UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL

ESCOLA DE ADMINISTRAÇÃO

Programa de Pós-Graduação em Administração

O Efeito da Evolução das Preferências dos Consumidores Sobre o Preço e a Qualidade Ótimos para Bens Duráveis

Guilherme Liberali Neto

Porto Alegre

2006

Guilherme Liberali Neto

O Efeito da Evolução das Preferências dos Consumidores Sobre o Preço e a Qualidade Ótimos para Bens Duráveis

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Administração da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para a obtenção do título de Doutor em Administração.

Orientador: Prof. Dr. Walter Meucci Nique

Porto Alegre

2006

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
ESCOLA DE ADMINISTRAÇÃO
Programa de Pós-Graduação em Administração

BANCA EXAMINADORA

____
Prof. Thomas S. Gruca, PhD.
University of Iowa

____
Prof. Dr. José Afonso Mazzon
FEA/USP

____
Prof. Dr. Carlos Alberto Vargas Rossi
PPGA/UFRGS

____
Prof. João Luiz Becker, PhD.
PPGA/UFRGS

Orientador: Walter Meucci Nique

Área de Conhecimento: Marketing

Curso: Doutorado

Porto Alegre, 16 de março de 2006.

AGRADECIMENTOS

É com prazer que faço aqui alguns registros sobre algumas das ocasiões e pessoas especiais que marcaram os quatro anos de meu doutoramento. Inicio agradecendo aos meus pais, Benaldo e Olga, e aos meus irmãos, Cicília e Gustavo, pelo exemplo de dedicação, garra e otimismo que sempre tem me acompanhado. À Jordana sou profundamente grato por seu amor e parceria. Agradeço também por não ter hesitado em aceitar três semestres “sabáticos” durante nossa estadia nos Estados Unidos e pela sua presença constante ao meu lado, com seu charme, tranqüilidade intelectual, torcida e apoio incondicional.

Ao meu orientador, Walter Meucci Nique, registro um agradecimento especial. Sua sabedoria, experiência e tranqüilidade foram fundamentais durante todas as etapas do curso. Nas diversas vezes em que estive nas encruzilhadas nebulosas e incertas inerentes à qualquer projeto desta evergadura, sempre encontrei o Nique com a iluminação necessária para que os detalhes e conseqüências de cada trilha aparecessem claramente. Além disso, agradeço por ter apostado em mim e em minhas escolhas acadêmicas.

Ao professor Thomas Gruca, com quem fui trabalhar presencialmente durante o ano que passei na Universidade de Iowa, agradeço pelo exemplo, dedicação e amizade. Tenho a convicção de que ele é um dos mais completos pesquisadores em *marketing* nos Estados Unidos, ao conciliar excelentes publicações, visão estratégica de pesquisa, rigor, amplitude de métodos, paixão por *marketing* e uma grande amizade com seus alunos. Trabalhar com ele foi e continua sendo um enorme aprendizado acadêmico e profissional.

Ao professor Carlos Alberto Vargas Rossi, agradeço pelas várias ótimas oportunidades de aprendizado e trocas de idéias sobre a carreira de pesquisador em *marketing*. Ao professor Luiz Antonio Slongo, agradeço pelo incentivo, amizade e empreendedorismo, que acabou gerando o nosso (primeiro) livro conjunto. Ao professor Luce, agradeço pelo incentivo, aprendizado e amizade. Mesmo vários semestres após ter sido seu aluno, é sempre uma satisfação encontrá-lo e trocar idéias sobre pesquisa, carreira e bons vinhos.

Aos grandes amigos e colegas de Iowa, Kyuseop (Kirk) Kwak, Monica Wadhwa e Jianjun (John) Zhu, agradeço pela companheirismo nos vários momentos de nossas pesquisas e aulas. Kirk, em particular, sempre disposto a ajudar e trocar experiências em se tratando de assuntos que vão de *latent class models* até o futebol, passando pela crise da Coréia com o Japão e chegando ao *slogan* do suco de laranja brasileiro na Ásia. Agradeço ao professor Gary Russell pela oportunidade de aprendizado durante e após o semestre em que fui seu aluno. Sua experiência com modelos em *marketing* vem de longa data, e isto é transmitido eficientemente como conteúdo e inspiração aos seus alunos.

À Unisinos, agradeço por ter me fornecido as condições financeiras que me deram tranqüilidade para, ao longo destes quatro anos, dedicar-me efetivamente ao curso de maneira a não apenas fazer disciplinas e uma tese, mas também iniciar minha carreira acadêmica de maneira sólida. À CAPES, agradeço pelo apoio recebido durante a etapa sanduíche na Universidade de Iowa.

Aos integrantes da banca de projeto e tese, Prof. José Afonso Mazzon, Prof João Luiz Becker, Prof Carlos Alberto Vargas Rossi e Prof Thomas Gruca, agradeço pelo voto de confiança e brilhantes *insights* ao longo deste projeto.

Aos amigos e colegas de doutorado no PPGA, em particular, Carlo Gabriel Porto Bellini, Rosalvo Streit, Marta Von Ende, Vinicius Brei, Alexandre Gava e Rita de Cássia, agradeço pelos cafezinhos, chopes e companheirismo em todos os momentos desta trajetória. Aos professores Luc Wathieu, Barry Bayus e Lopo Rego, agradeço pelos comentários, discussões, almoços e sugestões que permitiram aperfeiçoar esta pesquisa, bem como o artigo principal que dela resultou.

Aos professores John Hauser (MIT) e Glen Urban (MIT), agradeço pela possibilidade de aprendizado teórico e prático sobre modelagem empírica e estatística bayesiana. Aos grandes amigos e colegas de sala no MIT, Leonard Lee e Anat Bracha, agradeço pela amizade, jantas, almoços e boas gargalhadas que aliviam a tensão do dia-a-dia.

RESUMO

À medida que consumidores aprendem a usar um novo bem durável, seu interesse no produto pode mudar. Em algumas situações, eles descobrem novas aplicações e benefícios inesperados. Em outras situações, eles experimentam decrescente interesse em melhorias nos produtos. Estas mudanças nas preferências podem afetar o *marketing mix* ótimo da empresa responsável pelo produto. Esta tese desenvolve um modelo para examinar como a dinâmica das preferências dos consumidores, resultante de compras passadas, impacta o preço e qualidade ótimos para um monopolista maximizador de lucro. O foco deste trabalho é em recompras voluntárias (i.e., compradores podem postergar a compra de uma reposição se assim o desejarem) e em consumidores que, ao recomprar, exigem que o produto ofertado tenha qualidade superior aos produtos que já possuem. Utilizando simulação multi-período, esta tese explora o impacto de três regimes de mudança nas preferências dos consumidores: crescente, decrescente e em forma de U (habituação e sensitização). Este trabalho analisa separadamente como mudanças na sensibilidade ao preço e na sensibilidade à qualidade afetam elementos do *marketing mix* ótimo. Os resultados fornecem uma série de contribuições à literatura de bens duráveis. Primeiro, eles ilustram o impacto da dinâmica das preferências dos consumidores na empresa e na tradicional Conjectura de Coase. Segundo, esta tese mostra que o fenômeno de *performance oversupply*, descrito na literatura sobre tecnologias disruptivas, pode ser explicado através da evolução das preferências dos consumidores. Terceiro, esta pesquisa estende a literatura sobre habituação e sensitização para a situação onde o *marketing mix* é endógeno.

ABSTRACT

As consumers learn to use a new durable product, their interest in buying a replacement may change. New and unexpected uses reduce price sensitivity for some while others experience feature fatigue, i.e. reduced interest in product improvements. These consumer preferences changes may affect the seller's optimal *marketing mix*. I develop a model to examine how the dynamics of consumer preferences, resulting from past purchases, impact the profit maximizing price and quality levels for a monopolist. I focus on discretionary purchases (i.e. buyers can postpone purchase of a replacements) and consumers who require replacements to have higher quality than currently owned products. Using a multi-period simulation, I explore the impact of three different patterns of change: increasing, decreasing and U-shaped (habituation-sensitization). I separately examine how changes in either price or quality sensitivity affect the optimal *marketing mix*. The results provide a number of important contributions. First, they illustrate the impact of consumer preference dynamics on the firm and on the Coase Conjecture. Second, they show that the phenomenon of "*performance* oversupply", described in the literature on disruptive technologies, may be explained by changes in consumer preferences. Third, they extend the current research on habituation-sensitization to the situation of an endogenously determined *marketing mix*.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO 8

1.1. Problema de pesquisa 10

1.2. Objetivo de pesquisa 10

1.2.1. Objetivo Geral 10

1.2.2. Objetivos Específicos 10

2. REVISÃO DA LITERATURA 12

2.1. Evolução das Preferências dos Consumidores 12

2.1.1. Sensitização 14

2.1.2. Habituação 15

2.2. Bens Duráveis 16

2.2.1. Recompra de Bens Duráveis 17

2.2.1.1. Modelos Baseados em Falha de Produto 19

2.2.1.1.1. Modelos de Recompra baseada em Falha Binária 20

2.2.1.1.2. Modelos de Recompra Baseados em Falha Cumulativa de Produto 22

2.2.1.2. Recompra Voluntária 23

2.2.2. Modelos Híbridos e Baseados em Especificação Logit 25

2.2.3. Precificação Monopolística de Bens Duráveis 28

2.3. Pressupostos Gerais 29

3. FORMULAÇÃO DO MODELO 32

3.1. Oferta 32

3.2. Demanda 34

3.3. Dinâmica do Modelo 36

4. ANÁLISE DO MODELO 39

4.1. Condições de Optimalidade 39

4.2. Solução Numérica Inicial 42

4.3. Desenho da Simulação 42

5. RESULTADOS 46

5.1. Alterações Lineares nas preferências dos consumidores 46

5.1.1. Cenário A1: Decréscimos Lineares na Sensibilidade ao Preço 47

5.1.2. Cenário A2: Aumentos Lineares na Sensibilidade ao Preço 48

5.1.3. Cenário B: Aumentos Lineares na Sensibilidade à Qualidade 49

5.2. Alterações Não-Lineares nas Preferências dos Consumidores 52

5.2.1. Cenário C: Mudanças Não-lineares na Sensibilidade ao Preço 52

5.2.2. Cenário D: Mudanças Não-Lineares na Sensibilidade à Qualidade 55

6. DISCUSSÃO E CONCLUSÕES 57

6.1. PRINCIPAIS CONTRIBUIÇÕES 59

6.2. LIMITAÇÕES E SUGESTÕES PARA PESQUISAS FUTURAS 63

7. REFERÊNCIAS BIBILIOGRÁFICAS 67

8. APÊNDICES 74

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Evolução das Preferências dos Consumidores e Probabilidades para Cenários com Atualizações na Sensibilidade ao preço 37

Figura 2 – Exemplo de Descontinuidade na Função Lucro no Segundo Período 40

Figura 3 – Cenários de Evolução das Preferências dos Consumidores 43

Figura 4 – Resultados para o Cenário A1 – Sensibilidade ao Preço Linearmente Decrescente 47

Figura 5 – Resultados para o Cenário A2 – Sensibilidade ao Preço Linearmente Crescente 49

Figura 6 – Resultados para o Cenário B – Aumentos Lineares na Sensibilidade à Qualidade 50

Figura 7 – Resultados para o Cenário C – Mudanças Não-Lineares em Sensibilidade ao Preço 53

Figura 8 – Resultados para Cenário D – Mudanças não-lineares na Sensibilidade à Qualidade 55

1. INTRODUÇÃO

Possuir e usar um novo produto pode mudar a forma como os consumidores o percebem. Por exemplo, à medida que consumidores se tornam mais experientes em tênis, eles freqüentemente substituem suas raquetes originais por novas versões, em busca de produtos capazes de providenciar *performance* superior, apesar de preços maiores. O equipamento original não é, necessariamente, substituído por causa de falha, mas porque consumidores percebem que eles precisam de produtos com melhor desempenho. Por exemplo, quando praticantes de montanhismo ganham experiência, eles gradualmente se afastam de sapatos para iniciantes buscando, nas recompras, sapatos mais flexíveis e leves, capazes de fornecer maior sensibilidade (YOUN, SONG e MACLACHLAN, 2005).

Este fenômeno também pode ser percebido em outros mercados, como o de eletrônicos para o consumidor final. Por exemplo, proprietários de Digital Video Recorders (DVR) freqüentemente encontram usos inesperados para seus DVRs e se entusiasmam com seus produtos. Uma família entrevistada pelo The New York Times havia comprado, originalmente, um DVR TiVo com 30 horas de armazenagem. Agora, após "TiVo ter transformado seus hábitos televisivos" eles acham que um TiVo de 120 horas não seria suficiente para suas necessidades (BELSON, 2004).

É impressionante que este fenômeno, apesar de ser presente em diversas situações, ainda não é considerado de maneira integrada pela literatura de bens duráveis em *marketing* e economia. De um lado, estudos sobre a evolução das preferências buscam entender porque e como o consumidor muda. Estes estudos analisam, por exemplo, seqüência e *timing* de escolha, intenção e efetivação de compra, e outros (e.g., vide a edição especial da Marketing Letters sobre a dinâmica das preferências em CARMON e WERTENBROCH, 1997). Por outro lado, a maioria dos modelos microeconômicos da empresa assume que as necessidades dos consumidores são dadas e fixas (e.g., MAS-COLELL, WHINSTON e GREEN, 2000; STIGLER e BECKER, 1977). Nesta tese, são apresentados *insight*s na interessante relação entre a evolução das preferências dos consumidores e a empresa.

Empresas que lidam com bens duráveis deveriam esperar mudanças em preços, qualidade e lucro ao longo do tempo como resultado de mudanças nas preferências em decorrência da experiência com um produto. Estas experiências determinam, por exemplo, quanto consumidores estão dispostos a pagar ao substituir um produto (WATHIEU, 2004). Surpreendentemente, não há nenhum modelo analítico ou empírico que incorpore estes determinantes da recompra e que examine as conseqüências do ponto de vista da empresa.

Como será mostrado nesta tese, a literatura de psicologia comportamental e de comportamento do consumidor é robusta ao tratar sobre o relacionamento entre consumo atual e consumo futuro. Isto poderia ser usado em *marketing* para melhorar modelos microeconômicos da oferta e demanda, os quais providenciariam melhor direcionamento e *insight*s para os executivos.

Entretanto, os modelos empíricos em *marketing* que efetivamente analisam mudanças nas preferências não consideram seu impacto sobre a empresa (e.g., YOUN, SONG e MACLACHLAN, 2005, SEETHARAMAN, 2004 e HEILMAN, BOWMAN e WRIGHT, 2000). Por outro lado, os modelos analíticos costumam assumir que as preferências dos consumidores não mudam com o tempo. Por exemplo, vários modelos analíticos sobre aprendizado do consumidor assumem que os efeitos da primeira compra sobre consumidores estão restritos à redução da incerteza com respeito à quão bem as características do produto podem satisfazer as necessidades – fixas – do consumidor (e.g., VILLAS-BOAS, 2004).

Portanto, no que se refere ao impacto da evolução das preferências dos consumidores sobre a empresa, observa-se um *gap* importante. Para contribuir para a redução deste *gap,* esta tese desenvolve e analisa um modelo focado na seguinte questão:

1.1.PROBLEMA DE PESQUISA

Como a experiência de consumir um bem durável impacta a rentabilidade e o preço e a qualidade ótimos da empresa que o fornece?

1.2.OBJETIVO DE PESQUISA

Para responder a esta questão, os seguintes objetivos foram estabelecidos:

1.2.1.Objetivo Geral

Avaliar o impacto quantitativo das mudanças nas preferências dos consumidores, resultante do uso de um bem durável, sobre o lucro para uma empresa definidora de preços e qualidade.

1.2.2.Objetivos Específicos

- Desenvolver um modelo que incorpore a evolução das preferências dos consumidores e a decisão da empresa sobre preço e qualidade de um bem durável
- Investigar o impacto de diferentes padrões de mudança nas preferências dos consumidores no lucro de uma empresa em um ambiente monopolístico e multi-período.

O principal foco desta pesquisa é no impacto, na empresa, da evolução das preferências dos consumidores. Ao assumir um ambiente monopolístico, a pesquisa se concentra no efeito da dinâmica das preferências dos consumidores no *marketing mix* ótimo e no lucro da empresa. Modelos monopolísticos continuam a ser utilizados em muitas áreas e.g., leilões, problemas de agente-principal, etc. (SHUGAN, 2002). Assim como nesta pesquisa, modelos monopolísticos são desenhados para explorar e compreender questões fundamentais que ocorrem independentemente da intensidade da competição. Esta pesquisa mostra que a dinâmica do consumidor tem conseqüências surpreendentes no lado da oferta, afetando fortemente a habilidade do monopolista para exercer seu poder de monopólio. Como Shugan (2002) observou, "talvez o principal objetivo de *marketing* seja a criação e o uso criativo de poder de monopólio". Esta pesquisa mostra que a dinâmica da demanda pode explicar a criação de condições de mercado que erodem o poder de monopólio.

Para atingir estes objetivos de pesquisa, esta tese está estruturada em quatro partes. Inicialmente, a revisão de literatura parte da psicologia, comportamento do consumidor e economia para discutir processos que podem influenciar as preferências dos consumidores, e para identificar as questões importantes a serem modeladas na interação entre demanda e oferta de bens duráveis na presença de tais mudanças. A segunda parte da tese apresenta as etapas seguidas na formulação do modelo. A terceira parte discute o procedimento que foi usado para compreender o caminho ótimo de ação da empresa frente às compras dos consumidores ao longo do tempo. Em seguida, a solução do modelo é apresentada, a qual foi obtida numericamente. Estes resultados são interpretados à luz da literatura de *marketing* e economia. A tese conclui com uma discussão das implicações destes resultados para a prática empresarial, as limitações e extensões desta pesquisa.

2. REVISÃO DA LITERATURA

Para endereçar adequadamente o problema de pesquisa apresentado anteriormente, esta revisão tem três objetivos. Primeiro, discutir processos psicológicos que podem indicar como as preferências dos consumidores podem ser alteradas em decorrência do consumo. Segundo, identificar os pressupostos gerais adequados para a construção de um modelo para responder à questão de pesquisa. Terceiro, discutir resultados encontrados na literatura de precificação monopolística de bens duráveis.

2.1.EVOLUÇÃO DAS PREFERÊNCIAS DOS CONSUMIDORES

Estudos econométricos em *marketing* têm observado mudanças nas preferências dos consumidores (e.g., YOUN, SONG e MACLACHLAN, 2005). Várias pesquisas têm sido realizadas na área de comportamento do consumidor para descobrir porque os consumidores mudam. A análise dos vários motivos pelos quais os consumidores mudam foge do escopo desta tese. A principal preocupação aqui é discutir mudanças nas preferências decorrentes do consumo, em particular.

Alguns estudos têm analisado a relação entre as primeiras compras e a busca de informação, dentro da perspectiva do processo decisório do consumidor (HEILMAN, BOWMAN e WRIGHT, 2000; AKÇURA, GÖNÜL e PETROVA, 2004 e VILLAS-BOAS, 2004). Segundo esta abordagem, um dos motivos pelos quais consumidores alteram seu interesse por determinado produto após a primeira compra (e consumo) é porque, com a experiência de consumir um produto, as pessoas conseguem obter mais informações sobre o grau em que ele é capaz ou não de satisfazer suas necessidades. Assim, a compra e o consumo são formas de reduzir a incerteza. Em outras palavras, ao comprar e experimentar um produto, o consumidor diminui a incerteza sobre quão bem este produto atende às suas preferências, as quais podem ser fixas.

Entretanto, há que se cogitar a possibilidade de que as próprias necessidades do consumidor mudem com o consumo. Portanto, é necessário olhar para processos psicológicos que possam ocorrer motivados pelo consumo e que vão além da questão do aprendizado sobre o produto.

O estudo do efeito do consumo corrente sobre o consumo futuro é tema de bastante interesse na psicologia comportamental, principalmente à luz de processos como a sensitização, habituação, dependência e outros. Alguns destes resultados já têm sido incorporados em pesquisas em *marketing* e economia. A literatura de psicologia (e.g., MCSWEENEY, HINSON e CANNON, 1996 e GROOVE e THOMPSON, 1970) mostra que, quando um estímulo é apresentado repetidamente ou durante longo período de tempo a uma mesma pessoa, a resposta pode, inicialmente, se intensificar, devido à sensitização, e posteriormente pode se reduzir, devido à habituação. Recentemente, estes processos foram usados na literatura de *marketing* para analisar as conseqüências do consumo (WATHIEU 2004) e, na economia, para expandir e complementar os modelos racionais da escolha (LAIBSON, 2001).

Os processos de sensitização e habituação são discutidos a seguir. Cada subseção inicia por uma breve visão geral de cada processo, seguida por um exemplo curto de sua aplicação para produtos de compra freqüente. Cada subseção conclui mostrando como estes processos emergem em contextos de bens duráveis, estabelecendo as fundações comportamentais do modelo desenvolvido nesta tese.

2.1.1. Sensitização

Sensitização corresponde ao estágio inicial de consumo. Este processo inicia quando, por exemplo, um consumidor janta em um restaurante pela primeira vez ou quando experimenta uma nova variante de um produto, como a Diet Coke com limão. Durante este estágio, consumidores ficam incrementalmente interessados em consumir o produto enquanto vão experimentando os benefícios prometidos, e podem encontrar benefícios inesperados. O estágio de sensitização é similar aos processos de dependência ou vício, uma vez que o consumo atual leva a um aumento do consumo futuro (BECKER e MURPHY, 1988). Estes efeitos aumentam a disposição para pagar (*willingness to pay*) por um produto à medida que ele é consumido ao longo do tempo (WATHIEU, 2004).

O exemplo a seguir foi adaptado de Wathieu (2004:589) para ilustrar a aplicação dos processos de sensitização e habituação para produtos de compra freqüente. Imagine um consumidor que passa diariamente por uma loja da Starbucks no seu caminho ao trabalho. Ele poderia parar para um Grande Latte, mas ele nunca o fez porque o preço divulgado está acima de sua disposição para pagar por ele. Um dia, uma promoção especial é oferecida de tal maneira que o preço do Grande Latte está suficientemente baixo (i.e., abaixo de sua disposição para pagar) então ele o compra pela primeira vez. No dia seguinte, ele recompra o produto, ainda no preço reduzido. No terceiro dia, o Starbucks termina a promoção. Entretanto, ele decide comprar o Grande Latte de qualquer maneira. Este é o resultado do aumento da disposição para pagar em função do consumo passado i.e., ele está “sensitizado”. Além disso, não consumir seria percebido como uma perda.

Sensitização provavelmente é um processo mais forte para bens duráveis, já que estes produtos tendem a ser mais complexos, mais caros e a gerar mais envolvimento do que bens de compra freqüente (como iogurtes e outros produtos embalados, por exemplo). Em vários mercados, consumidores somente conseguem obter informação sobre quão bem um produto se adapta às suas preferências através da compra inicial e da experiência (VILLAS-BOAS, 2004).

A literatura sobre o processo decisório do consumidor sugere que o aumento da experiência com um produto aumenta a *expertise* e familiaridade do consumidor (HOCH e DEIGHTON, 1989) enquanto reduz o risco percebido (e.g., AGRAWAL, 1995). Assim, é razoável esperar que quando consumidores começam a usar um novo bem durável eles se tornam mais familiarizados com ele, aprendem sobre o produto e podem encontrar novos usos para o mesmo. Este processo de sensitização aumenta a sua disposição para pagar na hora de substituir o produto (WATHIEU, 2004).

2.1.2.Habituação

Habituação segue como segundo estágio, no qual consumidores se acostumam com um produto e sua resposta a ele diminui, o que se reflete em diminuição na disposição para pagar pelo produto. Uma vez que consumir um bem não durável se torna um hábito, não consumi-lo é percebido como uma perda. Nesta situação, uma recompra somente irá ocorrer se o preço for menor do que a perda percebida em não consumir.

No exemplo anterior (Starbucks), à medida que o consumidor se habitua ao Grande Latte diário, sua disposição para pagar pelo produto diminui. Entretanto, ele irá continuar comprando o produto enquanto o preço estiver abaixo da perda percebida em não consumi-lo.

Enquanto sua disposição para pagar pelo mesmo produto continuar a cair, consumidores podem adotar comportamentos de busca de variedade (MCALISTER, 1982) para encontrar produtos substitutos. Este comportamento visa evitar a perda do produto habitual. Em outros casos, uma redução na disposição para pagar pode levar o consumidor a se tornar muito sensível a promoções ou a estocar os produtos comprados em promoção. Para produtos de compra freqüente, a ocorrência da habituação depende da freqüência e da intensidade do consumo (WATHIEU, 2004).

Bens duráveis tendem a ser comprados menos freqüentemente do que bens não duráveis. Entretanto, isto não significa que eles não são consumidos freqüentemente. Eles podem ser usados diariamente. Então, é razoável esperar que consumidores se habituem a usar um produto durável após um período de tempo.

Por outro lado, para bens duráveis de fins utilitários (e.g., um ancinho), a habituação pode iniciar rapidamente – mesmo imediatamente – após a primeira compra. Como será visto posteriormente, esta pesquisa mostra como a sensitização e a habituação – primeiro separadamente depois juntamente – pode afetar uma empresa que lida com bens duráveis.

Da mesma forma que a disposição para pagar tende a crescer durante a sensitização e a cair durante a habituação, o mesmo pode ocorrer com a sensibilidade à qualidade (WATHIEU, 2004). Note-se que a disposição para pagar usualmente é modelada na forma de sensibilidade ao preço.

A utilidade marginal decrescente em resposta à melhoria em qualidade (i.e., em forma de U-invertido) também foi sugerida no estudo do relacionamento entre demanda e a evolução da tecnologia (e.g., ADNER e LEVINTHAL 2001). Entretanto, nenhum estudo incorporou este comportamento na modelagem do ponto de vista da empresa.

A literatura sobre bens duráveis é ampla, especialmente com relação a compras iniciais e recompra. A seção a seguir discute-a em detalhe, sempre à luz do problema de pesquisa anteriormente apresentado.

2.2.BENS DURÁVEIS

O objetivo desta seção é analisar a literatura de bens duráveis para identificar a estrutura e os pressupostos gerais adequados para a construção de um modelo focado no problema de pesquisa apresentado anteriormente. Esta seção apresenta uma revisão de modelos econômicos e de *marketing* para bens duráveis, em geral, e modelos focados em recompra de bens duráveis, em particular. É importante lembrar que o modelo construído nesta tese somente será apresentado mais adiante, no capítulo 3. Assim, as notações utilizadas neste capítulo 2 – Revisão da Literatura e no capítulo 3 – Formulação do Modelo são independentes.

Bens duráveis têm sido amplamente estudados em *marketing*, particularmente durante as três últimas décadas do século 20. Recentemente, o artigo que introduziu o conhecido modelo de difusão de bens duráveis (BASS, 1969) recebeu o título de “Top 10 Most Influential Papers” de toda a história de 50 anos do periódico Management Science (HOPP, 2004).

Há muitas dimensões que separam bens duráveis de outros produtos. Por exemplo, a aquisição de uma unidade de bem durável pode envolver uma parte substancial do orçamento do domicílio, e consumidores podem ter a opção de postergar a recompra ou procurar produtos no mercado secundário (e.g., carros usados). Além disso, o tempo entre a compra e recompra é relativamente longo, então normalmente a coleta de volumes razoáveis de dados longitudinais (e.g., dados de painel) ou *scanner data* de maneira confiável é bem mais difícil para bens duráveis do que para bens não duráveis como os embalados, por exemplo. Por isso, freqüentemente é vantajoso usar diferentes especificações para bens duráveis e bens não duráveis, especialmente ao modelar recompra.

A maior parte da pesquisa nesta área tem tradicionalmente sido focada na primeira compra (especialmente à luz da teoria da difusão de inovações) com pouca atenção para a recompra. Isto é surpreendente, uma vez que, na maior parte dos mercados de categorias maduras de produto, as vendas em recompra correspondem à maior parte das vendas totais, então as variações nas vendas são primariamente ditadas por padrões de recompra (STEFFENS, 2001). As próximas páginas discutem recompra em mais detalhes.

2.2.1.Recompra de Bens Duráveis

Muitos modelos para bens duráveis foram propostos na literatura de *marketing* e economia para lidar com recompra. Aqui, eles são separados nas duas principais vertentes de pesquisa (falha de produto e recompra voluntária), discutida nos parágrafos a seguir.

A primeira vertente lida com recompra baseada em falha de produto. Quase todos os modelos para recompra de bens duráveis na literatura de *marketing* e economia pertencem a esta categoria. Dentro desta categoria, há dois tipos de modelos, diferindo no tipo de função de sobrevivência de produto que é usado para estimar as probabilidades de recompra. Um tipo assume que a recompra é primariamente motivada pela expiração da vida do produto e o principal fator na modelagem reside na identificação da distribuição que fornece a melhor estimativa de quando o produto irá parar de funcionar. Isto é adequado para bens duráveis relativamente baratos, como eletrônicos para o consumidor final (e.g., CDs regraváveis, cartões de memória e alguns periféricos de computador), pois é pouco provável que consumidores estarão dispostos a reparar um produto estragado ao invés de recomprar. O outro tipo de modelo assume que consumidores não percebem falha de produto como um fenômeno binário (i.e., quebrado ou funcionando), mas contínuo e cumulativo. Estes modelos supõem que consumidores estão dispostos a incorrer em custos psicológicos e monetários para reparar um produto que apresentou um defeito ao longo do tempo. Isto é adequado para bens duráveis que são relativamente valiosos de um ponto de vista monetário (como carros e barcos) ou de um ponto de vista afetivo ou histórico (como um relógio ou uma caneta herdados de antepassados).

A segunda vertente lida com a recompra voluntária, originalmente denominada *discretionary replacements* (Bayus, 1988). Esta abordagem considera que as curvas de previsão de recompra, desenhadas à luz de características de produto, podem ser alteradas (antecipadas ou postergadas) como resultado do livre arbítrio dos consumidores, o que pode ou não ser influenciado por obsolescência e ações de marketing (BAYUS, 1988).

A seguir, tanto a vertente de falha de produto como a vertente de recompra voluntária são apresentadas e discutidas, na busca de elementos contributivos ao modelo desenvolvido no próximo capítulo.

2.2.1.1. Modelos Baseados em Falha de Produto

Esta seção, baseada na teoria da difusão e na teoria da confiabilidade, discute recompra motivada por quebra de produto. Este tipo de recompra é freqüentemente chamada de "recompra forçada" ou "recompra normal".

O modelo Bass, originalmente desenvolvido para prever a compra inicial de bens duráveis, é usualmente considerado como o pioneiro de uma avenida sólida de pesquisa em processos de difusão em *marketing*. Ao longo dos anos ele foi extensivamente melhorado, criticado, estendido e usado normativamente e descritivamente em tantas maneiras que seria virtualmente impossível (e fora do escopo deste estudo) discutir adequadamente aqui toda a literatura relevante que derivou do modelo Bass. Uma excelente revisão sobre modelos de difusão de novos produtos foi fornecida por Mahajan, Muller e Bass (1990). Além disso, os recentes comentários de Frank Bass sobre o impressionante crescimento deste campo podem ser encontrados em Bass (2004).

Apesar de seu foco inicial na primeira compra, a teoria da difusão foi estendida e utilizada em modelos que incluem recompra. Nestes modelos, as vendas (aqui representadas por S_t) são expressas como função da quantidade de primeiras compras (ou *trials*, T_t) e o número de recompras (R_t) no tempo t. Ou seja:

$$S_t = T_t + R_t \qquad (1)$$

A literatura desenvolveu diversas especificações tanto para T_t como para R_t. O processo de difusão da primeira compra T_t é tipicamente representado por:

$$T_t = (a + bN_t)(\overline{N} - N_t) \qquad (2)$$

Onde

- $\overline{N}$ é o tamanho do mercado
- N_t é o número acumulado de adotantes no tempo t
- a é o coeficiente de inovação
- b é o coeficiente de imitação

De acordo com este modelo, parte do grupo de consumidores que ainda não comprou o produto até o período t, dado por $\overline{N} - N_t$ compram-no naquele momento. A primeira compra ocorre porque consumidores têm uma tendência individual para inovar (representado pelo coeficiente a) ou porque eles são influenciados pelos adotantes anteriores (representado por bN_t).

Alguns modelos expressaram o número de recompra (R_t) como uma função linear das primeiras compras (T_t) em cada período. Uma outra especificação de R_t é baseada na probabilidade de quebra, incorporando informação sobre o produto. Estes modelos de falha de produto podem ser subdivididos ainda em dois grupos: os modelos que consideram que um produto está quebrado ou funcionando (recompra baseada em falha binária) e os que consideram a falha cumulativa de componentes ou subsistemas (recompra baseada em falha cumulativa) como, por exemplo, uma pane no ar condicionado de um automóvel. Ambos serão brevemente apresentados nas seções a seguir.

2.2.1.1.1. Modelos de Recompra baseada em Falha Binária

Estes modelos incorporam informações sobre o produto (e.g., idade e intensidade de uso) para estimar quando um bem durável irá quebrar e será reposto. Usualmente, eles assumem recompra instantânea, ou seja: um produto estragado é instantaneamente reposto. Eles são baseados em funções que indicam a percentagem de unidades que são esperadas sobreviver até *t* anos após a compra (são as chamadas funções de sobrevivência). Por exemplo, em Kamakura e Balasubramanian (1987) o número de recompras R_t no tempo *t* é dado por:

$$R_t = \sum_{i=1}^{t} [M(i-1) - M(i)] * S_{t-1} \tag{3}$$

Onde

- S_{t-1} representa as vendas no período anterior

- *M* é a função de sobrevivência, logo *M(i-1)-M(i)* representa o percentual de unidades produzidas *i* anos atrás que quebraram no tempo *t.*

Neste modelo, $M_t=1-F_t$, onde F_t é a distribuição cumulativa de f_t, a qual é a distribuição do tempo de vida. Kamakura e Balasubramanian usaram a distribuição normal truncada para F_t. Eles estimaram o modelo usando dados de 35 anos de compras e recompras de eletrodomésticos. Ao longo dos anos, outros autores tentaram diferentes distribuições em outros contextos. Por exemplo, Olson e Choi (1985) usaram a distribuição Rayleg, Lervisky (2004) usaram a Weibull. Bayus (1988) usou Rayleg, truncated normal, Weibull e log-normal para analisar as recompras de TVs coloridas. Ele descobriu que a log-normal não representava adequadamente as recompras, mas as outras três tinham um ajuste razoável.

Os modelos baseados em falha binária, apesar de amplamente usados em *marketing* já há vários anos, apresentam três limitações relevantes do ponto de vista do problema de pesquisa desta tese:

- Pouca atenção é dada para o tempo decorrido entre a falha de um produto e a recompra.

- Não há suporte teórico ou metodológico para recompras ocorridas antes da falha do produto

- O modelo é incompatível com produtos que apresentam falhas parciais ou de subsistemas, como automóveis e computadores, por exemplo.

Os parágrafos a seguir discutem uma classe de modelos que resolvem o terceiro problema.

2.2.1.1.2. Modelos de Recompra Baseados em Falha Cumulativa de Produto

Quando um bem durável valioso apresenta algum defeito, os consumidores podem estar dispostos a consertá-lo, ao invés de (e antes de pensar em) substituí-lo. Quando decidindo sobre a recompra para substituição, consumidores podem levar em conta aspectos como histórico de falhas, gastos com manutenção, custo, etc. Os modelos apresentados até aqui não eram capazes de lidar com estas situações.

Na teoria da confiabilidade, os modelos de falha cumulativa são chamados de modelos de confiabilidade com reparo (ROSS, 2003). Fernandez (2000) usou-a para estimar a demanda por recompra de sistemas de aquecimento central de domicílios e de sistemas de ar-condicionado nos Estados Unidos. Em seu modelo, um equipamento é reposto porque seus custos de operação e manutenção alcançaram determinado gatilho. Fernandez assume que, uma vez o gatilho tendo sido atingido, a recompra ocorre instantaneamente.

O seu modelo é construído em duas partes. Primeiro, a evolução dos custos de operação e manutenção é descrita como um processo Wiener. Estes custos podem ser vistos como um indicador da situação do equipamento (custos maiores indicam um equipamento mais deteriorado). Segundo, dados demográficos do domicílio (idade, renda e tamanho da família), dados do ambiente (número de dias frios e quentes e preço da eletricidade) e dados sobre a posse e idade dos eletrodomésticos do domicílio são usados para estimar gatilhos individuais e recompras por consumidor. Ou seja, o modelo permite considerar alguma heterogeneidade entre consumidores através de gatilhos por indivíduo.

Os modelos baseados em falha cumulativa apresentam duas limitações relevantes do ponto de vista do problema de pesquisa desta tese,:

- Não há suporte teórico ou metodológico para recompras ocorridas antes dos primeiros sinais de falha do produto
- Em função de sua complexidade, pode ser extremamente difícil de endogeneizar algumas variáveis que freqüentemente estão sob o controle da empresa, como preço, qualidade e quantidade.

Quase todos os modelos de reposição encontrados na literatura de *marketing* e economia nas últimas três décadas são baseados em falha de produto. Em geral, eles são interessantes por que podem considerar aspectos como probabilidade de falha e custos de manutenção. Entretanto, como visto nas páginas anteriores, eles apresentam uma limitação particularmente forte: eles não consideram o papel do livre-arbítrio dos consumidores. Observação casual e estudos empíricos (BAYUS, 1988 e KIM e SRINIVASAN, 2003) sugerem que a recompra pode ocorrer muito antes que um produto pare de funcionar, especialmente em algumas categorias de produto como eletrônicos para o consumidor final. Este erro de especificação tende a aumentar desnecessariamente o erro aleatório nos modelos de *marketing* (e.g., KAMAKURA e BALASUBRAMANIAN, 1987 e FADER e HARDIE, 2005). Isto significa, que, para responder ao problema de pesquisa desta tese, são necessários pressupostos mais realistas sobre o comportamento do consumidor do que os utilizados nos modelos de falha de produto. A próxima seção discute esforços de modelagem nesta direção.

2.2.1.2. Recompra Voluntária

Em geral, os modelos existentes para mercados de bens duráveis assumem que consumidores decidem recomprar um produto quando ele não mais consegue ter o desempenho esperado pelo proprietário (normalmente por causa de falhas). Entretanto, em algumas situações, consumidores recompram porque eles mudam, ao invés do produto. Em alguns mercados dinâmicos como o de produtos de alta tecnologia, o rápido desenvolvimento de novos produtos faz com que estas “recompras voluntárias” respondam pela maior parte das recompras (KIM e SRINIVASAN, 2003).

Por exemplo, é razoável esperar que um jogador profissional de golfe esteja disposto a comprar um taco produzido com uma tecnologia inovadora tão logo seja lançado no mercado (e.g., com material ou *design* novos que dão melhor controle de trajetória ou força) mesmo que, de um ponto de vista estritamente técnico, seus tacos antigos continuem tão bons quanto eram quando comprados. Este exemplo parece se aplicar para todas as circunstâncias nas quais consumidor obtém grandes recompensas por pequenas melhorias de desempenho, tais como mercados de produtos para esportes altamente competitivos ou mercados onde o atributo segurança é o mais importante.

Bayus (1988) encontrou evidências de que algumas variáveis de *marketing* (como o preço) têm efeito mais forte na antecipação da recompra do que outras (como a propaganda). Claramente, estas variáveis podem ser incorporadas a modelos de recompra para aumentar seu poder explicativo. Por exemplo, Mesak e Berg (1995) desenvolveram um modelo no qual a primeira compra segue o modelo tradicional de difusão (representado na equação 2) e as recompras (R_t) são influenciadas pela variável preço, como segue:

$$R_t = \delta N_t h_2 \tag{4}$$

Onde

- N_t é o número acumulado de consumidores que compraram o produto pela primeira vez no tempo t.
- δ é o coeficiente de recompra
- $h_2 = \exp(-c_2 P)$ é a função de resposta ao preço para recompra.

Tanto h_2 como δ determinam qual o percentual de consumidores que irá recomprar, dentre todos os que compraram o produto pela primeira vez. Apesar de não levar em conta a heterogeneidade de consumidores por causa da taxa uniforme de recompra, a contribuição deste modelo é deixar os preços influenciarem explicitamente a proporção de consumidores que estão dispostos a recomprar. Kamakura e Balasubramanian (1987) também consideraram a influência dos preços nas vendas. Entretanto, eles modelaram seu impacto nas primeiras compras e não na recompra. Eles modelaram isto multiplicando $\overline{N}$ na equação 2 por um índice de preço ajustado para 1 no primeiro período. Assim, quando preços aumentam ou diminuem após o primeiro período, o número de consumidores que irão comprar o produto pela primeira vez muda da mesma maneira.

