est du cadre d'interprétation sémantique, la croyance est caractérisée par une structure de mondes possibles [Hintikka 62, Kripke 63], de type KD 45 [Halpern & Moses 85], avec un principe de domaine uniforme [Garson 84]. Cette même structure

sert de cadre à l'interprétation de l'incertitude, l'ensemble des mondes possibles y étant vu comme un espace probabilisé.

O grifo em itálico na citação acima é nosso e deixa claro que a semântica de U é definida diretamente sobre a relação de crenças dos agentes pela criação de uma estrutura formal “similar” (“*comme*”) a um espaço de probabilidades, ou seja, não há uma nova relação entre mundos-possíveis definida exclusivamente para lidar com este operador. O problema é que a definição acima também é insuficiente porque não deixa claro o que é exatamente esta “estrutura similar a um espaço de probabilidades”. Em SLP a função μ_a define sobre o conjunto dos mundos \mathcal{W} um espaço de probabilidades para o agente a , assim não há a necessidade de se inventar nenhuma outra estrutura “similar” a um espaço de probabilidades para se atribuir o significado de $U(a, \theta)$ em SLP .

A definição deste operador $U(a, \theta)$ pode ser dada através de uma análise probabilística das definições informais feitas acima. Em termos probabilísticos um evento (uma proposição no caso de SLP) pode ser igualmente falso ou verdadeiro quando sua probabilidade é 0.5, assim um dado evento é mais provável que sua negação, justamente quando sua probabilidade é maior que 0.5. Mais adiante, no corolário 4.6.11, será demonstrado que o fato de um agente a acreditar na proposição θ é equivalente a dizer que a probabilidade subjetiva atribuída à θ por este agente a é 1, ou seja, $B(a, \theta) \Leftrightarrow BP(a, \theta)=1$. Disto e do fato que incertezas e crenças são mutuamente exclusivas se pode inferir que se um agente está incerto sobre θ , então não pode acreditar em θ , logo sua probabilidade subjetiva atribuída a θ não pode ser 1 (tem que ser menor que 1). Portanto quando um agente estiver incerto sobre uma proposição, no contexto de SL , então ele deverá acreditar que a probabilidade subjetiva desta proposição é maior que 0.5, mas menor que 1 e vice-versa.

Das considerações feitas acima se pode definir o operador de acordo com a figura 4.10. Esta será a definição assumida para a semântica de $U(a, \theta)$ em SLP .

$$U(a, \theta) \equiv^{\text{def}} BP(a, \theta) > 0.5 \wedge BP(a, \theta) < 1$$

Figura 4.10: Semântica do Operador de Incerteza

4.6 Propriedades da Lógica

Existem certas propriedades das fórmulas de SLP que são derivadas das propriedades e restrições dos diversos elementos pertencentes às estruturas M que são usadas como modelo para a semântica desta lógica. Algumas propriedades são derivadas diretamente das restrições já impostas aos elementos das estruturas M já definidos na seção 4.5. Outras propriedades, classificadas como pressuposições, irão definir novas restrições a serem aplicadas aos elementos destas estruturas. No texto a seguir, de maneira geral, as estruturas M para SLP que atendem a todas estas pressuposições e restrições serão denominadas de *modelos* para SLP .

Primeiramente serão apresentadas as pressuposições e propriedades de SLP relacionadas aos elementos probabilísticos da Lógica. Depois serão apresentadas as propriedades relacionadas aos componentes puramente lógicos.

4.6.1 Propriedades Probabilísticas

Primeiro uma pressuposição fundamental em qualquer lógica probabilística: se uma fórmula é válida então sua probabilidade tem que ser 1. Esta pressuposição é a equivalente, em termos lógicos, do axioma 1 da Teoria das Probabilidades (ver seção 3.2.5) que diz que a probabilidade de todo o espaço amostral deve ser 1.

Pressuposição 4.6.1. *Se θ é uma sentença válida de SLP então sua probabilidade subjetiva deve ser igual a 1, ou seja, se $\models \theta$ então pode-se inferir que $\models \mathbf{BP}(a, \theta)=1$ para qualquer agente a .*

Conforme comentado, esta pressuposição é básica para qualquer teoria probabilística, entretanto, *ela não pode ser deduzida* diretamente das propriedades das funções de probabilidade contidas em μ , porque o cálculo de uma probabilidade depende também das relações contidas em \mathcal{B} . Na verdade ela implica numa forte correlação entre as crenças (não-probabilísticas) de um agente e suas probabilidades subjetivas.

Proposição 4.6.2. *Para todo $w \in \mathcal{W}$ e $a \in \mathcal{Agt}$ tem-se que se $\mu_a(w) \neq 0$ então para qualquer $w' \in \mathcal{W}$ deve valer $w' \mathcal{B}_a w$, ou seja, se um mundo-possível w tem probabilidade não-zero para um dado agente a então este mundo pode ser alcançado, pela relação de crenças do agente \mathcal{B}_a , a partir de qualquer outro mundo existente no modelo.*

Prova:

A prova é por contradição. Primeiro vamos considerar a contraposição da proposição 4.6.2: para todo $w \in \mathcal{W}$ e $a \in \mathcal{Agt}$ tem-se que se existe $w' \in \mathcal{W}$ tal que $\neg(w' \mathcal{B}_a w)$ então $\mu_a(w) = 0$, ou seja, se um mundo-possível w não pode ser alcançado por algum outro mundo-possível w' pela relação de crenças de um agente, então w tem probabilidade zero para este agente, ou seja,

Assumindo o oposto da contraposição de 4.6.2: existem mundos $w, w' \in \mathcal{W}$ tais que $\neg(w' \mathcal{B}_a w)$ e $\mu_a(w) \neq 0$. Porém, se existe um $w' \in \mathcal{W}$ tal que $\neg(w' \mathcal{B}_a w)$ então, pela definição do operador **BP** (ver seção 4.5.3), este w não pertence ao conjunto de mundos-possíveis usados para calcular a probabilidade de $\mathbf{BP}(a, \theta)$, isto é, $w \notin \{w'' \mid w' \mathcal{B}_a w'' \text{ e } M, w'', v \models \theta\}$. Mas neste caso $\mu_a(\{w'' \mid w' \mathcal{B}_a w'' \text{ e } M, w'', v \models \theta\}) \neq 1$ e portanto $\mathbf{BP}(a, \theta) \neq 1$, mesmo se θ for uma fórmula válida (uma tautologia proposicional, por exemplo), justamente porque existe um mundo w com probabilidade maior que zero que não pode entrar no somatório de probabilidades usado para calcular o valor de $\mathbf{BP}(a, \theta)$. Isto contradiz proposição 4.6.1, logo $\mu_a(w) = 0$ deve valer e portanto a proposição 4.6.2 também deve ser válida.

■

Corolário 4.6.3. *São válidas as afirmações:*

(a) *Por contraposição da proposição 4.6.2 tem-se que para todo $w \in \mathcal{W}$ e $a \in \mathcal{Agt}$ se existe $w' \in \mathcal{W}$ tal que $\neg(w' \mathcal{B}_a w)$ então $\mu_a(w) = 0$, ou seja, se um mundo-possível w não pode ser alcançado por algum outro mundo-possível w' pela relação de crenças de um agente a , então w tem probabilidade zero para este agente.*

(b) *Da proposição 4.6.1 pode-se deduzir também que para quaisquer $w, w' \in \mathcal{W}$ e $a \in \mathcal{Agt}$ se $\mu_a(w) \neq 0$ e $\mu_a(w') \neq 0$, então $w' \mathcal{B}_a w$ e $w \mathcal{B}_a w'$.*

■

Proposição 4.6.4. *Se θ e ρ são sentenças equivalentes, então se pode inferir que $BP(a, \theta) = BP(a, \rho)$, para qualquer agente a , ou seja, $(\theta \Leftrightarrow \rho) \Rightarrow (BP(a, \theta) = BP(a, \rho))$.*

Prova:

Para qualquer M, w e v tem-se que:

$$BP(a, \theta) = \mu_a(\{w' \mid w \mathcal{B}_a w' \text{ e } M, w', v \models \theta\}) \text{ e}$$

$$BP(a, \rho) = \mu_a(\{w' \mid w \mathcal{B}_a w' \text{ e } M, w', v \models \rho\})$$

Mas como $\theta \Leftrightarrow \rho$, então para qualquer M, w, v tem-se:

$$M, w, v \models \theta \Leftrightarrow M, w, v \models \rho$$

Portanto:

$$\{w' \mid w \mathcal{B}_a w' \text{ e } M, w', v \models \theta\} = \{w' \mid w \mathcal{B}_a w' \text{ e } M, w', v \models \rho\}$$

Que implica em:

$$BP(a, \theta) = BP(a, \rho)$$

■

A próxima proposição é a equivalente, em SLP, do axioma 3 da Teoria das Probabilidades que define a aditividade de probabilidades (ver seção 3.2.5).

Proposição 4.6.5. *Para qualquer agente a e sentenças θ e ρ , se as sentenças θ e ρ forem mutuamente exclusivas então $BP(a, \theta \vee \rho) = BP(a, \theta) + BP(a, \rho)$, ou seja, $(\theta \Rightarrow \neg \rho) \Rightarrow (BP(a, \theta \vee \rho) = BP(a, \theta) + BP(a, \rho))$.*

Prova:

Pela definição do operador **BP** (ver seção 4.5.3) tem-se que

$$(1) \quad BP(a, \theta \vee \rho) = \mu_a(\{w' \mid w \mathcal{B}_a w' \text{ e } M, w', v \models \theta \vee \rho\})$$

Pela definição do conetivo \vee (ver seção 4.5.2), para qualquer M, w, v tem-se que:

$$M, w, v \models \theta \vee \rho \text{ se e somente se } M, w, v \models \theta \text{ ou } M, w, v \models \rho$$

Portanto:

$$(2) \quad \{w' \mid w \mathcal{B}_a w' \text{ e } M, w', v \models \theta \vee \rho\} =$$

$$\{w' \mid w \mathcal{B}_a w' \text{ e } M, w', v \models \theta\} \cup \{w' \mid w \mathcal{B}_a w' \text{ e } M, w', v \models \rho\}$$

Mas pela hipótese $\theta \Rightarrow \neg \rho$ tem-se que:

$$M, w, v \models \theta \Rightarrow M, w, v \not\models \neg \rho$$

$$M, w, v \models \rho \Rightarrow M, w, v \not\models \theta$$

Que implica:

$$(3) \quad \{w' \mid w \mathcal{B}_a w' \text{ e } M, w', v \models \theta\} \cap \{w' \mid w \mathcal{B}_a w' \text{ e } M, w', v \models \rho\} = \emptyset$$

Pelas propriedades de μ_a (ver seção 4.5.1) tem-se que, se $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \emptyset$, então:

$$(4) \quad \mu_a(\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2) = \mu_a(\mathcal{W}_1) + \mu_a(\mathcal{W}_2)$$

Agora de (2), (3) e (4) se pode deduzir que:

$$(5) \quad \mu_a(\{w' \mid w \mathcal{B}_a w' \text{ e } M, w', v \models \theta \vee \rho\}) =$$

$$\mu_a(\{w' \mid w \mathcal{B}_a w' \text{ e } M, w', v \models \theta\}) + \mu_a(\{w' \mid w \mathcal{B}_a w' \text{ e } M, w', v \models \rho\})$$

Pela definição de **BP** tem-se:

$$(6) \quad \mathbf{BP}(a, \theta) = \mu_a(\{w' \mid w \mathcal{B}_a w' \text{ e } M, w', v \models \theta\}) \text{ e}$$

$$(7) \quad \mathbf{BP}(a, \rho) = \mu_a(\{w' \mid w \mathcal{B}_a w' \text{ e } M, w', v \models \rho\})$$

Finalmente, de (1), (5), (6) e (7) se pode afirmar que:

$$\mathbf{BP}(a, \theta \vee \rho) = \mathbf{BP}(a, \theta) + \mathbf{BP}(a, \rho)$$

■

Corolário 4.6.6. *Para qualquer agente a e sentenças θ e ρ :*

$$\mathbf{BP}(a, \theta) = \mathbf{BP}(a, \theta \wedge \rho) + \mathbf{BP}(a, \theta \wedge \neg\rho)$$

Prova:

Pela lógica proposicional tem-se que:

$$\theta \Leftrightarrow (\theta \wedge \rho) \vee (\theta \wedge \neg\rho)$$

Portanto, pela proposição 4.6.4:

$$\mathbf{BP}(a, \theta) = \mathbf{BP}(a, (\theta \wedge \rho) \vee (\theta \wedge \neg\rho))$$

Mas pela lógica proposicional também se pode mostrar que:

$$(\theta \wedge \rho) \Rightarrow \neg(\theta \wedge \neg\rho) \text{ e } (\theta \wedge \neg\rho) \Rightarrow \neg(\theta \wedge \rho)$$

Logo, pela proposição 4.6.5:

$$\mathbf{BP}(a, \theta) = \mathbf{BP}(a, \theta \wedge \rho) + \mathbf{BP}(a, \theta \wedge \neg\rho)$$

■

A próxima proposição é a equivalente ao axioma 2 da Teoria das Probabilidades (ver seção 3.2.5).

Proposição 4.6.7. $\mathbf{BP}(a, \theta) \geq 0$, para qualquer agente a e sentença θ .

Prova:

Pelas propriedades de μ_a apresentadas na definição 4.5.8, tem-se que $\mu_a(w) \geq 0$ para qualquer w . Portanto o somatório de μ_a sobre os mundo w que satisfazem φ também deve ser maior ou igual a 0 e portanto $\mathbf{BP}(a, \theta) \geq 0$.

■

A seguir são apresentadas pressuposições e proposições que correlacionam as probabilidades subjetivas e as crenças de um dado agente.

Pressuposição 4.6.8. *Se $\mathbf{BP}(a, \theta) = 1$ então $\mathbf{B}(a, \theta)$, para qualquer agente a e sentença θ .*

Esta propriedade não deriva diretamente do modelo porque pelas proposições e pressuposições vistas até agora não há como garantir, pelo fato que $M, w, v \models \mathbf{BP}(a, \theta) = 1$, para algum M, w e v , não possa existir um mundo w' com probabilidade 0 tal que $w \mathcal{B}_a w'$ e também $M, w', v \not\models \theta$. Como a probabilidade de w' é 0, ele não influi no somatório que resulta na probabilidade 1 para $\mathbf{BP}(a, \theta)$ e portanto pode deixar de satisfazer a sentença θ sem alterar o valor de $\mathbf{BP}(a, \theta)$ em M, w e v . Mas neste caso não seria possível afirmar que $\mathbf{B}(a, \theta)$ dado que se sabe que $\mathbf{BP}(a, \theta) = 1$.

Entretanto, esta é certamente uma propriedade desejável de uma lógica disposta a representar crenças subjetivas e probabilidades subjetivas. Inclusive, na extensão para lidar como probabilidades e utilidades (*payoffs*) proposta por Rao e Georgeff (1991a) para seu modelo BDI, esta propriedade foi assumida como derivada diretamente da semântica, mas pelo que foi visto acima, que também vale para as estruturas usadas por

Rao e Georgeff, isto simplesmente não é verdade. Porém, como é claramente racional supor que se alguém tem uma crença subjetiva com probabilidade 1 numa dada afirmação então certamente acredita nesta afirmação, tem-se que definir esta propriedade como uma pressuposição adicional de *SLP*.

Proposição 4.6.9. *Para qualquer $w \in \mathcal{W}$ e $a \in \text{Agt}$, tem-se que se $\mu_a(w) = 0$ então não existe um $w' \in \mathcal{W}$ tal que $w' \mathcal{B}_a w$, isto é, para qualquer agente a , não existe um mundo possível w em \mathcal{W} , com probabilidade 0, que possa ser alcançado a partir de um outro mundo w' em \mathcal{W} pela relação \mathcal{B}_a .*

Prova:

Esta é efetivamente a condição que se quer assegurar em relação aos mundos possíveis de \mathcal{W} pela pressuposição 4.6.8. Conforme visto anteriormente a prova é por contradição: se existir um $w \in \mathcal{W}$ tal que $\mu_a(w) = 0$ e para algum $w' \in \mathcal{W}$, $w' \mathcal{B}_a w$, então é possível que $M, w', v \models \mathbf{BP}(a, \theta) = \mathbf{1}$ mas que $M, w, v \not\models \theta$. Isto contradiz a pressuposição 4.6.8, logo não é possível existir este mundo w .

■

Antes de prosseguir alguns comentários sobre as proposições 4.6.2 e 4.6.9. Estas duas proposições poderiam ser consideradas duais: a proposição 4.6.2 define que restrições qualquer \mathcal{B}_a deve respeitar em relação aos mundos com probabilidade não-zero enquanto que 4.6.9 define que restrições \mathcal{B}_a deve respeitar em relação aos mundos com probabilidade zero. Tomando a contraposição de ambas, também pode-se ver que estas proposições como restrições que a relação de crenças \mathcal{B}_a impõe sobre a função de atribuição de probabilidades μ_a .

Assim parece que esta restrições poderiam ser relativizadas, no sentido que se as funções μ_a fossem ignoradas, qualquer tipo de relação de crenças que satisfizesse as restrições já impostas sobre este tipo de relação em *SL* (ser transitiva, serial e Euclidiana) seriam apropriadas para serem relações de crenças em *SLP*. Entretanto, elas não são realmente simétricas, e uma delas, a proposição 4.6.2 impõe uma condição absoluta sobre as relações de crenças \mathcal{B}_a que podem ser usadas como modelo para *SLP*. Levando em conta que, pela definição de μ_a deve haver pelo menos um mundo com probabilidade diferente de 0 para qualquer agente a , tem-se que deve existir em \mathcal{W} pelo menos um mundo que será alcançável por todos os outros mundos de \mathcal{W} através da relação de crenças \mathcal{B}_a do agente. Esta é uma restrição absoluta sobre \mathcal{B}_a , que tem que ser atendida por qualquer relação de crenças \mathcal{B}_a aceitável nas estruturas M para *SLP*. Esta restrição, entretanto, não tem que ser atendida pelas relações de crenças nos modelos que foram originalmente usados para definir a semântica de *SL*. Apesar disso será possível mostrar mais adiante que os modelos M para *SLP* não perdem generalidade, quando comparados aos modelos originais de *SL*, ou seja, se uma fórmula puramente lógica for válida em *SL* também será válida em *SLP* e vice-versa.

Antes serão apresentadas as correlações que estas pressuposições e proposições implicam entre os operadores epistêmicos de crenças e incertezas e o operador probabilístico.

Proposição 4.6.10. *Se $\mathbf{B}(a, \theta)$ então $\mathbf{BP}(a, \theta) = \mathbf{1}$, para qualquer agente a e sentença θ .*

Prova:

Supondo que $M, w, v \models B(a, \theta)$, para algum M , w e v , então para mostrar que $BP(a, \theta) = 1$ tem-se que, pela definição de $BP(a, \theta)$, provar que todos os mundos com probabilidade diferente de zero estarão incluídos no conjunto $\mathcal{W}'_w = \{w' \in \mathcal{W} \mid w \mathcal{B}_a w'\}$ dos mundos de \mathcal{W} alcançáveis a partir de w . Seja um w' qualquer de \mathcal{W}'_w , então pelo fato que $w \mathcal{B}_a w'$ e pela contraposição da proposição 4.6.9, tem-se que $\mu_a(w') \neq 0$ e pelo corolário 4.6.3(b) para todo $w'' \in \mathcal{W}$ com $\mu_a(w'') \neq 0$ tem-se que $w' \mathcal{B}_a w''$. Pela transitividade de \mathcal{B}_a , também tem-se que $w \mathcal{B}_a w''$. Portanto, para qualquer $w'' \in \mathcal{W}$ tal que $\mu_a(w'') \neq 0$, deve valer também $w \mathcal{B}_a w''$ e portanto $w'' \in \mathcal{W}'_w$, ou seja, todos os mundos com probabilidade não zero são alcançáveis a partir de w . Como, pela hipótese, em todos os mundos de \mathcal{W}'_w deve valer $M, w'', v \models \theta$, assim todos as probabilidades de todos estes mundos devem entrar no somatório que calcula $BP(a, \theta)$, logo, como entrarão neste somatório todos os mundos com probabilidade diferente de 0, a soma total deve resultar 1.

■

Corolário 4.6.11. *Da pressuposição 4.6.8 e da proposição 4.6.10 pode se deduzir que, para qualquer agente a e sentença θ :*

$$B(a, \theta) \Leftrightarrow BP(a, \theta) = 1.$$

■

4.6.2 Compatibilidade com SL

Uma propriedade fundamental de SLP é a sua compatibilidade com a lógica SL . Esta compatibilidade é um requisito importante em termos do uso pretendido de SLP como base de um formalismo para comunicação entre agentes. Certamente deve-se esperar que quaisquer especificações sobre comunicação entre agentes que sejam válidas em SL continuem válidas em SLP . Aqui, entretanto, se irá provar algo um pouco mais forte: que qualquer fórmula válida em SL também é válida em SLP e que qualquer fórmula puramente lógica válida de SLP também é válida em SL . Isto implica que quaisquer especificações puramente lógicas (que não envolvam elementos numéricos ou probabilísticos) relacionadas à comunicação que sejam válidas em SLP também possam ser demonstradas válidas em SL .

Esta prova mais forte é necessária porque, na demonstração de completeza do sistema axiomático de SLP se irá mostrar como qualquer fórmula de SLP pode ser “quebrada” em duas subfórmulas distintas, cuja conjunção é equivalente a fórmula original. Neste caso a validade de uma destas subfórmulas, que será uma fórmula puramente lógica de SLP , será presumida por conta da equivalência forte provada nesta seção.

Antes algumas definições e pressuposições.

Definição 4.6.13. Um modelo M_L para a lógica SL é uma estrutura com o seguinte tipo:

$$M_L = \langle \mathcal{W}, \mathcal{Agt}, \mathcal{Evt}, \mathcal{Obj}, \mathcal{B}, \mathcal{C}, \mathcal{E}, \mathcal{AGT}, \mathcal{ATT}, \sigma \rangle$$

onde cada um dos seus componentes tem as mesmas propriedades que os componentes homônimos definidos para as estruturas M . Note que nos modelos M_L as relações \mathcal{B}_a contidas em \mathcal{B} não precisam respeitar a restrição imposta pela proposição 4.6.2. Para detalhes sobre os modelos M_L conferir os trabalhos de Sadek (1991b, 1992).

Pressuposição 4.6.14. *Qualquer restrição assumida por SL sobre os componentes dos modelos semânticos também será assumida por SLP em seus modelos M . É uma pressuposição óbvia em se tratando de garantir a compatibilidade.*

Em particular se está assumindo como válida a *Restrição de Realismo*, derivada do trabalho de Cohen e Levesque (1990), que define pra qualquer agente a e relações \mathcal{B}_a e C_a dos modelos M e M_L deve valer $C_a \subseteq \mathcal{B}_a$, ou, de forma equivalente, para qualquer fórmula θ tem-se que:

$$B(a, \theta) \Rightarrow C(a, \theta)$$

Definição 4.6.15. Se diz que existe uma *partição induzida pela relação \mathcal{B}_a* sobre o conjunto \mathcal{W} quando existe uma partição do conjunto \mathcal{W} , isto é existem dois conjuntos \mathcal{W}^0 e \mathcal{W}^1 tais que: $\mathcal{W}^0 \cup \mathcal{W}^1 = \mathcal{W}$ e $\mathcal{W}^0 \cap \mathcal{W}^1 = \emptyset$, e, além disso, para todos os $w_0 \in \mathcal{W}^0$, $w_1 \in \mathcal{W}^1$ tem-se que $\neg(w_0 \mathcal{B}_a w_1)$ e $\neg(w_1 \mathcal{B}_a w_0)$.

Uma relação \mathcal{B}_a que não induz nenhuma partição sobre o conjunto \mathcal{W} é dita *compacta*. Se é possível induzir um partição em \mathcal{W} por \mathcal{B}_a então \mathcal{B}_a é dita *não-compacta*.

Proposição 4.6.16. *Uma partição induzida sobre \mathcal{W} por \mathcal{B}_a implica também numa partição de \mathcal{W} por C_a para qualquer relação de crenças \mathcal{B}_a e relação de escolhas C_a usada nos modelos M_L e M .*

Prova:

Pela restrição de realismo apresentada na pressuposição 4.6.14 tem-se, para quaisquer relações \mathcal{B}_a e C_a dos modelos M e M_L , que $C_a \subseteq \mathcal{B}_a$. Logo, para qualquer $w_0 \in \mathcal{W}^0$ e $w_1 \in \mathcal{W}^1$ dos subconjuntos \mathcal{W}^0 e \mathcal{W}^1 implicados pela partição de \mathcal{W} por \mathcal{B}_a , tem-se que necessariamente $\neg(w_0 C_a w_1)$ e $\neg(w_1 C_a w_0)$, senão $\neg(C_a \subseteq \mathcal{B}_a)$ o que invalidaria a restrição de realismo. Assim, uma partição na relação \mathcal{B}_a implica numa partição em C_a .

■

Proposição 4.6.17. *São válidas as afirmações:*

(a) *As relações de crença \mathcal{B}_a usadas nos modelos M de SLP não podem induzir partições sobre \mathcal{W} tais como definidas em 4.6.15, portanto são todas relações compactas, também tal como definido em 4.6.15.*

(b) *Uma relação de crença \mathcal{B}_a compacta satisfaz a restrição imposta pela proposição 4.6.2, isto é, existe pelo menos um elemento de \mathcal{W} que pode ser alcançado por todos os demais elementos de \mathcal{W} através de \mathcal{B}_a .*

Prova:

(a) É fácil ver que, pela definição de μ_a deve existir pelo menos um mundo possível w em \mathcal{W} com probabilidade não-zero e pela proposição 4.6.2 este mundo deve ser alcançável por todos os demais mundos de \mathcal{W} . Mas, neste caso simplesmente não é possível definir uma partição formada pelos subconjuntos \mathcal{W}^0 e \mathcal{W}^1 que divida completamente \mathcal{W} porque o elemento w não poderá pertencer nem a \mathcal{W}^0 e nem a \mathcal{W}^1 . Logo partições da relação \mathcal{B}_a não são possíveis nos modelos M para SLP.

(b) Sejam w_0 e w_l elementos de \mathcal{W} tais que $(w_l \mathcal{B}_a w_0)$. Neste caso caso pela transitividade de \mathcal{B}_a para qualquer encadeamento da relação \mathcal{B}_a na forma $(w_p \mathcal{B}_a w_{(p-1)})$, $(w_{(p-1)} \mathcal{B}_a w_{(p-2)})$, ..., $(w_2 \mathcal{B}_a w_1)$, para algum $\{w_p, w_{(p-1)}, \dots, w_2\} \subseteq \mathcal{W}$, também deve valer $(w_p \mathcal{B}_a w_0)$. Assim qualquer w_p elemento que está “antes” de w_0 em \mathcal{B}_a deve alcançar w_0 por meio de \mathcal{B}_a .

A transitividade de \mathcal{B}_a também implica em $(w_p \mathcal{B}_a w_{-q})$, para qualquer encadeamento $(w_0 \mathcal{B}_a w_{-1})$, $(w_{-1} \mathcal{B}_a w_{-2})$, ..., $(w_{-(q-1)} \mathcal{B}_a w_{-q})$, para algum $\{w_{-1}, w_{-2}, \dots, w_{-q}\} \subseteq \mathcal{W}$. Além disso, dado que $(w_p \mathcal{B}_a w_{-q})$ e $(w_p \mathcal{B}_a w_0)$ valem, também deve valer $(w_{-q} \mathcal{B}_a w_0)$, por \mathcal{B}_a ser Euclidiana. Assim qualquer elemento w_{-q} que está “após” w_0 em \mathcal{B}_a também deve alcançar w_0 por meio de \mathcal{B}_a .

Pelo fato de \mathcal{B}_a ser serial sempre devem existir elementos w_0 e w_l de \mathcal{W} tais que $(w_l \mathcal{B}_a w_0)$. Além disso, por \mathcal{W} não ser particionável por \mathcal{B}_a , tem-se que a união do conjunto $\mathcal{W}'_p = \{w_p \in \mathcal{W} \mid (w_p \mathcal{B}_a w_0)\}$ com o conjunto $\mathcal{W}'_q = \{w_{-q} \in \mathcal{W} \mid (w_0 \mathcal{B}_a w_{-q})\}$ deve ser igual ao próprio conjunto \mathcal{W} , logo pelo menos o elemento w_0 é alcançável por todos os elementos de \mathcal{W} .

Para ver que $\mathcal{W} = \mathcal{W}'_p \cup \mathcal{W}'_q$ basta supor o contrário: existe um $w_x \in \mathcal{W}$ que não está nem em \mathcal{W}'_p nem em \mathcal{W}'_q . Por não estar em \mathcal{W}'_q então, pela transitividade de \mathcal{B}_a , não existe elemento $w_y \in (\mathcal{W}'_p \cup \mathcal{W}'_q)$ tal que $(w_y \mathcal{B}_a w_x)$. Por não estar em \mathcal{W}'_p também não existe elemento $w_y \in \mathcal{W}'_p$ tal que $(w_x \mathcal{B}_a w_y)$ nem é possível que $(w_x \mathcal{B}_a w_0)$.

Também não é possível que $(w_x \mathcal{B}_a w_z)$ para algum $w_z \in \mathcal{W}'_q$. Suponha o contrário, então existe um $w_z \in \mathcal{W}'_q$ tal que $(w_x \mathcal{B}_a w_z)$. Mas neste caso, pelas propriedades já demonstradas dos elementos de \mathcal{W}'_q tem-se que $(w_z \mathcal{B}_a w_0)$ e pela transitividade de \mathcal{B}_a , $(w_x \mathcal{B}_a w_0)$. Meste neste caso, $w_x \in \mathcal{W}'_p$ o que vai contra a pressuposição que $w_x \notin \mathcal{W}'_p$ nem $w_x \in \mathcal{W}'_q$. Logo não é possível $(w_x \mathcal{B}_a w_z)$ para algum $w_z \in \mathcal{W}'_q$.

Portanto não pode existir um $w_z \in (\mathcal{W}'_p \cup \mathcal{W}'_q)$ tal que $(w_x \mathcal{B}_a w_z)$. Mas isto, combinado com o fato que não existe $w_y \in (\mathcal{W}'_p \cup \mathcal{W}'_q)$ tal que $(w_y \mathcal{B}_a w_x)$ definem $\{w_x\}$ e $\mathcal{W}'_p \cup \mathcal{W}'_q$ como uma partição de \mathcal{W} induzida por \mathcal{B}_a , o que contradiz a contradiz a hipótese de que \mathcal{W} não é particionável por \mathcal{B}_a . Logo $\mathcal{W} = \mathcal{W}'_p \cup \mathcal{W}'_q$.

■

Definição 4.6.18. Um modelo para SL sem particionamento induzido por crenças, denotado pelo símbolo M_{LNP} , é uma estrutura que tem o mesmo tipo dos modelos M_L :

$$M_{LNP} = \langle \mathcal{W}, \mathcal{Agt}, \mathcal{Evt}, \mathcal{Obj}, \mathcal{B}, \mathcal{C}, \mathcal{E}, \mathcal{AGT}, \mathcal{ATT}, \sigma \rangle$$

mas onde a relação de crenças \mathcal{B} , para qualquer agente a é compacta de acordo com a definição 4.6.15.

Não é difícil ver que os modelos M_L para SL permitem que as relações por \mathcal{B}_a sejam não compactas. Supondo $\mathcal{W} = \{w_0, w_1, w_2, w_3\}$ então a relação \mathcal{B}_a definida pelo grafo apresentado na figura 4.11 é claramente um relação aceitável nos modelos M_L para SL : ela é Euclidiana, serial e transitiva, mas não é compacta:

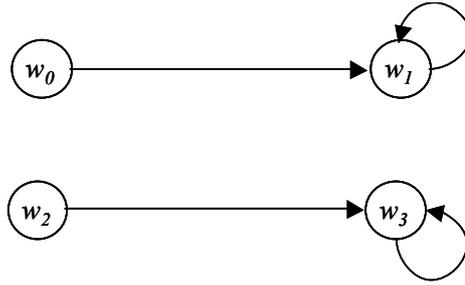


Figura 4.11: Uma relação de crenças aceitável nos modelos M_L para SL

Também não é difícil ver que cada uma das partições induzidas por \mathcal{B}_a em \mathcal{W} define uma subrelação separada em \mathcal{B}_a que é compacta e, portanto, aceitável nos modelo M_{LNP} para SL .

Definição 4.6.19. A *injeção* de um modelo M_{LNP} num modelo M , denotada por $\uparrow^{\mathcal{RCF}, \mu}$, é uma operação que adiciona à estrutura M_{LNP} os componentes \mathcal{RCF} e μ tal como definidos para as estruturas M :

$$M_{LNP} \uparrow^{\mathcal{RCF}, \mu} = \langle \mathcal{W}, \mathcal{Agt}, \mathcal{Evt}, \mathcal{Obj}, \mathcal{B}, \mathcal{C}, \mathcal{E}, \mathcal{AGT}, \mathcal{ATT}, \sigma, \mathcal{RCF}, \mu \rangle = M$$

A *projeção* de um modelo $M = \langle \mathcal{W}, \mathcal{Agt}, \mathcal{Evt}, \mathcal{Obj}, \mathcal{B}, \mathcal{C}, \mathcal{E}, \mathcal{AGT}, \mathcal{ATT}, \sigma, \mathcal{RCF}, \mu \rangle$ sobre um modelo M_{LNP} denotada por \downarrow_{LP} , é uma operação que retira da estrutura M os componentes que não pertencem as estrutura de tipo M :

$$M \downarrow_{LNP} = \langle \mathcal{W}, \mathcal{Agt}, \mathcal{Evt}, \mathcal{Obj}, \mathcal{B}, \mathcal{C}, \mathcal{E}, \mathcal{AGT}, \mathcal{ATT}, \sigma \rangle = M_{LNP}$$

Note que no caso da operação de projeção não é necessário nenhuma condição adicional sobre as relações de crença \mathcal{B}_a , porque qualquer relação de crenças \mathcal{B}_a aceitáveis nos modelos M também são aceitáveis nos modelos M_{LNP} . É o contrário que não é verdadeiro.

Teorema 4.6.20. *Qualquer fórmula válida em SL também é válida em SLP .*

Prova:

Por definição a gramática de SLP incorpora a gramática de SL (ver seção 4.4). Sendo assim, uma fórmula bem-formada de SL é apenas uma fórmula de SLP que não possui qualquer componente probabilístico, isto é, é uma fórmula puramente lógica de SLP . Portanto pode-se utilizar as metavaráveis φ e ψ (definidas na seção 4.5.2) para representar, além das fórmulas puramente numéricas de SLP , também as fórmulas bem formadas de SLP .

Uma fórmula φ é válida em SL quando para qualquer modelo M_L de SL , mundo-possível w e função de avaliação v tem-se que:

$$M_L, w, v \models \varphi$$

Pela própria definição dos modelos M_L e M_{LNP} é fácil ver que $M_{LNP} \subseteq M_L$, isto é, os modelos M_{LNP} para SL com crenças não-particionadas são uma subclasse de todos os modelos M_L . Assim se $M_L, w, v \models \varphi$ para qualquer M_L , w e v então:

$$M_{LNP}, w, v \models \varphi$$

para qualquer M_{LNP} , w e v .

Também por definição, na semântica do componente lógico (ver seção 4.5.3) não são empregados nenhum dos elementos associados com as fórmulas probabilísticas: \mathcal{RCF} e μ . Note que a interpretação σ está restrita aos elementos do domínio lógico \mathcal{D} e que, pelo fato de apenas se usarem variáveis lógicas em φ , o contradomínio da função de avaliação v também é \mathcal{D} .

Dessa forma a validade de φ num modelo M qualquer de SLP não dependerá dos componentes \mathcal{RCF} e μ deste modelo. Mas como φ é satisfeita por qualquer modelo M_{LNP} tem-se que qualquer generalização de M_{LNP} para um modelo M também deverá satisfazer φ , ou seja,

$$M_{LNP} \uparrow^{\mathcal{RCF}, \mu}, w, v \models \varphi$$

para qualquer $M_{LNP}, \mathcal{RCF}, \mu, w$ e v . Mas isto é só uma outra forma de se afirmar que:

$$M, w, v \models \varphi$$

para qualquer M, w e v .

■

Teorema 4.6.21. *Qualquer fórmula puramente lógica válida em SLP também é válida em SL .*

Prova:

Esta prova é mais difícil que o caso anterior, por conta das restrições que os modelos M para SLP impõem sobre as relações de crença dos agentes.

Um primeiro passo fácil de mostrar é que, conforme pode ser visto na demonstração do teorema 4.6.20, a validade de qualquer fórmula puramente lógica φ num modelo M qualquer não depende dos componentes \mathcal{RCF} e μ deste modelo. Dessa forma, se $M, w, v \models \varphi$, para qualquer M, w e v então:

$$M \downarrow_{LNP}, w, v \models \varphi$$

para qualquer M, w e v . Porém, isto é apenas outra forma de se escrever que:

$$M_{LNP}, w, v \models \varphi$$

para qualquer M_{LNP}, w e v .

Portanto φ tem é válida em qualquer modelo M_{LNP} para SL que não induza o particionamento dos mundos-possíveis pelas crenças dos agentes.

A argumentação de que uma fórmula válida em qualquer modelo M_{LNP} também é válida em qualquer modelo M_L exige um argumento indutivo sobre o número de relações de crenças e de partições induzidas por cada uma destas relações.

O passo base da indução é mostrar que, no caso mais simples de modelo M_L com particionamento induzido por crenças, se uma fórmula é válida em qualquer modelo M_{LNP} também deverá ser válida neste caso mais simples.

Seja M_{LP_a} um modelo M_L onde somente as crenças de um dado agente a induzem uma partição simples (dividida em apenas duas partes) do conjunto \mathcal{W} . Neste caso é fácil ver que tanto o conjunto \mathcal{W} quanto a relação \mathcal{B}_a deste modelo são divididas em dois subconjuntos disjuntos de acordo com esta partição, isto é, existem $\mathcal{W}^0, \mathcal{W}^1, \mathcal{B}_a^0$ e \mathcal{B}_a^1 tais que $\mathcal{W} = \mathcal{W}^0 \cup \mathcal{W}^1$ e $\mathcal{B}_a = \mathcal{B}_a^0 \cup \mathcal{B}_a^1$, com $\mathcal{W}^0 \cap \mathcal{W}^1 = \emptyset$ e $\mathcal{B}_a^0 \cap \mathcal{B}_a^1 = \emptyset$.

Além disso pela restrição de realidade imposta aos modelos M_L , definida pela pressuposição 4.6.14, tem-se que $C_a \subseteq \mathcal{B}_a$ e portanto existem C_a^0 e C_a^1 , tais que $C_a = C_a^0 \cup C_a^1$ e $C_a^0 \cap C_a^1 = \emptyset$.

Sendo assim, qualquer M_{LPa} pode ser definido como:

$$M_{LPa} = \langle \mathcal{W}^0 \cup \mathcal{W}^1, \mathcal{A}gt, \mathcal{E}vt, \mathcal{O}bj, (\mathcal{B}-\mathcal{B}_a) \cup (\mathcal{B}_a^0 \cup \mathcal{B}_a^1), (C-C_a) \cup (C_a^0 \cup C_a^1), \\ \mathcal{E}, \mathcal{A}GT, \mathcal{A}TT, \sigma \rangle$$

onde $(\mathcal{B}-\mathcal{B}_a)$ e é a diferença de conjuntos entre \mathcal{B} e \mathcal{B}_a e $(C-C_a)$ a diferença entre C e C_a .

Mas neste caso, tem-se que os seguintes modelos derivados de M_{LPa} são modelos M_{LNP} sem particionamento por crenças:

$$M_{LNPa0} = \langle \mathcal{W}^0, \mathcal{A}gt, \mathcal{E}vt, \mathcal{O}bj, (\mathcal{B}-\mathcal{B}_a) \cup \mathcal{B}_a^0, (C-C_a) \cup C_a^0, \mathcal{E}, \mathcal{A}GT, \mathcal{A}TT, \sigma \rangle \\ M_{LNPa1} = \langle \mathcal{W}^1, \mathcal{A}gt, \mathcal{E}vt, \mathcal{O}bj, (\mathcal{B}-\mathcal{B}_a) \cup \mathcal{B}_a^1, (C-C_a) \cup C_a^1, \mathcal{E}, \mathcal{A}GT, \mathcal{A}TT, \sigma \rangle$$

Como já foi provado que a fórmula φ é válida em qualquer modelo M_{LNP} tem-se que:

$$M_{LNPa0}, w, v \models \varphi \\ M_{LNPa1}, w, v \models \varphi$$

para qualquer mundo w e função de avaliação v .

Seja ${}^w\mathcal{B}_a$ o conjunto dos mundos alcançáveis a partir de w por meio da relação \mathcal{B}_a , então, pela definição do operador \mathcal{B} pode-se ver que a satisfatibilidade ou não-satisfatibilidade de qualquer fórmula $\mathcal{B}(a, \theta)$ contida em φ , num dado mundo w depende apenas de ${}^w\mathcal{B}_a$. Da mesma forma a satisfatibilidade (ou não) de qualquer fórmula $\mathcal{C}(a, \theta)$ contida em φ , num dado mundo w depende apenas do conjunto ${}^w\mathcal{C}_a$.

Agora, supondo que \mathcal{B}_a' seja uma relação de crenças formada pela adição de novos elementos a \mathcal{B}_a , mas de forma que não seja possível atingir do mundo w , por meio de \mathcal{B}_a' , nenhum mundo novo que já não se pudesse atingir de w por meio de \mathcal{B}_a . Neste caso ${}^w\mathcal{B}_a = {}^w\mathcal{B}_a'$ e portanto a satisfatibilidade ou não satisfatibilidade de $\mathcal{B}(a, \theta)$ permanece inalterada no mundo w , com o uso desta nova relação de crenças \mathcal{B}_a' . Da mesma forma a satisfatibilidade de qualquer $\mathcal{C}(a, \theta)$ permanecerá inalterada no mundo w , com o uso de uma nova relação de escolhas \mathcal{C}_a' construída sobre \mathcal{C}_a com as mesmas restrições que \mathcal{B}_a' .

Não é difícil ver que, pelo fato de $\mathcal{B}_a^0 \cap \mathcal{B}_a^1 = \emptyset$, a modificação de $(\mathcal{B}-\mathcal{B}_a) \cup \mathcal{B}_a^0$ para $(\mathcal{B}-\mathcal{B}_a) \cup (\mathcal{B}_a^0 \cup \mathcal{B}_a^1)$, satisfaz os requisitos da transformação de \mathcal{B}_a para \mathcal{B}_a' definida acima. Logo a satisfatibilidade de qualquer $\mathcal{B}(a, \theta)$ contida em φ , para qualquer mundo w contido em \mathcal{W}^0 não se alteraria por esta transformação.

Por um argumento similar a satisfatibilidade de qualquer $\mathcal{B}(a, \theta)$ contida em φ , para qualquer mundo w contido em \mathcal{W}^1 não se alteraria pela transformação de $(\mathcal{B}-\mathcal{B}_a) \cup \mathcal{B}_a^1$ para $(\mathcal{B}-\mathcal{B}_a) \cup (\mathcal{B}_a^0 \cup \mathcal{B}_a^1)$.

Da mesma forma a satisfatibilidade de qualquer fórmula $\mathcal{C}(a, \theta)$ seguiria inalterada pelas transformações similares de $(C-C_a) \cup C_a^0$ e $(C-C_a) \cup C_a^1$ para $(C-C_a) \cup (C_a^0 \cup C_a^1)$.

Assim a satisfatibilidade de todas as fórmulas $\mathcal{B}(a, \theta)$ e $\mathcal{C}(a, \theta)$ contidas em φ , para qualquer mundo $w_0 \in \mathcal{W}^0$ no modelo M_{LPa} seria exatamente a mesma que estas fórmulas tem nos mundos de M_{LNPa0} . Além disso, pela definição da semântica de SLP somente as fórmulas $\mathcal{B}(a, \theta)$ e $\mathcal{C}(a, \theta)$ dependem diretamente, respectivamente, das

relações \mathcal{B}_a e \mathcal{C}_a .⁴³ Sendo assim, a satisfatibilidade dos demais componentes de φ nos mundos $w_0 \in \mathcal{W}^0$ do modelo M_{LPa} seria exatamente a mesma nos mundos equivalentes de M_{LNPa0} .

Como a satisfatibilidade (ou não) destes componentes foram suficientes para provar a validade de φ em todos os mundos do modelo M_{LNPa0} elas necessariamente tem que assegurar a validade de φ em todos os mundos $w_0 \in \mathcal{W}^0$ do modelo M_{LPa} .

Por um argumento semelhante se pode mostrar que a satisfatibilidade de qualquer componente da fórmula φ em qualquer mundo $w_1 \in \mathcal{W}^1$ no modelo M_{LPa} seria exatamente a mesma para este mundo em M_{LNPa1} . Logo φ teria que ser válida em todos os mundos $w_1 \in \mathcal{W}^1$ do modelo M_{LPa} .

Como o conjunto de mundos de M_{LPa} é formado pela união de \mathcal{W}^0 e \mathcal{W}^1 então a fórmula φ deveria ser válida em qualquer mundo deste modelo. Mas como não foram feitas restrições sobre M_{LPa} além do fato de que neste modelo a relação de crenças seja particionada apenas para o agente a então pode-se afirmar que:

$$M_{LPa}, w, v \models \varphi$$

para qualquer modelo do tipo M_{LPa} , mundo w e função de avaliação v .

Isto prova a base da indução. Em termos do passo indutivo do argumento, deve-se lidar com as diversas formas como a relação de crenças pode induzir o particionamento dos mundos-possíveis nos modelos M_L .

Primeiramente, não é difícil ver que o argumento acima pode ser generalizado para os modelos M_L onde a relação \mathcal{B}_a de um dado agente a induz um particionamento em n partições, isto é, quando $\mathcal{W} = \mathcal{W}^0 \cup \mathcal{W}^1 \cup \dots \cup \mathcal{W}^n$ e $\mathcal{W}^0 \cap \mathcal{W}^1 \cap \dots \cap \mathcal{W}^n = \emptyset$ (com as partições equivalentes em \mathcal{B}_a). Neste caso seriam construídos modelos M_{LNPa0} , M_{LNPa1} , ..., M_{LNPan} , todos satisfazendo as condições dos modelos M_{LNP} , e portanto todos assegurando a validade de φ . Da mesma forma que no caso da partição simples, a validade de φ em todos estes modelos asseguraria a validade desta fórmula nos modelos M_L onde a relação de crenças de um agente é particionada em várias subrelações.

Da mesma forma, para qualquer modelo M_L que contenha dois agentes a e b com suas relações de crença induzindo partições simples, então também podem ser construídos modelos $M_{LNPa0b0}$, $M_{LNPa1b0}$, $M_{LNPa0b1}$ e $M_{LNPa1b1}$, definidos como segue:

$$\begin{aligned} M_{LNPa0b0} = & \langle \mathcal{W}_a^0 \cup \mathcal{W}_b^0, \mathcal{Agt}, \mathcal{Evt}, \mathcal{Obj}, (\mathcal{B}-\mathcal{B}_a-\mathcal{B}_b) \cup \mathcal{B}_a^0 \cup \mathcal{B}_b^0, (\mathcal{C}-\mathcal{C}_a-\mathcal{C}_b) \cup \mathcal{C}_a^0 \cup \mathcal{C}_b^0, \\ & \mathcal{E}, \mathcal{AGT}, \mathcal{ATT}, \sigma \rangle \\ M_{LNPa0b1} = & \langle \mathcal{W}_a^0 \cup \mathcal{W}_b^1, \mathcal{Agt}, \mathcal{Evt}, \mathcal{Obj}, (\mathcal{B}-\mathcal{B}_a-\mathcal{B}_b) \cup \mathcal{B}_a^0 \cup \mathcal{B}_b^1, (\mathcal{C}-\mathcal{C}_a-\mathcal{C}_b) \cup \mathcal{C}_a^0 \cup \mathcal{C}_b^1, \\ & \mathcal{E}, \mathcal{AGT}, \mathcal{ATT}, \sigma \rangle \end{aligned}$$

⁴³ As fórmulas $\mathbf{EB}(a, \theta)$ e as expressões de ação (a, φ) dependem indiretamente destas relações. Na verdade, pela definição da semântica destas construções, elas dependem do valor lógico (satisfatibilidade ou não) de fórmulas do tipo $\mathbf{B}(a, \theta)$. Assim só é necessário considerar se o valor lógico das fórmulas $\mathbf{B}(a, \theta)$ sofrerão alterações com a extensão da relação de crenças de \mathcal{B}_a para \mathcal{B}_a' . Como estes valores não se modificam com as extensões em questão e como os demais elementos do modelo são os mesmos, o valor lógico de $\mathbf{EB}(a, \theta)$ e (a, φ) também não sofre alteração com estas extensões.

$$M_{LNPa1b0} = \langle \mathcal{W}_a^1 \cup \mathcal{W}_b^0, \mathcal{Agt}, \mathcal{Evt}, \mathcal{Obj}, (\mathcal{B}-\mathcal{B}_a-\mathcal{B}_b) \cup \mathcal{B}_a^1 \cup \mathcal{B}_b^0, (\mathcal{C}-\mathcal{C}_a-\mathcal{C}_b) \cup \mathcal{C}_a^1 \cup \mathcal{C}_b^0, \mathcal{E}, \mathcal{AGT}, \mathcal{ATT}, \sigma \rangle$$

$$M_{LNPa1b1} = \langle \mathcal{W}_a^1 \cup \mathcal{W}_b^1, \mathcal{Agt}, \mathcal{Evt}, \mathcal{Obj}, (\mathcal{B}-\mathcal{B}_a-\mathcal{B}_b) \cup \mathcal{B}_a^1 \cup \mathcal{B}_b^1, (\mathcal{C}-\mathcal{C}_a-\mathcal{C}_b) \cup \mathcal{C}_a^1 \cup \mathcal{C}_b^1, \mathcal{E}, \mathcal{AGT}, \mathcal{ATT}, \sigma \rangle$$

para $\mathcal{W}_a^0, \mathcal{W}_a^1, \mathcal{W}_b^0, \mathcal{W}_b^1, \mathcal{B}_a^0, \mathcal{B}_a^1, \mathcal{B}_b^0$ e \mathcal{B}_b^1 apropriados.