Em suma, é importante notar que tanto o modelo de Mesak e Berg (1995) como o de Kamakura e Balasubramanian (1987) como o de vários outros encontrados na literatura assumem que consumidores são homogêneos em termos de recompra, pois possuem a mesma taxa de recompra, independentemente de seu histórico. Para atacar o problema de pesquisa desta tese é necessário que a heterogeneidade na recompra (decorrente do histórico de compras) seja considerada, o que não ocorre com os modelos supra citados. Uma forma de fazer isto é usando uma especificação logit considerando as compras passadas. O uso de modelos logit em marketing é discutido na próxima seção.

2.2.2. Modelos Híbridos e Baseados em Especificação Logit

O termo híbrido é aqui utilizado para denominar modelos baseados na teoria da confiabilidade (ROSS, 2003) e na *random utility theory* (CORSTJENS e GAUTSCHI, 1983 e THURSTONE, 1927). Modelos de escolha baseados no modelo logit (e.g., vide equação 6) são amplamente usados na literatura de *marketing* principalmente a partir do artigo seminais de Guadagni e Little (1983) e Corstjens e Gautschi (1983). A especificação logit já há alguns anos tem sido muito utilizada para modelar vendas de produtos embalados e bens duráveis. Alguns pesquisadores combinaram a teoria da confiabilidade e modelos de escolha para construir modelos híbridos baseados em função de sobrevivência (para estimar a probabilidade de compra dentro da categoria de produto) e modelos logit multinomial (para estimar a probabilidade de escolha de uma marca). Por exemplo, Chintagunta e Prasad (1998) aplicaram esta abordagem para a escolha de marca de sabão para lavar roupas. Em seu modelo, a probabilidade h_{ijt} de um consumidor *i* recomprar um produto *j* no tempo *t* é dada pela probabilidade conjunta da compra na categoria ($_{ij}$) e da escolha da marca (P_{ijt}). Ou seja,

$$h_{ijt} = \lambda_{it} P_{ijt} \tag{5}$$

Para Chintagunta e Prasad, $_{it}$ é determinado por uma função de sobrevivência e por um conjunto de variáveis demográficas. A probabilidade de escolha de produto (P_{ijt}), por outro lado, é determinada pelo modelo logit apresentado na equação a seguir.

$$P_{ijt} = \frac{\exp(\alpha_{ij} + \beta_i Z_{ijt})}{\sum_{k=1}^{J} \exp(\alpha_{ik} + \beta_i Z_{ikt})} \tag{6}$$

Onde

- Z_{ijt} é um vetor de atributos de produto e atividades promocionais da marca *j* a que o consumidor *i* é exposto no tempo *t*
- α_{ij} , *j* = *1 ... J* representa a preferência intrínseca do consumidor *i* para a marca *j*
- β_i é a sensibilidade aos atributos de produto.

Note que a probabilidade de seleção de uma marca qualquer *w* aproxima-se de 1 à medida que a expressão $\exp(\alpha_{iw} + \beta_i Z_{iwt})$ torna-se grande suficiente de maneira a se aproximar de $\sum_{k=1}^{J} \exp(\alpha_{ik} + \beta_i Z_{ikt})$. A especificação de Chintagunta e Prasad supõe que a compra irá ocorrer. Entretanto, o modelo logit também permite incluir a possibilidade de não-compra, conforme pode ser visto na especificação a seguir, adaptada a partir da equação 6 e também muito usada em *marketing.*

$$P_{ijt} = \frac{\exp(\alpha_{ij} + \beta_i Z_{ijt})}{1 + \sum_{k=1}^{J} \exp(\alpha_{ik} + \beta_i Z_{ikt})} \tag{7}$$

Os modelos baseados em logit não levam em conta a quantidade comprada, apenas a compra propriamente dita. Em produtos de compra freqüente, como produtos embalados, isto pode ser um problema, já que consumidores freqüentemente compram mais de uma unidade por vez e.g.: leite ou seus derivados. Contudo, a capacidade do modelo logit para representar comportamentos da demanda é muito mais importante do que este problema. Assim, modelos logit são amplamente utilizados em contextos de produtos embalados, dado o seu grande poder explanatório, simplicidade e flexibilidade.

Por outro lado, a maioria dos consumidores tende a comprar somente uma unidade de bem durável a cada vez (e.g., carro, barco ou refrigerador), então quantidade não costuma ser um problema no uso de modelos logit para bens duráveis. Dada sua simplicidade, modelos logit têm se mostrado capazes de facilmente incorporar variáveis endógenas importantes. Para facilitar a endogeneização das variáveis de interesse, as especificações logit tendem a não incluir componentes estocásticos como os sugeridos pela teoria da confiabilidade. Note que isto ocorre sem perdas significativas na capacidade do modelo predizer compra voluntária, pois como já discutido, grande parte da variância nestas compras tende a ser determinada pelo comportamento do consumidor, e não pela vida útil do produto. Esta foi, por exemplo, a estratégia usada com sucesso por Besanko, Gupta e Jain (1998), que desenvolveram uma especificação logit com preço endógeno.

Em resumo, ao invés de usar um modelo híbrido ou de usar uma especificação baseada em expectativa de vida de produto, a abordagem que parece ser mais adequada para o problema de pesquisa em questão nesta tese é desenvolver um modelo logit de compra de bens duráveis, onde se pode endogeneizar as variáveis de interesse (como qualidade e preço). Apesar de simples, esta abordagem é robusta, uma vez que assume que a recompra não é determinada principalmente por quebra de produto, mas por aspectos da demanda, como a vontade do consumidor. Esta abordagem é realista em inúmeras indústrias de bens duráveis, como a de produtos eletrônicos (KIM e SRINIVASAN, 2003). Além disso, Ratchford, Balasubramanian e Kamakura (2000) sugerem que as compras de equipamentos eletrônicos são motivadas pela substituição de tecnologia, ao invés de decaimento ou quebra física. Maiores detalhes sobre as decisões de formulação do modelo desta tese, bem como sua estrutura, estão no capítulo 3.

2.2.3.Precificação Monopolística de Bens Duráveis

O principal objetivo desta seção é identificar questões relevantes na evolução dos preços ótimos de bens duráveis em modelos monopolistas. Considerando que a qualidade de bens duráveis é um fator competitivo chave bastante utilizado pelas empresas, esta seção também irá abordar trajetória da qualidade ótima neste contexto.

O senso comum e a visão tradicional de monopólio apresentada na literatura clássica de economia sugerem que um monopolista pode usar sua força para obter lucros que não seriam possíveis ao enfrentar competidores. A explicação clássica da teoria microeconômica é que isto acontece porque o monopolista pode elevar preços acima do custo marginal sem perder seus clientes (MAS-COLELL, WHINSTON e GREEN, 2000). Por outro lado, em ambientes puramente competitivos, o equilíbrio é alcançado quando o preço é reduzido rumo ao custo marginal, maximizando o bem-estar social, em uma alocação ótima dos recursos produtivos.

Entretanto, a literatura mais recente de economia (i.e., dos últimos 30 anos) sugere que não é razoável esperar lucros supra-competitivos em mercados de bens duráveis. Quando o produto é de vida longa, o monopolista compete contra si mesmo ao longo do tempo, pois vender hoje implica reduzir a demanda amanhã (TIROLE, 2003 e SHY, 1995). Assim, o monopolista enfrenta saturação de mercado ao longo do tempo, o que reduz as vendas.

Quando produtos têm durabilidade longa ou infinita e os consumidores têm comportamento estratégico (i.e., são *forward-looking,* ou - em outras palavras - não são míopes), eles antevêem futuras reduções de preço e podem esperar e postergar a compra. Isto leva a empresa a ter que reduzir preços nos períodos subseqüentes (buscando a demanda marginal), o qual afeta os lucros negativamente. Este cenário, questionando a visão tradicional de monopólio, foi primeiro sugerido por Coase (1972), o qual mostrou que o monopolista irá perder todo o poder de monopólio quando a empresa vende bens com perfeita durabilidade. Isto se tornou conhecido como a seminal Conjectura de Coase. Posteriormente, Bagnoli, Salant e Swierzbinski (1989) mostraram que se consumidores acreditam que o monopolista pode discriminar perfeitamente entre eles, o preço somente será reduzido quando consumidores dispostos a pagar mais já tiverem comprado durante os períodos iniciais. Assim, somente consumidores de baixa disposição para pagar terão acesso aos preços baixos. Estes autores (principalmente da economia) chamaram este fenômeno de “estratégia Pacman” (em *marketing*, chamada de *skimming* com perfeita discriminação), uma vez que o monopolista “*eats his way down the demand curve*” (BAGNOLI, SALANT e SWIERZBINSKI, 1989, pg. 1470). Mais recentemente, Fehr e Kühn (1995) sugeriram que isto pode ocorrer em duas situações: (1) como resultado da relação entre a paciência do monopolista para vender e a paciência do consumidor para comprar ou (2) nas situações nas quais a utilidade que qualquer consumidor individual deriva do produto é grande com relação ao somatório das utilidades de todos os consumidores que têm uma menor disposição para pagar pelo produto. Note que todos estes autores partem do pressuposto de que as características dos consumidores são fixas.

Pesquisadores da área de economia e da área de *marketing* têm explorado a Conjectura de Coase através da alteração de diferentes pressupostos do ponto de vista da oferta, como venda versus aluguel de produto, durabilidade finita e infinita, e muitas outras. Entretanto, todos estes resultados foram obtidos a partir do pressuposto de que as preferências dos consumidores são fixas. Como será visto posteriormente, esta tese, ao investigar situações onde estas preferências são dinâmicas, apresenta resultados inovadores, demonstrando as situações da demanda nas quais os resultados de Coase (1972) se sustentam e as situações da demanda nas quais eles não se sustentam.

2.3.PRESSUPOSTOS GERAIS

Baseado no problema de pesquisa previamente apresentado e na literatura discutida nas páginas anteriores, é possível recomendar alguns pressupostos gerais para o modelo desenvolvido no próximo capítulo. Eles são descritos a seguir.

Recompra Voluntária: O modelo deve considerar explicitamente a decisão de um consumidor sobre se deve ou não recomprar para fazer um *upgrade* no seu bem durável. Em outras palavras, a primeira compra e as recompras são determinadas principalmente pela vontade e a autonomia do consumidor, e não pela expectativa de vida de um produto. Isto é um avanço com relação à literatura existente, uma vez que a maioria dos modelos de bens duráveis assume que recompras são determinadas estocasticamente por falha de produto (e.g., KAMAKURA e BALASUBRAMANIAN, 1987; BAYUS, 1988 e FERNANDEZ, 2000).

Como será visto posteriormente, o pressuposto de recompra voluntária é implementado nesta pesquisa usando o modelo logit baseado no histórico de compras e uma regra de recompra. O modelo logit responde pela incerteza da recompra, e a regra de recompra sustenta que consumidores somente irão considerar uma recompra se o produto que está disponível no mercado (e.g., a última geração) tem desempenho superior ao do produto que eles já possuem. Isto é consistente com a *random utility theory*, a qual sugere que uma recompra não ocorrerá quando o efeito negativo do preço não for compensado pelo efeito positivo dos outros atributos, como a qualidade, por exemplo. Os modelos especificados para compra de bens não duráveis (como produtos embalados) não precisam de regras de recompra, pois, nestes casos, a recompra é uma decisão de reposição, não de substituição.

A preferência dos consumidores é dependente de caminho. As preferências de qualquer consumidor (como a sensibilidade ao preço e a sensibilidade à qualidade) são resultantes de seu próprio histórico de compras. Assim, da mesma forma que em pesquisas anteriores (YOUN, SONG e MACLACHLAN, 2005 e HEILMAN, BOWMAN e WRIGHT, 2000), as compras acumuladas podem ser usadas para indicar a experiência dos consumidores com a categoria do produto em questão.

Qualidade e preço são endógenos. Usualmente, a incorporação de variáveis de *marketing* em modelos de recompra não é fácil por causa de problemas de endogeneidade. Em outras palavras, a variável dependente (e.g., vendas ou número de recompras) pode, em muitos casos, ser influenciada por variáveis como preço e pela qualidade, as quais, por sua vez, podem ser dependentes das vendas (Shugan, 2004), pois são variáveis que, muitas vezes, estão sob o controle da empresa. Em mercados de bens duráveis, em particular, as empresas freqüentemente são capazes de ajustar tanto preços como qualidade para extrair maiores lucros. Isto é conseqüência do fato, já mencionado, de que o mercado para novos bens duráveis tende a se tornar saturado quando os produtos são de vida longa (LEVINTHAL e PURHOIT, 1989), criando uma situação peculiar em que a empresa compete contra si mesma (ou contra "encarnações anteriores de si mesma"). Na ausência de restrições significativas, como arenas altamente competitivas ou setores altamente regulamentados, freqüentemente é melhor endogeneizar algumas variáveis como preço e qualidade. É razoável esperar que as empresas ajustem seu *marketing mix* de acordo com as reações dos consumidores, especialmente para produtos que enfrentam contextos de recompra voluntária. Este é um avanço substancial com relação à literatura atual, uma vez que qualidade é exógena na maioria dos modelos em mercados de bens embalados (e.g., AKÇURA, GÖNÜL e PETROVA, 2004) e bens duráveis (e.g., COASE, 1972; BAYUS, 1988 e DESAI e PURHOIT, 1999).

Os pressupostos adicionais são apresentados e justificados ao longo do capítulo da formulação do modelo, a seguir.

3. FORMULAÇÃO DO MODELO

Esta pesquisa considera um monopolista maximizador de lucros que vende um único bem durável. Isto corresponde, por exemplo, à situação na qual a empresa introduz um produto "realmente novo" (definido como um produto que não se enquadra nas categorias de produtos atualmente existentes no mercado), gerando um monopólio temporário. Uma situação similar ocorre quando uma empresa desfruta de proteção através de patente para uma tecnologia inovadora. Este modelo assume que o consumidor tem sensibilidade ao preço e sensibilidade à qualidade que mudam de acordo com as compras. A empresa cobra o mesmo preço e fornece o mesmo nível de qualidade para todos os consumidores em um dado momento, os quais são determinados de maneira endógena (i.e., estes fatores estão sob o controle da empresa).

3.1.OFERTA

Para simplificar a análise e para focar na dinâmica das preferências dos consumidores, o modelo assume custo fixo zero. Além disso, assume que a empresa não discrimina em termos de preço entre primeira compra e recompras. Os efeitos de externalidade de rede não são considerados como significantes.

De acordo com a teoria microeconômica, o lucro π_t do monopolista no período *t* é determinado por:

$$\pi_t = (P_t - MC_t)S_t M \tag{8}$$

Onde, dentro do período t, P_t é o preço unitário, MC_t é custo marginal, M é o tamanho do mercado (número total de potenciais compradores), o qual é definido como 100 para facilitar a interpretação, e S_t corresponde à soma das probabilidades de vendas, de maneira que $S_t M$ indica o total de unidades vendidas em um dado período t. Como na teoria clássica de difusão (BASS, 1969) e na Conjectura de Coase (COASE, 1972), este modelo assume que o tamanho do mercado é fixo. Custo unitário marginal foi modelado como uma função quadrática da qualidade, como em Moorthy(1988), determinado por:

$$MC_t = r_0 + r_1 X_t + r_2 X_t^2 \tag{9}$$

Todos os atributos de produto diferentes de preço (e.g., confiabilidade, desempenho, etc.) são representados como X_t, o qual será referido aqui como “qualidade”. O intercepto de custo e os coeficientes são representados por r_0, r_1 e r_2, respectivamente.

No primeiro período, o monopolista escolhe X, P que resolvem:

$$\underset{X,P}{Max}\,(P_t - MC_t)S_t M. \tag{10}$$

Note que o tempo t pode ser expresso em termos de quinzena, meses, semestres ou mesmo anos, dependendo do tipo de bem durável. A próxima seção mostra como calcular as vendas em cada período.

3.2.DEMANDA

O modelo assume que os consumidores não antecipam trajetórias preço/qualidade. Comportamento estratégico (i.e., não-míope ou *forward-looking*) é um pressuposto razoável em alguns mercados como de produtos embalados, onde estocagem é uma reação natural à incerteza com relação a promoções (SUN, NESLIN e SRINIVASAN, 2003). Em algumas condições (mostradas posteriormente), os preços podem aumentar juntamente com a qualidade com a sucessão de gerações de produtos. Esta é um avanço importante com relação a estudos anteriores em bens duráveis como os de Besanko e Winston (1990) e Balachander e Srinivasan (1998).

O modelo é baseado na *random utility theory* (CORSTJENS e GAUTSCHI, 1983), e envolve tanto a primeira compra como as recompras voluntárias (BAYUS, 1992). Neste mercado, as recompras resultam das características do consumidor e da oferta, ao invés de serem determinadas exclusivamente por quebra ou expiração da validade do produto.

Da mesma forma que Coase (1972), assumem-se produtos de durabilidade infinita ou perfeita. Conforme discutido anteriormente, é razoável esperar que, em circunstâncias específicas (mostradas posteriormente), consumidores comprem uma versão avançada do bem durável que eles já possuem, mesmo que o original ainda esteja funcionando perfeitamente (e.g., tacos de golfe ou computadores).

Este modelo assume taxa uniforme de consumo, então os termos compra e consumo são usados de maneira intercambiável. Esta abordagem também foi usada em outras pesquisas, como nos modelos empíricos de Youn, Song e Maclachlan (2005) e Heilman, Bowman e Wright (2000). A utilidade μ_t que um consumidor deriva de um bem durável no tempo t é dado por:

$$\mu_t = \beta_0 + \beta X_t - \alpha_c P_t \tag{11}$$

ou

$$\mu_t = \beta_0 + \beta_c X_t - \alpha P_t \tag{12}$$

Onde:

- X_t é o nível de qualidade no tempo t
- β_0 é a propensidade geral dos consumidores deste mercado para compra de um produto desta categoria.
- β_c representa a sensibilidade à qualidade, ou seja, a importância que os consumidores dão para qualidade. Ela também é chamada de *individual-specific taste preferences* (e.g., NEVO, 2000), a qual muda de acordo com o número de compras c feitas pelo consumidor.
- P_t é o preço no tempo t
- α_c é a sensibilidade ao preço, a qual muda de acordo com o número de compras c feitas pelo consumidor.

A razão pela qual há duas equações alternativas para a utilidade é que esta pesquisa analisa separadamente (em dois cenários diferentes) as situações nas quais o consumidor atualiza sua sensibilidade ao preço (Equação 11) ou a sua sensibilidade à qualidade (Equação 12) a cada compra.

A probabilidade de compra $\Pr_{t,c}$ para consumidores no tempo *t* dado o número c de compras já realizadas é representada pelo conhecido modelo logit (Equação 13). Isto é consistente com os numerosos estudos analíticos e empíricos sobre bens duráveis em *marketing* e economia. Por exemplo, a abordagem New Empirical Industrial Organization (NEIO) usa logit para estimar a compra de bens duráveis (e.g., BERRY, LEVINSOHN e PAKES, 1995 e SUDHIR, 2001).

$$\Pr_{t,c} = \frac{e^{\mu_t}}{1 + e^{\mu_t}} \tag{13}$$

O modelo assume que, após ter feito a primeira compra, o consumidor somente irá considerar a recompra se o desempenho do produto no mercado (por exemplo, a nova geração de um produto) for superior ao desempenho do produto comprado na última vez. Esta regra é aqui chamada de regra de recompra. Este é o caso, por exemplo, quando um consumidor posterga a substituição de um bem durável até que uma versão melhor seja lançada.

Mais formalmente, $\Pr_{t,c}$ é representado por:

$$\Pr_{\mathrm{t,c}} = \begin{cases} \dfrac{e^{\mu_t}}{1+e^{\mu_t}} & if \quad X_t > X_{t\,d\text{a última compra}} \\ 0 & caso\ contr\acute{a}rio \end{cases} \tag{14}$$

As vendas (S_t) no período t são iguais à soma das probabilidades de compra de todos os consumidores comprando no período t, dado o número c de vezes que eles compraram o mesmo bem durável no passado.

O modelo assume que os consumidores não compram mais do que uma unidade do bem durável a cada ocasião de compra. Este é um pressuposto razoável para bens duráveis, já que seu preço pode corresponder a uma fatia substancial da renda do consumidor.

3.3.DINÂMICA DO MODELO

Como é usual em modelos de *marketing* e economia, o modelo assume informação completa em todos os períodos, então todos os consumidores são expostos ao preço ótimo P_t^* e qualidade ótima Q_t^* no período *t.* Assume-se que os consumidores têm as mesmas sensibilidades ao preço e à qualidade no primeiro período.

A pesquisa assume que a experiência com um produto altera a avaliação do consumidor sobre o produto na recompra. Em um conjunto de análises, a sensibilidade ao preço (α) muda de acordo com o histórico de compras de cada consumidor. Da mesma forma, a sensibilidade à qualidade (β) muda separadamente em outro conjunto de análises. β_0 é fixo, o que descarta efeitos sociais como contágio social ou efeitos de boca-a-boca. Para facilitar a exposição, os parágrafos a seguir descrevem a situação na qual a sensibilidade ao preço muda com o histórico de compras. Uma intuição similar é aplicada às situações nas quais a sensibilidade à qualidade muda com o histórico de compras.

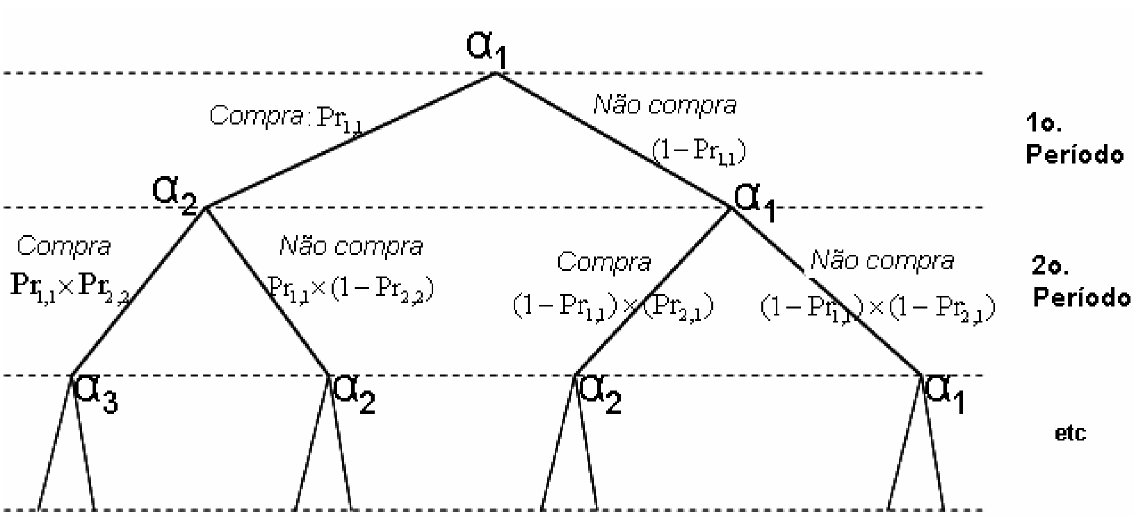


Figura 1 – Evolução das Preferências dos Consumidores e Probabilidades para Cenários com Atualizações na Sensibilidade ao preço

Como mostrado na Figura 1, no primeiro período, todos os consumidores decidem sobre comprar ou não o produto pela primeira vez. Ao final deste período, há dois grupos de consumidores. O primeiro consiste de aqueles que já compraram o produto. O tamanho deste grupo é dado por M ($\mathrm{Pr}_{1,1}$), e sua sensibilidade ao preço é α_2. O segundo é o grupo de consumidores que não compraram o produto, cujo tamanho é dado por M(1-$\mathrm{Pr}_{1,1}$) e possui sensibilidade ao preço α_1.

No segundo período, o grupo de consumidores que ainda não comprou decide sobre fazer ou não a primeira compra com probabilidade $\mathrm{Pr}_{2,1}$ enquanto que o grupo de consumidores que já comprou uma vez decide se irá recomprar ou não com probabilidade $\mathrm{Pr}_{2,2}$. Assim, ao final do segundo período, haverá quatro grupos de consumidores:

- Consumidores que nunca compraram o produto. O tamanho deste grupo é dado por M (1-$Pr_{1,1}$)(1-$Pr_{2,1}$). Sua sensibilidade ao preço é α_1.

- Consumidores que não compraram no primeiro período, mas compraram no segundo. O tamanho deste grupo é dado por M(1-$Pr_{1,1}$) ($Pr_{2,1}$). Sua sensibilidade ao preço é α_2

- Consumidores que compraram uma vez no primeiro período, mas não no segundo. O tamanho deste grupo é dado por M($Pr_{1,1}$)(1-$Pr_{2,2}$). Sua sensibilidade ao preço também é α_2

- Consumidores que compraram em ambos os períodos. O tamanho deste grupo é dado por M($Pr_{1,1}$)($Pr_{2,2}$). Sua sensibilidade ao preço é α_3

Este processo é repetido em todos os períodos. O total de vendas ao término do período *t* é dado pela soma de todas as probabilidades através de todos os 2^t grupos possíveis de consumidores com diferentes históricos de compra no período *t.*

A probabilidade de compra para qualquer grupo de consumidores é dependente do caminho por causa de dois fatores. Primeiro, as compras acumuladas de um consumidor determinam a sua sensibilidade ao preço. Segundo, após a primeira compra, a decisão de recompra é influenciada pela regra de recompra usada por todos os consumidores. Ou seja, eles não irão considerar uma recompra se a qualidade do produto oferecido no mercado não for maior do que a qualidade dos produtos que eles já possuem.

4. ANÁLISE DO MODELO

Este capítulo começa com uma discussão das condições de optimalidade. Em seguida, discute os parâmetros iniciais que foram usados para identificar a solução numérica e apresenta o resultado desta solução inicial, a qual foi usada como ponto de partida para as simulações. O capítulo encerra apresentando como as sensibilidades ao preço e à qualidade foram alteradas de acordo com o histórico de compras, representando a evolução das preferências dos consumidores.

4.1. CONDIÇÕES DE OPTIMALIDADE

Tendo-se em vista que se trata de um monopolista maximizador de lucro, identificar a existência do nível ótimo de preços e qualidade é bastante trivial. No primeiro período, a condição de primeira ordem é dada por:

$$\frac{\partial \pi}{\partial P} = SM + (P - MC)\frac{\partial S}{\partial P}M = 0 \qquad (15)$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial X} = -S\frac{\partial MC}{\partial X}M + (P - MC)\frac{\partial S}{\partial X}M = 0 \qquad (16)$$

Qualquer *marketing mix* (P^*,X^*) satisfazendo estas condições seria um ponto máximo se a Hessian da função (P,X) for negativa definida ao ser avaliada neste ponto. Tendo-se em vista que a função logit é contínua e "bem comportada", há pouca dificuldade para identificar o preço ótimo e a qualidade ótima para quaisquer grupos de parâmetros.

Contudo, nos períodos subseqüentes, a função lucro muda de bem comportada para uma caracterizada por descontinuidades. Isto é devido ao fato de que, para recomprar, consumidores exigem que o produto à venda seja de qualidade superior ao produto que eles compraram anteriormente. Por exemplo, no segundo período, para níveis de qualidade abaixo do nível ótimo associado com o primeiro período, i.e., X_1*, a função lucro somente inclui aqueles consumidores que ainda não compraram pela primeira vez. Acima deste valor, a função lucro inclui também recompras. Devido a esta descontinuidade, tem-se uma função objetivo *piecewise*. A figura 2 apresenta um exemplo da descontinuidade na função lucro no segundo período, dado o nível ótimo de qualidade para o primeiro período, i.e., X_1*.

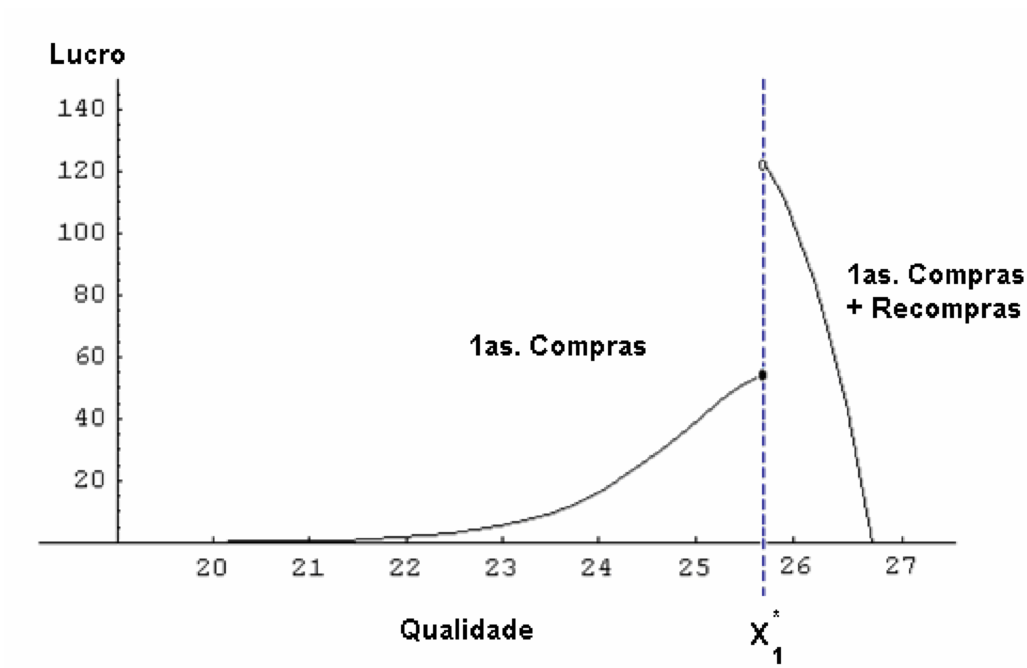


Figura 2 – Exemplo de Descontinuidade na Função Lucro no Segundo Período

Para identificar o preço e a qualidade ótimos em cada período após o primeiro, é necessário seguir um processo de passos múltiplos. Primeiro, determina-se os limites de cada subespaço da variável qualidade determinado pelos níveis de qualidade oferecidos no passado nos quais consumidores fizeram compras. Então, para cada um destes subespaços, identifica-se um nível de preço e qualidade que maximiza a função objetivo no subespaço. Então, se compara o nível da função objetivo para todos os subespaços para determinar o máximo global.

Devido à complexidade da função objetivo e à influência da dependência de caminho (*path-dependency*) nos níveis ótimos de preço e qualidade ao longo do tempo, decidiu-se analisar o problema usando uma simulação numérica, descrita em detalhe na próxima seção.

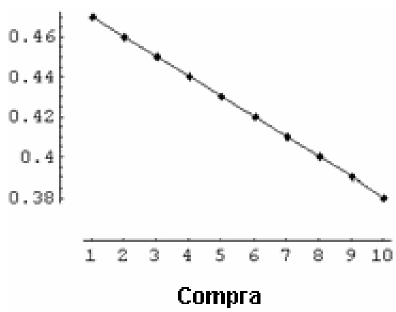
Uma simplificação importante no modelo é que a regra de recompra determina que o produto oferecido no mercado somente precise oferecer níveis estritamente superiores de qualidade para ser considerado para compra por consumidores que já possuem o produto. Na realidade, espera-se que qualquer novo produto teria que oferecer um nível claramente superior de qualidade, no mínimo acima de uma “diferença minimamente perceptível”. Se o tamanho desta diferença em qualidade fosse estabelecido em, digamos, 25%, isto apenas serviria para mudar o ponto no espaço de qualidade onde as descontinuidades ocorrem. No caso de *end-point optima*, o nível resultante de qualidade oferecido no mercado iria aumentar acompanhado por um aumento nos custos marginais. A mudança absoluta em lucros dependeria do coeficiente de preço. Entretanto, notou-se que não há mudanças na natureza qualitativa dos resultados. Assim, o modelo usou o pressuposto de exigir somente aumentos estritos de qualidade para uma recompra ser reconsiderada.

4.2.SOLUÇÃO NUMÉRICA INICIAL

Para iluminar a dinâmica do modelo, escolheu-se um conjunto de parâmetros que cria um *baseline* realístico (e.g., lucros positivos) contra o qual foi possível analisar movimentos relativos resultantes de mudanças nas preferências dos consumidores. Para definir parâmetros de custo, foram escolhidos valores (r_0= 1, r_1= 0.4, r_2= 0.05) que permitem a detecção dos efeitos dos custos quadráticos, mas não fortes suficientes para dominar as outras variáveis relevantes. Os outros conjuntos de parâmetros foram: sensibilidade inicial ao preço (α_1= 0.47), sensibilidade inicial à qualidade ($_1$= 1.4) e propensidade para compra na categoria de produto ($_0$= -14.9). De acordo com estes parâmetros, a estratégia ótima para o *baseline* no primeiro período é X^*= 25.8 e P^* = 47.4, o qual gera um lucro de 72.1 e uma taxa de primeiras compras de 25.3%. Esta taxa de primeiras compras é análoga ao segmento de adotantes pioneiros (*first adopters*) no modelo de Bass. Em seu modelo, este segmento varia de 9.5% a 20%, uma vez que o seu tamanho depende do tipo de inovação em questão (MAHAJAN, MULLER e WIND, 2000). Este ponto satisfaz às condições de primeira e segunda ordem descritas acima.

4.3.DESENHO DA SIMULAÇÃO

A simulação parte de um *baseline* (descrito acima) onde todas as compras registradas são primeiras compras, pois é o primeiro período. A partir de então, quatro cenários foram analisados, mudando, separadamente, sensibilidade ao preço e sensibilidade à qualidade. Estas alterações foram feitas de maneira linear e não linear, como mostrado na Figura 3.

<table>
<tr><th></th><th>Linear</th><th>Não-Linear</th></tr>
<tr>
<td>Atualiza a sensibilidade ao preço</td>
<td>CENÁRIO A1


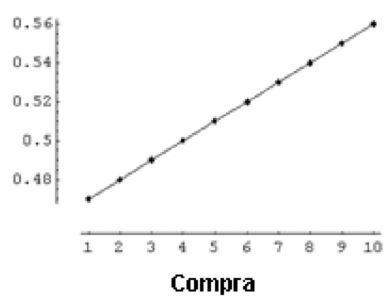
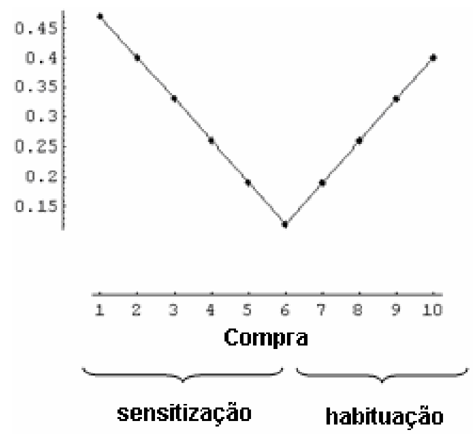
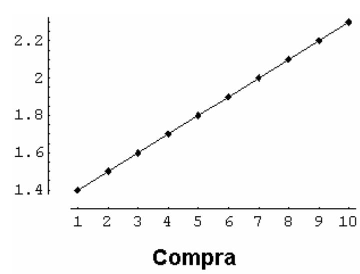
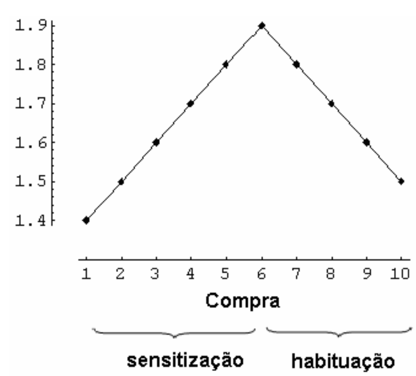
CENÁRIO A2

</td>
<td>CENÁRIO C

</td>
</tr>
<tr>
<td>Atualiza sensibilidade à qualidade</td>
<td>CENÁRIO B

</td>
<td>CENÁRIO D

</td>
</tr>
</table>

Figura 3 – Cenários de Evolução das Preferências dos Consumidores

A simulação foi realizada por dez períodos. No cenário A1, a sensibilidade ao preço diminui linearmente à taxa de -0.01 a cada recompra. No cenário A2 a sensibilidade ao preço aumenta linearmente à taxa de +0.01 a cada recompra. No cenário B, a sensibilidade à qualidade aumenta linearmente à taxa de +0,1 a cada recompra. A análise foi centrada na modelagem do caso de aumento linear de sensibilidade à qualidade porque quando consumidores recompram um produto, é razoável esperar que eles busquem desempenho adicional. Quando consumidores usam um novo produto, eles experimentam os benefícios prometidos e encontram novos benefícios. O caso de decréscimo linear de sensibilidade à qualidade não foi modelado porque se acredita que é pouco provável que consumidores irão querer menos desempenho, especialmente no caso de recompra voluntária.

Os cenários C e D são os cenários não-lineares. No cenário C a sensibilidade ao preço decresce durante os primeiros períodos, correspondendo ao estágio de sensitização. O nível mais baixo de sensibilidade ao preço é atingido após seis compras. Neste ponto, a habituação começa e a sensibilidade ao preço aumenta a cada recompra. A taxa de alteração na sensibilidade ao preço é de -0.07 a cada recompra durante a sensitização e de +0.07 durante a habituação. Como será visto posteriormente, quando se reduziu a taxa para -0.01 durante a sensitização e +0.01 durante a habituação se observou que os resultados obtidos foram similares. Mais especificamente, a forma das curvas resultantes e mostradas na próxima seção são as mesmas, ainda que os valores absolutos sejam diferentes.

No cenário D, a sensibilidade à qualidade aumenta durante os primeiros períodos, correspondendo ao estágio de sensitização. A sensibilidade máxima é alcançada na sexta compra. Neste momento, a habituação inicia e a sensitividade à qualidade reduz a cada recompra. A taxa de alteração na sensibilidade à qualidade é de +0.1 a cada recompra durante a sensitização e de -0.1 para habituação. Todos os quatro cenários partem do mesmo *baseline* anteriormente descrito e as condições de primeira e segunda ordem foram satisfeitas nos pontos ótimos dos quatro cenários.

A simulação foi realizada utilizando o *software* Mathematica 5.1. Os parâmetros usados em cada simulação variam de acordo com os cenários descritos acima. Em outras palavras, todos os cenários iniciam em um mesmo ponto de partida e, durante os 10 períodos, efetuam-se alterações na sensibilidade ao preço ou na sensibilidade à qualidade, dependendo do cenário em questão. O código-fonte utilizado nesta pesquisa está apresentado nos Apêndices A e B. Para facilitar a sua leitura, a função objetivo (lucro) é explicitada em cada período do apêndice A, bem como o ponto ótimo encontrado. Da mesma forma, a função objetivo (lucro) e o seu ponto ótimo são explicitados em cada subespaço de cada período do Apêndice B, O Apêndice A - Código da Simulação apresenta o programa desenvolvido utilizando a função Boole() para implementar automaticamente a otimização *piecewise*. O Apêndice B - Código Brute Force apresenta o programa que implementa a otimização *piecewise* manualmente. Em outras palavras, no programa listado no Apêndice B, os limites de cada subespaço da variável qualidade (determinado pelos níveis de qualidade oferecidos no passado nos quais consumidores fizeram compras) são analisados manualmente, como explicado na seção 4.1. Ou seja, após a identificação do preço e qualidade ótimos em cada subespaço (chamado de *case*), comparou-se manualmente o nível da função objetivo para todos os subespaços para determinar o máximo global. Esta operação foi realizada em cada um dos dez períodos. O resultado final da simulação foi equivalente para ambos os programas em todos os cenários apresentados nesta tese. Para facilitar a leitura dos programas, eles são listados com os parâmetros e resultados para um cenário específico (o cenário C).

5. RESULTADOS

Este capítulo inicia pela apresentação dos resultados dos cenários nos quais as preferências mudam linearmente. Na seqüência, apresenta os resultados dos cenários nos quais as preferências mudam de acordo com os processos de sensitização e habituação. Para cada cenário, são apresentados os níveis ótimos de qualidade e preço, o lucro, as vendas acumuladas (em unidades vendidas) e as primeiras compras acumuladas (i.e., *trials*). Note que, como o mercado é fixo e de tamanho 100, a quantidade acumulada de primeiras compras corresponde à taxa de penetração. Após descrever os resultados para cada um dos quatros cenários, o capítulo encerra interpretando-os e discutindo-os à luz dos trabalhos teóricos e empíricos encontrados na literatura de *marketing* e economia.

5.1. ALTERAÇÕES LINEARES NAS PREFERÊNCIAS DOS CONSUMIDORES

Esta seção mostra os resultados obtidos nos cenários nos quais as alterações nas preferências (i.e., sensibilidade ao preço e sensibilidade à qualidade) são lineares, conforme sugerido em estudos empíricos. Por exemplo, Mela, Jedidi e Bowman (1998) identificaram crescente sensibilidade ao preço (em valor absoluto), enquanto que Heilman, Bowman e Wright (2000) encontraram decrescente sensibilidade a preço (em valor absoluto). Da mesma forma, Becker e Murphy (1988) observam crescente sensibilidade à qualidade.

5.1.1.Cenário A1: Decréscimos Lineares na Sensibilidade ao Preço

Quando consumidores têm sensibilidade ao preço decrescente, os lucros crescem rapidamente (vide Figura 4A), já que o monopolista pode lucrar com as primeiras compras e com as abundantes recompras (as recompras são resultantes da diferença entre vendas acumuladas e as primeiras compras acumuladas, na Figura 4B). Isto é possível porque pequenos aumentos na qualidade (Figura 4C) acompanham substanciais aumentos em preços (Figura 4D). Isto corresponde à clássica visão de monopólio, onde a monopolista é capaz de se beneficiar de seu poder e extrair lucros substanciais. Tais situações são extraordinariamente lucrativas porque o monopolista desfruta de altos níveis de recompra, mesmo que os incrementos de qualidade sejam modestos.

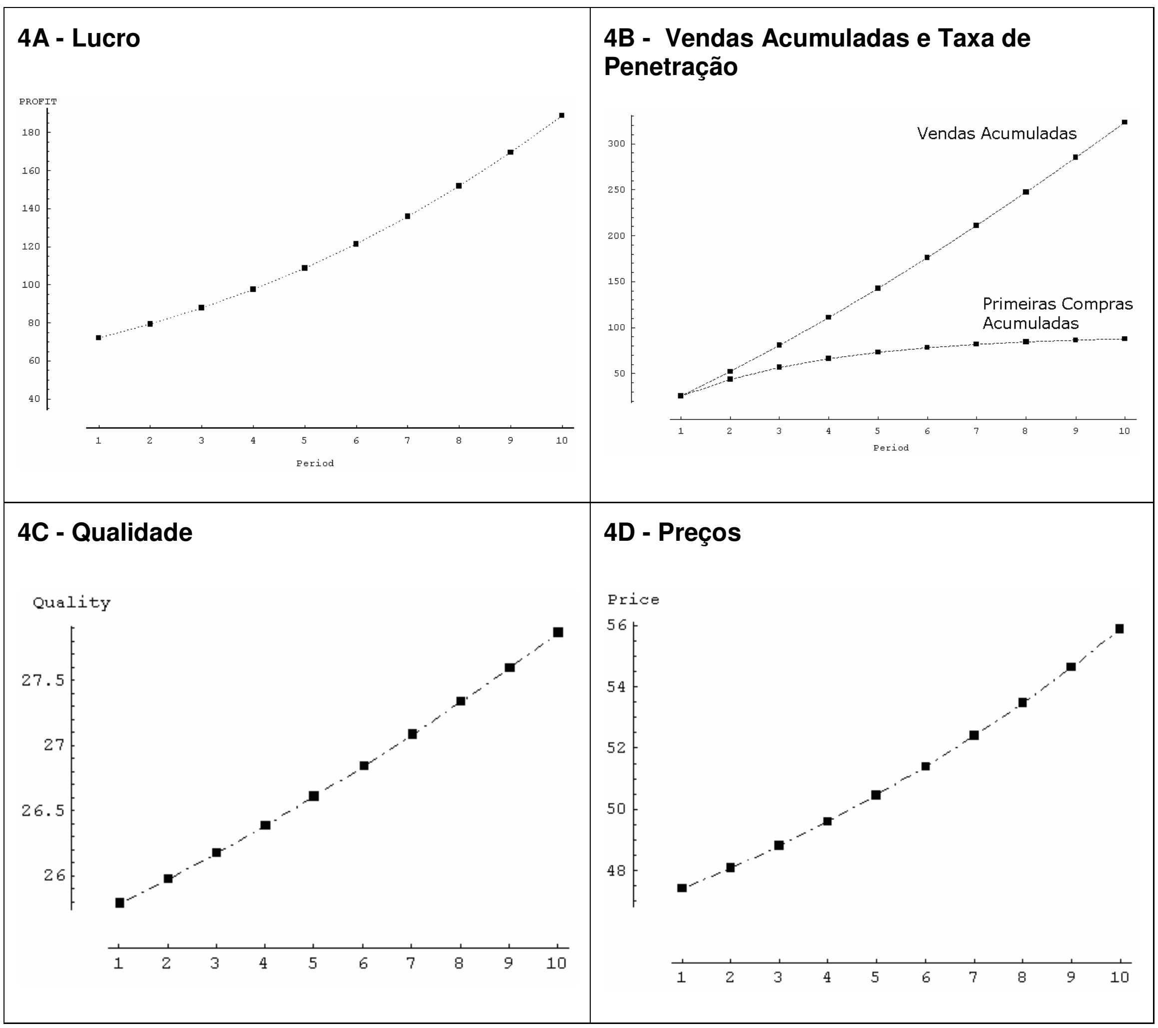


Figura 4 – Resultados para o Cenário A1 – Sensibilidade ao Preço Linearmente Decrescente

5.1.2.Cenário A2: Aumentos Lineares na Sensibilidade ao Preço

Quando a sensibilidade ao preço é crescente, a melhor estratégia é manter preços e qualidade virtualmente fixos (Figuras 5C e 5D). Especificamente, o preço no décimo período é 0.07% menor do que o preço no primeiro período, e o aumento absoluto em qualidade nos mesmos períodos é ainda menor. A redução no preço é capaz de promover alguma recompra, mas não é suficiente para evitar a redução nos lucros (vide Figura 5A). À medida que mais consumidores experimentam o produto, o mercado satura (Figura 5B) e os lucros caem. Este resultado é consistente com a Conjectura de Coase, a qual sustenta que, quando o monopolista vende produtos com perfeita durabilidade, a empresa não é capaz de exercer seu poder de monopólio para extrair lucros supra-competitivos (COASE 1972; BIEHL, 2001; BOND e SAMUELSON, 1984). Coase sugeriu que consumidores irão esperar até que os preços caiam para só então comprar (COASE, 1972). Ainda que, nesta tese, o pressuposto seja de que os consumidores não têm comportamento estratégico, este cenário apresenta resultados similares aos esperados em estudos de consumidores de comportamento estratégico, como na Conjectura de Coase.

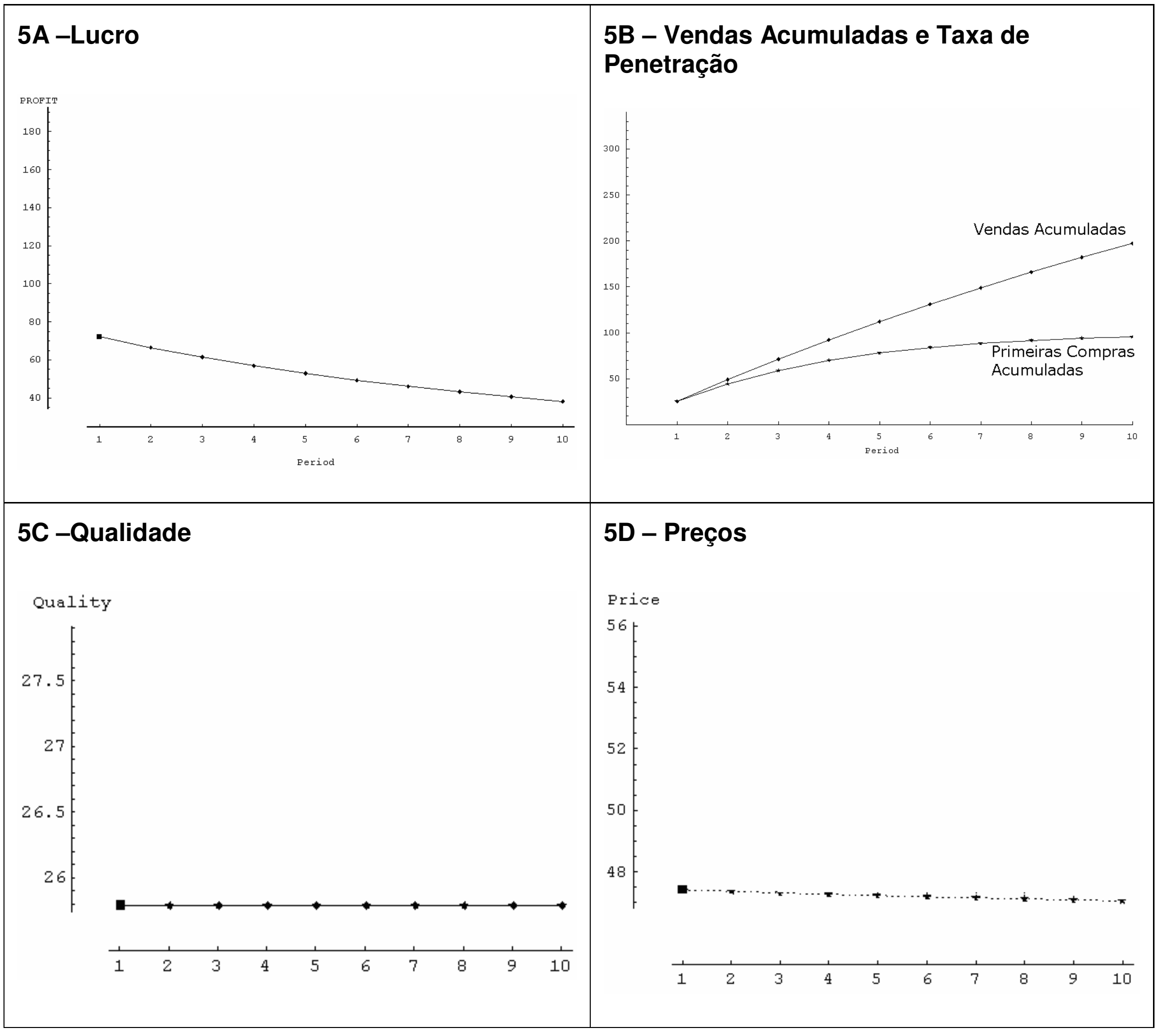


Figura 5 – Resultados para o Cenário A2 – Sensibilidade ao Preço Linearmente Crescente

5.1.3.Cenário B: Aumentos Lineares na Sensibilidade à Qualidade

Aqui, a sensibilidade à qualidade aumenta com cada compra. Nestas circunstâncias, a estratégia ótima levará o monopolista a extrair lucros substanciais (Figura 6A) ao servir a um grupo relativamente pequeno de consumidores que recompram freqüentemente (Figura 6B).

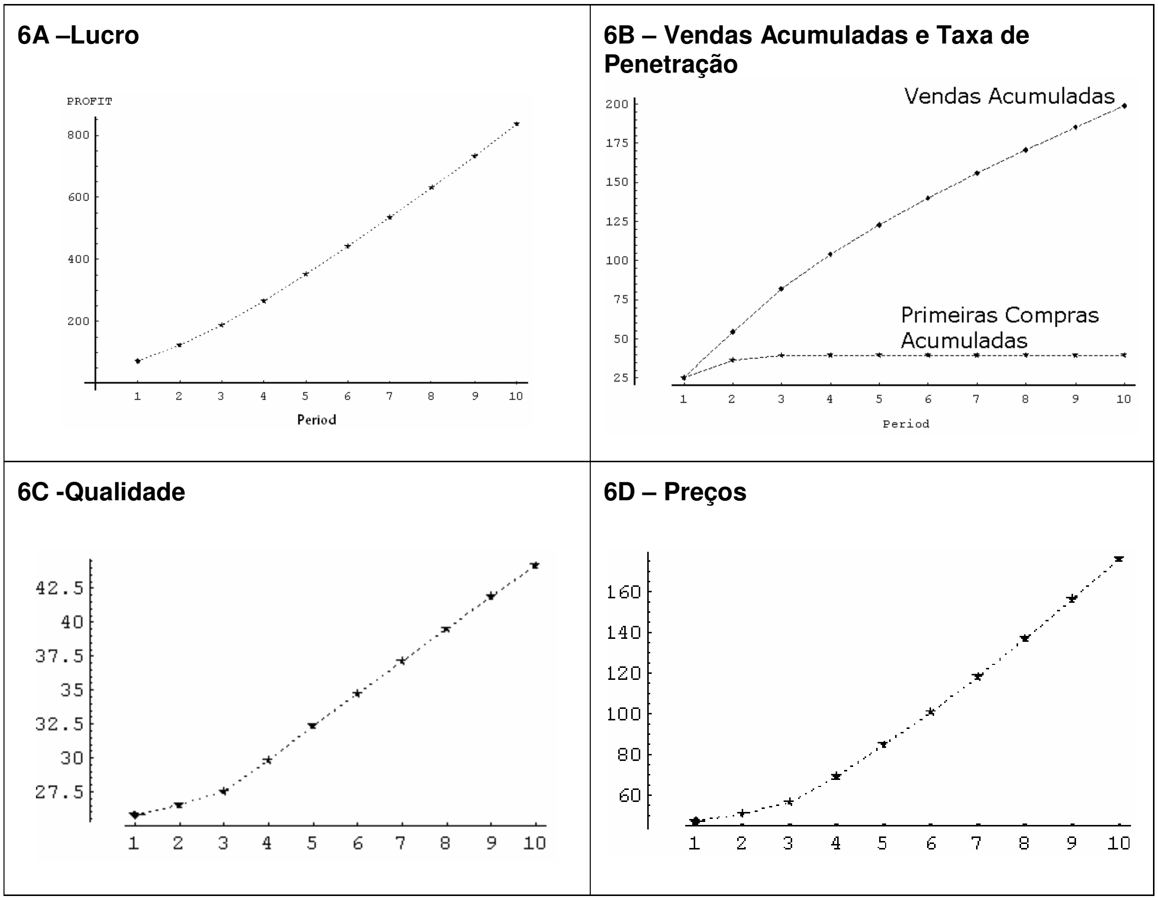


Figura 6 – Resultados para o Cenário B – Aumentos Lineares na Sensibilidade à Qualidade

Neste cenário, todas as primeiras compras ocorrem no primeiro período e não alcançam 30% do tamanho total do mercado (vide as primeiras compras acumuladas na figura 6B). Contudo, já que estes consumidores recompram, o monopolista pode extrair lucros substanciais (Figura 6A). Isto é resultado de pequenos aumentos de qualidade a cada período (i.e., um aumento de aproximadamente 50% entre o primeiro e o décimo período, como mostrado na Figura 6C) e de substanciais aumentos de preços a cada período (i.e., mais de 150% de aumento entre o primeiro e o décimo período, como mostrado na Figura 6D). Diferentemente do cenário anterior, os lucros são extraídos de um nicho de mercado, composto por um pequeno grupo de consumidores que recompram tão logo novos aumentos de qualidade são colocados à venda.

Este comportamento de precificação é observado em alguns mercados que merecem comentários adicionais. Por exemplo, considere o mercado para peças de bicicletas de alto desempenho para competição profissional. Para maximizar a velocidade, um ciclista deseja a bicicleta mais leve possível. Ao mesmo tempo, o material precisa ser forte para suportar com segurança o esforço das corridas. Nestes mercados, atletas têm uma extremamente alta disponibilidade para pagar por desempenho adicional. Neste caso, redução de peso final da bicicleta. Um artigo recente na Business Week (PRESSMAN, 2005) cita o exemplo do quadro de bicicleta da Dogma (fabricado pela Pinarello) que pesa apenas 1,3 quilos e custa US$ 4.100,00, comparado com o quadro da Price, que pesa 1,4 quilos mas custa metade do valor.

Este comportamento também é observado em uma variedade de outros mercados, como aqueles para equipamento usados em golfe, pesca competitiva, ou corridas de carro. O que estes mercados têm em comum é uma estrutura de recompensa (*payoff*) de torneio. Ou seja, a recompensa por acabar em primeiro é muito superior à recompensa por acabar em segundo, terceiro, etc. É importante notar que, como mostra a teoria microeconômica, estruturas de recompensa de torneio não estão limitadas a contextos esportivos. Elas são observadas também em contextos empresariais (e.g., CONYON, PECK E SADLER, 2001), concursos, e outros.

No seu mais alto nível de desempenho, um fator adicional leva estes atletas a continuamente substituir seus equipamentos – que ainda funcionam - por novas versões com desempenho um pouco superior e preços muito superiores. O relacionamento que o consumidor observa entre seus gastos e o ganho de desempenho que ele obtém em sua prática esportiva é tal que substanciais incrementos nos gastos de recompra fornecem retornos decrescentes em termos de melhoria absoluta de desempenho. Por exemplo, golfistas acham muito mais fácil melhorar seus *score* médio de 5 *over par* para 3 *over par* do que de 1 *under par* para 3 *under par*, ainda que a melhoria absoluta seja idêntica. Em outras palavras, o melhor que um atleta desempenha, o mais difícil é melhorar seu desempenho.

Contudo, sob uma estrutura de recompensa de torneio, o gasto adicional capaz de contribuir para até mesmo pequenas melhorias em desempenho pode ser recompensado. Assim, nestas situações, atletas têm uma alta disposição para pagar por muito pequenos aumentos de qualidade, já que os mesmos irão gerar benefícios que são compensadores.

5.2.ALTERAÇÕES NÃO-LINEARES NAS PREFERÊNCIAS DOS CONSUMIDORES

Esta seção apresenta os resultados obtidos nos cenários nos quais as preferências variam de acordo com a literatura sobre sensitização e habituação (e.g., WATHIEU, 2004; LAIBSON, 2001 e GROOVE e THOMPSON, 1970). Neste caso, tem-se que a sensibilidade a preço diminui durante a sensitização e cresce durante a habituação. Da mesma forma, a sensibilidade à qualidade cresce durante a sensitização e cai durante a habituação.

5.2.1.Cenário C: Mudanças Não-lineares na Sensibilidade ao Preço

Durante o estágio de sensitização, consumidores recompram (vide Figura 7B), uma vez que eles se tornam menos sensíveis ao preço a cada compra. Isto permite ao monopolista extrair lucros crescentes. Contudo, quando consumidores se tornam habituados ao produto, eles não mais estão dispostos a pagar mais por desempenho adicional no produto a ser substituído ou “recomprado”. Quando isto ocorre, lucros caem de maneira extremamente rápida (vide Figura 7A). À medida que mais consumidores se habituam (lembre que muitos têm históricos diferentes de compra) o preço e a qualidade eventualmente também caem (Figuras 7C e 7D).

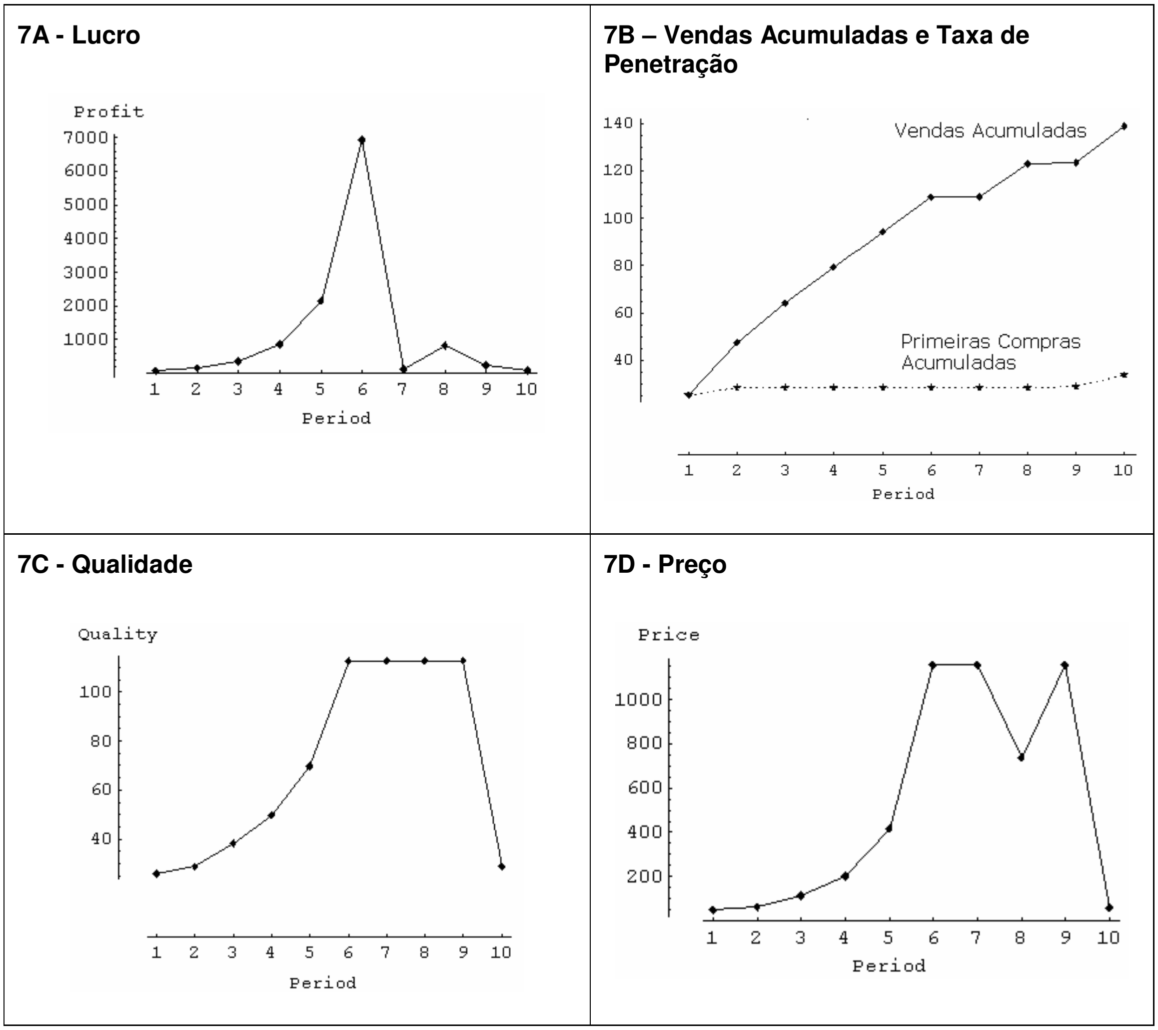


Figura 7 – Resultados para o Cenário C – Mudanças Não-Lineares em Sensibilidade ao Preço

Note que após o pico na Figura 7A, os lucros caem marcadamente, muito mais rapidamente do que subiram durante o estágio de sensitização. Isto mostra que este cenário não é simplesmente a combinação de disposição para pagar crescente (Cenário A1) e decrescente (Cenário A2). Este resultado é determinado pela dependência de caminho, pois nem todos os consumidores se tornam habituados ao mesmo tempo (i.e., eles têm diferentes históricos de compra e recompras).

Quando se fez um exercício de análise deste cenário usando uma taxa menor (em valores absolutos) de alteração na sensibilidade ao preço a cada período, se observou que, devido à mais lenta evolução na taxa de preferências, a queda nos lucros ocorre no décimo - segundo período. Em outras palavras, a forma das curvas não muda, apenas os valores absolutos. Da mesma maneira, quando se testou um segmento de *first adopters* menor (i.e., de 5% ao invés dos 25.3%), se observou que, devido à menor quantidade de consumidores comprando, os lucros são menores, mas a forma das curvas não muda. Em outras palavras, quando o segmento de *first adopters* é menor (o que se obtém diminuindo o valor de β_0), os valores absolutos são menores, mas a forma das curvas não muda.

A superestimação de preço e qualidade observada neste cenário foi identificada originalmente por Christensen (1997) como *performance oversupply*. Empresas que tiveram suas estratégias de melhoria contínua de qualidade e aumento de preço recompensadas com lucros crescentes ao longo do tempo tendem a assumir que consumidores estarão constantemente interessados em maiores níveis de desempenho.

Freqüentemente, empresas buscam aumentar lucros e vendas através do fornecimento de melhores versões de um produto e de aumentos de preço (CHRISTENSEN, 1997). Sucesso com esta estratégia no curto prazo reforça este comportamento. Contudo, Christensen (1997) mostra que - em inúmeros diferentes setores – incumbentes parecem fornecer mais desempenho do que consumidores precisam ou estão dispostos a pagar. Entretanto, Christensen apresentou meramente uma descrição do fenômeno, não uma explicação de por que ele ocorre.

Como resultado desta pesquisa, uma nova explicação é proposta. *Performance oversupply* ocorre devido ao ponto de inflexão entre os processos de sensitização e habituação. Consumidores continuam interessados em desempenho, mas não estão dispostos a pagar por maiores níveis de desempenho devido à habituação. Uma vez que o produto tem uma vida longa, consumidores não recompram, levando os lucros a uma queda aguda. Tendo a habituação emergido, o melhor caminho para a empresa é tentar lucrar a partir de consumidores que nunca compraram o produto. Contudo, esta abordagem é de pouco valor e limitado alcance (Figura 7A).

5.2.2.Cenário D: Mudanças Não-Lineares na Sensibilidade à Qualidade

Ao permitir que a sensibilidade à qualidade mude não-linearmente com as compras, resultados similares ao cenário C emergem. Contudo, a queda nos lucros é mais lenta (vide Figura 8A) porque a empresa é capaz de promover alguma recompra. Após os consumidores que compraram no primeiro período terem alcançado o estágio de habituação, os lucros caem. Neste ponto, a empresa é capaz de motivar aqueles que tinham recomprado nos períodos anteriores a recomprar de novo através de redução de preço (Figura 8D) e mantendo a qualidade fixa (Figura 8C). No curto prazo, esta estratégia atenua a queda em lucros porque há um conjunto legado de consumidores que possuem produtos cuja qualidade é menor do que a atualmente ofertada, e que ainda não tinham recomprado. Entretanto, à medida que estes consumidores recompram seus produtos aos níveis de qualidade ofertados, os lucros caem.

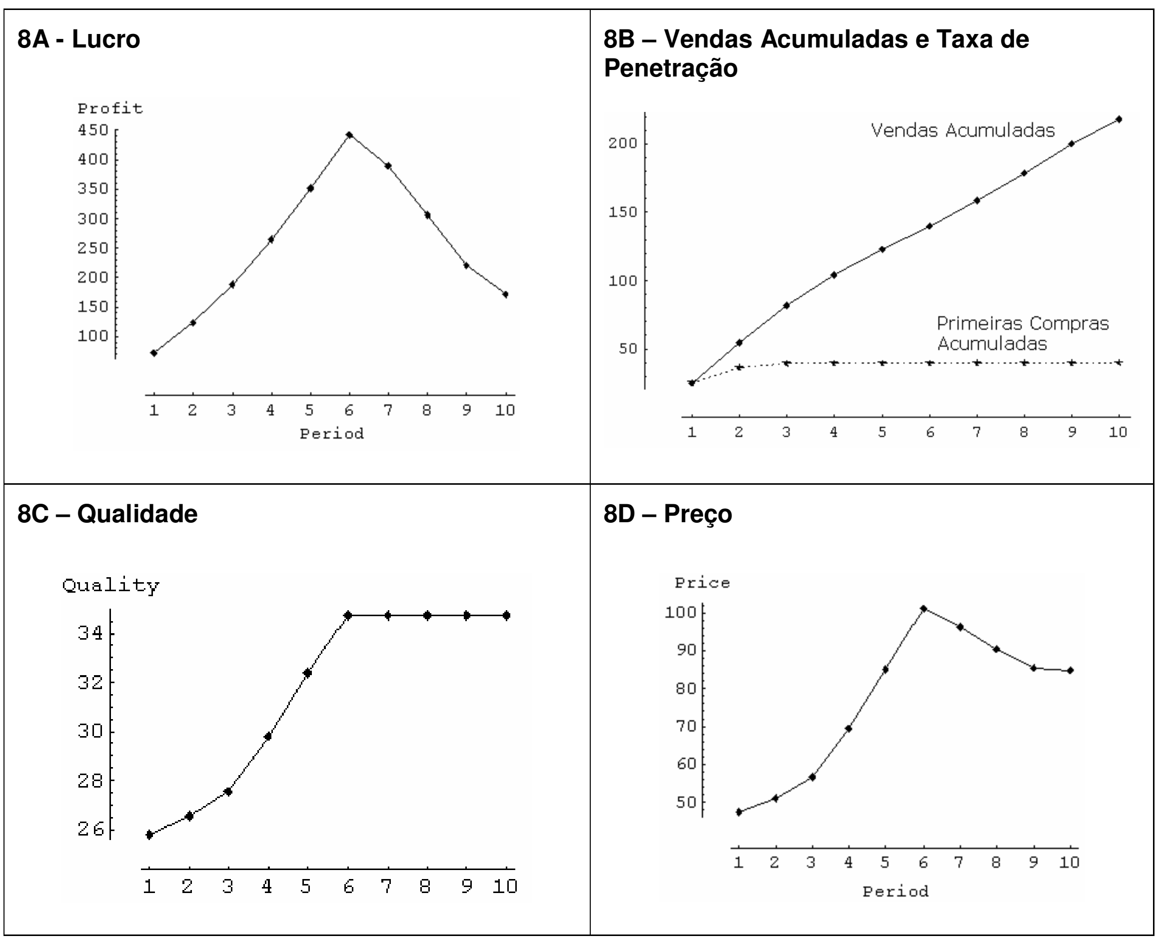


Figura 8 – Resultados para Cenário D – Mudanças não-lineares na Sensibilidade à Qualidade

Este é o cenário esperado de uma simples combinação de aumento e redução na sensibilidade à qualidade. A razão para isto é que o que está determinando lucros é a recompra via redução de preço. Esta estratégia não é encontrada no Cenário C porque aqueles consumidores se tornam mais e mais sensíveis ao preço com cada compra, então pequenas reduções de preço não são suficientes para promover recompra.

6. DISCUSSÃO E CONCLUSÕES

Quando consumidores usam um bem durável, sua avaliação deste produto pode mudar. Empresas que lidam com bens duráveis deveriam esperar mudanças em preço, qualidade e lucros ao longo do tempo como resultado das mudanças nas preferências dos consumidores, decorrentes da experiência com um produto. Contudo, não foi possível encontrar estudos que tenham considerado este fenômeno ao modelar o *marketing mix* ótimo e lucros.

Esta pesquisa desenvolveu um modelo para compreender o impacto que mudanças lineares e não-lineares nas sensibilidades ao preço e à qualidade têm no *marketing* ótimo e lucros da empresa. Usando uma simulação multi-período e optimização *piecewise*, a pesquisa explorou o impacto de três regimes de mudanças: crescente, decrescente e forma de U (habituação e sensitização). O modelo é baseado na *random utility theory* e inclui tanto a primeira compra como as recompras voluntárias. Os principais resultados estão na tabela 1.

Tabela 1 – Principais Resultados

	Linear	Não-Linear
Atualizando Sensibilidade ao Preço	**Cenário A: Conjectura de Coase** • Sensibilidade decrescente ao preço: lucros supra-competitivos • Sensibilidade crescente ao preço: saturação coasiana	**Cenário C: *Performance Oversupply*** • Alto pico em lucros seguido por queda abrupta • Qualidade e preço caem drasticamente com a ocorrência de habituação
Atualizando Sensibilidade à Qualidade	**Cenário B: *Payoffs* de Torneio** • Preço e qualidade fortemente crescentes • Grande recompra • Preço aumenta mais rapidamente do que a qualidade • Compradores sujeitos à p*ayoff*s de torneio com relação ao benefício que obtém do produto	**Cenário D** • Similar ao cenário C, mas a taxa absoluta de aumento e queda no lucro é semelhante. • Após a habituação, a qualidade é fixa e os preços são reduzidos para motivar aqueles que compraram a níveis mais baixos de qualidade a recomprar a última versão.

Esta tese mostra que, quando a sensibilidade ao preço muda linearmente (Cenário A), a direção da mudança nas preferências é crucial para determinar se a empresa irá ou não ser capaz de se beneficiar da sua posição de monopolista. Quando consumidores estão continuamente menos sensíveis ao preço a cada compra, a empresa é capaz de extrair lucros supra-competitivos, o que é consistente com a visão clássica de monopólio. Contudo, quando consumidores são mais sensíveis ao preço a cada compra, se observa que os lucros caem com a saturação do mercado, o que é consistente com a Conjectura de Coase (1972). Esta diferenciação baseada na dinâmica da demanda é inédita na literatura.

Esta pesquisa também encontrou que, quando a sensibilidade à qualidade aumenta linearmente (Cenário B), a empresa também pode extrair lucros substanciais através de aumentos da qualidade e fortes aumentos em preço. Neste cenário, há uma taxa de penetração muito baixa (27% no décimo período) e estes consumidores têm altas taxas de recompra. Este mercado de nicho é capaz de pagar altas quantidades de dinheiro para obter pequenos aumentos de qualidade. Isto pode ser decorrente do fato de que mesmo pequenos aumentos marginais de qualidade fornecem grandes benefícios se o *payoff* de desempenho é governado por uma estrutura de torneio. Por exemplo, golfistas profissionais, tenistas profissionais e ciclistas de competição estão interessados em sempre ter o equipamento mais avançado para ficar à frente dos competidores, já que a recompensa por ser o primeiro (por exemplo, vencer a Tour de France ou o U.S. Open) é extremamente grande, especialmente se comparado com o preço do equipamento disponível para venda.

Finalmente, quando as preferências mudam não-linearmente, os lucros crescem constantemente durante a sensitização, mas, quando consumidores se habituam ao produto, a empresa experimenta uma queda abrupta nos lucros. A razão para isto é que a qualidade ótima e o preço ótimo tendem a cair à medida que mais e mais consumidores se tornam habituados ao produto e perdem o interesse em aumentos adicionais na qualidade. Isto é conhecido na literatura sobre disrupções de mercado como "*performance oversupply*". É interessante notar que *performance oversupply* foi a condição identificada por Christensen (1997) como necessária para que ocorra a disrupção de mercado.

6.1.PRINCIPAIS CONTRIBUIÇÕES

Esta pesquisa apresenta duas importantes contribuições à literatura sobre bens duráveis. Primeiro, esta tese demonstra as condições da relação entre oferta e demanda nas quais os resultados de estudos anteriores sobre precificação de bens duráveis em monopólios se aplicam. Mais especificamente, ao analisar a demanda de um ponto de vista dinâmico, esta tese encontrou as situações em que a muito estudada Conjectura de Coase se mantém ou não.

Note que Coase sugere que a saturação ocorre por comportamento estratégico dos consumidores, que antevêem a queda de preços. Entretanto, observou-se aqui que o lançamento de inovações na presença de consumidores com sensibilidade decrescente ao preço é suficiente para evitar a saturação. É interessante notar que, do ponto de vista coasiano, semelhantes resultados foram obtidos no Cenário A1 e B: lucros supra-competitivos resultantes de aumentos moderados em qualidade e de aumentos fortes em preço.

Segundo, esta tese fornece uma explicação alternativa para *performance oversupply*. *Performance oversupply* é uma das condições necessárias para que ocorra disrupção de mercado (CHRISTENSEN, 1997). Christensen define disrupção de mercado como a situação na qual um novo entrante capta participação de mercado do incumbente vendendo um produto com qualidade similar ou inferior à do incumbente, a um preço inferior. Os resultados do modelo mostram que *performance oversupply* pode ser obtida quando as preferências dos consumidores seguem um caminho consistente com sensitização e habituação.

A literatura sobre as causas da disrupção de mercado sugere que a existência de sobreposição e simetria nas trajetórias de valor de produtos concorrentes irá determinar se uma tecnologia irá ser disruptiva sobre outra ou se elas irão convergir ou se desenvolverem independentemente (ADNER, 2002). Contudo, Adner assume que os produtos "estão" no mercado, e que as preferências dos consumidores são fixas e dadas. Esta tese mostrou as características da demanda que criam as condições necessárias para *performance oversupply*. Ao partir de pressupostos mais realistas sobre o comportamento dos consumidores, esta pesquisa mostrou a relevância da dinâmica da demanda na criação das condições de *performance oversupply*, essenciais para a disrupção possa vir a se estabelecer.

De um ponto de vista metodológico, o modelo desenvolvido nesta tese é inovador com relação aos modelos disponíveis na literatura em três aspectos. Primeiro, esta tese modela as mudanças na preferência dos consumidores explicitamente como um processo não-linear baseado em processos psicológicos já bem conhecidos na literatura da área. Fontes de não-estacionaridade em modelos derivados da *random utility theory* estão ganhando atenção substancial de pesquisadores em marketing (e.g., ALLENBY e LENK, 1995 e HAAIJER e WEDEL, 2001, ERDEM e SUN, 2001 e SEETHARAMAN, 2004 e SEETHARAMAN, AINSLE e CHINTAGUNTA 1999), mas muitos encontraram evidências aparentemente conflitantes sobre como a sensibilidade ao preço muda no tempo. Usualmente, estas questões são atribuídas a idiossincrasias da categoria do produto, esforços de *marketing* ou a efeitos aleatórios. O modelo desenvolvido nesta tese controla explicitamente o aumento e a redução no interesse de recompra baseado nas compras passadas. Assim. sugere-se que, em estudos que envolvam dados longitudinais onde exista variação nas preferências dos consumidores (por exemplo, para verificar o impacto da propaganda na sensibilidade a preço), leve-se em consideração a experiência que o consumidor tem com o produto e com a categoria de produto em questão e os processos psicológicos que podem estar governando a relação de um determinado grupo de consumidores com o produto. Desta maneira, variações pontuais nas preferências poderão ser analisadas dentro seu contexto apropriado.

A importância da experiência do consumidor com a categoria do produto é apoiada por recentes resultados da literatura de comportamento do consumidor. Por exemplo, Thompson, Hamilton e Rust (2005) descobriram que quando consumidores usam um bem durável com o qual não estão familiarizados, eles adquirem novas informações sobre o mesmo, o que aumenta a sua avaliação sobre sua usabilidade (i.e., facilidade de uso). Isto acontece porque, após a primeira compra, os consumidores aprendem mais sobre os benefícios que eles podem obter de cada atributo do produto. Quando isto ocorre, eles focam mais em desfrutar os benefícios (e atributos de produto) que lhes são mais relevantes.

Segundo, esta pesquisa assume que qualidade e preço são endógenos. É razoável esperar que as empresas ajustem seu *marketing mix* de acordo com a reação dos consumidores, especialmente para produtos que enfrentam recompra voluntária. Qualidade é normalmente estabelecida como variável exógena em modelos de bens embalados (e.g., AKÇURA, GÖNÜL e PETROVA, 2004) e em modelos de bens duráveis (e.g., COASE, 1972; BAYUS, 1988 e DESAI e PURHOIT, 1999). Modelos desenvolvidos para bens embalados não podem ser diretamente aplicados para bens duráveis devido a diferenças na natureza dos produtos e de sua compra. Por exemplo, modelos de escolha para produtos freqüentemente comprados assumem níveis fixos de qualidade, enquanto que o nível de desempenho para bens duráveis é muito usado como instrumento de *marketing*.

Terceiro, esta pesquisa considerou explicitamente a decisão do consumidor sobre fazer um *upgrade* ou continuar a utilizar o produto já comprado, pois ainda continua em funcionamento. Isto foi implementado através de uma regra de recompra. Até o presente momento, a maioria dos modelos atuais para bens duráveis assume que a recompra é determinada estocasticamente por quebra de produto, o que significa desconsiderar a vontade e a autonomia do consumidor (e.g., KAMAKURA e BALASUBRAMANIAN, 1987; BAYUS, 1988).

Poder-se-ia imaginar uma extensão deste modelo para incluir também falha de produto através de processos estocásticos. Entretanto, a complexidade do modelo seria aumentada substancialmente, com ganhos relativamente pequenos, especialmente em se tratando de indústrias onde a inovação tem um papel importante (como a de produtos eletrônicos, por exemplo). Observação casual e evidências empíricas (BAYUS, 1988 e KIM e SRINIVASAN, 2003) sugerem que existe uma tendência a recompra voluntária em indústrias com forte atividade de inovação.

Os resultados desta tese têm implicações importantes para executivos responsáveis pela introdução de produtos “realmente novos” no mercado. Como mostrado anteriormente, os diferentes padrões de evolução das preferências dos consumidores afetam lucros e vendas de maneira bastante diferente. Como afirmam Heilman, Bowman e Wright (2000), os executivos deveriam desenvolver estratégias de preço baseadas nas experiências de compra dos consumidores. Usando técnicas de pesquisa de mercado relativamente simples (e.g., observação direta ou mesmo técnicas de engenharia contextual), empresas investigam como as preferências dos consumidores evoluem com a utilização de seus produtos. Através da identificação da direção de mudança da sensibilidade ao preço em um dado mercado, é possível antecipar se os cenários A1 (sensibilidade decrescente) ou A2 (sensibilidade crescente) são mais prováveis em uma situação de lançamento de novo produto.

Esta análise fornece *insights* sobre como lucros irão se comportar durante o "monopólio temporário" desfrutado pela empresa quando introduz um produto substancialmente novo no mercado.