Pode-se mostrar por argumentos similares aos usados anteriormente que a validade de φ nos quatro modelos acima também é garantida pela hipótese da validade de φ nos modelos M para SLP . Assim também a validade de φ nos modelos M_L que contém dois agentes com crenças particionadas seria garantida por este fato.

Este processo, apesar de complexo, pode ser generalizado para um número qualquer de agentes que induzam, por meio de suas crenças, um número qualquer de partições nos mundos-possíveis, ou seja, pode ser generalizado para cobrir qualquer tipo de relação de crenças possível de se usar nos modelos M_L .

Assim se uma fórmula puramente lógica φ for válida em qualquer modelo M para SLP ela também é válida em qualquer modelo M_L de SL , ou seja, se uma fórmula puramente lógica φ for válida em SLP ela também é válida em SL .

■.

4.7 Construções Derivadas

Além das construções definidas na gramática básica de SLP , cuja semântica foi dada na seção anterior, SLP permite uma série de outras construções linguísticas consideradas corretas, mas que não aparecem na gramática nem têm sua semântica especificada diretamente sobre as estruturas SLP . Estas construções são derivadas das construções básicas de uma forma puramente sintática, por equivalência em relação a fórmulas de SLP .

4.7.1 Operações Numéricas e Probabilísticas

São permitidos os operadores relacionais usuais $=$, $<$, $>$ e \geq nas expressões, numéricas, todos sendo considerados abreviaturas definidas pelas seguintes equivalências:

$$\begin{aligned} p_1 = p_2 &=_{\text{def}} (p_1 \leq p_2) \wedge (p_2 \leq p_1) \\ p_1 < p_2 &=_{\text{def}} (p_1 \leq p_2) \wedge \neg(p_2 \leq p_1) \\ p_1 > p_2 &=_{\text{def}} p_2 < p_1 \\ p_1 \geq p_2 &=_{\text{def}} (p_1 > p_2) \vee (p_1 = p_2) \end{aligned}$$

Também são aceitas formas mais naturais para expressar valores de probabilidades, como $p_1 < \mathbf{1/2}$, $p_1 = \mathbf{0,5}$ ou $p_1 = \mathbf{1} - p_2$ e outros termos similares. Porém todas estas formas devem ser consideradas apenas abreviações sintáticas convenientes para expressões probabilísticas canônicas similares às apresentadas a seguir:

$$\begin{aligned} p_1 < \mathbf{1/2} &=_{\text{def}} (\mathbf{1+1}) \times p_1 < \mathbf{1} \\ p_1 = \mathbf{0,5} &=_{\text{def}} (\mathbf{1+1}) \times p_1 = \mathbf{1} \\ p_1 = \mathbf{1} - p_2 &=_{\text{def}} p_1 + p_2 = \mathbf{1} \end{aligned}$$

As demais operações matemáticas também são definidas como equivalências:

$$p_1 - p_2 = p_3 \equiv^{\text{def}} p_1 = p_3 + p_2$$

$$\frac{p_1}{p_2} = p_3 \equiv^{\text{def}} p_1 / p_2 = p_3 \equiv^{\text{def}} p_1 = p_3 \times p_2$$

O operador de probabilidade condicional é definido pela seguinte equivalência:

$$\mathbf{BP}(a, \theta | \rho) = p \equiv^{\text{def}} \mathbf{BP}(a, \theta \wedge \rho) = p \times \mathbf{BP}(a, \rho)$$

4.7.2 Equivalências entre Probabilidades e Crenças e Incertezas

Pela equivalência provada no corolário 4.6.11 e pela definição do operador U (ver seção 4.5.4) tem-se que:

$$\mathbf{B}(a, \theta) \Leftrightarrow \mathbf{BP}(a, \theta) = 1$$

$$\mathbf{U}(a, \theta) \equiv^{\text{def}} (\mathbf{BP}(a, \theta) > 0.5 \wedge \mathbf{BP}(a, \theta) < 1).$$

Sendo assim $\mathbf{B}(a, \theta)$ e $\mathbf{U}(a, \theta)$ podem ser considerados apenas como abreviações, respectivamente, para as fórmulas $\mathbf{BP}(a, \theta) = 1$ e $(\mathbf{BP}(a, \theta) > 0.5 \wedge \mathbf{BP}(a, \theta) < 1)$.

4.7.3 Novos Operadores Epistêmicos

Sobre os operadores epistêmicos primitivos, cuja semântica é dada diretamente por elementos do modelo, são construídos os operadores epistêmicos $\mathbf{RC}(a, \theta)$ para expressar as escolhas relevantes (*relevant choices*) de um agente, $\mathbf{AG}(a, \theta)$ para expressar os objetivos realizáveis (*achievement goals*) de um agente, $\mathbf{PG}(a, \theta)$ para expressar os objetivos persistentes (*persistent goals*) de um agente e $\mathbf{I}(a, \theta)$ para expressar as intenções dos agentes⁴⁴:

$$\mathbf{RC}(a, \theta) \equiv^{\text{def}} \mathbf{C}(a, \theta \wedge (\neg \mathbf{B}(a, \neg \theta) \rightarrow \mathbf{C}(a, \theta)))$$

$$\mathbf{AG}(a, \theta) \equiv^{\text{def}} \mathbf{RC}(a, \mathbf{Possible}(\theta)) \wedge \neg \theta \wedge \mathbf{B}(a, \neg \theta)$$

$$\mathbf{PG}(a, \theta) \equiv^{\text{def}} \mathbf{AG}(a, \theta) \wedge$$

$$\mathbf{C}(a, \mathbf{Before}((\mathbf{B}(a, \theta) \vee \mathbf{B}(a, \neg \mathbf{Possible}(\theta))),$$

$$\neg \mathbf{C}(a, \mathbf{Possible}(\theta) \wedge \neg \theta)))$$

$$\mathbf{I}(a, \theta) \equiv^{\text{def}} \mathbf{PG}(a, \theta) \wedge \mathbf{C}(a, \mathbf{Coop}(a, \theta) \wedge \mathbf{Pers}(a, \theta, \mathbf{Coop}(a, \theta)))$$

O meta-predicado $\mathbf{Coop}(a, \theta)$ define a noção de comprometimento do agente em executar ações para alcançar um dado objetivo (possivelmente pela cooperação com outros agentes), e $\mathbf{Pers}(a, \theta, \mathbf{Coop}(a, \theta))$ define a noção de persistência neste comprometimento.

$$\mathbf{Coop}(a, \theta) \equiv^{\text{def}}$$

$$(\forall e)(\mathbf{B}(a, (\exists e')(\mathbf{Feasible}(e; e', \theta)) \wedge \mathbf{Agent}(a, e))$$

$$\rightarrow \mathbf{C}(a, \mathbf{Possible}(\mathbf{Done}((a, \mathbf{Feasible}(e)?); e))))$$

$$\mathbf{Pers}(a, \theta, \mathbf{Coop}(a, \theta)) \equiv^{\text{def}}$$

$$\mathbf{Before}((\mathbf{B}(a, \theta) \vee \mathbf{B}(a, \neg \mathbf{Possible}(\theta))), \neg \mathbf{C}(a, \mathbf{Coop}(a, \theta)))$$

⁴⁴ Conferir (SADEK, 1992) para uma discussão mais detalhada sobre a especificação destes operadores. Em particular, é importante salientar que a formalização da intencionalidade adotada por Sadek se diferencia em alguns detalhes importantes da adotada por Cohen&Levesque (1990) e Rao&Georgeff (1991-a, 1991-b).

4.7.4 Novos Operadores Temporais e de Possibilidade

Da mesma forma que no caso dos novos operadores epistêmicos, também são definidos novos operadores de temporalidade e possibilidade através de equivalências com fórmulas de *SLP*. Assim é definido operador modal $\diamond\theta$ que é tradicionalmente empregado para indicar a possibilidade ou eventualidade de θ ocorrer (em *SLP* este operador é representado por **Possible**). Também são definidos operadores para indicar se uma condição θ se tornou verdadeira (ocorreu) antes de outra condição ψ (**Before**), ou se uma condição será válida daqui por diante (**Henceforth**).

$$\begin{aligned} \mathbf{Possible}(\theta) &\equiv^{\text{def}} (\exists e) (\mathbf{Feasible}(e, \theta)) \\ \mathbf{Before}(\theta, \rho) &\equiv^{\text{def}} (\forall e)(\mathbf{Feasible}(e, \rho) \rightarrow \\ &\quad (\exists e')(\mathbf{Starts}(e', e) \wedge \mathbf{Feasible}(e, \theta))) \\ \mathbf{Henceforth}(\theta) &\equiv^{\text{def}} \neg \mathbf{Possible}(\neg \theta) \end{aligned}$$

Caso se esteja interessado apenas em verificar se uma determinada ação é possível ou já foi executada, sem pressupor nenhuma condição adicional, pode-se usar simplificações dos operadores **Feasible** e **Done** definidas a seguir.

$$\begin{aligned} \mathbf{Feasible}(\varepsilon) &\equiv^{\text{def}} \mathbf{Feasible}(\varepsilon, \mathbf{True}) \\ \mathbf{Done}(\varepsilon) &\equiv^{\text{def}} \mathbf{Done}(\varepsilon, \mathbf{True}) \end{aligned}$$

O símbolo **True** representa qualquer fórmula válida (uma tautologia proposicional, por exemplo) de *SLP*. **False** é apenas $\neg \mathbf{True}$.

4.7.5 Termos Referenciais

Em *SLP* é permitido o uso de termos referenciais unívocos, especificados através do operador **iota**($x, \theta(x)$), que deve resultar no *único* elemento x que satisfaz a fórmula $\theta(x)$. Este operador pode ser mais bem compreendido através do quantificador de existência e de unicidade, $(\exists!x)(\theta(x))$ que afirma que existe apenas um elemento x que satisfaz $\theta(x)$. Numa lógica com igualdade, como é o caso de *SLP*, qualquer fórmula com este quantificador é equivalente a uma fórmula apenas com o quantificador existencial, de acordo com a seguinte definição:

$$(\exists!x)(\theta(x)) \equiv^{\text{def}} (\exists x)(\theta(x) \wedge (\forall y)(\theta(y) \rightarrow x=y))$$

Dessa forma uma fórmula ρ que possua um ou mais termos iguais a **iota**($x, \theta(x)$), indicado pela notação $\rho(\mathbf{iota}(x, \theta(x)))$ será definida como equivalente a uma fórmula onde todos os termos **iota**($x, \theta(x)$) foram substituídos por uma nova variável y , não existente em ψ , que está quantificada por $\exists!$:

$$\rho(\mathbf{iota}(x, \theta(x))) \equiv^{\text{def}} (\exists!y)(\rho(y))$$

Da mesma maneira, todo operador referencial universal **any**($x, \theta(x)$) que considera que qualquer x pode satisfazer $\theta(x)$, poderá ser substituído uma dada fórmula ρ , pela definição de equivalência apresentada a seguir:

$$\rho(\mathbf{any}(x, \theta(x))) \equiv^{\text{def}} (\forall y)(\rho(y))$$

4.8 Sistema Axiomático

4.8.1 Axiomas e Regras de Inferência de SLP

4.8.1.1 Axiomas de SLP

Todos os axiomas e esquemas de axiomas da Lógica Proposicional são válidos em *SLP*. Da mesma forma os axiomas e esquemas de axiomas da Lógica de Primeira Ordem com igualdade também são válidos em *SLP*. O conjunto de axiomas da Lógica de Primeira ordem, incluindo a igualdade e os axiomas da Lógica Proposicional, será referido por AXFOL no texto a seguir.

O conjunto de axiomas do Corpo dos Reais é válido para as fórmulas numéricas de *SLP*. Este conjunto de axiomas será referido por AXRCF no texto a seguir e se constitui dos seguintes axiomas (adaptados de (FAGIN et al., 1990)):

$$\text{AR1. } (\forall r_0)(\forall r_1)(\forall r_2)(r_0 + (r_1 + r_2) = (r_0 + r_1) + r_2).$$

$$\text{AR2. } (\forall r_0)(r_0 + \mathbf{0} = r_0).$$

$$\text{AR3. } (\forall r_0)(\exists r_1)(r_0 + r_1 = \mathbf{0}).$$

$$\text{AR4. } (\forall r_0)(\forall r_1)(r_0 + r_1 = r_1 + r_0).$$

$$\text{AR5. } (\forall r_0)(\forall r_1)(\forall r_2)(r_0 \times (r_1 \times r_2) = (r_0 \times r_1) \times r_2).$$

$$\text{AR6. } (\forall r_0)(r_0 \times \mathbf{1} = r_0).$$

$$\text{AR7. } (\forall r_0)(r_0 \neq \mathbf{0} \rightarrow (\exists r_1)(r_1 \times r_0 = \mathbf{1})).$$

$$\text{AR8. } (\forall r_0)(\forall r_1)(r_0 \times r_1 = r_1 \times r_0).$$

$$\text{AR9. } (\forall r_0)(\forall r_1)(\forall r_2)(r_0 \times (r_1 + r_2) = (r_0 \times r_1) + (r_0 \times r_2)).$$

$$\text{AR10. } \mathbf{1} \geq \mathbf{0} \wedge \neg(\mathbf{1} = \mathbf{0}).$$

$$\text{AR11. } (\forall r_0)(r_0 \geq r_0).$$

$$\text{AR12. } (\forall r_0)(\forall r_1)(\forall r_2)((r_0 \geq r_1 \wedge r_1 \geq r_2) \rightarrow r_0 \geq r_2).$$

$$\text{AR13. } (\forall r_0)(\forall r_1)(r_0 \geq r_1 \vee r_1 \geq r_0).$$

$$\text{AR14. } (\forall r_0)(\forall r_1)(\forall r_2)(r_0 \geq r_1 \rightarrow r_0 + r_2 \geq r_1 + r_2).$$

$$\text{AR15. } (\forall r_0)(\forall r_1)(\forall r_2)(r_0 \geq r_1 \wedge r_2 \geq \mathbf{0} \rightarrow r_0 \times r_2 \geq r_1 \times r_2).$$

$$\text{AR16. } (\forall r_0)(\forall r_1)((r_0 \geq r_1 \wedge r_1 \geq r_0) \rightarrow r_0 = r_1).$$

$$\text{AR17. } (\forall r_0)(r_0 \geq \mathbf{0} \rightarrow (\exists r_1)(r_1 \times r_1 = r_0)).$$

AR18. Todo polinômio de grau ímpar tem uma raiz real. Um exemplo de instância possível do axioma AR18 poderia ser a seguinte fórmula:

$$(\forall r_0)(\forall r_1)(\forall r_2)(\forall r_3)((r_0 \neq \mathbf{0}) \rightarrow (\exists r)(r_0 \times r \times r \times r + r_1 \times r \times r + r_2 \times r + r_3 = \mathbf{0})).$$

Note que pela aplicação dos axiomas de particularização de AXFOL, os axiomas acima podem ser considerados como esquemas de axiomas, podendo ser instanciados diretamente por termos numéricos apropriados de *SLP*. Por exemplo, numa dada demonstração o axioma AR4 poderia ser instanciado diretamente como:

$$\mathbf{BP}(a, \theta) + \mathbf{BP}(a, \rho) = \mathbf{BP}(a, \rho) + \mathbf{BP}(a, \theta)$$

para qualquer tipo de termo probabilístico $BP(a, \theta)$ e $BP(a, \rho)$.

Todos os axiomas específicos da linguagem SL também são válidos em SLP . Quando necessário eles serão referidos por $AXSL$. O conjunto $AXSL$ inclui os axiomas para os operadores modais epistêmicos e temporais de SL (e SLP).

Note que $AXSL$ não inclui os axiomas para comunicação entre agentes, necessários para formalizar a semântica da linguagem de comunicação de agentes FIPA-ACL. Estes axiomas de comunicação serão apresentados no capítulo 5 que mostra como esta linguagem pode ser estendida para lidar com a comunicação de conhecimentos probabilísticos. Os axiomas usados em FIPA-ACL não fazem parte de SL , eles na verdade definem uma teoria axiomática para lidar com a comunicação entre agentes.

Para fins de referência, aqui serão apresentados apenas alguns axiomas selecionados dos operadores epistêmicos de crenças e escolhas de SLP derivados de SL . Assim $AXSL$ inclui além do axioma modal K , os axiomas modais de introspecção positiva, negativa e autoconsistência sobre as crenças dos agentes:

ASL1. O axioma modal K para as crenças de um agente qualquer a :

$$B(a, \theta) \wedge B(a, \theta \rightarrow \rho) \rightarrow B(a, \rho).$$

ASL2. O axioma modal 4 de introspecção positiva para as crenças de a :

$$B(a, \theta) \rightarrow B(a, B(a, \theta)).$$

ASL3. O axioma modal 5 de introspecção negativa para as crenças de a :

$$\neg B(a, \theta) \rightarrow B(a, \neg B(a, \theta)).$$

ASL4. O axioma modal da autoconsistência das crenças de a :

$$\neg B(a, \text{false}).$$

$AXSL$ inclui o axioma K e o axioma de autoconsistência sobre escolhas de um agente:

ASL5. O axioma modal K para as escolhas de um agente qualquer a :

$$C(a, \theta) \wedge C(a, \theta \rightarrow \rho) \rightarrow C(a, \rho).$$

ASL6. O axioma modal da autoconsistência das escolhas de a :

$$\neg C(a, \text{false}).$$

A restrição de realismo entre crenças e escolhas (ver (COHEN; LEVESQUE, 1990) e (SADEK, 1992)) também é um axioma de $AXSL$:

$$ASL7. B(a, \theta) \rightarrow C(a, \rho).$$

Além destes, também se está assumindo a autoconsistência das ações dos agentes, tanto em relação ao presente quanto em relação ao futuro:

$$ASL8. \neg(\exists e)(\text{Feasible}(e, \text{false}))$$

$$ASL9. \neg(\exists e)(\text{Done}(e, \text{false}))$$

O sistema axiomático de SLP inclui o seguinte conjunto de axiomas sobre Probabilidades, que serão referidos por AXP :

AP1. O axioma da *Não-negatividade das Probabilidades*, que afirma que todas as probabilidades são não-negativas:

$$BP(a, \theta) \geq 0$$

AP2. O axioma da *Aditividade das Probabilidades*, que permite a adição de probabilidades de fórmulas mutuamente exclusivas:

$$BP(a, \theta) = BP(a, \theta \wedge \rho) + BP(a, \theta \wedge \neg\rho)$$

Assim o conjunto de axiomas de AXSLP é formado pela união de AXFOL, AXRCF, AXSL e AXP.

4.8.1.2 Regras de Inferência de SLP

As regras de inferência usadas no sistema axiomático de *SLP* incluem a regra básica de inferência da Lógica Proposicional e da Lógica de Primeira ordem:

RMP. Regra de *Modus Ponens*:

De θ e $\theta \rightarrow \rho$, se deduz $\vdash \rho$

Note-se que, pelo fato de *SL* ser uma linguagem lógica com igualdade, também se está assumindo que a regra de substituição (RSUB) de termos iguais é válida em *SLP*. Também são aceitas em *SLP* todas as regras de inferência associadas aos operadores modais de *SL*. Para fins de referência, aqui serão apresentadas as duas regras básicas de generalização dos operadores modais epistemológicos de crenças e escolhas:

RBG. Regra da generalização para crenças:

Se θ é uma sentença válida, então se deduz que $B(a, \theta)$

RCG. Regra de generalização para escolhas:

Se θ é uma sentença válida, então se deduz que $C(a, \theta)$

Inferências sobre probabilidades somente podem ser feitas por meio de seguintes regras:

RTP. A regra da *Probabilidade Total*:

Se θ é uma sentença válida, então se deduz que $BP(a, \theta) = 1$

REQP. A regra da *Igualdade de Probabilidades de Sentenças Equivalentes*:

Se θ e ρ são sentenças equivalentes, então se deduz que $BP(a, \theta) = BP(a, \rho)$

Crenças e incertezas não probabilísticas são inter-relacionadas pelas seguintes regras:

REQB. A regra da *Equivalência entre Crenças e Probabilidades Subjetivas*:

Se θ não conter nenhum operador modal que não seja **B** ou **U** então, a seguinte equivalência é válida:

$$B(a, \theta) \Leftrightarrow BP(a, \theta) = 1$$

4.8.1.3 Alguns Teoremas Probabilísticos de SLP

$$T1. \quad BP(a, (\theta \wedge \rho) \vee (\theta \wedge \neg\rho)) = BP(a, \theta \wedge \rho) + BP(a, \theta \wedge \neg\rho)$$

Prova:

$$(1) \quad BP(a, \theta) = BP(a, \theta \wedge \rho) + BP(a, \theta \wedge \neg\rho) \quad \text{AP2}$$

$$(2) \quad BP(a, (\theta \wedge \rho) \vee (\theta \wedge \neg\rho)) = BP(a, \theta \wedge \rho) + BP(a, \theta \wedge \neg\rho) \quad (1), \text{AXFOL, REQP}$$

$$T2. \quad BP(a, \theta \vee \neg\theta) = BP(a, \theta) + BP(a, \neg\theta)$$

Prova:

- (1) $BP(a, \theta \vee \neg \theta) = BP(a, (\theta \vee \neg \theta) \wedge \theta) +$
 $BP(a, (\theta \vee \neg \theta) \wedge \neg \theta)$ AP2
- (2) $BP(a, \theta \vee \neg \theta) = BP(a, (\theta \wedge \theta) \vee (\neg \theta \wedge \theta)) +$
 $BP(a, (\theta \wedge \neg \theta) \vee (\neg \theta \wedge \neg \theta))$ (1), AXFOL, REQP
- (3) $BP(a, \theta \vee \neg \theta) = BP(a, \theta) + BP(a, \neg \theta)$ (2), AXFOL, REQP

T3. $BP(a, \neg \theta) = 1 - BP(a, \theta)$

Prova:

- (1) $BP(a, \theta \vee \neg \theta) = 1$ RTP, AXFOL
- (2) $BP(a, \theta \vee \neg \theta) = BP(a, \theta) + BP(a, \neg \theta)$ T2
- (3) $BP(a, \theta) + BP(a, \neg \theta) = 1$ (1), (2), RSUB
- (4) $BP(a, \neg \theta) = 1 - BP(a, \theta)$ (3), AP1

T4. $BP(a, \theta \wedge \neg \theta) = 0$

Prova:

- (1) $BP(a, \neg(\theta \wedge \neg \theta)) = 1$ RTP, AXFOL
- (2) $BP(a, \theta \wedge \neg \theta) = 1 - BP(a, \neg(\theta \wedge \neg \theta))$ T3
- (3) $BP(a, \theta \wedge \neg \theta) = 1 - 1$ (1), (2), RSUB
- (4) $BP(a, \theta \wedge \neg \theta) = 0$ (3), AXRCF

T5. $BP(a, \theta) \leq 1$

Prova:

- (1) $BP(a, \theta \vee \neg \theta) = 1$ RTP
- (2) $BP(a, \theta) + BP(a, \neg \theta) = 1$ (1), T2
- (3) $BP(a, \theta) = 1 - BP(a, \neg \theta)$ (2), RCF
- (4) $BP(a, \neg \theta) \geq 0$ AP1
- (5) $BP(a, \theta) \geq 0$ AP1
- (6) $BP(a, \theta) \leq 1$ (3), (4), (5), AXRCF

T6. $B(a, \theta) \Leftrightarrow \neg BP(a, \theta) < 1$

Prova:

- (1) $(\Rightarrow) B(a, \theta)$ (hip)
- (2) $BP(a, \theta) = 1$ (1), REQB
- (3) $\neg \neg BP(a, \theta) = 1$ (2), AXFOL
- (4) $\neg BP(a, \theta) \neq 1$ (3), AXFOL
- (5) $BP(a, \theta) \leq 1$ T5
- (6) $\neg BP(a, \theta) < 1$ (4), (5), AXRCF
- (7) $(\Leftarrow) \neg BP(a, \theta) < 1$ (hip)
- (8) $BP(a, \theta) \leq 1$ (T5)
- (9) $BP(a, \theta) = 1$ (7), (8), AXRCF
- (10) $B(a, \theta)$ (9), REQB

T7. $\neg B(a, \theta) \Leftrightarrow BP(a, \theta) < 1$

Prova:

- (1) $(\Rightarrow) \neg B(a, \theta)$ (hip)
- (2) $\neg BP(a, \theta) = 1$ (1), REQB
- (3) $BP(a, \theta) \neq 1$ (2), AXFOL, AXRCF

(4)	$BP(a, \theta) \leq 1$	(T5)
(5)	$BP(a, \theta) < 1$	(5), AXRCF
(6)	$(\Leftarrow) BP(a, \theta) < 1$	(hip)
(7)	$\neg\neg BP(a, \theta) < 1$	(6), AXFOL
(8)	$\neg B(a, \theta)$	(7), T6

4.8.2 Correção do Sistema Axiomático

Um sistema axiomático para uma lógica é correto quanto uma fórmula deduzida deste sistema (um teorema) também é uma fórmula válida para as estruturas desta lógica, ou seja, se $\vdash\theta$ então $\models\theta$.

Teorema 4.8.1. *O sistema axiomático de SLP é correto, ou seja, se uma fórmula θ é um teorema de AXSLP então θ é uma fórmula válida em SLP.*

Prova:

O método básico de prova da correção de um sistema axiomático inicia pela demonstração que os axiomas devem ser válidos em qualquer estrutura da lógica e que as regras de inferência preservam a satisfatibilidade nas suas deduções. Uma vez comprovados estes fatos, então pode-se demonstrar por indução sobre o comprimento da demonstração que, se uma dada fórmula θ é um teorema deste sistema axiomático, então ela também é uma fórmula válida na lógica, isto é, $\vdash\theta$ implica em $\models\theta$.

No caso de AXSLP tanto a validade dos axiomas de AXFOL, AXRCF e AXSL quanto à preservação de satisfatibilidade das regras *modus ponens* (RMP), substituição de termos iguais (RSUB) e generalização de operadores modais epistêmicos (RBG e RCG) já são comprovadas. Assim resta verificar a se os axiomas probabilísticos de AXP são válidos e se as regras de inferência empregadas em SLP preservam a satisfatibilidade em suas deduções.

A validade de AP1 foi mostrada pela proposição 4.6.7. A validade de AP2 foi mostrada pelo corolário 4.6.6. A preservação de satisfatibilidade de RTP deriva diretamente da pressuposição 4.6.1 aplicada aos modelos M para SLP. A preservação de satisfatibilidade de REQP deriva da proposição 4.6.4 e a preservação de satisfatibilidade de REQB deriva diretamente do corolário 4.6.11.

Sendo assim o sistema axiomático AXSLP para SLP é um sistema correto e qualquer fórmula deduzida de AXSLP é também uma fórmula válida nas estruturas M para SLP.

■.

4.8.3 Completude do Sistema Axiomático

Antes de passar à demonstração da completude de SLP algumas considerações preliminares se fazem necessárias.

Abadi e Halpern (1990) provaram que, no caso geral, uma lógica formal de primeira ordem que incorporar probabilidades se tornará indecidível, tendo um sistema axiomático necessariamente incompleto. As lógicas probabilísticas não deixam de ser corretas por este resultado e certamente podem ser usadas para garantir rigorismo formal na exposição de conceitos e argumentos lógico-probabilísticos. Porém isto certamente cria um problema bastante sério quando se pretende usar este tipo de lógica, tendo que se satisfazer ao mesmo tempo critérios estritos de computabilidade ou efetividade.

Algumas soluções para este problema foram apresentadas por autores como Bacchus (1990), Halpern (1989) e Fagin e al. (1990). Como era de se esperar pelo resultado de Abadi e Halpern, todas estas soluções impõem restrições adicionais sobre a lógica probabilística em questão que, de uma forma ou outra, tornam possível garantir a axiomatização completa.

A lógica *SLP*, entretanto, não impõe nenhuma das restrições usadas por estes autores: não há limitação sobre as probabilidades como no caso de Bacchus, também não há limitação no tamanho do domínio, como no caso de Halpern, nem as fórmulas sobre as quais se pode atribuir probabilidades são limitadas apenas a fórmulas da lógica proposicional como no caso de Fagin. Assim, independente da demonstração formal da completude do sistema de *SLP*, é interessante entender que razões levaram a crer que *SLP* poderia ser decidível, qual intuição (*insight*) está por trás desta crença e o que ela poderia nos dizer sobre que outras formas menos restritas seriam possíveis para se garantir a decidibilidade das lógicas probabilísticas.

A intuição básica veio da análise detalhada da técnica de demonstração empregada por Abadi e Halpern para provar a indecidibilidade das lógicas probabilísticas. A técnica principal empregada nesta demonstração mostra que sempre é possível codificar numa linguagem lógica probabilística de primeira ordem, uma lógica de segunda ordem e uma lógica de terceira ordem o que torna o sistema axiomático da lógica inerentemente incompleto. Isto é sempre possível por meio da criação de fórmulas envolvendo uso de probabilidades e de um predicado não-lógico muito simples. Por exemplo, no caso de lógicas probabilísticas sobre mundos-possíveis, basta apenas a existência de um predicado unário para que provar que a lógica é indecidível.

A codificação, que é essencialmente uma variante da técnica de codificação por números de Godel aplicada a probabilidades, é definida através de uma série de fórmulas que permitem mapear construções de lógicas de segunda e terceira ordem em fórmulas equivalentes da lógica probabilística básica, além de definir as propriedades, em termos de inferências válidas, destas lógicas de segunda e terceira ordem.

Por exemplo, no caso da a lógica $\mathcal{L}_2(\Phi)$ de Halpern, que possui termos probabilísticos subjetivos $w(\phi)$, a codificação necessita apenas de um predicado unário $P(x)$ para se tornar possível. As propriedades que este predicado deve satisfazer definem as inferências válidas de segunda e terceira ordem possíveis pela codificação. As seguintes fórmulas definem as propriedades de $P(x)$ ⁴⁵:

$$\begin{aligned}
 \psi_1 &=_{\text{def}} \forall x(P(x) \Rightarrow w(P(x)) > 0) \\
 \psi_2 &=_{\text{def}} \exists x(P(x) \wedge w(P(x)) = 1/2) \\
 \psi_3 &=_{\text{def}} \forall x(P(x) \Rightarrow \exists y(P(y) \wedge 2w(P(y)) = w(P(x)))) \\
 \psi_4 &=_{\text{def}} \forall x,y(P(x) \wedge P(y) \wedge w(P(x)) \neq w(P(y)) \Rightarrow w(P(x) \wedge P(y)) = 0) \\
 \psi_5 &=_{\text{def}} \forall x,y(P(x) \wedge \neg P(y) \Rightarrow w(P(x) \wedge P(y)) = 0 \vee w(P(x) \wedge P(y)) = w(P(x))) \\
 \psi_6 &=_{\text{def}} \forall r(0 \leq r \leq 1/2 \Rightarrow \exists y(\neg P(x) \wedge (w(P(x)) = 0 \vee w(P(y)) = r + 1/2)) \\
 \psi_7 &=_{\text{def}} \forall y(\neg P(x) \wedge (\theta_1(y) \vee \theta_2(y)) \Rightarrow \exists y'(\neg P(y') \wedge \theta_3(y,y'))) \\
 \psi_8 &=_{\text{def}} \forall y,y'(\neg P(y) \wedge \neg P(y') \wedge \forall x(P(x) \wedge w(P(x)) < 1/2 \Rightarrow w(P(x) \wedge P(y)) = w(P(x) \wedge P(y))) \\
 &\quad \Rightarrow (w(P(y)) \geq 1/2) \Leftrightarrow (w(P(y')) \geq 1/2))
 \end{aligned}$$

⁴⁵ Para maiores detalhes sobre a validade e necessidade de cada uma destas fórmulas, além da intuição por trás da definição de cada um delas, conferir diretamente o trabalho de Abadi & Halpern (1990), em particular o teorema 5.7. Aqui somente estamos interessados na estrutura puramente formal destas fórmulas.

O mapeamento de uma linguagem lógica de terceira ordem sobre $\mathcal{L}_2(\Phi)$ pressupõe que elementos simples, conjuntos e classes (famílias) de conjuntos sejam denotados, respectivamente, pelas variáveis x , X e \mathcal{X} . Este mapeamento é feito pela função de transposição $(\varphi)^t = \varphi^t$ que transforma uma fórmula de segunda ou terceira ordem φ numa fórmula φ^t comum de $\mathcal{L}_2(\Phi)$:

$$\begin{aligned} (x=0)^t &= [w(P(x))=1/4] \\ (x=1)^t &= [w(P(x))=1/8] \\ (x+x'=y)^t &= [w(P(x)) \times w(P(x')) = (1/4) \times w(P(y))] \\ (x \in X)^t &= P(x) \wedge \neg P(X) \wedge [w(P(x) \wedge P(X)) > 0] \\ (X \in \mathcal{X})^t &= \neg P(X) \wedge P(\mathcal{X}) \wedge [w(P(X) \wedge P(\mathcal{X})) > 0] \\ (\varphi_1 \wedge \varphi_2)^t &= \varphi_1^t \wedge \varphi_2^t \\ (\varphi_1 \vee \varphi_2)^t &= \varphi_1^t \vee \varphi_2^t \\ (\neg \varphi)^t &= \neg(\varphi^t) \\ (\exists x \varphi)^t &= \exists x(P(x) \wedge w(P(x)) \neq 1/2 \wedge \varphi^t) \\ (\exists X \varphi)^t &= \exists X(\neg P(X) \wedge \varphi^t) \\ (\exists \mathcal{X} \varphi)^t &= \exists \mathcal{X}(P(\mathcal{X}) \wedge w(P(\mathcal{X})) = 1/2 \wedge \varphi^t) \end{aligned}$$

A não completude de $\mathcal{L}_2(\Phi)$ segue diretamente do fato que, para qualquer fórmula ψ na lógica de terceira ordem definida acima, Abadi e Halpern provaram que ψ é verdadeira se e somente se a conjunção $\psi^t \wedge \psi_1 \wedge \psi_2 \wedge \dots \wedge \psi_8$ é satisfatível.

Uma inspeção das fórmulas empregadas nesta demonstração (e na demonstração de não completude de $\mathcal{L}_1(\Phi)$ que é praticamente idêntica), mostra claramente a *forte dependência desta técnica de demonstração sobre o compartilhamento de variáveis entre fórmulas lógicas e não lógicas*. Praticamente todas as fórmulas empregadas nesta codificação têm componentes lógicos e componentes probabilísticos. Em todas as fórmulas onde existem ambos tipos de componentes, deve necessariamente existir uma variável que é compartilhada entre eles. Na verdade somente na transposição das fórmulas proposicionais $(\varphi_1 \wedge \varphi_2)^t$, $(\varphi_1 \vee \varphi_2)^t$, $(\neg \varphi)^t$ e na quantificação sobre conjuntos $(\exists X \varphi)^t$ que este compartilhamento não é necessário (as fórmulas $\theta_1(y)$, $\theta_2(y)$ e $\theta_3(y, y')$ não definidas aqui também dependem deste compartilhamento).

O *insight* básico veio desta observação. A inferência óbvia é que se uma linguagem lógica probabilística não permitir este compartilhamento então a técnica de Abadi e Halpern se torna impraticável. Isto não quer necessariamente dizer que o sistema axiomático da lógica se tornará completo, que é algo que tem que ser provado de forma independente, mas ajuda bastante a compreender que possibilidades existem para provar a completude. Particularmente ajuda a compreender melhor as possibilidades de generalização das técnicas que Fagin e Halpern empregaram para provar a completude de suas lógicas.

Por exemplo, os diversos sistemas axiomáticos e lógicas definidas por Fagin e outros (1990) permitem atribuir probabilidades apenas a fórmulas da lógica proposicional, ou seja, simplesmente não existem variáveis nas fórmulas usadas como argumento dos termos probabilísticos. Dessa forma não há como existir compartilhamento de variáveis entre expressões probabilísticas e fórmulas lógicas. Usando este fato, Fagin mostra como é possível separar uma fórmula qualquer de sua lógica numa outra fórmula equivalente, composta da conjunção de uma subfórmula puramente lógica com uma outra subfórmula que possui apenas componentes probabilísticos e numéricos. Assim, caso a fórmula original for válida, então ambas subfórmulas também devem ser válidas. Depois disso, Fagin mostra como a prova de validade da subfórmula probabilística e numérica, pode ser reduzida à prova de validade

de uma fórmula puramente numérica, algo que é sempre possível no caso de fórmulas de primeira ordem sobre o corpo dos reais (este é um resultado básico de Tarski sobre o corpo dos reais (MONK, 1976)). A demonstração de validade da fórmula puramente lógica depende apenas de inferências e axiomas lógicos. Esta demonstração deve ser possível se a fórmula original também era válida, ou então, há uma contradição e a fórmula original não era válida.

No caso do trabalho de Halpern (1990), em se tratando da lógica probabilística $\mathcal{L}_2(\Phi)$, com semântica baseada em mundos-possíveis, a axiomatização somente pode ser alcançada quando se empregam domínios finitos e de tamanho N previamente conhecido para os predicados e funções puramente lógicos. Como consequência óbvia desta restrição, é sempre possível eliminar todas as variáveis de uma fórmula por elementos específicos do domínio, ou seja, é sempre possível transformar qualquer fórmula que contenha variáveis lógicas, quantificadas ou não, numa outra fórmula equivalente sem nenhuma variável lógica. Esta restrição essencialmente reduz a lógica a uma lógica proposicional, isto é, praticamente reduz este caso ao caso da lógica de Fagin. A técnica de prova de completude também se torna similar.

Para o caso da lógica $\mathcal{L}_1(\Phi)$ onde as probabilidades são aplicadas sobre elementos do domínio (interpretação estatística das probabilidades) Halpern, mostra que desde que os predicados desta lógica sejam restritos apenas a predicados unários, então é possível atingir a axiomatização completa. Neste caso a principal técnica de prova se destina a separar variáveis lógicas de probabilísticas. Halpern mostra como, para qualquer fórmula nesta linguagem lógica, existe uma outra fórmula equivalente onde somente é usada uma variável probabilística e esta variável é diferente de qualquer outra variável lógica (ou numérica) previamente existente na fórmula. Assim também se torna possível separar fórmulas lógicas e probabilísticas, existindo para cada fórmula uma fórmula equivalente formada pela conjunção de uma subfórmula puramente lógica com uma subfórmula numérica e probabilística. Depois a demonstração de validade se segue, da mesma forma que nos casos anteriores, pela redução da demonstração de validade da fórmula probabilística e numérica à demonstração de validade de uma fórmula puramente numérica.

É interessante comparar estas duas formas de se garantir uma axiomatização completa, com a forma empregada por Bacchus para provar que sua lógica **Lp** tem também uma axiomatização completa. As restrições e a técnica de prova empregada são completamente diferentes nestes dois casos. Bacchus usa uma abordagem semântica, derivada da Teoria de Modelos da lógica, bem diferente da abordagem de Halpern e Fagin que é muito mais formal, fundamentada na Teoria de Provas da lógica. A demonstração da completude da axiomatização de **Lp** é feita através da aplicação do método clássico de prova de Henkin aos modelos da lógica de **Lp**. Bacchus demonstra que esta aplicação é possível, sendo válido estender os modelos clássicos de Henkin, usados para mostrar completude de sistemas formais puramente lógicos, com os elementos probabilísticos de **Lp**. Deve-se salientar que são as propriedades não-padrão destes elementos numéricos que permitem que a extensão dos modelos de Henkin seja válida, ou seja, é graças ao fato do corpo numérico ordenado empregado para representar probabilidade não ser completo e também ao fato das funções de probabilidade (termos probabilísticos) não admitirem σ -aditividade, que esta extensão é provada válida.

Certamente que o resultado de Bacchus deve ser coerente com o resultado de Abadi e Halpern, ou seja, as restrições impostas por Bacchus ao modelo de

probabilidades empregado em **Lp** devem impossibilitar de alguma forma que a técnica de demonstração de incompletude de Abadi e Halpern seja aplicável sobre **Lp**, ou então existiria um problema muito sério de inconsistência na Lógica. O efeito concreto esperado é que estas restrições tornem impossível demonstrar a validade de algumas das fórmulas necessárias para garantir a codificação das lógicas de segunda e terceira ordem na lógica probabilística $\mathcal{L}_1(\Phi)$ correspondente de **Lp** na formalização de Abadi e Halpern. A demonstração de incompletude do sistema axiomático de $\mathcal{L}_1(\Phi)$ depende das seguintes fórmulas:

$$\begin{aligned}\psi_5 &=_{\text{def}} \forall r(0 \leq r \leq 1/2 \Rightarrow \exists y(\neg B(y,y) \wedge (w_x(B(x,y))=r)) \\ \theta_1(y) &=_{\text{def}} \exists x(B(x,x) \wedge B(x,y)) \wedge \exists r > 0(\forall x(B(x,x) \wedge (w_z(B(z,x)) < r \Rightarrow \neg B(x,y))) \\ \theta_2(y) &=_{\text{def}} \exists x(B(x,x) \wedge \neg B(x,y)) \wedge \exists r > 0(\forall x(B(x,x) \wedge (w_z(B(z,x)) < r \Rightarrow B(x,y)))\end{aligned}$$

onde ψ_5 é a equivalente da fórmula ψ_6 vista anteriormente para a lógica $\mathcal{L}_2(\Phi)$. Somente estas fórmulas apresentam algum tipo de quantificação sobre probabilidades (variáveis reais r) e, portanto, podem ser afetadas pelas restrições impostas por Bacchus. Uma hipótese razoável, mas que carece de prova formal, é que a validade das quantificações sobre probabilidades definidas acima depende da σ -aditividade sobre as probabilidades e das propriedades do corpo numérico dos reais (um corpo ordenado completo). Como o modelo matemático para probabilidades usado por Bacchus não admite σ -aditividade e usa um corpo ordenado, mas não-completo, elas não seriam válidas em $\mathcal{L}_1(\Phi)$ e também em **Lp**, logo a demonstração de incompletude de Abadi e Halpern não se aplica a esta lógica.

No caso de *SLP*, entretanto, não se adotam restrições semânticas sobre elementos do modelo, mas restrições sintáticas que tornam inviável o compartilhamento de variáveis entre expressões lógicas e probabilísticas. Ao exigir que somente fórmulas fechadas (ou sentenças) possam ser usadas como argumento dos termos **BP** torna-se impossível haver este tipo de compartilhamento. Dessa forma não apenas a demonstração de incompletude de Abadi e Halpern também deixa de ser aplicável a *SLP*, mas uma generalização da técnica de prova usada por Halpern e Fagin poderá também ser empregada para mostrar a completude de *SLP*.

Teorema 4.8.2. *Se o sistema axiomático de SL é completo, então o sistema axiomático de SLP também é completo. Neste caso, se uma fórmula θ é válida em SLP então ela é demonstrável em SLP, ou seja, se $\models \theta$ então $\vdash \theta$.*

Prova:

A idéia básica é generalizar a técnica de prova empregada por Halpern (1990) para mostrar que os sistemas axiomáticos AX_1^N e AX_2^N para as lógicas $\mathcal{L}_1(\Phi)$ e $\mathcal{L}_2(\Phi)$ restritas aos domínios de tamanho N , são completos. Uma técnica similar também foi empregada por Fagin e outros (1990) para demonstrar a completude dos sistemas AX_{MEAS} e $AX-FO_{MEAS}$ usados em suas lógicas probabilísticas.

A técnica de demonstração empregada por estes autores é essencialmente uma técnica sintática baseada na Teoria de Prova e busca reduzir o problema original de demonstração de $\vdash \theta$ a casos previamente conhecidos tanto da lógica clássica usual quanto da teoria lógica sobre o corpo dos reais.

Esta técnica é inicialmente aplicada apenas às fórmulas θ que atendem uma condição sintática que será denominada de restrição de não-modalidade dos termos probabilísticos:

Restrição de não-modalidade dos termos probabilísticos: uma fórmula θ atende esta condição quanto não existem dentro de θ operadores modais epistêmicos **B**, **C**, **U**, **I** e **EB** ou operadores temporais *Feasible* e *Done*, que sejam aplicados a fórmulas que contenham termos probabilísticos **BP** de *SLP*.

Note que o contrário é possível, ou seja, podem existir em θ termos probabilísticos **BP** onde a sentença usada como argumento de **BP** contém operadores modais epistêmicos ou temporais.

Assumindo a restrição de não-modalidade de termos probabilísticos para θ , pode-se provar que existe uma demonstração de θ ($\vdash \theta$), mostrando que existe uma fórmula $\varphi \wedge \pi$, tal que θ é dedutível desta fórmula:

$$(1) \quad \varphi \wedge \pi \vdash \theta$$

e que, além disso, a validade de θ implica na validade de $\varphi \wedge \pi$, ou seja:

$$(2) \quad \text{Se } \models \theta, \text{ então } \models \varphi \wedge \pi.$$

Além disso, a subfórmula φ é definida de forma a ser puramente lógica, não possuindo nem termos nem predicados probabilísticos ou numéricos. A subfórmula π por sua vez é puramente probabilística e numérica, não contendo predicados ou termos lógicos.

Dessa forma a prova de validade de θ ($\text{AXSLP} \vdash \theta$) pode ser reduzida à prova de validade em separado de cada uma das subfórmulas φ e π . Assumindo-se que θ é válida, então φ também tem que ser válida. Como φ é puramente lógica ela é uma fórmula de *SL* então, se *SL* tiver um sistema axiomático completo, deve ser possível provar φ em *SL*, ou seja, $\text{AXSL} \vdash \theta$.

A demonstração da validade da subfórmula π é um pouco mais complexa e exige a prova de que existe uma fórmula π' puramente numérica (sem termos probabilísticos) tal que:

$$(3) \quad \text{De } \pi' \text{ se pode deduzir } \pi: \pi' \vdash \pi, \text{ e}$$

(4) Da validade de π se pode inferir que π' também é válida: $\models \pi$ implica em $\models \pi'$.

A fórmula π' é uma fórmula de primeira ordem, que contém apenas variáveis e operadores sobre os reais. Mas por um resultado bem conhecido de Tarski (MONK, 1976, p. 362), a linguagem da lógica de primeira ordem estendida para operar sobre o corpo numérico dos reais tem um sistema axiomático completo e o problema da validade é decidível. Assim a validade de π' é decidível nesta linguagem.

A proposição 4.8.4 mostra que existe uma fórmula puramente lógica φ e uma fórmula puramente numérica e probabilística π , que satisfazem (1) e (2) e a proposição 4.8.5 prova que existe uma fórmula puramente numérica π' que satisfaz (3) e (4).

Assim pela condição (4) e pelo fato de se assumir que π é válida, então π' também deve ser válida. Portanto, pelo resultado de Tarski visto acima, a validade de π' é decidível. Pela condição (3) isto é suficiente para provar a validade de π .

Portanto, assumindo que o sistema axiomático de *SL* seja completo, se θ é uma fórmula válida de *SLP* que atende a restrição de não-modalidade de fórmulas

probabilísticas, então existe uma demonstração de sua validade, isto é, se $\models \theta$ então $\vdash \theta$.