Como mostrado aqui, o padrão esperado de mudanças em lucros não é nem intuitivo nem pode ser facilmente explicado à luz da literatura atual. Dado um mercado específico, uma avaliação importante e paralela sobre se a posse, uso ou consumo afeta sensibilidade ao preço ou sensibilidade à qualidade irá determinar se a empresa servirá a um mercado amplo ou a um estreito, mas comprometido, nicho de mercado.

Pesquisa de mercado também pode revelar como a freqüência e intensidade de consumo de um produto específico irá ativar a habituação ou impedir que ela se estabeleça. Dada esta informação, o modelo desenvolvido nesta tese ajuda a antecipar *performance oversupply* em mercados onde a empresa espera que a habituação se manifeste de maneira forte. Segundo Adner (2002), a definição das respostas estratégicas à disrupção de mercado depende fundamentalmente da compreensão das condições que dão origem à disrupção e da detecção de seus primeiros sinais fracos.

6.2. LIMITAÇÕES E SUGESTÕES PARA PESQUISAS FUTURAS

Os pressupostos usados neste modelo têm um número de limitações importantes. Como em Chintagunta e Rao (1996), este modelo assume que os consumidores são homogêneos com relação à evolução das preferências com cada compra. Pesquisa futura poderia permitir que posse (compra) e consumo variem separadamente. Além disso, este modelo assumiu preferências homogêneas no início do primeiro período e um mercado de tamanho fixo. Relaxar estes pressupostos parece ser uma outra avenida interessante para pesquisas futuras.

O foco em uma situação monopolística é diferente de muita da pesquisa anterior em mercados de bens duráveis. Entretanto, acredita-se que a principal influência da competição seria na tecnologia (i.e., custo de fornecer qualidade) o qual se assumiu ser constante. O efeito de tais dinâmicas de custo e a natureza destes resultados pode também ser outro foco interessante de pesquisa futura.

Cabe desenhar algumas sugestões para pesquisas futuras envolvendo aplicações empíricas deste modelo. Uma variedade de estudos em *marketing* e economia estimou modelos baseado no logit para bens duráveis. Entretanto, como em qualquer pesquisa empírica, a seleção da indústria a ser estudada e dos dados a serem coletados é fundamental e, portanto, merecem aqui comentários específicos.

Primeiro, devido ao problema de pesquisa estar intimamente ligado à evolução das preferências dos consumidores, os dados devem ser longitudinais (e.g., dados de painel ou de *scanner*), para que seja possível acompanhar alterações em características individuais como sensibilidade ao preço ou à qualidade.

Segundo, recomenda-se o uso de dados desagregados, para que seja possível acompanhar as preferências individuais de acordo com o histórico de compras. A agregação de dados oculta informações que podem ser críticas nesta análise. Por exemplo, a utilização de dados agregados dificulta extremamente a separação das primeiras compras das recompras (Fader e Hardie, 2005). Esta separação é importante para dimensionar a experiência que o consumidor tem com o produto.

Por outro lado, a utilização de dados desagregados implica estimar coeficientes por indivíduo. Isto pode representar desafios substanciais em termos econométricos, pois, usualmente, há poucas observações disponíveis por consumidor. Em outras palavras, o problema é que há heterogeneidade de preferências entre indivíduos, mas as bases de dados disponíveis para estudos empíricos tendem a ter poucas observações em relação ao número de parâmetros a serem estimados. Assim, a incerteza (i.e., o erro) na estimação de coeficientes individuais pode distorcer os resultados quando são usados os métodos tradicionais de estimação (e.g., máxima verossimilhança e mínimos quadrados). Até recentemente, havia pouco instrumental à disposição dos pesquisadores para que pudessem trabalhar com estimativas individuais. Entretanto, isto mudou bastante nos últimos dez anos, com o avanço das técnicas econométricas e estatísticas e com o aumento da capacidade de processamento computacional à disposição do pesquisador. Estes avanços serão discutidos a seguir.

Do ponto de vista econométrico, surgiram abordagens como a New Empirical Industrial Organization (NEIO), disponibilizando técnicas para estimar modelos como o proposto aqui (e.g., BERRY, LEVINSOHN e PAKES, 1995 e SUDHIR, 2001). Uma análise empírica da demanda e oferta baseada no NEIO e usando o modelo desenvolvido nesta pesquisa poderia ser uma pesquisa interessante.

Do ponto de vista estatístico, a estatística bayesiana se tornou extremamente popular entre os pesquisadores empíricos de marketing nos últimos cinco anos, ao viabilizar a análise de diferenças individuais entre consumidores mesmo em condições de poucas observações por indivíduo. Para que isto seja possível, modelos bayesianos estimam parâmetros individuais usando informação sobre a heterogeneidade dos parâmetros na população em questão. O peso relativo dos pressupostos sobre a distribuição dos parâmetros na população (i.e., *priors*) e o peso relativo das observações sobre o indivíduo são determinados proporcionalmente à quantidade de observações que se têm sobre os indivíduos. Assim, quanto mais observações estão disponíveis por consumidor, menor o peso dos pressupostos, e vice-versa.

A estatística bayesiana não é recente. Entretanto, até pouco tempo sua aplicação estava restrita às situações nas quais havia soluções *closed-form*. O grande aumento recente de poder computacional disponível na sociedade permitiu que os pesquisadores bayesianos pudessem utilizar métodos de simulação, como o Monte Carlo Markov Chain (MCMC) e o Gibbs Sampler, para aproximar a solução de modelos complexos que não apresentam soluções *closed-form*, o que viabilizou a construção de modelos mais realistas. Um registro detalhado desta evolução e da aplicação de métodos bayesianos para problemas em *marketing* pode ser encontrado em ROSSI, ALLENBY e MCCULLOCH (2006) e GELMAN, CARLIN, SERN e RUBIN (2004).

Terceiro, a seleção dos dados a serem usados em uma aplicação empírica do modelo deve ser feita de maneira que a história de compras de cada consumidor possa ser rastreada desde a primeira compra feita. Além disto, deve-se considerar o quanto este histórico representa a experiência do consumidor com a categoria de produto estudada. Isto é importante para que as alterações nas preferências não sejam erroneamente interpretadas.

Quarto, a seleção da indústria a ser estudada deve levar em conta os pressupostos monopolistas do modelo. Por exemplo, Youn, Song e Maclachlan (2005) analisaram dados secundários (longitudinais) sobre o mercado de sapatos para montanhismo em uma região dos Estados Unidos. Eles notaram que praticamente todas as compras dos consumidores na região são realizadas nas lojas da rede de varejo estudada, sem a presença de competidores físicos ou virtuais (i.e., o comércio virtual exerceu pouca influência no mercado em questão). Além destas situações e de monopólios decorrentes de proteção legal (como patentes ou regulamentação), o modelo desenvolvido nesta tese pode ser utilizado para analisar situações nas quais consumidores consideram o produto em questão como o único em sua categoria (este pode ser, talvez, o caso do *ipod*, da Apple).

Quinto, a seleção da indústria a ser estudada deve ser tal que o produto seja um bem durável e que a inovação seja um instrumento de marketing efetivamente utilizado pela empresa, como é o caso em produtos esportivos e ou produtos eletrônicos, por exemplo.

Em síntese, esta pesquisa incorporou elementos da literatura comportamental em um modelo microeconômico para analisar uma questão que transcende disciplinas: como entender e lidar com um consumidor que, assim como a realidade, é dinâmico.

Ao integrar elementos das vertentes comportamental e microeconômica, esta tese ajuda a avançar a fronteira do conhecimento em marketing, ainda que de forma modesta, em dois aspectos fundamentais: considera que a decisão de recompra é primariamente determinada pela autonomia do consumidor (e não pela vida útil do produto) e considera a heterogeneidada da evolução das preferências dos consumidores (i.e., histórico individual de compras passadas).

7. REFERÊNCIAS BIBILIOGRÁFICAS

ADNER, Ron e LEVINTHAL, Daniel. Demand Heterogeneity and Technology Evolution: Implications for Product and Process Innovation.**.** **Management Science**, v. 47, n.5, p.611-628, 2001.

ADNER, Ron. When are Technologies Disruptive? A Demand-based View of the Emergence of Competition. Strategic Management Journal, v. 23, p.667-688, 2002.

AGRAWAL, Madhu. Warning Labels: The Role of Expertise and Perceived Risk in Pharmaceutical Purchase Behavior. **Health Marketing Quarterly**, n.13, n.2, p. 99-115, 1995

AKÇURA, M. Tolga; GÖNÜL, Füsun e PETROVA, Elina. Consumer Learning and Brand Valuation: An Application on Over-the-Counter Drugs. **Marketing Science,** v. 23**,** n.1, p. 156-169, 2004.

ALLENBY, Greg e LENK, Peter.. Reassessing Brand Loyalty, Price Sensitivity Merchandising Effects on Consumer Behavior Choice. **Journal of Economics and Statistics**, v.13, n.3, p. 281-289, 1995.

BAGNOLLI, Mark, SALANT, Stephen e SWIERZBINSKI, Joseph. Durable Goods Monopoly with Discrete Demand. **Journal of Polical Economy**, v.97, n.6, p.1459-1478, 1989.

BALACHANDER, Subramanian e SRINIVASAN, Kannan. Modifying Customer Expectation of Price Decreases of a Durable Product. **Management Science**,v. .44, n**.**6, p. 776-786, 1998

BASS, Frank. A New Product Growth for Model Consumer Durables. **Management Science**. v. 15, n.5, p. 215-227, 1969

BAYUS, Barry.. Accelerating the Durables Replacement Cycle with *Marketing Mix* Variables. **Journal of Product Innovation Management**, v. 5, p. 216-226, 1988.

BAYUS, Barry, The Dynamic Pricing of Next Generation Consumer Durables. **Marketing Science**, v. 11, n.3, p. 251-265, 1992

BECKER, Gary e MURPHY, Kevin. A Theory of Rational Addiction. **The Journal of Political Economy,** v.96, n.4, p. 675-700, 1988.

BELSON, Ken. TiVo, Cable or Satellite? Choose That Smart TV Wisely. **New York Times**, Seção 3 p. 7, 5 de setembro de 2004.

BERRY, Steven; LEVINSOHN, James e PAKES, Ariel. Automobile Prices in Market Equilibrium. **Econometrica**, v.63(4, p. 841-890, 1995.

BESANKO, David e WINSTON, Wayne. Optimal Price Skimming by a Monopolist Facing Rational Consumers**. Management Science**, v.36, n.5, p. 555-567, 1990.

BESANKO, David GUPTA, Sachin e JAIN, Dipak Logit Demand Estimation Under Competitive Pricing Behavior: An Equilibrium Framework. **Management Science,** v.44,1998.

BIEHL, Andrew. Durables-goods monopoly with stochastic values. RAND **Journal of Economics**, v.32, n.3, p. 565-577, 2001.

BOND, Eric e SAMUELSON, L. Durable Goods Monopolists with Rational Expectation and Replacement Sales. **RAND Journal of Economics**, v.15, n.3, p. 336-345, 1984.

CARMON, Ziv e WERTENBROCH, Klaus. Introduction to the Special Issue on the Dynamics of Consumer Preferences. **Marketing Letters**, v.8, n.1, p. 55-56, 1997.

CHINTAGUNTA, Pradeep e RAO, Vithala. Pricing Strategies in a Dynamic Duopoly: A Differential Game Model. **Management Science**, v.42, n.11, p. 1501-1514, 1996.

CHINTAGUNTA, Pradeep e PRASAD, Alok. An Empirical Investigation of the "Dynamic McFadden" Model of Purchase Timing and Brand Choice: Implications for Market Structure. **Journal of Business and Economics Statistics**, v.16, n.1, p.2-15. 1998

CHRISTENSEN, Clayton. **The Innovator's Dilemma**. Harper Business, New York, NY, 1997.

COASE, R.H. Durability and Monopoly. **Journal of Law and Economics**, v.15 143-149, 1972.

CONYON, Martin; PECK, Simon e SADLER, Graham. Corporate Tournaments and Executive Compensation: Evidence from the U.K. **Strategic Management Journal**, v. 22 805-815, 2001.

CORSTJENS, Marcel L. e GAUTSCHI, David A.. Formal Choice Models in Marketing. **Marketing Science**. v. 2, p. 19-56, 1983

DESAI, Preyas e PURHOIT, Devavrat. Competition in Durable Goods Markets: The Strategic Consequence of Leasing and Selling. **Marketing Science**, v.18, n.1, p. 42-58, 1999.

ERDEM, Tulin e SUN, Baohong. Testing for Choice Dynamics in Panel Data. **Journal of Business and Economics Statistics**, v. 19, n.2, p. 142-152, 2001.

FADER, Peter. and HARDIE, Bruce. Can We Infer " Trial and Repeat" Numbers from Aggregate Sales Data? **Working Paper**. Wharton School. University of Pennsylvania, 2005.

FEHR , Nils-Henrik von der e Kühn, Kai-Uwe. Coase versus Pacman: Who Eats Whom in the Durable Goods Monopoly? **Journal of Polical Economy**, v.103, n.4, p.785-812, 1995.

FERNANDEZ, Viviana. Decisions to Replace Consumer Durables Goods: An Econometric Application of Wiener and Renewal Processes. **The Review of Economics and Statistics**, v.82, n.3, p. 452-461, 2000.

GELMAN, A., CARLIN, J., STERN, H. e RUBIN, D. **Bayesian Data Analysis**. Chapman & Hall, Boca Raton, USA, 2004.

GROOVE, P.M e THOMPSON, R.F. Habituation: A dual process theory. **Psychology Review**, v. 77, p. 419-450, 1970.

GUADAGNI, Peter M. e LITTLE, John D.C. A Logit Model of Brand Choice Calibrated on Scanner Data. **Marketing Science**, v. 2, n.3, p. 203-238, 1983.

HAAIJER, Rinus e WEDEL, Michel. Habit Persistence in Time Series of Discrete Choice. **Marketing Letters**, v. 12, n.1, p. 25-35, 2001.

HEILMAN, Carrie; BOWMAN, Douglas e WRIGHT, Gordon. The Evolution of Brand Preferences and Choice Behaviors of Consumers New to a Market. **Journal of Marketing Research**, v.37, n.2, p. 139-155, 2000.

HOCH, Stephen e DEIGHTON, John. Managing What Consumers Learn from Experience. **Journal of Marketing**, v. 53, p. 1-20, 1989.

HOPP, Wallace. Ten Most Influential Papers of Management Science's First Fifty Years **Management Science, v.50, n.12, p.** 1763-1763, 2004

KAMAKURA, Wagner e BALASUBRAMANIAN, Siva. Long-term Forecasting with Innovation Diffusion Models: The Impact of Replacement Purchases. **Journal of Forecasting**, v. 6,n.1, p. 1-19, 1987.

KIM, Sang-Hoon e SRINIVASAN, V.. A Multiattribute Model of the Timing of Buyers' Upgrading to Improved Versions of High Technology Products. **Research Paper** . Graduate School of Business, Stanford, CA, 2003.

LAIBSON, David. A Cue-Theory of Consumption. **The Quarterly Journal of Economics**. v.116, n.1, 2001

LERVISKY, Alf-Erik. Simulating and Forecasting the Demand for New Consumer Durables. Swedish School of Economics and Business Administration. **Research Report** # 59, 2004

LEVINTHAL, Daniel e PURHOIT, Devavrat. Durable Goods and Product Obsolescence. **Marketing Science.**, v.8, n.1, p.35-36. 1989.

MAS-COLELL.A. WHISTON, M e GREEN, J. Microeconomic Theory. Oxford University Press, Oxford, 2000.

MCALISTER, Leigh. A Dynamic Attribute Satiation Model of Variety-seeking Behavior. **Journal of Consumer Research**, v.9, p. 141-150, 1982.

MAHAJAN, Vijay; MULLER, Eitan e WIND, Yoram. New-Product Diffusion Models: From Theory to Practice. In: MAHAJAN, Vijay; MULLER, Eitan e WIND, Yoram. 2000. **New-Product Diffusion Models**. International Series in Quantitative *Marketing*. Kluwer Academic Publishers, Norwell, MA, 2000.

MCSWEENEY, Frances; HINSON, John e CANNON, Cari. Sensitization-Habituation May Occur During Operational Conditioning. **Psychological Bulletin**, v.**120, n.**2, p.256-271, 1996.

MELA, Carl, JEDIDI, Kamel e BOWMAN, Douglas. The Long-Term Impact of Promotions on Consumer Stockpiling Behavior. **Journal of Marketing Research**, v.35, n.2, p.250-262, 1998.

MESAK, Hani e BERG, William. Incorporating Price and Replacement Purchases in New Product Diffusion Models for Consumer Durables. **Decision Sciences,** v.25, n.4, p. 425-449, 1995

MOORTHY, K. Sridhat. Product and Price Competition in a Duopoly. **Management Science**, v.**7**, n.2, p. 141-168, 1988.

NEVO, Aviv. A Practitioner's Guide to Estimation of Random Coefficients Logit Models of Demand. **Journal of Economics and Management Strategy**, v.**9**, n.4, p. 513-548, 2000.

OLSON, J. e CHOI, S. A Product Diffusion Model Incorporating Repeat Purchases. **Technological Forecasting and Social Change**, v.27, p.385-37, 1985.

PRESSMAN, Aaron. Wheels of Fortune. Business Week, p. 132-134, 6 de setembro de 2005.

RATCHFORD, Brian, BALASUBRAMANIAN, Siva e KAMAKURA, Wagner. Diffusion Models with Replacement and Multiple Purchases. IN: MAHAJAN, Vijay; MULLER, Eitan e WIND, Yoram. 2000. **New-Product Diffusion Models**. International Series in Quantitative *Marketing*. Kluwer Academic Publishers, Norwell, MA, 2000.

ROSS, Sheldon. **Probability Models**. Academic Press/Elsevier, San Diego, USA, 2003.

ROSSI, Peter, ALLENBY, Greg e MCCULLOCH, Robert. **Bayesian Statistics and Marketing.** Wiley Series in Probability and Statistics. John Wiley & Sons, Ltd. West Sussex, Inglaterra, 2006

SEETHARAMAN, P.B Modeling Multiple Sources of State Dependence in Random Utility Models: A Distributed Lag Approach. **Marketing Science**, v.**23**, n.2, p. 263-271, 2004.

SEETHARAMAN, P.B., AINSLE, Andrew e CHINTAGUNTA, Pradeep. **Investigating Household State Dependence Effects Across Categories**. Journal of *Marketing* Research, v.**36**, n.4, p.488-500, 1999.

SHUGAN, Steven. Monopoly Models, and Why we Need Them. **Marketing Science**, v.21, n.3, p. 223-228. 2002

SHUGAN, Steven.\. Endogeneity in Marketing Decision Models. **Marketing Science***,* v. 23, n.1, p.1-3.2004

SHY, Oz. **Industrial Organization – Theory and Applications.** The MIT Press. Cambridge, MA, 1995.

STEFFENS, Paul. An Aggregate Sales Model for Consumer Durables Incorporating a Time-Varying Mean Replacement Age. **Journal of Forecasting**, v.20, p.63-77, 2001.

STIGLER, George e BECKER,Gary. De Gustibus Non Est Disputandum, **American Economic Review**, v. 6, n.2, 1977.

SUDHIR, K. Competitive Pricing Behavior in the Auto Market: A Structural Analysis. **Marketing Science**, v.20, n.1, p. 42-60, 2001.

SUN, Baohong; NESLIN, Scott e SRINIVASAN, Kannan. Measuring the Impact of Promotions when Consumers are Forward Looking. **Journal of Marketing Research**, v.15, n.4, p. 389-405, 2003.

TIROLE, Jean**. The Theory of Industrial Organization**. The MIT Press, Cambridge, MA, 2003.

THOMPSON, Debora Vianna, Hamilton, Rebecca and Roland T. Rust. Feature Fatigue: When Product Capabilities Become Too Much of a Good Thing. **Journal of Marketing Research**, v.42, p. 431-442, 2005.

THURSTONE, L. A Law of Comparative Judgments. **Psychological Review**, v.34, 273-286, 1927

VILLAS-BOAS, Miguel. Consumer Learning, Brand Loyalty and Competition. **Marketing Science**, v.**23**, n.1, p. 134-145, 2004.

WATHIEU, Luc. Consumer Habituation. **Management Science**, v.50, n.5, p., 587-596, 2004.

YOUN, N. SONG, I. e MACLACHLAN, D. A Multi-category Approach to Modeling Consumer Preference Evolution: The Case of Sporting Goods. Presentation at **2005 Marketing Dynamics Conference**, UCDavis, Sacramento, CA, 2005.

8. APÊNDICES

Parameters for SCENARIO C - U-SHAPED AT RATE OF 0.07

```
MainParameters := Module[{},
  Clear[α, MC, X, P];
  R0 = 1          (* Intercept of Costs *);
  R1 = 0.4        (* Slope of Costs *) ;
  R2 = 0.05       (* coefficient of Costs^2  *);
  α  = {0.47, 0.4, 0.33, 0.26, 0.19, 0.12, 0.19, 0.26, 0.33, 0.4}
 (* Price sensitivity   *);
  β0 = -14.9       (* Customer-specific preference: inovation coef. *);
  β1 = 1.4        ;
  H  = 100 ;       (* size of market *)
  TotalofRounds = 10;
  MC = R0 + R1 X + R2 (X^2);
  ]
```

(* Function - ClearDataStructures *)

```
(* ****************************************************************   *)
(* Function: CLEARDATASTRUCTURES                                      *)
(* Description:Starts and loads the global flags, functions & counters   *)
(* Called: only once, in the beginning of the program                 *)
(* Creates the MapofProbabilities, which is just a tool to find out what *)
(*  the teorethical probs of purchase in each round, regardless previous *)
(*  consumption. The actual consumption is taken into account only at    *)
(*  the PathsofPurchasess matrix, which has all the paths of consumptions,   *)
(*  which allows to know when we can use the probs from MapofProbabilities*)
(*  and when we have to simply substitute it by 0 (X<Xlast for example)  *)
(*      Matrix Results: 1-round;  2-profit; 3-X; 4- P; 5-totalsales;     *)
(*              6-trials;7-price elasticity 8-performance elasticity     *)
(* **************************************************************** *)
ClearDataStructures := Module[{},
   Clear[MapofProbabilities, Purchase,
   ListofResults1, ListofResults2, PerformanceElasticity,
         PriceElasticity, RatioXP, CheckSum];
   MainParameters[];
   CurrentRound = 1;
   MapofProbabilities = Table[{0, 0, 0, 0 }, {TotalofRounds}, {TotalofRounds}];
   allcombinations[lst_List, lng_Integer?NonNegative] :=
                Flatten[Outer[List, Sequence @@ Table[lst, {lng}]], lng - 1];

   (*the FindLast1 function receives a
    list of 0 and 1 and returns the position of the last 1*)
   FindLast1[lista_] := First[Last[Sort[Position[lista, 1] ] ]];

   CheckSum =  Table[{0, 0}, {TotalofRounds}];
   CheckSum[[1]] = {1, 1} (* first round is not checked since it will always be one*);
   Results =  Table[{0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0 }, {TotalofRounds}];
  ]
```

(* Function - Initialize Round *)

```
(* ******************************************************************* *)
(* Function: INITIALIZEROUND                                             *)
(*                                                                       *)
(* Description: Clears and re-starts round-specific variables & counters *)
(* Called: at the beginning of each round                                *)
(* ******************************************************************* *)

InitializeRound := Module[{},
   Clear[μ, S, Profit, X, P, ShareExpression, PathsofPurchases, Combs, WhichPurchase];
   WhichPurchase = 1;
 ]
```

(* Function - CreateLeaves (equations are here!) *)

```
(* *******************************************************************    *)
(* Function: CREATE NEW LEAVES                                              *)
(* Description: Grow the next level of the tree (in a matrix) by creating &  *)
(*     filling a new row of MapofProbabilities with proper α,μ and S        *)
(*     equations, which is done 1 per purchase level in a specific round.    *)
(* Called: at the beginning of each round                                   *)
(* *******************************************************************    *)
CreateLeaves := Module[{},

  For[WhichPurchase = 1, WhichPurchase ≤ CurrentRound, WhichPurchase++,

    (*  building α equation   *)
    MapofProbabilities[[CurrentRound, WhichPurchase, 1]] = α[[WhichPurchase]] ;

    (*setting  μ equation                    *)
    MapofProbabilities[[CurrentRound, WhichPurchase, 2]] =
            β0 + β1 X -
      MapofProbabilities[[CurrentRound,  WhichPurchase, 1]] P;

    (*  setting S equation                   *)
    MapofProbabilities[[CurrentRound, WhichPurchase, 3]] =
            (E ^ MapofProbabilities[[CurrentRound,  WhichPurchase, 2]]) /
            ((E ^ MapofProbabilities[[CurrentRound, WhichPurchase, 2]]) + 1); ];
 ]
```

(* Function - Initialize Results *)

```
(* ************************************************************** *)
(* Function: INITIALIZE RESULTS                                   *)
(*                                                                *)
(* Description:  Prepare variables for reporting the results      *)
(* Called: at the end of the program, in the beginning of the result  *)
(* ************************************************************** *)
InitializeResults := Module[{},
    Clear[X, P, CurrentRound];
   ListofResults1 =  Table[{{0}}, {TotalofRounds}];
   ListofResults2 =  Table[{{0}}, {TotalofRounds}];
 ]
```

(* Function - Find Paths of Purchases *)

```
(* *****************************************************************  *)
(* Function: FIND PATHS OF PURCHASES                                  *)
(* Description: Finds out the history of all groups of consumers, which is*)
(*              done by opening up all linear combination of possible    *)
(*              paths of purchases. However, for practical reasons, do   *)
(*              not compute their share expression                    *)
 (* Called: at the beginning of each round,after the MapofProbabilities    *)
 (*         has been updated.                                          *)
(* *****************************************************************  *)
FindPathsofPurchases := Module[{},

  (* creates a blank map, filled with {1,0,{0,0,.. 0}}               *)
  PathsofPurchases =
   Table[{1, 0, Table[0, {(CurrentRound - 1)}  ]}, {(2^(CurrentRound - 1))}];

  (* finds linear combinations of 0 and 1 s to represent all groups of
     consumers in this round and store this in the third column of the map*)
  Combs = allcombinations[Range[0, 1], (CurrentRound - 1)];
  For[i = 1, i ≤ 2^(CurrentRound - 1), i++, PathsofPurchases[[i, 3]] = Combs[[i]]  ];

   (* counts how many purchases has each group of customers (row) and
      store this info in the second column of the map                 *)
   For[i = 1, i ≤ 2^(CurrentRound - 1), i++,  (* for all rows *)
     PathsofPurchases[[i, 2]] = Count[PathsofPurchases[[i, 3]], 1]];

   ]
```

(* Function - GetShareExpression *)

```
(* ********************************************************************** *)
(* Function: GET_SHARE _EXPRESSION                                         *)
(* Description: finishes filling the PathsofPurchases: (1) translates the string  *)
(*       of 1 and 0 s of each group of consumers into a string of k and (1-k)  *)
(*       which is stored in the first column of the map, and (2) multiplies   *)
(*       each string of ks by the S formula of the current round, which is    *)
(*       not a specific number yet, just a equation. After all that, put it   *)
(*       together in a single share expression                              *)
(*                                                                          *)
(* Called: once at the beginning of each round,after the MapofProbabilities   *)
(*          and the map have been updated                                   *)
(* ********************************************************************** *)

GetShareExpression := Module [{},

  (****************************************************************************
   *)
  (* Reads the history of purchase (string of 1 s and 0 s) of each group of consumers
    (rows) of the map and translates it into a series of probabilities and theirs
    complements (1-probabilities) in the first column of the map,according to the
     code: 1 →probability  and 0→ (1-probability). All probabilities come from
     the MapofProbabilities *)

  For [i = 1, i <= 2^ (CurrentRound - 1) ,
   i ++, (*FOR ALL ROWS OF THE MAP (GROUPS OF CONSUMERS) *)

   For [i2 = 1, i2 <= (CurrentRound - 1) , i2 ++, (* READS STRING OF 1 AND 0 S (PATH) *)

    (*THIS LOOP CHECKS IF THERE IS A PURCHASE IN CURRENT POSITION OF THE
      STRING. IF YES,IT WILL CONCATENATE THE PROPER k TO THE EXPRESSION
      IN 1 ST COLUMN OF MAP. IF NO,IT WILL CONCATENATE THE PROPER 1-k  *)

     If[PathsofPurchases [[i, 3, i2]] == 1,

       (*    CASE  YES:PUTS K    *)
        PathsofPurchases [[i, 1]] *=
           MapofProbabilities[[ i2,
                         If[ Count[Take [PathsofPurchases[[i, 3]], i2 - 1], 1] > 0,
                           Count[
          Take [PathsofPurchases[[i, 3]], i2 - 1], 1] + 1, 1            ],
                        4]],

              (*SO,
      THE "PROPER K" IS FOUND BY THE FOLLOWING MapofProbabilities COORDINATES:
                    I2:  THE ROUND WHERE THE "1" WAS
         FOUND IN THE STRING OF 1 AND 0 s
```

```
          Count[...]:   THE # OF PURCHASES UNTIL THAT "1" WAS FOUND
                  4: THE FOURTH POSITION, WHICH CORRESPOND TO THE CONSTANT K  *)

        (*    CASE NO:PUTS 1-K    *)
        PathsofPurchases [[i, 1]] *=
          (1 - MapofProbabilities[[ i2,
                        If[ Count[Take [PathsofPurchases[[i, 3]], i2 - 1], 1] > 0,
                          Count[
            Take [PathsofPurchases[[i, 3]], i2 - 1], 1] + 1, 1          ],
                       4]])
       ] (* closing if*)
  ](*closing second for*)
 ]; (*closing first for*)


 (* ********************************************************************************
   *)
 (* CHECKSUM: Checks if everything is ok with the branches*)
 CheckSum[[CurrentRound, 1]] = CurrentRound;
 For [i = 1, i <= 2^(CurrentRound - 1), i++,
  CheckSum [[CurrentRound, 2]] += PathsofPurchases[[i, 1]] ] ;


 (* ********************************************************************************
   *)
 (* INCLUDE CURRENT MARKET SHARE: Multiply each component of share expression by
    the marketshare formula of the current round.For that, it considers the amount
   of total purchases
   (if it's 0,it uses the first column of MapofProbabilities       *)
   For [i = 1, i <= 2^(CurrentRound - 1) , i++,
        PathsofPurchases [[i, 1]] *=
            MapofProbabilities[[CurrentRound,
                        Count [PathsofPurchases[[i, 3]], 1] + 1,
                        3 ]]
     ]; (*closing for*)


 (* ********************************************************************************
   *)
 (* TEST FOR DURABLES: adjust  the probability of each component,by multiplying it
    by 0 if X is less than last purchase's X. Otherwise, it stays the same,  by
    multiplying it by 1. *)

  For [i = 1, i <= 2^(CurrentRound - 1) , i++,
    If [Count[PathsofPurchases[[i, 3]], 1] > 0, (* if there was a purchase previously*)
     PathsofPurchases [[i, 1]] *=
       Boole[SetPrecision[X, 9] >
       SetPrecision[Results [[ FindLast1[PathsofPurchases[[i, 3]]], 2 ]] , 9]
            ]
        ](*end of if*)
      ] (*end of for*)
```

```
  (* ******************************************************************************
     ***** *)
  (*put together all the share
    expressions of the separate groups into a single expression*)
   Clear[ ShareExpression];
ShareExpression = 0;
For [i = 1, i <= 2 ^ (CurrentRound - 1) ,
  i ++, ShareExpression += PathsofPurchases [[i, 1]] ]

](*closing up this function*)
```

(* Function - SaveRoundStatistics *)

```
(* ************************************************************************* *)
(* Function: SAVEROUNDSTATISTICS                                             *)
(* Description: store statistics related to the current round               *)
(* Called: at the end of each round                                          *)
(* ************************************************************************* *)
SaveRoundStatistics := Module[{SalesFirstTrial},

   (*store results of this round in Results vector *)
  Results[[CurrentRound, 1]] = (P - MC) H * ShareExpression; (*  Profit     *)
  Results[[CurrentRound, 2]] = X ;                         (*  Optimal X  *)
  Results[[CurrentRound, 3]] = P ;                         (*  Optimal P  *)

  (* compute all sales for this round*)
  Results[[CurrentRound, 4]] = H * ShareExpression;       (* Sales       *)


  (* IN TWO STEPS, THIS COMPUTES FIRST TRIAL SALES FOR THIS ROUND by finding     *)
  (*  the probability of who never bought before and now is going to buy,        *)
  (*  which is represented in the position: PathsofPurchases[WhoNeverBought,1 ]. *)
  (* ATTENTION: 1) I do not have to multiply by current probability of purchase   *)
  (*            because the PathsofPurchases matrix already came with it!.       *)
  (*            2) if this is the first round, just assume all sales are trials  *)

  If [CurrentRound > 1,

   (*FIRST, finds out where is the group of consumers who never bought until now *)
   WhoNeverBought = anything; (*clears the variable*)
   For [i = 1, i <= 2 ^ (CurrentRound - 1) ,
    i ++, If [PathsofPurchases[[i, 2]] == 0, WhoNeverBought = i] ];

   (*SECOND,gets the probability of those guys that never bought *)
   SalesFirstTrial = PathsofPurchases[[WhoNeverBought, 1 ]]

   (* else, then CurrentRound=1,
    so all sales are first trial, so firsttrial=shareexpression! *)
   , SalesFirstTrial = ShareExpression
   ] ;

  Results[[CurrentRound, 5]] = H * SalesFirstTrial;         (* Trial     *)
  (*Results[[CurrentRound,6]]=   PriceElasticity;           (* Price elast.*)*)
  (*Results[[CurrentRound,7]]=   PerformanceElasticity;     (* Perf. Elast.*)*)
  Results [[CurrentRound, 8]] = MC                         (* Cost*)
 ]
```

(* Main Program *)

```
(***************************************************************************)
(*                                                                         *)
(*                         PROGRAM STARTS HERE                             *)
(*                                                                         *)
(***************************************************************************)

<< Graphics`MultipleListPlot`;  (*loads graph package*)
Off[General::spell]
Off[NMaximize::precw]

ClearDataStructures[];


(* **********  FIRST ROUND  ************* *)

 InitializeRound [];

 CreateLeaves[];

 ShareExpression = MapofProbabilities [[CurrentRound, 1, 3]];

 Profit = (P - MC) H * ShareExpression;

 Maximum = Maximize [{Profit, X > 0 && P > 0}, {X, P}]     (* computes Profit, P and X *)

{72.1179, {P → 47.4128, X → 25.7872}}

 P = Maximum[[2, 1, 2]];

 X = Maximum[[2, 2, 2]];

 (*     store S as constant in the MapofProbabilities       *)
 For [WhichPurchase = 1 , WhichPurchase ≤ CurrentRound,  WhichPurchase++ ,
                              MapofProbabilities [[CurrentRound,
    WhichPurchase, 4]] =
                              MapofProbabilities [[CurrentRound, WhichPurchase, 3]] ]

 SaveRoundStatistics[];

 CurrentRound = CurrentRound + 1;


(* **********  SECOND ROUND  ************* *)

  InitializeRound [];

  CreateLeaves[] ;    (* compute the probabilities for another round*)

  FindPathsofPurchases[] ;
(*create the map with all possibilities but with an empty 1 st column*)
```

```
  GetShareExpression[] ;
(* fills in the first column of map with their probabilities*)

  Profit = (P - MC) H * ShareExpression
```

$$100\,(-1+P-0.4\,X-0.05\,X^2)\left(\frac{0.746852\,e^{-14.9-0.47\,P+1.4\,X}}{1+e^{-14.9-0.47\,P+1.4\,X}}+\frac{0.253148\,e^{-14.9-0.4\,P+1.4\,X}\,\mathrm{Boole}[X>25.7872340]}{1+e^{-14.9-0.4\,P+1.4\,X}}\right)$$

```
  Maximum = Maximize [{Profit, X > 0 && P > 0}, {X, P}]  (* computes Profit, P and X *)
```

{150.083, {P → 60.5821, X → 28.7529}}

```
  P = Maximum[[2, 1, 2]];

  X = Maximum[[2, 2, 2]];

  (*     store S as constant in the MapofProbabilities       *)
  For [WhichPurchase = 1 , WhichPurchase ≤ CurrentRound,  WhichPurchase++ ,
                              MapofProbabilities [[CurrentRound,
    WhichPurchase, 4]] =
                              MapofProbabilities [[CurrentRound, WhichPurchase, 3]] ]

  SaveRoundStatistics[];

  CurrentRound = CurrentRound + 1;


(* **********  THIRD ROUND  ************* *)

  InitializeRound [];

  CreateLeaves[] ;    (* compute the probabilities for another round*)

  FindPathsofPurchases[] ;
(*create the map with all possibilities but with an empty 1 st column*)

  GetShareExpression[] ;
(* fills in the first column of map with their probabilities*)

  Profit = (P - MC) H * ShareExpression
```

$$100\,(-1+P-0.4\,X-0.05\,X^2)\left(\frac{0.715253\,e^{-14.9-0.47\,P+1.4\,X}}{1+e^{-14.9-0.47\,P+1.4\,X}}+\frac{0.0622202\,e^{-14.9-0.4\,P+1.4\,X}\,\mathrm{Boole}[X>25.7872340]}{1+e^{-14.9-0.4\,P+1.4\,X}}+\frac{0.0315985\,e^{-14.9-0.4\,P+1.4\,X}\,\mathrm{Boole}[X>28.7528918]}{1+e^{-14.9-0.4\,P+1.4\,X}}+\frac{0.190928\,e^{-14.9-0.33\,P+1.4\,X}\,\mathrm{Boole}[X>28.7528918]}{1+e^{-14.9-0.33\,P+1.4\,X}}\right)$$

```
  Maximum = Maximize [{Profit, X > 0 && P > 0}, {X, P}]   (* computes Profit, P and X *)
```

{364.535, {P → 111.853, X → 38.33}}

```
  P = Maximum[[2, 1, 2]];
```

```
X = Maximum[[2, 2, 2]];

(*     store S as constant in the MapofProbabilities       *)
For [WhichPurchase = 1 , WhichPurchase ≤ CurrentRound,  WhichPurchase++ ,
                              MapofProbabilities [[CurrentRound,
  WhichPurchase, 4]] =
                              MapofProbabilities [[CurrentRound, WhichPurchase, 3]] ]

SaveRoundStatistics[];

CurrentRound = CurrentRound + 1;   ;


(* **********  FOURTH ROUND  ************* *)

InitializeRound [];

CreateLeaves[] ;    (* compute the probabilities for another round*)

FindPathsofPurchases[] ;
(*create the map with all possibilities but with an empty 1 st column*)

GetShareExpression[] ;
(* fills in the first column of map with their probabilities*)

Profit = (P - MC) H * ShareExpression
```

$$100\,(-1 + P - 0.4\,X - 0.05\,X^2)\left(\frac{0.715252\,e^{-14.9-0.47\,P+1.4\,X}}{1 + e^{-14.9-0.47\,P+1.4\,X}} + \frac{0.0620631\,e^{-14.9-0.4\,P+1.4\,X}\,\mathrm{Boole}[X > 25.7872340]}{1 + e^{-14.9-0.4\,P+1.4\,X}} + \frac{0.0315187\,e^{-14.9-0.4\,P+1.4\,X}\,\mathrm{Boole}[X > 28.7528918]}{1 + e^{-14.9-0.4\,P+1.4\,X}} + \frac{0.0259305\,e^{-14.9-0.33\,P+1.4\,X}\,\mathrm{Boole}[X > 28.7528918]}{1 + e^{-14.9-0.33\,P+1.4\,X}} + \frac{7.19991\times 10^{-7}\,e^{-14.9-0.4\,P+1.4\,X}\,\mathrm{Boole}[X > 38.3300002]}{1 + e^{-14.9-0.4\,P+1.4\,X}} + \frac{0.000236842\,e^{-14.9-0.33\,P+1.4\,X}\,\mathrm{Boole}[X > 38.3300002]}{1 + e^{-14.9-0.33\,P+1.4\,X}} + \frac{0.164998\,e^{-14.9-0.26\,P+1.4\,X}\,\mathrm{Boole}[X > 38.3300002]}{1 + e^{-14.9-0.26\,P+1.4\,X}}\right)$$

```
Maximum = Maximize [{Profit, X > 0 && P > 0}, {X, P}]     (* computes Profit, P and X *)

{858.943, {P → 201.072, X → 49.8458}}

P = Maximum[[2, 1, 2]];

X = Maximum[[2, 2, 2]];

(*     store S as constant in the MapofProbabilities       *)
For [WhichPurchase = 1 , WhichPurchase ≤ CurrentRound,  WhichPurchase++ ,
                              MapofProbabilities [[CurrentRound,
  WhichPurchase, 4]] =
                              MapofProbabilities [[CurrentRound, WhichPurchase, 3]] ]
```

```
SaveRoundStatistics[];

CurrentRound = CurrentRound + 1;   ;


(* **********  FIFTH ROUND  ************* *)

InitializeRound [];

CreateLeaves[] ;    (* compute the probabilities for another round*)

FindPathsofPurchases[] ;
(*create the map with all possibilities but with an empty 1 st column*)

GetShareExpression[] ;
(* fills in the first column of map with their probabilities*)

Profit = (P - MC) H * ShareExpression
```

$$100\,(-1 + P - 0.4\,X - 0.05\,X^2)\left(\frac{0.715252\,e^{-14.9-0.47\,P+1.4\,X}}{1+e^{-14.9-0.47\,P+1.4\,X}} + \frac{0.0620631\,e^{-14.9-0.4\,P+1.4\,X}\,\mathrm{Boole}[X > 25.7872340]}{1+e^{-14.9-0.4\,P+1.4\,X}} + \frac{0.0315187\,e^{-14.9-0.4\,P+1.4\,X}\,\mathrm{Boole}[X > 28.7528918]}{1+e^{-14.9-0.4\,P+1.4\,X}} + \frac{0.0259302\,e^{-14.9-0.33\,P+1.4\,X}\,\mathrm{Boole}[X > 28.7528918]}{1+e^{-14.9-0.33\,P+1.4\,X}} + \frac{7.19991\times10^{-7}\,e^{-14.9-0.4\,P+1.4\,X}\,\mathrm{Boole}[X > 38.3300002]}{1+e^{-14.9-0.4\,P+1.4\,X}} + \frac{0.00023684\,e^{-14.9-0.33\,P+1.4\,X}\,\mathrm{Boole}[X > 38.3300002]}{1+e^{-14.9-0.33\,P+1.4\,X}} + \frac{0.0113514\,e^{-14.9-0.26\,P+1.4\,X}\,\mathrm{Boole}[X > 38.3300002]}{1+e^{-14.9-0.26\,P+1.4\,X}} + \frac{4.44401\times10^{-18}\,e^{-14.9-0.4\,P+1.4\,X}\,\mathrm{Boole}[X > 49.8457772]}{1+e^{-14.9-0.4\,P+1.4\,X}} + \frac{7.53754\times10^{-13}\,e^{-14.9-0.33\,P+1.4\,X}\,\mathrm{Boole}[X > 49.8457772]}{1+e^{-14.9-0.33\,P+1.4\,X}} + \frac{2.73217\times10^{-7}\,e^{-14.9-0.26\,P+1.4\,X}\,\mathrm{Boole}[X > 49.8457772]}{1+e^{-14.9-0.26\,P+1.4\,X}} + \frac{0.153646\,e^{-14.9-0.19\,P+1.4\,X}\,\mathrm{Boole}[X > 49.8457772]}{1+e^{-14.9-0.19\,P+1.4\,X}}\right)$$

```
Maximum = Maximize [{Profit, X > 0 && P > 0}, {X, P}]     (* computes Profit, P and X *)

{2163.52, {P → 417.743, X → 69.6842}}

P = Maximum[[2, 1, 2]];

X = Maximum[[2, 2, 2]];

(*     store S as constant in the MapofProbabilities       *)
For [WhichPurchase = 1 , WhichPurchase ≤ CurrentRound,  WhichPurchase++ ,
                              MapofProbabilities [[CurrentRound,
   WhichPurchase, 4]] =
                              MapofProbabilities [[CurrentRound, WhichPurchase, 3]] ]
```

```
  SaveRoundStatistics[];

  CurrentRound = CurrentRound + 1;   ;


(* **********  SIXTH ROUND  ************* *)

  InitializeRound [];

  CreateLeaves[] ;    (* compute the probabilities for another round*)

  FindPathsofPurchases[] ;
(*create the map with all possibilities but with an empty 1 st column*)

  GetShareExpression[] ;
(* fills in the first column of map with their probabilities*)

  Profit = (P - MC) H * ShareExpression
```

$$
\begin{aligned}
&100\,(-1 + P - 0.4\,X - 0.05\,X^2)\\
&\Bigg(\frac{0.715252\,e^{-14.9-0.47P+1.4X}}{1 + e^{-14.9-0.47P+1.4X}} + \frac{0.0620631\,e^{-14.9-0.4P+1.4X}\,\text{Boole}[X > 25.7872340]}{1 + e^{-14.9-0.4P+1.4X}} +\\
&\frac{0.0315187\,e^{-14.9-0.4P+1.4X}\,\text{Boole}[X > 28.7528918]}{1 + e^{-14.9-0.4P+1.4X}} +\\
&\frac{0.0259302\,e^{-14.9-0.33P+1.4X}\,\text{Boole}[X > 28.7528918]}{1 + e^{-14.9-0.33P+1.4X}} +\\
&\frac{7.19991\times 10^{-7}\,e^{-14.9-0.4P+1.4X}\,\text{Boole}[X > 38.3300002]}{1 + e^{-14.9-0.4P+1.4X}} +\\
&\frac{0.00023684\,e^{-14.9-0.33P+1.4X}\,\text{Boole}[X > 38.3300002]}{1 + e^{-14.9-0.33P+1.4X}} +\\
&\frac{0.0113514\,e^{-14.9-0.26P+1.4X}\,\text{Boole}[X > 38.3300002]}{1 + e^{-14.9-0.26P+1.4X}} +\\
&\frac{4.44401\times 10^{-18}\,e^{-14.9-0.4P+1.4X}\,\text{Boole}[X > 49.8457772]}{1 + e^{-14.9-0.4P+1.4X}} +\\
&\frac{7.53754\times 10^{-13}\,e^{-14.9-0.33P+1.4X}\,\text{Boole}[X > 49.8457772]}{1 + e^{-14.9-0.33P+1.4X}} +\\
&\frac{2.73217\times 10^{-7}\,e^{-14.9-0.26P+1.4X}\,\text{Boole}[X > 49.8457772]}{1 + e^{-14.9-0.26P+1.4X}} +\\
&\frac{0.00553596\,e^{-14.9-0.19P+1.4X}\,\text{Boole}[X > 49.8457772]}{1 + e^{-14.9-0.19P+1.4X}} +\\
&\frac{3.04268\times 10^{-50}\,e^{-14.9-0.4P+1.4X}\,\text{Boole}[X > 69.6842128]}{1 + e^{-14.9-0.4P+1.4X}} +\\
&\frac{1.99361\times 10^{-38}\,e^{-14.9-0.33P+1.4X}\,\text{Boole}[X > 69.6842128]}{1 + e^{-14.9-0.33P+1.4X}} +\\
&\frac{2.79158\times 10^{-26}\,e^{-14.9-0.26P+1.4X}\,\text{Boole}[X > 69.6842128]}{1 + e^{-14.9-0.26P+1.4X}} +\\
&\frac{6.06463\times 10^{-14}\,e^{-14.9-0.19P+1.4X}\,\text{Boole}[X > 69.6842128]}{1 + e^{-14.9-0.19P+1.4X}} +\\
&\frac{0.14811\,e^{-14.9-0.12P+1.4X}\,\text{Boole}[X > 69.6842128]}{1 + e^{-14.9-0.12P+1.4X}}\Bigg)
\end{aligned}
$$

```
  Maximum = Maximize [{Profit, X > 0 && P > 0}, {X, P}]     (* computes Profit, P and X *)
```

{6926.04, {P → 1156.72, X → 112.667}}

```
  P = Maximum[[2, 1, 2]];

  X = Maximum[[2, 2, 2]];

  (*     store S as constant in the MapofProbabilities       *)
  For [WhichPurchase = 1 , WhichPurchase ≤ CurrentRound,  WhichPurchase++ ,
                                MapofProbabilities [[CurrentRound,
    WhichPurchase, 4]] =
                                MapofProbabilities [[CurrentRound, WhichPurchase, 3]] ]

  SaveRoundStatistics[];

  CurrentRound = CurrentRound + 1;   ;


(* **********  SEVENTH ROUND  ************* *)

  InitializeRound [];

  CreateLeaves[] ;    (* compute the probabilities for another round*)

  FindPathsofPurchases[] ;
(*create the map with all possibilities but with an empty 1 st column*)

  GetShareExpression[] ;
(* fills in the first column of map with their probabilities*)
```

```
Profit = (P - MC) H * ShareExpression
```

$$100\left(-1+P-0.4X-0.05X^2\right)\left(\frac{0.715252\,e^{-14.9-0.47P+1.4X}}{1+e^{-14.9-0.47P+1.4X}}+\frac{0.0620631\,e^{-14.9-0.4P+1.4X}\,\text{Boole}[X>25.7872340]}{1+e^{-14.9-0.4P+1.4X}}+\right.$$
$$\frac{0.0315187\,e^{-14.9-0.4P+1.4X}\,\text{Boole}[X>28.7528918]}{1+e^{-14.9-0.4P+1.4X}}+$$
$$\frac{0.0259302\,e^{-14.9-0.33P+1.4X}\,\text{Boole}[X>28.7528918]}{1+e^{-14.9-0.33P+1.4X}}+$$
$$\frac{7.19991\times10^{-7}\,e^{-14.9-0.4P+1.4X}\,\text{Boole}[X>38.3300002]}{1+e^{-14.9-0.4P+1.4X}}+$$
$$\frac{0.00023684\,e^{-14.9-0.33P+1.4X}\,\text{Boole}[X>38.3300002]}{1+e^{-14.9-0.33P+1.4X}}+$$
$$\frac{0.0113514\,e^{-14.9-0.26P+1.4X}\,\text{Boole}[X>38.3300002]}{1+e^{-14.9-0.26P+1.4X}}+$$
$$\frac{4.44401\times10^{-18}\,e^{-14.9-0.4P+1.4X}\,\text{Boole}[X>49.8457772]}{1+e^{-14.9-0.4P+1.4X}}+$$
$$\frac{7.53754\times10^{-13}\,e^{-14.9-0.33P+1.4X}\,\text{Boole}[X>49.8457772]}{1+e^{-14.9-0.33P+1.4X}}+$$
$$\frac{2.73217\times10^{-7}\,e^{-14.9-0.26P+1.4X}\,\text{Boole}[X>49.8457772]}{1+e^{-14.9-0.26P+1.4X}}+$$
$$\frac{0.00553596\,e^{-14.9-0.19P+1.4X}\,\text{Boole}[X>49.8457772]}{1+e^{-14.9-0.19P+1.4X}}+$$
$$\frac{3.04268\times10^{-50}\,e^{-14.9-0.4P+1.4X}\,\text{Boole}[X>69.6842128]}{1+e^{-14.9-0.4P+1.4X}}+$$
$$\frac{1.99361\times10^{-38}\,e^{-14.9-0.33P+1.4X}\,\text{Boole}[X>69.6842128]}{1+e^{-14.9-0.33P+1.4X}}+$$
$$\frac{2.79158\times10^{-26}\,e^{-14.9-0.26P+1.4X}\,\text{Boole}[X>69.6842128]}{1+e^{-14.9-0.26P+1.4X}}+$$
$$\frac{6.06463\times10^{-14}\,e^{-14.9-0.19P+1.4X}\,\text{Boole}[X>69.6842128]}{1+e^{-14.9-0.19P+1.4X}}+$$
$$\frac{0.00259319\,e^{-14.9-0.12P+1.4X}\,\text{Boole}[X>69.6842128]}{1+e^{-14.9-0.12P+1.4X}}+$$
$$\frac{6.0151\times10^{-175}\,e^{-14.9-0.4P+1.4X}\,\text{Boole}[X>112.666613]}{1+e^{-14.9-0.4P+1.4X}}+$$
$$\frac{1.15037\times10^{-140}\,e^{-14.9-0.33P+1.4X}\,\text{Boole}[X>112.666613]}{1+e^{-14.9-0.33P+1.4X}}+$$
$$\frac{4.70173\times10^{-106}\,e^{-14.9-0.26P+1.4X}\,\text{Boole}[X>112.666613]}{1+e^{-14.9-0.26P+1.4X}}+$$
$$\frac{0.145517\,e^{-14.9-0.19P+1.4X}\,\text{Boole}[X>112.666613]}{1+e^{-14.9-0.19P+1.4X}}+$$
$$\left.\frac{2.12527\times10^{-36}\,e^{-14.9-0.12P+1.4X}\,\text{Boole}[X>112.666613]}{1+e^{-14.9-0.12P+1.4X}}\right)$$

```
Maximum = Maximize [{Profit, X > 0 && P > 0}, {X, P}]     (* computes Profit, P and X *)
```

{121.265, {P → 1156.72, X → 112.667}}

```
P = Maximum[[2, 1, 2]];

X = Maximum[[2, 2, 2]];
```

```
 (*     store S as constant in the MapofProbabilities       *)
 For [WhichPurchase = 1 , WhichPurchase ≤ CurrentRound,  WhichPurchase++ ,
                                MapofProbabilities [[CurrentRound,
   WhichPurchase, 4]] =
                                MapofProbabilities [[CurrentRound, WhichPurchase, 3]] ]

  SaveRoundStatistics[];

  CurrentRound = CurrentRound + 1;   ;


(* **********  EIGHT ROUND  ************* *)

  InitializeRound [];

  CreateLeaves[] ;    (* compute the probabilities for another round*)

  FindPathsofPurchases[] ;
(*create the map with all possibilities but with an empty 1 st column*)

  GetShareExpression[] ;
(* fills in the first column of map with their probabilities*)
```

```
Profit = (P - MC) H * ShareExpression
```

$$
\begin{aligned}
&100\,(-1+P-0.4\,X-0.05\,X^2)\\
&\left(\frac{0.715252\,e^{-14.9-0.47\,P+1.4\,X}}{1+e^{-14.9-0.47\,P+1.4\,X}}+\frac{0.0620631\,e^{-14.9-0.4\,P+1.4\,X}\,\mathrm{Boole}[X>25.7872340]}{1+e^{-14.9-0.4\,P+1.4\,X}}+\right.\\
&\frac{0.0315187\,e^{-14.9-0.4\,P+1.4\,X}\,\mathrm{Boole}[X>28.7528918]}{1+e^{-14.9-0.4\,P+1.4\,X}}+\\
&\frac{0.0259302\,e^{-14.9-0.33\,P+1.4\,X}\,\mathrm{Boole}[X>28.7528918]}{1+e^{-14.9-0.33\,P+1.4\,X}}+\\
&\frac{7.19991\times10^{-7}\,e^{-14.9-0.4\,P+1.4\,X}\,\mathrm{Boole}[X>38.3300002]}{1+e^{-14.9-0.4\,P+1.4\,X}}+\\
&\frac{0.00023684\,e^{-14.9-0.33\,P+1.4\,X}\,\mathrm{Boole}[X>38.3300002]}{1+e^{-14.9-0.33\,P+1.4\,X}}+\\
&\frac{0.0113514\,e^{-14.9-0.26\,P+1.4\,X}\,\mathrm{Boole}[X>38.3300002]}{1+e^{-14.9-0.26\,P+1.4\,X}}+\\
&\frac{4.44401\times10^{-18}\,e^{-14.9-0.4\,P+1.4\,X}\,\mathrm{Boole}[X>49.8457772]}{1+e^{-14.9-0.4\,P+1.4\,X}}+\\
&\frac{7.53754\times10^{-13}\,e^{-14.9-0.33\,P+1.4\,X}\,\mathrm{Boole}[X>49.8457772]}{1+e^{-14.9-0.33\,P+1.4\,X}}+\\
&\frac{2.73217\times10^{-7}\,e^{-14.9-0.26\,P+1.4\,X}\,\mathrm{Boole}[X>49.8457772]}{1+e^{-14.9-0.26\,P+1.4\,X}}+\\
&\frac{0.00553596\,e^{-14.9-0.19\,P+1.4\,X}\,\mathrm{Boole}[X>49.8457772]}{1+e^{-14.9-0.19\,P+1.4\,X}}+\\
&\frac{3.04268\times10^{-50}\,e^{-14.9-0.4\,P+1.4\,X}\,\mathrm{Boole}[X>69.6842128]}{1+e^{-14.9-0.4\,P+1.4\,X}}+\\
&\frac{1.99361\times10^{-38}\,e^{-14.9-0.33\,P+1.4\,X}\,\mathrm{Boole}[X>69.6842128]}{1+e^{-14.9-0.33\,P+1.4\,X}}+\\
&\frac{2.79158\times10^{-26}\,e^{-14.9-0.26\,P+1.4\,X}\,\mathrm{Boole}[X>69.6842128]}{1+e^{-14.9-0.26\,P+1.4\,X}}+\\
&\frac{6.06463\times10^{-14}\,e^{-14.9-0.19\,P+1.4\,X}\,\mathrm{Boole}[X>69.6842128]}{1+e^{-14.9-0.19\,P+1.4\,X}}+\\
&\frac{0.0000454027\,e^{-14.9-0.12\,P+1.4\,X}\,\mathrm{Boole}[X>69.6842128]}{1+e^{-14.9-0.12\,P+1.4\,X}}+\\
&\frac{6.0151\times10^{-175}\,e^{-14.9-0.4\,P+1.4\,X}\,\mathrm{Boole}[X>112.666613]}{1+e^{-14.9-0.4\,P+1.4\,X}}+\\
&\frac{1.15037\times10^{-140}\,e^{-14.9-0.33\,P+1.4\,X}\,\mathrm{Boole}[X>112.666613]}{1+e^{-14.9-0.33\,P+1.4\,X}}+\\
&\frac{4.70173\times10^{-106}\,e^{-14.9-0.26\,P+1.4\,X}\,\mathrm{Boole}[X>112.666613]}{1+e^{-14.9-0.26\,P+1.4\,X}}+\\
&\frac{0.145517\,e^{-14.9-0.19\,P+1.4\,X}\,\mathrm{Boole}[X>112.666613]}{1+e^{-14.9-0.19\,P+1.4\,X}}+\\
&\frac{3.72101\times10^{-38}\,e^{-14.9-0.12\,P+1.4\,X}\,\mathrm{Boole}[X>112.666613]}{1+e^{-14.9-0.12\,P+1.4\,X}}+\\
&\frac{6.01384\times10^{-175}\,e^{-14.9-0.4\,P+1.4\,X}\,\mathrm{Boole}[X>112.666667]}{1+e^{-14.9-0.4\,P+1.4\,X}}+\\
&\frac{1.15018\times10^{-140}\,e^{-14.9-0.33\,P+1.4\,X}\,\mathrm{Boole}[X>112.666667]}{1+e^{-14.9-0.33\,P+1.4\,X}}+\\
&\frac{5.58621\times10^{-35}\,e^{-14.9-0.26\,P+1.4\,X}\,\mathrm{Boole}[X>112.666667]}{1+e^{-14.9-0.26\,P+1.4\,X}}+\\
&\frac{0.00254779\,e^{-14.9-0.19\,P+1.4\,X}\,\mathrm{Boole}[X>112.666667]}{1+e^{-14.9-0.19\,P+1.4\,X}}+\\
&\left.\frac{2.12518\times10^{-36}\,e^{-14.9-0.12\,P+1.4\,X}\,\mathrm{Boole}[X>112.666667]}{1+e^{-14.9-0.12\,P+1.4\,X}}\right)
\end{aligned}
$$

```
  Maximum = Maximize [{Profit, X > 0 && P > 0}, {X, P}]     (* computes Profit, P and X *)
{822.461, {P → 739.548, X → 112.667}}

  P = Maximum[[2, 1, 2]];

  X = Maximum[[2, 2, 2]];

  (*     store S as constant in the MapofProbabilities       *)
  For [WhichPurchase = 1 , WhichPurchase ≤ CurrentRound,  WhichPurchase++ ,
                                MapofProbabilities [[CurrentRound,
    WhichPurchase, 4]] =
                                MapofProbabilities [[CurrentRound, WhichPurchase, 3]] ]

  SaveRoundStatistics[];

  CurrentRound = CurrentRound + 1;   ;


(* **********  NINETH ROUND  ************* *)

  InitializeRound [];

  CreateLeaves[] ;    (* compute the probabilities for another round*)

  FindPathsofPurchases[] ;
(*create the map with all possibilities but with an empty 1 st column*)

  GetShareExpression[] ;
(* fills in the first column of map with their probabilities*)
```

```
Profit = (P - MC) H * ShareExpression
```

$$
\begin{aligned}
&100\,(-1 + P - 0.4\,X - 0.05\,X^2) \\
&\Bigg(\frac{0.715252\,e^{-14.9-0.47\,P+1.4\,X}}{1 + e^{-14.9-0.47\,P+1.4\,X}} + \frac{0.0620631\,e^{-14.9-0.4\,P+1.4\,X}\,\mathrm{Boole}[X > 25.7872340]}{1 + e^{-14.9-0.4\,P+1.4\,X}} + \\
&\frac{0.0315187\,e^{-14.9-0.4\,P+1.4\,X}\,\mathrm{Boole}[X > 28.7528918]}{1 + e^{-14.9-0.4\,P+1.4\,X}} + \\
&\frac{0.0259302\,e^{-14.9-0.33\,P+1.4\,X}\,\mathrm{Boole}[X > 28.7528918]}{1 + e^{-14.9-0.33\,P+1.4\,X}} + \\
&\frac{7.19991\times 10^{-7}\,e^{-14.9-0.4\,P+1.4\,X}\,\mathrm{Boole}[X > 38.3300002]}{1 + e^{-14.9-0.4\,P+1.4\,X}} + \\
&\frac{0.00023684\,e^{-14.9-0.33\,P+1.4\,X}\,\mathrm{Boole}[X > 38.3300002]}{1 + e^{-14.9-0.33\,P+1.4\,X}} + \\
&\frac{0.0113514\,e^{-14.9-0.26\,P+1.4\,X}\,\mathrm{Boole}[X > 38.3300002]}{1 + e^{-14.9-0.26\,P+1.4\,X}} + \\
&\frac{4.44401\times 10^{-18}\,e^{-14.9-0.4\,P+1.4\,X}\,\mathrm{Boole}[X > 49.8457772]}{1 + e^{-14.9-0.4\,P+1.4\,X}} + \\
&\frac{7.53754\times 10^{-13}\,e^{-14.9-0.33\,P+1.4\,X}\,\mathrm{Boole}[X > 49.8457772]}{1 + e^{-14.9-0.33\,P+1.4\,X}} + \\
&\frac{2.73217\times 10^{-7}\,e^{-14.9-0.26\,P+1.4\,X}\,\mathrm{Boole}[X > 49.8457772]}{1 + e^{-14.9-0.26\,P+1.4\,X}} + \\
&\frac{0.000495742\,e^{-14.9-0.19\,P+1.4\,X}\,\mathrm{Boole}[X > 49.8457772]}{1 + e^{-14.9-0.19\,P+1.4\,X}} + \\
&\frac{3.04268\times 10^{-50}\,e^{-14.9-0.4\,P+1.4\,X}\,\mathrm{Boole}[X > 69.6842128]}{1 + e^{-14.9-0.4\,P+1.4\,X}} + \\
&\frac{1.99361\times 10^{-38}\,e^{-14.9-0.33\,P+1.4\,X}\,\mathrm{Boole}[X > 69.6842128]}{1 + e^{-14.9-0.33\,P+1.4\,X}} + \\
&\frac{2.79158\times 10^{-26}\,e^{-14.9-0.26\,P+1.4\,X}\,\mathrm{Boole}[X > 69.6842128]}{1 + e^{-14.9-0.26\,P+1.4\,X}} + \\
&\frac{5.43085\times 10^{-15}\,e^{-14.9-0.19\,P+1.4\,X}\,\mathrm{Boole}[X > 69.6842128]}{1 + e^{-14.9-0.19\,P+1.4\,X}} + \\
&\frac{0.\,e^{-14.9-0.12\,P+1.4\,X}\,\mathrm{Boole}[X > 69.6842128]}{1 + e^{-14.9-0.12\,P+1.4\,X}} + \\
&\frac{6.0151\times 10^{-175}\,e^{-14.9-0.4\,P+1.4\,X}\,\mathrm{Boole}[X > 112.666613]}{1 + e^{-14.9-0.4\,P+1.4\,X}} + \\
&\frac{1.15037\times 10^{-140}\,e^{-14.9-0.33\,P+1.4\,X}\,\mathrm{Boole}[X > 112.666613]}{1 + e^{-14.9-0.33\,P+1.4\,X}} + \\
&\frac{4.70173\times 10^{-106}\,e^{-14.9-0.26\,P+1.4\,X}\,\mathrm{Boole}[X > 112.666613]}{1 + e^{-14.9-0.26\,P+1.4\,X}} + \\
&\frac{0.013031\,e^{-14.9-0.19\,P+1.4\,X}\,\mathrm{Boole}[X > 112.666613]}{1 + e^{-14.9-0.19\,P+1.4\,X}} + \frac{0.\,e^{-14.9-0.12\,P+1.4\,X}\,\mathrm{Boole}[X > 112.666613]}{1 + e^{-14.9-0.12\,P+1.4\,X}} + \\
&\frac{8.52625\times 10^{-90}\,e^{-14.9-0.4\,P+1.4\,X}\,\mathrm{Boole}[X > 112.666667]}{1 + e^{-14.9-0.4\,P+1.4\,X}} + \\
&\frac{1.8689\times 10^{-56}\,e^{-14.9-0.33\,P+1.4\,X}\,\mathrm{Boole}[X > 112.666667]}{1 + e^{-14.9-0.33\,P+1.4\,X}} + \\
&\frac{0.134806\,e^{-14.9-0.26\,P+1.4\,X}\,\mathrm{Boole}[X > 112.666667]}{1 + e^{-14.9-0.26\,P+1.4\,X}} + \\
&\frac{0.000273556\,e^{-14.9-0.19\,P+1.4\,X}\,\mathrm{Boole}[X > 112.666667]}{1 + e^{-14.9-0.19\,P+1.4\,X}} + \\
&\frac{0.00504021\,e^{-14.9-0.12\,P+1.4\,X}\,\mathrm{Boole}[X > 112.666667]}{1 + e^{-14.9-0.12\,P+1.4\,X}}\Bigg)
\end{aligned}
$$

```
Maximum = Maximize [{Profit, X > 0 && P > 0}, {X, P}]    (* computes Profit, P and X *)
```

{235.694, {P → 1156.72, X → 112.667}}

```
P = Maximum[[2, 1, 2]];

X = Maximum[[2, 2, 2]];

(*     store S as constant in the MapofProbabilities       *)
For [WhichPurchase = 1 , WhichPurchase ≤ CurrentRound,  WhichPurchase++ ,
                              MapofProbabilities [[CurrentRound,
  WhichPurchase, 4]] =
                              MapofProbabilities [[CurrentRound, WhichPurchase, 3]] ]

SaveRoundStatistics[];

CurrentRound = CurrentRound + 1;   ;


(* **********  TENTH ROUND  ************* *)

InitializeRound [];

CreateLeaves[] ;    (* compute the probabilities for another round *)

FindPathsofPurchases[] ;
(* create the map with all possibilities but with an empty 1 st column*)

GetShareExpression[] ;
(* fills in the first column of map with their probabilities*)

Profit = (P - MC) H * ShareExpression
```

$$100\,(-1+P-0.4\,X-0.05\,X^2)\left(\frac{0.715252\,e^{-14.9-0.47\,P+1.4\,X}}{1+e^{-14.9-0.47\,P+1.4\,X}}+\frac{0.0620631\,e^{-14.9-0.4\,P+1.4\,X}\,\mathrm{Boole}[X>25.7872340]}{1+e^{-14.9-0.4\,P+1.4\,X}}+\right.$$
$$\frac{0.0315187\,e^{-14.9-0.4\,P+1.4\,X}\,\mathrm{Boole}[X>28.7528918]}{1+e^{-14.9-0.4\,P+1.4\,X}}+$$
$$\frac{0.0259302\,e^{-14.9-0.33\,P+1.4\,X}\,\mathrm{Boole}[X>28.7528918]}{1+e^{-14.9-0.33\,P+1.4\,X}}+$$
$$\frac{7.19991\times10^{-7}\,e^{-14.9-0.4\,P+1.4\,X}\,\mathrm{Boole}[X>38.3300002]}{1+e^{-14.9-0.4\,P+1.4\,X}}+$$
$$\frac{0.00023684\,e^{-14.9-0.33\,P+1.4\,X}\,\mathrm{Boole}[X>38.3300002]}{1+e^{-14.9-0.33\,P+1.4\,X}}+$$
$$\frac{0.0113514\,e^{-14.9-0.26\,P+1.4\,X}\,\mathrm{Boole}[X>38.3300002]}{1+e^{-14.9-0.26\,P+1.4\,X}}+$$
$$\frac{4.44401\times10^{-18}\,e^{-14.9-0.4\,P+1.4\,X}\,\mathrm{Boole}[X>49.8457772]}{1+e^{-14.9-0.4\,P+1.4\,X}}+$$
$$\frac{7.53754\times10^{-13}\,e^{-14.9-0.33\,P+1.4\,X}\,\mathrm{Boole}[X>49.8457772]}{1+e^{-14.9-0.33\,P+1.4\,X}}+$$
$$\frac{2.73217\times10^{-7}\,e^{-14.9-0.26\,P+1.4\,X}\,\mathrm{Boole}[X>49.8457772]}{1+e^{-14.9-0.26\,P+1.4\,X}}+$$
$$\frac{0.000495742\,e^{-14.9-0.19\,P+1.4\,X}\,\mathrm{Boole}[X>49.8457772]}{1+e^{-14.9-0.19\,P+1.4\,X}}+$$
$$\frac{3.04268\times10^{-50}\,e^{-14.9-0.4\,P+1.4\,X}\,\mathrm{Boole}[X>69.6842128]}{1+e^{-14.9-0.4\,P+1.4\,X}}+$$
$$\frac{1.99361\times10^{-38}\,e^{-14.9-0.33\,P+1.4\,X}\,\mathrm{Boole}[X>69.6842128]}{1+e^{-14.9-0.33\,P+1.4\,X}}+$$

$$\frac{2.79158\times10^{-26}\,e^{-14.9-0.26\,P+1.4\,X}\,\text{Boole}[X>69.6842128]}{1+e^{-14.9-0.26\,P+1.4\,X}}+$$
$$\frac{5.43085\times10^{-15}\,e^{-14.9-0.19\,P+1.4\,X}\,\text{Boole}[X>69.6842128]}{1+e^{-14.9-0.19\,P+1.4\,X}}+$$
$$\frac{0.\,e^{-14.9-0.12\,P+1.4\,X}\,\text{Boole}[X>69.6842128]}{1+e^{-14.9-0.12\,P+1.4\,X}}+$$
$$\frac{6.0151\times10^{-175}\,e^{-14.9-0.4\,P+1.4\,X}\,\text{Boole}[X>112.666613]}{1+e^{-14.9-0.4\,P+1.4\,X}}+$$
$$\frac{1.15037\times10^{-140}\,e^{-14.9-0.33\,P+1.4\,X}\,\text{Boole}[X>112.666613]}{1+e^{-14.9-0.33\,P+1.4\,X}}+$$
$$\frac{4.70173\times10^{-106}\,e^{-14.9-0.26\,P+1.4\,X}\,\text{Boole}[X>112.666613]}{1+e^{-14.9-0.26\,P+1.4\,X}}+$$
$$\frac{0.013031\,e^{-14.9-0.19\,P+1.4\,X}\,\text{Boole}[X>112.666613]}{1+e^{-14.9-0.19\,P+1.4\,X}}+\frac{0.\,e^{-14.9-0.12\,P+1.4\,X}\,\text{Boole}[X>112.666613]}{1+e^{-14.9-0.12\,P+1.4\,X}}+$$
$$\frac{8.52625\times10^{-90}\,e^{-14.9-0.4\,P+1.4\,X}\,\text{Boole}[X>112.666667]}{1+e^{-14.9-0.4\,P+1.4\,X}}+$$
$$\frac{1.8689\times10^{-56}\,e^{-14.9-0.33\,P+1.4\,X}\,\text{Boole}[X>112.666667]}{1+e^{-14.9-0.33\,P+1.4\,X}}+$$
$$\frac{0.134806\,e^{-14.9-0.26\,P+1.4\,X}\,\text{Boole}[X>112.666667]}{1+e^{-14.9-0.26\,P+1.4\,X}}+$$
$$\frac{0.000273556\,e^{-14.9-0.19\,P+1.4\,X}\,\text{Boole}[X>112.666667]}{1+e^{-14.9-0.19\,P+1.4\,X}}+$$
$$\frac{0.0000882464\,e^{-14.9-0.12\,P+1.4\,X}\,\text{Boole}[X>112.666667]}{1+e^{-14.9-0.12\,P+1.4\,X}}+$$
$$\frac{3.35764\times10^{-160}\,e^{-14.9-0.4\,P+1.4\,X}\,\text{Boole}[X>112.666667]}{1+e^{-14.9-0.4\,P+1.4\,X}}+$$
$$\frac{3.54025\times10^{-70}\,e^{-14.9-0.33\,P+1.4\,X}\,\text{Boole}[X>112.666667]}{1+e^{-14.9-0.33\,P+1.4\,X}}+$$
$$\frac{5.10744\times10^{-36}\,e^{-14.9-0.26\,P+1.4\,X}\,\text{Boole}[X>112.666667]}{1+e^{-14.9-0.26\,P+1.4\,X}}+$$
$$\frac{0.00495197\,e^{-14.9-0.19\,P+1.4\,X}\,\text{Boole}[X>112.666667]}{1+e^{-14.9-0.19\,P+1.4\,X}}+$$
$$\left.\frac{1.90309\times10^{-37}\,e^{-14.9-0.12\,P+1.4\,X}\,\text{Boole}[X>112.666667]}{1+e^{-14.9-0.12\,P+1.4\,X}}\right)$$

```
Maximum = Maximize [{Profit, X > 0 && P > 0}, {X, P}]    (* computes Profit, P and X *)
```

```
{86.095, {P → 59.5, X → 28.7529}}
```

```
P = Maximum[[2, 1, 2]];

X = Maximum[[2, 2, 2]];

(*     store S as constant in the MapofProbabilities       *)
For [WhichPurchase = 1 , WhichPurchase ≤ CurrentRound,  WhichPurchase++ ,
                              MapofProbabilities [[CurrentRound,
  WhichPurchase, 4]] =
                              MapofProbabilities [[CurrentRound, WhichPurchase, 3]] ]

SaveRoundStatistics[];

CurrentRound = CurrentRound + 1;   ;
```

```
While[CurrentRound ≤ TotalofRounds,
  InitializeRound [];
  CreateLeaves[];
  FindPathsofPurchases[];
 (*create the map with all possibilities but with an empty 1 st column*)
  GetShareExpression[];
 (* fills in the first column of map with their probabilities*)
  Profit = (P - MC) H * ShareExpression;
  Maximum = Maximize [{Profit, X > 0 && P > 0}, {X, P}]
  P = Maximum[[2, 1, 2]]
  X = Maximum[[2, 2, 2]]
 (*     store S as constant in the MapofProbabilities       *)
    For [WhichPurchase = 1 , WhichPurchase ≤ CurrentRound,  WhichPurchase++ ,
                                   MapofProbabilities [[CurrentRound,
      WhichPurchase, 4]] =
                                   MapofProbabilities [[CurrentRound, WhichPurchase, 3]]
    ]
  SaveRoundStatistics[];
  CurrentRound = CurrentRound + 1;
]
```

■ SCENARIO C WITH CHANGES IN α AT RATE OF O.07

```
Off[General::spell1]
```

```
<< Graphics`MultipleListPlot`; (*loads graph package*)
```

■ FIRST ROUND

```
Clear [X, P];
```

$$\text{ProbabRound1Case1} = \frac{e^{-14.9`-0.47` P+1.4` X}}{1 + e^{-14.9`-0.47` P+1.4` X}};$$

$$\text{ProfitCase1} = 100\,(-1 + P - 0.4`\,X - 0.05`\,X^2)\ \text{ProbabRound1Case1}$$

$$\frac{100\, e^{-14.9-0.47 P+1.4 X}\,(-1 + P - 0.4 X - 0.05 X^2)}{1 + e^{-14.9-0.47 P+1.4 X}}$$

```
Maximum = Maximize [{ProfitCase1 , X > 0 && P > 0 }, {X, P}]
```

```
{72.1179, {P → 47.4128, X → 25.7872}}
```

```
P1 = Maximum [[2, 1, 2]];
```

```
X1 = Maximum [[2, 2, 2]];
```

■ Results

```
X = X1;
```

```
P = P1;
```

```
SalesRound1 = 100 ProbabRound1Case1
```

```
25.3148
```

```
TrialsRound1 = 100 ProbabRound1Case1
```

```
25.3148
```

```
ProfitRound1 = ProfitCase1
```

```
72.1179
```

■ SECOND ROUND

■ FIRST CASE - When quality is <= last quality we have 1 segment:trials

```
Clear [X, P]
```

```
ProbabRound2Case1 = (0.7468515475023075` e^(-14.9`-0.47` P+1.4` X) / (1 + e^(-14.9`-0.47` P+1.4` X)));

ProfitCase1 = 100 (-1 + P - 0.4` X - 0.05` X^2) ProbabRound2Case1
```

$$\frac{74.6852\, e^{-14.9-0.47 P+1.4 X} \left(-1 + P - 0.4 X - 0.05 X^2\right)}{1 + e^{-14.9-0.47 P+1.4 X}}$$

```
Maximum = Maximize [{ProfitCase1, X <= X1}, {X, P}]

{53.8614, {P → 47.4128, X → 25.7872}}

P2Case1 = Maximum [[2, 1, 2]];

X2Case1 = Maximum [[2, 2, 2]];
```

- **SECOND CASE - When X is ≥ last X we have 2 segments: trials and repurchase**

```
Clear [X, P]

ProbabRound2Case2 = (0.7468515475023075` e^(-14.9`-0.47` P+1.4` X) / (1 + e^(-14.9`-0.47` P+1.4` X)) + 0.25314845249769247` e^(-14.9`-0 / (1 + e^(-14.9`-0.4` P+1.4` X)

ProfitCase2 = 100 (-1 + P - 0.4` X - 0.05` X^2) ProbabRound2Case2
```

$$100 \left(\frac{0.746852\, e^{-14.9-0.47 P+1.4 X}}{1 + e^{-14.9-0.47 P+1.4 X}} + \frac{0.253148\, e^{-14.9-0.4 P+1.4 X}}{1 + e^{-14.9-0.4 P+1.4 X}}\right) \left(-1 + P - 0.4 X - 0.05 X^2\right)$$

```
Maximum = Maximize [{ProfitCase2, X > X1 }, {X, P}] (*Find maximum with 1 constraint*)

{150.083, {P → 60.5821, X → 28.7529}}

P2Case2 = Maximum [[2, 1, 2]];

X2Case2 = Maximum [[2, 2, 2]];
```

- **Results**

```
(* ******************************************************************************* *)

(*  By comparing the profit in each of the cases, we can see that the profits are
  higher in case 2, so... *)

X2 = X2Case2

28.7529

P2 = P2Case2

60.5821
```

```
(*set the chosen X and P*)

X = X2

28.7529

P = P2

60.5821

SalesRound2 = 100 ProbabRound2Case2

22.2527

TrialsRound2 = 100 ProbabRound2Case1

3.15985

ProfitRound2 = ProfitCase2

150.083
```

■ THIRD ROUND

■ FIRST CASE - When X <= X1 we have 1 segment: trials

```
Clear [X, P]
```

$$\text{ProbabRound3Case1} = \left(\frac{0.7152530782893295\grave{}\ e^{-14.9\grave{}-0.47\grave{}\ P+1.4\grave{}\ X}}{1+e^{-14.9\grave{}-0.47\grave{}\ P+1.4\grave{}\ X}}\right);$$

```
ProfitCase1 = 100 (-1 + P - 0.4` X - 0.05` X^2) ProbabRound3Case1
```

$$\frac{71.5253\, e^{-14.9-0.47 P+1.4 X}\,(-1+P-0.4 X-0.05 X^2)}{1+e^{-14.9-0.47 P+1.4 X}}$$

```
Maximum = Maximize [{ProfitCase1, X <= X1 }, {X, P}] (*Find max with constraint X<=X1 *)

{51.5826, {P → 47.4128, X → 25.7872}}

P3Case1 = Maximum [[2, 1, 2]];

X3Case1 = Maximum [[2, 2, 2]];
```