Este resultado para as fórmulas que atendem a restrição de não-modalidade de termos probabilísticos é generalizado pela proposição 4.8.9 para as demais fórmulas de *SLP*. Esta generalização é demonstrada por um argumento baseado em teoria de modelos da lógica, diferente do empregado para mostrar a completude (relativa) do sistema axiomático de *SLP* para as fórmulas que atendem esta restrição.

Na prova da proposição 4.8.9 é utilizada a forma equivalente de enunciação do teorema de completude (ver Bridge (1977, p. 67) ou Leary (2000, p. 89).), que requer que toda a fórmula consistente de *SLP* tenha um modelo. A demonstração procede então através de um argumento indutivo sobre a estrutura das fórmulas, que é derivada do encapsulamento de fórmulas probabilísticas, sob operadores modais. Nos casos básicos e no passo indutivo, demonstra-se primeiro que, pelos axiomas de não-inconsistência destes operadores (ASL4, ASL6, ASL8 e ASL9), existem modelos para as fórmulas encapsuladas dentro dos operadores.

Depois disso, se mostra pelas propriedades das relações entre mundos que definem a semântica destes operadores, que estes modelos também servem para as fórmulas completas envolvendo os próprios operadores.

Assim, novamente assumindo a completude do sistema axiomático de *SL*, pode-se mostrar que toda fórmula consistente de *SLP* tem um modelo. Logo o sistema axiomático de *SLP* também é completo, se o sistema de *SL* também for completo.

■.

4.8.4 Proposições e Lemas Auxiliares

Esta seção irá apresentar uma série de proposições e lemas auxiliares, que são necessários para demonstrar o teorema 4.8.2. Antes algumas restrições e definições usadas nestas proposições e lemas.

As seguintes restrições sintáticas sobre as fórmulas de *SLP* são utilizadas nos enunciados e demonstrações a seguir (elas são descritas em outros pontos do texto, mas também são apresentadas aqui para fins de facilidade de referência):

Restrição de não-modalidade dos termos probabilísticos: uma fórmula θ atende esta condição quanto não existem dentro de θ operadores modais epistêmicos **B**, **C**, **U**, **I** e **EB** ou operadores temporais *Feasible* e *Done*, que sejam aplicados a fórmulas que contenham termos probabilísticos **BP** de *SLP*.

Restrição de agente único para termos probabilísticos: todos os termos probabilísticos pertencem apenas a um único agente, ou seja, para todo $BP(a_i, \varphi)$ e $BP(a_j, \psi)$ pertencentes a π tem-se que $a_i = a_j$.

Restrição de não-aninhamento de termos probabilísticos: todas as sentenças φ usadas como argumentos dos termos $BP(a, \varphi)$ de π não podem, elas próprias, conter outros termos probabilísticos, ou seja, todas estas sentenças φ são puramente lógicas (não é permitido o “encapsulamento” de termos probabilísticos dentro de termos probabilísticos).

Definição 4.8.3. Seja $\Sigma = \{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n\}$ um conjunto composto de sentenças de *SLP*, então define-se uma **n-sentença** sobre Σ como uma conjunção de n sentenças:

$$\theta_1' \wedge \theta_2' \wedge \dots \wedge \theta_n'$$

onde cada θ_i' é θ_i ou $\neg\theta_i$.

Proposição 4.8.4. *Seja θ uma fórmula válida de SLP que atende a restrição de não-modalidade de termos probabilísticos, então existem fórmulas φ e π de SLP tais que:*

(a) *A fórmula φ é puramente lógica, não possuindo nem termos nem predicados probabilísticos ou numéricos.*

(b) *A fórmula π é puramente probabilística e numérica, não contendo predicados ou termos lógicos.*

(c) $\varphi \wedge \pi \vdash \theta$

(d) *Se $\models \theta$, então $\models \varphi \wedge \pi$.*

Prova:

Deve ficar claro que a demonstração de existência das fórmulas φ e π é fortemente dependente da separação dos elementos probabilísticos e não probabilísticos nas fórmulas da linguagem lógica. Separação esta que depende essencialmente da inexistência de variáveis compartilhadas entre os dois tipos de componentes.

Mas, pela gramática da linguagem SLP apresentada na seção 4.4, pode-se ver que as seguintes condições são garantidas por meios puramente sintáticos:

- (1) Predicados lógicos não podem ter como argumentos nem variáveis numéricas, nem termos numéricos ou probabilísticos.
- (2) Funções usadas como termos lógicos também não podem ter como argumentos nem variáveis numéricas, nem termos numéricos ou probabilísticos.

Além disso, pela restrição extra que foi definida para a sintaxe das fórmulas de SLP (ver restrição sobre os termos **BP** definida na seção 4.4) pode-se assumir que:

- (3) O termo probabilístico **BP** não tem como argumentos nenhum tipo de variável, nem lógica nem probabilística⁴⁶.

As seguintes equivalências são demonstráveis na lógica de primeira ordem:

$$\begin{aligned} (4) \quad & (Qx)(Qr)(\varphi(x) \wedge \pi(r)) \Leftrightarrow (Qr)(Qx)(\varphi(x) \wedge \pi(r)) \Leftrightarrow (Qx) (\varphi(x)) \wedge (Qr) (\pi(r)) \\ & (Qx)(Qr)(\varphi(x) \vee \pi(r)) \Leftrightarrow (Qr)(Qx)(\varphi(x) \vee \pi(r)) \Leftrightarrow (Qx) (\varphi(x)) \vee (Qr) (\pi(r)) \\ & (Qx) (\varphi(x) \wedge \pi) \Leftrightarrow (Qx) (\varphi(x)) \wedge \pi \\ & (Qx) (\varphi(x) \vee \pi) \Leftrightarrow (Qx) (\varphi(x)) \vee \pi \end{aligned}$$

onde a notação (Qx) é empregada para indicar que a quantificação de x pode ser tanto existencial quanto universal, ou seja, pode ser substituída tanto por $(\forall x)$ quanto por $(\exists x)$.

Usando as equivalências definidas em (4) e as condições (1), (2) e (3) é possível mostrar, por meio de um argumento indutivo, como uma sentença θ qualquer de SLP pode ser transformada numa sentença θ' formada pela combinação proposicional de um

⁴⁶ Certamente que o parâmetro a de $BP(a, \varphi)$ pode ser uma variável sobre agentes, porém como o número de agentes é finito e limitado, sempre se pode substituir uma dada fórmula θ , que contenha variáveis de agentes, por uma fórmula θ' sem nenhuma variável de agente, ou seja, onde todas as variáveis foram substituídas por constantes (nomes de agentes).

conjunto de sentenças $\{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k\}$, onde cada sentença θ_i é uma sentença puramente lógica ou então uma sentença puramente numérica ou probabilística.

Pela lógica proposicional é possível demonstrar que esta sentença θ' formada pela combinação proposicional de sentenças de $\{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k\}$, pode ser transformada numa das duas formas normais clássicas: forma normal disjuntiva ou forma normal conjuntiva, considerando $\{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k\}$ como o conjunto de símbolos proposicionais primitivos.

Assim podemos assumir que θ' já está na forma normal disjuntiva, isto é:

$$(5) \quad \theta' \Leftrightarrow \theta_1' \vee \theta_2' \vee \dots \vee \theta_n'$$

onde cada um dos θ_i' é formado por uma conjunção de elementos de $\{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k\}$:

$$\theta_i' \Leftrightarrow \theta_1^{i'} \wedge \theta_2^{i'} \wedge \dots \wedge \theta_k^{i'}$$

com $k' \leq k$ e todo $\theta_j^{i'} \in \{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k\}$.

As subfórmulas $\theta_j^{i'}$ em cada θ_i' podem ser divididas em dois grupos: subfórmulas puramente lógicas e subfórmulas puramente numéricas e probabilísticas. Considerando a conjunção das subfórmulas de cada um destes grupos como uma fórmula individual, tem-se que θ_i' é equivalente a conjunção destas duas fórmulas:

$$(6) \quad \theta_i' \Leftrightarrow \varphi_i' \wedge \pi_i'$$

Cada φ_i' é uma fórmula puramente lógica e cada π_i' uma fórmula puramente numérica e probabilística. Deve estar claro, pela forma como foram construídas, que todas as fórmulas φ_i' e π_i' são sentenças de *SLP*.

Agora considerando o conjunto $\Sigma = \{\pi_1', \pi_2', \dots, \pi_n'\}$ composto das sentenças puramente numéricas e probabilísticas pertencentes a θ' , então de acordo com a definição 4.8.3 pode-se construir uma n -sentença sobre Σ como uma conjunção de n sentenças:

$$(7) \quad \pi_1'' \wedge \pi_2'' \wedge \dots \wedge \pi_n''$$

onde cada π_i'' é π_i' ou $\neg\pi_i'$.

Através da aplicação sucessiva da equivalência tautológica $\theta \Leftrightarrow (\theta \wedge \pi) \vee (\theta \wedge \neg\pi)$ é possível transformar cada um dos π_i' numa disjunção equivalente de n -sentenças sobre Σ , ou seja:

$$(8) \quad \pi_i' \Leftrightarrow \pi_1^{i*} \vee \pi_2^{i*} \vee \dots \vee \pi_{2^{n-1}}^{i*}$$

onde cada π_j^{i*} , com $1 \leq j \leq 2^{n-1}$, é uma n -sentença sobre Σ tal como definido em (7). Através da distributividade da conjunção sobre a disjunção, os φ_i' de (6) podem ser distribuídos sobre os π_j^{i*} de (8). A fórmula equivalente resultante:

$$(9) \quad (\varphi_i' \wedge \pi_i') \Leftrightarrow (\varphi_i' \wedge \pi_1^{i*}) \vee (\varphi_i' \wedge \pi_2^{i*}) \vee \dots \vee (\varphi_i' \wedge \pi_{2^{n-1}}^{i*})$$

é também uma disjunção de conjunções. Pela definição da estrutura da fórmula θ' em (5) é fácil ver que a fórmula θ'' resultante pela substituição de todas as subfórmulas $(\varphi_i' \wedge \pi_i')$ em θ' pela equivalência definida em (9) também é equivalente a θ' e também está na forma normal disjuntiva:

$$(10) \quad \theta' \Leftrightarrow \theta'' \Leftrightarrow (\varphi_1'' \wedge \pi_1'') \vee (\varphi_2'' \wedge \pi_2'') \vee \dots \vee (\varphi_m'' \wedge \pi_m'')$$

Assim como em θ' cada φ_i'' em θ'' é uma fórmula puramente lógica e cada π_i'' é uma n -sentença gerada sobre Σ (também é uma fórmula puramente numérica e probabilística, como no caso de θ'). Levando em conta que somente existem 2^n n -sentenças distintas sobre Σ , pode-se usar a propriedade inversa da distributividade da conjunção sobre a disjunção:

$$(\rho \wedge \pi) \vee (\theta \wedge \pi) \Leftrightarrow (\rho \vee \theta) \wedge \pi$$

para simplificar θ'' , chegando a uma fórmula equivalente onde cada π_i'' é um n -átomo distinto sobre Σ . Vamos assumir que θ'' já esteja nesta forma, ou seja, que todos os π_i'' que aparecem em (10) são n -sentenças distintas sobre Σ .

Um fato importante relacionado as n -sentenças geradas sobre um conjunto de sentenças Σ é que elas são mutuamente exclusivas entre si, isto é, para qualquer par ρ e π de n -sentenças distintas geradas sobre Σ , pode-se mostrar que $\rho \Rightarrow \neg\pi$. Este fato, combinado com o fato de que todos os π_i'' que aparecem em (10) serem n -sentenças distintas sobre Σ garante que, no caso de θ'' ser válida, somente um dos $(\varphi_i'' \wedge \pi_i'')$ será válido. Como θ'' é válida, então uma (e somente uma) destas subfórmulas será válida. Assim pode-se restringir a demonstração de validade de θ à demonstração de validade de uma subfórmula $(\varphi_i'' \wedge \pi_i'')$ de θ'' .

Assumindo que $(\varphi'' \wedge \pi'')$ é a subfórmula $(\varphi_i'' \wedge \pi_i'')$ válida de θ'' , então a sentença φ'' é uma sentença puramente lógica de SLP e sua validade poderia, caso se suponha que o sistema axiomático de SL é completo, ser provada nesta lógica. Pelo teorema 4.6.21, já foi demonstrado que qualquer fórmula puramente lógica que é válida em SLP também deve ser válida em SL , mesmo levando em conta as restrições que os modelos M para SLP impõem sobre as relações de crenças.

Já a sentença π'' é puramente numérica e probabilística, assim a demonstração da validade desta fórmula dependeria da teoria axiomática dos reais e também dos axiomas relacionados com a teoria das probabilidades.

Em outras palavras, a fórmula $(\varphi'' \wedge \pi'')$ satisfaz os requisitos da fórmula $(\varphi \wedge \pi)$ necessária para a demonstração da sentença θ : a validade de θ implica na validade de $(\varphi'' \wedge \pi'')$ e a disjunção onde $(\varphi'' \wedge \pi'')$ está inserida é equivalente a θ e portanto θ pode ser deduzida desta disjunção.

Logo, sem perda de generalidade pode-se assumir que existem fórmulas φ e π que satisfazem a condição estipulada na proposição 4.8.4.

■.

Proposição 4.8.5. *Seja π uma fórmula válida de SLP puramente probabilística e numérica que atende a restrição de não-modalidade dos termos probabilísticos e que não contém predicados ou termos lógicos, então existe uma fórmula π' puramente numérica (sem termos probabilísticos) tal que:*

(a) *De π' se pode deduzir π : $\pi' \vdash \pi$, e*

(b) *Da validade de π se pode inferir que π' também é válida: $\models \pi$ implica em $\models \pi'$.*

Prova:

A tática de prova utilizada aqui busca encontrar uma fórmula π^{RCF} de primeira ordem puramente numérica e que tem, portanto, sua validade decidível, que atenda a duas condições básicas:

(1) A fórmula π possa ser formalmente deduzida de π^{RCF} , ou seja, $\pi^{\text{RCF}} \vdash \pi$.

(2) A validade de π implique na validade de π^{RCF} , ou seja, $\models \pi$ implica em $\models \pi^{\text{RCF}}$.

A fórmula π^{RCF} será garantidamente uma fórmula de primeira ordem, porque todos os operadores modais que possam existir em π estão obrigatoriamente restritos as fórmulas usadas como termos probabilísticos de π , devido ao fato de que, afora estes termos probabilístico, π é puramente numérica.

Dessa forma, por (2) e por um resultado bem conhecido de Tarski (MONK, 1976, p. 362) que garante que o problema da validade das fórmulas de primeira ordem sobre o corpo dos reais é decidível, deve haver uma demonstração de validade π^{RCF} na teoria axiomática dos reais de Tarski (que correspondem aos axiomas AXRCF de *SLP*). Portanto, uma vez assegurado que π^{RCF} é provadamente válida, π também é provadamente válida porque, por (1), ela é dedutível de π^{RCF} .

Esta fórmula π^{RCF} será a fórmula π' do enunciado da proposição. Ela será construída através de uma generalização da técnica de Halpern e Fagin. O primeiro passo nesta técnica é construir uma fórmula π^* equivalente a π tal que todas as sentenças lógicas que aparecem como argumentos de termos probabilísticos sejam mutuamente exclusivas entre si e que, além disso, a disjunção de todas as sentenças usadas nos argumentos dos termos probabilísticos com mais uma sentença claramente definida de “fechamento” tenha probabilidade igual a 1.

Através deste artifício, as sentenças de π^* usadas como argumentos dos termos probabilísticos podem ser considerados como um verdadeiro espaço amostral para a fórmula π original: estas sentenças, que são mutuamente exclusivas entre si e que, em conjunto com a sentença “extra” de fechamento, cobrem todas as possibilidades de distribuição de probabilidades já que sua soma resulta 1, podem ser consideradas como eventos elementares de um espaço amostral exaustivo e apropriado para π .

Para definir esta sentença π^* equivalente a π , mas que contém apenas sentenças mutuamente exclusivas como argumentos dos termos probabilísticos serão utilizadas justamente as sentenças contidas dentro dos termos probabilísticos da fórmula π original. Esta é a maior diferença entre o método adotado aqui e o método empregado por Halpern e Fagin. As lógicas empregadas por estes autores permitiram usar como sentenças elementares da fórmula π^* ou símbolos proposicionais primitivos da linguagem (Fagin), ou, de forma equivalente, símbolos primitivos de predicados aplicados exclusivamente sobre constantes (Halpern). No caso de *SLP* isto não é possível porque se está permitindo fórmulas lógicas de primeira ordem (modais) como argumento dos termos probabilísticos.

É um fato da lógica de primeira ordem (e em lógicas modais derivadas) que não existe um algoritmo que possa decompor uma sentença qualquer, numa sentença equivalente formada exclusivamente por símbolos proposicionais ou por predicados totalmente quantificados⁴⁷. Assim não se pode assumir que existe um conjunto formado exclusivamente por sentenças simples que poderia ser usado como conjunto de eventos

⁴⁷ Para que isto fosse possível seria necessário que o problema de validade da implicação lógica entre duas fórmulas arbitrárias fosse completamente decidível. Porém este problema é apenas semi-decidível, tanto na lógica de primeira ordem quanto nas lógicas modais de primeira ordem.

elementares. Por outro lado, como todas as fórmulas dos termos probabilísticos de *SLP* devem ser sentenças fechadas, que podem, portanto, apenas assumir valores verdadeiro ou falso, pode-se considerar a utilização destas próprias fórmulas como base para a construção de um espaço amostral.

Certamente que isto traz outros problemas, inexistentes no caso dos métodos adotados por Halpern e Fagin. Na verdade, as questões sobre possíveis implicações lógicas entre sentenças contidas em termos probabilísticos, ou questões sobre a validade/inconsistência destas sentenças, que são tratadas por “decomposição” por Halpern e Fagin, tem que ser consideradas e resolvidas no método sendo proposto como argumento de prova desta proposição. Porém, como poderá ser visto mais adiante, existe uma solução prática, derivada do tamanho finito do conjunto de sentenças usadas como parâmetros dos termos probabilísticos da fórmula π^* , que resolve esta questão.

Uma vez que a fórmula π^* apropriada seja definida, então passa-se para a segunda parte da demonstração que mostra como uma fórmula π^{RCF} puramente numérica pode ser construída de forma finitária sobre π^* . Depois se demonstra que π^* satisfas as condições (1) e (2) apresentadas anteriormente.

Para facilitar o processo formal de construção e demonstração de validade de π^{RCF} , serão considerados três níveis distintos de complexidade que as fórmulas π podem assumir, através da utilização de duas restrições adicionais sobre as fórmulas da linguagem, além da restrição de não-modalidade de termos probabilísticos que já está incorporada em π . As restrições são as seguintes:

- (A) **Restrição de agente único para termos probabilísticos:** todos os termos probabilísticos pertencem apenas a um único agente, ou seja, para todo $BP(a_i, \varphi)$ e $BP(a_j, \psi)$ pertencentes a π tem-se que $a_i = a_j$.
- (B) **Restrição de não-aninhamento de termos probabilísticos:** todas as sentenças φ usadas como argumentos dos termos $BP(a, \varphi)$ de π não podem, elas próprias, conter outros termos probabilísticos, ou seja, todas estas sentenças φ são puramente lógicas (não é permitido o “encapsulamento” de termos probabilísticos dentro de termos probabilísticos).

A proposição 4.8.6 assegura que para toda fórmula $\pi(a)$ puramente probabilística e numérica de *SLP*, que atenda a restrição de único agente e também a restrição de não-aninhamento de termos probabilísticos, existe uma fórmula $\pi^{\text{RCF}}(a)$ que atende as condições (1) e (2) acima.

A proposição 4.8.7, generaliza este caso para as fórmulas $\pi(a_1, a_2, \dots, a_n)$ puramente numéricas/probabilísticas de *SLP* que atendem à restrição de não-aninhamento. Neste tipo de fórmula os termos probabilísticos podem ser aplicados ao conjunto finito de agentes $\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$.

A proposição 4.8.8 generaliza este resultado para os demais tipos de fórmulas puramente numéricas e probabilísticas de *SLP*. Esta proposição é apenas uma reedição do enunciado da proposição 4.8.5 usando a notação π^{RCF} para as fórmulas puramente numéricas. Logo a proposição 4.8.5 deriva diretamente da aplicação da proposição 4.8.8.

Ele é enunciado e demonstrado após os casos mais restritos de fórmulas numéricas e probabilísticas π , apenas para manter uma sequência lógica no texto.

■.

Proposição 4.8.6. *Seja $\pi(a)$ uma fórmula válida de SLP puramente probabilística e numérica que atende, além da restrição de não-modalidade dos termos probabilísticos, as restrições de único agente e de não-aninhamento de termos probabilísticos, então existe uma fórmula $\pi^{RCF}(a)$ puramente numérica (sem termos probabilísticos) tal que:*

(a) *De $\pi^{RCF}(a)$ se pode deduzir $\pi(a)$, ou seja, $\pi^{RCF}(a) \vdash \pi(a)$, e*

(b) *Da validade de $\pi(a)$ se pode inferir que $\pi^{RCF}(a)$ também é válida, portanto, $\models \pi(a)$ implica em $\models \pi^{RCF}(a)$.*

Prova:

A notação $\pi(a)$ denota o fato de que todos os termos probabilísticos da fórmula $\pi(a)$ pertencem ao agente a . Note que, apesar de não ser usada nenhuma notação especial para indicar que os termos probabilísticos de $\pi(a)$ contém apenas sentenças puramente lógicas, isto é, $\pi(a)$ também está atendendo a restrição de não-aninhamento de termos probabilísticos (esta pressuposição estará sendo assumida no restante da demonstração desta proposição e também na proposição 4.8.7).

A prova desta proposição procederá através de vários passos distintos, descritos a seguir. As fórmulas utilizadas nos passos serão referenciadas pelo número do passo e pelo número da fórmula dentro do passo.

Passo 1: Construção de $\pi^*(a)$

O primeiro passo é construir uma fórmula $\pi^*(a)$ com as mesmas características da fórmula π^* citadas na prova da proposição 4.8.5. Esta fórmula será construída através do conjunto das sentenças puramente lógicas usadas como argumento dos termos probabilísticos de $\pi(a)$. É importante lembrar que, pelo fato de $\pi(a)$ satisfazer as restrições de não-modalidade e não-aninhamento de termos probabilísticos, então somente fórmulas puramente lógicas podem ser usadas como argumentos destes termos.

Seja $\Sigma^a = \{\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n\}$ o conjunto de todas as sentenças φ usadas como argumento dos termos $BP(a, \varphi)$ de $\pi(a)$.

Usando um argumento similar ao empregado para provar a equivalência (8) da proposição 4.8.4 também é possível demonstrar que cada uma das φ_i de Σ^a pode ser colocada em equivalência a uma disjunção de n -sentenças de Σ^a , ou seja, para todo φ_i , existe um conjunto de n -sentenças $\{\overset{i}{\varphi}_1, \overset{i}{\varphi}_2, \dots, \overset{i}{\varphi}_{2^{n-1}}\}$ sobre Σ^a tal que:

$$(1.1) \quad \varphi_i \Leftrightarrow \overset{i}{\varphi}_1 \vee \overset{i}{\varphi}_2 \vee \dots \vee \overset{i}{\varphi}_{2^{n-1}}$$

Agora, pela regra de igualdade de probabilidades (REQP) da fórmula (1.1) se deduz que:

$$(1.2) \quad BP(a, \varphi_i) = BP(a, \overset{i}{\varphi}_1 \vee \overset{i}{\varphi}_2 \vee \dots \vee \overset{i}{\varphi}_{2^{n-1}})$$

As fórmulas $\overset{i}{\varphi}_1 \vee \overset{i}{\varphi}_2 \vee \dots \vee \overset{i}{\varphi}_{2^{n-1}}$ foram construídas sucessivamente pela aplicação da equivalência $\theta \Leftrightarrow (\theta \wedge \pi) \vee (\theta \wedge \neg \pi)$. Como cada uma destas aplicações satisfaz o teorema T1 de SLP, sendo assim não é difícil provar indutivamente pela aplicação sucessiva de T1 que:

$$(1.3) \quad BP(a, \overset{i}{\varphi}_1 \vee \overset{i}{\varphi}_2 \vee \dots \vee \overset{i}{\varphi}_{2^{n-1}}) = BP(a, \overset{i}{\varphi}_1) + BP(a, \overset{i}{\varphi}_2) + \dots + BP(a, \overset{i}{\varphi}_{2^{n-1}})$$

Logo, de (1.2) e (1.3) se deduz que:

$$(1.4) \quad \mathbf{BP}(a, \varphi_i) = \mathbf{BP}(a, \varphi_1) + \mathbf{BP}(a, \varphi_2) + \dots + \mathbf{BP}(a, \varphi_{2^{n-1}})$$

Com base em (1.4) pode ser definida a fórmula $\pi^*(a)$, pela substituição em $\pi(a)$ de todos os termos $\mathbf{BP}(a, \varphi_i)$ pela expressão equivalente no lado direito da igualdade (1.4). A fórmula $\pi^*(a)$ resultante é, portanto, provadamente equivalente à $\pi(a)$.

Agora, seja $2^{\Sigma^a} = \{ \varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_{2^n} \}$ o conjunto das n -sentenças geradas sobre Σ^a . Um fato importante relacionado ao conjunto de todas estas n -sentenças é que a disjunção de todas elas é provadamente válida pela lógica proposicional, ou seja:

$$(1.5) \quad \vdash \varphi_1 \vee \varphi_2 \vee \dots \vee \varphi_{2^n}$$

Logo, por (1.5) e pela regra da probabilidade total RTP, tem-se para qualquer agente a que:

$$(1.6) \quad \mathbf{BP}(a, \varphi_1 \vee \varphi_2 \vee \dots \vee \varphi_{2^n}) = 1$$

Novamente por (1.3), tem-se que a fórmula (1.6) pode ser reescrita como:

$$(1.7) \quad \mathbf{BP}(a, \varphi_1) + \mathbf{BP}(a, \varphi_2) + \dots + \mathbf{BP}(a, \varphi_{2^n}) = 1$$

O conjunto 2^{Σ^a} de todas as n -sentenças sobre Σ^a satisfaz todos os requisitos formais necessários para se constituir no conjunto de eventos elementares de um espaço amostral: todos os eventos (sentenças) são mutuamente exclusivos entre si e a probabilidade da união (disjunção lógica) de todos estes eventos é igual a um.

Assim pode-se assumir que este conjunto de sentenças represente um espaço amostral apropriado para $\pi^*(a)$, ou seja, pode-se assumir que 2^{Σ^a} represente o conjunto de eventos elementares de $\pi^*(a)$.

No texto a seguir, o espaço amostral para $\pi^*(a)$ cujos eventos elementares são constituídos de n -sentenças de 2^{Σ^a} será identificado pelo símbolo $\Omega(2^{\Sigma^a})$.

A fórmula $\pi^*(a)$ que é provadamente equivalente à $\pi(a)$ tem a vantagem de que todos os termos probabilísticos $\mathbf{BP}(a, \varphi)$ de $\pi(a)$ terem sido “desdobrados” na soma de probabilidades atribuídas aos eventos elementares pertencentes à 2^{Σ^a} . Além disso, pelo fato de $\pi^*(a)$ ser válida tem-se que qualquer modelo M de *SLP* satisfaz $\pi^*(a)$ e, portanto, qualquer função μ_a de atribuição de probabilidades também satisfaz $\pi^*(a)$. Qualquer que seja a função μ_a considerada, ela deve atribuir valores numéricos reais aos termos $\mathbf{BP}(a, \varphi_i)$ da sentença $\pi^*(a)$, que sejam probabilidades e que satisfaçam esta sentença (ver definição 4.5.8). Porém, as restrições e propriedades impostas sobre os termos $\mathbf{BP}(a, \varphi_i)$ (ver pressuposição 4.7.6 e proposições 4.7.7, 4.7.8 e 4.7.9) são derivadas dos axiomas de Kolmogorov para probabilidades, sendo as *mesmas impostas sobre qualquer distribuição de probabilidades que possa ser atribuída a qualquer tipo de espaço amostral*. Deste fato pode-se deduzir que qualquer valor numérico real r , que seja uma probabilidade válida num espaço amostral apropriado para $\pi^*(a)$, deverá necessariamente satisfazer $\pi^*(a)$ quando atribuído ao termo $\mathbf{BP}(a, \varphi_i)$ correspondente.

Talvez a pressuposição acima possa parecer um pouco forte demais, no sentido que, embora seja fácil perceber como qualquer função de atribuição μ_a implique certamente numa valor numérico real apropriado para representar uma probabilidade, não é tão óbvio assumir o oposto: que qualquer valor numérico que represente

probabilidades possa ser mapeado em alguma função de atribuição μ_a . Porém como poderá ser visto mais adiante, pode-se demonstrar por meios puramente formais em *SLP* que a fórmula $\pi^*(a)$ se deduz de uma fórmula puramente numérica, construída com a quantificação universal sobre variáveis numéricas que foram apropriadamente restringidas para representar apenas probabilidades. Sendo assim a pressuposição acima é inteiramente válida.

Deste raciocínio pode-se inferir que, se for possível definir condições puramente numéricas, não dependentes de termos probabilísticos, mas que garantam que um dado valor (ou variável) real r é uma probabilidade válida, então seria possível substituir os termos probabilísticos $BP(a, \varphi_i)$ de $\pi^*(a)$ por variáveis numéricas que satisfaçam estas condições. Para tanto é necessário considerar que tipo de condições aplicadas a um dado conjunto de variáveis numéricas, poderiam garantir que estas variáveis representam efetivamente as probabilidades que podem ser atribuídas a um dado conjunto de eventos.

Passo 2: Condições puramente numéricas para probabilidades

Usando os axiomas de Kolmogorov como base para se definir estas condições tem que: (a) garantir que os valores reais atribuídos a estas variáveis sejam positivos ou 0, (b) que estes valores somem 1 quando todos os eventos do espaço amostral são levados em consideração e (c) que o axioma da aditividade seja satisfeito para quaisquer eventos mutuamente exclusivos do espaço amostral.

Agora seja $R^a = \{r_1, r_2, \dots, r_{2^n}\}$ um conjunto de variáveis numéricas reais que não aparece em $\pi^*(a)$ e que intuitivamente estaria em correspondência aos termos probabilísticos aplicados aos elementos do conjunto 2^{Σ^a} das n -sentenças de Σ^a , ou seja, r_1 corresponderia a $BP(a, \varphi_1)$, r_2 corresponderia a $BP(a, \varphi_2)$ e assim por diante até r_{2^n} que corresponderia a $BP(a, \varphi_{2^n})$.

Substituindo todas as ocorrências dos termos $BP(a, \varphi_i)$ em $\pi^*(a)$ pela variável correspondente r_i , obtém-se a fórmula $\pi^R(a)$. Esta fórmula $\pi^R(a)$ não possui mais nenhum termo probabilístico, contendo apenas variáveis numéricas em lugar destes termos. Além disso somente as variáveis numéricas r_1, r_2, \dots, r_{2^n} representam probabilidades em $\pi^R(a)$, assim a aditividade destas variáveis fica automaticamente assegurada em $\pi^R(a)$.

As condições necessárias para que estas variáveis possam ser consideradas variáveis probabilísticas na fórmula $\pi^R(a)$, isto é, variáveis cujos valores sejam probabilidades, são as seguintes:

Condição **P1**: $(r_1 \geq 0 \wedge r_2 \geq 0 \wedge \dots \wedge r_{2^n} \geq 0)$

Condição **P2**: $(r_1 + r_2 + \dots + r_{2^n} = 1)$

Condição **P3**: A fórmula $\pi^R(a)$ não deve conter nenhuma outra variável numérica usada para representar probabilidades, além de r_1, r_2, \dots, r_{2^n} .

Levando em conta que as variáveis de R^a representam termos que, por sua vez, denotam probabilidades de eventos elementares de um espaço amostral, então é fácil ver que a condição P1 equivale a garantir probabilidades positivas ou zero para qualquer evento elementar deste espaço. Seguindo o mesmo raciocínio, a condição P2 garante

que a soma das probabilidades de todos os eventos elementares deste espaço deve ser 1. Ela também implica que existem exatamente 2^n eventos elementares neste espaço e que r_1, r_2, \dots, r_{2^n} são as probabilidades atribuídas para estes eventos.

A condição P3 garante que as variáveis r_i possam ser operadas de forma independente na fórmula $\pi^R(a)$, ou seja, não existem relações ocultas ou implícitas (lógicas) entre estas variáveis, todas estas relações foram explicitadas na passagem de $\pi(a)$ para $\pi^*(a)$. Esta é a condição elementar equivalente ao axioma da aditividade de probabilidades para eventos mutuamente exclusivos, que não deve ser imposta sobre as variáveis de R^a , mas sobre a estrutura das fórmulas onde estas variáveis são empregadas.

As condições P1, P2 e P3 são necessárias para caracterizar as variáveis de R^a como probabilísticas na fórmula $\pi^R(a)$. No caso da demonstração de completude das lógicas de Halpern e de Fagin⁴⁸ elas também são suficientes, bastando considerar o fecho universal destas variáveis sobre uma dada fórmula que as utilize como condição para $\pi^R(a)$ e que $\pi^R(a)$ atenda a condição P3:

$$(2.1) \quad (\forall r_1) (\forall r_2) \dots (\forall r_{2^n}) \\ ((r_1 \geq 0 \wedge r_2 \geq 0 \wedge \dots \wedge r_{2^n} \geq 0) \wedge (r_1 + r_2 + \dots + r_{2^n} = 1) \rightarrow \pi^R(a))$$

Passo 3: Problemas com eventos impossíveis

Nas demonstrações de Halpern e Fagin a fórmula (2.1) definida no passo 2 é a esperada fórmula π^{RCF} em que se pode provar que $\pi^{\text{RCF}} \vdash \pi$ e também que $\models \pi$ implica em $\models \pi^{\text{RCF}}$ (ver demonstração da proposição 4.8.5). Porém no caso de *SLP* estas três condições, apesar de necessárias, não são suficientes. Conforme comentado na demonstração da proposição 4.8.5, o fato é que em *SLP* não é possível decompor todas as sentenças contidas nos termos probabilísticos de π num conjunto finito de símbolos proposicionais individuais, como no caso de Fagin, ou num conjunto finito de predicados completamente instanciados por constantes (*ground atoms*), como no caso de Halpern. Em ambos casos, por conta desta decomposição em símbolos ou predicados atômicos totalmente instanciados, a verificação de todas as possíveis implicações lógicas existentes entre estes elementos se torna possível (decidível) e portanto, pode-se eliminar do conjunto Σ^a todos os elementos redundantes.

Em *SLP* isto não é possível porque as sentenças dos termos probabilísticos são sentenças de uma lógica de primeira ordem, estendida com modalidades, e neste caso tanto a decomposição em sentenças simples quanto a verificação da implicação lógica em sentenças não é decidível.

Por outro lado ao assumir que os elementos de Σ^a sejam as próprias sentenças contidas nos termos probabilísticos de π , ainda assim é possível construir um espaço amostral perfeitamente válido, onde as n -sentenças sobre Σ^a exaurem todas as possibilidades de eventos elementares. O problema é que em *SLP*, por não se poder

⁴⁸ No sistema axiomático AX-FO_{MEAS} (FAGIN et al., 1990) é utilizado um argumento inverso para mostrar a completude de seu sistema axiomático, assumindo a existência de uma fórmula f não satisfatível em sua lógica. Depois a não-satisfatibilidade de f é reduzida à demonstração de não satisfatibilidade, no corpo dos reais, de uma fórmula similar à negação da fórmula (1) (essencialmente uma fórmula puramente numérica com fecho existencial). Disto se deduz que a própria fórmula (1) deve ser válida no corpo dos reais e que $\neg f$ também é provadamente válida.

verificar implicações ou equivalências lógicas entre os elementos de Σ^a , poderão existir neste espaço eventos elementares impossíveis, cuja probabilidade tem que ser 0. Também é possível que uma das n -sentenças geradas sobre Σ^a seja uma sentença válida de *SLP*, implicando a probabilidade desta n -sentença seja igual a 1. Em ambos casos o problema surge efetivamente pela possibilidade da aplicação da regra da probabilidade total RTP para definir a probabilidade de sentenças válidas (ou não-satisfáveis).

Por exemplo, a seguinte fórmula é válida em *SLP*:

$$(3.1) \quad \mathbf{BP}(a, \varphi \wedge \psi) \leq \mathbf{BP}(a, \varphi)$$

Agora $\Sigma^a = \{\varphi \wedge \psi, \varphi\}$ e $2^{\Sigma^a} = \{(\varphi \wedge \psi) \wedge \varphi, (\varphi \wedge \psi) \wedge \neg \varphi, \neg(\varphi \wedge \psi) \wedge \varphi, \neg(\varphi \wedge \psi) \wedge \neg \varphi\}$. A fórmula (3.1) não sofre transformação na passagem de θ para $\varphi \wedge \pi$ definida pela proposição 8.3.4 porque o componente φ não existe e pode ser desconsiderado. Entretanto, a fórmula equivalente a $\pi^*(a)$ fica:

$$(3.2) \quad \mathbf{BP}(a, (\varphi \wedge \psi) \wedge \varphi) + \mathbf{BP}(a, (\varphi \wedge \psi) \wedge \neg \varphi) \leq \mathbf{BP}(a, (\varphi \wedge \psi) \wedge \varphi) + \mathbf{BP}(a, \neg(\varphi \wedge \psi) \wedge \varphi)$$

Assumindo $R^a = \{r_1, r_2, r_3, r_4\}$ a instanciação da fórmula (3.2) no esquema definido pela fórmula (2.1) do passo 2 resulta em:

$$(3.3) \quad (\forall r_1) (\forall r_2) (\forall r_3) (\forall r_4) \\ ((r_1 \geq 0 \wedge r_2 \geq 0 \wedge r_3 \geq 0 \wedge r_4 \geq 0) \wedge (r_1 + r_2 + r_3 + r_4 = 1) \rightarrow r_1 + r_2 \leq r_1 + r_3)$$

Esta fórmula, entretanto, não é válida nos reais. O problema é que um dos elementos de Σ^a ($\varphi \wedge \psi$) implica logicamente em outro elemento (φ), portanto uma das n -sentenças de 2^{Σ^a} ($(\varphi \wedge \psi) \wedge \neg \varphi$) é uma fórmula não-satisfável de *SLP* o que implica em sua probabilidade ser 0.

Levando em consideração as deduções lógicas que podem ser feitas sobre os elementos de 2^{Σ^a} , então a fórmula (3.3) deveria ser alterada para:

$$(3.3') \quad (\forall r_1) (\forall r_2) (\forall r_3) (\forall r_4) \\ ((r_2 = 0) \wedge (r_1 \geq 0 \wedge r_2 \geq 0 \wedge r_3 \geq 0 \wedge r_4 \geq 0) \wedge (r_1 + r_2 + r_3 + r_4 = 1) \rightarrow \\ r_1 + r_2 \leq r_1 + r_3)$$

É fácil ver que, com a adição da condição extras ($r_2 = 0$) em (3.3'), esta fórmula passou a ser válidas no corpo dos reais. Claro que isto somente foi necessário porque é possível provar que algum dos eventos elementares do espaço amostral é impossível. Caso isto não seja ocorra então a fórmula teria que ser provada válida apenas com inferências sobre os reais.

Passo 4: Condição adicional para eventos impossíveis

Dos exemplos vistos anteriormente deve ter ficado claro que a principal questão envolvida na demonstração de validade destas fórmulas, puramente por meios numéricos, seria como identificar quais sentenças de 2^{Σ^a} são válidas (ou tem sua negação válida). Caso estas sentenças sejam identificadas então os eventos elementares impossíveis ou certos do espaço amostral $\Omega(2^{\Sigma^a})$ também são identificados e as condições usadas sobre as variáveis de r_1, r_2, \dots, r_n podem ser apropriadamente alteradas, para garantir que estas variáveis representem corretamente as probabilidades possíveis deste espaço amostral.

Assim a questão se traduz em identificar que subconjuntos de 2^{Σ^a} são formados exclusivamente por n -sentenças válidas ou exclusivamente por n -sentenças insatisfáveis (cuja negação é válida), ou seja, identificar que membros de $\wp(2^{\Sigma^a})$, o conjunto potência de 2^{Σ^a} , são formados apenas por sentenças válidas, ou apenas por sentenças cuja negação é válida.

É claro que a identificação se uma dada sentença é válida ou insatisfável é um problema semidecidível da lógica formal de primeira ordem (com ou sem modalidades), ou seja, se uma dada fórmula for realmente válida (ou sua negação for válida) então isto pode ser provado, mas o caso oposto não é decidível.

Por outro lado, é parte da hipótese do argumento sendo desenvolvido aqui, que a sentença $\pi^*(a)$ é uma sentença válida. Assim se for definida uma fórmula onde *todas* as possibilidades de que algum subconjunto de 2^{Σ^a} , incluindo o conjunto vazio \emptyset , sejam testadas então, *necessariamente*, alguma destas possibilidades tem que ser válida. Como o conjunto 2^{Σ^a} é finito, assim também é o conjunto de seus subconjuntos $\wp(2^{\Sigma^a})$. Dessa forma a fórmula considerada acima, apesar de complexa, é possível de ser construída.

Na verdade, nem todos elementos de $\wp(2^{\Sigma^a})$ precisam ter sua validade ou a validade da sua negação testadas. Pelo fato de todas as n -sentenças de 2^{Σ^a} serem mutuamente exclusivas somente uma delas poderá ser válida, assim somente uma delas precisaria ter sua validade testada por vez. Mas isto também não é necessário porque, então, a condição dual provadamente equivalente é que todas as demais n -sentenças sejam insatisfáveis, isto é, ao provar que uma das n -sentenças de 2^{Σ^a} é válida, prova-se pela mútua exclusividade que as demais são não-satisfáveis, por outro lado, ao provar que as demais $2^n - 1$ n -sentenças são não-satisfáveis, então pela fato que a disjunção de todas as n -sentenças ser válida, então a n -sentença restante deve ser válida. Da mesma forma, na verificação de quais sentenças não são satisfáveis, não é necessário verificar o caso onde todas as $2^n - 1$ n -sentenças de 2^{Σ^a} são insatisfáveis porque sua disjunção deve obrigatoriamente ser válida.

Supondo novamente que $2^{\Sigma^a} = \{ \phi_1, \phi_2, \dots, \phi_{2^n} \}$ seja o conjunto das n -sentenças geradas sobre Σ^a , então a fórmula apresentada a seguir mostra um esquema de como uma fórmula puramente lógica e numérica (sem termos probabilísticos) pode ser construída para levar em conta todas as condições que garantem que as variáveis de R^a sejam probabilísticas:

$$(4.1) \quad \pi^{\text{RCF}}(a) \equiv^{\text{def}} \rho^{\text{R}}(a)_0 \vee (\psi_1 \wedge \rho^{\text{R}}(a)_1) \vee (\psi_2 \wedge \rho^{\text{R}}(a)_2) \vee \dots \vee (\psi_{2^n-1} \wedge \rho^{\text{R}}(a)_{2^n-1})$$

É a fórmula (4.1) definida acima que será considerada como fórmula π^{RCF} para o caso de fórmulas π com apenas um agente $\pi(a)$, fato indicado por $\pi^{\text{RCF}}(a)$. A fórmula $\rho^{\text{R}}(a)_0$ é definida exatamente igual a fórmula (2.1) do passo 2:

$$\rho^{\text{R}}(a)_0 \equiv^{\text{def}} (\forall r_1) (\forall r_2) \dots (\forall r_{2^n}) ((r_1 \geq 0 \wedge r_2 \geq 0 \wedge \dots \wedge r_{2^n} \geq 0) \wedge (r_1 + r_2 + \dots + r_{2^n} = 1) \rightarrow \pi^{\text{R}}(a))$$

Cada uma das fórmulas ψ_i usadas em (4.1) é a conjunção de um subconjunto de n -sentenças negadas de 2^{Σ^a} , isto é:

$$\psi_i \equiv^{\text{def}} (\neg^i \phi_1 \wedge \neg^i \phi_2 \wedge \dots \wedge \neg^i \phi_k)$$

para algum $0 \leq k < 2^n$ tal que $\{\phi_1, \phi_2, \dots, \phi^k\} \in \wp(2^{\Sigma^a})$.

As fórmulas $\rho^R(a)_i$, com $1 \leq i \leq 2^{2^n} - 1$, também são construídas por modificações sobre a fórmula (2.1) do passo 2, levando em conta o conjunto de variáveis $R^a_i = \{r_{i1}, r_{i2}, \dots, r_{ik}\} \subseteq R^a$, que é usado para representar as probabilidades das n -sentenças $\{\phi_1, \phi_2, \dots, \phi^k\}$. Deve-se garantir que todas as variáveis de R^a_i sejam iguais a 0, por conta da validade da fórmula ψ_i :

$$(4.2) \quad \rho^R(a)_i \equiv^{\text{def}} (\forall r_1) (\forall r_2) \dots (\forall r_{2^n}) \\ (r_{i1} = \mathbf{0} \wedge r_{i2} = \mathbf{0} \wedge \dots \wedge r_{ik} = \mathbf{0}) \wedge \\ (r_1 \geq \mathbf{0} \wedge r_2 \geq \mathbf{0} \wedge \dots \wedge r_{2^n} \geq \mathbf{0}) \wedge (r_1 + r_2 + \dots + r_{2^n} = \mathbf{1}) \\ \rightarrow \pi^R(a)$$

Agora pode-se verificar se as propriedades (a) e (b) desta proposição 4.8.6 são atendidas por $\pi^{\text{RCF}}(a)$. Enunciando estas propriedades, já considerando que a fórmula $\pi(a)$ do enunciado da proposição e a fórmula e $\pi^*(a)$ definida no passo 1 são equivalentes, tem-se:

$$(4.3) \quad \text{Deve ser possível deduzir } \pi(a) \text{ de } \pi^{\text{RCF}}(a): \pi^{\text{RCF}}(a) \vdash \pi^*(a).$$

$$(4.4) \quad \text{A validade de } \pi^*(a) \text{ implica na validade de } \pi^{\text{RCF}}(a): \models \pi^*(a) \text{ implica } \models \pi^{\text{RCF}}(a)$$

A propriedade (4.3) já vem sendo discutida no contexto da construção de $\pi^{\text{RCF}}(a)$ e as condições P1, P2 e P3 incluídas na fórmula (2.1) do passo 2 (e portanto em $\rho^R(a)_0$) já foram mostradas necessárias para garantir que os valores das variáveis de R^a sejam probabilidades válidas. Porém a fórmula $\pi^{\text{RCF}}(a)$ adiciona condições adicionais, que poderiam ser agrupadas sob a denominação geral de condição P4:

Condição P4:

As fórmulas ψ_i em (4.1) e as subfórmulas $(r_{i1} = \mathbf{0} \wedge r_{i2} = \mathbf{0} \wedge \dots \wedge r_{ik} = \mathbf{0})$ de $\rho^R(a)_i$ em (4.2) definem condições adicionais, que devem ser respeitadas para que os valores que podem ser atribuídos às variáveis r_1, r_2, \dots, r_{2^n} em (4.1) sejam probabilidades válidas.

No próximo passo é demonstrado que estas condições P1 até P4 são suficientes e necessárias para garantir que estas variáveis r_1, r_2, \dots, r_{2^n} de (4.1) representem probabilidades e que, portanto, também são suficientes e necessárias para garantir as condições (4.3) e (4.4).

Passo 5: Suficiência e necessidade das condições P1 - P4

O argumento de suficiência é relativamente simples e utiliza apenas fatos elementares da Teoria das Probabilidades. Conforme já foi visto anteriormente, pode-se assumir, sem perda de generalidade, que as variáveis de R^a representam as probabilidades medidas sobre o espaço amostral $\Omega(2^{\Sigma^a})$, onde os eventos elementares seriam as n -sentenças de 2^{Σ^a} . Sendo assim todas as possíveis atribuições de probabilidades para estas n -sentenças por termos probabilísticos estariam previstas por P1, P2 e P3 definidas no passo 2, exceto as situações onde algum destas n -sentenças se mostra válida (correspondendo a um evento elementar certo) ou se mostre insatisfável (correspondendo a um evento elementar impossível).

Por outro lado a condição P4, tal como definida no passo 4, testa exaustivamente *todas* as possíveis combinações em que os eventos elementares (n -sentenças) de $\Omega(2^{\Sigma^a})$ poderiam ser considerados certos ou impossíveis. Simplesmente não há uma combinação que deixa de ser verificada pelas fórmulas ψ_i e $\rho^R(a)_i$ em (4.1) e (4.2), incluindo a possibilidade de nenhum evento elementar ser certo ou impossível, que se reduz, então à condição $\rho^R(a)_0$ definida em (4.1).

Dessa forma a demonstração de validade de $\pi^{\text{RCF}}(a)$ recai sobre um argumento indutivo sobre o conjunto de eventos elementares impossíveis do espaço amostral $\Omega(2^{\Sigma^a})$, já que os eventos certos podem ser reduzidos ao caso dos eventos impossíveis. No caso base este conjunto é vazio, ou seja, nenhum evento elementar é impossível. Sendo assim a validade da fórmula $\pi^*(a)$, equivalente à $\pi(a)$, não pode depender disto e neste caso as condições P1, P2 e P3 definidas no passo 2, são suficientes para garantir a validade de $\pi^R(a)$, logo a fórmula $\rho^R(a)_0$ terá que ser válida.

Assumindo que existe um conjunto de eventos impossíveis no espaço amostral $\Omega(2^{\Sigma^a})$, e que a validade da fórmula $\pi^*(a)$ dependa deste fato. Mas neste caso, existe um conjunto de n -sentenças de 2^{Σ^a} , correspondentes aos eventos impossíveis, onde a negação de cada uma delas é necessariamente válida. Logo existe uma sentença ψ_i de $\pi^{\text{RCF}}(a)$, correspondente ao conjunto de n -sentenças cuja negação é válida, que também será válida. Neste caso, na fórmula $\rho^R(a)_i$ correspondente a sentença ψ_i , a condição sobre $\pi^R(a)$ irá garantir que todos os eventos impossíveis em questão tem a probabilidade 0. Como na Teoria das Probabilidades a condição que define que um evento é impossível é justamente o fato de que sua probabilidade é 0 e como este fato estará assegurado para $\pi^R(a)$ em $\rho^R(a)_i$ então a validade de $\pi^R(a)$, que, como $\pi^*(a)$, também depende do fato destes eventos serem impossíveis, também estará assegurada.

Logo, se $\pi^*(a)$ for válida, então $\rho^R(a)_0$ ou alguma das subfórmulas $(\psi_i \wedge \rho^R(a)_i)$ de $\pi^{\text{RCF}}(a)$ também deverá ser válida e, portanto, a própria fórmula $\pi^{\text{RCF}}(a)$ será válida, isto é, se $\models \pi^*(a)$ então $\models \pi^{\text{RCF}}(a)$, satisfazendo a condição (4.4) do passo 4.

Para provar a condição (4.3) de que $\pi^{\text{RCF}}(a) \vdash \pi^*(a)$, basta considerar a subfórmula de $\pi^{\text{RCF}}(a)$ que é válida. Existem duas possibilidades:

- (i) Esta fórmula é a subfórmula $\rho^R(a)_0$;
- (ii) Esta fórmula é alguma das subfórmulas $(\psi_i \wedge \rho^R(a)_i)$.

No caso (i) é necessário provar que $\rho^R(a)_0 \vdash \pi^*(a)$. Primeiro é necessário deduzir a fórmula abaixo, pela especialização universal de $\rho^R(a)_0$

$$(5.1) \quad ((\mathbf{BP}(a, \varphi_1) + \mathbf{BP}(a, \varphi_2) + \dots + \mathbf{BP}(a, \varphi_{2^n}) = \mathbf{1}) \wedge (\mathbf{BP}(a, \varphi_1) \geq \mathbf{0} \wedge \mathbf{BP}(a, \varphi_2) \geq \mathbf{0} \wedge \dots \wedge \mathbf{BP}(a, \varphi_{2^n}) \geq \mathbf{0}) \rightarrow \pi^*(a))$$

Agora, pelo fato de que $\mathbf{BP}(a, \varphi_1) \geq \mathbf{0}$ pode ser deduzido para qualquer fórmula pelo axioma AP1 de não-negatividade de probabilidades a fórmula (5.1) se reduz, por *modus ponens* e pela equivalência $(\varphi \wedge \psi \rightarrow \theta \Leftrightarrow \varphi \rightarrow \psi \rightarrow \theta)$ da lógica proposicional, a:

$$(5.2) \quad ((\mathbf{BP}(a, \varphi_1) + \mathbf{BP}(a, \varphi_2) + \dots + \mathbf{BP}(a, \varphi_{2^n}) = \mathbf{1}) \rightarrow \pi^*(a))$$

Mas a condição da fórmula (5.2) já foi provada na equação (1.7) do passo 1 desta demonstração, porque as disjunção de todas as sentenças do conjunto de n -

sentenças 2^{Σ^a} é uma fórmula válida. Logo, por (5.2), pela equação (1.7) do passo 1 e por *modus ponens* se obtém $\pi^*(a)$ provando que no caso (i) a seguinte dedução é válida:

$$\rho^R(a)_0 \vdash \pi^*(a).$$

No caso (ii) é preciso mostrar que $(\psi_i \wedge \rho^R(a)_i) \vdash \pi^*(a)$, para qualquer $1 \leq i \leq 2^{2^n}$. Neste caso é necessário primeiro considerar a instanciação das n -sentenças de n -sentenças 2^{Σ^a} cuja negação foi provada válida em ψ_i . Sem perda de generalidade, vamos usar os mesmos símbolos definidos em ψ_i e assumir como válida a fórmula abaixo:

$$(5.3) \quad \neg^i \varphi_1 \wedge \neg^i \varphi_2 \wedge \dots \wedge \neg^i \varphi_k$$

Pela especialização universal de $\rho^R(a)_i$ é possível se deduzir a fórmula a seguir:

$$(5.4) \quad (\mathbf{BP}(a, \varphi_1) = \mathbf{0} \wedge \mathbf{BP}(a, \varphi_2) = \mathbf{0} \wedge \dots \wedge \mathbf{BP}(a, \varphi_k) = \mathbf{0}) \wedge \\ ((\mathbf{BP}(a, \varphi_1) + \mathbf{BP}(a, \varphi_2) + \dots + \mathbf{BP}(a, \varphi_k) = \mathbf{1}) \wedge \\ (\mathbf{BP}(a, \varphi_1) \geq \mathbf{0} \wedge \mathbf{BP}(a, \varphi_2) \geq \mathbf{0} \wedge \dots \wedge \mathbf{BP}(a, \varphi_k) \geq \mathbf{0})) \rightarrow \pi^*(a)$$

Da mesma forma que no caso anterior para $\rho^R(a)_0$ a fórmula (5.4) acima se reduz a:

$$(5.5) \quad (\mathbf{BP}(a, \varphi_1) = \mathbf{0} \wedge \mathbf{BP}(a, \varphi_2) = \mathbf{0} \wedge \dots \wedge \mathbf{BP}(a, \varphi_k) = \mathbf{0}) \rightarrow \pi^*(a)$$

Pelo fato de (5.3) ser, por hipótese, uma instância de uma fórmula válida, pode-se afirmar que cada um dos $\neg^i \varphi_1, \neg^i \varphi_2, \dots, \neg^i \varphi_k$ também é uma sentença válida, logo $\mathbf{BP}(a, \neg^i \varphi_i) = \mathbf{1}$ e portanto $\mathbf{BP}(a, \varphi_i) = \mathbf{0}$ por T3 e AXRCF. Por *modus ponens* (5.5) se reduz a $\pi^*(a)$ e logo:

$$(\psi_i \wedge \rho^R(a)_i) \vdash \pi^*(a).$$

Portanto a condição (4.3) também é satisfeita por $\pi^{\text{RCF}}(a)$.

Logo, pela equivalência de $\pi^{\text{RCF}}(a)$ e $\pi(a)$ também são satisfeitas as condições (a) e (b) do enunciado da proposição 4.8.6.

■.

Proposição 4.8.7. *Seja $\pi(a_1, a_2, \dots, a_m)$ uma fórmula válida de SLP puramente probabilística e numérica que atende, além da restrição de não-modalidade dos termos probabilísticos, a restrição de não-aninhamento de termos probabilísticos, então existe uma fórmula $\pi^{\text{RCF}}(a_1, a_2, \dots, a_m)$ puramente numérica (sem termos probabilísticos) tal que:*

- (a) *De $\pi^{\text{RCF}}(a_1, a_2, \dots, a_m)$ se pode deduzir $\pi(a_1, a_2, \dots, a_m)$, ou seja, $\pi^{\text{RCF}}(a_1, a_2, \dots, a_m) \vdash \pi(a_1, a_2, \dots, a_m)$, e*
- (b) *Da validade de $\pi(a_1, a_2, \dots, a_m)$ se pode inferir que $\pi^{\text{RCF}}(a_1, a_2, \dots, a_m)$ também é válida, portanto, $\models \pi(a_1, a_2, \dots, a_m)$ implica em $\models \pi^{\text{RCF}}(a_1, a_2, \dots, a_m)$.*

Prova:

Para generalizar a demonstração da proposição 4.6.5 para o caso de múltiplos agentes, o primeiro passo é levar em conta o fato que em SLP o conjunto de agentes sempre é finito e limitado a um número máximo previamente conhecido de agentes. Seja m este número máximo de agentes, então toda e qualquer quantificação sobre

agentes pode ser reduzida a uma fórmula sem quantificação isto é a seguinte equivalência é válida:

$$(\forall a)(\theta(a)) \Leftrightarrow \theta(a_1) \wedge \theta(a_2) \wedge \dots \wedge \theta(a_m)$$

onde a é uma variável sobre agentes, $\theta(a)$ uma fórmula de *SLP* dependente desta variável e a_1, a_2, \dots, a_m são constantes que identificam todos os agentes possíveis. Da mesma forma, cada quantificação existencial sobre agentes pode ser substituída por uma disjunção apropriada:

$$(\exists a)(\theta(a)) \Leftrightarrow \theta(a_1) \vee \theta(a_2) \vee \dots \vee \theta(a_m)$$

Dessa forma pode-se assumir que a fórmula $\pi(a_1, a_2, \dots, a_m)$ tem uma fórmula equivalente que não possui nenhum tipo de quantificação sobre agentes, implicando que todos os termos probabilísticos estão na forma $\mathbf{BP}(a_i, \varphi)$ onde os a_i são constantes da linguagem que representam identificadores de agentes. Esta fórmula equivalente a $\pi(a_1, a_2, \dots, a_m)$, sem quantificação sobre agente será designada por $\pi'(a_1, a_2, \dots, a_m)$.

Assim o problema de encontrar a fórmula $\pi^{\text{RCF}}(a_1, a_2, \dots, a_m)$ equivalente a $\pi(a_1, a_2, \dots, a_m)$, se reduz a encontrar a fórmula $\pi^{\text{RCF}}(a_1, a_2, \dots, a_m)$ equivalente a $\pi'(a_1, a_2, \dots, a_m)$.

Da mesma forma que no caso da passagem de $\pi(a)$ para $\pi^*(a)$ para um agente, também é possível se passar de $\pi'(a_1, a_2, \dots, a_m)$ para $\pi^*(a_1, a_2, \dots, a_m)$ com múltiplos agentes. O único cuidado que se deve levar em conta no caso de múltiplos agentes é que, pelo fato da função de atribuição de probabilidades μ_{a_i} e da a relação de crenças \mathcal{B}_{a_i} serem independente para cada agente a_1, \dots, a_m então os espaços amostrais hipotéticos construídos para $\pi^*(a_1, a_2, \dots, a_m)$ também tem que ser independentes para cada um destes agentes o que implica em conjuntos distintos de variáveis probabilísticas para cada agente.

Sem entrar nos detalhes formais de como $\pi^*(a_1, a_2, \dots, a_m)$ é construída, o cuidado declarado acima levaria a elaboração de uma fórmula puramente numérica, similar a fórmula (2.1) definida no passo 2, que possa garantir as condições P1, P2 e P3 para o caso de múltiplos agentes. Esta fórmula teria a seguinte estrutura:

$$(1) \quad \rho^{\text{R}}(a_1, a_2, \dots, a_m)_0 \stackrel{\text{def}}{=} (\forall r_1) (\forall r_2) \dots (\forall r_{a_m}) \\ ((r_1 \geq 0 \wedge r_2 \geq 0 \wedge \dots \wedge r_{a_m} \geq 0) \wedge \\ (r_1 + \dots + r_{a_1} = 1) \wedge (r_{a_1+1} + \dots + r_{a_2} = 1) \wedge \dots \wedge (r_{a_{(m-1)+1}} + \dots + r_{a_m} = 1) \\ \rightarrow \pi^{\text{R}}(a_1, a_2, \dots, a_m))$$

Com os índices a_1, a_2, \dots, a_m definidos como $a_1 = 2^{n_1}, a_2 = a_1 + 2^{n_2}, \dots, a_j = a_{(j-1)} + 2^{n_j}, \dots, a_m = a_{(m-1)} + 2^{n_m}$ e assumindo que o conjunto Σ^{a_j} das sentenças usadas como argumentos dos termos probabilísticos do agente a_j tenha n_j sentenças.

Dessa forma o conjunto $2^{\Sigma^{a_j}}$, que contém todas as n -sentenças geradas sobre Σ^{a_j} , terá 2^{n_j} elementos. Sendo assim devem existir 2^{n_j} distintas variáveis numéricas para representar os termos probabilísticos de cada agente em $\pi^*(a_1, a_2, \dots, a_m)$. Seguindo a regra para os índices a_j vista acima, as variáveis r_1, \dots, r_{a_1} corresponderiam aos termos probabilísticos do agente a_1 na fórmula $\pi^*(a_1, a_2, \dots, a_m)$, as variáveis $r_{a_1+1}, \dots, r_{a_2}$ corresponderiam aos termos do agente a_2 em $\pi^*(a_1, a_2, \dots, a_m)$ e assim por diante até o último agente a_m .

As fórmulas $\rho^R(a_1, a_2, \dots, a_m)_i$ que lidam com os casos onde as variáveis probabilísticas podem ser 0, poderiam ser genericamente definida da seguinte forma:

$$(2) \quad \rho^R(a_1, a_2, \dots, a_m)_i \equiv^{\text{def}} (\forall r_1) (\forall r_2) \dots (\forall r_{am}) \\ (r_{i1} = \mathbf{0} \wedge r_{i2} = \mathbf{0} \wedge \dots \wedge r_{iq} = \mathbf{0}) \wedge \\ (r_1 \geq \mathbf{0} \wedge r_2 \geq \mathbf{0} \wedge \dots \wedge r_{am} \geq \mathbf{0}) \wedge \\ (r_1 + \dots + r_{a1} = \mathbf{1}) \wedge (r_{a1+1} + \dots + r_{a2} = \mathbf{1}) \wedge \dots \wedge (r_{a(m-1)+1} + \dots + r_{am} = \mathbf{1}) \\ \rightarrow \pi^R(a_1, a_2, \dots, a_m)$$

O índice i usado na fórmula acima denota um valor numérico arbitrário, maior que 0, usado para identificar de forma única o conjunto de variáveis numéricas que tem que valer 0. Os índices $i1, i2, \dots, iq$, correlacionados ao índice i , indicam especificamente quais são estas variáveis. Cada uma destas variáveis corresponderá a alguma n -sentença de algum dos conjuntos $\mathcal{2}^{\Sigma^{a_i}}$, cuja não-satisfatibilidade estará sendo testada numa fórmula puramente lógica ψ_i correspondente a $\rho^R(a_1, a_2, \dots, a_m)_i$.

Como para toda n -sentença de qualquer $\mathcal{2}^{\Sigma^{a_j}}$ corresponde uma variável numérica distinta e vice-versa, estes índices também podem ser usados como índices das fórmulas cuja não satisfatibilidade está sendo testada em ψ_i , logo ψ_i pode ser definida como:

$$(3) \quad \psi_i \equiv^{\text{def}} (\neg \psi_{i1} \wedge \neg \psi_{i2} \wedge \dots \wedge \neg \psi_{iq})$$

para algum conjunto de fórmulas $\{\psi_{i1}, \psi_{i2}, \dots, \psi_{iq}\}$ onde cada ψ_{ik} pertence a algum dos $\mathcal{2}^{\Sigma^{a_j}}$.

Usando as fórmulas definidas em (1), (2) e (3) então $\pi^{\text{RCF}}(a_1, a_2, \dots, a_m)$ pode ser definida como:

$$(4) \quad \pi^{\text{RCF}}(a_1, a_2, \dots, a_m) \equiv^{\text{def}} \\ \rho^R(a_1, a_2, \dots, a_m)_0 \vee \\ (\psi_1 \wedge \rho^R(a_1, a_2, \dots, a_m)_1) \vee (\psi_2 \wedge \rho^R(a_1, a_2, \dots, a_m)_2) \vee \dots \vee \\ (\psi_{p-m} \wedge \rho^R(a_1, a_2, \dots, a_m)_{p-m})$$

onde $p = 2^{(n_1 + n_2 + \dots + n_m)}$.

O índice p indica o número total de combinações possíveis de n -sentenças distintas que se pode formar com os conjuntos de n -sentenças derivadas de $\pi^*(a_1, a_2, \dots, a_m)$. Este número de combinações p é bem maior que no caso de um agente, porque agora cada par ψ_i e $\rho^R(a_1, a_2, \dots, a_m)_i$ tem que testar todas as combinações possíveis que qualquer evento elementar (n -sentença pertencente a $\mathcal{2}^{\Sigma^{a_j}}$) para qualquer agente a_j tem de ser impossível. Formalmente uma combinação destas deve pertencer ao produto cartesiano $\wp(\mathcal{2}^{\Sigma^{a_1}}) \times \wp(\mathcal{2}^{\Sigma^{a_2}}) \times \dots \times \wp(\mathcal{2}^{\Sigma^{a_m}})$. Aplicando análise combinatorial sobre este produto cartesiano é fácil ver que o número total de combinações p deve ser igual a:

$$p = \# \wp(\mathcal{2}^{\Sigma^{a_1}}) \times \# \wp(\mathcal{2}^{\Sigma^{a_2}}) \times \dots \times \# \wp(\mathcal{2}^{\Sigma^{a_m}}) = 2^{(n_1 + n_2 + \dots + n_m)}$$

onde $\# \wp(\mathcal{2}^{\Sigma^{a_i}})$ denota a cardinalidade (tamanho) do conjunto finito $\wp(\mathcal{2}^{\Sigma^{a_i}})$. Desse total são descontadas m sentenças em (4), porque existe uma combinação em cada um dos $\wp(\mathcal{2}^{\Sigma^{a_i}})$ que não precisa ser testada (aquela combinação onde todos as n -sentenças são

não satisfatíveis). Levando em conta que cada um dos conjuntos potência $\wp(2^{\Sigma^{a_i}})$ é enumerável e, portanto, o produto cartesiano $\wp(2^{\Sigma^{a_1}}) \times \wp(2^{\Sigma^{a_2}}) \times \dots \times \wp(2^{\Sigma^{a_m}})$ também é enumerável, não é difícil ver que se pode definir sem problemas um índice i apropriado sobre este produto cartesiano, que possa ser usado para gerar os índices i_1, i_2, \dots, i_q usados nas fórmulas (2) e (3).

Finalmente, usando procedimentos similares aos empregados na demonstração da proposição 4.8.6 e levando em conta que o espaço amostral de cada agente é completamente independente do espaço de qualquer outro agente, também se pode demonstrar que, se $\pi^*(a_1, a_2, \dots, a_m)$ é válida então ou $\rho^R(a_1, a_2, \dots, a_m)_0$ ou alguma das subfórmulas $(\psi_i \wedge \rho^R(a_1, a_2, \dots, a_m)_i)$ também é válida, satisfazendo a condição (b) da proposição 4.8.7.

Da mesma forma também se pode mostrar que desta subfórmula válida se pode deduzir $\pi^*(a_1, a_2, \dots, a_m)$, satisfazendo a condição (b) do enunciado.

Logo, como $\pi^*(a_1, a_2, \dots, a_m)$ é provadamente equivalente à $\pi(a_1, a_2, \dots, a_m)$, são satisfeitas as condições (a) e (b) do enunciado da proposição 4.8.7.

■.

Proposição 4.8.8. *Seja π uma fórmula válida de SLP puramente probabilística e numérica que atende a restrição de não-modalidade dos termos probabilísticos, então existe uma fórmula π^{RCF} puramente numérica (sem termos probabilísticos) tal que:*

(a) *De π^{RCF} se pode deduzir π , ou seja, $\pi^{RCF} \vdash \pi$, e*

(b) *Da validade de π se pode inferir que π^{RCF} também é válida, portanto, $\models \pi$ implica em $\models \pi^{RCF}$.*

Prova:

Até agora, nas demonstrações das proposições 4.8.6 e 4.8.7, se assumiu que todas as sentenças usadas como argumento dos termos probabilísticos da fórmula π (e de sua fórmula derivada π^*) seriam constituídas apenas de sentenças puramente lógicas, ou seja, sem a presença de termos probabilísticos encapsulados dentro destas sentenças. Entretanto, o argumento usado para demonstrar a completude de SLP para este caso restrito, pode ser generalizado para lidar com o caso onde qualquer tipo de sentença de SLP, incluindo sentenças que contém termos probabilísticos, podem ser usadas como argumento dos termos probabilísticos.

A generalização é feita através de um argumento indutivo sobre o *nível de encapsulamento* dos termos probabilísticos.

Uma fórmula θ de SLP está no nível 0 quando não tem termos probabilísticos. Está no nível 1 quando possui termos probabilísticos $BP(a, \varphi)$, mas onde todas as sentenças φ usadas como argumento destes termos estão no nível 0. A fórmula θ está no nível 2 quando possui termos $BP(a, \rho)$ onde todas as sentenças ρ usadas como argumentos destes termos estão no nível 0 ou 1 e existe pelo menos uma destas sentenças ρ que está no nível 1.

Indutivamente, uma fórmula estará no nível n quando todas suas sentenças ρ usadas como argumentos dos termos $BP(a, \rho)$ estão no nível $n-1$ ou menor e existe pelo menos uma destas sentenças ρ que está no nível $n-1$.

Assumindo que θ está no nível n . Um primeiro fato que se pode demonstrar facilmente é que a transformação de θ para $(\varphi \wedge \pi)$, vista na proposição 4.8.4, não altera o nível de π , ou seja, π continua no nível n . Claro que por esta transformação tem-se que φ , por ser uma fórmula puramente lógica, deve estar no nível 0, mas isto não é relevante aqui porque a fórmula composta $(\varphi \wedge \pi)$ continua no mesmo nível que θ .

O argumento indutivo procede, então, mostrando como existe uma fórmula π^{RCF} que satisfaz as condições (a) e (b) da proposição para uma sentença puramente numérica π com qualquer nível de encapsulamento.

O caso base se resume aos níveis 0 e 1. O caso base é demonstrado levando em conta que no nível 0 não há necessidade desta fórmula π^{RCF} e que a existência desta fórmula π^{RCF} já foi provada para o nível 1 de encapsulamento pelas proposições 4.8.6 e 4.8.7.

O argumento indutivo procede mostrando como uma sentença puramente numérica e probabilística π no nível n pode ser reduzida a uma sentença que está no nível $n-1$ e que é equivalente a π .

O primeiro passo é analisar a estrutura de uma hipotética fórmula π^{RCF} , construída sobre π de maneira similar as fórmulas $\pi^{\text{RCF}}(a)$ e $\pi^{\text{RCF}}(a_1, a_2, \dots, a_m)$ usadas nas demonstrações, respectivamente, das proposições 4.8.6 e 4.8.7, mas sem restrição de que tipo de sentença pode ser usado como argumento dos termos probabilísticos.

Como π pode conter termos probabilísticos relativos a distintos agentes então a fórmula π^{RCF} correspondente deve ser derivada de $\pi^{\text{RCF}}(a_1, a_2, \dots, a_m)$ definida pelas fórmulas (1) até (4) na demonstração da proposição 4.8.7. Estas fórmulas são rerepresentadas a seguir de uma forma mais apropriada para analisar o seu nível de encapsulamento em relação à fórmula θ (os agentes foram omitidos para maior clareza):

- (1) $\pi^{\text{RCF}} \equiv^{\text{def}} \rho^{\text{R}}_0 \vee (\theta^{\text{S}}_1 \wedge \rho^{\text{R}}_1) \vee (\theta^{\text{S}}_2 \wedge \rho^{\text{R}}_2) \vee \dots \vee (\theta^{\text{S}}_p \wedge \rho^{\text{R}}_p)$
- (2) $\rho^{\text{R}}_0 \equiv^{\text{def}} (\forall r_1) (\forall r_2) \dots (\forall r_{am})$
 $((r_1 \geq 0 \wedge r_2 \geq 0 \wedge \dots \wedge r_{am} \geq 0) \wedge$
 $(r_1 + \dots + r_{a1} = 1) \wedge (r_{a1+1} + \dots + r_{a2} = 1) \wedge \dots \wedge (r_{a(m-1)+1} + \dots + r_{am} = 1)$
 $\rightarrow \pi^{\text{R}})$
- (3) $\rho^{\text{R}}_i \equiv^{\text{def}} (\forall r_1) (\forall r_2) \dots (\forall r_{am})$
 $((r_{i1} = 0 \wedge r_{i2} = 0 \wedge \dots \wedge r_{iq} = 0) \wedge$
 $(r_1 \geq 0 \wedge r_2 \geq 0 \wedge \dots \wedge r_{am} \geq 0) \wedge$
 $(r_1 + \dots + r_{a1} = 1) \wedge (r_{a1+1} + \dots + r_{a2} = 1) \wedge \dots \wedge (r_{a(m-1)+1} + \dots + r_{am} = 1)$
 $\rightarrow \pi^{\text{R}})$
- (4) $\theta^{\text{S}}_i \equiv^{\text{def}} (\neg \theta_{i1} \wedge \neg \theta_{i2} \wedge \dots \wedge \neg \theta_{iq})$

Onde $1 \leq i \leq p$. Os índices $p, n, a1, a2, \dots, a(m-1), am$ e $i1, i2, \dots, iq$ são os mesmos usados na definição de $\pi^{\text{RCF}}(a_1, a_2, \dots, a_m)$. A diferença mais importante é que agora, conforme se pode observar pelo uso de sentenças quaisquer $\theta_{i1}, \dots, \theta_{iq}$ de SLP na definição de θ^{S}_i , não há mais restrição quanto ao tipo de sentença que pode ser usada como argumento dos termos probabilísticos.

Pela definição de π^{RCF} pode-se ver que existem duas alterações importantes na fórmula π que irão implicar na mudança de nível de π^{RCF} :

- (a) Por conta da condição P4 (definida no passo 4 da demonstração da proposição 4.8.6) todos as sentenças θ_j pertencentes aos termos $BP(a, \theta_j)$ de π^* , mas que não são satisfatíveis, devem ser “extraídas” destes termos e colocadas nas sentenças θ^S_i .
- (b) Todos os termos probabilísticos existentes na sentença π^R contida dentro das $\rho^R(a)_i$ e que representa a sentença π^* original, foram eliminados e substituídos por variáveis numéricas, ou seja, o nível de π^R é 0.

Assim o nível de $\rho^R(a)_0, \rho^R(a)_1, \dots, \rho^R(a)_p$ é 0. Como o nível máximo de cada um dos θ_i é $n-1$, então a fórmula π^{RCF} tem nível $n-1$.

Por argumentos similares ao empregado nas demonstrações das proposições 4.8.6 e 4.8.7 também se pode assumir que de π^{RCF} , tal como definido de (1) a (4) acima, se pode deduzir π e que da validade presumida de π se pode inferir que π^{RCF} também é válida.

Logo π^{RCF} é equivalente a fórmula π , mas possui nível de encapsulamento $n-1$, provando o passo indutivo.

Na prática a fórmula π^{RCF} , requerida pelo enunciado da proposição, pode ser construída por reiteradas aplicações do processo de construção de π^{RCF} como definido nas demonstrações das proposições 4.8.6 e 4.8.7, até se chegar numa fórmula resultante de nível 0.

■.

Proposição 4.8.9. *Assumindo que o sistema axiomático de SL seja completo, então se uma fórmula θ de SLP é consistente, ela tem como modelo uma estrutura M para SLP.*

Prova:

A prova desta proposição será feita de forma indutiva sobre o nível de aplicação dos operadores modais sobre os termos probabilísticos. Estes níveis são definidos de forma similar aos níveis de encapsulamento de termos probabilísticos utilizados na demonstração da proposição 4.8.8.

Fórmulas no nível de modalidade 0 sobre termos probabilísticos são fórmulas que atendem a restrição de não-modalidade de termos probabilísticos, não contendo operadores modais epistêmicos **B**, **C**, **U**, **I** e **EB** ou operadores temporais **Feasible** e **Done**, aplicados à fórmulas que contenham termos probabilísticos de SLP. Fórmulas do nível 1 são fórmulas do tipo $M(a, \theta)$ ou $T(\epsilon, \theta)$ onde **M** é um operador modal epistêmico **B**, **C**, **U**, **I** ou **EB**, **T** é um operador temporal **Feasible** ou **Done** e θ é uma fórmula no nível 0. Níveis sucessivos são definidos de acordo, assim uma fórmula no nível n , também é uma fórmula do tipo $M(a, \theta)$ ou $T(\epsilon, \theta)$ mas neste caso θ é uma fórmula no nível $n-1$.

O caso base da indução, será constituído por fórmulas com apenas um nível de operadores modais aplicados aos termos probabilísticos (fórmulas no nível 1). Cada tipo de operador modal será tratado em separado. Em primeiro lugar serão consideradas fórmulas modais compostas de um operador de escolhas **C** aplicados a fórmulas que respeitam a restrição de não-modalidade dos termos probabilísticos, ou seja, serão consideradas fórmulas similares a seguinte, onde a fórmula θ é uma fórmula de SLP que atende a restrição de não-modalidade dos termos numéricos (θ está no nível 0):

$$(1) \quad C(a, \theta)$$

Pode-se provar, com base nas proposições 4.8.4 e 4.8.5, que todas as fórmulas válidas de SLP e que satisfazem a restrição de não-modalidade dos termos probabilísticos, tem uma dedução no sistema axiomático $AXSLP$, se o sistema axiomático original de SL for completo. Esta é uma variação do teorema de completude para o sistema axiomático de SLP , para estes tipo de fórmulas (e sempre relativa ao sistema axiomático da lógica SL).

É um fato bem conhecido da lógica que o teorema de completude de um sistema axiomático tem uma formulação equivalente que declara que todas as fórmulas consistentes neste sistema axiomático devem ser satisfeitas por alguma estrutura semântica apropriada, ou seja, devem ter um modelo⁴⁹. Sendo assim, pode-se assumir que qualquer fórmula consistente de SLP e que atenda a restrição de não-modalidade de termos probabilísticos, também deve ter como modelo uma estrutura M para SLP (um modelo M).

Assumindo como hipótese que a fórmula (1) é consistente, então, pelo axioma da consistência das escolhas $ASL6$, a fórmula θ também deve ser consistente.

Neste caso, se θ é consistente e satisfaz a condição de não-modalidade dos termos probabilísticos então deve ter um modelo M .

Seja M_θ , definido a seguir, uma estrutura M para SLP que é um modelo para θ .

$$(2) \quad M_\theta = \langle \mathcal{W}_\theta, \mathcal{A}gt_\theta, \mathcal{E}vt_\theta, \mathcal{O}bj_\theta, \mathcal{B}_\theta, C_\theta, \mathcal{E}_\theta, \mathcal{A}GT_\theta, \mathcal{A}TT_\theta, \sigma_\theta, \mathcal{R}CF_\theta, \mu_\theta \rangle$$

Será demonstrado que este modelo M_θ também é um modelo para $C(a,\theta)$ definida como hipótese em (1).

Pela definição do operador C (ver definição 4.5.4) uma fórmula $C(a,\theta)$ é satisfeita numa estrutura M , mundo w e valoração v se e somente se a fórmula θ for satisfeita no mesmo modelo e valoração, para todo mundo w' tal que $w C_a w'$, isto é, se:

$$(3) \quad M, w', v \models \theta, \text{ para todo } w' \text{ tal que } w C_a w'$$

A estrutura M_θ será um modelo para (1) somente se atender a condição (3) acima. Para ver como esta condição é satisfeita, deve-se mostrar algumas características do modelo M_θ . Em primeiro lugar, pelo fato da relação C_θ ser serial tem-se que:

$$(4) \quad \text{Para todo } w \in \mathcal{W}_\theta \text{ existe um } w' \in \mathcal{W}_\theta \text{ tal que } w C_{\theta a} w'.$$

Além disso, pelo fato de M_θ ser modelo de θ também tem-se, para toda valoração v , que:

$$(5) \quad M_\theta, w', v \models \theta, \text{ para todo } w' \in \mathcal{W}_\theta \text{ tal que } w C_{\theta a} w'.$$

Assim por (4) em qualquer mundo $w \in \mathcal{W}_\theta$ existe um conjunto não-nulo de mundos alcançáveis por $C_{\theta a}$ a partir de w e por (5) a fórmula θ será satisfeita em todos estes mundos. Mas esta é justamente a condição expressa em (3).

Portanto, por (4) e por (5) tem-se para todo $w \in \mathcal{W}_\theta$ e valoração v que:

$$(6) \quad M_\theta, w, v \models C(a,\theta)$$

⁴⁹ Conferir, por exemplo, Bridge (1977, p. 67) ou então Leary (2000, p. 89).

Logo, M_θ também é um modelo para $C(a,\theta)$ o que prova este caso base da indução.

Os demais operadores modais, incluindo o operador de incerteza U e o operador de intenções I são definidos por meios puramente sintáticos e podem ser substituídos por suas fórmulas equivalentes. Eles não necessitam de um tratamento diferenciado.

Por outro lado, por argumentos similares ao empregado para mostrar que fórmulas consistentes do tipo $C(a,\theta)$ tem um modelo SLP , pode-se demonstrar que os casos bases constituídos pelas fórmulas $B(a,\theta)$, $EB(a,\theta)$, $Feasible(\epsilon,\theta)$ e $Done(\epsilon,\theta)$ também tem modelos SLP . Para tanto, basta lembrar que todos estes operadores devem respeitar axiomas de autoconsistência similares ao ASL6 (a autoconsistência de $EB(a,\theta)$ é consequência direta da definição deste operador e da autoconsistência de $B(a,\theta)$).

No passo indutivo, serão consideradas fórmulas onde os operadores modais podem ser aplicados à fórmulas que contenham operadores modais aplicados a termos probabilísticos. A hipótese indutiva a ser considerada, pressupõe que se tais fórmulas forem consistentes, então elas terão um modelo SLP apropriado.

Considerado novamente primeiro o caso do operador de escolhas $C(a,\theta)$. Da mesma forma que no caso indutivo, este caso também se aplica o axioma ASL6 implicando que a fórmula θ deverá ser consistente, logo pela hipótese indutiva esta fórmula também terá um modelo. Então pela mesma argumentação empregada no caso base da indução este modelo para θ também será um modelo para $C(a,\theta)$. Os demais casos do passo indutivo são provados de forma similar.

■.

5 COMUNICAÇÃO DE CONHECIMENTOS PROBABILÍSTICOS

Este capítulo apresenta a linguagem de comunicação entre agentes PACL (*Probabilistic Agent Communication Language*). Conforme será visto no decorrer do capítulo esta linguagem é derivada da linguagem de comunicação FIPA-ACL (FIPA, SC00037, 2001), que foi proposta pela fundação FIPA como uma linguagem padronizada para a comunicação entre agentes. A linguagem PACL está sendo proposta como uma solução para a comunicação de conhecimentos probabilísticos entre agentes que precisem compartilhar este tipo de conhecimentos.

Este capítulo está estruturado da seguinte forma:

- Na seção 5.1 são analisados vários fenômenos que ocorrem na comunicação entre seres humanos, de forma a identificar aspectos de natureza probabilística (ou incerta) que ocorrem nestes fenômenos.
- A seção 5.2 declara as pressuposições de caráter epistemológico que se está assumindo que existem por trás dos fenômenos identificados na seção 5.1.
- A seção 5.3 define a linguagem PACL. Primeiro é feita uma apresentação completa das teorias axiomáticas de agência e da comunicação por trás da linguagem FIPA-ACL. Depois estas teorias são generalizadas para lidar com as necessidades da comunicação probabilísticas. Por fim são definidos quais são os atos comunicativos de PACL.
- A seção 5.4 mostra uma aplicação da lógica *SLP* como linguagem de representação de conteúdos. Esta seção apresenta um método para representar Redes Bayesianas compostas de variáveis probabilísticas discretas em *SLP*.
- A seção 5.5 descreve como PACL pode ser utilizada para definir protocolos de interação capazes de suprir as necessidades de comunicação das operações de manutenção de consistência em MSBNs (XIANG, 1993 e 1996). Os protocolos de interação são definidos utilizando a abordagem padrão da FIPA para a descrição deste tipo de protocolo que é através de diagramas AUML (FIPA, XC00025, 2001).

Tanto na seção 5.4 quanto 5.5 são apresentados exemplos de aplicação.

5.1 Fenômenos de Comunicação de Natureza Probabilística

O primeiro tema a ser abordado neste Capítulo é se a comunicação de conhecimentos de natureza probabilística entre agentes é um fenômeno de comunicação real, ou, pelo menos, plausível.

Não há na literatura vinculada à lingüística ou à psicologia da comunicação uma epistemologia tão claramente definida, como a epistemologia associada à Teoria dos Atos da Fala de Searle (1979 e 1981) e Grice (1957), versando sobre os significados, questões, possibilidades e necessidades relacionadas à troca de conhecimentos de natureza incerta ou probabilística. Assim, também se pode colocar uma questão epistemológica sobre a possibilidade e a necessidade desta comunicação, como contraponto abstrato para a questão sobre a realidade concreta deste tipo de fenômeno. Ambas questões serão consideradas no presente estudo.

Em termos de realidade concreta do fenômeno, dada a inexistência de uma teoria epistemológica geral sobre o mesmo, o presente estudo inicia a abordagem do tema através de considerações sobre a psicologia do senso comum, secundada por evidências factuais retiradas da experiência cotidiana.

Um primeiro fenômeno que aparece ocasionalmente quando se observa a comunicação entre dois agentes humanos é o recorrente grau de “reforço” e “repetição” existente nesta comunicação. É um fenômeno corriqueiro que interações, principalmente para estabelecer acordos, acertos ou objetivos comuns entre os agentes, sejam compostas de seguidas repetições e reforços de atos comunicativos de conteúdos similares (ou até mesmo idênticos). Considere interações que poderiam ser tipificadas pelo exemplo a seguir:

- ...
- (a1) “O almoço vai ser no sábado, te esperamos lá em casa.”
 - (b1) “Com certeza, perto do meio dia estou chegando lá.”
 - (a2) “Olha, estamos realmente te esperando, não vai faltar.”
 - (b2) “Pode ficar tranquilo, vou ir certamente.”
 - (a3) “Então não vai esquecer, é sábado”
 - (b3) “Não, não vou esquecer, sábado estarei lá.”
- ...

Uma análise lingüística clássica das interações tipificadas acima irá considerar estas interações como sendo compostas de um ciclo de repetições das mesmas ilocuções, com mesmo tipo de atos da fala (força ilocucional) e que apresentam conteúdos praticamente idênticos (quando referências implícitas são resolvidas). Uma análise mais formal desta interação também irá explicitar esta redundância. Neste caso a troca de atos da fala se traduz na troca de atos comunicativos que tentam estabelecer estados mentais nos agentes em questão, estados estes representados por operadores modais relativos aos seus conhecimentos internos. A interação acima, basicamente, busca estabelecer um novo conjunto de crenças nos agentes, onde ambos estão de acordo com um dado objetivo. A redundância é relativamente inexplicável⁵⁰ levando em conta alguns princípios simples como sinceridade e cooperação dos agentes ela parece ser desnecessária. Porém, nós estamos bastante acostumados ao tipo de interação exemplificado e a repetição dos atos nela contidos não é necessariamente redundante, podendo ser concebida como uma “tentativa” de “reforçar” a crença (ou necessidade)

⁵⁰ Muito embora, formalmente o estabelecimento de uma crença mutuamente compartilhada (“*belief in mutual belief*” - BMB) entre dois agentes seja definido por meio de uma equação de ponto-fixo, que poderia levar a uma aplicação aparentemente sem limites de operadores de crenças sobre as crenças dos agentes, o fato é que esta definição se aplica ao *resultado esperado da interação* e não à interação em si: *não é necessária a troca de infinitos atos comunicativos para o estabelecimento de uma BMB*. Na verdade assumindo certas características, como sinceridade e disposição em cooperar, somente uma interação simples seria necessária para estabelecer uma BMB.

numa determinada situação. Como não existem espaços de “reforço” (ou mesmo níveis ou graus) nas crenças consideradas pela análise lingüística clássica e sua equivalente formal, baseada em lógicas modais, esta redundância fica sem sentido neste tipo de análise.

O exemplo acima tenta mostrar algumas evidências derivadas de interações cotidianas típicas onde um fenômeno de comunicação aparece na análise clássica como uma repetição redundante e sem sentido, mas que poderia ter um sentido um pouco mais claro, caso se admitissem gradações ou níveis de reforço nas crenças subjetivas dos agentes. Este já seria um passo na direção de se admitir probabilidades subjetivas destas crenças.

Este exemplo, entretanto, não é um caso único. A Teoria dos Atos da Fala geralmente está inserida no contexto mais geral da Teoria Semântica⁵¹ que pretende analisar e compreender como significados e sentidos podem ser atribuídos às expressões da linguagem. Mais recentemente a Teoria Semântica também passou a analisar questões relativas à **vagueza** que pode ser atribuída às expressões lingüísticas (conferir Chierchia (2003, p. 65 e 223)). A vagueza não no sentido de ambigüidade que possa ser atribuído ao significado de uma frase, mas sim no que concerne a expressões que caracterizam classes ou quantidades conhecidas apenas de forma aproximada ou incerta. Este sentido está de pleno acordo com o tipo de interpretação, em termos de probabilidade, sendo considerado aqui.

Porém, diferente dos exemplos mais usuais de vagueza, que geralmente são facilmente identificáveis através da observação de determinantes vagos como *muitos* ou *poucos* dentro de uma oração ou frase, o exemplo acima foi escolhido porque as características probabilísticas aparecem não numa frase ou expressão única mas estão intimamente ligadas a um processo de comunicação (um diálogo). No caso as tentativas de reforço aparecem claramente na transcrição escrita da interação como uma redundância sem sentido, ou seja, é um fenômeno de comunicação onde as possíveis características probabilísticas, pelo menos em sua interpretação subjetiva, aparecem na transcrição formal da interação.

Estes não são os únicos tipos de fenômenos aos quais se poderia atribuir características probabilísticas que podem ser considerados. Caso não se fique restrito apenas a uma análise da comunicação baseada na transcrição textual, pode-se observar uma série de fatores adicionais. Certamente não é nenhuma novidade, em termos de senso-comum, observar que fatores como entonação e “firmeza” (e ocasional altura) na voz, além de uma “postura” adequada, são muito importantes no “convencimento” de um interlocutor na veracidade de nossas afirmações. São importantes em “transmitir” nossa “segurança” e “autoridade” em relação ao tema em discussão. Sem entrar nos detalhes de análise fonológica da voz, ou mesmo visual da “postura” do sujeito, o ponto que se irá argumentar aqui é que estes fenômenos podem ser mais bem compreendidos como tentativas de transmitir graus de segurança ou de crença de um sujeito para outro.

⁵¹ Neste texto se está considerando as características da Teoria Semântica tal como definidas em (KATZ, 1979) e mais recentemente em (CHIERCHIA, 2003). O livro de Chierchia, em particular, se apresenta como um excelente material introdutório para esta teoria, muito mais próximo, inclusive, dos trabalhos atuais de semântica da comunicação entre agentes, porque faz uso de modelos formais baseados em lógicas modais para caracterizar a semântica das construções lingüísticas. O livro de Katz apesar de bastante completo, analisa e caracteriza a semântica destas construções através de um formalismo não muito relacionado com as pesquisas atuais em modelos de agência e comunicação entre agentes para (Katz, usa as gramáticas transformais de Chomski para estes fins).

Estes fatores, geralmente agrupados sob a forma de conhecimentos gerais de prosódia, podem não aparecer numa transcrição textual ou formal da interação, *mas são sim formas importantes de comunicação* que podem ocorrer nas interações. É através deles (e também de fatores mais formais) que efetivas crenças sobre o grau de autoridade do sujeito que está proferindo as afirmações sobre o tema em discussão, são formados nos ouvintes. Este grau de autoridade, por sua vez, é importante para estabelecer (ou não) um apropriado grau de crença na veracidade destas afirmações, ou seja, um grau de confiança nestas afirmações ou no autor delas. Basicamente não há uma independência clara destes fatores em relações aos fatores que são formalmente expressos na comunicação, quando este nível de autoridade está sendo estabelecido. É também um fenômeno de comunicação com características intencionais: por exemplo, nós certamente buscamos mostrar o quão importante uma dada afirmação é elevando a voz quando a estamos proferindo. Também tentamos mostrar aos nossos interlocutores o quanto nós dominamos um dado tema, através de uma retórica clara, segura e sem “titubeios”.

Claro que os fenômenos citados acima falam de graus de segurança e autoridade a respeito de temas e assuntos sendo comunicados e no eventual grau de confiança que um ouvinte pode ter nestas comunicações. Certamente não falam de probabilidades, nem subjetivas nem objetivas (estatísticas), porém existem bons indícios que as tentativas que um sujeito faz para transmitir autoridade sobre suas afirmações, em conjunto com o processo de estabelecimento de confiança na veracidade destas afirmações por parte dos ouvintes, podem ser mais bem compreendidos e modelados através de probabilidades subjetivas.

Estudos recentes sobre interações sociais específicas entre agentes evidenciam a plausibilidade e importância de se estabelecer graus de crença subjetiva (essencialmente probabilidades subjetivas) num dado processo de interação. Por exemplo um trabalho recente de Castelfranchi, Falcone e Pezzulo (2003) deixa claro a necessidade de se levar em conta a noção de probabilidade subjetiva na compreensão do conceito de confiança (“*trustfulness*”) entre agentes. Neste trabalho a probabilidade subjetiva é capturada por meio da lógica difusa (“*fuzzy*”) de Zadeh (1965), basicamente para permitir um certo grau de incerteza (“*vagueness*”) na própria medida de probabilidade de confiança de um agente noutro. Porém, como confiança é claramente um conceito social (conferir Castelfranchi e Falconi (1998) e (1999)), ou seja, um conceito baseado na noção de agência social e, portanto, fortemente dependente de interações ou comunicações entre os agentes pertencentes a uma dada sociedade, é fácil ver a necessidade de se comunicar ou compartilhar estas probabilidades, mesmo que difusas.

Outros exemplos de trabalhos recentes (FLORES et al., 2004) (SEIXAS et al., 2004) (VICCARI et al., 2003), fazem uma análise do processo de ensino-aprendizagem através de uma abordagem multiagente e têm adotado diretamente a noção de probabilidade subjetiva para expressar as relações de confiança estabelecidas entre os participantes deste processo. Confiança, neste contexto, não é uma relação absoluta, mas uma relação que aumenta (ou diminui) diretamente em proporção da crença subjetiva que um agente tem no comportamento previsível do outro agente. Informalmente esta caracterização define confiança como uma crença (que pode ser mensurada ou estimada por meio de probabilidades) que um sujeito (agente) tem na previsibilidade do comportamento de outro sujeito. Essencialmente é uma relação de confiança baseada na expectativa de comportamento futuro de um agente.

Dado um comportamento particular, expressado por uma seqüência de ações ϵ de *SLP*, então a expectativa que um dado agente ag_1 tem que outro agente ag_2 siga este comportamento, pode ser formalizado em *SLP* pela seguinte fórmula:

$$BP(ag_1, Agent(ag_2, \epsilon)) = p$$

onde p é justamente a probabilidade subjetiva atribuída pelo agente ag_1 de que o agente ag_2 execute a dada seqüência de ações ϵ . Também não é difícil formalizar a expectativa que um agente faça algo para atingir uma dada situação. Basta definir a condição lógica ϕ apropriada para caracterizar a situação que se quer alcançar, que a formalização desta expectativa pode ser dada por:

$$BP(ag_1, (\exists e)(Feasible(e, \phi) \wedge Agent(ag_2, e)) = p$$

Relações de confiança entre dois agentes são criadas quando as probabilidades p acima são estabelecidas. Nos processos de interação estudados nos trabalhos comentados acima, tais probabilidades podem ser tanto informadas (comunicadas ou compartilhadas) entre os agentes, quando eventualmente inferidas. Simplesmente não há uma maneira única e ótima sobre como tais valores para as probabilidades devem ser estabelecidos pelos agentes envolvidos num processo de ensino-aprendizagem.