SECOND CASE-When X1< X<= X2 we have 1 segment of trials and 1 of repurchase

```
Clear [X, P]
```

$$\text{ProbabRound3Case2} = \left(\frac{0.7152530782893295`\, e^{-14.9`-0.47`\,P+1.4`\,X}}{1+e^{-14.9`-0.47`\,P+1.4`\,X}} + \frac{0.06222021724894953 6`\, e^{-14.9`-0.4`\,P+1.4`\,X}}{1+e^{-14.9`-0.4`\,P+1.4`\,X}}\right);$$

$$\text{ProfitCase1} = 100\,(-1+P-0.4`\,X-0.05`\,X^2)\ \text{ProbabRound3Case2}$$

$$100\left(\frac{0.715253\, e^{-14.9-0.47P+1.4X}}{1+e^{-14.9-0.47P+1.4X}} + \frac{0.0622202\, e^{-14.9-0.4P+1.4X}}{1+e^{-14.9-0.4P+1.4X}}\right)(-1+P-0.4X-0.05X^2)$$

```
Maximum = Maximize [{ProfitCase2, X > X1 && X <= X2 }, {X, P}] (*Find max w/ 2 constraints*)
```

{150.083, {P → 60.5821, X → 28.7529}}

```
P3Case2 = Maximum [[2, 1, 2]];

X3Case2 = Maximum [[2, 2, 2]];
```

THIRD CASE - When X> X2 we have 1 segment of trials and 3 of repurchase

```
Clear [X, P]
```

$$\text{ProbabRound3Case3} = \left(\frac{0.7152530782893295`\, e^{-14.9`-0.47`\,P+1.4`\,X}}{1+e^{-14.9`-0.47`\,P+1.4`\,X}} + \frac{0.062220217248949536`\, e^{-14.9`-0.4`\,P+1.4`\,X}}{1+e^{-14.9`-0.4`\,P+1.4`\,X}} + \frac{0.03159846921297808`\, e^{-14.9`-0.4`\,P+1.4`\,X}}{1+e^{-14.9`-0.4`\,P+1.4`\,X}} + \frac{0.19092823524874292`\, e^{-14.9`-0.33`\,P+1.4`\,X}}{1+e^{-14.9`-0.33`\,P+1.4`\,X}}\right);$$

$$\text{ProfitCase3} = 100\,(-1+P-0.4`\,X-0.05`\,X^2)\ \text{ProbabRound3Case3}$$

$$100\left(\frac{0.715253\, e^{-14.9-0.47P+1.4X}}{1+e^{-14.9-0.47P+1.4X}} + \frac{0.0938187\, e^{-14.9-0.4P+1.4X}}{1+e^{-14.9-0.4P+1.4X}} + \frac{0.190928\, e^{-14.9-0.33P+1.4X}}{1+e^{-14.9-0.33P+1.4X}}\right)(-1+P-0.4X-0.05X^2)$$

```
Maximum = Maximize [{ProfitCase3, X > X2 }, {X, P}] (*Find max with 1 constraint*)
```

{364.535, {P → 111.853, X → 38.33}}

```
P3Case3 = Maximum [[2, 1, 2]];

X3Case3 = Maximum [[2, 2, 2]];
```

Results

```
(* ****************************************************************************** *)
(*  By comparing the profit in each of the cases, we can see that the profits are
  higher in case 3 , so... *)
X3 = X3Case3;

P3 = P3Case3;

(*set the chosen X and P*)

X = X3

38.33

P = P3

111.853

SalesRound3 = 100 ProbabRound3Case3

16.5235

TrialsRound3 = 100 ProbabRound3Case1

0.0000719991

ProfitRound3 = ProfitCase3

364.535
```

FOURTH ROUND

FIRST CASE - When X <= X1 we have 1 segment: trials

```
Clear [X, P]
```

$$\text{ProbabRound4Case1} = \left(\frac{0.7152523582983392` \, e^{-14.9`-0.47` P+1.4` X}}{1 + e^{-14.9`-0.47` P+1.4` X}}\right);$$

$$\text{ProfitCase1} = 100 \, (-1 + P - 0.4` \, X - 0.05` \, X^2) \, \text{ProbabRound4Case1}$$

$$\frac{71.5252 \, e^{-14.9-0.47 P+1.4 X} \, (-1 + P - 0.4 X - 0.05 X^2)}{1 + e^{-14.9-0.47 P+1.4 X}}$$

```
Maximum = Maximize [{ProfitCase1, X <= X1 }, {X, P}] (*Find max with constraint X<=X1 *)

{51.5825, {P → 47.4128, X → 25.7872}}

P4Case1 = Maximum [[2, 1, 2]];
```

```
X4Case1 = Maximum [[2, 2, 2]];
```

- **SECOND CASE-When X1< X<= X2 we have 1 segment of trials and 1 of repurchase**

```
Clear [X, P]
```

```
ProbabRound4Case2 =
```

$$\left(\frac{0.7152523582983392\text{`}\ e^{-14.9\text{`}-0.47\text{`}\,P+1.4\text{`}\,X}}{1+e^{-14.9\text{`}-0.47\text{`}\,P+1.4\text{`}\,X}}+\frac{0.06206314436237316\text{`}\ e^{-14.9\text{`}-0.4\text{`}\,P+1.4\text{`}\,X}}{1+e^{-14.9\text{`}-0.4\text{`}\,P+1.4\text{`}\,X}}\right);$$

```
ProfitCase2 = 100 (-1 + P - 0.4` X - 0.05` X^2) ProbabRound4Case2
```

$$100\left(\frac{0.715252\, e^{-14.9-0.47 P+1.4 X}}{1+e^{-14.9-0.47 P+1.4 X}}+\frac{0.0620631\, e^{-14.9-0.4 P+1.4 X}}{1+e^{-14.9-0.4 P+1.4 X}}\right)\left(-1+P-0.4 X-0.05 X^2\right)$$

```
Maximum = Maximize [{ProfitCase2, X > X1 && X <= X2 }, {X, P}] (*Find max w/ 2 constraints*)
```

```
{69.1384, {P → 48.7878, X → 26.0256}}
```

```
P4Case2 = Maximum [[2, 1, 2]];
```

```
X4Case2 = Maximum [[2, 2, 2]];
```

- **THIRD CASE - When X2< X<=X3 we have 1 segment of trials and 3 of repurchase**

```
Clear [X, P]
```

```
ProbabRound4Case3 =
```

$$\left(\frac{0.7152523582983392\text{`}\ e^{-14.9\text{`}-0.47\text{`}\,P+1.4\text{`}\,X}}{1+e^{-14.9\text{`}-0.47\text{`}\,P+1.4\text{`}\,X}}+\frac{0.06206314436237316\text{`}\ e^{-14.9\text{`}-0.4\text{`}\,P+1.4\text{`}\,X}}{1+e^{-14.9\text{`}-0.4\text{`}\,P+1.4\text{`}\,X}}+\frac{0.031518699919489135\text{`}\ e^{-14.9\text{`}-0.4\text{`}\,P+1.4\text{`}\,X}}{1+e^{-14.9\text{`}-0.4\text{`}\,P+1.4\text{`}\,X}}+\frac{0.025930497694730312\text{`}\ e^{-14.9\text{`}-0.33\text{`}\,P+1.4\text{`}\,X}}{1+e^{-14.9\text{`}-0.33\text{`}\,P+1.4\text{`}\,X}}\right);$$

```
ProfitCase3 = 100 (-1 + P - 0.4` X - 0.05` X^2) ProbabRound4Case3
```

$$100\left(\frac{0.715252\, e^{-14.9-0.47 P+1.4 X}}{1+e^{-14.9-0.47 P+1.4 X}}+\frac{0.0935818\, e^{-14.9-0.4 P+1.4 X}}{1+e^{-14.9-0.4 P+1.4 X}}+\frac{0.0259305\, e^{-14.9-0.33 P+1.4 X}}{1+e^{-14.9-0.33 P+1.4 X}}\right)\left(-1+P-0.4 X-0.05 X^2\right)$$

```
Maximum = Maximize [{ProfitCase3, X > X2 && X <= X3 }, {X, P}] (*Find max w/ 2 constraints*)
```

```
{86.0951, {P → 59.5, X → 28.7529}}
```

```
P4Case3 = Maximum [[2, 1, 2]];
```

```
X4Case3 = Maximum [[2, 2, 2]];
```

FOURTH CASE - When X>X3 we have 1 segment of trials and 7 of repurchase

```
Clear [X, P]
```

$$\text{ProbabRound4Case4} = \left(\frac{0.7152523582983392\grave{}\ e^{-14.9\grave{}-0.47\grave{}\ P+1.4\grave{}\ X}}{1+e^{-14.9\grave{}-0.47\grave{}\ P+1.4\grave{}\ X}} + \frac{0.06206314436237316\grave{}\ e^{-14.9\grave{}-0.4\grave{}\ P+1.4\grave{}\ X}}{1+e^{-14.9\grave{}-0.4\grave{}\ P+1.4\grave{}\ X}} + \frac{0.031518699919489135\grave{}\ e^{-14.9\grave{}-0.4\grave{}\ P+1.4\grave{}\ X}}{1+e^{-14.9\grave{}-0.4\grave{}\ P+1.4\grave{}\ X}} + \frac{0.025930497694730312\grave{}\ e^{-14.9\grave{}-0.33\grave{}\ P+1.4\grave{}\ X}}{1+e^{-14.9\grave{}-0.33\grave{}\ P+1.4\grave{}\ X}} + \frac{7.199909902786864\grave{}*\text{^}-7\, e^{-14.9\grave{}-0.4\grave{}\ P+1.4\grave{}\ X}}{1+e^{-14.9\grave{}-0.4\grave{}\ P+1.4\grave{}\ X}} + \frac{0.00023684218006531912\grave{}\ e^{-14.9\grave{}-0.33\grave{}\ P+1.4\grave{}\ X}}{1+e^{-14.9\grave{}-0.33\grave{}\ P+1.4\grave{}\ X}} + \frac{0.1649977375540126\grave{}\ e^{-14.9\grave{}-0.26\grave{}\ P+1.4\grave{}\ X}}{1+e^{-14.9\grave{}-0.26\grave{}\ P+1.4\grave{}\ X}}\right);$$

$$\text{ProfitCase4} = 100\,(-1+P-0.4\grave{}\ X-0.05\grave{}\ X^2)\ \text{ProbabRound4Case4}$$

$$100\left(\frac{0.715252\, e^{-14.9-0.47P+1.4X}}{1+e^{-14.9-0.47P+1.4X}} + \frac{0.0935826\, e^{-14.9-0.4P+1.4X}}{1+e^{-14.9-0.4P+1.4X}} + \frac{0.0261673\, e^{-14.9-0.33P+1.4X}}{1+e^{-14.9-0.33P+1.4X}} + \frac{0.164998\, e^{-14.9-0.26P+1.4X}}{1+e^{-14.9-0.26P+1.4X}}\right)(-1+P-0.4X-0.05X^2)$$

```
Maximum = Maximize [{ProfitCase4, X > X3 }, {X, P}] (*Find max with 1 constraint*)

{858.943, {P → 201.072, X → 49.8458}}

P4Case4 = Maximum [[2, 1, 2]];

X4Case4 = Maximum [[2, 2, 2]];
```

Results

```
(* ******************************************************************************* *)
(*  By comparing the profit in each of the cases, we can see that the profits are
  higher in case 4 , so... *)
X4 = X4Case4;

P4 = P4Case4;

(*set the chosen X and P*)

X = X4

49.8458

P = P4

201.072

SalesRound4 = 100 ProbabRound4Case4

15.3647
```

```
TrialsRound4 = 100 ProbabRound4Case1
```

4.44401×10^{-16}

```
ProfitRound4 = ProfitCase4
```

858.943

■ FIFTH ROUND

■ FIRST CASE - When X <= X1 we have 1 segment: trials

```
Clear [X, P]
```

$$\text{ProbabRound5Case1} = \left(\frac{0.7152523582983392\grave{}\ e^{-14.9\grave{}-0.47\grave{}\ P+1.4\grave{}\ X}}{1+e^{-14.9\grave{}-0.47\grave{}\ P+1.4\grave{}\ X}}\right);$$

$$\text{ProfitCase1} = 100\ (-1+P-0.4\grave{}\ X-0.05\grave{}\ X^2)\ \text{ProbabRound5Case1}$$

$$\frac{71.5252\ e^{-14.9-0.47 P+1.4 X}\ (-1+P-0.4 X-0.05 X^2)}{1+e^{-14.9-0.47 P+1.4 X}}$$

```
Maximum = Maximize [{ProfitCase1, X <= X1 }, {X, P}] (*Find max with constraint X<=X1 *)
```

{51.5825, {P → 47.4128, X → 25.7872}}

```
P5Case1 = Maximum [[2, 1, 2]];
```

```
X5Case1 = Maximum [[2, 2, 2]];
```

■ SECOND CASE-When X1< X<= X2 we have 1 segment of trials and 1 of repurchase

```
Clear [X, P]
```

$$\text{ProbabRound5Case2} = \left(\frac{0.7152523582983392\grave{}\ e^{-14.9\grave{}-0.47\grave{}\ P+1.4\grave{}\ X}}{1+e^{-14.9\grave{}-0.47\grave{}\ P+1.4\grave{}\ X}}+\frac{0.062063144361873275\grave{}\ e^{-14.9\grave{}-0.4\grave{}\ P+1.4\grave{}\ X}}{1+e^{-14.9\grave{}-0.4\grave{}\ P+1.4\grave{}\ X}}\right);$$

$$\text{ProfitCase2} = 100\ (-1+P-0.4\grave{}\ X-0.05\grave{}\ X^2)\ \text{ProbabRound5Case2}$$

$$100\left(\frac{0.715252\ e^{-14.9-0.47 P+1.4 X}}{1+e^{-14.9-0.47 P+1.4 X}}+\frac{0.0620631\ e^{-14.9-0.4 P+1.4 X}}{1+e^{-14.9-0.4 P+1.4 X}}\right)(-1+P-0.4 X-0.05 X^2)$$

```
Maximum = Maximize [{ProfitCase2, X > X1 && X <= X2 }, {X, P}] (*Find max w/ 2 constraints*)
```

{69.1384, {P → 48.7878, X → 26.0256}}

```
P5Case2 = Maximum [[2, 1, 2]];
```

```
X5Case2 = Maximum [[2, 2, 2]];
```

THIRD CASE - When X2< X<=X3 we have 1 segment of trials and 3 of repurchase

```
Clear [X, P]
```

ProbabRound5Case3 =

$$\left(\frac{0.7152523582983392\grave{}\ e^{-14.9\grave{}-0.47\grave{}\ P+1.4\grave{}\ X}}{1+e^{-14.9\grave{}-0.47\grave{}\ P+1.4\grave{}\ X}}+\frac{0.062063144361873275\grave{}\ e^{-14.9\grave{}-0.4\grave{}\ P+1.4\grave{}\ X}}{1+e^{-14.9\grave{}-0.4\grave{}\ P+1.4\grave{}\ X}}+\frac{0.03151869991923527\grave{}\ e^{-14.9\grave{}-0.4\grave{}\ P+1.4\grave{}\ X}}{1+e^{-14.9\grave{}-0.4\grave{}\ P+1.4\grave{}\ X}}+\frac{0.02593022695050738\grave{}\ e^{-14.9\grave{}-0.33\grave{}\ P+1.4\grave{}\ X}}{1+e^{-14.9\grave{}-0.33\grave{}\ P+1.4\grave{}\ X}}\right);$$

ProfitCase3 = 100 (-1 + P - 0.4` X - 0.05` X^2) ProbabRound5Case3

$$100\left(\frac{0.715252\, e^{-14.9-0.47 P+1.4 X}}{1+e^{-14.9-0.47 P+1.4 X}}+\frac{0.0935818\, e^{-14.9-0.4 P+1.4 X}}{1+e^{-14.9-0.4 P+1.4 X}}+\frac{0.0259302\, e^{-14.9-0.33 P+1.4 X}}{1+e^{-14.9-0.33 P+1.4 X}}\right)(-1+P-0.4 X-0.05 X^2)$$

```
Maximum = Maximize [{ProfitCase3, X > X2 && X <= X3 }, {X, P}] (*Find max w/ 2 constraints*)
```

{86.095, {P → 59.5, X → 28.7529}}

```
P5Case3 = Maximum [[2, 1, 2]];

X5Case3 = Maximum [[2, 2, 2]];
```

FOURTH CASE - When X3< X<=X4

```
Clear [X, P]
```

ProbabRound5Case4 =

$$\left(\frac{0.7152523582983392\grave{}\ e^{-14.9\grave{}-0.47\grave{}\ P+1.4\grave{}\ X}}{1+e^{-14.9\grave{}-0.47\grave{}\ P+1.4\grave{}\ X}}+\frac{0.062063144361873275\grave{}\ e^{-14.9\grave{}-0.4\grave{}\ P+1.4\grave{}\ X}}{1+e^{-14.9\grave{}-0.4\grave{}\ P+1.4\grave{}\ X}}+\frac{0.03151869991923527\grave{}\ e^{-14.9\grave{}-0.4\grave{}\ P+1.4\grave{}\ X}}{1+e^{-14.9\grave{}-0.4\grave{}\ P+1.4\grave{}\ X}}+\frac{0.02593022695050738\grave{}\ e^{-14.9\grave{}-0.33\grave{}\ P+1.4\grave{}\ X}}{1+e^{-14.9\grave{}-0.33\grave{}\ P+1.4\grave{}\ X}}+\frac{7.199909902728872\grave{}*\hat{}-7\, e^{-14.9\grave{}-0.4\grave{}\ P+1.4\grave{}\ X}}{1+e^{-14.9\grave{}-0.4\grave{}\ P+1.4\grave{}\ X}}+\frac{0.00023683970716052746\grave{}\ e^{-14.9\grave{}-0.33\grave{}\ P+1.4\grave{}\ X}}{1+e^{-14.9\grave{}-0.33\grave{}\ P+1.4\grave{}\ X}}+\frac{0.011351405338124865\grave{}\ e^{-14.9\grave{}-0.26\grave{}\ P+1.4\grave{}\ X}}{1+e^{-14.9\grave{}-0.26\grave{}\ P+1.4\grave{}\ X}}\right);$$

ProfitCase4 = 100 (-1 + P - 0.4` X - 0.05` X^2) ProbabRound5Case4

$$100\left(\frac{0.715252\, e^{-14.9-0.47 P+1.4 X}}{1+e^{-14.9-0.47 P+1.4 X}}+\frac{0.0935826\, e^{-14.9-0.4 P+1.4 X}}{1+e^{-14.9-0.4 P+1.4 X}}+\frac{0.0261671\, e^{-14.9-0.33 P+1.4 X}}{1+e^{-14.9-0.33 P+1.4 X}}+\frac{0.0113514\, e^{-14.9-0.26 P+1.4 X}}{1+e^{-14.9-0.26 P+1.4 X}}\right)(-1+P-0.4 X-0.05 X^2)$$

```
Maximum = Maximize [{ProfitCase4, X > X3 && X <= X4 }, {X, P}] (*Find max with 1 constraint*)
```

{76.0915, {P → 113.113, X → 38.33}}

```
P5Case4 = Maximum [[2, 1, 2]];

X5Case4 = Maximum [[2, 2, 2]];
```

FIFTH CASE - When X>X4

```
Clear [X, P]
ProbabRound5Case5 =
```

$$\left(\frac{0.7152523582983392` e^{-14.9`-0.47` P+1.4` X}}{1+e^{-14.9`-0.47` P+1.4` X}}+\frac{0.062063144361873275` e^{-14.9`-0.4` P+1.4` X}}{1+e^{-14.9`-0.4` P+1.4` X}}+\frac{0.03151869991923527` e^{-14.9`-0.4` P+1.4` X}}{1+e^{-14.9`-0.4` P+1.4` X}}+\frac{0.02593022695050738` e^{-14.9`-0.33` P+1.4` X}}{1+e^{-14.9`-0.33` P+1.4` X}}+\frac{7.199909902728872`*^-7 e^{-14.9`-0.4` P+1.4` X}}{1+e^{-14.9`-0.4` P+1.4` X}}+\frac{0.00023683970716052746` e^{-14.9`-0.33` P+1.4` X}}{1+e^{-14.9`-0.33` P+1.4` X}}+\frac{0.011351405338124865` e^{-14.9`-0.26` P+1.4` X}}{1+e^{-14.9`-0.26` P+1.4` X}}+\frac{4.4439873005482355`*^-18 e^{-14.9`-0.4` P+1.4` X}}{1+e^{-14.9`-0.4` P+1.4` X}}+\frac{7.537514088858333`*^-13 e^{-14.9`-0.33` P+1.4` X}}{1+e^{-14.9`-0.33` P+1.4` X}}+\frac{2.7321712772558014`*^-7 e^{-14.9`-0.26` P+1.4` X}}{1+e^{-14.9`-0.26` P+1.4` X}}+\frac{0.15364633221588772` e^{-14.9`-0.19` P+1.4` X}}{1+e^{-14.9`-0.19` P+1.4` X}}\right);$$

```
ProfitCase5 = 100 (-1 + P - 0.4` X - 0.05` X^2) ProbabRound5Case5
```

$$100\left(\frac{0.715252\, e^{-14.9-0.47 P+1.4 X}}{1+e^{-14.9-0.47 P+1.4 X}}+\frac{0.0935826\, e^{-14.9-0.4 P+1.4 X}}{1+e^{-14.9-0.4 P+1.4 X}}+\frac{0.0261671\, e^{-14.9-0.33 P+1.4 X}}{1+e^{-14.9-0.33 P+1.4 X}}+\frac{0.0113517\, e^{-14.9-0.26 P+1.4 X}}{1+e^{-14.9-0.26 P+1.4 X}}+\frac{0.153646\, e^{-14.9-0.19 P+1.4 X}}{1+e^{-14.9-0.19 P+1.4 X}}\right)\left(-1+P-0.4 X-0.05 X^2\right)$$

```
Maximum = Maximize [{ProfitCase5, X > X4 }, {X, P}] (*Find max with 1 constraint*)

{2163.52, {P → 417.743, X → 69.6842}}

P5Case5 = Maximum [[2, 1, 2]];

X5Case5 = Maximum [[2, 2, 2]];
```

Results

```
(* ****************************************************************************** *)
(*  By comparing the profit in each of the cases, we can see that the profits are
  higher in case 5 , so... *)
X5 = X5Case5;

P5 = P5Case5;

(*set the chosen X and P*)

X = X5

69.6842

P = P5

417.743
```

```
SalesRound5 = 100 ProbabRound5Case5
```

14.811

```
TrialsRound5 = 100 ProbabRound5Case1
```

3.04269×10^{-48}

```
ProfitRound5 = ProfitCase5
```

2163.52

■ SIXTH ROUND

■ FIRST CASE - When X <= X1 we have 1 segment: trials

```
Clear [X, P]
```

$$\text{ProbabRound6Case1} = \left(\frac{0.7152523582983392\grave{}\ e^{-14.9\grave{}-0.47\grave{}\ P+1.4\grave{}\ X}}{1+e^{-14.9\grave{}-0.47\grave{}\ P+1.4\grave{}\ X}}\right);$$

$$\text{ProfitCase1} = 100\ (-1+P-0.4\grave{}\ X-0.05\grave{}\ X^2)\ \text{ProbabRound6Case1}$$

$$\frac{71.5252\ e^{-14.9-0.47\,P+1.4\,X}\ (-1+P-0.4\,X-0.05\,X^2)}{1+e^{-14.9-0.47\,P+1.4\,X}}$$

```
Maximum = Maximize [{ProfitCase1, X <= X1 }, {X, P}] (*Find max with constraint X<=X1 *)
```

{51.5825, {P → 47.4128, X → 25.7872}}

```
P6Case1 = Maximum [[2, 1, 2]];

X6Case1 = Maximum [[2, 2, 2]];
```

■ SECOND CASE-When X1< X<= X2 we have 1 segment of trials and 1 of repurchase

```
Clear [X, P]
```

$$\text{ProbabRound6Case2} = \left(\frac{0.7152523582983392\grave{}\ e^{-14.9\grave{}-0.47\grave{}\ P+1.4\grave{}\ X}}{1+e^{-14.9\grave{}-0.47\grave{}\ P+1.4\grave{}\ X}}+\frac{0.062063144361873275\grave{}\ e^{-14.9\grave{}-0.4\grave{}\ P+1.4\grave{}\ X}}{1+e^{-14.9\grave{}-0.4\grave{}\ P+1.4\grave{}\ X}}\right);$$

$$\text{ProfitCase2} = 100\ (-1+P-0.4\grave{}\ X-0.05\grave{}\ X^2)\ \text{ProbabRound6Case2}$$

$$100\left(\frac{0.715252\ e^{-14.9-0.47\,P+1.4\,X}}{1+e^{-14.9-0.47\,P+1.4\,X}}+\frac{0.0620631\ e^{-14.9-0.4\,P+1.4\,X}}{1+e^{-14.9-0.4\,P+1.4\,X}}\right)(-1+P-0.4\,X-0.05\,X^2)$$

```
Maximum = Maximize [{ProfitCase2, X > X1 && X <= X2 }, {X, P}] (*Find max w/ 2 constraints*)
```

{69.1384, {P → 48.7878, X → 26.0256}}

```
P6Case2 = Maximum [[2, 1, 2]];

X6Case2 = Maximum [[2, 2, 2]];
```

THIRD CASE - When X2< X<=X3

```
Clear [X, P]
```

```
ProbabRound6Case3 =
```

$$\left(\frac{0.7152523582983392\grave{}\ e^{-14.9\grave{}-0.47\grave{}\ P+1.4\grave{}\ X}}{1+e^{-14.9\grave{}-0.47\grave{}\ P+1.4\grave{}\ X}}+\frac{0.062063144361873275\grave{}\ e^{-14.9\grave{}-0.4\grave{}\ P+1.4\grave{}\ X}}{1+e^{-14.9\grave{}-0.4\grave{}\ P+1.4\grave{}\ X}}+\frac{0.03151869991923527\grave{}\ e^{-14.9\grave{}-0.4\grave{}\ P+1.4\grave{}\ X}}{1+e^{-14.9\grave{}-0.4\grave{}\ P+1.4\grave{}\ X}}+\frac{0.02593022695050738\grave{}\ e^{-14.9\grave{}-0.33\grave{}\ P+1.4\grave{}\ X}}{1+e^{-14.9\grave{}-0.33\grave{}\ P+1.4\grave{}\ X}}\right);$$

```
ProfitCase3 = 100 (-1 + P - 0.4` X - 0.05` X^2) ProbabRound6Case3
```

$$100\left(\frac{0.715252\, e^{-14.9-0.47 P+1.4 X}}{1+e^{-14.9-0.47 P+1.4 X}}+\frac{0.0935818\, e^{-14.9-0.4 P+1.4 X}}{1+e^{-14.9-0.4 P+1.4 X}}+\frac{0.0259302\, e^{-14.9-0.33 P+1.4 X}}{1+e^{-14.9-0.33 P+1.4 X}}\right)\left(-1+P-0.4 X-0.05 X^2\right)$$

```
Maximum = Maximize [{ProfitCase3, X > X2 && X <= X3 }, {X, P}] (*Find max w/ 2 constraints*)
```

```
{86.095, {P → 59.5, X → 28.7529}}
```

```
P6Case3 = Maximum [[2, 1, 2]];

X6Case3 = Maximum [[2, 2, 2]];
```

FOURTH CASE - When X3< X<=X4

```
Clear [X, P]
ProbabRound6Case4 =
```

$$\left(\frac{0.7152523582983392\grave{}\ e^{-14.9\grave{}-0.47\grave{}\ P+1.4\grave{}\ X}}{1+e^{-14.9\grave{}-0.47\grave{}\ P+1.4\grave{}\ X}}+\frac{0.062063144361873275\grave{}\ e^{-14.9\grave{}-0.4\grave{}\ P+1.4\grave{}\ X}}{1+e^{-14.9\grave{}-0.4\grave{}\ P+1.4\grave{}\ X}}+\frac{0.03151869991923527\grave{}\ e^{-14.9\grave{}-0.4\grave{}\ P+1.4\grave{}\ X}}{1+e^{-14.9\grave{}-0.4\grave{}\ P+1.4\grave{}\ X}}+\frac{0.02593022695050738\grave{}\ e^{-14.9\grave{}-0.33\grave{}\ P+1.4\grave{}\ X}}{1+e^{-14.9\grave{}-0.33\grave{}\ P+1.4\grave{}\ X}}+\frac{7.199909902728872\grave{}*\hat{}-7\, e^{-14.9\grave{}-0.4\grave{}\ P+1.4\grave{}\ X}}{1+e^{-14.9\grave{}-0.4\grave{}\ P+1.4\grave{}\ X}}+\frac{0.00023683970716052746\grave{}\ e^{-14.9\grave{}-0.33\grave{}\ P+1.4\grave{}\ X}}{1+e^{-14.9\grave{}-0.33\grave{}\ P+1.4\grave{}\ X}}+\frac{0.011351405338064221\grave{}\ e^{-14.9\grave{}-0.26\grave{}\ P+1.4\grave{}\ X}}{1+e^{-14.9\grave{}-0.26\grave{}\ P+1.4\grave{}\ X}}\right);$$

```
ProfitCase4 = 100 (-1 + P - 0.4` X - 0.05` X^2) ProbabRound6Case4
```

$$100\left(\frac{0.715252\, e^{-14.9-0.47 P+1.4 X}}{1+e^{-14.9-0.47 P+1.4 X}}+\frac{0.0935826\, e^{-14.9-0.4 P+1.4 X}}{1+e^{-14.9-0.4 P+1.4 X}}+\frac{0.0261671\, e^{-14.9-0.33 P+1.4 X}}{1+e^{-14.9-0.33 P+1.4 X}}+\frac{0.0113514\, e^{-14.9-0.26 P+1.4 X}}{1+e^{-14.9-0.26 P+1.4 X}}\right)\left(-1+P-0.4 X-0.05 X^2\right)$$

```
Maximum = Maximize [{ProfitCase4, X > X3 && X <= X4 }, {X, P}] (*Find max with 1 constraint*)
```

```
{76.0915, {P → 113.113, X → 38.33}}
```

```
P6Case4 = Maximum[[2, 1, 2]];

X6Case4 = Maximum[[2, 2, 2]];
```

- **FIFTH CASE - When X>X4&&X<=X5**

```
Clear[X, P]
ProbabRound6Case5 =
```

$$\left(\frac{0.7152523582983392\grave{}\, e^{-14.9\grave{}-0.47\grave{}\,P+1.4\grave{}\,X}}{1+e^{-14.9\grave{}-0.47\grave{}\,P+1.4\grave{}\,X}}+\frac{0.062063144361873275\grave{}\, e^{-14.9\grave{}-0.4\grave{}\,P+1.4\grave{}\,X}}{1+e^{-14.9\grave{}-0.4\grave{}\,P+1.4\grave{}\,X}}+\frac{0.03151869991923527\grave{}\, e^{-14.9\grave{}-0.4\grave{}\,P+1.4\grave{}\,X}}{1+e^{-14.9\grave{}-0.4\grave{}\,P+1.4\grave{}\,X}}+\frac{0.02593022695050738\grave{}\, e^{-14.9\grave{}-0.33\grave{}\,P+1.4\grave{}\,X}}{1+e^{-14.9\grave{}-0.33\grave{}\,P+1.4\grave{}\,X}}+\frac{7.199909902728872\grave{}*\hat{}-7\, e^{-14.9\grave{}-0.4\grave{}\,P+1.4\grave{}\,X}}{1+e^{-14.9\grave{}-0.4\grave{}\,P+1.4\grave{}\,X}}+\frac{0.00023683970716052746\grave{}\, e^{-14.9\grave{}-0.33\grave{}\,P+1.4\grave{}\,X}}{1+e^{-14.9\grave{}-0.33\grave{}\,P+1.4\grave{}\,X}}+\frac{0.011351405338064221\grave{}\, e^{-14.9\grave{}-0.26\grave{}\,P+1.4\grave{}\,X}}{1+e^{-14.9\grave{}-0.26\grave{}\,P+1.4\grave{}\,X}}+\frac{4.4439873005482355\grave{}*\hat{}-18\, e^{-14.9\grave{}-0.4\grave{}\,P+1.4\grave{}\,X}}{1+e^{-14.9\grave{}-0.4\grave{}\,P+1.4\grave{}\,X}}+\frac{7.537514088858333\grave{}*\hat{}-13\, e^{-14.9\grave{}-0.33\grave{}\,P+1.4\grave{}\,X}}{1+e^{-14.9\grave{}-0.33\grave{}\,P+1.4\grave{}\,X}}+\frac{2.7321712772412054\grave{}*\hat{}-7\, e^{-14.9\grave{}-0.26\grave{}\,P+1.4\grave{}\,X}}{1+e^{-14.9\grave{}-0.26\grave{}\,P+1.4\grave{}\,X}}+\frac{0.005535960071862021\grave{}\, e^{-14.9\grave{}-0.19\grave{}\,P+1.4\grave{}\,X}}{1+e^{-14.9\grave{}-0.19\grave{}\,P+1.4\grave{}\,X}}\right);$$

```
ProfitCase5 = 100 (-1 + P - 0.4` X - 0.05` X^2) ProbabRound6Case5
```

$$100\left(\frac{0.715252\, e^{-14.9-0.47 P+1.4 X}}{1+e^{-14.9-0.47 P+1.4 X}}+\frac{0.0935826\, e^{-14.9-0.4 P+1.4 X}}{1+e^{-14.9-0.4 P+1.4 X}}+\frac{0.0261671\, e^{-14.9-0.33 P+1.4 X}}{1+e^{-14.9-0.33 P+1.4 X}}+\frac{0.0113517\, e^{-14.9-0.26 P+1.4 X}}{1+e^{-14.9-0.26 P+1.4 X}}+\frac{0.00553596\, e^{-14.9-0.19 P+1.4 X}}{1+e^{-14.9-0.19 P+1.4 X}}\right)\left(-1+P-0.4 X-0.05 X^2\right)$$

```
Maximum = Maximize[{ProfitCase5, X > X4 && X <= X5 }, {X, P}] (*Find max with 1 constraint*)
```

{90.5389, {P → 202.771, X → 49.8458}}

```
P6Case5 = Maximum[[2, 1, 2]];

X6Case5 = Maximum[[2, 2, 2]];
```

SIXTH CASE - When X>X4

```
Clear [X, P]
ProbabRound6Case6 =
```

$$\left(\frac{0.7152523582983392` e^{-14.9`-0.47` P+1.4` X}}{1+e^{-14.9`-0.47` P+1.4` X}}+\frac{0.062063144361873275` e^{-14.9`-0.4` P+1.4` X}}{1+e^{-14.9`-0.4` P+1.4` X}}+\frac{0.03151869991923527` e^{-14.9`-0.4` P+1.4` X}}{1+e^{-14.9`-0.4` P+1.4` X}}+\frac{0.02593022695050738` e^{-14.9`-0.33` P+1.4` X}}{1+e^{-14.9`-0.33` P+1.4` X}}+\frac{7.199909902728872`*^-7 e^{-14.9`-0.4` P+1.4` X}}{1+e^{-14.9`-0.4` P+1.4` X}}+\frac{0.00023683970716052746` e^{-14.9`-0.33` P+1.4` X}}{1+e^{-14.9`-0.33` P+1.4` X}}+\frac{0.011351405338064221` e^{-14.9`-0.26` P+1.4` X}}{1+e^{-14.9`-0.26` P+1.4` X}}+\frac{4.4439873005482355`*^-18 e^{-14.9`-0.4` P+1.4` X}}{1+e^{-14.9`-0.4` P+1.4` X}}+\frac{7.537514088858333`*^-13 e^{-14.9`-0.33` P+1.4` X}}{1+e^{-14.9`-0.33` P+1.4` X}}+\frac{2.7321712772412054`*^-7 e^{-14.9`-0.26` P+1.4` X}}{1+e^{-14.9`-0.26` P+1.4` X}}+\frac{0.005535960071862021` e^{-14.9`-0.19` P+1.4` X}}{1+e^{-14.9`-0.19` P+1.4` X}}+\frac{3.0423444292835973`*^-50 e^{-14.9`-0.4` P+1.4` X}}{1+e^{-14.9`-0.4` P+1.4` X}}+\frac{1.9934478707436116`*^-38 e^{-14.9`-0.33` P+1.4` X}}{1+e^{-14.9`-0.33` P+1.4` X}}+\frac{2.7914242268294733`*^-26 e^{-14.9`-0.26` P+1.4` X}}{1+e^{-14.9`-0.26` P+1.4` X}}+\frac{6.064454585146334`*^-14 e^{-14.9`-0.19` P+1.4` X}}{1+e^{-14.9`-0.19` P+1.4` X}}+\frac{0.1481103721440257` e^{-14.9`-0.12` P+1.4` X}}{1+e^{-14.9`-0.12` P+1.4` X}}\right);$$

```
ProfitCase6 = 100 (-1 + P - 0.4` X - 0.05` X^2) ProbabRound6Case6
```

$$100\left(\frac{0.715252 e^{-14.9-0.47 P+1.4 X}}{1+e^{-14.9-0.47 P+1.4 X}}+\frac{0.0935826 e^{-14.9-0.4 P+1.4 X}}{1+e^{-14.9-0.4 P+1.4 X}}+\frac{0.0261671 e^{-14.9-0.33 P+1.4 X}}{1+e^{-14.9-0.33 P+1.4 X}}+\frac{0.0113517 e^{-14.9-0.26 P+1.4 X}}{1+e^{-14.9-0.26 P+1.4 X}}+\frac{0.00553596 e^{-14.9-0.19 P+1.4 X}}{1+e^{-14.9-0.19 P+1.4 X}}+\frac{0.14811 e^{-14.9-0.12 P+1.4 X}}{1+e^{-14.9-0.12 P+1.4 X}}\right)(-1+P-0.4 X-0.05 X^2)$$

```
Maximum = Maximize [{ProfitCase6, X > X5}, {X, P}] (*Find max with 1 constraint*)
```

```
{6926.04, {P → 1156.72, X → 112.667}}
```

```
P6Case6 = Maximum [[2, 1, 2]];
```

```
X6Case6 = Maximum [[2, 2, 2]];
```

Results

```
(* ******************************************************************************* *)
(*  By comparing the profit in each of the cases, we can see that the profits are
  higher in case 6  , so... *)
X6 = X6Case6;
```

```
P6 = P6Case6;

X = X6

112.667

P = P6

1156.72

SalesRound6 = 100 ProbabRound6Case6

14.5517

TrialsRound6 = 100 ProbabRound6Case1
```

6.01375×10^{-173}

```
ProfitRound6 = ProfitCase6

6926.04
```

■ SEVENTH ROUND

■ FIRST CASE - When X <= X1 we have 1 segment: trials

```
Clear [X, P]
```

$$\text{ProbabRound7Case1} = \left(\frac{0.7152523582983392\grave{}\ e^{-14.9\grave{}-0.47\grave{}\ P+1.4\grave{}\ X}}{1+e^{-14.9\grave{}-0.47\grave{}\ P+1.4\grave{}\ X}}\right);$$

$$\text{ProfitCase1} = 100\ (-1+P-0.4\grave{}\ X-0.05\grave{}\ X^2)\ \text{ProbabRound7Case1}$$

$$\frac{71.5252\, e^{-14.9-0.47\,P+1.4\,X}\,(-1+P-0.4\,X-0.05\,X^2)}{1+e^{-14.9-0.47\,P+1.4\,X}}$$

```
Maximum = Maximize [{ProfitCase1, X <= X1 }, {X, P}] (*Find max with constraint X<=X1 *)

{51.5825, {P → 47.4128, X → 25.7872}}

P7Case1 = Maximum [[2, 1, 2]];

X7Case1 = Maximum [[2, 2, 2]];
```

■ SECOND CASE-When X1< X<= X2 we have 1 segment of trials and 1 of repurchase

```
Clear [X, P]

ProbabRound7Case2 =
```

$$\left(\frac{0.7152523582983392\grave{}\ e^{-14.9\grave{}-0.47\grave{}\ P+1.4\grave{}\ X}}{1+e^{-14.9\grave{}-0.47\grave{}\ P+1.4\grave{}\ X}}+\frac{0.062063144361873275\grave{}\ e^{-14.9\grave{}-0.4\grave{}\ P+1.4\grave{}\ X}}{1+e^{-14.9\grave{}-0.4\grave{}\ P+1.4\grave{}\ X}}\right);$$

```
ProfitCase2 = 100 (-1 + P - 0.4` X - 0.05` X^2) ProbabRound7Case2
```

$$100\left(\frac{0.715252\, e^{-14.9-0.47 P+1.4 X}}{1+e^{-14.9-0.47 P+1.4 X}}+\frac{0.0620631\, e^{-14.9-0.4 P+1.4 X}}{1+e^{-14.9-0.4 P+1.4 X}}\right)\left(-1+P-0.4 X-0.05 X^2\right)$$

```
Maximum = Maximize [{ProfitCase2, X > X1 && X <= X2 }, {X, P}] (*Find max w/ 2 constraints*)
```