5.2 Epistemologia da Comunicação Probabilística

As considerações apresentadas acima visam mostrar indícios de que existem fenômenos de comunicação que poderiam ser interpretados como envolvendo transferência de conhecimentos de natureza incerta ou probabilística entre agentes, notadamente transferência dos graus de confiança entre os sujeitos. Porém, independente de qualquer discussão sobre a realidade concreta ou mesmo plausibilidade de cada um destes fenômenos, uma característica que se sobressai quando se observa a análise dos indícios feita acima é a pressuposição de que os agentes envolvidos nesta comunicação, de uma forma ou outra, estão praticando raciocínios e usando conhecimentos de natureza probabilística, ou seja, haveria uma inerente correlação entre se raciocinar de forma probabilística e então intercambiar conhecimentos probabilísticos.

Isto certamente não é algo novo, porque se observarmos a análise lingüística de Searle e Grice, com as subseqüentes formalizações tradicionais deste tipo de análise (Vanderveken (1990), Cohen e Levesque (1990c) e Sadek (1991b,1992)), também aparece uma forte correlação entre se raciocinar de forma simbólica e lógica, com estados mentais representados por modalidades, e praticar uma comunicação derivada deste tipo de formalização.

Esta relação é essencialmente a reedição, no campo da análise da comunicação entre agentes, do relacionamento profundo existente entre o estudo dos fenômenos acerca de um determinado tema, com a teoria (ou teorias) epistemológica que permite compreender os conceitos relacionados com este tema. Certamente que a observação e análise de um conjunto de fenômenos pode conduzir, por um raciocínio de abstração, a uma teoria que possa ser usada para compreender estes fenômenos, e que tentará, no mínimo, classificá-los e categorizá-los de forma apropriada. Esta é a própria base do método científico de descoberta de conhecimentos acerca da natureza, quando se utiliza a indução científica como processo de abstração. De fato, uma teoria sem embasamento empírico fornecido pela observação de fenômenos reais simplesmente não pode, na acepção mais tradicional de ciência, nem ser chamada de teoria científica.

Deve ficar claro, entretanto, que sempre existe uma epistemologia *a priori* fundamentando o raciocínio ou processo de abstração que leva da observação empírica a uma teoria mais geral. Isto implica que o relacionamento inverso também é importante. É bastante evidente que o estudo dos fenômenos relacionados a um tema sofre uma profunda influência da teoria epistemológica por trás da compreensão dos conceitos envolvidos com este tema. Uma “boa” teoria deve fornecer um guia valioso na compreensão de novos fenômenos, não apenas na explanação dos fenômenos já conhecidos. Segundo Popper (MILLER, 1995 p. 147-150), do ponto de vista científico esta é, na verdade, uma propriedade epistemológica importante de uma nova teoria científica, que é a de servir como um verdadeiro guia na compreensão de toda a extensão da fenomenologia por trás dos poucos fenômenos que podem realmente ser observados e registrados: estabelecer novas oportunidades de observação, definir por meio de deduções a partir dos elementos da teoria que experiências terão que ser feitas para propiciar esta observação e, por fim, se submeter ao teste de validade por meio destas experiências (na verdade um teste de “falsibilidade” segundo Popper (MILLER, 1995, p. 149,162-164)), seriam os critérios apropriados para testar uma teoria científica. Desenvolvendo este raciocínio, pode-se assumir que não seria razoável que os fenômenos possam ser observados, analisados ou categorizados sem levar em conta a teoria (científica ou de senso-comum) que os permite compreender, ou seja, é melhor estar ciente das pressuposições epistemológicas que cercam as observações de um dado conjunto de fenômenos e como estas pressuposições irão influir na criação de uma teoria sobre eles, do que ignorar estas pressuposições e assumir que as teorias são livremente “construídas” sobre os fenômenos de maneira completamente independente de qualquer pressuposição epistemológica⁵².

Esta opinião é compartilhada pelo presente estudo, ainda mais porque, diferente das ciências naturais, no caso da análise da linguagem e da comunicação à própria epistemologia que guia os processos de abstração envolvidos na classificação dos fenômenos de comunicação, também pode ser considerada como a teoria científica (psicológica e lingüística) que irá explanar estes fenômenos. No mínimo ambas, epistemologia e teorias lingüísticas, lógicas ou psicológicas da comunicação estarão profundamente relacionadas entre si, por conta do próprio objeto de estudo que requer a definição ou redefinição de conceitos como informação, conhecimento e significado, além de ter que explicar como se pode atribuir ou transmitir tais conceitos de um agente para outro.

Assim deve-se deixar claro quais pressuposições epistemológicas se está assumindo neste trabalho:

A pressuposição epistemológica básica é que os agentes realmente raciocinam em termos de probabilidades subjetivas, utilizando estas probabilidades para modelar, definir e inferir graduações (graus) em seus estados mentais internos. Suas crenças, seus objetivos e suas intenções podem possuir graduações que são fielmente modeladas através de probabilidades subjetivas.

Outra pressuposição é que os possíveis graus de confiança que um dado agente têm em outros agentes ou graus de confiança que um agente atribui às

⁵² Este é um argumento importante em defesa do Racionalismo Crítico de Popper e uma das principais críticas contra a possibilidade de que um método puramente indutivo e empiricista, que não considere seus aspectos epistemológicos e dedutivos, teria de criar novas teorias científicas que fossem efetivas e apropriadas para explanar fenômenos observáveis (MILLER, 1995, p. 29-31).

informações e conhecimentos comunicados por outros agentes podem ser representados por probabilidades subjetivas.

Não que esta seja a única forma de raciocínio empregada por um dado agente, nem que ela seja necessariamente a forma mais geral. Com as pressuposições acima não se está querendo substituir de forma integral processos de inferência lógicos, por processos puramente probabilísticos, mas argumentar que os raciocínios probabilísticos *também* são possíveis e úteis:

Assim essencialmente se está argumentado por uma modelagem híbrida dos processos de inferência nos agentes: nem puramente lógica nem puramente probabilística. Esta é a terceira pressuposição epistemológica por trás deste trabalho.

O instrumento formal que torna a modelagem híbrida lógica e probabilística possível já foi apresentado no capítulo 4 e é uma lógica probabilística, que permite lidar com ambos tipos de raciocínio de forma natural e efetiva (ver demonstração de completude e correção do sistema axiomático de *SLP*, seção 4.8).

O resultado óbvio de se assumir como hipótese epistemológica básica que existem processos probabilísticos de raciocínio nos agentes é que a comunicação das probabilidades envolvidas nestes processos, no caso da interação de múltiplos agentes, se torna claramente plausível, uma vez que as probabilidades se tornam apenas mais um tipo de objeto epistemológico que poderia ser compartilhado ou trocado entre os agentes.

As possíveis formas como esta comunicação pode ocorrer serão tratadas mais adiante. Porém, antes disso deve-se considerar uma outra questão importante, que é saber se esta troca de informações ou conhecimentos com suas probabilidades vinculadas é realmente necessária ou até mesmo importante.

Os indícios levantados no início deste Capítulo levam a crer que esta necessidade existe. Existe, entretanto, um argumento epistemológico mais decisivo: supondo que um agente atribua um determinado grau de certeza numa crença (expresso como uma probabilidade subjetiva) e assumindo que ele é sincero e benévolo em suas interações sociais, é racional esperar que este agente, caso imagine que outro agente não tenha o mesmo grau de certeza nesta crença e que esta informação seja importante para este outro agente, tente transferir este grau de certeza da forma mais fiel possível ao outro agente, usando qualquer meio de comunicação que seja apropriado (repetição de termos, postura ao falar, efeitos de retórica, etc.). Na verdade não é necessário nem que ele seja sincero ou benevolente, mas basta que ele tenha a intenção de comunicar este grau de crença a um outro agente de forma fiel, que algum tipo de meio de comunicação terá que ser usado para tornar possível esta transferência de conhecimentos.

Existe um argumento formal que reforça esta necessidade. Caso se pressuponha que o grau de certeza numa crença possa ser mensurado por probabilidades subjetivas, então a qualquer crença pode-se atribuir valores entre 0, que equivale a acreditar que a crença é falsa, e 1, que equivale a acreditar que a crença é totalmente verdadeira. A comunicação de crenças com probabilidade 0 e 1 já é tratada pelos atos comunicativos básicos que informam o valor verdade de uma dada crença (atos **inform** de FIPA-ACL) uma vez que que $BP(a,\varphi)=1 \Leftrightarrow B(a,\varphi)$ e $BP(a,\varphi)=0 \Leftrightarrow B(a,\neg\varphi)$ são fórmulas válidas em *SLP*. Por outro lado, caso uma dada crença tenha uma probabilidade intermediária entre 0 e 1, então não existe uma contrapartida direta ou um ato comunicativo que pudesse informar este fato. Assim, para manter a coerência das probabilidades

atribuídas as crenças pelos diversos agentes de um sistema multiagente, seria necessário que existisse um ato comunicativo que permitisse comunicar estas probabilidades.

Existe uma alternativa para este novo ato comunicativo, porém ela somente é possível caso se leve em conta a estrutura interna dos conteúdos de um dado ato comunicativo. Neste caso, forçando que o conteúdo de um ato **inform** explicitamente inclua um termo como $BP(a,\varphi)=p$ seria possível transferir o grau de certeza (probabilidade subjetiva) p atribuído à proposição φ por um agente a .

Note que isto não é necessário no ato **inform** tradicional, onde somente se requer que o conteúdo deste ato expresse uma proposição ou afirmação considerada verdadeira pelo agente que está emitindo o ato. Nenhum tipo de consideração adicional sobre que estrutura interna, linguagem, formato ou ontologia é pressuposto neste caso, ou seja, há uma independência entre estes dois elementos. Esta é, sem dúvida, uma característica importante em termos de modelagem formal da comunicação e é, na verdade, derivada da caracterização original de Searle dos atos da fala assertivos (ver seção 2.2.1), onde a estrutura interna da proposição, ou conteúdos, sendo emitido por um ato assertivo não é importante.

Logo, é razoável tentar manter o mesmo tipo de independência, em se tratando de atos assertivos que transmitam conhecimentos probabilísticos. Como os atos comunicativos **inform**, que são a contrapartida formal para os atos assertivos, somente tratam de proposições (conteúdos) lógicas isto implica em definir um novo tipo de ato comunicativo assertivo apropriado para transmitir conhecimentos probabilísticos. Esta será a abordagem adotada neste trabalho e o novo ato comunicativo, denominado de **inform-bp**, será responsável pela comunicação de conhecimentos probabilísticos, sendo tratado com mais detalhes adiante.

Por outro lado, a criação de um novo ato comunicativo especificamente destinado a tratar de asserções probabilísticas, coloca a questão de “onde” realmente se situaria a transferência de conhecimentos ou informações probabilísticas na teoria clássica da comunicação, ou seja, que meios seriam realmente usados para comunicar este tipo de informação. Searle divide os fenômenos de comunicação em três tipos de atos distintos: atos *locucionários*, *ilocucionários* e *perlocucionários*, que poderiam ser também compreendidos como níveis de análise deste tipo de fenômeno:

- Atos locucionários compreendem a enunciação efetiva dos fonemas, sílabas e palavras do falante. Estes atos não são efetivamente estudados por Searle, Grice ou Austin, sendo considerados como elementos básicos constituintes do discurso.
- Atos ilocucionários correspondem ao “significado” que o falante tentou associar ao seu ato locucionário (sua locução) e que está tentando “transmitir” ao ouvinte. Eles são os verdadeiros atos da fala, tal como estudados por Searle, Austin e Grice.
- Atos perlocucionários compreendem os “efeitos” ocasionados no ouvinte em função da enunciação do ato da fala em si, efeitos que podem ser vinculados aos estados mentais ou pensamentos do ouvinte.

Os primeiros indícios apresentados neste capítulo, relacionados à repetição ou recorrência de interações para reforço de uma crença, poderiam apontar para uma caracterização da comunicação dos graus de crença como dependentes de diálogos repetitivos baseados em tipos (forças) de ilocuições tradicionais, mas que levariam a um efeito perlocucionário de reforço do grau de crença a um nível desejado, ou seja, colocariam o “meio de comunicação” de informações de natureza probabilística num

“nível” intermediário (nível de diálogos ou interações) entre as ilocuções simples e o efeito perlocucionário desejado.

Por outro lado os indícios relacionados à forma de enunciação, entonação, firmeza, “postura”, etc. certamente trariam este meio de comunicação mais para o nível das locuções, colocando-os numa situação intermediária entre as ilocuções e as locuções. Uma possibilidade clara, neste caso é que as próprias ilocuções, ou mais apropriadamente a força ou tipo da ilocução, poderiam sofrer alterações ou graduações para permitir a representação das probabilidades.

No presente estado de análise deste tipo de fenômeno ainda não se pode tomar uma decisão categórica de qual seria a melhor classificação da comunicação de probabilidades. Na verdade, dado os indícios existentes, ambas possibilidades são perfeitamente válidas e não podem ser descartadas.

Há uma contrapartida formal para as colocações de caráter epistemológico citadas acima: a colocação da transmissão de probabilidades no nível de diálogos, corresponde formalmente à definição de diálogos (protocolos de interação) envolvendo atos comunicativos existentes que permitiriam repassar ou transportar probabilidades subjetivas ou graus de crença, enquanto que a colocação deste tipo de transmissão como alterações ou graduações das forças das ilocuções corresponde formalmente a definição de atos comunicativos específicos para transportar este tipo de probabilidades.

Há uma certa vantagem, em termos formais, de se considerar atos comunicativos específicos para transportar probabilidades: a eficiência é maior e a complexidade é menor que no caso de se tentar definir formalmente diálogos apenas para este fim, quando se considera apenas o caso da troca de informações ou conhecimentos entre agentes artificiais.

A necessidade razoável, em termos epistemológicos, de se presumir a existência de atos da fala que possam transmitir graus de crenças, aliada a necessidade de se garantir a independência entre conteúdo e força assertiva do ato, além do benefício formal que este tipo de atos pode oferecer, torna plenamente justificável a criação de atos comunicativos específicos para transportar informações e conhecimentos probabilísticos. Tais atos serão definidos na próxima seção como uma extensão à linguagem FIPA-ACL. Além da definição, serão apresentados um estudo das propriedades destes atos e uma análise de como estes atos se inserem e relacionam com a teoria axiomática que dá suporte à linguagem FIPA-ACL.

O resultado deste trabalho será uma nova linguagem para comunicação entre agentes, denominada preliminarmente de PACL (*Probabilistic Agent Communication Language*), a ser definida na seção 5.3 pela criação de novos atos de comunicação probabilísticos adicionados a FIPA-ACL e pela incorporação de axiomas de comunicação apropriados para lidar com estes atos.

A seção seguinte irá definir como conteúdos probabilísticos poderiam ser formulados em *SLP*, em particular como conhecimentos probabilísticos expressos por meio de redes bayesianas poderiam ser formulados nesta linguagem.

Após serão analisadas questões envolvendo a manutenção de consistência em redes bayesianas distribuídas ou seccionadas, sendo apresentados protocolos de interação, definidos como aplicações de PACL, apropriados para manter esta consistência.

5.3 A Linguagem de Comunicação PACL

Esta seção define a linguagem de comunicação PACL, que é proposta como uma extensão da linguagem FIPA-ACL para lidar com a comunicação de conhecimentos de natureza probabilística. Primeiro é apresentado, na subseção 5.3.1, as teorias axiomáticas de agência e de comunicação que embasam FIPA-ACL, sendo descritos também os atos comunicativos assertivos e diretivos de FIPA-ACL que serão utilizados como base para a extensão probabilística. Após, na seção 5.3.2 são definidos os novos axiomas de comunicação, necessários para modelar a comunicação probabilística. Por fim a seção 5.3.3. apresenta os novos atos comunicativos probabilísticos de caráter assertivos e diretivos, propostos para PACL.

5.3.1 Teoria Axiomática de FIPA-ACL

A linguagem de comunicação entre agentes FIPA-ACL é composta de um conjunto de *atos comunicativos* que devem ser trocados entre os distintos agentes de um sistema multiagente. Neste aspecto tanto a especificação de FIPA-ACL (FIPA, SC00037, 2001) quanto os trabalhos originais de Sadek (1991b, 1992, 1999) seguem as idéias de Cohen e Levesque (1995) que consideram que os atos ilocucionários originais de Searle como unidades muito “complexas” de análise dos fenômenos da comunicação. Assim um ato comunicativo é a unidade básica de análise (e modelagem) da interação nos sistemas multiagentes, podendo ser considerado como a versão formal muito simplificada de alguns atos ilocucionários da Teoria dos Atos da Fala de Searle (basicamente atos diretivos e assertivos simples e alguns aspectos dos atos comissivos). Ainda assim FIPA-ACL pode ser vista como uma formalização parcial desta teoria.

Um outro aspecto que deve ser ressaltado em relação à semântica formal de FIPA-ACL é que ela é centrada no agente emissor do ato, ou seja, o significado de um determinado ato comunicativo é atribuído essencialmente do ponto de vista do agente emissor deste ato. Conforme visto na seção 4.3, este tipo de abordagem tem suscitado várias críticas, não sendo aceito totalmente nas pesquisas em semânticas da comunicação derivadas de agências ou instituições sociais. No presente estudo, entretanto, estas questões não serão abordadas. O objetivo aqui é apenas deixar claro exatamente quais são os princípios de comunicação (que teoria de comunicação) que devem ser adotados pelos agentes compatíveis com FIPA-ACL e que generalizações ou novos princípios estes agentes devem considerar quando envolvidos na comunicação de conhecimentos probabilísticos.

Por outro lado, uma crítica que pode ser feita (e que foi efetivamente feita) em relação aos padrões FIPA é que eles são claramente incompletos do ponto de vista formal. A especificação de FIPA-ACL, expressa no padrão SC00037 (FIPA, 2001), é claramente incompleta, não definindo formalmente ou até mesmo declarando todos os princípios que devem ser adotados pelos agentes que usam esta linguagem de comunicação. Nem os princípios lógicos por trás da teoria de agência empregada pelos agentes compatíveis com FIPA-ACL, que estão dispersos em vários trabalhos de Sadek (1991b, 1992, 1994), nem alguns princípios importantes para a comunicação entre agentes, como cooperação e sinceridade (ver Sadek (1999)), são apresentados na especificação SC00037 (FIPA, 2001).

Assim, tanto para fins de referência quanto para integridade, logo a seguir serão apresentados os princípios por trás da teoria de agência e da teoria de comunicação que devem ser seguidos por agentes conformes a FIPA-ACL e que estão dispersos na literatura.

5.3.1.1 Teoria de Agência Empregada em FIPA-ACL

Os agentes compatíveis com FIPA-ACL devem assumir uma série de princípios lógicos gerais nas inferências e raciocínios que envolvem elementos desta linguagem. Embora isto não fique claro na especificação (FIPA, SC0037, 2001) de FIPA-ACL, o fato inegável é que em toda a literatura que dá embasamento a esta linguagem, em particular em Sadek (1991b) e Sadek (1992) fica claro que os agentes devem respeitar uma série de princípios básicos de racionalidade e intencionalidade, pelo menos no que concerne às inferências relativas à emissão ou compreensão de atos de FIPA-ACL⁵³. Estes princípios constituem o que se poderia denominar de teoria de agência a ser seguida por estes agentes. Sadek (1992) divide estes princípios básicos em duas classes: pressuposições que devem ser feitas a respeito dos modelos possíveis para *SL* (restrições sobre estes modelos) e proposições que podem ser provadas com base nas características destes modelos.

Independente de serem pressuposições ou proposições ambos tipos de princípios são considerados axiomas da teoria axiomática de agência empregada em FIPA-ACL. A seguir será feita uma apresentação destes princípios, já na forma de axiomas da teoria de agência.

As pressuposições impostas por Sadek aos modelos de *SL* são incorporados nos axiomas apresentados a seguir. O nome e a identificação dos axiomas não são originais de Sadek, sendo sugeridos no presente trabalho para maior facilidade de referência futura. Entre parênteses é dada a numeração original de Sadek para estas pressuposições e proposições (cf. Sadek (1992)).

AA1. **Restrição de Realismo** : derivada do trabalho de Cohen e Levesque (1990) define que para qualquer agente *a* e relações \mathcal{B}_a e \mathcal{C}_a dos modelos *M* e M_L tem-se que $\mathcal{C}_a \subseteq \mathcal{B}_a$. De forma equivalente, para qualquer fórmula θ tem-se que:

$$\models \mathbf{B}(a, \varphi) \rightarrow \mathbf{C}(a, \varphi)$$

AA2. **Ciência das Escolhas** (9): um agente deve saber que escolhas tomou:

$$\begin{aligned} \text{(i)} \quad & \models \mathbf{C}(a, \varphi) \leftrightarrow \mathbf{B}(a, \mathbf{C}(a, \varphi)) \text{ e} \\ \text{(ii)} \quad & \models \neg \mathbf{C}(a, \varphi) \leftrightarrow \mathbf{B}(a, \neg \mathbf{C}(a, \varphi)). \end{aligned}$$

AA3. **Realismo das Crenças** (4): um agente deve acreditar que, se uma crença sua é possível então o objeto da crença também é possível:

$$\models \mathbf{B}(a, \mathbf{Feasible}(\varepsilon, \mathbf{B}(a, \varphi)) \rightarrow \mathbf{Feasible}(\varepsilon, \varphi))$$

AA4. **Ciência dos Atos** (6): um agente deve estar ciente dos atos que cometeu:

$$\models \mathbf{B}(a, (\exists e)(\mathbf{Done}(e) \wedge \mathbf{Agent}(a, e)) \rightarrow (\exists e)(\mathbf{B}(a, \mathbf{Done}(e) \wedge \mathbf{Agent}(a, e))))$$

AA5. **Escolha das Crenças** (13): se um agente escolhe uma dada situação futura, então ele escolhe também acreditar nesta situação futura:

$$\models \mathbf{C}(a, \mathbf{Possible}(\varphi)) \rightarrow \mathbf{C}(a, \mathbf{Possible}(\mathbf{B}(a, \varphi)))$$

⁵³ Não se deve esquecer que toda a semântica dos atos de FIPA-ACL é definida sobre a lógica *SL*, assim qualquer agente que utilize FIPA-ACL deve incorporar capacidades de inferência no mínimo equivalentes àquelas usadas na definição da semântica destes atos. Com os princípios sendo apresentados nesta seção foram originalmente enunciados como princípios básicos de racionalidade a serem seguidos por qualquer agente com capacidade de intencionalidade e como intencionalidade é um conceito chave na definição da semântica dos atos de FIPA-ACL, simplesmente não há como desconsiderar estes princípios.

AA6. **Escolha da Não Ignorância** (12): um agente racional não deve buscar a ignorância:

$$\begin{aligned} \models & C(a, \text{Possible}(\neg B(a, \varphi))) \wedge B(a, \varphi) \rightarrow \\ & C(a, (\forall e)(\text{Feasible}(e, \neg B(a, \varphi)) \rightarrow \\ & (\exists e')(\text{Feasible}(e; e', B(a, \neg \varphi)))))) \end{aligned}$$

Além dos axiomas que incorporam as restrições dos modelos semânticos de *SL*, os agentes também devem seguir um conjunto de axiomas derivados de proposições possíveis de serem demonstradas nestes modelos. Segundo Sadek (1992), todos os axiomas apresentados a seguir, são proposições que podem ser provadas válidas nos modelos de *SL*.

AA7. **Autoconsistência do Estado Mental** (24): um agente deve estar de acordo com seu próprio estado mental, ou seja, deve ser coerente em relação as suas próprias crenças e escolhas. Dessa forma as seguintes fórmulas devem ser válidas numa teoria particular de *SL* (e *SLP*), se todos os predicados ou símbolos proposicionais da fórmula φ aparecem no escopo de algum operador modal epistêmico de intenção, crença ou escolha do agente a dentro desta teoria (ver Sadek (1992)):

$$\begin{aligned} \text{(i)} \quad & \models \varphi \leftrightarrow B(a, \varphi) \\ \text{(ii)} \quad & \models \varphi \leftrightarrow C(a, \varphi) \end{aligned}$$

AA8. **Coerência de Crenças** (24): se um agente acredita em alguma proposição, então não pode acreditar que esta proposição seja falsa:

$$\models B(a, \varphi) \rightarrow \neg B(a, \neg \varphi)$$

AA9. **Coerência de Incertezas**: um agente não pode estar incerto sobre alguma proposição, quando já tem alguma opinião (crença, escolha, intenção ou algum outro estado mental, que não seja de incerteza) a respeito desta proposição:

$$\models \neg U(a, M(a, \varphi))$$

Onde M pode ser $\{B, \neg B, C, \neg C, I, \neg I, AG, \neg AG, \dots\}$.

AA10. **Racionalidade das Intenções**: um agente deve ter a intenção de alcançar uma situação onde φ é verdadeiro, somente se acredita que na situação atual φ é falso:

$$\models I(a, \varphi) \rightarrow B(a, \neg \varphi)$$

AA11. **Racionalidade das Escolhas** (7): se um agente escolhe uma situação caracterizada por φ , então ele não acredita que esta situação não seja verdadeira:

$$\models C(a, \varphi) \rightarrow \neg B(a, \neg \varphi)$$

AA12. **Concordância entre Crenças e Escolhas** (8): um agente acredita em algo se e somente se tem esta crença também como objetivo:

$$\begin{aligned} \text{(i)} \quad & \models C(a, B(a, \varphi)) \leftrightarrow B(a, \varphi) \\ \text{(ii)} \quad & \models C(a, \neg B(a, \varphi)) \leftrightarrow \neg B(a, \varphi) \\ \text{(iii)} \quad & \models C(a, B(a, \varphi)) \rightarrow C(a, \varphi) \end{aligned}$$

AA13. **Necessitação das Escolhas** (10): Sadek, conclui que, de forma similar às crenças, as escolhas que um dado agente faz também deveriam respeitar o princípio da necessitação, resultando nas seguintes pressuposições⁵⁴:

⁵⁴ Isto efetivamente torna a caracterização axiomática das escolhas dos agentes de *SL* de tipo KD45, tornando a relação de escolhas C também euclidiana, transitiva e serial.

- (i) $\models C(a, \varphi) \leftrightarrow C(a, C(a, \varphi))$
- (ii) $\models \neg C(a, \varphi) \leftrightarrow C(a, \neg C(a, \varphi))$

AA14. **Crenças e Escolhas de Objetivos Realizáveis** (15): um agente tem um objetivo realizável (ver definições na sub-seção 4.7.3) se e somente acredita neste objetivo e também escolheu o objetivo:

- (i) $\models AG(a, \varphi) \leftrightarrow B(a, AG(a, \varphi))$
- (ii) $\models AG(a, \varphi) \leftrightarrow C(a, AG(a, \varphi))$
- (iii) $\models \neg AG(a, \varphi) \leftrightarrow B(a, \neg AG(a, \varphi))$
- (iv) $\models \neg AG(a, \varphi) \leftrightarrow C(a, \neg AG(a, \varphi))$

AA15. **Realização das Crenças** (16): se um agente tem um objetivo realizável, então também tem como objetivo realizável acreditar neste objetivo:

$$\models AG(a, \varphi) \rightarrow AG(a, B(a, \varphi))$$

AA16. **Persistência das Crenças** (18): se um agente tem um objetivo persistente, então também tem como objetivo persistente acreditar neste objetivo:

$$\models PG(a, \varphi) \rightarrow PG(a, B(a, \varphi))$$

AA17. **Intencionalidade das Crenças** (20): se um agente tem uma intenção, então também tem a intenção de acreditar nesta intenção:

$$\models I(a, \varphi) \rightarrow I(a, B(a, \varphi))$$

AA18. **Ciência da Percepção** (3): um agente acredita no que pode perceber:

- (i) $\models Feasible((a, \varphi?), True) \leftrightarrow EB(a, \varphi)$
- (ii) $\models Done((a, \varphi?), True) \leftrightarrow B(a, \varphi)$

AA19. **Preservação do Sequenciamento de Ações** (1): se uma propriedade é verdadeira para qualquer sequência de ações então ela também é verdadeira para quaisquer sub-sequências iniciais e finais de uma sequência de ações:

$$\models (\forall e)(\varphi(e)) \rightarrow (\forall e_1) (\forall e_2) (\varphi(e_1; e_2))$$

AA20. **Fechamento da Antecedência** (2): a antecedência temporal *Before* é fechada em relação à implicação lógica:

- (i) $\models Before(\varphi, \psi) \wedge Henceforth(\varphi \rightarrow \varphi') \rightarrow Before(\varphi', \psi)$
- (ii) $\models Before(\varphi, \psi) \wedge Henceforth(\psi' \rightarrow \psi) \rightarrow Before(\varphi, \psi')$

5.3.1.2 Semântica Formal de FIPA-ACL

O processo de especificação da semântica formal de FIPA-ACL passa pela definição de dois elementos básicos:

- Quais são os preceitos gerais se espera que os agentes devam seguir quando estão envolvidos na comunicação,
- Quais são os atos comunicativos disponíveis (“biblioteca” de atos) e que estrutura sintática e condições semânticas governam a emissão e a recepção (aceitação ou compreensão) de um dado ato.

Além disso, cada ato comunicativo (CA) deverá ser qualificado em termos das razões que levaram a sua seleção e também nas condições que devem ser satisfeitas para o seu planejamento. As razões são modeladas como os *efeitos racionais* que o ato irá

causar ao ser completamente executado⁵⁵, ou RE (de *Rational Effects*). As condições de aplicabilidade de um ato, são definidas como *pré-condições de viabilidade* do ato, ou FP (de *Feasibility Preconditions*).

Assim os atos comunicativos empregados em FIPA-ACL são formalizados em *SL* através de expressões que definem três elementos:

- A condição semântica que deve valer previamente à execução do ato, em termos do estado mental do agente que irá emitir o ato (o emissor). Esta condição é denominada de condição de viabilidade do ato (*FP*) e expressa o estado mental em que deve se encontrar o emissor para que a execução de um ato de comunicação seja ao mesmo tempo possível e necessária, quando se levam em conta certos princípios básicos.
- A condição semântica que se espera que se torne válida após a execução do ato, também expressa em termos do estado mental do agente que irá receber a mensagem (o receptor desta). Esta condição é denominada de efeito racional (*RE*) causado pelo ato se for completado com sucesso.
- A estrutura sintática do ato, ou seja, qual realmente é o formato da mensagem a ser enviada em consequência do ato. Esta estrutura é expressa através da definição de uma nova expressão de ação que pode ser executada pelos agentes.

Os preceitos gerais que governam a comunicação dos agentes, serão descritos no item 5.3.1.3 a seguir, na forma de uma teoria axiomática da comunicação. No item 5.3.1.4 serão apresentadas as características do método de formalização adotado pela FIPA para definir a semântica dos atos comunicativos individuais.

5.3.1.3 Axiomas Lógicos da Comunicação

A condição de viabilidade de um ato declara essencialmente a condição necessária para que o ato seja emitido. Porém, para que um ato seja emitido, deve-se garantir que esta condição seja suficiente. Além disso é razoável esperar que o agente leve em conta as consequências de seus atos (os efeitos racionais causados por ele). Assim existem vários princípios que governam a emissão e recepção (compreensão) destes atos.

Estes princípios são definidos através de uma série de propriedades gerais que devem ser respeitadas pelos agentes de um sistema que se diz compatível com FIPA-ACL. Estas propriedades são especificadas através de axiomas expressos em *SL* (ou *SLP*) que, em conjunto, definem uma teoria formal axiomática da comunicação entre agentes, que é independente de algum domínio de conhecimento em particular.

Estes axiomas são apresentados a seguir (cf. Sadek (1991b, 1992, 1999) e SC00037 (FIPA, 2001) para mais detalhes).

AC1. Propriedade 1: a intenção de um agente em atingir um objetivo gera a intenção de executar os atos que ele pode fazer que ajudem a atingir este objetivo. Formalmente esta propriedade é expressa pela fórmula a seguir, onde *RE(ε)* é um meta-

⁵⁵ Essencialmente uma caracterização como efeito perlocucionário de um ato, como aliás é reconhecido na própria definição de *SL*. Porém, se verá mais a seguir, um efeito racional tem consequência apenas nas atitudes mentais dos agentes, não sendo caracterizado com a força completa de um ato perlocucionário que pode ter características concretas ou físicas também.

predicado que expressa o efeito racional de um ato ε e onde as expressões de ação $\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n$ identificam todos os atos do tipo ε_k :

$$\models ((\exists e)(\mathbf{B}(a, \varepsilon_k = e)) \wedge \neg \mathbf{C}(a, \neg \mathbf{Possible}(\mathbf{Done}(\varepsilon_k)))) \rightarrow \\ (\mathbf{I}(a, \mathbf{RE}(\varepsilon_k)) \rightarrow \mathbf{I}(a, \mathbf{Done}(\varepsilon_1 \mid \dots \mid \varepsilon_n)))$$

AC2. **Propriedade 2:** sempre que um agente decide executar um ato comunicativo (por exemplo, em função da propriedade 1), ele também deve ter a intenção de atender as pré-condições de viabilidade (FPs) do ato:

$$\models \mathbf{I}(a, \mathbf{Done}(\varepsilon)) \rightarrow \mathbf{B}(a, \mathbf{Feasible}(\varepsilon)) \vee \mathbf{I}(a, \mathbf{B}(a, \mathbf{Feasible}(\varepsilon)))$$

AC3. **Propriedade 3:** se um agente tem a intenção de executar um ato comunicativo, então ele tem a intenção de que os efeitos racionais (RE) deste ato ocorram também:

$$\models \mathbf{I}(a, \mathbf{Done}(\varepsilon)) \rightarrow \mathbf{I}(a, \mathbf{RE}(\varepsilon))$$

AC4. **Propriedade 4:** quando um agente percebe um ato comunicativo de um outro agente, ele tem que assumir que o agente emissor do ato tem a intenção (pública) de obter os efeitos racionais (RE) deste ato:

$$\models \mathbf{B}(a, \mathbf{Done}(\varepsilon)) \wedge \mathbf{Agent}(b, \varepsilon) \rightarrow \mathbf{I}(b, \mathbf{RE}(\varepsilon))$$

AC5. **Propriedade 5:** quando um agente percebe um determinado ato comunicativo, ele pode assumir que suas pré-condições FP se mantêm. Assumindo que $\mathbf{FP}(\varepsilon)$ é a pré-condição do ato, então esta propriedade pode ser formalizada como:

$$\models \mathbf{B}(a, \mathbf{Done}(\varepsilon)) \rightarrow \mathbf{FP}(\varepsilon)$$

Além das 5 propriedades enunciadas e formalizadas na especificação (FIPA, SC00037, 2001), os agentes de FIPA também devem respeitar alguns princípios básicos como sinceridade e cooperação na sua comunicação com outros agentes. Embora estes princípios não sejam enunciados formalmente na especificação (FIPA, SC00037, 2001) eles são informalmente referenciados na descrição dos diversos atos comunicativos FIPA. Estes atos são formalizados em outros trabalhos de Sadek (1996, 1999) e são apresentados a seguir:

AC6. **Princípio da Cooperação:** um agente a não responde apenas quando solicitado, mas também pode adotar as intenções de um outro agente quanto não há razão em contrário.

$$\models (\mathbf{B}(a, \mathbf{I}(b, \varphi)) \wedge \neg \mathbf{I}(a, \neg \varphi)) \rightarrow \mathbf{I}(a, \mathbf{B}(b, \varphi))$$

AC7. **Princípio da Sinceridade:** um agente a não pode ter a intenção que um agente b venha a acreditar que a proposição φ é verdadeira sem acreditar nisto ele mesmo, ou pelo menos, sem ter a intenção de vir a acreditar em φ .

$$\models \mathbf{I}(a, \mathbf{B}(b, \varphi)) \rightarrow \mathbf{B}(a, \varphi) \vee \mathbf{I}(a, \mathbf{B}(a, \varphi))$$

AC8. **Princípio da Pertinência:** se um agente a tem a intenção que um outro agente b acredite na proposição φ então este agente a acredita que b não acredita em φ .

$$\models \mathbf{I}(a, \mathbf{B}(b, \varphi)) \rightarrow \mathbf{B}(a, \neg \mathbf{B}(b, \varphi))$$

AC9. **Princípio do Ajuste de Crenças:** se um agente a acredita na afirmação φ (e acredita que é competente nesta crença) e imagina que um outro agente b não acredita em φ , então ele adota a intenção de fazer b acreditar em φ .

$$\models \mathbf{B}(a, \varphi \wedge \mathbf{B}(b, \neg\varphi) \wedge \mathbf{Comp}(a, \varphi)) \rightarrow \mathbf{I}(a, \mathbf{B}(b, \varphi))$$

onde $\mathbf{Comp}(i, \varphi)$ que denota a competência de um agente i em sobre a afirmação φ pode ser formalizada da seguinte forma:

$$\mathbf{Comp}(a, \varphi) \equiv^{\text{def}} (\mathbf{B}(a, \varphi) \rightarrow \varphi) \wedge (\mathbf{B}(a, \neg\varphi) \rightarrow \neg\varphi)$$

5.3.1.4 Formalização dos Atos Comunicativos

A estrutura de um ato comunicativo em particular é definida através de uma expressão de ação com o seguinte formato:

$$\langle a, \mathit{act}(b, \varphi) \rangle$$

onde a variável sintática a denota o agente emissor, b o agente receptor, act denota um símbolo de ação primitiva para o ato (pertencente a Evt) e φ o conteúdo do ato, expresso por uma fórmula de SL .

A relação desta expressão de ação abstrata com a mensagem concreta a ser enviada é direta, supondo que as mensagens FIPA-ACL seguem o seguinte formato:

```
(act :sender a
      :receiver b
      :content  $\varphi$  )
```

As condições de viabilidade e de efeito racional, são fornecidas por fórmulas lógicas rotuladas, respectivamente, de FP (*Feasability Precondition*) e RE (*Rational Effect*) dentro da especificação do ato. Assim a semântica de um ato comunicativo simples de transferência de informação de um agente para outro, como por exemplo o ato **inform**, é definida através da seguinte expressão:

$$\begin{aligned} &\langle a, \mathbf{inform}(b, \varphi) \rangle \\ &FP: \mathbf{B}(a, \varphi) \wedge \neg \mathbf{B}(a, \mathbf{Bif}(b, \varphi) \vee \mathbf{Uif}(b, \varphi)) \\ &RE: \mathbf{B}(b, \varphi) \end{aligned}$$

Os operadores $\mathbf{Bif}(a, \varphi)$ e $\mathbf{Uif}(a, \varphi)$ são definidos como:

$$\begin{aligned} \mathbf{Bif}(a, \varphi) &\equiv \mathbf{B}(a, \varphi) \vee \mathbf{B}(a, \neg\varphi) \\ \mathbf{Uif}(a, \varphi) &\equiv \mathbf{U}(a, \varphi) \vee \mathbf{U}(a, \neg\varphi) \end{aligned}$$

O ato **inform** será emitido se o agente a tiver a intenção de executá-lo (propriedades 1 e 2) e também acreditar na afirmação φ (princípio de sinceridade), mas não acreditar que o agente b tenha algum conhecimento sobre φ (ajuste de crenças), ou seja, o agente a não acredita que b esteja ciente (acredite) em φ ou mesmo que esteja inseguro sobre a veracidade ou falsidade de φ .

Nesta situação o ato será efetivamente emitido, enquanto que a espera realmente (pela propriedade 3) que seu efeito racional seja atingido. Quanto ao agente b ele pode inferir, pela percepção (recepção) do ato, que o agente a acredita em φ (propriedade 5) e que este agente também espere que b passe a acreditar em φ (propriedade 4). Se isto vai ocorrer ou não depende da confiança que b tem em a (princípio de cooperação). Algo que não está expresso na comunicação. Também não está expresso neste ato **inform** nem uma verificação se o efeito racional foi realmente atingido nem se uma das condições de viabilidade (a parte em que a não acredita que b saiba algo sobre φ) é realmente verdadeira ou não.

Seguindo de perto a análise de Cohen e Levesque descrita em (COHEN; LEVESQUE, 1990c) e aplicada a KQML em (COHEN; LEVESQUE, 1995)⁵⁶, os atos comunicativos primitivos são formalizados, representando essencialmente os atos ilocucionários assertivos e diretivos (ver item 2.5.3.2).

Para a classe dos atos assertivos são definidos, além do ato **inform**, os atos comunicativos primitivos **confirm** e **disconfirm** que, respectivamente, confirmam se uma dada proposição é verdadeira ou falsa do ponto de vista de um dado agente, isto é, se o agente acredita que a afirmação é verdadeira ou que ela é falsa. Estes atos são definidos formalmente pelas seguintes expressões:

$$\begin{aligned} <a, \mathbf{confirm}(b, \varphi)> \\ &FP: \mathbf{B}(a, \varphi) \wedge \mathbf{B}(a, \mathbf{U}(b, \varphi)) \\ &RE: \mathbf{B}(b, \varphi) \\ <a, \mathbf{disconfirm}(b, \varphi)> \\ &FP: \mathbf{B}(a, \neg\varphi) \wedge \mathbf{B}(a, \mathbf{U}(b, \varphi) \vee \mathbf{B}(b, \varphi)) \\ &RE: \mathbf{B}(b, \neg\varphi) \end{aligned}$$

Para a classe dos atos diretivos é definido o ato comunicativo primitivo **request**. Este ato permite que um agente solicite a outro agente que execute uma dada ação (cause um evento) ε . A definição formal deste atos é apresentada a seguir:

$$\begin{aligned} <a, \mathbf{request}(b, \varepsilon)> \\ &FP: \mathbf{FP}(\varepsilon) [a/b] \wedge \mathbf{B}(a, \mathbf{Agent}(b, \varepsilon)) \wedge \neg\mathbf{B}(a, \mathbf{I}(b, \mathbf{Done}(\varepsilon))) \\ &RE: \mathbf{Done}(\varepsilon) \end{aligned}$$

A notação $\mathbf{FP}(\varepsilon) [a/b]$ é usada nas especificações dos atos comunicativos de FIPA-ACL para indicar a parte das FPs de ε que são atitudes mentais do agente a , ou seja, as condições de viabilidades de ε diretamente associadas aos estados mentais do agente a .

Os demais atos de FIPA-ACL são definidos como atos compostos ou *macro* atos, através da operação de composição (simples) de atos. A definição de um ato composto (*macro* ato) sem expressões referenciais é razoavelmente direta. A semântica destes é puramente analítica, dependendo da semântica das suas sub-expressões. Ou seja, as mensagens de FIPA-ACL devem atender obrigatoriamente o princípio de composicionalidade citado por Cohen e Levesque (1995).

Por exemplo, o ato **inform-if**, que é usado pelos agentes para informar se uma proposição é verdadeira ou falsa, é definido sobre o ato **inform** da seguinte forma:

$$\begin{aligned} <a, \mathbf{inform-if}(b, \varphi)> \equiv \\ &<a, \mathbf{inform}(b, \varphi)> \mid (<a, \mathbf{inform}(b, \neg\varphi)> \\ &FP: \mathbf{Bif}(a, \varphi) \wedge \neg \mathbf{B}(a, \mathbf{Bif}(b, \varphi) \vee \mathbf{Uif}(b, \varphi)) \\ &RE: \mathbf{Bif}(b, \varphi) \end{aligned}$$

⁵⁶ Entretanto, diferente dos trabalhos de Cohen & Levesque, na semântica de SL não é feita uma caracterização do ato comunicativo (ou ato da fal) como um ato *tentativo*, que não tem uma garantia segura de que o resultado esperado (deste ato) seja alcançado. Por outro lado, o formalismo SL considera como atitude mental primitiva o próprio conceito de incerteza, utilizando este conceito na elaboração dos próprios atos comunicativos primitivos.

O ato **query-if**, que pode ser usado por um dado agente para descobrir se um outro agente acredita ou não numa proposição, é definido sobre os atos **request** e **inform-if** da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} \langle a, \text{query-if}(b, \varphi) \rangle &\equiv \\ &\langle a, \text{request}(b, \langle b, \text{inform-if}(a, \varphi) \rangle) \rangle \\ \text{FP: } &\neg \mathbf{B}if(a, \varphi) \wedge \neg \mathbf{U}if(a, \varphi) \neg \mathbf{B}(a, \mathbf{I}(b, \mathbf{D}one(\langle b, \text{inform-if}(a, \varphi) \rangle))) \\ \text{RE: } &\mathbf{D}one(\langle b, \text{inform}(a, \varphi) \rangle \mid (\langle b, \text{inform}(a, \neg\varphi) \rangle)) \end{aligned}$$

Pode-se ver claramente na definição acima que o significado do ato **query-if** é derivado dos significados atribuídos a **inform-if** e **request**, uma vez que as condições definidas para FP e RE de **query-if** são construídas implícita ou explicitamente, tendo as condições **inform-if** e **request** como base.

Além dos macro-atos simples, que não utilizam expressões referenciais construídas sobre os termos referenciais *iota*($x, \varphi(x)$) (ver seção 4.7.5), a especificação de FIPA-ACL também inclui vários outros atos como **cfp**, **propagate**, **proxy**, **query-ref** e **subscribe**, que trabalham com questões em aberto (questões do tipo que, quem, qual, etc. ou *wh-questions* em inglês) e que, portanto, devem usar o operador *iota*. A semântica destes elementos não será abordada neste trabalho, para maiores detalhes conferir a própria especificação SC00037 (FIPA, 2001).

5.3.2 Axiomas da Comunicação Probabilística

A seção 5.3.1 apresentou uma série de preceitos gerais que deveriam governar o raciocínio dos agentes em questões de comunicação, quando as linguagens e padrões FIPA são usadas nesta comunicação. Desta apresentação, fica claro que a modelagem proposta por Sadek e adotada pela FIPA para o raciocínio dos agentes é altamente formal, sendo construída através da definição de teorias axiomáticas de agência e de comunicação que dirigem o raciocínio dos agentes. Além disso, a própria semântica da comunicação (o significado dos atos comunicativos) é definido com base nestas teorias.

Assim ao se considerar a modelagem do raciocínio, das inferências e da comunicação de agentes com características probabilísticas em um contexto similar ao da FIPA, que é o objetivo mais geral do presente trabalho, deve-se considerar como exatamente as teorias de agência e de comunicação descritas em 5.3.1 se encaixam nos processos de raciocínio deste novo tipo de agente. Também se deve analisar a aplicabilidade dos atos de comunicação atualmente existentes e verificar se eles são suficientes.

Dessa forma, esta questão pode ser dividida em duas partes: (i) identificar qual seriam os preceitos que governam os processos de inferência destes agentes com características probabilísticas e descobrir a relação destes preceitos com as teorias de agência e comunicação já descritas, e (ii) verificar a aplicabilidade dos atos comunicativos atuais em relação à troca de informações e conhecimentos probabilísticos e em caso de insuficiência mostrar que novos atos seriam necessários.

A seção atual irá empreender o estudo (i), analisando que tipos de axiomas seriam incorporados num agente com características probabilísticas e a seção 5.3.3 a seguir irá analisar a questão (ii) relativa aos atos comunicativos em um contexto probabilístico.

Um primeiro fato que se irá assumir para os agentes com características probabilísticas de raciocínio, mas que pretendam utilizar os protocolos e linguagens da FIPA, incluindo as extensões sendo propostas neste trabalho, é que todos os preceitos e

princípios declarados das teorias de agência (axiomas AA1 até AA20) e de comunicação (AC1 até AC9) também devem ser respeitados por este tipo de agente.

Dessa forma, na linguagem de comunicação PACL se assumirá como válidas as teorias de agência e da comunicação que embasam FIPA-ACL. Entretanto, alguns pequenos ajustes são necessários para que estas teorias sejam generalizadas para a lógica *SLP*.

Em primeiro lugar, considerando os princípios definidos como restrições sobre os modelos de *SL* (axiomas derivados de pressuposições), a utilização em *SLP* é direta uma vez que entram apenas como novas restrições sobre os modelos de *SLP*. Este é certamente o caso dos axiomas AA1 até AA6. Embora não fique totalmente claro na literatura este também parece ser o caso de todos os axiomas de comunicação AC1 até AC9 que seriam definidos como pressuposições lógicas impostas ao raciocínio dos agentes, ou seja, como restrições sobre os modelos e não como proposições provadas válidas nestes modelos.

Por outro lado existem axiomas como AA7 até AA20 que são explicitamente declarados como sendo derivados de proposições possíveis de serem provadas nos modelos de *SL*. O caso destes axiomas deve ser analisado com um pouco mais de cuidado porque, pela propriedade de compatibilidade entre *SL* e *SLP*, provada nos teoremas 4.6.20 e 4.6.21, pode-se mostrar que qualquer axioma de válido em *SL* também é válido *SLP* desde que não seja empregado nenhuma fórmula, termo ou operador probabilístico no axioma em questão.

Assim todas os axiomas definidos para FIPA-ACL em *SL*, também são válidos em *SLP* quando fórmulas puramente lógicas estão em questão. Da mesma forma os significados atribuídos aos atos comunicativos de FIPA-SL, quando referentes a conteúdos puramente lógicos (conteúdos descritos em *SL* ou FIPA-SL), são exatamente os mesmos caso se utilize os mecanismos de inferência de *SLP* (ou quando se consideram os modelos de *SLP*).

Porém quando os conteúdos se referem a fórmulas que envolvem também componentes probabilísticos ou numéricos a situação poderia não ser exatamente a mesma, ou seja, poderia haver situações onde um axioma válido sobre fórmulas puramente lógicas não poderia ser considerado válido quando aplicado a fórmulas envolvendo elementos probabilísticos ou numéricos. Por exemplo, o axioma AA8 de coerência de crenças que é derivado de uma proposição está definido como:

$$(1) \quad \models \mathbf{B}(a, \varphi) \rightarrow \neg \mathbf{B}(a, \neg \varphi)$$

Mas φ é definida como uma meta-variável sobre a sintaxe de *SLP* (ver seção 4.5.2) que pode ser substituída apenas por fórmulas puramente lógicas. O que se quer é generalizar este axioma para a fórmula apresentada a seguir, onde θ é uma fórmula qualquer de *SLP*:

$$(2) \quad \models \mathbf{B}(a, \theta) \rightarrow \neg \mathbf{B}(a, \neg \theta)$$

Felizmente, pode-se mostrar por um argumento relativamente simples que axiomas válidos sobre fórmulas puramente lógicas também são válidos sobre fórmulas mistas.

Considerando o mesmo axioma AA8, tal como expresso em (1). De acordo com Sadek este axioma é provadamente válido para qualquer modelo de *SL*. Sendo assim ele também é válido, pelo teorema 4.6.20, em qualquer modelo de *SLP*. Mas neste caso não há restrições em que tipos de elementos podem ser contidos na fórmula φ em (1), ou

seja, φ poderia conter qualquer tipo de expressão possível em *SLP* que não invalidaria o axioma.

Isto é justamente o que se espera, ou seja, a fórmula φ poderia conter elementos probabilísticos ou numéricos. Logo o axioma AA8, pode ser expresso pela fórmula (2), sem perda de validade.

Um argumento similar pode ser aplicado aos demais axiomas derivados de proposições, sendo assim pode-se satisfazer o objetivo inicial de assumir que as teorias de agência e comunicação definidas, respectivamente, pelos axiomas AA1 até AA20 e AC1 até AC9 também devem ser seguidos pelos agentes probabilísticos.

Assim os axiomas das teorias de agência e da comunicação por trás de FIPA-ACL também são válidos em PACL, apenas que agora aplicadas a fórmulas de *SLP*. Note que agora todas as meta-variáveis φ e ψ usadas nestes axiomas como substitutos de fórmulas puramente lógicas, devem ser trocadas por meta-variáveis como θ e ρ sobre fórmulas quaisquer de *SLP*.

Além destes axiomas, alguns (poucos) novos axiomas serão necessários quando se levam em conta questões envolvidas nos atos mais básicos de comunicação probabilística, que são os atos equivalentes aos atos **inform** e **query-if**.

Em particular, o axioma AA7 de autoconsistência do estado mental, que é particularmente útil no caso não-probabilístico, é insuficiente no caso probabilístico. A aplicação direta deste axioma, permite, por exemplo, demonstrar como válidas fórmulas similares a seguinte:

$$(3) \quad \mathbf{B}(a, \theta) \leftrightarrow \mathbf{B}(a, \mathbf{B}(a, \theta))$$

Usando a equivalência provada no corolário 4.6.11, a fórmula (3) poderia ser reescrita como:

$$(4) \quad \mathbf{BP}(a, \theta)=1 \leftrightarrow \mathbf{B}(a, \mathbf{BP}(a, \theta)=1)$$

Este é um fato interessante, mas é relativamente limitado no contexto de inferências probabilísticas. Neste caso é possível mostrar algo mais geral. Na verdade é possível mostrar que o fato de um agente assumir que a probabilidade de uma fórmula θ é p ($\mathbf{BP}(a, \theta)=p$) equivale a este agente assumir também que acredita nisto ($\mathbf{B}(a, \mathbf{BP}(a, \theta)=p)$). Esta propriedade é enunciada pela seguinte proposição:

Proposição 5.3.1: $\mathbf{BP}(a, \theta)=p \Leftrightarrow \mathbf{B}(a, \mathbf{BP}(a, \theta)=p)$, para qualquer fórmula θ e termo probabilístico p de *SLP*.

Prova:

Sentido \Rightarrow :

Neste sentido, a proposição se reduz a fórmula a seguir, para qualquer modelo M , mundo-possível w e valoração v :

$$(a) \quad M, w, v \models \mathbf{BP}(a, \theta)=p \Rightarrow M, w, v \models \mathbf{B}(a, \mathbf{BP}(a, \theta)=p)$$

Pela definição do operador **BP** (ver seção 4.5.3), tem-se que como hipótese que:

$$(b) \quad \mathbf{BP}(a, \theta) = \mu_a(\{w' \mid w \mathcal{B}_a w' \text{ e } M, w', v \models \theta\})=p$$

Agora a definição de $\mathbf{B}(a, \mathbf{BP}(a, \theta)=p)$ (ver seção 4.5.3) diz que:

$$(c) \quad M, w', v \models \mathbf{BP}(a, \theta)=p, \text{ para todo } w' \text{ tal que } w \mathcal{B}_a w'$$

Portanto, incorporando a definição de $BP(a, \theta)=p$, tem-se como consequência a ser provada que:

$$(d) \quad M, w', v \models \mu_a(\{w'' \mid w' \mathcal{B}_a w'' \text{ e } M, w'', v \models \theta\})=p, \text{ para todo } w' \text{ tal que } w \mathcal{B}_a w'$$

Mas, pela proposição 4.6.2, tem-se também que se um mundo-possível tem probabilidade não-zero então este mundo pode ser alcançado, pela relação de crenças \mathcal{B}_a , a partir de qualquer outro mundo existente no modelo. Além disso, pela proposição 4.6.9 tem-se que qualquer mundo-possível com probabilidade 0, não pode ser alcançado pelos outros mundos-possíveis pela relação \mathcal{B}_a .

Assim, se o mundo w considerado na hipótese (b) tiver probabilidade 0, ele não pode, pela proposição 4.6.9, pertencer ao conjunto $\{w' \mid w \mathcal{B}_a w' \text{ e } M, w', v \models \theta\}$ definido em (b). Da mesma forma, a probabilidade de w for diferente de 0 então, pela proposição 4.6.2, ele tem que pertencer ao conjunto $\{w' \mid w \mathcal{B}_a w' \text{ e } M, w', v \models \theta\}$.

Como é garantido pela hipótese (b) que a probabilidade calculada para uma sentença θ a partir do mundo w é igual a p , então a probabilidade calculada para esta sentença θ , a partir de qualquer outro mundo que possa ser alcançado a partir de w também deve resultar no mesmo valor. Ou seja, deve valer:

$$(e) \quad \mu_a(\{w'' \mid w' \mathcal{B}_a w'' \text{ e } M, w'', v \models \theta\})=p, \text{ para todo } w' \text{ tal que } w \mathcal{B}_a w'$$

Mas esta é justamente a condição estipulada em (d) para a satisfatibilidade de $B(a, BP(a, \theta)=p)$, logo, se $BP(a, \theta)=p$ então $B(a, BP(a, \theta)=p)$.

Sentido \Leftarrow :

Neste caso, após algumas transformações e considerando w como o mundo-possível atual, tem-se como hipótese que:

$$(f) \quad \mu_a(\{w'' \mid w' \mathcal{B}_a w'' \text{ e } M, w'', v \models \theta\})=p, \text{ para todo } w' \text{ tal que } w \mathcal{B}_a w'$$

Mas neste caso também deve valer, para este mundo w que:

$$(g) \quad \mu_a(\{w' \mid w \mathcal{B}_a w' \text{ e } M, w', v \models \theta\})=p$$

Pela proposição 4.6.2 se a probabilidade de w for diferente de 0 ele tem que ser alcançado a partir de qualquer outro mundo e portanto também ser alcançado a partir dele mesmo. Logo ele é um dos mundos w' onde, pela hipótese definida em (f), o cálculo da probabilidade de θ resulta p .

Se a probabilidade de w for 0, então o valor da sua probabilidade não altera o cálculo de p , mas como, pela hipótese (f), a probabilidade calculada para θ a partir de qualquer mundo alcançável a partir de w é p ela tem também este mesmo valor quando computada a partir do próprio w . Logo, se $B(a, BP(a, \theta)=p)$ então $BP(a, \theta)=p$.

■

Assim a proposição 5.3.1 será considerada como um novo axioma a ser adicionado aos axiomas anteriores:

ACP1. **Concordância entre Probabilidades e Crenças:** o fato de um agente assumir que a probabilidade de uma fórmula θ é p equivale a este agente assumir também que acredita nisto:

- (i) $\models \mathbf{BP}(a, \theta)=p \leftrightarrow \mathbf{B}(a, \mathbf{BP}(a, \theta)=p)$
(ii) $\models \mathbf{BP}(a, \theta)\neq p \leftrightarrow \mathbf{B}(a, \mathbf{BP}(a, \theta)\neq p)$

Além disso o princípio de ajuste de crenças (axioma AC9) será reformulado de uma forma mais apropriada para lidar com probabilidades. Este axioma quando aplicado a fórmula $\mathbf{BP}(a, \theta)=p$, que define o grau de crença p que um determinado agente a tem numa dada afirmação θ resulta em:

$$(5) \quad \models \mathbf{B}(a, \mathbf{BP}(a, \theta)=p \wedge \mathbf{B}(b, \mathbf{BP}(b, \theta)\neq p) \wedge \mathbf{Comp}(a, \mathbf{BP}(a, \theta)=p)) \rightarrow \mathbf{I}(a, \mathbf{B}(b, \mathbf{BP}(b, \theta)=p))$$

Mas, pelo fato que $\mathbf{B}(a, \varphi \wedge \psi) \leftrightarrow \mathbf{B}(a, \varphi) \wedge \mathbf{B}(a, \psi)$, então (5) pode ser reformulado em:

$$(6) \quad \models \mathbf{B}(a, \mathbf{BP}(a, \theta)=p) \wedge \mathbf{B}(a, \mathbf{B}(b, \mathbf{BP}(b, \theta)\neq p)) \wedge \mathbf{B}(a, \mathbf{Comp}(a, \mathbf{BP}(a, \theta)=p)) \rightarrow \mathbf{I}(a, \mathbf{B}(b, \mathbf{BP}(b, \theta)=p))$$

Como $\mathbf{B}(b, \mathbf{BP}(b, \theta)\neq p) \leftrightarrow \mathbf{BP}(b, \theta)\neq p$ por ACP1 então a formula (6) se reduz a:

$$(7) \quad \models \mathbf{BP}(a, \theta)=p \wedge \mathbf{B}(a, \mathbf{BP}(b, \theta)\neq p) \wedge \mathbf{B}(a, \mathbf{Comp}(a, \mathbf{BP}(a, \theta)=p)) \rightarrow \mathbf{I}(a, \mathbf{BP}(b, \theta)=p)$$

Pelo princípio de coerência das crenças (axioma AA8), tem-se que $\mathbf{B}(a, \mathbf{BP}(b, \theta)\neq p) \Rightarrow \neg \mathbf{B}(a, \neg \mathbf{BP}(b, \theta)\neq p)$. Logo se (7) é válido, a fórmula a seguir também tem que ser válida:

$$(8) \quad \models \mathbf{BP}(a, \theta)=p \wedge \neg \mathbf{B}(a, \mathbf{BP}(b, \theta)=p) \wedge \mathbf{B}(a, \mathbf{Comp}(a, \mathbf{BP}(a, \theta)=p)) \rightarrow \mathbf{I}(a, \mathbf{BP}(b, \theta)=p)$$

Mas como $\neg \mathbf{B}(a, \neg \mathbf{BP}(b, \theta)\neq p) \leftrightarrow \mathbf{BP}(a, \mathbf{BP}(b, \theta)=p) < 1$, então (8) pode ser reescrito como:

$$(9) \quad \models \mathbf{BP}(a, \theta)=p \wedge \mathbf{BP}(a, \mathbf{BP}(b, \theta)=p) < 1 \wedge \mathbf{B}(a, \mathbf{Comp}(a, \mathbf{BP}(a, \theta)=p)) \rightarrow \mathbf{I}(a, \mathbf{BP}(b, \theta)=p)$$

A formulação definida em (9) será considerada como o princípio de ajuste de crenças aplicado para o caso probabilístico, sendo mais apropriado para lidar com os atos comunicativos **inform-bp** (ver item 5.3.3.1 a seguir). Nesta formulação o princípio será denominado de Princípio de Consistência de Probabilidades:

ACP2. Princípio de Consistência de Probabilidades: se um agente a acredita que probabilidade subjetiva de uma proposição é p (e acredita que é competente nesta crença) e imagina que um outro agente acha que a probabilidade desta proposição é diferente de p , então ele adota a intenção de fazer este outro agente acreditar que a probabilidade correta da proposição em questão é p :

$$\models \mathbf{BP}(a, \theta)=p \wedge \mathbf{BP}(a, \mathbf{BP}(b, \theta)=p) < 1 \wedge \mathbf{B}(a, \mathbf{Comp}(a, \mathbf{BP}(a, \theta)=p)) \rightarrow \mathbf{I}(a, \mathbf{BP}(b, \theta)=p)$$

5.3.3 Novos Atos Comunicativos

Pelos resultados da seção 5.3.2 todos os axiomas de FIPA-ACL também são axiomas de PACL. Por consequência, todas as inferências que levam a emissão de um ato comunicativo padrão de FIPA-ACL (ou que são ocasionadas pela recepção) também são válidas em PACL, logo PACL inclui todos os atos padronizados por FIPA-ACL.

Mas agora os conteúdos dos atos de PACL, podem incorporar conhecimentos probabilísticos expressos em *SLP*, quando esta lógica é utilizada como linguagem de representação de conteúdos. Isto certamente resolve as situações levantadas nas seções 5.1 e 5.2, onde conhecimentos probabilísticos ou incertos seriam passados como conteúdos dos atos da fala, mas não implicam em nenhum tipo de graduação da força deste ato.

Porém, levando em conta as demais considerações epistemológicas discutidas nas seções 5.1 e 5.2, então além de esperar que informações sobre probabilidades subjetivas de um agente sejam compartilhadas com outros agentes, ou que um dado agente possa questionar o grau de crença de outro agente, também faz sentido assumir que um *locus* possível para esta comunicação esteja diretamente associado aos atos ilocucionários, permitindo uma graduação subjetiva da crença sendo enunciada.

Nesta seção se irão analisar e definir quais são os atos comunicativos mais básicos numa comunicação probabilística, quando se assume a graduação da força do ato. Estes atos serão derivados dos atos assertivos e dos atos diretivos de questionamento de informações, respectivamente, para informar a probabilidade de uma proposição lógica e para questionar a probabilidade de uma proposição.

5.3.3.1 O Ato *inform-bp*

O ato comunicativo (derivado dos atos assertivos) mais básico de ser enunciado por um agente é o ato **inform** que diz que este agente acredita que uma proposição tem o valor lógico verdadeiro. O ato equivalente, em termos probabilísticos, é o ato **inform-bp**. Este ato é usado para informar a probabilidade subjetiva que um agente atribui a uma dada afirmação. Conforme discutido nas seções 5.1 e 5.2 ele está intrinsecamente ligado a possibilidade de que a força ilocucional de um ato assertivo seja seja “graduada” ou “ajustada” por algum tipo de coeficiente. Dessa forma pode ser informado o grau de crença (probabilidade subjetiva) associado a uma dada proposição lógica. Em termos formais, se está assumindo que isto equivale a informar junto com a proposição sendo enunciada, qual o grau de crença ou probabilidade subjetiva que o agente emissor está efetivamente atribuindo a esta proposição.

A metodologia básica empregada na definição do ato **inform-bp** passa primeiro por uma análise das precondições e efeitos do ato comunicativo **inform**. Após esta análise o novo ato **inform-bp** é definido especificamente para lidar com as situações que levariam um agente a emitir um ato comunicativo informando a probabilidade de uma dada fórmula ϕ ser verdadeira e que efeitos este agente esperaria alcançar.

A pré-condição do ato **inform** declara especificamente:

$$(1) \mathbf{B}(a, \phi) \wedge \neg \mathbf{B}(a, \mathbf{B}(b, \phi) \vee \mathbf{B}(b, \neg\phi) \vee \mathbf{U}(b, \phi) \vee \mathbf{U}(b, \neg\phi))$$

Usando a regra REQB de equivalências entre crenças e probabilidades a fórmula (1) se transforma em:

$$(2) \mathbf{BP}(a, \phi)=1 \wedge \neg \mathbf{BP}(a, \mathbf{BP}(b, \phi)=1 \vee \mathbf{BP}(b, \neg\phi)=1 \vee \mathbf{U}(b, \phi) \vee \mathbf{U}(b, \neg\phi))=1$$

Pelos teoremas T3, T7 e por um pouco de inferência sobre os reais (AXRCF), pode-se demonstrar que a fórmula (2) é equivalente a:

$$(3) \mathbf{BP}(a, \phi)=1 \wedge \mathbf{BP}(a, \mathbf{BP}(b, \phi)=1 \vee \mathbf{BP}(b, \phi)=0 \vee \mathbf{U}(b, \phi) \vee \mathbf{U}(b, \neg\phi))<1$$

Pela definição da semântica do operador U (definição 4.5.4), (3) se transforma em:

$$(4) \quad \begin{aligned} & \mathbf{BP}(a, \varphi) = \mathbf{1} \wedge \\ & \mathbf{BP}(a, \mathbf{BP}(b, \varphi) = \mathbf{1} \vee \mathbf{BP}(b, \varphi) = \mathbf{0} \vee \\ & (\mathbf{BP}(b, \varphi) > \mathbf{0.5} \wedge \mathbf{BP}(b, \varphi) < \mathbf{1}) \vee (\mathbf{BP}(b, \neg\varphi) > \mathbf{0.5} \wedge \mathbf{BP}(b, \neg\varphi) < \mathbf{1})) < \mathbf{1} \end{aligned}$$

Pela aplicação do teorema T3 e por inferência sobre reais (AXRCF), pode-se mostrar que (4) é equivalente a:

$$(5) \quad \begin{aligned} & \mathbf{BP}(a, \varphi) = \mathbf{1} \wedge \\ & \mathbf{BP}(a, (\mathbf{BP}(b, \varphi) \geq \mathbf{0} \wedge \mathbf{BP}(b, \varphi) < \mathbf{0.5}) \vee (\mathbf{BP}(b, \varphi) > \mathbf{0.5} \wedge \mathbf{BP}(b, \varphi) \leq \mathbf{1})) < \mathbf{1} \end{aligned}$$

Não é difícil ver que (5) é equivalente a:

$$(6) \quad \mathbf{BP}(a, \varphi) = \mathbf{1} \wedge \mathbf{BP}(a, \mathbf{BP}(b, \varphi) \neq \mathbf{0.5}) < \mathbf{1}$$

Por fim, utilizando o teorema T3 e os axiomas do corpo dos reais (AXRCF), esta fórmula (6) pode ser modificada para a seguinte expressão equivalente:

$$(7) \quad \mathbf{BP}(a, \varphi) = \mathbf{1} \wedge \mathbf{BP}(a, \mathbf{BP}(b, \varphi) = \mathbf{0.5}) > \mathbf{0}$$

A análise acima apenas demonstra que, ao se tratar a incerteza de um ponto de vista probabilístico, o agente a é levado a emitir um ato comunicativo **inform** quando (i) está seguro que acredita na proposição φ , mas (ii) acredita que existe uma probabilidade não nula que o agente b esteja completamente incerto sobre φ , ou seja, o agente a acha possível que b pode achar φ com igual probabilidade de ser falsa ou verdadeira.

Substituindo na condição (7) a fórmula φ para um caso probabilístico, ou seja, fazendo $\varphi = \mathbf{BP}(a, \psi) = p$ em (7) se obteria como pré-condição para um ato **inform** que carregasse um conteúdo probabilístico a seguinte condição:

$$(8) \quad \mathbf{BP}(a, \mathbf{BP}(a, \psi) = p) = \mathbf{1} \wedge \mathbf{BP}(a, \mathbf{BP}(b, \mathbf{BP}(a, \psi) = p) = \mathbf{0.5}) > \mathbf{0}$$

Embora possível como pré-condição para um ato **inform** não-probabilístico, o efeito racional pretendido para este ato não seria exatamente o que se esperaria obter no caso probabilístico. O efeito deste ato seria definido pela seguinte fórmula:

$$(9) \quad \mathbf{BP}(b, \mathbf{BP}(a, \psi) = p) = \mathbf{1}$$

Pelo efeito definido acima, o agente b passaria a acreditar que a probabilidade subjetiva atribuída por a à proposição ψ é p , mas isto não implicaria que o próprio agente b tenha esta probabilidade subjetiva para ψ . Assim o efeito racional esperado de um ato **inform** de caráter probabilístico seria apenas:

$$(10) \quad \mathbf{BP}(b, \psi) = p$$

Por outro lado, a condição $\mathbf{BP}(a, \mathbf{BP}(b, \mathbf{BP}(a, \psi) = p) = \mathbf{0.5}) > \mathbf{0}$ diz apenas que o agente a acha possível que b esteja incerto sobre que probabilidade a atribui à ψ . Novamente para o caso probabilístico esta não é claramente uma condição realista. O sentido original desta condição para o caso lógico é simplesmente expressar o fato que o agente a não acredite que b esteja corretamente informado sobre o valor lógico da proposição ψ e não sobre que crenças o agente b tem sobre o agente a . Traduzindo este sentido para o caso probabilístico, deve-se assumir que esta condição apenas expresse o fato que o agente a não acredita que b tenha o valor correto para a probabilidade

subjativa de ψ (que a imagina que é p). Assim esta expressão pode ser substituída em (8) por $\mathbf{BP}(a, \mathbf{BP}(b, \psi)=p) < 1$ resultando em:

$$(11) \mathbf{BP}(a, \mathbf{BP}(a, \psi)=p)=1 \wedge \mathbf{BP}(a, \mathbf{BP}(b, \psi)=p) < 1$$

Além disso pela aplicação do princípio de autoconsistência entre estados mentais, estendido para o caso probabilístico (ACP1), é possível assumir em *SLP* que $\mathbf{BP}(a, \mathbf{BP}(a, \psi)=p)=1$ é equivalente a $\mathbf{BP}(a, \psi)=p$, assim (11) se reduz a:

$$(12) \mathbf{BP}(a, \psi)=p \wedge \mathbf{BP}(a, \mathbf{BP}(b, \psi)=p) < 1$$

Na figura 5.1 é apresentada a definição do ato **inform-bp** de acordo com as considerações feitas acima e levando em conta que as fórmulas passadas como parâmetro destes atos pode conter elementos probabilísticos:

$$\begin{aligned} &<a, \mathbf{inform-bp}(b, \langle \theta, p \rangle) \rangle \\ &FP: \mathbf{BP}(a, \theta)=p \wedge \mathbf{BP}(a, \mathbf{BP}(b, \theta)=p) < 1 \\ &RE: \mathbf{BP}(b, \theta)=p \end{aligned}$$

Figura 5.1: Definição do ato **inform-bp**

5.3.3.2 O Ato *query-bp*

O ato **query-bp** também será modelado após uma análise do ato **query-if** que é seu similar quando se está se lidando apenas com proposições lógicas. O ato **query-if** é emitido por um agente quando ele não tem conhecimento sobre a veracidade de uma proposição mas acredita que o outro agente pode informá-lo sobre isto, se tiver este conhecimento. Este ato é formalizado pela expressão definida a seguir, onde os termos $\mathbf{Bif}(a, \varphi)$ e $\mathbf{Uif}(a, \varphi)$ já foram substituídos pelas equivalências apropriadas:

$$\begin{aligned} &<a, \mathbf{query-if}(b, \varphi) \rangle \equiv \\ &<a, \mathbf{request}(b, \langle b, \mathbf{inform-if}(a, \varphi) \rangle) \rangle \\ (1) \quad &FP: \neg \mathbf{B}(a, \varphi) \wedge \neg \mathbf{B}(a, \neg \varphi) \wedge \neg \mathbf{U}(a, \varphi) \wedge \neg \mathbf{U}(a, \neg \varphi) \wedge \\ (2) \quad &\neg \mathbf{B}(a, \mathbf{I}(b, \mathbf{Done}(\langle b, \mathbf{inform-if}(a, \varphi) \rangle))) \\ &RE: \mathbf{Done}(\langle b, \mathbf{inform}(a, \varphi) \rangle) \mid (\langle b, \mathbf{inform}(a, \neg \varphi) \rangle) \end{aligned}$$

A pré-condição do ato **query-if** foi dividida em duas sub-fórmulas para fins de análise. A subfórmula (1) desta pré-condição define o estado mental do agente a em relação à proposição φ , estabelecendo que este agente não tem informações sobre o valor verdade de φ . A subfórmula (2) afirma que o agente a não acredita que o agente b , no curso natural de ações, irá ter a intenção de informar a sobre o valor verdade de φ .

Começando a análise pela pré-condição (1). Utilizando as equivalências de crenças e incertezas para probabilidades, a condição (1) se transforma na seguinte fórmula probabilística:

$$(3) \quad \mathbf{BP}(a, \varphi) < 1 \wedge \mathbf{BP}(a, \neg \varphi) < 1 \wedge \neg(\mathbf{BP}(a, \varphi) > 0.5 \wedge \mathbf{BP}(a, \varphi) < 1) \wedge \neg(\mathbf{BP}(a, \neg \varphi) > 0.5 \wedge \mathbf{BP}(a, \neg \varphi) < 1)$$

Utilizando o teorema T3 e os axiomas da lógica proposicional (AXFOL), sobre probabilidades (AXP) e sobre reais (AXRCF) pode-se provar que (2) é equivalente a:

$$(4) \quad \mathbf{BP}(a, \varphi) < 1 \wedge \mathbf{BP}(a, \varphi) > 0 \wedge \\ (\mathbf{BP}(a, \varphi) \leq 0.5 \vee \mathbf{BP}(a, \varphi) = 1) \wedge (\mathbf{BP}(a, \varphi) \geq 0.5 \vee \mathbf{BP}(a, \varphi) = 0)$$

Através dos axiomas dos reais (AXRCF) e das equivalências da lógica proposicional (AXFOL), pode-se reduzir a fórmula (4) para a seguinte fórmula equivalente:

$$(5) \quad \mathbf{BP}(a, \varphi) > 0 \wedge \mathbf{BP}(a, \varphi) \leq 0.5 \wedge \mathbf{BP}(a, \varphi) \geq 0.5$$

A fórmula (5) é claramente equivalente, pelos axiomas de probabilidades (AXP) e dos reais (AXRCF), à seguinte fórmula:

$$(6) \quad \mathbf{BP}(a, \varphi) = 0.5$$

A pré-condição (2) é equivalente a seguinte fórmula probabilística:

$$(7) \quad \mathbf{BP}(a, \mathbf{I}(b, \mathbf{Done}(<b, \mathbf{inform-if}(a, \varphi)>))) < 1$$

Dessa forma, após uma análise similar à empregada anteriormente para o caso do **inform**, a pré-condição do ato **query-if** pode ser reduzida a seguinte expressão probabilística:

$$(1') \quad FP: \mathbf{BP}(a, \varphi) = 0.5 \wedge$$

$$(2') \quad \mathbf{BP}(a, \mathbf{I}(b, \mathbf{Done}(<b, \mathbf{inform-if}(a, \varphi)>))) < 1$$

Substituindo φ por uma fórmula $\mathbf{BP}(a, \psi) = p$ na expressão acima, obtém-se:

$$(1'') \quad FP: \mathbf{BP}(a, \mathbf{BP}(a, \psi) = p) = 0.5 \wedge$$

$$(2'') \quad \mathbf{BP}(a, \mathbf{I}(b, \mathbf{Done}(<b, \mathbf{inform-if}(a, \mathbf{BP}(a, \psi) = p)>))) < 1$$

A fórmula (1'') expressa de maneira razoável que o agente a não tem uma estimativa apropriada para a probabilidade de ψ e portanto é uma pré-condição apropriada para a emissão do ato de solicitação de informações. O problema aqui é que o tipo de ato emitido em resposta à solicitação, o macro ato **inform-if**, baseado sobre o ato **inform**, conforme foi visto anteriormente não é adequado para passar este tipo de informação tanto por razões epistemológicas (não garante a independência entre conteúdo e força assertiva do ato) quanto por razões formais (o efeito racional obtido não é o esperado).

Assim vale a pena definir um novo ato comunicativo especificamente para este fim. A ação efetuada em resposta a este novo ato (o efeito racional que se espera dele) é a emissão de um ato **inform-bp** tal como definido no item 5.3.3.1. Também em termos de implementação também é interessante existir um conjunto de atos comunicativos especificamente definidos para tratar do intercâmbio de probabilidades.

A definição formal do **query-bp** é apresentada na figura 5.2 de acordo com as considerações feitas acima (da mesma forma que no ato **inform-bp** também serão permitidas quaisquer tipos de fórmulas de *SLP* como parâmetros deste ato):

$$\begin{aligned}
&\langle a, \mathbf{query\text{-}bp}(a, \theta) \rangle \equiv \\
&\quad \langle a, \mathbf{request}(b, \langle b, \mathbf{inform\text{-}bp}(a, \langle \theta, p \rangle) \rangle) \rangle \\
&\quad \text{FP: } \mathbf{BP}(a, \mathbf{BP}(a, \theta)=p)=\mathbf{0.5} \wedge \\
&\quad \quad \mathbf{BP}(a, \mathbf{I}(b, \mathbf{Done}(\langle \mathbf{inform\text{-}bp}(a, \langle \theta, p \rangle) \rangle))) < \mathbf{1} \\
&\quad \text{RE: } \mathbf{Done}(\langle \mathbf{inform\text{-}bp}(a, \langle \theta, p \rangle) \rangle)
\end{aligned}$$

Figura 5.2: Definição do ato **query-bp**

Note que do ponto de vista lógico a única restrição que se precisa assumir no esquema acima que é que a variável numérica p seja livre e não tenha sido usada anteriormente. Dessa forma não é necessário que o agente a tenha uma estimativa particular para p porque, pela generalização universal sobre uma variável livre a fórmula $\mathbf{BP}(a, \mathbf{BP}(a, \varphi)=p)=\mathbf{0.5}$ se torna efetivamente equivalente à fórmula $(\forall p)(\mathbf{BP}(a, \mathbf{BP}(a, \varphi)=p)=\mathbf{0.5})$ mostrando que o agente a não tem qualquer estimativa para a probabilidade de φ . Por outro lado, pode-se assumir que, como resultado da emissão do ato pelo agente b , a variável p seja associada a algum valor de probabilidade definido por b por meio de um mecanismo de especialização universal.

5.3.3.3 Os Atos *inform-bpt* e *query-bpt*

Os atos comunicativos **inform-bp/query-bp** permitem que a probabilidade associada a uma dada proposição possa ser transportada/solicitada pelos agentes dentro de um sistema multiagente. Porém no contexto de inferências probabilísticas (ver seção 5.5) não é incomum que a distribuição de probabilidades de uma ou mais variáveis probabilísticas tenha que ser trocada de uma só vez entre dois agentes. Variáveis probabilísticas podem ser representadas por meio de predicados de *SLP* (ver seção 5.4), neste caso a distribuição de probabilidades associada a variável é representada por uma tabela que atribui, para cada instância concreta do predicado (valor da variável no espaço amostral) qual é sua probabilidade. Sendo assim, seria interessante que existissem formas de se enviar e solicitar estas tabelas de probabilidades em uma única mensagem (ato comunicativo).

O ato **inform-bpt**, definido formalmente na figura 5.3, transporta as probabilidades p_1, p_2, \dots, p_n associadas as proposições $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n$ em uma única mensagem. Isto permite que uma única mensagem transporte toda a tabela contendo a distribuição de probabilidades associada a uma ou mais variáveis.

$$\begin{aligned}
&\langle a, \mathbf{inform\text{-}bpt}(b, \langle \langle \varphi_1, p_1 \rangle, \langle \varphi_2, p_2 \rangle, \dots, \langle \varphi_n, p_n \rangle \rangle) \rangle \\
&\quad \text{FP: } \mathbf{BP}(a, \varphi_1)=p_1 \wedge \mathbf{BP}(a, \varphi_2)=p_2 \wedge \dots \wedge \mathbf{BP}(a, \varphi_n)=p_n \wedge \\
&\quad \quad \mathbf{BP}(a, \mathbf{BP}(b, \varphi_1)=p_1) < \mathbf{1} \wedge \mathbf{BP}(a, \mathbf{BP}(b, \varphi_2)=p_2) < \mathbf{1} \wedge \dots \wedge \\
&\quad \quad \quad \mathbf{BP}(a, \mathbf{BP}(b, \varphi_2)=p_2) < \mathbf{1} \\
&\quad \text{RE: } \mathbf{BP}(b, \varphi_1)=p_1 \wedge \mathbf{BP}(b, \varphi_2)=p_2 \wedge \dots \wedge \mathbf{BP}(b, \varphi_n)=p_n
\end{aligned}$$

Figura 5.3: Definição do ato **inform-bpt**

O ato **query-bpt**, definido formalmente na figura 5.4, é a contrapartida do ato **inform-bpt** e permite a solicitação dos valores das probabilidades associados às proposições $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n$.

$$\begin{aligned}
 \langle a, \text{query-bpt}(a, \varphi_1, \dots, \varphi_n) \rangle \equiv & \\
 \langle a, \text{request}(b, \langle b, \text{inform-bpt}(a, \langle \langle \varphi_1, p_1 \rangle, \dots, \langle \varphi_n, p_n \rangle \rangle) \rangle) \rangle & \\
 FP: \text{BP}(a, \text{BP}(a, \varphi_1) = p_1) = 0.5 \wedge \dots \wedge & \\
 \text{BP}(a, \text{BP}(a, \varphi_n) = p_n) = 0.5 \wedge & \\
 \text{BP}(a, I(b, \text{Done}(\langle \text{inform-bp}(a, \langle \langle \varphi_1, p_1 \rangle, \dots, \langle \varphi_n, p_n \rangle \rangle) \rangle))) < 1 & \\
 RE: \text{Done}(\langle \text{inform-bp}(a, \langle \langle \varphi_1, p_1 \rangle, \dots, \langle \varphi_n, p_n \rangle \rangle) \rangle) &
 \end{aligned}$$

Figura 5.4: Definição do ato **query-bpt**

5.4 Conteúdos Probabilísticos

Os padrões de comunicação oferecidos pela FIPA oferecem uma boa forma de se modelar a comunicação entre agentes num dado sistema multiagente quando critérios como: base formal da especificação, diversidade de serviços oferecidos pela plataforma de comunicação e nível de maturidades da padronização são levados em conta. Entretanto um problema básico que ocorre nos padrões FIPA (e em qualquer outra linguagem de comunicação entre agentes baseada na lógica clássica) é que não se pode representar ou comunicar de forma apropriadas informações e conhecimentos de natureza probabilística. Atualmente a forma mais usual de se representar conhecimentos probabilísticos em agentes (e sistemas especialistas em geral) é através de Redes Bayesianas (RBs). Porém nenhuma das linguagens de representação de conteúdos suportadas pela FIPA (FIPA-SL (FIPA, SC0008, 2001), KIF (FIPA, XC0010, 2001), RDF (FIPA, XC0011, 2001) ou CCL (FIPA, XC0009, 2001)) permite este tipo de representação.

Nesta seção será apresentada uma forma de se representar RBs em *SLP*, permitindo então, quando esta linguagem seja usada como linguagem de conteúdo, que redes inteiras sejam transportadas de um agente para outro através dos atos comunicativos de FIPA-ACL. Considerando que o modelo lógico de *SLP* se reduz ao modelo de *SL* quando operadores probabilísticos não são usados, é fácil demonstrar que os atos padrão de FIPA-ACL têm o mesmo significado em ambas lógicas. Dessa forma qualquer ato comunicativo de FIPA-ACL pode ser usado para transportar conteúdos formados por expressões *SLP*.

Além disso, de um ponto de vista mais formal, a utilização de *SLP* como linguagem de conteúdo, oferece uma forma de expressar os conhecimentos probabilísticos dos agentes de maneira independente de arquitetura ou implementação. Isto permite que os conhecimentos probabilísticos e lógicos que serão compartilhados entre os vários agentes de um sistema multiagente sejam expressos numa única linguagem. Isto também pode ser considerada um avanço nas pesquisas sobre ontologias de sistemas multiagentes que possuem agentes com capacidades de inferência probabilística e não-probabilística (lógica).

Não é objetivo desta seção apresentar uma revisão completa sobre as RBs, mas apenas mostrar como elas podem ser mapeadas em fórmulas de *SLP* e como este mapeamento garante que o conhecimento incorporado numa dada RB também está incorporado nas fórmulas de *SLP*. Alguns aspectos das redes bayesianas já foram apresentados na seção 3.4.2 no contexto da lógica **Lp** de Bacchus. Aqui será feita uma breve revisão da estrutura e semântica formal associada às redes, no intuito de mostrar como elas podem ser representadas em *SLP*.

Formalmente uma RB é uma tripla $\langle N, E, P \rangle$ onde N é um conjunto de nós que representam as variáveis probabilísticas da rede, E é o conjunto de arcos dirigidos entre estes nós (um conjunto de pares de nós) que representa as relações de dependência causal entre estas variáveis e P é a função de Distribuição de Probabilidades Conjunta (DPC, ou em inglês, JPD - *Joint Probability Distribution*) associada as variáveis probabilísticas de N . Além desta estrutura normalmente também se deve considerar os tipos das variáveis de N , ou seja, os conjuntos de valores possíveis de se atribuir a cada variável da RB.

A subestrutura $D = \langle N, E \rangle$ forma um grafo dirigido acíclico (DAG - *Directed Acyclic Graph*, em inglês). A função P é a JPD associada ao grafo D , atribuindo probabilidades específicas para os valores que podem ser atribuídos as variáveis probabilísticas.

A relação de dependência básica incorporada nas RBs estabelece que um nó da RB, quando considerado como uma variável probabilística, é independente dos seus nós não-descendentes, dado seus nós pais. Dessa forma a função P pode ser especificada, para uma RB com $N = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$, pela equação (1) a seguir, onde $Parents(A_i)$ denota o conjunto de nós pais de A_i .

$$(1) P(A_1, A_2, \dots, A_n) = p(A_1 | Parents(A_1)) \times p(A_2 | Parents(A_2)) \times \dots \times p(A_n | Parents(A_n))$$

A equação (1) define as probabilidades atribuídas as combinações de valores possíveis de serem atribuídas às variáveis A_1, A_2, \dots, A_n . Estas variáveis podem ser tanto discretas quanto contínuas, no caso geral. Aqui, entretanto será considerado apenas o caso de variáveis probabilísticas discretas.

Para que a fórmula (1) possa definir completamente a função P é necessário também especificar para cada nó $A_i \in N$, a força das influências causais dos seus nós pais. Esta força é definida pela função $p(A_i | Parents(A_i))$ que define a probabilidade condicional atribuída aos valores que pode assumir a variável A_i dado os valores que podem assumir as variáveis pais de A_i .

As características formais das propriedades de RBs definidas acima oferecem alguns indícios de como começar a modelar a representação de RBs em *SLP*. Deve-se salientar, entretanto, que na verdade não existe uma única forma canônica para este tipo de representação. Nós, arcos, funções de distribuição e tipos de variáveis probabilísticas, podem ser especificados de diversas formas numa dada linguagem lógica probabilística.

Estes elementos podem ser “codificados”, inclusive, numa linguagem puramente lógica com igualdade através de atribuições de termos literais numéricos a proposições lógicas. Isto, entretanto, não pode ser considerado como uma representação de conhecimentos probabilísticos. De fato, sem que a lógica subjacente tenha um tratamento formal adequado de probabilidades, por meio da incorporação de uma teoria probabilística e numérica apropriada aos axiomas básicos da lógica, não se pode dizer

que se está representando conhecimentos probabilísticos, porque nenhuma das implicações possíveis, pela teoria das probabilidades ou mesmo pela aritmética básica, pode ser deduzida das afirmações “probabilísticas”. Sendo assim, no máximo o que se consegue com uma abordagem puramente lógica é codificar informações probabilísticas em fórmulas (e conseqüentemente em conteúdos de atos comunicativos), mas de uma forma puramente sintática, sem nenhuma semântica formal explícita associada.

Neste trabalho se irá abordar o problema, dividindo a representação de uma dada RB em seus dois componentes básicos: estrutural (grafo) e probabilístico (JPD). Além disso deve-se levar em conta os papéis assumidos pelos nós numa dada RB, como componente estrutural mostrando a topologia das relações de dependência e como variável probabilística, que possui um tipo de dados e que tem, para cada valor possível seu, uma dada probabilidade associada.

Nas considerações e análises a seguir será utilizado o exemplo de RB mostrado na figura 5.5. Este exemplo foi retirado do sistema HUGIN (HUGIN, 1998) que permite a construção, edição e inferência em RBs. O exemplo aborda a questão de como pode ser estimada a probabilidade que uma dada árvore (uma macieira, no caso) estar doente (*sick*), caso esteja perdendo folhas (*lose*). A estimativa se complica um pouco, porque a queda de folhas também pode ser causada por uma seca (*dry*). De um ponto de vista qualitativo a situação descrita acima pode ser representada pela RB apresentada na figura 5.5.

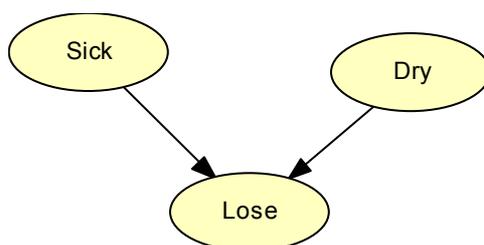


Figura 5.5: Exemplo de RB

A modelagem da situação somente se torna completa quando as informações quantitativas são adicionadas. Para tanto as probabilidades que uma árvore qualquer esteja doente ($p(Sick)$) ou que uma seca esteja ocorrendo ($p(Dry)$) devem ser conhecidas. Também se deve saber quais são as probabilidades condicionais destas situações em relação à possibilidade de uma árvore estar doente $p(Lose | Sick, Dry)$. Estas informações estão definidas na tabela 5.1.

Tabela 5.1: Probabilidades Condicionais do Exemplo de RB

<i>Sick</i>	$p(Sick)$	<i>Dry</i>	$p(Dry)$	$p(Lose Sick, Dry)$				
				<i>Lose \ Dry</i>	<i>Sick</i>	sick	not	not
sick	0.1	dry	0.1	yes	0.95	0.9	0.85	0.02
not	0.9	not	0.9	not	0.05	0.1	0.15	0.98

A representação textual gerada pelo Hugin para esta RB, pode ser visualizada na figura 5.6 a seguir⁵⁷.

```

node Sick
  {states = ("sick" "not");}
node Lose
  {states = ("yes" "no");}
node Dry
  {states = ("dry" "not");}
potential (Sick)
  {data = ( 0.1 0.9 );}
potential (Lose | Sick Dry)
  {data = ((( 0.95 0.05 )      % sick dry
            ( 0.9 0.1 ))      % sick not
            (( 0.85 0.15 )    % not dry
            ( 0.02 0.98 ))); % not not}
potential (Dry)
  {data = ( 0.1 0.9 );}

```

Figura 5.6: Representação textual da RB do exemplo

A primeira questão a ser considerada é como tratar da representação das variáveis probabilísticas de uma RB em *SLP*. Variáveis probabilísticas podem assumir valores distintos dentro de um dado espaço amostral (eventos deste espaço amostral), ou seja, o domínio destas variáveis é composto por um conjunto apropriado de eventos do espaço amostral. A pressuposição básica assumida neste trabalho é que os eventos de um dado espaço amostral podem representados por elementos do domínio de *SLP*. Desta forma pode-se assumir, então, que as variáveis probabilísticas sejam representadas por predicados lógicos unários. Estes predicados podem ser satisfeitos apenas pelos elementos do domínio correspondentes aos eventos associados à variável.

Levando em conta estas considerações a representação das variáveis da RB empregada como exemplo seria feita através da seguinte fórmula de *SLP*:

$$(2) \quad (\forall x)(\mathbf{Sick}(x) \rightarrow (x=\text{sick}) \vee (x=\text{not})) \wedge \\ (\forall x)(\mathbf{Dry}(x) \rightarrow (x=\text{dry}) \vee (x=\text{not})) \wedge \\ (\forall x)(\mathbf{Lose}(x) \rightarrow (x=\text{yes}) \vee (x=\text{not}))$$

Outra questão que deve ser considerada é como representar o componente estrutural da RB em *SLP*, ou seja, como se representar o grafo da RB. Representação de grafos é trivial em qualquer linguagem lógica, porém aqui se necessita também levar em conta que os nós representa variáveis e portanto o grafo apresentado na figura 5.5 representa também as relações entre os valores que estas variáveis podem assumir. Esta informação é efetivamente necessária quando se for calcular a probabilidade de alguma combinação de valores, dado as informações de probabilidade condicional definida na tabela 5.1. Dessa forma (e da mesma maneira que no HUGIN) as informações estruturais estarão incorporadas principalmente na definição do cálculo de probabilidades. Porém, algumas informações gerais, sobre quem são os nós e arcos da

⁵⁷ Nesta figura foram mantidas apenas informações relativas a estrutura e probabilidades associada a RB. Foram deixadas de fora informações de configuração global da RB, como tamanho em pixels de cada nó, fonte de carácter usado para impressão, etc. Também não foram apresentadas informações de posicionamento dos nós na tela ou textos auxiliares associados aos nós e arcos.

RB podem ser especificadas de forma independente, como apresentado na fórmula (3) a seguir:

$$(3) \quad (\forall x)(\mathbf{Sick}(x) \vee \mathbf{Dry}(x) \vee \mathbf{Lose}(x) \rightarrow \mathbf{Node}(x)) \wedge (\forall x,y)((\mathbf{Sick}(x) \wedge \mathbf{Lose}(y)) \vee (\mathbf{Dry}(x) \wedge \mathbf{Lose}(y)) \rightarrow \mathbf{Arc}(x,y))$$

As informações quantitativas definidas na tabela 5.1 são representadas através das seguintes equações em *SLP*:

$$(4) \quad \begin{aligned} & \mathbf{BP}(a, \mathbf{Sick}(\mathbf{sick}))=0.1 \wedge \mathbf{BP}(a, \mathbf{Sick}(\mathbf{not}))=0.9 \wedge \\ & \mathbf{BP}(a, \mathbf{Dry}(\mathbf{dry}))=0.1 \wedge \mathbf{BP}(a, \mathbf{Dry}(\mathbf{not}))=0.9 \wedge \\ & \mathbf{BP}(a, \mathbf{Lose}(\mathbf{yes}) \mid \mathbf{Sick}(\mathbf{sick}) \wedge \mathbf{Dry}(\mathbf{dry}))=0.95 \wedge \\ & \mathbf{BP}(a, \mathbf{Lose}(\mathbf{not}) \mid \mathbf{Sick}(\mathbf{sick}) \wedge \mathbf{Dry}(\mathbf{dry}))=0.05 \wedge \\ & \mathbf{BP}(a, \mathbf{Lose}(\mathbf{yes}) \mid \mathbf{Sick}(\mathbf{sick}) \wedge \mathbf{Dry}(\mathbf{not}))=0.9 \wedge \\ & \mathbf{BP}(a, \mathbf{Lose}(\mathbf{not}) \mid \mathbf{Sick}(\mathbf{sick}) \wedge \mathbf{Dry}(\mathbf{not}))=0.1 \wedge \\ & \mathbf{BP}(a, \mathbf{Lose}(\mathbf{yes}) \mid \mathbf{Sick}(\mathbf{not}) \wedge \mathbf{Dry}(\mathbf{dry}))=0.85 \wedge \\ & \mathbf{BP}(a, \mathbf{Lose}(\mathbf{not}) \mid \mathbf{Sick}(\mathbf{not}) \wedge \mathbf{Dry}(\mathbf{dry}))=0.15 \wedge \\ & \mathbf{BP}(a, \mathbf{Lose}(\mathbf{yes}) \mid \mathbf{Sick}(\mathbf{not}) \wedge \mathbf{Dry}(\mathbf{not}))=0.02 \wedge \\ & \mathbf{BP}(a, \mathbf{Lose}(\mathbf{not}) \mid \mathbf{Sick}(\mathbf{not}) \wedge \mathbf{Dry}(\mathbf{not}))=0.98 \end{aligned}$$

A função de distribuição de probabilidade conjunta P definida em (1) pode ser definida quase por uma tradução literal da equação (1) através do seguinte esquema de axiomas, válido para a RB sendo usada como exemplo:

$$(5) \quad \mathbf{BP}(a, \mathbf{Lose}(t_1) \wedge \mathbf{Sick}(t_2) \wedge \mathbf{Dry}(t_3)) = \mathbf{BP}(a, \mathbf{Lose}(t_1) \mid \mathbf{Sick}(t_2) \wedge \mathbf{Dry}(t_3)) \times \mathbf{BP}(a, \mathbf{Sick}(t_2)) \times \mathbf{BP}(a, \mathbf{Dry}(t_3))$$

A notação acima basicamente define $\mathbf{BP}(a, \mathbf{Lose}(t_1) \wedge \mathbf{Sick}(t_2) \wedge \mathbf{Dry}(t_3))$ como uma função que permite calcular a probabilidade de todas as combinações de valores das variáveis probabilísticas. Note que por ser esquema de axiomas o termos t_1 , t_2 e t_3 são apenas parâmetros formais que devem ser substituídos por termos específicos⁵⁸, quando da aplicação do axioma.