{69.1384, {P → 48.7878, X → 26.0256}}

```
P7Case2 = Maximum [[2, 1, 2]];

X7Case2 = Maximum [[2, 2, 2]];
```

THIRD CASE - When X2< X<=X3

```
Clear [X, P]

ProbabRound7Case3 =
```

$$\left(\frac{0.7152523582983392`\, e^{-14.9`-0.47` P+1.4` X}}{1+e^{-14.9`-0.47` P+1.4` X}}+\frac{0.062063144361873275`\, e^{-14.9`-0.4` P+1.4` X}}{1+e^{-14.9`-0.4` P+1.4` X}}+\frac{0.03151869991923527`\, e^{-14.9`-0.4` P+1.4` X}}{1+e^{-14.9`-0.4` P+1.4` X}}+\frac{0.02593022695050738`\, e^{-14.9`-0.33` P+1.4` X}}{1+e^{-14.9`-0.33` P+1.4` X}}\right);$$

```
ProfitCase3 = 100 (-1 + P - 0.4` X - 0.05` X^2) ProbabRound7Case3
```

$$100\left(\frac{0.715252\, e^{-14.9-0.47 P+1.4 X}}{1+e^{-14.9-0.47 P+1.4 X}}+\frac{0.0935818\, e^{-14.9-0.4 P+1.4 X}}{1+e^{-14.9-0.4 P+1.4 X}}+\frac{0.0259302\, e^{-14.9-0.33 P+1.4 X}}{1+e^{-14.9-0.33 P+1.4 X}}\right)\left(-1+P-0.4 X-0.05 X^2\right)$$

```
Maximum = Maximize [{ProfitCase3, X > X2 && X <= X3 }, {X, P}] (*Find max w/ 2 constraints*)
```

{86.095, {P → 59.5, X → 28.7529}}

```
P7Case3 = Maximum [[2, 1, 2]];

X7Case3 = Maximum [[2, 2, 2]];
```

FOURTH CASE - When X3< X<=X4

```
Clear [X, P]
ProbabRound7Case4 =
```

$$\left(\frac{0.7152523582983392`\, e^{-14.9`-0.47` P+1.4` X}}{1+e^{-14.9`-0.47` P+1.4` X}}+\frac{0.062063144361873275`\, e^{-14.9`-0.4` P+1.4` X}}{1+e^{-14.9`-0.4` P+1.4` X}}+\frac{0.03151869991923527`\, e^{-14.9`-0.4` P+1.4` X}}{1+e^{-14.9`-0.4` P+1.4` X}}+\frac{0.02593022695050738`\, e^{-14.9`-0.33` P+1.4` X}}{1+e^{-14.9`-0.33` P+1.4` X}}+\frac{7.199909902728872`*\hat{}-7\, e^{-14.9`-0.4` P+1.4` X}}{1+e^{-14.9`-0.4` P+1.4` X}}+\frac{0.00023683970716052746`\, e^{-14.9`-0.33` P+1.4` X}}{1+e^{-14.9`-0.33` P+1.4` X}}+\frac{0.011351405338064221`\, e^{-14.9`-0.26` P+1.4` X}}{1+e^{-14.9`-0.26` P+1.4` X}}\right);$$

```
ProfitCase4 = 100 (-1 + P - 0.4` X - 0.05` X^2) ProbabRound7Case4
```

$$100\left(\frac{0.715252\,e^{-14.9-0.47P+1.4X}}{1+e^{-14.9-0.47P+1.4X}}+\frac{0.0935826\,e^{-14.9-0.4P+1.4X}}{1+e^{-14.9-0.4P+1.4X}}+\frac{0.0261671\,e^{-14.9-0.33P+1.4X}}{1+e^{-14.9-0.33P+1.4X}}+\frac{0.0113514\,e^{-14.9-0.26P+1.4X}}{1+e^{-14.9-0.26P+1.4X}}\right)\left(-1+P-0.4X-0.05X^2\right)$$

```
Maximum = Maximize [{ProfitCase4, X > X3 && X <= X4 }, {X, P}] (*Find max with 1 constraint*)
```

{76.0915, {P → 113.113, X → 38.33}}

```
P7Case4 = Maximum [[2, 1, 2]];

X7Case4 = Maximum [[2, 2, 2]];
```

FIFTH CASE - When X4< X<=X5

```
Clear [X, P]
ProbabRound7Case5 =
```

$$\left(\frac{0.7152523582983392`\,e^{-14.9`-0.47`P+1.4`X}}{1+e^{-14.9`-0.47`P+1.4`X}}+\frac{0.062063144361873275`\,e^{-14.9`-0.4`P+1.4`X}}{1+e^{-14.9`-0.4`P+1.4`X}}+\frac{0.03151869991923527`\,e^{-14.9`-0.4`P+1.4`X}}{1+e^{-14.9`-0.4`P+1.4`X}}+\frac{0.02593022695050738`\,e^{-14.9`-0.33`P+1.4`X}}{1+e^{-14.9`-0.33`P+1.4`X}}+\frac{7.199909902728872`*\wedge-7\,e^{-14.9`-0.4`P+1.4`X}}{1+e^{-14.9`-0.4`P+1.4`X}}+\frac{0.00023683970716052746`\,e^{-14.9`-0.33`P+1.4`X}}{1+e^{-14.9`-0.33`P+1.4`X}}+\frac{0.011351405338064221`\,e^{-14.9`-0.26`P+1.4`X}}{1+e^{-14.9`-0.26`P+1.4`X}}+\frac{4.4439873005482355`*\wedge-18\,e^{-14.9`-0.4`P+1.4`X}}{1+e^{-14.9`-0.4`P+1.4`X}}+\frac{7.537514088858333`*\wedge-13\,e^{-14.9`-0.33`P+1.4`X}}{1+e^{-14.9`-0.33`P+1.4`X}}+\frac{2.7321712772412054`*\wedge-7\,e^{-14.9`-0.26`P+1.4`X}}{1+e^{-14.9`-0.26`P+1.4`X}}+\frac{0.005535960071862021`\,e^{-14.9`-0.19`P+1.4`X}}{1+e^{-14.9`-0.19`P+1.4`X}}\right);$$

```
ProfitCase5 = 100 (-1 + P - 0.4` X - 0.05` X^2) ProbabRound7Case5
```

$$100\left(\frac{0.715252\,e^{-14.9-0.47P+1.4X}}{1+e^{-14.9-0.47P+1.4X}}+\frac{0.0935826\,e^{-14.9-0.4P+1.4X}}{1+e^{-14.9-0.4P+1.4X}}+\frac{0.0261671\,e^{-14.9-0.33P+1.4X}}{1+e^{-14.9-0.33P+1.4X}}+\frac{0.0113517\,e^{-14.9-0.26P+1.4X}}{1+e^{-14.9-0.26P+1.4X}}+\frac{0.00553596\,e^{-14.9-0.19P+1.4X}}{1+e^{-14.9-0.19P+1.4X}}\right)\left(-1+P-0.4X-0.05X^2\right)$$

```
Maximum = Maximize [{ProfitCase5, X > X4 && X <= X5 }, {X, P}] (*Find max with 1 constraint*)
```

{90.5389, {P → 202.771, X → 49.8458}}

```
P7Case5 = Maximum [[2, 1, 2]];

X7Case5 = Maximum [[2, 2, 2]];
```

▪ SIXTH CASE - When X5< X<=X6

Clear [X, P]

ProbabRound7Case6 =

$$\left(\frac{0.7152523582983392`\,e^{-14.9`-0.47`\,P+1.4`\,X}}{1+e^{-14.9`-0.47`\,P+1.4`\,X}}+\frac{0.062063144361873275`\,e^{-14.9`-0.4`\,P+1.4`\,X}}{1+e^{-14.9`-0.4`\,P+1.4`\,X}}+\frac{0.03151869991923527`\,e^{-14.9`-0.4`\,P+1.4`\,X}}{1+e^{-14.9`-0.4`\,P+1.4`\,X}}+\frac{0.02593022695050738`\,e^{-14.9`-0.33`\,P+1.4`\,X}}{1+e^{-14.9`-0.33`\,P+1.4`\,X}}+\frac{7.199909902728872`*\hat{}-7\,e^{-14.9`-0.4`\,P+1.4`\,X}}{1+e^{-14.9`-0.4`\,P+1.4`\,X}}+\frac{0.00023683970716052746`\,e^{-14.9`-0.33`\,P+1.4`\,X}}{1+e^{-14.9`-0.33`\,P+1.4`\,X}}+\frac{0.011351405338064221`\,e^{-14.9`-0.26`\,P+1.4`\,X}}{1+e^{-14.9`-0.26`\,P+1.4`\,X}}+\frac{4.4439873005482355`*\hat{}-18\,e^{-14.9`-0.4`\,P+1.4`\,X}}{1+e^{-14.9`-0.4`\,P+1.4`\,X}}+\frac{7.537514088858333`*\hat{}-13\,e^{-14.9`-0.33`\,P+1.4`\,X}}{1+e^{-14.9`-0.33`\,P+1.4`\,X}}+\frac{2.7321712772412054`*\hat{}-7\,e^{-14.9`-0.26`\,P+1.4`\,X}}{1+e^{-14.9`-0.26`\,P+1.4`\,X}}+\frac{0.005535960071862021`\,e^{-14.9`-0.19`\,P+1.4`\,X}}{1+e^{-14.9`-0.19`\,P+1.4`\,X}}+\frac{3.0423444292835973`*\hat{}-50\,e^{-14.9`-0.4`\,P+1.4`\,X}}{1+e^{-14.9`-0.4`\,P+1.4`\,X}}+\frac{1.9934478707436116`*\hat{}-38\,e^{-14.9`-0.33`\,P+1.4`\,X}}{1+e^{-14.9`-0.33`\,P+1.4`\,X}}+\frac{2.7914242268294733`*\hat{}-26\,e^{-14.9`-0.26`\,P+1.4`\,X}}{1+e^{-14.9`-0.26`\,P+1.4`\,X}}+\frac{6.064454585146334`*\hat{}-14\,e^{-14.9`-0.19`\,P+1.4`\,X}}{1+e^{-14.9`-0.19`\,P+1.4`\,X}}+\frac{0.00259318524966552`\,e^{-14.9`-0.12`\,P+1.4`\,X}}{1+e^{-14.9`-0.12`\,P+1.4`\,X}}\right);$$

ProfitCase6 = 100 (-1 + P - 0.4` X - 0.05` X^2) ProbabRound7Case6

$$100\left(\frac{0.715252\,e^{-14.9-0.47P+1.4X}}{1+e^{-14.9-0.47P+1.4X}}+\frac{0.0935826\,e^{-14.9-0.4P+1.4X}}{1+e^{-14.9-0.4P+1.4X}}+\frac{0.0261671\,e^{-14.9-0.33P+1.4X}}{1+e^{-14.9-0.33P+1.4X}}+\frac{0.0113517\,e^{-14.9-0.26P+1.4X}}{1+e^{-14.9-0.26P+1.4X}}+\frac{0.00553596\,e^{-14.9-0.19P+1.4X}}{1+e^{-14.9-0.19P+1.4X}}+\frac{0.00259319\,e^{-14.9-0.12P+1.4X}}{1+e^{-14.9-0.12P+1.4X}}\right)\left(-1+P-0.4X-0.05X^2\right)$$

```
Maximum = Maximize [{ProfitCase6, X > X5 && X <= X6 }, {X, P}] (*Find max with 1 constraint*)
```

```
{121.264, {P → 1156.72, X → 112.667}}
```

```
P7Case6 = Maximum [[2, 1, 2]];
```

```
X7Case6 = Maximum [[2, 2, 2]];
```

SEVENTH CASE - When X>X6

```
Clear [X, P]
ProbabRound7Case7 =
 (0.7152523582983392` E^(-14.9`-0.47` P+1.4` X)/(1 + E^(-14.9`-0.47` P+1.4` X)) +
  0.062063144361873275` E^(-14.9`-0.4` P+1.4` X)/(1 + E^(-14.9`-0.4` P+1.4` X)) +
  0.03151869991923527` E^(-14.9`-0.4` P+1.4` X)/(1 + E^(-14.9`-0.4` P+1.4` X)) +
  0.02593022695050738` E^(-14.9`-0.33` P+1.4` X)/(1 + E^(-14.9`-0.33` P+1.4` X)) +
  7.199909902728872`*^-7 E^(-14.9`-0.4` P+1.4` X)/(1 + E^(-14.9`-0.4` P+1.4` X)) +
  0.00023683970716052746` E^(-14.9`-0.33` P+1.4` X)/(1 + E^(-14.9`-0.33` P+1.4` X)) +
  0.011351405338064221` E^(-14.9`-0.26` P+1.4` X)/(1 + E^(-14.9`-0.26` P+1.4` X)) +
  4.4439873005482355`*^-18 E^(-14.9`-0.4` P+1.4` X)/(1 + E^(-14.9`-0.4` P+1.4` X)) +
  7.537514088858333`*^-13 E^(-14.9`-0.33` P+1.4` X)/(1 + E^(-14.9`-0.33` P+1.4` X)) +
  2.7321712772412054`*^-7 E^(-14.9`-0.26` P+1.4` X)/(1 + E^(-14.9`-0.26` P+1.4` X)) +
  0.005535960071862021` E^(-14.9`-0.19` P+1.4` X)/(1 + E^(-14.9`-0.19` P+1.4` X)) +
  3.0423444292835973`*^-50 E^(-14.9`-0.4` P+1.4` X)/(1 + E^(-14.9`-0.4` P+1.4` X)) +
  1.9934478707436116`*^-38 E^(-14.9`-0.33` P+1.4` X)/(1 + E^(-14.9`-0.33` P+1.4` X)) +
  2.7914242268294733`*^-26 E^(-14.9`-0.26` P+1.4` X)/(1 + E^(-14.9`-0.26` P+1.4` X)) +
  6.064454585146334`*^-14 E^(-14.9`-0.19` P+1.4` X)/(1 + E^(-14.9`-0.19` P+1.4` X)) +
  0.00259318524966552` E^(-14.9`-0.12` P+1.4` X)/(1 + E^(-14.9`-0.12` P+1.4` X)) +
  6.012353195418592`*^-175 E^(-14.9`-0.4` P+1.4` X)/(1 + E^(-14.9`-0.4` P+1.4` X)) +
  1.149950748486412`*^-140 E^(-14.9`-0.33` P+1.4` X)/(1 + E^(-14.9`-0.33` P+1.4` X)) +
  4.70043933538821`*^-106 E^(-14.9`-0.26` P+1.4` X)/(1 + E^(-14.9`-0.26` P+1.4` X)) +
  0.1455171868943602` E^(-14.9`-0.19` P+1.4` X)/(1 + E^(-14.9`-0.19` P+1.4` X)) +
  2.1250765785087093`*^-36 E^(-14.9`-0.12` P+1.4` X)/(1 + E^(-14.9`-0.12` P+1.4` X)));
```

```
ProfitCase7 = 100 (-1 + P - 0.4` X - 0.05` X^2) ProbabRound7Case7
```

```
100 (0.715252 E^(-14.9-0.47 P+1.4 X)/(1 + E^(-14.9-0.47 P+1.4 X)) +
     0.0935826 E^(-14.9-0.4 P+1.4 X)/(1 + E^(-14.9-0.4 P+1.4 X)) +
     0.0261671 E^(-14.9-0.33 P+1.4 X)/(1 + E^(-14.9-0.33 P+1.4 X)) +
     0.0113517 E^(-14.9-0.26 P+1.4 X)/(1 + E^(-14.9-0.26 P+1.4 X)) +
     0.151053 E^(-14.9-0.19 P+1.4 X)/(1 + E^(-14.9-0.19 P+1.4 X)) +
     0.00259319 E^(-14.9-0.12 P+1.4 X)/(1 + E^(-14.9-0.12 P+1.4 X))) (-1 + P - 0.4 X - 0.05 X^2)
```

```
Maximum = Maximize [{ProfitCase7, X > X6 }, {X, P}] (*Find max with 1 constraint*)
```

```
{121.264, {P -> 1156.72, X -> 112.667}}
```

```
P7Case7 = Maximum [[2, 1, 2]];
```

```
X7Case7 = Maximum [[2, 2, 2]];
```

Results

```
(* ******************************************************************************** *)
(*  By comparing the profit in each of the cases, we can see that the profits are
  higher in case 7  , so... *)
X7 = X7Case7;

P7 = P7Case7;

(*set the chosen X and P*)

X = X7
```

112.667

```
P = P7
```

1156.72

```
SalesRound7 = 100 ProbabRound7Case7
```

0.254778

```
TrialsRound7 = 100 ProbabRound7Case1
```

6.01374×10^{-173}

```
ProfitRound7 = ProfitCase7
```

121.264

EIGHT ROUND

FIRST CASE - When X <= X1 we have 1 segment: trials

```
Clear [X, P]
```

$$\text{ProbabRound8Case1} = \left(\frac{0.7152523582983392` \, e^{-14.9`-0.47` P+1.4` X}}{1 + e^{-14.9`-0.47` P+1.4` X}}\right);$$

```
ProfitCase1 = 100 (-1 + P - 0.4` X - 0.05` X^2) ProbabRound8Case1
```

$$\frac{71.5252 \, e^{-14.9-0.47 P+1.4 X} \left(-1 + P - 0.4 X - 0.05 X^2\right)}{1 + e^{-14.9-0.47 P+1.4 X}}$$

```
Maximum = Maximize [{ProfitCase1, X <= X1 }, {X, P}] (*Find max with constraint X<=X1 *)
```

{51.5825, {P → 47.4128, X → 25.7872}}

```
P8Case1 = Maximum [[2, 1, 2]];

X8Case1 = Maximum [[2, 2, 2]];
```

SECOND CASE-When X1< X<= X2

```
Clear [X, P]
```

ProbabRound8Case2 =

$$\left(\frac{0.7152523582983392` e^{-14.9`-0.47` P+1.4` X}}{1+e^{-14.9`-0.47` P+1.4` X}}+\frac{0.062063144361873275` e^{-14.9`-0.4` P+1.4` X}}{1+e^{-14.9`-0.4` P+1.4` X}}\right);$$

ProfitCase2 = 100 $(-1+P-0.4` X-0.05` X^2)$ ProbabRound8Case2

$$100\left(\frac{0.715252\, e^{-14.9-0.47 P+1.4 X}}{1+e^{-14.9-0.47 P+1.4 X}}+\frac{0.0620631\, e^{-14.9-0.4 P+1.4 X}}{1+e^{-14.9-0.4 P+1.4 X}}\right)(-1+P-0.4 X-0.05 X^2)$$

```
Maximum = Maximize [{ProfitCase2, X > X1 && X <= X2 }, {X, P}] (*Find max w/ 2 constraints*)
```

{69.1384, {P → 48.7878, X → 26.0256}}

```
P8Case2 = Maximum [[2, 1, 2]];
```

```
X8Case2 = Maximum [[2, 2, 2]];
```

THIRD CASE - When X2< X<=X3

```
Clear [X, P]
```

ProbabRound8Case3 =

$$\left(\frac{0.7152523582983392` e^{-14.9`-0.47` P+1.4` X}}{1+e^{-14.9`-0.47` P+1.4` X}}+\frac{0.062063144361873275` e^{-14.9`-0.4` P+1.4` X}}{1+e^{-14.9`-0.4` P+1.4` X}}+\frac{0.03151869991923527` e^{-14.9`-0.4` P+1.4` X}}{1+e^{-14.9`-0.4` P+1.4` X}}+\frac{0.02593022695050738` e^{-14.9`-0.33` P+1.4` X}}{1+e^{-14.9`-0.33` P+1.4` X}}\right);$$

ProfitCase3 = 100 $(-1+P-0.4` X-0.05` X^2)$ ProbabRound8Case3

$$100\left(\frac{0.715252\, e^{-14.9-0.47 P+1.4 X}}{1+e^{-14.9-0.47 P+1.4 X}}+\frac{0.0935818\, e^{-14.9-0.4 P+1.4 X}}{1+e^{-14.9-0.4 P+1.4 X}}+\frac{0.0259302\, e^{-14.9-0.33 P+1.4 X}}{1+e^{-14.9-0.33 P+1.4 X}}\right)(-1+P-0.4 X-0.05 X^2)$$

```
Maximum = Maximize [{ProfitCase3, X > X2 && X <= X3 }, {X, P}] (*Find max w/ 2 constraints*)
```

{86.095, {P → 59.5, X → 28.7529}}

```
P8Case3 = Maximum [[2, 1, 2]];
```

```
X8Case3 = Maximum [[2, 2, 2]];
```

■ FOURTH CASE - When X3< X<=X4

```
Clear [X, P]
ProbabRound8Case4 =
```

$$\left(\frac{0.7152523582983392`\,e^{-14.9`-0.47`\,P+1.4`\,X}}{1+e^{-14.9`-0.47`\,P+1.4`\,X}}+\frac{0.062063144361873275`\,e^{-14.9`-0.4`\,P+1.4`\,X}}{1+e^{-14.9`-0.4`\,P+1.4`\,X}}+\frac{0.03151869991923527`\,e^{-14.9`-0.4`\,P+1.4`\,X}}{1+e^{-14.9`-0.4`\,P+1.4`\,X}}+\frac{0.02593022695050738`\,e^{-14.9`-0.33`\,P+1.4`\,X}}{1+e^{-14.9`-0.33`\,P+1.4`\,X}}+\frac{7.199909902728872`*\hat{}-7\,e^{-14.9`-0.4`\,P+1.4`\,X}}{1+e^{-14.9`-0.4`\,P+1.4`\,X}}+\frac{0.00023683970716052746`\,e^{-14.9`-0.33`\,P+1.4`\,X}}{1+e^{-14.9`-0.33`\,P+1.4`\,X}}+\frac{0.011351405338064221`\,e^{-14.9`-0.26`\,P+1.4`\,X}}{1+e^{-14.9`-0.26`\,P+1.4`\,X}}\right);$$

```
ProfitCase4 = 100 (-1 + P - 0.4` X - 0.05` X^2) ProbabRound8Case4
```

$$100\left(\frac{0.715252\,e^{-14.9-0.47P+1.4X}}{1+e^{-14.9-0.47P+1.4X}}+\frac{0.0935826\,e^{-14.9-0.4P+1.4X}}{1+e^{-14.9-0.4P+1.4X}}+\frac{0.0261671\,e^{-14.9-0.33P+1.4X}}{1+e^{-14.9-0.33P+1.4X}}+\frac{0.0113514\,e^{-14.9-0.26P+1.4X}}{1+e^{-14.9-0.26P+1.4X}}\right)(-1+P-0.4X-0.05X^2)$$

```
Maximum = Maximize [{ProfitCase4, X > X3 && X <= X4 }, {X, P}] (*Find max with 1 constraint*)
```

{76.0915, {P → 113.113, X → 38.33}}

```
P8Case4 = Maximum [[2, 1, 2]];

X8Case4 = Maximum [[2, 2, 2]];
```

■ FIFTH CASE - When X4< X<=X5

```
Clear [X, P]
ProbabRound8Case5 =
```

$$\left(\frac{0.7152523582983392`\,e^{-14.9`-0.47`\,P+1.4`\,X}}{1+e^{-14.9`-0.47`\,P+1.4`\,X}}+\frac{0.062063144361873275`\,e^{-14.9`-0.4`\,P+1.4`\,X}}{1+e^{-14.9`-0.4`\,P+1.4`\,X}}+\frac{0.03151869991923527`\,e^{-14.9`-0.4`\,P+1.4`\,X}}{1+e^{-14.9`-0.4`\,P+1.4`\,X}}+\frac{0.02593022695050738`\,e^{-14.9`-0.33`\,P+1.4`\,X}}{1+e^{-14.9`-0.33`\,P+1.4`\,X}}+\frac{7.199909902728872`*\hat{}-7\,e^{-14.9`-0.4`\,P+1.4`\,X}}{1+e^{-14.9`-0.4`\,P+1.4`\,X}}+\frac{0.00023683970716052746`\,e^{-14.9`-0.33`\,P+1.4`\,X}}{1+e^{-14.9`-0.33`\,P+1.4`\,X}}+\frac{0.011351405338064221`\,e^{-14.9`-0.26`\,P+1.4`\,X}}{1+e^{-14.9`-0.26`\,P+1.4`\,X}}+\frac{4.4439873005482355`*\hat{}-18\,e^{-14.9`-0.4`\,P+1.4`\,X}}{1+e^{-14.9`-0.4`\,P+1.4`\,X}}+\frac{7.537514088858333`*\hat{}-13\,e^{-14.9`-0.33`\,P+1.4`\,X}}{1+e^{-14.9`-0.33`\,P+1.4`\,X}}+\frac{2.7321712772412054`*\hat{}-7\,e^{-14.9`-0.26`\,P+1.4`\,X}}{1+e^{-14.9`-0.26`\,P+1.4`\,X}}+\frac{0.005535960071862021`\,e^{-14.9`-0.19`\,P+1.4`\,X}}{1+e^{-14.9`-0.19`\,P+1.4`\,X}}\right);$$

```
ProfitCase5 = 100 (-1 + P - 0.4` X - 0.05` X^2) ProbabRound8Case5
```

$$100\left(\frac{0.715252\,e^{-14.9-0.47\,P+1.4\,X}}{1+e^{-14.9-0.47\,P+1.4\,X}}+\frac{0.0935826\,e^{-14.9-0.4\,P+1.4\,X}}{1+e^{-14.9-0.4\,P+1.4\,X}}+\frac{0.0261671\,e^{-14.9-0.33\,P+1.4\,X}}{1+e^{-14.9-0.33\,P+1.4\,X}}+\frac{0.0113517\,e^{-14.9-0.26\,P+1.4\,X}}{1+e^{-14.9-0.26\,P+1.4\,X}}+\frac{0.00553596\,e^{-14.9-0.19\,P+1.4\,X}}{1+e^{-14.9-0.19\,P+1.4\,X}}\right)\left(-1+P-0.4\,X-0.05\,X^2\right)$$

```
Maximum = Maximize [{ProfitCase5, X > X4 && X <= X5 }, {X, P}] (*Find max with 1 constraint*)
```

```
{90.5389, {P → 202.771, X → 49.8458}}
```

```
P8Case5 = Maximum [[2, 1, 2]];
```

```
X8Case5 = Maximum [[2, 2, 2]];
```

■ SIXTH CASE - When X5< X<=X6

```
Clear [X, P]
ProbabRound8Case6 =
 ((0.7152523582983392` E^(-14.9`-0.47` P+1.4` X))/(1 + E^(-14.9`-0.47` P+1.4` X)) +
  (0.062063144361873275` E^(-14.9`-0.4` P+1.4` X))/(1 + E^(-14.9`-0.4` P+1.4` X)) +
  (0.03151869991923527` E^(-14.9`-0.4` P+1.4` X))/(1 + E^(-14.9`-0.4` P+1.4` X)) +
  (0.02593022695050738` E^(-14.9`-0.33` P+1.4` X))/(1 + E^(-14.9`-0.33` P+1.4` X)) +
  (7.199909902728872`*^-7 E^(-14.9`-0.4` P+1.4` X))/(1 + E^(-14.9`-0.4` P+1.4` X)) +
  (0.00023683970716052746` E^(-14.9`-0.33` P+1.4` X))/(1 + E^(-14.9`-0.33` P+1.4` X)) +
  (0.011351405338064221` E^(-14.9`-0.26` P+1.4` X))/(1 + E^(-14.9`-0.26` P+1.4` X)) +
  (4.4439873005482355`*^-18 E^(-14.9`-0.4` P+1.4` X))/(1 + E^(-14.9`-0.4` P+1.4` X)) +
  (7.537514088858333`*^-13 E^(-14.9`-0.33` P+1.4` X))/(1 + E^(-14.9`-0.33` P+1.4` X)) +
  (2.7321712772412054`*^-7 E^(-14.9`-0.26` P+1.4` X))/(1 + E^(-14.9`-0.26` P+1.4` X)) +
  (0.005535960071862021` E^(-14.9`-0.19` P+1.4` X))/(1 + E^(-14.9`-0.19` P+1.4` X)) +
  (3.0423444292835973`*^-50 E^(-14.9`-0.4` P+1.4` X))/(1 + E^(-14.9`-0.4` P+1.4` X)) +
  (1.9934478707436116`*^-38 E^(-14.9`-0.33` P+1.4` X))/(1 + E^(-14.9`-0.33` P+1.4` X)) +
  (2.7914242268294733`*^-26 E^(-14.9`-0.26` P+1.4` X))/(1 + E^(-14.9`-0.26` P+1.4` X)) +
  (6.064454585146334`*^-14 E^(-14.9`-0.19` P+1.4` X))/(1 + E^(-14.9`-0.19` P+1.4` X)) +
  (0.000045402695492703884` E^(-14.9`-0.12` P+1.4` X))/(1 + E^(-14.9`-0.12` P+1.4` X)));
```

```
ProfitCase6 = 100 (-1 + P - 0.4` X - 0.05` X^2) ProbabRound8Case6
```

$$100\left(\frac{0.715252\,e^{-14.9-0.47\,P+1.4\,X}}{1+e^{-14.9-0.47\,P+1.4\,X}}+\frac{0.0935826\,e^{-14.9-0.4\,P+1.4\,X}}{1+e^{-14.9-0.4\,P+1.4\,X}}+\frac{0.0261671\,e^{-14.9-0.33\,P+1.4\,X}}{1+e^{-14.9-0.33\,P+1.4\,X}}+\frac{0.0113517\,e^{-14.9-0.26\,P+1.4\,X}}{1+e^{-14.9-0.26\,P+1.4\,X}}+\frac{0.00553596\,e^{-14.9-0.19\,P+1.4\,X}}{1+e^{-14.9-0.19\,P+1.4\,X}}+\frac{0.0000454027\,e^{-14.9-0.12\,P+1.4\,X}}{1+e^{-14.9-0.12\,P+1.4\,X}}\right)\left(-1+P-0.4\,X-0.05\,X^2\right)$$

```
Maximum = Maximize [{ProfitCase6, X > X5 && X <= X6 }, {X, P}] (*Find max with 1 constraint*)
{78.6162, {P → 417.788, X → 69.6842}}
P8Case6 = Maximum [[2, 1, 2]];
X8Case6 = Maximum [[2, 2, 2]];
```

■ SEVENTH CASE - When X>X6   IMPORTANT: X6=X7!!!

```
Clear [X, P]
ProbabRound8Case7 =
```

$$\left(\frac{0.7152523582983392\text{`}\,e^{-14.9\text{`}-0.47\text{`}\,P+1.4\text{`}\,X}}{1+e^{-14.9\text{`}-0.47\text{`}\,P+1.4\text{`}\,X}}+\frac{0.062063144361873275\text{`}\,e^{-14.9\text{`}-0.4\text{`}\,P+1.4\text{`}\,X}}{1+e^{-14.9\text{`}-0.4\text{`}\,P+1.4\text{`}\,X}}+\frac{0.03151869991923527\text{`}\,e^{-14.9\text{`}-0.4\text{`}\,P+1.4\text{`}\,X}}{1+e^{-14.9\text{`}-0.4\text{`}\,P+1.4\text{`}\,X}}+\frac{0.02593022695050738\text{`}\,e^{-14.9\text{`}-0.33\text{`}\,P+1.4\text{`}\,X}}{1+e^{-14.9\text{`}-0.33\text{`}\,P+1.4\text{`}\,X}}+\frac{7.199909902728872\text{`}{*}{\wedge}{-7}\,e^{-14.9\text{`}-0.4\text{`}\,P+1.4\text{`}\,X}}{1+e^{-14.9\text{`}-0.4\text{`}\,P+1.4\text{`}\,X}}+\frac{0.00023683970716052746\text{`}\,e^{-14.9\text{`}-0.33\text{`}\,P+1.4\text{`}\,X}}{1+e^{-14.9\text{`}-0.33\text{`}\,P+1.4\text{`}\,X}}+\frac{0.011351405338064221\text{`}\,e^{-14.9\text{`}-0.26\text{`}\,P+1.4\text{`}\,X}}{1+e^{-14.9\text{`}-0.26\text{`}\,P+1.4\text{`}\,X}}+\frac{4.4439873005482355\text{`}{*}{\wedge}{-18}\,e^{-14.9\text{`}-0.4\text{`}\,P+1.4\text{`}\,X}}{1+e^{-14.9\text{`}-0.4\text{`}\,P+1.4\text{`}\,X}}+\frac{7.537514088858333\text{`}{*}{\wedge}{-13}\,e^{-14.9\text{`}-0.33\text{`}\,P+1.4\text{`}\,X}}{1+e^{-14.9\text{`}-0.33\text{`}\,P+1.4\text{`}\,X}}+\frac{2.7321712772412054\text{`}{*}{\wedge}{-7}\,e^{-14.9\text{`}-0.26\text{`}\,P+1.4\text{`}\,X}}{1+e^{-14.9\text{`}-0.26\text{`}\,P+1.4\text{`}\,X}}+\frac{0.005535960071862021\text{`}\,e^{-14.9\text{`}-0.19\text{`}\,P+1.4\text{`}\,X}}{1+e^{-14.9\text{`}-0.19\text{`}\,P+1.4\text{`}\,X}}+\frac{3.0423444292835973\text{`}{*}{\wedge}{-50}\,e^{-14.9\text{`}-0.4\text{`}\,P+1.4\text{`}\,X}}{1+e^{-14.9\text{`}-0.4\text{`}\,P+1.4\text{`}\,X}}+\frac{1.9934478707436116\text{`}{*}{\wedge}{-38}\,e^{-14.9\text{`}-0.33\text{`}\,P+1.4\text{`}\,X}}{1+e^{-14.9\text{`}-0.33\text{`}\,P+1.4\text{`}\,X}}+\frac{2.7914242268294733\text{`}{*}{\wedge}{-26}\,e^{-14.9\text{`}-0.26\text{`}\,P+1.4\text{`}\,X}}{1+e^{-14.9\text{`}-0.26\text{`}\,P+1.4\text{`}\,X}}+\frac{6.064454585146334\text{`}{*}{\wedge}{-14}\,e^{-14.9\text{`}-0.19\text{`}\,P+1.4\text{`}\,X}}{1+e^{-14.9\text{`}-0.19\text{`}\,P+1.4\text{`}\,X}}+\frac{0.000045402695492703884\text{`}\,e^{-14.9\text{`}-0.12\text{`}\,P+1.4\text{`}\,X}}{1+e^{-14.9\text{`}-0.12\text{`}\,P+1.4\text{`}\,X}}+\frac{6.012361849095897\text{`}{*}{\wedge}{-175}\,e^{-14.9\text{`}-0.4\text{`}\,P+1.4\text{`}\,X}}{1+e^{-14.9\text{`}-0.4\text{`}\,P+1.4\text{`}\,X}}+\frac{1.1499520591395995\text{`}{*}{\wedge}{-140}\,e^{-14.9\text{`}-0.33\text{`}\,P+1.4\text{`}\,X}}{1+e^{-14.9\text{`}-0.33\text{`}\,P+1.4\text{`}\,X}}+\frac{5.585936967761736\text{`}{*}{\wedge}{-35}\,e^{-14.9\text{`}-0.26\text{`}\,P+1.4\text{`}\,X}}{1+e^{-14.9\text{`}-0.26\text{`}\,P+1.4\text{`}\,X}}+\frac{0.0025477825541728163\text{`}\,e^{-14.9\text{`}-0.19\text{`}\,P+1.4\text{`}\,X}}{1+e^{-14.9\text{`}-0.19\text{`}\,P+1.4\text{`}\,X}}+\frac{2.1250770907394612\text{`}{*}{\wedge}{-36}\,e^{-14.9\text{`}-0.12\text{`}\,P+1.4\text{`}\,X}}{1+e^{-14.9\text{`}-0.12\text{`}\,P+1.4\text{`}\,X}}+\frac{6.012353195418592\text{`}{*}{\wedge}{-175}\,e^{-14.9\text{`}-0.4\text{`}\,P+1.4\text{`}\,X}}{1+e^{-14.9\text{`}-0.4\text{`}\,P+1.4\text{`}\,X}}+\frac{1.149950748486412\text{`}{*}{\wedge}{-140}\,e^{-14.9\text{`}-0.33\text{`}\,P+1.4\text{`}\,X}}{1+e^{-14.9\text{`}-0.33\text{`}\,P+1.4\text{`}\,X}}+\frac{4.70043933538821\text{`}{*}{\wedge}{-106}\,e^{-14.9\text{`}-0.26\text{`}\,P+1.4\text{`}\,X}}{1+e^{-14.9\text{`}-0.26\text{`}\,P+1.4\text{`}\,X}}+\frac{0.1455171868943602\text{`}\,e^{-14.9\text{`}-0.19\text{`}\,P+1.4\text{`}\,X}}{1+e^{-14.9\text{`}-0.19\text{`}\,P+1.4\text{`}\,X}}+\frac{3.7206830790493234\text{`}{*}{\wedge}{-38}\,e^{-14.9\text{`}-0.12\text{`}\,P+1.4\text{`}\,X}}{1+e^{-14.9\text{`}-0.12\text{`}\,P+1.4\text{`}\,X}}\right);$$

```
ProfitCase7 = 100 (-1 + P - 0.4` X - 0.05` X^2) ProbabRound8Case7
```

$$100\left(\frac{0.715252\,e^{-14.9-0.47\,P+1.4\,X}}{1+e^{-14.9-0.47\,P+1.4\,X}}+\frac{0.0935826\,e^{-14.9-0.4\,P+1.4\,X}}{1+e^{-14.9-0.4\,P+1.4\,X}}+\frac{0.0261671\,e^{-14.9-0.33\,P+1.4\,X}}{1+e^{-14.9-0.33\,P+1.4\,X}}+\frac{0.0113517\,e^{-14.9-0.26\,P+1.4\,X}}{1+e^{-14.9-0.26\,P+1.4\,X}}+\frac{0.153601\,e^{-14.9-0.19\,P+1.4\,X}}{1+e^{-14.9-0.19\,P+1.4\,X}}+\frac{0.0000454027\,e^{-14.9-0.12\,P+1.4\,X}}{1+e^{-14.9-0.12\,P+1.4\,X}}\right)\left(-1+P-0.4\,X-0.05\,X^2\right)$$

```
Maximum = Maximize [{ProfitCase7, X > X6 }, {X, P}] (*Find max with 1 constraint*)
```

{822.461, {P → 739.548, X → 112.667}}

```
P8Case7 = Maximum [[2, 1, 2]];
```

```
X8Case7 = Maximum [[2, 2, 2]];
```

Results

```
(* ************************************************************************** *)
(*  By comparing the profit in each of the cases, we can see that the profits are
  higher in case 7   , so... *)
X8 = X8Case7
```

112.667

```
P8 = P8Case7
```

739.548

```
(*set the chosen X and P*)
```

```
X = X8
```

112.667

```
P = P8
```

739.548

```
SalesRound8 = 100 ProbabRound8Case7
```

13.9891

```
TrialsRound8 = 100 ProbabRound8Case1
```

8.52618×10^{-88}

```
ProfitRound8 = ProfitCase7
```

822.461

■ NINETH ROUND

■ FIRST CASE - When X < X1 we have 1 segment: trials

```
Clear[X, P]
```

```
ProbabRound9Case1 = (0.7152523582983392` E^(-14.9`-0.47` P+1.4` X)/(1 + E^(-14.9`-0.47` P+1.4` X)));
```

```
ProfitCase1 = 100 (-1 + P - 0.4` X - 0.05` X^2) ProbabRound9Case1
```

$$\frac{71.5252\, e^{-14.9-0.47 P+1.4 X}\,(-1+P-0.4 X-0.05 X^2)}{1+e^{-14.9-0.47 P+1.4 X}}$$

```
Maximum = Maximize[{ProfitCase1, X <= X1 }, {X, P}] (*Find max with constraint X<=X1 *)
```

{51.5825, {P → 47.4128, X → 25.7872}}

```
P9Case1 = Maximum[[2, 1, 2]];
```

```
X9Case1 = Maximum[[2, 2, 2]];
```

■ SECOND CASE-When X1< X<= X2 we have 1 segment of trials and 1 of repurchase

```
Clear[X, P]
```

```
ProbabRound9Case2 =
  (0.7152523582983392` E^(-14.9`-0.47` P+1.4` X)/(1 + E^(-14.9`-0.47` P+1.4` X)) + 0.062063144361873275` E^(-14.9`-0.4` P+1.4` X)/(1 + E^(-14.9`-0.4` P+1.4` X)));
```

```
ProfitCase2 = 100 (-1 + P - 0.4` X - 0.05` X^2) ProbabRound9Case2
```

$$100\left(\frac{0.715252\, e^{-14.9-0.47 P+1.4 X}}{1+e^{-14.9-0.47 P+1.4 X}}+\frac{0.0620631\, e^{-14.9-0.4 P+1.4 X}}{1+e^{-14.9-0.4 P+1.4 X}}\right)(-1+P-0.4 X-0.05 X^2)$$

```
Maximum = Maximize[{ProfitCase2, X > X1 && X <= X2 }, {X, P}] (*Find max w/ 2 constraints*)
```