As fórmulas (2) até (5) oferecem uma representação completa da RB usada no exemplo⁵⁹. Elas não são apenas uma “codificação” da RB numa linguagem lógica, porque é possível extrair (inferir) delas, por meio dos axiomas probabilísticos, o conhecimento usualmente associado a uma dada RB. Por exemplo a expressão $p = \mathbf{BP}(\mathbf{jack}, \mathbf{Lose}(\mathbf{yes}) \wedge \mathbf{Sick}(\mathbf{sick}) \wedge \mathbf{Dry}(\mathbf{not}))$ denota, no esquema de representação sendo adotado, a probabilidade subjetiva atribuída por um certo agente jack que sua macieira perca folhas, caso a mesma esteja doente (*sick*) mas não esteja ocorrendo uma seca (*not dry*). Esta probabilidade p pode ser calculada simplesmente substituindo os valores apropriados na fórmula (5):

$$(6) \quad p = \mathbf{BP}(\mathbf{jack}, \mathbf{Lose}(\mathbf{yes}) \mid \mathbf{Sick}(\mathbf{sick}) \wedge \mathbf{Dry}(\mathbf{not})) \times \mathbf{BP}(a, \mathbf{Sick}(\mathbf{sick})) \times \mathbf{BP}(a, \mathbf{Dry}(\mathbf{not}))$$

Mas pelas equações definidas em (4) tem-se que $\mathbf{BP}(\mathbf{jack}, \mathbf{Sick}(\mathbf{sick}))=0.1$, $\mathbf{BP}(\mathbf{jack}, \mathbf{Dry}(\mathbf{not}))=0.9$ e $\mathbf{BP}(\mathbf{jack}, \mathbf{Lose}(\mathbf{yes}) \mid \mathbf{Sick}(\mathbf{sick}) \wedge \mathbf{Dry}(\mathbf{not}))=0.9$, logo:

⁵⁸ No caso, estes termos devem ser substituídos apenas por constantes ou termos literais, pelo fato de *SLP* não admitir variáveis livres em seus termos probabilísticos.

⁵⁹ Note a grande similaridade destas fórmulas com o esquema textual de representação de redes bayesianas adotado pelo HUGIN. Elas são basicamente uma transcrição literal do esquema textual do HUGIN para a sintaxe de *SLP*. Apenas foram deixados de fora as informações gráficas sobre tamanho e posicionamento dos nós. Mas estas informações podem ser facilmente acomodadas no esquema de representação sendo proposto, através de predicados auxiliares.

$$\begin{aligned}
p &= \mathbf{BP}(\text{jack}, \mathbf{Lose}(\text{yes}) \mid \mathbf{Sick}(\text{sick}) \wedge \mathbf{Dry}(\text{not})) \times \mathbf{BP}(\text{jack}, \mathbf{Sick}(\text{sick})) \times \mathbf{BP}(a, \mathbf{Dry}(\text{not})) \\
p &= \mathbf{BP}(\text{jack}, \mathbf{Lose}(\text{yes}) \mid \mathbf{Sick}(\text{sick}) \wedge \mathbf{Dry}(\text{not})) \times \mathbf{0.1} \times \mathbf{0.9} \\
p &= \mathbf{0.9} \times \mathbf{0.1} \times \mathbf{0.9} \\
p &= \mathbf{0.081}
\end{aligned}$$

O valor acima é idêntico ao obtido no HUGIN para este caso. Outras informações podem ser retiradas das equações acima. Por exemplo, pode-se calcular a probabilidade que a macieira esteja doente, caso tenha sido detectado que ela está perdendo folhas. Isto pode ser expresso pela fórmula (8) a seguir:

$$(7) \quad p = \mathbf{BP}(\text{jack}, \mathbf{Sick}(\text{sick}) \mid \mathbf{Lose}(\text{yes}))$$

Pela definição do operador condicional \mid (ver seção 4.7.1) a expressão acima se reduz a:

$$p = \mathbf{BP}(\text{jack}, \mathbf{Sick}(\text{sick}) \wedge \mathbf{Lose}(\text{yes})) / \mathbf{BP}(\text{jack}, \mathbf{Lose}(\text{yes}))$$

Pela lógica proposicional é possível mostrar que:

$$\begin{aligned}
\mathbf{Sick}(\text{yes}) \wedge \mathbf{Lose}(\text{yes}) &\Leftrightarrow \\
&(\mathbf{Lose}(\text{yes}) \wedge \mathbf{Sick}(\text{sick}) \wedge \mathbf{Dry}(\text{dry})) \vee (\mathbf{Lose}(\text{yes}) \wedge \mathbf{Sick}(\text{sick}) \wedge \neg \mathbf{Dry}(\text{dry}))
\end{aligned}$$

Mas como se pode inferir que $\neg \mathbf{Dry}(\text{dry}) \Leftrightarrow \mathbf{Dry}(\text{not})$ pela definição (2), tem-se que:

$$(8) \quad \mathbf{Sick}(\text{yes}) \wedge \mathbf{Lose}(\text{yes}) \Leftrightarrow (\mathbf{Lose}(\text{yes}) \wedge \mathbf{Sick}(\text{sick}) \wedge \mathbf{Dry}(\text{dry})) \vee (\mathbf{Lose}(\text{yes}) \wedge \mathbf{Sick}(\text{sick}) \wedge \mathbf{Dry}(\text{not}))$$

Pela fórmula (8), pela igualdade das probabilidades de fórmulas equivalentes (REQP) e pelo teorema T1, a fórmula (7) se reduz a:

$$(9) \quad p = \frac{(\mathbf{BP}(\text{jack}, \mathbf{Lose}(\text{yes}) \wedge \mathbf{Sick}(\text{sick}) \wedge \mathbf{Dry}(\text{dry})) + \mathbf{BP}(\text{jack}, \mathbf{Lose}(\text{yes}) \wedge \mathbf{Sick}(\text{sick}) \wedge \mathbf{Dry}(\text{not})))}{\mathbf{BP}(\text{jack}, \mathbf{Lose}(\text{yes}))}$$

Assumindo que p_1 e p_2 representam, respectivamente, $\mathbf{BP}(\text{jack}, \mathbf{Lose}(\text{yes}) \wedge \mathbf{Sick}(\text{sick}) \wedge \mathbf{Dry}(\text{dry}))$ e $\mathbf{BP}(a, \mathbf{Lose}(\text{yes}) \wedge \mathbf{Sick}(\text{sick}) \wedge \mathbf{Dry}(\text{not}))$, pode-se definir:

$$(10) \quad \begin{aligned} p_1 &= \mathbf{BP}(\text{jack}, \mathbf{Lose}(\text{yes}) \wedge \mathbf{Sick}(\text{sick}) \wedge \mathbf{Dry}(\text{dry})) \\ p_2 &= \mathbf{BP}(a, \mathbf{Lose}(\text{yes}) \wedge \mathbf{Sick}(\text{sick}) \wedge \mathbf{Dry}(\text{not})) \end{aligned}$$

Mas os valores de $\mathbf{BP}(\text{jack}, \mathbf{Lose}(\text{yes}) \wedge \mathbf{Sick}(\text{sick}) \wedge \mathbf{Dry}(\text{dry}))$ e $\mathbf{BP}(\text{jack}, \mathbf{Lose}(\text{yes}) \wedge \mathbf{Sick}(\text{sick}) \wedge \mathbf{Dry}(\text{not}))$ são dados pela função de distribuição conjunta de probabilidades definidas no axioma (5). Substituindo p_1 e p_2 em (10) pelas definições do axioma (5) se obtém:

$$\begin{aligned}
(11) \quad p_1 &= \mathbf{BP}(\text{jack}, \mathbf{Lose}(\text{yes}) \mid \mathbf{Sick}(\text{sick}) \wedge \mathbf{Dry}(\text{dry})) \times \\
&\quad \mathbf{BP}(\text{jack}, \mathbf{Sick}(\text{sick})) \times \mathbf{BP}(a, \mathbf{Dry}(\text{dry})) \\
p_1 &= \mathbf{0.95} \times \mathbf{0.1} \times \mathbf{0.1} = \mathbf{0.0095} \\
p_2 &= \mathbf{BP}(\text{jack}, \mathbf{Lose}(\text{yes}) \mid \mathbf{Sick}(\text{sick}) \wedge \mathbf{Dry}(\text{not})) \times \\
&\quad \mathbf{BP}(\text{jack}, \mathbf{Sick}(\text{sick})) \times \mathbf{BP}(a, \mathbf{Dry}(\text{not})) \\
p_2 &= \mathbf{0.9} \times \mathbf{0.1} \times \mathbf{0.9} = \mathbf{0.081}
\end{aligned}$$

O valor de $\mathbf{BP}(a, \mathbf{Lose}(\text{yes}))$ é calculado através de um método similar ao usado para calcular $\mathbf{BP}(a, \mathbf{Sick}(\text{sick}) \wedge \mathbf{Lose}(\text{yes}))$, levando-se em conta que se pode provar que:

$$\begin{aligned}
\mathbf{Lose}(\text{yes}) &\Leftrightarrow \\
&(\mathbf{Lose}(\text{yes}) \wedge \mathbf{Sick}(\text{sick}) \wedge \mathbf{Dry}(\text{dry})) \vee (\mathbf{Lose}(\text{yes}) \wedge \mathbf{Sick}(\text{sick}) \wedge \mathbf{Dry}(\text{not})) \vee \\
&(\mathbf{Lose}(\text{yes}) \wedge \mathbf{Sick}(\text{not}) \wedge \mathbf{Dry}(\text{dry})) \vee (\mathbf{Lose}(\text{yes}) \wedge \mathbf{Sick}(\text{not}) \wedge \mathbf{Dry}(\text{not}))
\end{aligned}$$

Portanto, pela regra da igualdade de probabilidades equivalentes (REQP), tem-se que :

$$(12) \quad \begin{aligned} BP(\text{jack}, \text{Lose}(\text{yes})) = & \\ & BP(\text{jack}, \text{Lose}(\text{yes}) \wedge \text{Sick}(\text{sick}) \wedge \text{Dry}(\text{dry})) + \\ & BP(\text{jack}, \text{Lose}(\text{yes}) \wedge \text{Sick}(\text{sick}) \wedge \text{Dry}(\text{not})) + \\ & BP(\text{jack}, \text{Lose}(\text{yes}) \wedge \text{Sick}(\text{not}) \wedge \text{Dry}(\text{dry})) + \\ & BP(\text{jack}, \text{Lose}(\text{yes}) \wedge \text{Sick}(\text{not}) \wedge \text{Dry}(\text{not})) \end{aligned}$$

Assumindo que p_1, p_2, p_3 e p_4 representam as probabilidades do lado esquerdo da equação (12), tem-se que:

$$\begin{aligned} p_1 &= BP(\text{jack}, \text{Lose}(\text{yes}) \wedge \text{Sick}(\text{sick}) \wedge \text{Dry}(\text{dry})) \\ p_2 &= BP(\text{jack}, \text{Lose}(\text{yes}) \wedge \text{Sick}(\text{sick}) \wedge \text{Dry}(\text{not})) \\ p_3 &= BP(\text{jack}, \text{Lose}(\text{yes}) \wedge \text{Sick}(\text{not}) \wedge \text{Dry}(\text{dry})) \\ p_4 &= BP(\text{jack}, \text{Lose}(\text{yes}) \wedge \text{Sick}(\text{not}) \wedge \text{Dry}(\text{not})) \end{aligned}$$

Os valores para p_1 e p_2 já foram calculados, assim resta p_3 e p_4 :

$$\begin{aligned} p_3 &= BP(\text{jack}, \text{Lose}(\text{yes}) \mid \text{Sick}(\text{not}) \wedge \text{Dry}(\text{dry})) \times BP(\text{jack}, \text{Sick}(\text{not})) \times BP(a, \text{Dry}(\text{dry})) \\ p_3 &= 0.85 \times 0.9 \times 0.1 = 0.0765 \\ p_4 &= BP(\text{jack}, \text{Lose}(\text{yes}) \mid \text{Sick}(\text{not}) \wedge \text{Dry}(\text{not})) \times BP(\text{jack}, \text{Sick}(\text{not})) \times BP(a, \text{Dry}(\text{not})) \\ p_4 &= 0.02 \times 0.9 \times 0.9 = 0.0162 \end{aligned}$$

O resultado final para a probabilidade fica:

$$\begin{aligned} p &= (p_1 + p_2) / (p_1 + p_2 + p_3 + p_4) \\ p &= (0.0095 + 0.081) / (0.0095 + 0.081 + 0.0765 + 0.0162) = 0.0905 / 0.1832 \\ p &= 0.4939 \end{aligned}$$

Este valor também está perfeitamente de acordo com o valor calculado pelo HUGIN.

É fácil ver que a representação da RB de exemplo através das fórmulas (2), (3), (4) e (5) pode ser facilmente generalizada pra um esquema apto a representar qualquer tipo de RB que envolva apenas variáveis probabilísticas discretas.

Este é efetivamente o esquema de representação proposto nesta seção. O método básico passa pela definição de fórmulas similares a (2), (3), (4) e (5). Dada uma RB composta de variáveis discretas, uma fórmula similar a (2) sempre pode ser definida para identificar os espaços amostrais associados a cada uma das variáveis da RB. Basta identificar quais são as variáveis e qual é espaço de eventos discreto de cada variável para depois construir a fórmula apropriada.

A representação dos arcos entre as variáveis (nós) é feita por uma fórmula similar a (3). A construção desta fórmula também é bastante direta uma vez que se conhece a estrutura do grafo da RB. Da mesma forma pode-se definir uma fórmula similar a (4) para representar as informações quantitativas da RB, uma vez que se conheçam as probabilidades prévias e condicionais da mesma (informações similares às listadas na tabela 5.1). Finalmente, deve-se definir também um esquema de axioma similar ao mostrado em (5) que seja válido para esta RB e que especifique de forma completa a função de distribuição de probabilidade das variáveis da RB, tal como definido na equação (1). Caso a estrutura da RB esteja correta, este axioma é construído pela aplicação direta da equação (1) sobre o grafo da mesma.

Em termos de inferência, esta representação será completa e equivalente a uma RB tradicional, uma vez que o esquema de axioma apresentado em (5) em conjunto com os demais axiomas probabilísticos de *SLP* permitem executar todas as inferências

válidas possíveis com o Teorema de Bayes, que é a base de inferência nas RBs tradicionais.

Entretanto é importante entender que a representação lógica de Redes Bayesianas proposta neste trabalho, apesar de equivalente em termos de inferências possíveis de serem alcançadas, não pretende atingir o mesmo nível de desempenho computacional obtido pela execução de inferências diretamente sobre redes bayesianas tradicionais. O ponto importante na representação lógica é seu caráter declarativo e abstrato, que captura de modo bastante direto as características estruturais (qualitativas - grafo de dependências) e probabilísticas (quantitativas - distribuição de probabilidades) de uma RB. Além disso este tipo de representação específica de forma precisa (axiomática) que inferências podem ser feitas na RB. Como o uso pretendido desta representação lógica é para a comunicação (compartilhamento) de uma rede bayesiana entre dois ou mais agentes, então o caráter declarativo desta forma de representação se torna uma propriedade importante na hora de se definir o significado que deve ser atribuído à rede sendo compartilhada por cada um dos agentes envolvidos na comunicação.

5.5 Consistência em Redes Bayesianas Seccionadas

As Redes Bayesianas Multiplamente Seccionadas (*Multiply Sectioned Bayesian Network* - MSBN, em inglês) são uma forma de representação de conhecimentos probabilísticos, derivada das redes bayesianas, que pode ser distribuída entre os vários agentes de um sistema multiagente. De maneira geral as MSBNs oferecem uma metodologia que pode ser usada para especificar, distribuir e compartilhar conhecimentos probabilísticos entre vários agentes (XIANG, 1993, 1996) (XIANG; LESSER 2000, 2003)(XIANG et al. 2000).

Uma MSBN é formada por um conjunto de sub-redes bayesianas relacionadas entre si. Cada sub-rede bayesiana da MSBN representa um determinado subdomínio de um domínio de conhecimentos maior (XIANG, 1993). As sub-redes compartilham um subconjunto não-vazio de variáveis probabilísticas (nós da sub-rede) umas com as outras. O conjunto de variáveis compartilhadas entre cada par de sub-redes deve satisfazer uma condição de independência que garante que o par de sub-redes, quando isolado da MSBN, se torna condicionalmente independente (ver condição *d-sepset* em (XIANG, 1993)).

A satisfação desta condição de independência implica que as sub-redes de uma MSBN devem atender uma restrição geral de organização, denominada de condição de correção (*soundness*) de seccionamento. Sem esta condição, uma MSBN está sujeita à perda de informações quando for transformada em sua forma de representação secundária, denominada de floresta de junção (*junction forest*). Porém, se uma dada MSBN estiver organizada como uma *hiper-árvore*, onde os *hiper-nós* são formados pelas sub-redes da MSBN, então a correção do seccionamento é naturalmente satisfeita. Um *hiper-arco* (*hyperlink*) entre duas sub-redes é formado pelo conjunto de variáveis compartilhadas entre estas sub-redes. Conceitualmente uma dada hiper-árvore pode ser construída através da adição de uma sub-rede (hiper-nó) por vez a uma dada MSBN pré-existente.

No caso de um agente a MSBN inteira é de “propriedade” do agente. Neste caso pode-se considerar a MSBN como uma forma mais apropriada de representar um domínio de conhecimentos probabilístico naturalmente “particionável”, do que uma

rede bayesiana “não-seccionada” original (*Unsectioned Bayesian Network - USBN*, em inglês).

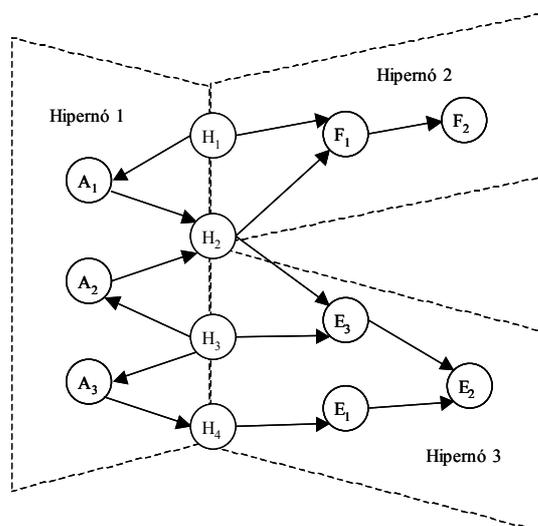


Figura 5.7: Exemplo de RB organizada em hiper-árvore.

Por outro lado no caso de sistemas multiagentes a pressuposição básica é que cada agente seja o proprietário de (pelo menos) uma sub-rede da MSBN. Dessa forma, as MSBNs se apresentam como formas de representação de conhecimentos probabilísticos que se adaptam naturalmente a um ambiente multiagente (XIANG; LESSER, 2000, 2003). A sub-rede de um dado agente será denominada de RB local (ou interna) do agente. No texto a seguir se irá pressupor que cada agente é proprietário de apenas uma RB local.

A seguir será feita uma breve introdução às características das MSBN, com o intuito de preparar a discussão sobre mensagens e protocolos de interação que podem ser empregados para manter a consistência de uma MSBN, num contexto multiagente. A apresentação será baseada na no exemplo de MSBN empregado em (XIANG, 1993) que considera um domínio de conhecimentos estruturado de acordo com a rede bayesiana apresentada na figura 5.7.

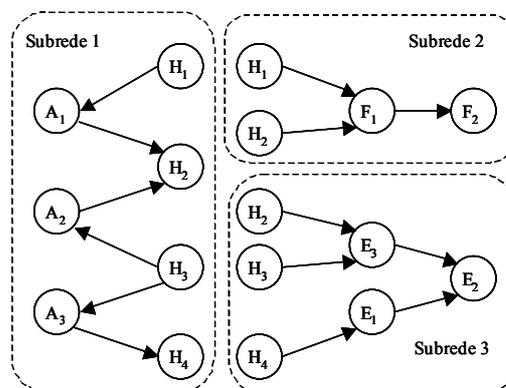


Figura 5.8: Exemplo de MSBN

O conjunto de variáveis probabilísticas desta rede é formado por $\{A_1, A_2, A_3, H_1, H_2, H_3, H_4, F_1, F_2, E_1, E_2, E_3\}$. Todas estas variáveis são binárias, isto é, tem um espaço amostral de dois valores. Em termos de notação se esta assumindo que o espaço

amostral de \mathbf{A}_1 é formado pelos eventos $\{a_{11}, a_{12}\}$, \mathbf{A}_2 é formado por $\{a_{21}, a_{22}\}$ e assim por diante.

Esta rede está organizada na forma de uma hiper-árvore dividida em três hiper-nós distintos. Sendo assim ela pode ser corretamente seccionada em três sub-redes, definindo a MSBN apresentada na figura 5.8.

No exemplo se considera que esta MSBN seja distribuída entre três agentes distintos: ag_1 , ag_2 e ag_3 . O agente ag_1 será o “proprietário” da sub-rede 1, ag_2 da sub-rede 2 e ag_3 da sub-rede 3. Estas sub-redes locais, também denominadas de seções da MSBN (*MSBN sects*), definem a visão local que cada agente tem do domínio global. Estas visões locais estão inter-relacionadas pelo conjunto de variáveis que são compartilhadas entre as várias seções da MSBN. Este conjunto de variáveis, denominado de *d-sepset*, define que informações devem ser intercambiadas entre os agentes para assegurar a consistência global (e local) da MSBN. No exemplo o conjunto *d-sepset* entre os agentes ag_1 e ag_2 é formado pelas variáveis \mathbf{H}_1 e \mathbf{H}_2 , e o conjunto *d-sepset* entre ag_1 e ag_3 é formado pelas variáveis \mathbf{H}_2 , \mathbf{H}_3 e \mathbf{H}_4 (ver figura 5.9).

O conjunto *d-sepset* define as informações que o agente pode intercambiar com os outros agentes durante seu ciclo de vida. Estas informações estão associadas as variáveis do *d-sepset* e correspondem as funções (tabelas) de distribuição de probabilidades destas variáveis. Um problema que pode ocorrer com a utilização deste conjunto como base para a comunicação de informações entre os agentes é que o tamanho das tabelas de distribuição de probabilidades cresce exponencialmente de acordo com o número de variáveis. No exemplo, a interface (conjunto *d-sepset*) entre o agente ag_1 com o agente ag_2 é composta por duas variáveis, logo a tabela de distribuição de probabilidades correspondente contém 4 entradas. O conjunto *d-sepset* entre ag_1 e ag_2 contém 3 variáveis, implicando em uma tabela com 8 entradas.

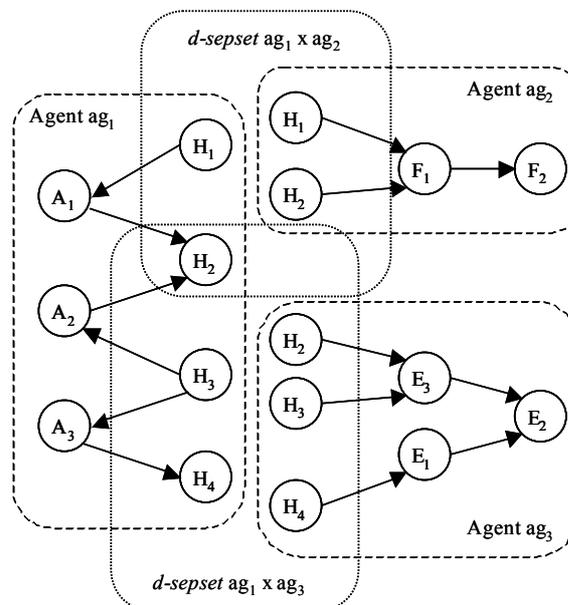


Figura 5.9: Distribuição da MSBN entre agentes e conjuntos *d-sepset* correspondentes

Para evitar a troca da tabela inteira de distribuição de probabilidade das variáveis de interface entre dois agentes, Xiang definiu o conceito de *linkage* entre agentes (XIANG, 1996). Um *linkage* serve como um canal de comunicação de informações probabilísticas que pode ser estabelecido entre dois agentes. Dois agentes podem ter

mais de um *linkage* interconectando-os. Formalmente, os *linkages* estabelecidos entre os agentes são identificados através de um processo que primeiro converte cada uma das sub-redes da MSBN numa árvore de junção distinta, ou seja, converte a representação da MSBN numa floresta de árvores de junção. Após este processo, todos os pares de agentes, com suas respectivas árvores de junção, são analisados para verificar que intersecções existem entre as variáveis contidas nos *cliques* das suas duas árvores de junção. Uma dada *linkage* conecta duas distintas *cliques* situadas em cada uma das árvores de junção através deste conjunto de variáveis compartilhadas.

No exemplo (ver figura 5.10) existem três distintas *linkages* entre os agentes que estão identificadas pelos rótulos lk_1 , lk_2 e lk_3 . A *linkage* lk_3 permite que as variáveis H_1 e H_2 sejam compartilhadas entre os agentes ag_1 e ag_2 . A *linkage* lk_2 compartilha as variáveis H_2 e H_3 , e a *linkage* lk_1 compartilha H_3 e H_4 entre ag_1 e ag_3 . Neste exemplo não existem ganhos de comunicação obtidos pelo uso de *linkages*, já que o *linkage* lk_3 entre ag_1 e ag_2 é formado pelo conjunto completo de variáveis de interface entre estes agentes e os *linkages* lk_1 e lk_2 contém cada um duas variáveis, correspondendo a duas tabelas de distribuição de probabilidades com 4 entradas cada uma que é equivalente, em termos de tamanho, a tabela com 8 entradas correspondentes ao conjunto de variáveis de interface entre estes dois agentes.

Porém, se o número de variáveis compartilhadas é relativamente grande a abordagem com *linkages* pode oferecer vantagens significativas. Por exemplo se a interface entre dois agentes é formada por 10 variáveis binárias então a tabela de distribuição destas variáveis contém 1024 entradas. Mas se essas 10 variáveis podem ser divididas entre 3 *linkages*, cada uma com 5 variáveis, então a tabela de distribuição de probabilidades de cada *linkage* terá 32 entradas e somente 96 entradas terão que ser trocadas entre os agentes, ao invés das 1024 entradas caso não se usem *linkages*.

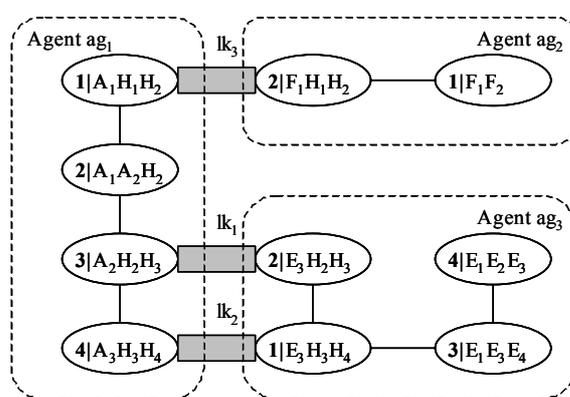


Figure 5.10: Agentes, Árvores de Junção e *Linkages*

Considerando a divisão de uma MSBN em múltiplas seções e a distribuição destas seções entre vários agentes, incluindo o mecanismo de intercâmbio de tabelas de probabilidades através de *linkages*, deve ficar claro que, uma vez que se assumiu uma representação lógica para as variáveis probabilísticas (tal como a proposta na seção 5.4), então todas estas trocas de tabelas de probabilidades podem ser feitas através dos atos **query-bpt** e **inform-bpt** definidos na seção 5.3. Por exemplo, considerando a representação de variáveis discretas por meio de predicados vista em 5.4, então um ato **inform-bpt** pode transportar a tabela de distribuição de probabilidades dos eventos elementares vinculados à variável através de uma lista com de cláusulas literais, formadas pela instanciação do predicado com constantes correspondentes aos eventos

discretos. Distribuições de duas ou mais variáveis podem também ser transportadas num único ato, sem maiores problemas, exceto tamanho da mensagem, combinando estas listas.

A questão agora é decidir quando exatamente estas informações têm que ser intercambiadas entre os agentes. A questão básica envolvida nesta situação, de acordo com Xiang (1993), é de manutenção de consistência entre as diversas seções da MSBN (RBs locais) distribuídas nos vários agentes do sistema multiagente. Quando as probabilidades atribuídas a uma variável de interface de uma RB local sofrerem alterações, por conta da detecção de novas evidências pelo agente proprietário da rede, então a MSBN ficará num estado não consistente do ponto de vista global se estas alterações não forem repassadas aos demais agentes da rede.

Xiang (1993) mostra que a consistência de uma MSBN, para o caso de um único agente, pode ser obtida e mantida através de um conjunto de operações sobre estas redes. A operação *BeliefInitialization* estabelece a consistência global inicial. As operações *DistributeEvidence* e *CollectEvidence* propagam novas evidências pela MSBN e a operação *UnifyBelief* torna uma sub-rede da MSBN consistente após a propagação de novas evidências. Alterações nas crenças probabilísticas são distribuídas e atualizadas por *DistributeBelief* e *UpdateBelief*. Finalmente o processo de entrada de evidências do usuário, em relação as sub-redes da MSBN, é governado pela operação *ShiftAttention* que se encarrega de ativar as demais operações necessárias para re-estabelecer a consistência.

No caso de múltiplos agentes, entretanto, algumas destas operações não são possíveis (ou não se aplicam). Este é efetivamente o caso da operação *ShiftAttention* (XIANG, 1996). Da mesma forma alguns mecanismos como a inicialização das crenças não é suficiente, sendo necessário mecanismos mais gerais para inicializar e manter a consistência das crenças, que atuem durante todo o tempo de utilização da MSBN e não apenas durante a etapa de inicialização como no caso de *BeliefInitialization*.

Para garantir que a consistência global e local de uma MSBN possa ser atingida e mantida no contexto dos sistemas multiagentes, Xiang (1996) definiu a operação *CommunicateBelief*. Esta operação permite obter e manter tanto a consistência global de toda a MSBN quanto consistência local das sub-redes dos agentes.

A operação *CommunicateBelief* opera através de um mecanismo de coleta e distribuição (*collect/distribute*) de informações (probabilidades) já empregado no caso de redes bayesianas pertencentes a apenas um agente (COWEL et al., 1999). Este mecanismo funciona por meio de trocas de mensagens e garante que uma dada RB atingirá equilíbrio (retornará a um estado consistente) após a entrada de alguma nova evidência. Xiang basicamente estende este mecanismo de distribuição e coleta de informações para operar num contexto de múltiplos agentes, cada um destes proprietário de uma sub-rede distinta da MSBN.

Uma pressuposição do mecanismo de distribuição e coleta, quando aplicado ao caso das MSBNs em sistemas multiagentes, é que os agentes deste sistema estarão interconectados num *grafo de comunicação*, onde o conjunto de *linkages* entre agentes vizinhos define as linhas de comunicação (arcos) deste grafo. Caso existam múltiplos *linkages* entre dois agentes eles serão representados apenas por um arco não dirigido no grafo. O grafo de comunicação equivalente à árvore de junção apresentada na figura 5.10 é apresentado na figura 5.11.

Uma MSBN seccionada corretamente deve ser organizada numa estrutura de hiperárvore, portanto não devem existir ciclos no grafo de comunicação. Sendo assim este grafo pode ser transformado numa árvore, quando algum nó raiz (agente) é escolhido dentro do grafo. Esta árvore se torna, então, na *árvore de comunicação* da MSBN.

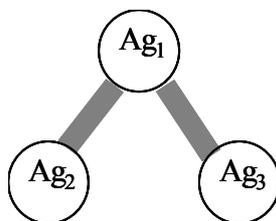


Figure 5.11: Grafo de Comunicação da MSBN exemplo

A seguir será apresentada uma descrição resumida da operação ***CommunicateBelief*** e sua relação com as demais operações sobre MSBN definidas por Xiang. Não é objetivo desta descrição, entretanto, apresentar uma revisão completa destas operações, mas apenas mostrar os aspectos delas que podem ser implementados por trocas de mensagens FIPA-ACL ou PACL, visando indicar que tipos de mensagens, conteúdos e protocolos de interação seriam necessários para implementar estas operações no contexto da FIPA. Para detalhes específicos destas operações consultar (XIANG, 1993) e (XIANG, 1996).

A operação ***CommunicateBelief*** depende da escolha de um dos agentes para ser a raiz da árvore de comunicação. Uma vez definido este agente, esta operação é implementada pela execução das operações de ***CollectNewBelief*** seguida de ***DistributeBelief***. A operação ***CollectNewBelief*** executa o processo de coleta de informações do mecanismo *collect/distribute* visto anteriormente. Este processo é dividido em duas etapas: uma etapa inicial de requisição de informações e uma fase posterior de atualização. Xiang define esta etapa inicial de requisição da fase de coleta essencialmente como um mecanismo de chamada de procedimentos remotos que irá ativar em cada um dos agentes “chamados” uma nova instância do procedimento ***CollectNewBelief***. Em termos de troca de mensagens, esta operação pode ser implementada através do envio, pelo agente raiz, de mensagens de requisições de coleta de informações para todos os seus filhos (seus vizinhos, em termos do grafo de comunicação original). Qualquer agente que receber uma requisição de coleta deverá repassar esta mensagem para todos seus vizinhos (seus filhos na árvore de comunicação), exceto para o agente que lhe enviou a requisição (o agente pai ou agente “chamador”). Esta etapa opera em paralelo ao longo da árvore de comunicação e irá efetivamente se encerrar quando as mensagens de requisição atingirem todos os agentes que estão na fronteira da árvore de comunicação, isto é, os agentes finais que não tem vizinhos exceto o agente chamador.

A segunda etapa da fase de coleta é definida pela operação ***UpdateBelief*** que define como as tabelas de distribuição de probabilidades das variáveis de interface são trocadas entre os agentes (operação ***AbsorbThroughLinkage***) e como se dá o processo de atualização das sub-redes locais destes agentes (***DistributeEvidence***) (ver Xiang (1993)). Em termos de trocas de mensagens, esta operação começa efetivamente quando os agentes que estão na fronteira da árvore de comunicação recebem a mensagem de requisição. Quando isto ocorre então o agente deverá enviar para o agente chamador, através da operação ***AbsorbThroughLinkage***, as tabelas de distribuição de

probabilidades⁶⁰ associadas a cada um dos *linkages* que este agente compartilha com o chamador. Um agente que está posicionado intermediariamente na árvore de comunicação (isto é, não é nem o agente raiz nem é um agente que está na fronteira), deverá atualizar a distribuição de probabilidades da sua sub-rede interna através da operação *DistributeEvidence* assim que receba as tabelas de probabilidades de todos seus agentes filhos. Como consequência também serão atualizada distribuição das variáveis de interface com o agente chamador (seu agente pai na árvore de comunicação). Portanto, após esta atualização e da mesma forma que nos agentes situados na fronteira da árvore de comunicação, mensagens contendo a distribuição de probabilidades das variáveis de interface deverão ser enviadas ao agente pai, uma mensagem para cada *linkage* com este agente pai.

A segunda etapa da fase de coleta se encerra quando o agente raiz receber as tabelas de distribuição de probabilidades de todos os seus filhos. Ele procede da mesma forma que os outros agentes, atualizando sua sub-rede bayesiana interna, incluindo todas as variáveis de interface com todos os seus vizinhos (filhos).

Após a atualização da sub-rede e das variáveis de interface do agente raiz, começa a fase de distribuição propriamente dita. Esta fase é implementada pela operação *DistributeBelief* e começa pelo envio, por meio dos *linkages*, da tabela de distribuição de probabilidades das variáveis de interface, do agente raiz para cada um dos seus agentes filhos. Operando quase exatamente no modo reverso da segunda parte da fase de coleta, cada agente intermediário recebe a tabela de distribuição de probabilidades do agente chamador (pai) também através de *AbsorbThroughLinkage*, atualiza sua sub-rede interna (*DistributeEvidence*), incluindo as variáveis de interface com seus filhos e então envia para cada filho as informações de atualização (novas tabelas de distribuição de probabilidades) das variáveis de interface compartilhadas com este filho (novamente pela operação *AbsorbThroughLinkage*).

Este processo prossegue até que todos os agentes de fronteira sejam atingidos. A consistência local, em termos das seções da MSBN (as RBs locais), é atingida assim que este agente recebe do agente pai a tabela contendo a distribuição de probabilidades das variáveis compartilhadas com o pai e atualiza sua RB local com estas informações. O estado de consistência global da MSBN é atingido quando todos os agentes localizados na fronteira da árvore de comunicação recebem estas informações dos seus respectivos agentes pais e atualizam suas RBs locais apropriadamente.

Da descrição do processo de manutenção de consistência de MSBN feita acima, fica claro que as funções de comunicação dos algoritmos definidos por Xiang⁶¹ podem ser implementadas por trocas de mensagens ou atos comunicativos entre agentes (em particular através dos atos **query-bpt** e **inform-bpt**). Ainda assim, para implementar estas operações no contexto de um sistema multiagente FIPA é necessário definir que mensagens são especificamente utilizadas em cada operação e como dois ou mais agentes interagem para atingir os objetivos da operação.

⁶⁰ Ou, no caso mais geral, atualizar sua distribuição de *potenciais* de probabilidades, que são essencialmente probabilidades “não-normalizadas” (ver Cowell et al. (1999) para mais detalhes). Xiang também assume que os valores das variáveis da MSBN sejam potenciais de probabilidades.

⁶¹ Analisando a descrição destes algoritmos pode-se ver que estas funções de comunicação se restringem as operações de “chamada” de procedimentos remotos em agentes, que ativam os procedimentos *CollectNewBelief* e *DistributeBelief* pelos agentes na árvore de comunicação e também a operação *AbsorbThroughLinkage* que transporta as tabelas de probabilidades entre estes agentes.

De acordo com os padrões FIPA os diálogos e interações entre os vários agentes de um sistema multiagente deveriam ser governados por *protocolos de interação*. Estes protocolos definem a sequência de atos comunicativos trocados por dois ou mais agentes a fim de atingir um determinado objetivo como, por exemplo, obter uma informação ou negociar uma proposta. Para alguns objetivos bastante comuns das interações que ocorrem em sistemas multiagentes, a FIPA definiu protocolos de interação específicos. Assim, interações básicas para a obtenção de informações e conhecimentos e para a solicitação de execução de ações seriam governadas, respectivamente, através dos protocolos *Fipa-Query* (FIPA, SC00027, 2001) e *Fipa-Request* (FIPA, SC00026, 2001). Além destes protocolos básicos também são definidos protocolos de interação para coordenar a interação que ocorre no estabelecimento de redes contratuais (FIPA, SC00029, 2001) (FIPA, SC00030, 2001), durante a realização de leilões (FIPA, XC00031, 2001) (FIPA, XC00032, 2001) e negociação de propostas (FIPA, SC00036, 2001), subscrição de serviços (FIPA, SC00035, 2001) e recrutamento de outros agentes (FIPA, SC00033, 2001) (FIPA, SC00034, 2001).

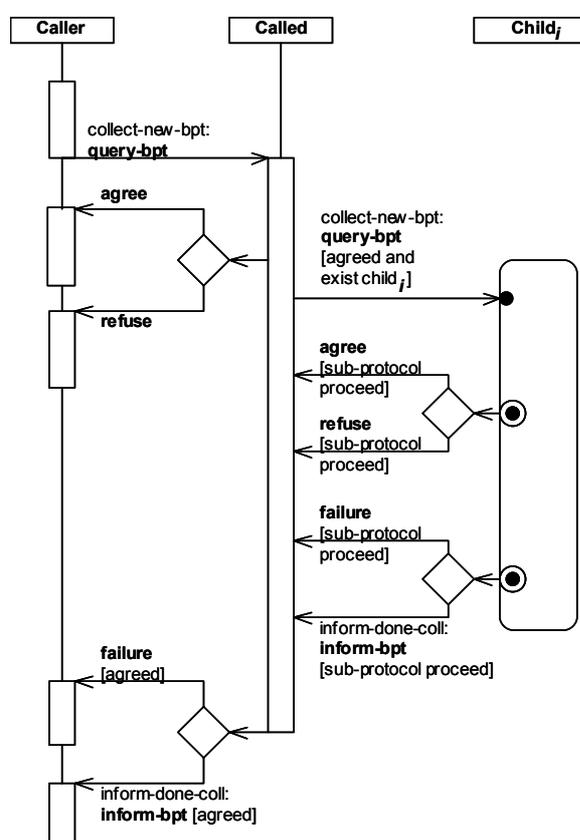


Figure 5.12: O Protocolo de Interação *CollectNewBPT*

O protocolo de interação *Fipa-Query*, que define como um dado agente responde a questões sim ou não fechadas (atos **query-if**) ou questões de busca por um objeto (atos **query-ref**) pode ser facilmente estendido para lidar com busca de informações probabilísticas (atos **query-bp**). Esta forma simples de interação definida pelo protocolo *Fipa-Query*, ou mesmo a emissão autônoma de atos **inform-bp**, resolve o problema de como implementar a troca de informação probabilística num nível local. Estas interações não tratam, entretanto, a questão de como obter e manter a consistência

de uma base de conhecimentos distribuída, quando a representação MSBN está sendo utilizada.

Para resolver esta situação o presente trabalho propõe dois protocolos de interação distintos para implementar a operação *CommunicateBelief*. O primeiro protocolo, denominado *CollectNewBPT*, é apresentado na figura 5.12 de acordo com a metodologia adotada pela FIPA para descrever as interações entre os agentes, que é através de diagramas AUML (FIPA, XC00025, 2001). O protocolo *CollectNewBPT* corresponde a fase de coleta da operação *CommunicateBelief*, ou seja, ele especifica os papéis e as interações entre agentes que são necessárias para implementar a operação *CollectNewBelief* definida por Xiang (1996).

O segundo protocolo, denominado de *DistributeBPT*, é apresentado na figura 5.13 também através de um diagrama AUML. *DistributeBPT* é o protocolo necessário para implementar *DistributeBelief* que é a segunda fase da operação *CommunicateBelief*.

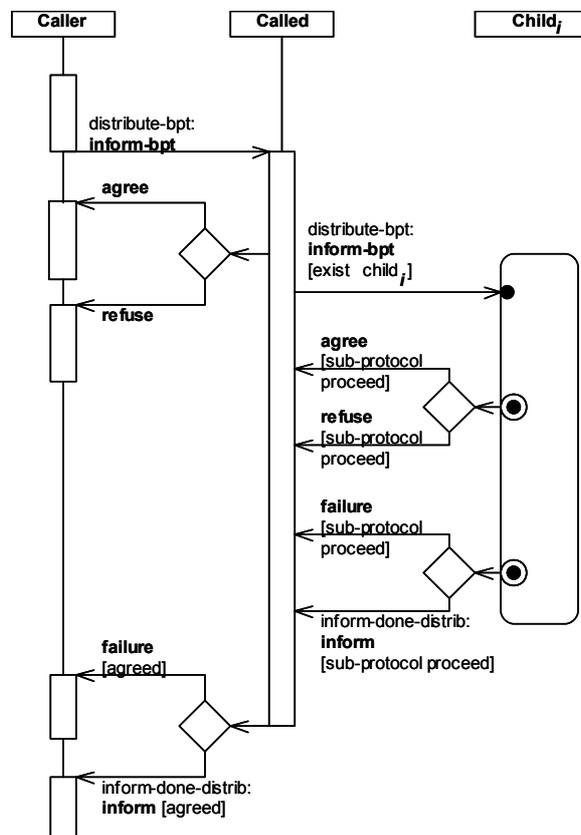


Figure 5.13: O Protocolo de Interação *DistributeBPT*

O diagrama apresentado em 5.12 mostra o sequenciamento de mensagens entre os agentes, nos três tipos distintos de papéis que eles podem assumir no protocolo *CollectNewBPT*: como agente (nó) raiz da árvore de comunicação, como agente intermediário e como agente situado na fronteira desta árvore. O agente raiz somente precisa atuar de acordo com o papel de agente chamador, assim este tipo de agente somente precisa seguir a linha de ações (*lifeline*) denominada de *caller*. Agentes intermediários e de fronteira seguem a linha de ações denominada de *called*. Entretanto, como os agentes de fronteira não têm agentes filhos na árvore de comunicação não há a

necessidade de executar a interação definida pelo sub-protocolo *called-child_i*. O sequenciamento definido por uma linha de ação é mandatório, implicando que os agentes intermediários somente irão retornar a tabela de distribuição de probabilidades para o agente pai somente após receber estas tabelas dos agentes filhos. Isto irá ocorrer somente se as cláusulas condicionadas (*guarded*) identificadas por [*exist child_i*] forem verdadeiras, senão a interação se reduz apenas ao sub-protocolo *caller-called*, representando a interação que ocorre entre um agente pai intermediário e um agente filho situado na fronteira da árvore de comunicação.

As mensagens **collect-nbpt** e **inform-done-coll** irão, respectivamente, solicitar e transportar as tabelas de distribuição de probabilidades entre os agentes. Estas mensagens são implementados através dos atos **query-bpt** e **inform-bpt** descritos na seção 5.3, mas neste caso a identificação do protocolo *CollectNewBPT* nas mensagens FIPA-ACL (no *slot :Protocol*) irá indicar o papel apropriado destes atos dentro do protocolo.

A fase de distribuição da operação **CommunicateBelief** é implementada pela operação **DistributeBelief** definida em (XIANG, 1996). Conforme comentado anteriormente, o protocolo de interação correspondente, denominado de *DistributeBPT*, é apresentado na figura 5.13. Este diagrama é bastante similar ao diagrama do protocolo de interação da fase de coleta, somente que neste caso os tipos de mensagens foram alterados para suportar o fluxo de informações específicos do protocolo. Da mesma forma que no protocolo *CollectNewBPT*, as mensagens **inform-done-distrib** e **distribute-bpt** são implementadas, respectivamente, por atos **inform** e **inform-bpt**, transportados por mensagens FIPA-ACL cujo *slot :Protocol* tem o valor *DistributeBPT*.

A consistência global da MSBN é obtida quando o agente raiz recebe as mensagens **inform-done-distrib** de todos os seus filhos. Conforme comentado anteriormente, cada agente no sistema atinge a consistência local assim que receba a mensagem **distrib-bps** do seu pai e atualize sua RB interna.

A operação **CommunicateBelief**, como um todo, é implementada primeiro pela seleção de um agente apropriado para ser a raiz da árvore de comunicação e então pela execução, por este agente, da operação **CollectNewBelief** através do protocolo *CollectNewBPT* e então da execução de **DistributeBelief** por meio do protocolo *DistributeBPT*. Para manter o controle do conjunto inteiro de interações relacionadas a uma operação **CommunicateBelief** o agente raiz deve criar um novo identificador de conversação (usado no *slot :Conversation-id* das mensagens FIPA-ACL) que deve ser transportado em todas as mensagens empregadas nos protocolos *CollectNewBPT* e *DistributeBPT*. A combinação dos identificadores de protocolo de interação, conversação e ato comunicativo permitirão que qualquer agente do sistema reconheça quando uma nova operação **CommunicateBelief** é iniciada e encerrada. Isto é muito importante, porque enquanto uma operação **CommunicateBelief** está ocorrendo os agentes não devem aceitar novas evidência em suas RBs locais, ou então não será possível assegurar que a consistência global da MSBN seja atingida (XIANG, 1996). Exceto pelo agente raiz, que é selecionado de maneira independente, qualquer outro agente no sistema multiagente deve assumir que uma nova operação **CommunicateBelief** foi iniciada quando recebe a mensagem **collect-nbps** de algum de seus vizinhos. Após receber esta mensagem o agente deve inferir não apenas que a operação **CommunicateBelief** foi iniciada, mas que o agente que lhe enviou a mensagem é seu pai na árvore de comunicação e que, portanto, seus demais vizinhos são seus filhos nesta árvore. A operação **CommunicateBelief** encerra, em termos locais, quando o agente envia a mensagem **inform-done-distrib** para seu pai.

Dessa forma os protocolos *CollectNewBPT* e *DistributeBPT* descritos acima são suficientes para garantir que a operação de manutenção de consistência *CommunicateBelief* seja apropriadamente implementada no contexto da FIPA. Não é função destes protocolos, entretanto, decidir quem será escolhido o agente raiz de um determinado grafo de comunicação. Também não é função destes protocolos informar os agentes de como este grafo está estruturado ou distribuir as seções MSBN para cada agente. O ponto básico é que estas funções, apesar de importantes, não pertencem necessariamente a algum domínio de inferência ou comunicação probabilística, não fazendo sentido a análise destas questões de acordo com a abordagem deste trabalho. Na verdade, em sistemas simples como no caso do exemplo de MSBN sendo considerado, estas informações podem ser fixas, sendo pré-definidas durante as etapas de projeto e implementação dos próprios agentes. Por exemplo, os agentes sabem, por definição, quais são suas RB locais e sabem também quem são seus vizinhos no grafo de comunicação por terem sido programados com estas informações. Sabem também quem é o agente raiz e assumem que este agente tem a capacidade de inferência necessária para decidir quando deve ser iniciada uma operação *CommunicateBelief* de manutenção de consistência.

Por outro lado, a FIPA oferece uma série de protocolos de interação, aptos para implementar negociações entre agentes (FIPA, SC00036, 2001) (FIPA, XC00031, 2001) (FIPA, XC00032, 2001), que seriam úteis para que a decisão de qual seria o agente raiz, pudesse ser feita de forma dinâmica. Além disso as plataforma de comunicação FIPA oferecem serviços auxiliares de diretório (FIPA, SC00001, 2001) (FIPA, SC00023, 2001) que fornecem informações sobre os agentes existentes num dado sistema e suas capacidades (linguagens de conteúdo, ontologias, protocolos de interação e serviços suportados pelos agentes). Estes serviços poderiam ser usados para que as informações relativas ao grafo de comunicação de uma dada MSBN também fossem localizadas de forma dinâmica. Neste caso mais dinâmico, as próprias sub-rede locais que deverão ser atribuídas para cada agente podem ser representadas por meio do esquema proposto na seção 5.4 deste trabalho e encaminhadas aos agentes por meio de mensagens FIPA-ACL apropriadas.

Esta seção será encerrada pela apresentação de um exemplo concreto de interação entre os agentes da MSBN exemplo. Supondo que o agente raiz do grafo de comunicação seja o agente ag_1 e que este agente tenha decidido que uma operação de manutenção de consistência deve ser iniciada.

Supondo que as RBs locais dos agentes sejam representadas de acordo com o esquema proposto na seção 5.4, então cada uma das variáveis binárias da MSBN, incluindo as variáveis de interface, serão representadas por predicados unários, satisfeitos por constantes que representam eventos do espaço amostral. Por exemplo, a variável H_1 que corresponde aos eventos $\{h_{11}, h_{12}\}$, seria denotada por um predicado unário de mesmo nome. Os eventos correspondentes à variável seriam indicados pelas constantes h_{11} e h_{12} . Neste caso a ocorrência do evento h_{11} , seria indicada simplesmente $H_1(h_{11})$. Na notação puramente textual adotada nas mensagens FIPA-ACL, isto seria indicado apenas por $(H_1\ h_{11})$.

O agente ag_1 começa o processo seguindo a linha de ações *caller* do protocolo *CollectNewBPT* e enviando as seguintes mensagens de requisição **collect-new-bpt**⁶² aos agentes ag_2 e ag_3 :

```
(query-bpt
  :sender (agent-identifier :name ag1)
  :receiver (agent-identifier :name ag2)
  :content (( (H1 h11) (H1 h12) (H2 h21) (H1 h22) ))
  :language SLP
  :protocol collect-new-bpt
  :conversation-id 1001)

(query-bpt
  :sender (agent-identifier :name ag1)
  :receiver (agent-identifier :name ag3)
  :content ((H2 h21) (H1 h22) (H3 h31) (H3 h32))
  :language SLP
  :protocol collect-new-bpt
  :conversation-id 1001)

(query-bpt
  :sender (agent-identifier :name ag1)
  :receiver (agent-identifier :name ag3)
  :content ((H3 h31) (H1 h32) (H4 h41) (H4 h42))
  :language SLP
  :protocol collect-new-bpt
  :conversation-id 1001)
```

Note que são necessárias duas mensagens de requisição ao agente ag_3 , uma para cada *linkage*. As respostas **inform-done-coll** destes agentes às solicitações enviadas acima devem seguir a linha *called* do protocolo *CollectNewBPT* e são apresentadas a seguir:

```
(inform-bpt
  :sender (agent-identifier :name ag2)
  :receiver (agent-identifier :name ag1)
  :content (( ((H1 h11) 0.15)((H1 h12) 0.85)
             ((H2 h21) 0.3565)((H1 h22) 0.6435)))
  :language SLP
  :protocol collect-new-bpt
  :conversation-id 1001)

(inform-bpt
  :sender (agent-identifier :name ag3)
  :receiver (agent-identifier :name ag1)
  :content (( ((H2 h21) 0.3565)((H2 h22) 0.6435)
             ((H3 h31) 0.3)((H3 h32) 0.9)))
  :language SLP
  :protocol collect-new-bpt
  :conversation-id 1001)

(inform-bpt
  :sender (agent-identifier :name ag3)
  :receiver (agent-identifier :name ag1)
  :content (( ((H3 h31) 0.3)((H3 h32) 0.9)
             ((H4 h41) 0.3025)((H4 h42) 0.6975)))
  :language SLP
  :protocol collect-new-bpt)
```

⁶² Note que estas mensagens não tem identificadores ou nomes especiais, sendo implementadas pela combinação de ato comunicativo e protocolo de interação, assim a mensagem **collect-new-bpt** é identificada por ser um ato comunicativo **query-bpt** do protocolo *collect-new-bpt*.

```
:conversation-id 1001)
```

Após o recebimento destas informações o agente ag_1 irá processá-las através de *DistributeEvidence* (ver Xiang (1993)), atualizando sua RB local e variáveis de interface apropriadamente. Supondo que após este processo as variáveis H_1 , H_2 , H_3 e H_4 fiquem com os mesmos valores definidos nas mensagens acima, então, seguindo a linha *caller* do protocolo *DistributeBPT* o agente raiz irá começar a fase de distribuição enviando as seguintes mensagens **distribute-bpt** aos agentes ag_2 e ag_3 :

```
(inform-bpt
  :sender (agent-identifier :name ag1)
  :receiver (agent-identifier :name ag2)
  :content (( (H1 h11) 0.15) ((H1 h12) 0.85)
            ((H2 h21) 0.3565) ((H1 h22) 0.6435)))
  :language SLP
  :protocol distribute-bpt
  :conversation-id 1001)

(inform-bpt
  :sender (agent-identifier :name ag1)
  :receiver (agent-identifier :name ag3)
  :content (( (H2 h21) 0.3565) ((H2 h22) 0.6435)
            ((H3 h31) 0.3) ((H3 h32) 0.9)))
  :language SLP
  :protocol distribute-bpt
  :conversation-id 1001)

(inform-bpt
  :sender (agent-identifier :name ag1)
  :receiver (agent-identifier :name ag3)
  :content (( (H3 h31) 0.3) ((H3 h32) 0.9)
            ((H4 h41) 0.3025) ((H4 h42) 0.6975)))
  :language SLP
  :protocol distribute-bpt
  :conversation-id 1001)
```

A operação de manutenção de consistência é encerrada assim que o agente raiz receba as respostas **inform-done-distrib** de ag_1 e ag_2 :

```
(inform
  :sender (agent-identifier :name ag2)
  :receiver (agent-identifier :name ag1)
  :content (( (done (action distribute-evidence)) ))
  :language SLP
  :protocol distribute-bpt
  :conversation-id 1001)

(inform
  :sender (agent-identifier :name ag3)
  :receiver (agent-identifier :name ag1)
  :content (( (done (action distribute-evidence)) ))
  :language SLP
  :protocol distribute-bpt
  :conversation-id 1001)

(inform
  :sender (agent-identifier :name ag3)
  :receiver (agent-identifier :name ag1)
  :content (( (done (action distribute-evidence)) ))
  :language SLP
  :protocol distribute-bpt
  :conversation-id 1001)
```

Note que o campo `:content` definido nas mensagens acima, que informa que a operação de distribuição de evidência foi efetivamente feita (`((done (action distribute-evidence)))`) é somente de caráter informativo, não sendo requerido pelo protocolo *DistributeBPT*.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS E PESQUISAS FUTURAS

Existem várias perspectivas que podem ser usadas para analisar os resultados de um trabalho de pesquisa. Por exemplo, a análise pode partir de um ponto de vista estrito e formal que confere se os objetivos do trabalho foram efetivamente alcançados no desenrolar da pesquisa. Esta análise pode avançar através de uma visão mais abstrata que tenta caracterizar estes resultados em termos de problemas gerais de pesquisa na área onde o trabalho está inserido. Eventualmente pode se chegar até considerações de caráter geral não vinculadas apenas à área de conhecimentos onde a pesquisa se realizou, mas mostrando que existem relacionamentos e possibilidades de aplicação em outras áreas. Aqui no Capítulo final do trabalho tentaremos contextualizar os resultados da pesquisa da tese de acordo com estas perspectivas, mostrando também as limitações significativas que foram encontradas durante o decorrer da pesquisa e que trabalhos futuros poderão abordar a partir dos resultados aqui obtidos.

Começando a análise dos resultados por uma perspectiva mais formal, pode-se observar que os resultados obtidos no Capítulo 4 e no Capítulo 5, efetivamente atenderam os 5 objetivos de pesquisa listados na introdução, que são:

- Objetivo 1:** Generalizar o modelo formal de FIPA-ACL para suportar probabilidades, através da criação da Lógica Modal Probabilística *SLP*.
- Objetivo 2:** Estender a linguagem FIPA-ACL, pela criação da linguagem de comunicação PACL que seja capaz de para suportar a comunicação de conhecimentos probabilísticos.
- Objetivo 3:** Criar uma nova linguagem de conteúdo, também denominada de *SLP*, compatível com a FIPA-SL e que permita representar e transportar conhecimentos probabilísticos e não-probabilísticos.
- Objetivo 4:** Mostrar que especificações e modelagens de comunicação em FIPA-ACL e *SL* continuam válidas em PACL e *SLP*.
- Objetivo 5:** Mostrar que FIPA-ACL e *SLP* são capazes de representar e transportar Redes Bayesianas. Mostrar como protocolos de interação baseados nestas linguagens, podem lidar com a questão de manutenção de consistência de MSBNs em sistemas multiagentes.

O Capítulo 4 mostrou como a lógica *SL* pode ser estendida para suportar probabilidades. Mostrou também que esta extensão é compatível no sentido que as especificações, teorias e fórmulas válidas em *SL* continuam válidas em *SLP*. Este resultado é bastante importante, porque garante que as teorias de agência e comunicação de agentes definidas em *SL* e utilizadas em FIPA-ACL continuam válidas em *SLP* e são

válidas, portanto, em PACL. Dessa forma, o Capítulo 4 mostrou como os objetivos de pesquisa 1 e 4 foram atingidos.

A compatibilidade entre *SLP* e *SL* também foi instrumental, na concretização de outro resultado importante do Capítulo 4 que mostra que a lógica *SLP* tem um sistema axiomático completo, se o sistema da lógica base *SL* também for completo. A técnica básica demonstração de completude exige a transformação de uma dada fórmula válida na conjunção de uma fórmula puramente lógica com uma fórmula puramente numérica. Dai a demonstração de completude se reduz ao sistema axiomático original de *SL*, no caso da fórmula puramente lógica, e ao sistema axiomático do corpo dos reais, no caso da fórmula puramente numérica, que é completo e decidível.

O resultado de completude de *SLP* pode ser considerado de um ponto de vista mais amplo, principalmente caso se tenha em mente o tipo de restrição sintática que foi imposta à lógica *SLP* para garanti-lo. O fato é que *SLP* oferece bem menos restrições, ou pelo menos, impõe uma restrição bem mais fraca ao uso de probabilidades, quando comparado com outras lógicas probabilísticas como a lógica **Lp** de Bacchus (1990) ou $\mathcal{L}_2(\Phi)$ de Halpern (1990).

Ao permitir que os graus de crença ou as probabilidades subjetivas dos agentes sejam associadas a sentenças de primeira ordem (modais ou não), sem limitar o domínio ou usar probabilidades não-padrão, *SLP* abre todo um novo espectro de aplicações, em termos de representação de domínios de conhecimento probabilísticos por meio da lógica, mas ao mesmo tempo mantém uma fundamentação reconhecidamente sólida em seus fundamentos (a Teoria das Probabilidades) e ainda permite um tratamento efetivo dos problemas de decidibilidade.

Em certos aspectos, este resultado do Capítulo 4 recupera a habilidade das lógicas probabilísticas em servirem como um instrumento formal efetivo para a análise de fenômenos de cognição e comunicação com características probabilísticas, minimizando um pouco o impacto negativo dos resultados de indecidibilidade de Abadi e Halpern (1989). Isto é mais significativo, principalmente em relação às lógicas probabilísticas de caráter epistêmico, que são voltadas para a representação dos graus de crenças dos sujeitos, com é o caso de *SLP* e das lógicas probabilísticas de Halpern (no caso apenas $\mathcal{L}_2(\Phi)$), Rao&Georgeff e Singh (ver Capítulo 3).

Por outro lado, ficou em aberto a possibilidade de existir uma lógica probabilística ainda menos restrita que *SLP* mas que ainda evitasse o problema de indecidibilidade. Conforme pode ser visto nos comentários que precedem o teorema de completude, na seção 4.8, o argumento básico que levou a acreditar que a prova deste teorema fosse possível está baseado no fato que as demonstrações de indecidibilidade de Abadi e Halpern são fortemente dependentes do fato que variáveis livres de mesmo nome possam ser usadas dentro e fora dos termos probabilísticos. *SLP* evita este “compartilhamento” de uma maneira relativamente drástica, simplesmente forçando que as fórmulas utilizadas como parâmetros dos termos probabilísticos sejam sentenças, isto é, não tenham variáveis livres. Certamente seria interessante descobrir se uma lógica probabilística com uma restrição mais fraca, mas que ainda assim evitasse o compartilhamento, seria decidível ou não.

Voltando aos demais objetivos da pesquisa, pode-se observar que a linguagem PACL definida no capítulo 5 satisfaz plenamente o objetivo de estender FIPA-ACL para suportar a comunicação de probabilidades (objetivo 2). É importante salientar que a análise dos fenômenos feita na seção 5.1 e os pressupostos epistemológicos assumidos

na seção 5.2, ao permitirem que a força (assertiva) de um ato comunicativo pudesse ser “graduada” por meio de probabilidades, tornaram necessário que atos como **inform-bp** e **query-bp** fossem incluídos em PACL. Os atos **inform-bp** e **query-bp** são os equivalentes probabilísticos, respectivamente, dos atos assertivos e diretivos (de questionamento) descritos na Teoria dos Atos da Fala. A linguagem PACL em si, foi definida como uma extensão mínima sobre FIPA-ACL, que somente incorporasse os atos comunicativos que se mostraram necessários para transportar probabilidades.

Porém, em conjunto com o uso de *SLP* como linguagem de conteúdo (objetivo 3), tal como mostrado na seção 5.4, PACL torna viável uma ampla gama de mecanismos de intercâmbio de informações probabilísticas entre agentes, tanto através dos novos atos **inform-bp**, **query-bp**, **inform-bpt** e **query-bpt**, quanto através dos atos comunicativos herdados de FIPA-ACL (e também dos protocolos de interação e serviços já padronizados pela FIPA).

O objetivo 5 é essencialmente um critério de aplicabilidade das linguagens e dos modelos lógicos sendo propostas nesta tese. Como tal, ele busca garantir que pelo menos os formalismos mais aceitos para representação de conhecimentos probabilísticos em agentes individuais (as Redes Bayesianas) quanto novas formas de representação deste tipo de conhecimento propostas para uso em sistemas multiagentes (as MSBNs), sejam suportados por PACL e *SLP*. O método de representação de Redes Bayesianas proposto na seção 5.4 mostra que *SLP* tem um poder de expressão suficiente para representar este tipo de rede. Da mesma forma os protocolos de interação propostos na seção 5.5 suportam plenamente todas as necessidades de comunicação das operações de consistência de MSBNs tal como definidas por Xiang (1993 e 1996).

Claro que existem algumas limitações relacionadas aos resultados obtidos no Capítulo 5. Em particular, a representação de Redes Bayesianas proposta na seção 5.4 está restrita ao caso das redes formadas por variáveis probabilísticas que podem assumir apenas valores discretos. Sendo assim, a extensão desta representação para incorporar variáveis probabilísticas que podem assumir valores contínuos (essencialmente variáveis reais), se torna um interessante objeto de pesquisa. Este também é o caso da pesquisa sobre como formalismos probabilísticos baseados em Redes Bayesianas, como os Diagramas de Influência, podem ser representados em *SLP*.

Os protocolos apresentados na seção 5.5 podem ser considerados como uma demonstração clara de como as necessidades mais básicas de comunicação das operações de consistência de redes MSBN podem ser implementados seguindo a abordagem FIPA. Porém isto resolve apenas parte do problema. Na verdade, existem várias outras questões interessantes, relacionadas à distribuição e compartilhamento de conhecimentos probabilísticos que agora, com as extensões probabilísticas de PACL e *SLP*, poderiam ser tratadas seguindo a abordagem da FIPA. Isto abre várias possibilidades interessantes de pesquisa como, por exemplo, estudar como o conceito de ontologia poderia ser aplicado no contexto probabilístico ou então como protocolos de negociação poderiam levar em conta parâmetros e informações probabilísticas em suas negociações, já que agora há um mecanismo para compartilhamento deste tipo de informação, que tem uma semântica bem definida.

As análises feitas até agora basicamente mostram que os resultados do trabalho foram úteis para atingir os objetivos de pesquisa da tese. Mas os objetivos da pesquisa não são um fim em si, eles estão inseridos em um contexto maior, ou seja, na verdade existe um contexto mais geral onde se pretende aplicar estes resultados. Dentro deste contexto, o trabalho empreendido até agora pode ser considerado como um processo

(bastante laborioso) de criação e investigação de propriedades de um novo instrumento formal que poderá ser usado na análise e na modelagem de fenômenos de comunicação (e possivelmente da cognição) com características probabilísticas e lógicas.

O início do trabalho partiu de experimentos realizados no contexto de um projeto de pesquisa sobre ambientes de ensino/aprendizagem, no caso o sistema AMPLIA (VICCARI et al, 2003). Os primeiros questionamentos e necessidades sobre comunicação probabilística, além da verificação de que as linguagens de comunicação para agentes, não suportam este tipo de comunicação ocorreram durante o processo de pesquisa e desenvolvimento deste projeto.

Na verdade, a necessidade que os agentes possam compartilhar/comunicar conhecimentos probabilísticos está diretamente ligada ao processo de modelagem dos agentes do AMPLIA. A modelagem de comportamento dos agentes deste sistema é dependente de um processo complexo de interação, essencialmente uma forma de negociação, que ocorre dentro de um contexto de ensino-aprendizagem. Esta negociação, denominada de *negociação pedagógica* visa resolver os conflitos que possam ocorrer entre agentes envolvidos num processo de ensino-aprendizagem, utilizando exclusivamente estratégias de cunho pedagógico para a resolução destes conflitos.

Análises iniciais, apresentadas em (FLORES et al., 2003-a) (FLORES et al., 2003-b), indicaram que este processo de negociação pode analisado a partir do ponto de vista das expectativas dos participantes. Expectativas estas que podem ser relacionadas aos graus de confiança e credibilidade que os agentes envolvidos (no caso professores e alunos) devem tentar estabelecer durante o processo de negociação. Estas análises também mostraram que não só que este conceito de expectativa poderia ser interpretadas através de probabilidades subjetivas, mas que ele poderia ser expresso formalmente numa lógica modal probabilística muito similar a *SLP*. Estudos posteriores tem aprofundado (SEIXAS et al., 2003) (FLORES et al., 2004) a análise dos parâmetros de confiança e credibilidade dentro do processo de negociação pedagógica, através do uso de Redes Bayesianas que são capazes de modelar e inferir (mas ainda não negociar) estes parâmetros.

Ainda assim, o processo de negociação pedagógica ainda está longe de ser claramente compreendido, pelo menos do ponto de vista formal. Certamente ele não chega ao grau de formalização e rigorismo de análise alcançado pelos mecanismos de negociação baseados em teorias econômicas de preferências e utilidades (ver Sandholm (1999) para mais detalhes sobre estes mecanismos).

Desta forma, espera-se que o instrumento formal definido nesta tese seja útil na compreensão e modelagem deste processo de negociação. Espera-se que a lógica *SLP* seja capaz de representar formalmente os conceitos e atividades envolvidas na negociação pedagógicas de acordo com os pontos de vista dos seus participantes. PACL seria utilizada na modelagem das interações que ocorrem entre estes participantes durante o processo de negociação. O diferencial que o instrumento formal proposto por esta tese traria em relação aos outros instrumentos é seu caráter unificador, que permitiria expressar em um único formalismo tanto aspectos puramente lógicos do processo de negociação, quanto às probabilidades vinculadas aos graus de confiança e credibilidade sendo negociados.

REFERÊNCIAS

- ABADI, M.; HALPERN, J. Decidability and Expressiveness for First-Order Logics of Probability. In: IEEE SYMPOSIUM ON FOUNDATIONS OF COMPUTER SCIENCE, 30., 1989. **Proceedings ...** Disponível em: <<http://citeseer.nj.nec.com/>> (relatório com versão extensa do artigo). Acesso em: nov. 2003.
- ALLEN, J. Two Views of Intention: Comments on Bratman and on Cohen and Levesque. In: COHEN, P.; MORGAN, J.; POLLACK, M. (Ed.). **Intentions in Communication**. Cambridge, MA: MIT Press, 1990.
- BACCHUS, F. Lp, a Logic for Representing and Reasoning with Statistical Knowledge. **Computational Intelligence**, [S.l.], v. 6, p. 209-301, 1990. Disponível em: <<http://citeseer.nj.nec.com/>>. Acesso em: nov. 2003.
- BELHOT, R.V. Searching for New Ways of teaching. In: INTERNATIONAL CONFERENCE OF ENGINEERING EDUCATION, ICEE, 5., 1998, Rio de Janeiro. **Proceedings ...** [Rio de Janeiro: s.n.], 1998. Disponível em: <<http://www.ime.eb.br/icee98/pappers/232.pdf>>. Acesso em: jun. 2004.
- BERCHT, M. **Em direção a agentes pedagógicos com dimensões afetivas**. 2001. 152p. Tese (Doutorado em Ciência da Computação) - Instituto de Informática, UFRGS, Porto Alegre.
- BRATMAN, M. What Is Intention? In: COHEN, P.; MORGAN, J.; POLLACK, M. (Ed.). **Intentions in Communication**. Cambridge, MA: MIT Press, 1990.
- BRIDGE, J. **Beginning Model Theory: The completeness theorem and some consequences**. Oxford: Oxford University Press, 1977.
- BUCHANAN, B. G.; SHORTLIFE, E. S. **Rule-Based Expert Systems: the MYCIN Experiments of the Stanford Heuristic Programming Project**. Reading, Massachusetts: Addison-Wesley, 1985.
- CASTELFRANCHI, C.; FALCONI, R. Principles of Trust for MAS: Cognitive Anatomy, Social Importance, and Quantification. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON MULTI-AGENT SYSTEMS, ICMAS, 3., 1998, Paris. **Proceedings...** Los Alamitos: IEEE Computer Society, 1998.
- CASTELFRANCHI, C.; FALCONI, R. Basic Mental Attitudes of a Collaborating Agent: Cognitive Primitives for MAS. In: EUROPEAN WORKSHOP ON MODELLING AUTONOMOUS AGENTS IN A MULTI-AGENT WORLD, 1999, Valencia, Spain. **Proceedings ...** [Valencia: s.n.], 1999.

CASTELFRANCHI, C.; FALCONE, R.; PEZZULO, G. Trust in Information Sources as a Source for Trust: A Fuzzy Approach. In: INTERNATIONAL JOINT CONFERENCE ON AUTONOMOUS AGENTS AND MULTIAGENT SYSTEMS, AAMAS, 2., 2003, Melbourne, Australia. **Proceedings ...** New York: ACM, 2003.

CHAIB-DRAA, B.; DIGNUN, F. Trends in Agent Communication Language. **Computational Intelligence**, Cambridge, v. 2, n. 5, 2002.

CHANG, C.; LEE, R. C. **Symbolic Logic and Mechanical Theorem Proving**. San Diego: Academic Press, 1973.

CHIERCHIA, G. **Semântica**. Traduzido por: L. A. Pagani, L. Negri e R. Ilari. Campinas: Ed. da UNICAMP, 2003.

COHEN, P.; LEVESQUE, H. Persistence, Intention and Commitment. In: COHEN, P.; MORGAN, J.; POLLACK, M. (Ed.). **Intentions in Communication**. Cambridge, MA: MIT Press, 1990a.

COHEN, P.; LEVESQUE, H. Intention Is Choice with Commitment. **Artificial Intelligence**, Amsterdam, n. 42, p. 213-261, 1990b.

COHEN, P.; LEVESQUE, H. Rational Interaction as the Basis for Communication”, In: COHEN, P. R.; MORGAN, J.; POLLACK, M. E. (Ed.). **Intentions in Communication**. Cambridge, MA: MIT Press, 1990c.

COHEN, P.; LEVESQUE, H. Communicative Actions for Artificial Agents. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON MULTI-AGENT SYSTEMS, ICMAS, 1., 1995, San Francisco. **Proceedings ...** Cambridge: MIT Press, 1995.

COLOMBETTI, M.; VERDICCHIO, M. An Analysis of Agent Speech Acts as Institutional Actions. In: INTERNATIONAL JOINT CONFERENCE ON AUTONOMOUS AGENTS AND MULTIAGENT SYSTEMS, AAMAS, 1., 2002, Bologna, Italy. **Proceedings ...** [Bologna: s.n.], 2002.

COSTA, M. M. do C. **Introdução à Lógica Modal Aplicada à Computação**. Porto Alegre: II da UFRGS, 1992. Trabalho apresentado na 8. Escola de Computação.

COWEL, R.; DAWID, P.R.; LAURITZEN, S. L.; SPIEGELHALTER, D. J. **Probabilistic Networks and Expert Systems**. New York: Springer-Verlag, 1999.

DARPA. **Draft Specification of the KQML Agent-Communication Language**. [S.l.], 1993. Disponível em: <<http://www.cs.umbc.edu/kqml/kqmlspec/spec.html>>. Acesso em: jun 2005.

DUDA, R.; GASCHNIG, J.; HART, P. Model Design in the Prospector Consultant System for Mineral Exploration. In: MICHIE, D. (Ed.). **Expert Systems in the Micro-electronic Age**. Edinburg: Edinburg University Press, 1979.

DURBIN, J. R. **Modern Algebra: an introduction**. 2nd ed. New York: John Wiley & Sons, 1985.

FAGIN, R.; HALPERN, J. Y.; MEGIDDO, N. A Logic for Reasoning About Probabilities. **Information and Computation**, Orlando, v.87, n.1-2, p.78-128, 1990.

FIPA. **SC00001**: FIPA Abstract Architecture Specification. [S.l.], 2001. Disponível em: <<http://www.fipa.org/specs/fipa000/>> Acesso em: abr. 2002.

FIPA. **SC00008**: FIPA-SL Content Language Specification. [S.l.], 2001. Disponível em: <<http://www.fipa.org/specs/fipa00008/>> Acesso em: abr. 2002.

FIPA. **XC00009**: FIPA-CCL Content Language Specification. [S.l.], 2001. Disponível em: <<http://www.fipa.org/specs/fipa00009/>> Acesso em: abr. 2002.

FIPA. **XC00010**: FIPA-KIF Content Language Specification. [S.l.], 2001. Disponível em: <<http://www.fipa.org/specs/fipa00010/>> Acesso em: abr. 2002.

FIPA. **XC00011**: FIPA RDF Content Language Specification. [S.l.], 2001. Disponível em: <<http://www.fipa.org/specs/fipa00011/>> Acesso em: abr. 2002.

FIPA. **SC00023**: FIPA Agent Management Specification. [S.l.], 2001. Disponível em: <<http://www.fipa.org/specs/fipa00023/>> Acesso em: abr. 2002.

FIPA. **XC00025**: FIPA Interaction Protocol Library Specification. [S.l.], 2001. Disponível em: <<http://www.fipa.org/specs/fipa00025/>> Acesso em: abr. 2002.

FIPA. **SC00026**: FIPA Request Interaction Protocol Specification. [S.l.], 2001. Disponível em: <<http://www.fipa.org/specs/fipa00026/>> Acesso em: abr. 2002.

FIPA. **SC00027**: FIPA Query Interaction Protocol Specification. [S.l.], 2001. Disponível em: <<http://www.fipa.org/specs/fipa00027/>> Acesso em: abr. 2002.

FIPA. **SC00028**: FIPA Request When Interaction Protocol Specification. [S.l.], 2001. Disponível em: <<http://www.fipa.org/specs/fipa00028/>> Acesso em: abr. 2002.

FIPA. **SC00029**: FIPA Contract Net Interaction Protocol Specification. [S.l.], 2001. Disponível em: <<http://www.fipa.org/specs/fipa00029/>> Acesso em: abr. 2002.

FIPA. **SC00030**: FIPA Iterated Contract Net Interaction Protocol Specification. [S.l.], 2001. Disponível em: <<http://www.fipa.org/specs/fipa00030/>> Acesso em: abr. 2002.

FIPA. **XC00031**: FIPA English Auction Interaction Protocol Specification. [S.l.], 2001. Disponível em: <<http://www.fipa.org/specs/fipa00031/>> Acesso em: abr. 2002.

FIPA. **XC00032**: FIPA Dutch Auction Interaction Protocol Specification. [S.l.], 2001. Disponível em: <<http://www.fipa.org/specs/fipa00032/>> Acesso em: abr. 2002.

FIPA. **SC00033**: FIPA Brokering Interaction Protocol Specification. [S.l.], 2001. Disponível em: <<http://www.fipa.org/specs/fipa00033/>> Acesso em: abr. 2002.

FIPA. **SC00034**: FIPA Recruiting Interaction Protocol Specification. [S.l.], 2001. Disponível em: <<http://www.fipa.org/specs/fipa00034/>> Acesso em: abr. 2002.

FIPA. **SC00035**: FIPA Subscribe Interaction Protocol Specification. [S.l.], 2001. Disponível em: <<http://www.fipa.org/specs/fipa00035/>> Acesso em: abr. 2002.

FIPA. **SC00036**: FIPA Propose Interaction Protocol Specification. [S.l.], 2001. Disponível em: <<http://www.fipa.org/specs/fipa00035/>> Acesso em: abr. 2002.

FIPA. **SC00037**: FIPA Communicative Act Library Specification. [S.l.], 2001. Disponível em: <<http://www.fipa.org/specs/fipa00036/>> Acesso em: abr. 2002.

FIPA. **SC00061**: FIPA-ACL Message Structure Specification. [S.l.], 2001. Disponível em: <<http://www.fipa.org/specs/fipa00061/>> Acesso em: abr. 2002.

FIPA. **SC00067**: FIPA Agent Message Transport Service Specification. [S.l.], 2001. Disponível em: <<http://www.fipa.org/specs/fipa00067/>> Acesso em: abr. 2002.

FIPA. **SC00069**: FIPA ACL Message Representation in Bit-Efficient Specification. [S.l.], 2001. Disponível em: <<http://www.fipa.org/specs/fipa00069/>> Acesso em: abr. 2002.

FIPA. **SC00070**: FIPA ACL Message Representation in String Specification. [S.l.], 2001. Disponível em: <<http://www.fipa.org/specs/fipa00070/>> Acesso em: abr. 2002.

FIPA. **SC00071**: FIPA ACL Message Representation in XML Specification. [S.l.], 2001. Disponível em: <<http://www.fipa.org/specs/fipa00071/>> Acesso em: abr. 2002.

FISCHER, M.; GHIDINI, C. The ABC of Rational Agent Modelling. In: INTERNATIONAL JOINT CONFERENCE ON AUTONOMOUS AGENTS AND MULTIAGENT SYSTEMS, AAMAS, 1., 2002, Bologna, Italy, 2002. **Proceedings ...** [Bologna: s.n.], 2002.

FLORES, C. D.; GLUZ, J. C.; SEIXAS, L. M. J. de; VICARI, R. M. ; COELHO, H. M. F. Negociação Pedagógica no AMPLIA. In: ENCONTRO NACIONAL DE INTELIGÊNCIA ARTIFICIAL, 4., 2003, Campinas. **Anais ...** Campinas: SBC, 2003. p.617-626.

FLORES, C. D.; GLUZ, J. C.; SEIXAS, L. M. J. de; VICARI, R. M.; COELHO, H. M. F. Pedagogical Negotiation in AMPLIA Environment. In: JAIIO, 32., 2003, Buenos Aires. **Anales ...** Buenos Aires: SADIO, 2003. p.1-10.

FLORES, C. D.; GLUZ, J. C.; SEIXAS, L.; VICARI, R. AMPLIA Learning Environment: A Proposal for Pedagogical Negotiation. In: IEEE INTERNATIONAL WORKSHOP ON POLICIES FOR DISTRIBUTED SYSTEMS AND NETWORKS, 5., 2004. **Proceedings ...** Setubal: Escola Superior de Tecnologia de Setubal, 2004. p. 279-286.

FORNARA, N.; COLOMBETTI, M. Operational Specification of a Commitment-Based Agent Communication Language. In: INTERNATIONAL JOINT CONFERENCE ON AUTONOMOUS AGENTS AND MULTIAGENT SYSTEMS, AAMAS, 1., 2002, Bologna, Italy, 2002. **Proceedings ...** [Bologna: s.n.], 2002.

GLUZ, J. C. **Linguagens de Comunicação entre Agentes: Fundamentos e Propostas de Padronização**. 2002. 92p. Trabalho Individual de Pesquisa - Instituto de Informática, UFRGS, Porto Alegre.

GLUZ, J. C.; VICCARI, R. M. Linguagens de Comunicação entre Agentes: Fundamentos Padrões e Perspectivas. In: JORNADA DE MINI-CURSOS DE INTELIGÊNCIA ARTIFICIAL, 3., 2003, Campinas. **Livro Texto**. Campinas: SBC, 2003. p. 53-102.

GNEDENKO, B. **The Theory of Probability**. Moscow: MIR, 1978.

GRICE, H. P. Meaning. **Philosophical Review**, [S.l.], v.66, p.377-388, 1957.

GROSZ, B.; KRAUS, S.; SULLIVAN, D.; DAS, S. The influence of social norms and social consciousness on intention reconciliation. **Artificial Intelligence**, Amsterdam, v. 142, 2002.

GUERIN, F.; PITT, J. Denotational Semantics for Agent Communication Languages. , In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON AUTONOMOUS AGENTS, 5., Montréal, Canada, 2001. **Proceedings ...** [Montréal: s.n.], 2001.

HALPERN, J. An Analysis of First-Order Logics of Probability. **Artificial Intelligence**, Amsterdam, n. 46, p. 311-350, 1990.

HALPERN, J.; MOSES, Y. A guide to completeness and complexity for modal logics of knowledge and belief. **Artificial Intelligence**, Amsterdam, n. 52, p. 311-379, 1992.

HALPERN, J.; FAGIN, R. Two views of belief: belief as generalized probability and belief as evidence. **Artificial Intelligence**, Amsterdam, n. 54, p. 275-317, 1992.

HERZIG, A.; LONGIN, D. A logic of intention with cooperation principles and with assertive speech acts as communication primitives. In: INTERNATIONAL JOINT CONFERENCE ON AUTONOMOUS AGENTS AND MULTIAGENT SYSTEMS, AAMAS, 1., 2002, Bologna, Italy, 2002. **Proceedings ...** [Bologna: s.n.], 2002.

HOEL, P. G.; PORT, S. C.; STONE, C. J. **Introduction to Probability Theory**. New York: Houghton Mifflin, 1971.

HUGIN. Hugin Light Version 5.1 - Hugin Help: Hugin Runtime (Tutorials). Aalborg, Denmark: Hugin Expert A/S, 1998. Disponível em: <[http:// www.hugin.com](http://www.hugin.com)>. Acesso em: mar. 2005.

JAMES, B. J. **Probabilidade: um curso em nível intermediário**. Rio de Janeiro: IMPA, 1981.

KATZ, J. J. **Teoria Semantica**. Traduzido por: J. G. Puente. Madrid: Aguilar S.A. Eds., 1979. Tradução de: Semantic Theory.

KUMAR, S.; HUBER, M.; COHEN, P. Representing and Executing Protocols as Joint Actions. In: INTERNATIONAL JOINT CONFERENCE ON AUTONOMOUS AGENTS AND MULTIAGENT SYSTEMS, AAMAS, 1., 2002, Bologna, Italy, 2002. **Proceedings ...** [Bologna: s.n.], 2002.

LABROU, Y.; FININ, T. A semantics approach for KQML - a general purpose communication language for software agents. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON INFORMATION AND KNOWLEDGE MANAGEMENT, CIKM, 3., 1994, Gaithersburg, Maryland. **Proceedings ...** [Gaithersburg, Maryland: s.n.], 1994.

LABROU, Y.; FININ T.; PENG, Y. Agent Communication Languages: The Current Landscape. **IEEE Intelligent Systems**, Los Alamitos, p. 45-52, Mar./Apr. 1999.

LEARY, C. **A Friendly Introduction to Mathematical Logic**. Upper Saddle River, New Jersey: Prentice Hall, 2000.

MAZOUZI, H.; FALLAH, A.; HADDAD, S. Open Protocol Design for Complex Interactions in Multi-agent Systems. In: INTERNATIONAL JOINT CONFERENCE ON AUTONOMOUS AGENTS AND MULTIAGENT SYSTEMS, AAMAS, 1., 2002, Bologna, Italy, 2002. **Proceedings ...** [Bologna: s.n.], 2002.

MILLER, D. (Comp.) **Popper: Escritos Selectos**. Traduzido por: Sergio R. M. Báez. México: Fondo de Cultura Económica, 1995.

MONK, J. D. **Mathematical Logic**. New York: Springer-Verlag, 1976.

MORTARI, C. **Introdução à Lógica**. São Paulo: UNESP, 2001.

MUDGAL, C.; VASSILEVA, J. An influence diagram model for multi-agent negotiation. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON MULTI-AGENT SYSTEMS, ICMAS, 4., 2000, Boston. **Proceedings ...** [Boston: s.n.], 2000.

MUDGAL, C.; VASSILEVA, J. Bilateral Negotiation with Incomplete and Uncertain Information. In: WORKSHOP ON COOPERATIVE INFORMATION AGENTS, 2000. **Proceedings ...** [S.l.]: Springer-Verlag, 2000, p. 107-118.

NEVEAU, J. **Mathematical Foundations of the Calculus of Probability**. San Francisco: Holden-Day, 1965.

NILSSON, N. J. Probabilistic Logic. **Artificial Intelligence**, Amsterdam, n. 28, p. 71-87, 1986.

NILSSON, N. J. **Artificial Intelligence a New Synthesis**. San Francisco: Morgan Kaufmann, 1998.

PATIL, R. et al. The DARPA Knowledge Sharing Effort: Progress Report. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON THE PRINCIPLES OF KNOWLEDGE REPRESENTATION AND REASONING, KR, 3., 1992. **Proceedings ...** Los Altos: Morgan Kaufmann, 1992.

PEARL, J. Fusion, Propagation, and Structuring in Belief Networks. **Artificial Intelligence**, Amsterdam, n. 29, p. 241-288, 1986.

PEARL, J. (1993) Belief Networks Revisited. **Artificial Intelligence**, Amsterdam, n. 59, p. 49-56, 1993.

PITT, J.; KAMARA, L.; ARTIKIS, A. Interaction Patterns and Observable Commitments in a Multi-Agent Trading Scenario. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON AUTONOMOUS AGENTS, 5., Montréal, Canada, 2001. **Proceedings ...** [Montréal: s.n.], 2001.

PLIEGO, F. J. M.; PEREZ, L. R. **Fundamentos de Probabilidad**. Madrid: Editorial AC, 1999.

RAO, A. S.; GEORGEFF, M. P. Deliberation and its role in the formation of intentions. In CONFERENCE ON UNCERTAINTY IN ARTIFICIAL INTELLIGENCE, UAI, 7., 1991. **Proceedings ...** San Mateo: Morgan Kaufmann, 1991.

RAO, A.S.; GEORGEFF, M. P. Modeling rational agents within a BDI-architecture. In: KNOWLEDGE REPRESENTATION AND REASONING, KR&R, 1991. **Proceedings ...** San Mateo: Morgan Kaufmann, 1991. p. 473-484.

RUSSEL, S.; NORVIG, P. **Artificial Intelligence: a Modern Approach**. New Jersey: Prentice-Hall, 1995. 932p.

SADEK, M. D. Logical Task Modelling for Man-machine Dialog. In: NATIONAL CONFERENCE ON ARTIFICIAL INTELLIGENCE, 8., Boston, p. 970-975. **Proceedings ...** [Boston: s.n.], 1990.

SADEK, M. D. **Attitudes Mentales et Interaction Rationnelle: Vers une Théorie Formelle de la Communication**. 1991. Thèse (Doctorat Informatique) - Université de Rennes I, France.

SADEK, M. D. Dialogue Acts are Rational Plans. In: ESCA/ETRW WORKSHOP ON THE STRUCTURE OF MULTIMODAL DIALOGUE, 1991, Maratea, Italy, p. 1-29. **Proceedings ...** [Maratea: s.n.], 1991.

SADEK, M. D. A Study in the Logic of Intention. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON THE PRINCIPLES OF KNOWLEDGE REPRESENTATION AND REASONING, KR, 3., 1992. **Proceedings ...** Los Altos: Morgan Kaufmann, 1992.

SADEK, M. D. Interactions utilisateurs-services : de l'ergonomie des interfaces à l'agent intelligent dialoguant. **Les mémentos techniques des Conférences France Télécom Recherche**, [S.l.] n. 8, out. 1996. Disponível em: <<http://www.francetelecom.com/sirius/rd/fr/memento/mento8/c3.pdf>>. Acesso em mar. 2005.

SADEK, M. D. Design Considerations on Dialogue Systems: from Theory to Technology. The Case of Artemis. In: ETR WORKSHOP ON INTERACTIVE DIALOGUE FOR MULTIMEDIA SYSTEMS, IDS, Kloster Irsee, Germany, 1999. **Proceedings ...** [Kloster Irsee, Germany: s. n.], 1999.

SANDHOLM, T. W. Distributed Rational Decision Making. In: WEISS, G. (Ed.). **Multiagent Systems: A Modern Approach to Distributed Artificial Intelligence**. Cambridge: The MIT Press, 1999. p.79-120.

SEARLE, J. **Expression and meaning - Studies in the Theory of Speech Acts**. New York: Cambridge University Press, 1979.

SEARLE, J. **Os Actos de Fala - Um Ensaio de Filosofia da Linguagem**. Traduzido por: Carlos Vogt. Coimbra: Livraria Almedina, 1981. Tradução de : Speech Acts - An Essay in the Philosophy of Language.

SEIXAS, L.; FLORES, C.D.; VICARI, R.M.; LADEIRA, M. An Architecture for an Intelligent Learning Environment with a constructivist approach In: WORKSHOP ON ARCHITECTURES AND METHODOLOGIES FOR BUILDING AGENT-BASED LEARNING ENVIRONMENTS, San Sebastian, Spain, 2002. **Proceedings ...** [San Sebastian: s.n.], 2002.

SEIXAS, L.; FLORES, C. D.; GLUZ, J. C.; VICARI, R. COELHO, H. Agente mediador para seleção de estratégias pedagógicas em um ambiente multiagente de aprendizagem. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE INFORMÁTICA NA EDUCAÇÃO, SBIE, 14., Rio de Janeiro, 2003. **Anais...** [Rio de Janeiro: s.n.], 2003.

SHACHTER, R. Evaluating Influence Diagrams. Operations Research. **ORSA**, [S.l.] v.34, n.6, p.871-882, Nov.-Dec. 1986.

SHEN, J.; LESSER, V.; CARVER, N. Minimizing Communication Cost in a Distributed Bayesian Network Using a Decentralized MDP. In: INTERNATIONAL JOINT CONFERENCE ON AUTONOMOUS AGENTS AND MULTIAGENT SYSTEMS, AAMAS, 2., 2003, Melbourne, Australia. **Proceedings ...** New York: ACM, 2003.

SINGH, M. P. **Semantical Considerations on Intention Dynamics for BDI Agents**. Raleigh, NC: NC State University, CS Department, 1997. Disponível em: <<http://citeseer.nj.nec.com/>>. Acesso em: nov. 2003.

SINGH, M. Agent Communication Languages: Rethinking the Principles. **IEEE Computer**, Los Alamitos, v.31, n.12, p. 40-47, Dec. 1998.

VANDERVEKEN, D. On the Unification of Speech Act Theory and Formal Semantics. In: COHEN, P.; MORGAN, J.; POLLACK, M. (Ed.). **Intentions in Communication**. Cambridge, MA: MIT Press, 1990.

VICARI, R. M.; FLORES, C. D.; SEIXAS, L.; SILVESTRE, A.; LADEIRA, M.; COELHO, H. A Multi-Agent Intelligent Environment for Medical Knowledge. **Artificial Intelligence in Medicine**, Amsterdam, v. 27, n. 3, p. 335-366, March 2003.

WOOLDRIDGE, M.; JENNINGS, N. Intelligent Agents: Theory and Practice. **Knowledge Engineering Review**, [S.l.], v. 10, n. 2, 1995. Disponível em: <<http://www.csc.liv.ac.uk/~mjw/pubs/ker95.ps.gz>> Acesso em: abr. 2002.

WOOLDRIDGE, M. Verifiable Semantics for Agent Communication Languages. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON MULTI-AGENT SYSTEMS, ICMAS, 3., 1998, Paris. **Proceedings...** Los Alamitos: IEEE Computer Society, 1998.

WOOLDRIDGE, M. Semantic issues on the verification of agent communication languages. **Journal of Autonomous and Multi-Agent Systems**, [S.l.], v. 3, n.1, p. 9-31, Feb. 2000.

XIANG, Y. A probabilistic framework for cooperative multi-agent distributed interpretation and optimization of communication. **Artificial Intelligence**, Amsterdam, n. 87, p. 295-342, 1996.

XIANG, Y.; LESSER, V. Justifying Multiply Sectioned Bayesian Networks. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON MULTI-AGENT SYSTEMS, ICMAS, 4., 2000, Boston. **Proceedings ...** [Boston: s.n.], 2000.

XIANG, Y.; LESSER, V. On the Role of Multiply Sectioned Bayesian Networks for Cooperative Multiagent Systems. **IEEE Systems, Man, and Cybernetics (Part A)**, [S.l.], v. 33, n. 4, p. 489-501, 2003

XIANG, Y.; OLESEN, K.G.; JENSEN, F.V. Practical Issues in Modelling Large Diagnostic Systems with Multiple Sectioned Bayesian Networks. **Intern. J. Pattern Recognition and Artificial Intelligence**, [S.l.], v. 14, n. 1, p.59-71, 2000.

XIANG, Y.; POOLE, D.; BEDDOES, M. P. Multiply sectioned bayesian networks and junction forests for large knowledge based systems. **Computational Intelligence**, [S.l.], v. 9, n.2, p.171-220, 1993.

YOLUM, P.; SINGH, M. Flexible Protocol Specification and Execution: Applying Event Calculus Planning using Commitments. In: INTERNATIONAL JOINT CONFERENCE ON AUTONOMOUS AGENTS AND MULTIAGENT SYSTEMS, AAMAS, 1., 2002, Bologna, Italy, 2002. **Proceedings ...** [Bologna: s.n.], 2002.

ZADEH, L. A. Fuzzy sets. **Information and Control**, [S.l.], v. 8, p. 338-353, 1965.