{69.1384, {P → 48.7878, X → 26.0256}}

```
P9Case2 = Maximum[[2, 1, 2]];
```

```
X9Case2 = Maximum[[2, 2, 2]];
```

■ THIRD CASE - When X2< X<=X3

```
Clear[X, P]
```

```
ProbabRound9Case3 =
```

$$\left(\frac{0.7152523582983392\text{`}\, e^{-14.9\text{`}-0.47\text{`}P+1.4\text{`}X}}{1+e^{-14.9\text{`}-0.47\text{`}P+1.4\text{`}X}}+\frac{0.062063144361873275\text{`}\, e^{-14.9\text{`}-0.4\text{`}P+1.4\text{`}X}}{1+e^{-14.9\text{`}-0.4\text{`}P+1.4\text{`}X}}+\frac{0.03151869991923527\text{`}\, e^{-14.9\text{`}-0.4\text{`}P+1.4\text{`}X}}{1+e^{-14.9\text{`}-0.4\text{`}P+1.4\text{`}X}}+\frac{0.02593022695050738\text{`}\, e^{-14.9\text{`}-0.33\text{`}P+1.4\text{`}X}}{1+e^{-14.9\text{`}-0.33\text{`}P+1.4\text{`}X}}\right);$$

```
ProfitCase3 = 100 (-1 + P - 0.4` X - 0.05` X^2) ProbabRound9Case3
```

$$100\left(\frac{0.715252\, e^{-14.9-0.47P+1.4X}}{1+e^{-14.9-0.47P+1.4X}}+\frac{0.0935818\, e^{-14.9-0.4P+1.4X}}{1+e^{-14.9-0.4P+1.4X}}+\frac{0.0259302\, e^{-14.9-0.33P+1.4X}}{1+e^{-14.9-0.33P+1.4X}}\right)(-1+P-0.4X-0.05X^2)$$

```
Maximum = Maximize [{ProfitCase3, X > X2 && X <= X3 }, {X, P}] (*Find max w/ 2 constraints*)
```

{86.095, {P → 59.5, X → 28.7529}}

```
P9Case3 = Maximum [[2, 1, 2]];

X9Case3 = Maximum [[2, 2, 2]];
```

■ FOURTH CASE - When X3< X<=X4

```
Clear [X, P]
ProbabRound9Case4 =
```

$$\left(\frac{0.7152523582983392\text{`}\, e^{-14.9\text{`}-0.47\text{`}P+1.4\text{`}X}}{1+e^{-14.9\text{`}-0.47\text{`}P+1.4\text{`}X}}+\frac{0.062063144361873275\text{`}\, e^{-14.9\text{`}-0.4\text{`}P+1.4\text{`}X}}{1+e^{-14.9\text{`}-0.4\text{`}P+1.4\text{`}X}}+\frac{0.03151869991923527\text{`}\, e^{-14.9\text{`}-0.4\text{`}P+1.4\text{`}X}}{1+e^{-14.9\text{`}-0.4\text{`}P+1.4\text{`}X}}+\frac{0.02593022695050738\text{`}\, e^{-14.9\text{`}-0.33\text{`}P+1.4\text{`}X}}{1+e^{-14.9\text{`}-0.33\text{`}P+1.4\text{`}X}}+\frac{7.199909902728872\text{`*\^{}-7}\, e^{-14.9\text{`}-0.4\text{`}P+1.4\text{`}X}}{1+e^{-14.9\text{`}-0.4\text{`}P+1.4\text{`}X}}+\frac{0.00023683970716052746\text{`}\, e^{-14.9\text{`}-0.33\text{`}P+1.4\text{`}X}}{1+e^{-14.9\text{`}-0.33\text{`}P+1.4\text{`}X}}+\frac{0.011351405338064221\text{`}\, e^{-14.9\text{`}-0.26\text{`}P+1.4\text{`}X}}{1+e^{-14.9\text{`}-0.26\text{`}P+1.4\text{`}X}}\right);$$

```
ProfitCase4 = 100 (-1 + P - 0.4` X - 0.05` X^2) ProbabRound9Case4
```

$$100\left(\frac{0.715252\, e^{-14.9-0.47P+1.4X}}{1+e^{-14.9-0.47P+1.4X}}+\frac{0.0935826\, e^{-14.9-0.4P+1.4X}}{1+e^{-14.9-0.4P+1.4X}}+\frac{0.0261671\, e^{-14.9-0.33P+1.4X}}{1+e^{-14.9-0.33P+1.4X}}+\frac{0.0113514\, e^{-14.9-0.26P+1.4X}}{1+e^{-14.9-0.26P+1.4X}}\right)(-1+P-0.4X-0.05X^2)$$

```
Maximum = Maximize [{ProfitCase4, X > X3 && X <= X4 }, {X, P}] (*Find max with 1 constraint*)
```

{76.0915, {P → 113.113, X → 38.33}}

```
P9Case4 = Maximum [[2, 1, 2]];

X9Case4 = Maximum [[2, 2, 2]];
```

FIFTH CASE - When X4< X<=X5

```
Clear[X, P]
ProbabRound9Case5 =
 (0.7152523582983392` e^(-14.9`-0.47` P+1.4` X)/(1 + e^(-14.9`-0.47` P+1.4` X)) + 0.062063144361873275` e^(-14.9`-0.4` P+1.4` X)/(1 + e^(-14.9`-0.4` P+1.4` X)) +
  0.03151869991923527` e^(-14.9`-0.4` P+1.4` X)/(1 + e^(-14.9`-0.4` P+1.4` X)) + 0.02593022695050738` e^(-14.9`-0.33` P+1.4` X)/(1 + e^(-14.9`-0.33` P+1.4` X)) +
  7.199909902728872`*^-7 e^(-14.9`-0.4` P+1.4` X)/(1 + e^(-14.9`-0.4` P+1.4` X)) + 0.00023683970716052746` e^(-14.9`-0.33` P+1.4` X)/(1 + e^(-14.9`-0.33` P+1.4` X)) +
  0.011351405338064221` e^(-14.9`-0.26` P+1.4` X)/(1 + e^(-14.9`-0.26` P+1.4` X)) + 4.4439873005482355`*^-18 e^(-14.9`-0.4` P+1.4` X)/(1 + e^(-14.9`-0.4` P+1.4` X)) +
  7.537514088858333`*^-13 e^(-14.9`-0.33` P+1.4` X)/(1 + e^(-14.9`-0.33` P+1.4` X)) +
  2.7321712772412054`*^-7 e^(-14.9`-0.26` P+1.4` X)/(1 + e^(-14.9`-0.26` P+1.4` X)) +
  0.0004957445920250648` e^(-14.9`-0.19` P+1.4` X)/(1 + e^(-14.9`-0.19` P+1.4` X)));
```

```
ProfitCase5 = 100 (-1 + P - 0.4` X - 0.05` X^2) ProbabRound9Case5
```

$$100\left(\frac{0.715252\,e^{-14.9-0.47P+1.4X}}{1+e^{-14.9-0.47P+1.4X}}+\frac{0.0935826\,e^{-14.9-0.4P+1.4X}}{1+e^{-14.9-0.4P+1.4X}}+\frac{0.0261671\,e^{-14.9-0.33P+1.4X}}{1+e^{-14.9-0.33P+1.4X}}+\frac{0.0113517\,e^{-14.9-0.26P+1.4X}}{1+e^{-14.9-0.26P+1.4X}}+\frac{0.000495745\,e^{-14.9-0.19P+1.4X}}{1+e^{-14.9-0.19P+1.4X}}\right)(-1+P-0.4X-0.05X^2)$$

```
Maximum = Maximize[{ProfitCase5, X > X4 && X <= X5 }, {X, P}] (*Find max with 1 constraint*)
```

{61.8716, {P → 201.248, X → 49.8458}}

```
P9Case5 = Maximum[[2, 1, 2]];

X9Case5 = Maximum[[2, 2, 2]];
```

■ SIXTH CASE - When X5< X<=X6

```
Clear [X, P]
ProbabRound9Case6 =
 ((0.7152523582983392` E^(-14.9`-0.47` P+1.4` X))/(1 + E^(-14.9`-0.47` P+1.4` X)) + (0.062063144361873275` E^(-14.9`-0.4` P+1.4` X))/(1 + E^(-14.9`-0.4` P+1.4` X)) +
  (0.03151869991923527` E^(-14.9`-0.4` P+1.4` X))/(1 + E^(-14.9`-0.4` P+1.4` X)) + (0.02593022695050738` E^(-14.9`-0.33` P+1.4` X))/(1 + E^(-14.9`-0.33` P+1.4` X)) +
  (7.199909902728872`*^-7 E^(-14.9`-0.4` P+1.4` X))/(1 + E^(-14.9`-0.4` P+1.4` X)) + (0.00023683970716052746` E^(-14.9`-0.33` P+1.4` X))/(1 + E^(-14.9`-0.33` P+1.4` X)) +
  (0.011351405338064221` E^(-14.9`-0.26` P+1.4` X))/(1 + E^(-14.9`-0.26` P+1.4` X)) + (4.4439873005482355`*^-18 E^(-14.9`-0.4` P+1.4` X))/(1 + E^(-14.9`-0.4` P+1.4` X)) +
  (7.537514088858333`*^-13 E^(-14.9`-0.33` P+1.4` X))/(1 + E^(-14.9`-0.33` P+1.4` X)) +
  (2.7321712772412054`*^-7 E^(-14.9`-0.26` P+1.4` X))/(1 + E^(-14.9`-0.26` P+1.4` X)) + (0.0004957445920250648` E^(-14.9`-0.19` P+1.4` X))/(1 + E^(-14.9`-0.19` P+1.4` X)) +
  (3.0423444292835973`*^-50 E^(-14.9`-0.4` P+1.4` X))/(1 + E^(-14.9`-0.4` P+1.4` X)) +
  (1.9934478707436116`*^-38 E^(-14.9`-0.33` P+1.4` X))/(1 + E^(-14.9`-0.33` P+1.4` X)) +
  (2.7914242268294733`*^-26 E^(-14.9`-0.26` P+1.4` X))/(1 + E^(-14.9`-0.26` P+1.4` X)) +
  (5.430712153161707`*^-15 E^(-14.9`-0.19` P+1.4` X))/(1 + E^(-14.9`-0.19` P+1.4` X)) + (0.` E^(-14.9`-0.12` P+1.4` X))/(1 + E^(-14.9`-0.12` P+1.4` X)));
```

```
ProfitCase6 = 100 (-1 + P - 0.4` X - 0.05` X^2) ProbabRound9Case6
```

```
100 ((0.715252 E^(-14.9-0.47 P+1.4 X))/(1 + E^(-14.9-0.47 P+1.4 X)) + (0.0935826 E^(-14.9-0.4 P+1.4 X))/(1 + E^(-14.9-0.4 P+1.4 X)) +
  (0.0261671 E^(-14.9-0.33 P+1.4 X))/(1 + E^(-14.9-0.33 P+1.4 X)) + (0.0113517 E^(-14.9-0.26 P+1.4 X))/(1 + E^(-14.9-0.26 P+1.4 X)) +
  (0.000495745 E^(-14.9-0.19 P+1.4 X))/(1 + E^(-14.9-0.19 P+1.4 X)) + (0. E^(-14.9-0.12 P+1.4 X))/(1 + E^(-14.9-0.12 P+1.4 X))) (-1 + P - 0.4 X - 0.05 X^2)
```

```
Maximum = Maximize [{ProfitCase6, X > X5 && X <= X6 }, {X, P}] (*Find max with 1 constraint*)
```

```
{40.4965, {P → 309.715, X → 69.6842}}
```

```
P9Case6 = Maximum [[2, 1, 2]];
```

```
X9Case6 = Maximum [[2, 2, 2]];
```

■ SEVENTH CASE - When X>X6

```
Clear [X, P]
ProbabRound9Case7 =
 (0.7152523582983392` E^(-14.9`-0.47` P+1.4` X)/(1 + E^(-14.9`-0.47` P+1.4` X)) + 0.062063144361873275` E^(-14.9`-0.4` P+1.4` X)/(1 + E^(-14.9`-0.4` P+1.4` X)) +
  0.03151869991923527` E^(-14.9`-0.4` P+1.4` X)/(1 + E^(-14.9`-0.4` P+1.4` X)) + 0.02593022695050738` E^(-14.9`-0.33` P+1.4` X)/(1 + E^(-14.9`-0.33` P+1.4` X)) +
  7.199909902728872`*^-7 E^(-14.9`-0.4` P+1.4` X)/(1 + E^(-14.9`-0.4` P+1.4` X)) + 0.00023683970716052746` E^(-14.9`-0.33` P+1.4` X)/(1 + E^(-14.9`-0.33` P+1.4` X)) +
  0.011351405338064221` E^(-14.9`-0.26` P+1.4` X)/(1 + E^(-14.9`-0.26` P+1.4` X)) + 4.4439873005482355`*^-18 E^(-14.9`-0.4` P+1.4` X)/(1 + E^(-14.9`-0.4` P+1.4` X)) +
  7.537514088858333`*^-13 E^(-14.9`-0.33` P+1.4` X)/(1 + E^(-14.9`-0.33` P+1.4` X)) +
  2.7321712772412054`*^-7 E^(-14.9`-0.26` P+1.4` X)/(1 + E^(-14.9`-0.26` P+1.4` X)) + 0.0004957445920250648` E^(-14.9`-0.19` P+1.4` X)/(1 + E^(-14.9`-0.19` P+1.4` X)) +
  3.0423444292835973`*^-50 E^(-14.9`-0.4` P+1.4` X)/(1 + E^(-14.9`-0.4` P+1.4` X)) +
  1.9934478707436116`*^-38 E^(-14.9`-0.33` P+1.4` X)/(1 + E^(-14.9`-0.33` P+1.4` X)) +
  2.7914242268294733`*^-26 E^(-14.9`-0.26` P+1.4` X)/(1 + E^(-14.9`-0.26` P+1.4` X)) +
  5.430712153161707`*^-15 E^(-14.9`-0.19` P+1.4` X)/(1 + E^(-14.9`-0.19` P+1.4` X)) + 0.` E^(-14.9`-0.12` P+1.4` X)/(1 + E^(-14.9`-0.12` P+1.4` X)) +
  6.012361849095897`*^-175 E^(-14.9`-0.4` P+1.4` X)/(1 + E^(-14.9`-0.4` P+1.4` X)) +
  1.1499520591395995`*^-140 E^(-14.9`-0.33` P+1.4` X)/(1 + E^(-14.9`-0.33` P+1.4` X)) +
  5.585936967761736`*^-35 E^(-14.9`-0.26` P+1.4` X)/(1 + E^(-14.9`-0.26` P+1.4` X)) +
  0.00022815363667573447` E^(-14.9`-0.19` P+1.4` X)/(1 + E^(-14.9`-0.19` P+1.4` X)) +
  0.` E^(-14.9`-0.12` P+1.4` X)/(1 + E^(-14.9`-0.12` P+1.4` X)) + 8.525100785399763`*^-90 E^(-14.9`-0.4` P+1.4` X)/(1 + E^(-14.9`-0.4` P+1.4` X)) +
  1.868742340463747`*^-56 E^(-14.9`-0.33` P+1.4` X)/(1 + E^(-14.9`-0.33` P+1.4` X)) + 0.13480576834888022` E^(-14.9`-0.26` P+1.4` X)/(1 + E^(-14.9`-0.26` P+1.4` X)) +
  0.013076450158469729` E^(-14.9`-0.19` P+1.4` X)/(1 + E^(-14.9`-0.19` P+1.4` X)) + 0.00504021547989217` E^(-14.9`-0.12` P+1.4` X)/(1 + E^(-14.9`-0.12` P+1.4` X)));

ProfitCase7 = 100 (-1 + P - 0.4` X - 0.05` X^2) ProbabRound9Case7
```

```
100 (0.715252 E^(-14.9-0.47 P+1.4 X)/(1 + E^(-14.9-0.47 P+1.4 X)) + 0.0935826 E^(-14.9-0.4 P+1.4 X)/(1 + E^(-14.9-0.4 P+1.4 X)) +
  0.0261671 E^(-14.9-0.33 P+1.4 X)/(1 + E^(-14.9-0.33 P+1.4 X)) + 0.146157 E^(-14.9-0.26 P+1.4 X)/(1 + E^(-14.9-0.26 P+1.4 X)) +
  0.0138003 E^(-14.9-0.19 P+1.4 X)/(1 + E^(-14.9-0.19 P+1.4 X)) + 0.00504022 E^(-14.9-0.12 P+1.4 X)/(1 + E^(-14.9-0.12 P+1.4 X))) (-1 + P - 0.4 X - 0.05 X^2)
```

```
Maximum = Maximize [{ProfitCase7, X > X6 }, {X, P}] (*Find max with 1 constraint*)
```

{235.694, {P → 1156.72, X → 112.667}}

```
P9Case7 = Maximum [[2, 1, 2]];
```

```
X9Case7 = Maximum [[2, 2, 2]];
```

Results

```
(* ***************************************************************************** *)
(*  By comparing the profit in each of the cases, we can see that the profits are
  higher in case 7  , so... *)
X9 = X9Case7;
```

```
P9 = P9Case7;
```

```
(*set the chosen X and P*)
```

```
X = X9
```

112.667

```
P = P9
```

1156.72

```
SalesRound9 = 100 ProbabRound9Case7
```

0.495197

```
TrialsRound9 = 100 ProbabRound9Case1
```

6.01374×10^{-173}

```
ProfitRound9 = ProfitCase7
```

235.694

TENTH ROUND

FIRST CASE - When X < X1 we have 1 segment: trials

```
Clear [X, P]
```

$$\text{ProbabRound10Case1} = \left(\frac{0.7152523582983392\grave{}\ e^{-14.9\grave{}-0.47\grave{}\ P+1.4\grave{}\ X}}{1+e^{-14.9\grave{}-0.47\grave{}\ P+1.4\grave{}\ X}}\right);$$

$$\text{ProfitCase1} = 100\ (-1 + P - 0.4\grave{}\ X - 0.05\grave{}\ X^2)\ \text{ProbabRound10Case1}$$

$$\frac{71.5252\ e^{-14.9-0.47\,P+1.4\,X}\ (-1 + P - 0.4\,X - 0.05\,X^2)}{1 + e^{-14.9-0.47\,P+1.4\,X}}$$

```
Maximum = Maximize [{ProfitCase1, X <= X1 }, {X, P}] (*Find max with constraint X<=X1 *)
```

{51.5825, {P → 47.4128, X → 25.7872}}

```
P10Case1 = Maximum [[2, 1, 2]];
```

```
X10Case1 = Maximum [[2, 2, 2]];
```

- **SECOND CASE-When X1< X<= X2 we have 1 segment of trials and 1 of repurchase**

```
Clear [X, P]
```

```
ProbabRound10Case2 =
```

$$\left(\frac{0.7152523582983392\text{`}\ e^{-14.9\text{`}-0.47\text{`}\ P+1.4\text{`}\ X}}{1+e^{-14.9\text{`}-0.47\text{`}\ P+1.4\text{`}\ X}}+\frac{0.062063144361873275\text{`}\ e^{-14.9\text{`}-0.4\text{`}\ P+1.4\text{`}\ X}}{1+e^{-14.9\text{`}-0.4\text{`}\ P+1.4\text{`}\ X}}\right);$$

$$\text{ProfitCase2} = 100\ (-1+P-0.4\text{`}\ X-0.05\text{`}\ X^2)\ \text{ProbabRound10Case2}$$

$$100\left(\frac{0.715252\ e^{-14.9-0.47\,P+1.4\,X}}{1+e^{-14.9-0.47\,P+1.4\,X}}+\frac{0.0620631\ e^{-14.9-0.4\,P+1.4\,X}}{1+e^{-14.9-0.4\,P+1.4\,X}}\right)(-1+P-0.4\,X-0.05\,X^2)$$

```
Maximum = Maximize [{ProfitCase2, X > X1 && X <= X2 }, {X, P}] (*Find max w/ 2 constraints*)
```

{69.1384, {P → 48.7878, X → 26.0256}}

```
P10Case2 = Maximum [[2, 1, 2]];
```

```
X10Case2 = Maximum [[2, 2, 2]];
```

- **THIRD CASE - When X2< X<=X3**

```
Clear [X, P]
```

```
ProbabRound10Case3 =
```

$$\left(\frac{0.7152523582983392\text{`}\ e^{-14.9\text{`}-0.47\text{`}\ P+1.4\text{`}\ X}}{1+e^{-14.9\text{`}-0.47\text{`}\ P+1.4\text{`}\ X}}+\frac{0.062063144361873275\text{`}\ e^{-14.9\text{`}-0.4\text{`}\ P+1.4\text{`}\ X}}{1+e^{-14.9\text{`}-0.4\text{`}\ P+1.4\text{`}\ X}}+\frac{0.03151869991923527\text{`}\ e^{-14.9\text{`}-0.4\text{`}\ P+1.4\text{`}\ X}}{1+e^{-14.9\text{`}-0.4\text{`}\ P+1.4\text{`}\ X}}+\frac{0.02593022695050738\text{`}\ e^{-14.9\text{`}-0.33\text{`}\ P+1.4\text{`}\ X}}{1+e^{-14.9\text{`}-0.33\text{`}\ P+1.4\text{`}\ X}}\right);$$

$$\text{ProfitCase3} = 100\ (-1+P-0.4\text{`}\ X-0.05\text{`}\ X^2)\ \text{ProbabRound10Case3}$$

$$100\left(\frac{0.715252\ e^{-14.9-0.47\,P+1.4\,X}}{1+e^{-14.9-0.47\,P+1.4\,X}}+\frac{0.0935818\ e^{-14.9-0.4\,P+1.4\,X}}{1+e^{-14.9-0.4\,P+1.4\,X}}+\frac{0.0259302\ e^{-14.9-0.33\,P+1.4\,X}}{1+e^{-14.9-0.33\,P+1.4\,X}}\right)(-1+P-0.4\,X-0.05\,X^2)$$

```
Maximum = Maximize [{ProfitCase3, X > X2 && X <= X3 }, {X, P}] (*Find max w/ 2 constraints*)
```

{86.095, {P → 59.5, X → 28.7529}}

```
P10Case3 = Maximum [[2, 1, 2]];
```

```
X10Case3 = Maximum [[2, 2, 2]];
```

■ FOURTH CASE - When X3< X<=X4

Clear [X, P]
ProbabRound10Case4 =

$$\left(\frac{0.7152523582983392` e^{-14.9`-0.47` P+1.4` X}}{1+e^{-14.9`-0.47` P+1.4` X}}+\frac{0.062063144361873275` e^{-14.9`-0.4` P+1.4` X}}{1+e^{-14.9`-0.4` P+1.4` X}}+\frac{0.03151869991923527` e^{-14.9`-0.4` P+1.4` X}}{1+e^{-14.9`-0.4` P+1.4` X}}+\frac{0.02593022695050738` e^{-14.9`-0.33` P+1.4` X}}{1+e^{-14.9`-0.33` P+1.4` X}}+\frac{7.199909902728872`*^-7 e^{-14.9`-0.4` P+1.4` X}}{1+e^{-14.9`-0.4` P+1.4` X}}+\frac{0.00023683970716052746` e^{-14.9`-0.33` P+1.4` X}}{1+e^{-14.9`-0.33` P+1.4` X}}+\frac{0.011351405338064221` e^{-14.9`-0.26` P+1.4` X}}{1+e^{-14.9`-0.26` P+1.4` X}}\right);$$

ProfitCase4 = 100 (-1 + P - 0.4` X - 0.05` X^2) ProbabRound10Case4

$$100\left(\frac{0.715252\, e^{-14.9-0.47 P+1.4 X}}{1+e^{-14.9-0.47 P+1.4 X}}+\frac{0.0935826\, e^{-14.9-0.4 P+1.4 X}}{1+e^{-14.9-0.4 P+1.4 X}}+\frac{0.0261671\, e^{-14.9-0.33 P+1.4 X}}{1+e^{-14.9-0.33 P+1.4 X}}+\frac{0.0113514\, e^{-14.9-0.26 P+1.4 X}}{1+e^{-14.9-0.26 P+1.4 X}}\right)\left(-1+P-0.4 X-0.05 X^2\right)$$

Maximum = Maximize [{ProfitCase4, X > X3 && X <= X4 }, {X, P}] (*Find max with 1 constraint*)

{76.0915, {P → 113.113, X → 38.33}}

P10Case4 = Maximum [[2, 1, 2]];

X10Case4 = Maximum [[2, 2, 2]];

■ FIFTH CASE - When X4< X<=X5

Clear [X, P]
ProbabRound10Case5 =

$$\left(\frac{0.7152523582983392` e^{-14.9`-0.47` P+1.4` X}}{1+e^{-14.9`-0.47` P+1.4` X}}+\frac{0.062063144361873275` e^{-14.9`-0.4` P+1.4` X}}{1+e^{-14.9`-0.4` P+1.4` X}}+\frac{0.03151869991923527` e^{-14.9`-0.4` P+1.4` X}}{1+e^{-14.9`-0.4` P+1.4` X}}+\frac{0.02593022695050738` e^{-14.9`-0.33` P+1.4` X}}{1+e^{-14.9`-0.33` P+1.4` X}}+\frac{7.199909902728872`*^-7 e^{-14.9`-0.4` P+1.4` X}}{1+e^{-14.9`-0.4` P+1.4` X}}+\frac{0.00023683970716052746` e^{-14.9`-0.33` P+1.4` X}}{1+e^{-14.9`-0.33` P+1.4` X}}+\frac{0.011351405338064221` e^{-14.9`-0.26` P+1.4` X}}{1+e^{-14.9`-0.26` P+1.4` X}}+\frac{4.4439873005482355`*^-18 e^{-14.9`-0.4` P+1.4` X}}{1+e^{-14.9`-0.4` P+1.4` X}}+\frac{7.537514088858333`*^-13 e^{-14.9`-0.33` P+1.4` X}}{1+e^{-14.9`-0.33` P+1.4` X}}+\frac{2.7321712772412054`*^-7 e^{-14.9`-0.26` P+1.4` X}}{1+e^{-14.9`-0.26` P+1.4` X}}+\frac{0.0004957445920250648` e^{-14.9`-0.19` P+1.4` X}}{1+e^{-14.9`-0.19` P+1.4` X}}\right);$$

ProfitCase5 = 100 (-1 + P - 0.4` X - 0.05` X^2) ProbabRound10Case5

$$100\left(\frac{0.715252\,e^{-14.9-0.47P+1.4X}}{1+e^{-14.9-0.47P+1.4X}}+\frac{0.0935826\,e^{-14.9-0.4P+1.4X}}{1+e^{-14.9-0.4P+1.4X}}+\frac{0.0261671\,e^{-14.9-0.33P+1.4X}}{1+e^{-14.9-0.33P+1.4X}}+\frac{0.0113517\,e^{-14.9-0.26P+1.4X}}{1+e^{-14.9-0.26P+1.4X}}+\frac{0.000495745\,e^{-14.9-0.19P+1.4X}}{1+e^{-14.9-0.19P+1.4X}}\right)(-1+P-0.4X-0.05X^2)$$

Maximum = Maximize [{ProfitCase5, X > X4 && X <= X5 }, {X, P}] (*Find max with 1 constraint*)

{61.8716, {P → 201.248, X → 49.8458}}

P10Case5 = Maximum [[2, 1, 2]];

X10Case5 = Maximum [[2, 2, 2]];

■ SIXTH CASE - When X5< X<=X6

Clear [X, P]
ProbabRound10Case6 =

$$\left(\frac{0.7152523582983392\grave{}\ e^{-14.9\grave{}-0.47\grave{}P+1.4\grave{}X}}{1+e^{-14.9\grave{}-0.47\grave{}P+1.4\grave{}X}}+\frac{0.062063144361873275\grave{}\ e^{-14.9\grave{}-0.4\grave{}P+1.4\grave{}X}}{1+e^{-14.9\grave{}-0.4\grave{}P+1.4\grave{}X}}+\frac{0.03151869991923527\grave{}\ e^{-14.9\grave{}-0.4\grave{}P+1.4\grave{}X}}{1+e^{-14.9\grave{}-0.4\grave{}P+1.4\grave{}X}}+\frac{0.02593022695050738\grave{}\ e^{-14.9\grave{}-0.33\grave{}P+1.4\grave{}X}}{1+e^{-14.9\grave{}-0.33\grave{}P+1.4\grave{}X}}+\frac{7.199909902728872\grave{}*\hat{}-7\ e^{-14.9\grave{}-0.4\grave{}P+1.4\grave{}X}}{1+e^{-14.9\grave{}-0.4\grave{}P+1.4\grave{}X}}+\frac{0.00023683970716052746\grave{}\ e^{-14.9\grave{}-0.33\grave{}P+1.4\grave{}X}}{1+e^{-14.9\grave{}-0.33\grave{}P+1.4\grave{}X}}+\frac{0.011351405338064221\grave{}\ e^{-14.9\grave{}-0.26\grave{}P+1.4\grave{}X}}{1+e^{-14.9\grave{}-0.26\grave{}P+1.4\grave{}X}}+\frac{4.4439873005482355\grave{}*\hat{}-18\ e^{-14.9\grave{}-0.4\grave{}P+1.4\grave{}X}}{1+e^{-14.9\grave{}-0.4\grave{}P+1.4\grave{}X}}+\frac{7.537514088858333\grave{}*\hat{}-13\ e^{-14.9\grave{}-0.33\grave{}P+1.4\grave{}X}}{1+e^{-14.9\grave{}-0.33\grave{}P+1.4\grave{}X}}+\frac{2.7321712772412054\grave{}*\hat{}-7\ e^{-14.9\grave{}-0.26\grave{}P+1.4\grave{}X}}{1+e^{-14.9\grave{}-0.26\grave{}P+1.4\grave{}X}}+\frac{0.0004957445920250648\grave{}\ e^{-14.9\grave{}-0.19\grave{}P+1.4\grave{}X}}{1+e^{-14.9\grave{}-0.19\grave{}P+1.4\grave{}X}}+\frac{3.0423444292835973\grave{}*\hat{}-50\ e^{-14.9\grave{}-0.4\grave{}P+1.4\grave{}X}}{1+e^{-14.9\grave{}-0.4\grave{}P+1.4\grave{}X}}+\frac{1.9934478707436116\grave{}*\hat{}-38\ e^{-14.9\grave{}-0.33\grave{}P+1.4\grave{}X}}{1+e^{-14.9\grave{}-0.33\grave{}P+1.4\grave{}X}}+\frac{2.7914242268294733\grave{}*\hat{}-26\ e^{-14.9\grave{}-0.26\grave{}P+1.4\grave{}X}}{1+e^{-14.9\grave{}-0.26\grave{}P+1.4\grave{}X}}+\frac{5.430712153161707\grave{}*\hat{}-15\ e^{-14.9\grave{}-0.19\grave{}P+1.4\grave{}X}}{1+e^{-14.9\grave{}-0.19\grave{}P+1.4\grave{}X}}+\frac{0.\grave{}\ e^{-14.9\grave{}-0.12\grave{}P+1.4\grave{}X}}{1+e^{-14.9\grave{}-0.12\grave{}P+1.4\grave{}X}}\right);$$

ProfitCase6 = 100 (-1 + P - 0.4` X - 0.05` X^2) ProbabRound10Case6

$$100\left(\frac{0.715252\,e^{-14.9-0.47P+1.4X}}{1+e^{-14.9-0.47P+1.4X}}+\frac{0.0935826\,e^{-14.9-0.4P+1.4X}}{1+e^{-14.9-0.4P+1.4X}}+\frac{0.0261671\,e^{-14.9-0.33P+1.4X}}{1+e^{-14.9-0.33P+1.4X}}+\frac{0.0113517\,e^{-14.9-0.26P+1.4X}}{1+e^{-14.9-0.26P+1.4X}}+\frac{0.000495745\,e^{-14.9-0.19P+1.4X}}{1+e^{-14.9-0.19P+1.4X}}+\frac{0.\ e^{-14.9-0.12P+1.4X}}{1+e^{-14.9-0.12P+1.4X}}\right)(-1+P-0.4X-0.05X^2)$$

```
Maximum = Maximize [{ProfitCase6, X > X5 && X <= X6 }, {X, P}] (*Find max with 1 constraint*)
{40.4965, {P → 309.715, X → 69.6842}}
P10Case6 = Maximum [[2, 1, 2]];
X10Case6 = Maximum [[2, 2, 2]];
```

- ## SEVENTH CASE - When X>X6

```
Clear[X, P]
ProbabRound10Case7 =
 ((0.7152523582983392` E^(-14.9`-0.47` P+1.4` X))/(1 + E^(-14.9`-0.47` P+1.4` X)) + (0.062063144361873275` E^(-14.9`-0.4` P+1.4` X))/(1 + E^(-14.9`-0.4` P+1.4` X)) +
  (0.03151869991923527` E^(-14.9`-0.4` P+1.4` X))/(1 + E^(-14.9`-0.4` P+1.4` X)) + (0.02593022695050738` E^(-14.9`-0.33` P+1.4` X))/(1 + E^(-14.9`-0.33` P+1.4` X)) +
  (7.199909902728872`*^-7 E^(-14.9`-0.4` P+1.4` X))/(1 + E^(-14.9`-0.4` P+1.4` X)) + (0.00023683970716052746` E^(-14.9`-0.33` P+1.4` X))/(1 + E^(-14.9`-0.33` P+1.4` X)) +
  (0.011351405338064221` E^(-14.9`-0.26` P+1.4` X))/(1 + E^(-14.9`-0.26` P+1.4` X)) + (4.4439873005482355`*^-18 E^(-14.9`-0.4` P+1.4` X))/(1 + E^(-14.9`-0.4` P+1.4` X)) +
  (7.537514088858333`*^-13 E^(-14.9`-0.33` P+1.4` X))/(1 + E^(-14.9`-0.33` P+1.4` X)) +
  (2.7321712772412054`*^-7 E^(-14.9`-0.26` P+1.4` X))/(1 + E^(-14.9`-0.26` P+1.4` X)) + (0.0004957445920250648` E^(-14.9`-0.19` P+1.4` X))/(1 + E^(-14.9`-0.19` P+1.4` X)) +
  (3.0423444292835973`*^-50 E^(-14.9`-0.4` P+1.4` X))/(1 + E^(-14.9`-0.4` P+1.4` X)) +
  (1.9934478707436116`*^-38 E^(-14.9`-0.33` P+1.4` X))/(1 + E^(-14.9`-0.33` P+1.4` X)) +
  (2.7914242268294733`*^-26 E^(-14.9`-0.26` P+1.4` X))/(1 + E^(-14.9`-0.26` P+1.4` X)) +
  (5.430712153161707`*^-15 E^(-14.9`-0.19` P+1.4` X))/(1 + E^(-14.9`-0.19` P+1.4` X)) + (0.` E^(-14.9`-0.12` P+1.4` X))/(1 + E^(-14.9`-0.12` P+1.4` X)) +
  (6.012361849095897`*^-175 E^(-14.9`-0.4` P+1.4` X))/(1 + E^(-14.9`-0.4` P+1.4` X)) +
  (1.1499520591395995`*^-140 E^(-14.9`-0.33` P+1.4` X))/(1 + E^(-14.9`-0.33` P+1.4` X)) +
  (5.585936967761736`*^-35 E^(-14.9`-0.26` P+1.4` X))/(1 + E^(-14.9`-0.26` P+1.4` X)) +
  (0.00022815363667573447` E^(-14.9`-0.19` P+1.4` X))/(1 + E^(-14.9`-0.19` P+1.4` X)) + (0.` E^(-14.9`-0.12` P+1.4` X))/(1 + E^(-14.9`-0.12` P+1.4` X)) +
  (8.525100785399763`*^-90 E^(-14.9`-0.4` P+1.4` X))/(1 + E^(-14.9`-0.4` P+1.4` X)) + (1.868742340463747`*^-56 E^(-14.9`-0.33` P+1.4` X))/(1 + E^(-14.9`-0.33` P+1.4` X)) +
  (0.13480576834888022` E^(-14.9`-0.26` P+1.4` X))/(1 + E^(-14.9`-0.26` P+1.4` X)) + (0.013076450158469729` E^(-14.9`-0.19` P+1.4` X))/(1 + E^(-14.9`-0.19` P+1.4` X)) +
  (0.00008824638986450766` E^(-14.9`-0.12` P+1.4` X))/(1 + E^(-14.9`-0.12` P+1.4` X)) +
  (3.356861761064852`*^-160 E^(-14.9`-0.4` P+1.4` X))/(1 + E^(-14.9`-0.4` P+1.4` X)) +
  (3.539904041813457`*^-70 E^(-14.9`-0.33` P+1.4` X))/(1 + E^(-14.9`-0.33` P+1.4` X)) +
  (5.107212655668511`*^-36 E^(-14.9`-0.26` P+1.4` X))/(1 + E^(-14.9`-0.26` P+1.4` X)) +
  (0.004951969090027663` E^(-14.9`-0.19` P+1.4` X))/(1 + E^(-14.9`-0.19` P+1.4` X)) + (1.90300522539513`*^-37 E^(-14.9`-0.12` P+1.4` X))/(1 + E^(-14.9`-0.12` P+1.4` X)));
```

```
ProfitCase7 = 100 (-1 + P - 0.4` X - 0.05` X^2) ProbabRound10Case7
```

$$100\left(\frac{0.715252\,e^{-14.9-0.47P+1.4X}}{1+e^{-14.9-0.47P+1.4X}}+\frac{0.0935826\,e^{-14.9-0.4P+1.4X}}{1+e^{-14.9-0.4P+1.4X}}+\frac{0.0261671\,e^{-14.9-0.33P+1.4X}}{1+e^{-14.9-0.33P+1.4X}}+\frac{0.146157\,e^{-14.9-0.26P+1.4X}}{1+e^{-14.9-0.26P+1.4X}}+\frac{0.0187523\,e^{-14.9-0.19P+1.4X}}{1+e^{-14.9-0.19P+1.4X}}+\frac{0.0000882464\,e^{-14.9-0.12P+1.4X}}{1+e^{-14.9-0.12P+1.4X}}\right)(-1+P-0.4X-0.05X^2)$$

```
Maximum = Maximize [{ProfitCase7, X > X6 }, {X, P}] (*Find max with 1 constraint*)
```

```
{4.12664, {P → 1156.72, X → 112.667}}
```

```
P10Case7 = Maximum [[2, 1, 2]];
```

```
X10Case7 = Maximum [[2, 2, 2]];
```

■ Results

```
(* ************************************************************************** *)
(*  By comparing the profit in each of the cases, we can see that the profits are
  higher in case  3  , so... *)
```

```
X10 = X10Case3
```

```
28.7529
```

```
P10 = P10Case3
```

```
59.5
```

```
(*set the chosen X and P*)
```

```
X = X10
```

```
28.7529
```

```
P = P10
```

```
59.5
```

```
SalesRound10 = 100 ProbabRound10Case3
```

```
15.2047
```

```
TrialsRound10 = 100 ProbabRound10Case1
```

```
4.89501
```

```
ProfitRound10 = ProfitCase3
```

```
86.095
```

Guilherme Liberali Neto

CURRICULUM VITAE

Sao Leopoldo
2006

CURRICULUM VITAE
Fevereiro, 2006

1 DADOS PESSOAIS

Nome: Guilherme Liberali Neto
Filiação: Benaldo Liberali e Olga Maria Pinto Liberali
Nascimento: 07/04/1972, Santa Rosa/RS - Brasil
Carteira de identidade: / RS
CPF: 64288382068

Endereço profissional: Universidade do Vale do Rio dos Sinos.
Av. Unisinos 950
RS - Brasil
E-mail: liberali@unisinos.br

Endereço residencial: Rua Borges de Medeiros, 163/204
93030200 Sao Leopoldo, RS - Brasil
Telefone: (51) 30372484
E-mail: liberali@unisinos.br

2 FORMAÇÃO ACADÊMICA/TITULAÇÃO

1995 - 1997 Mestrado em Administração.
Universidade Federal do Rio Grande do Sul, UFRGS, Rio Grande do Sul, Brasil.
Título: Modelos Informacionais de Suporte à Gestão e à Tomada de Decisão. Ano de obtenção: 1997.
Orientador: Henrique Mello Rodrigues de Freitas.
Bolsista do(a): Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior, CAPES, Brasil.

1989 - 1994 Graduação em Ciencias da Computação.
Universidade Federal do Rio Grande do Sul, UFRGS, Rio Grande do Sul, Brasil.

2002 Doutorado em Administração.
Universidade Federal do Rio Grande do Sul, UFRGS, Rio Grande do Sul, Brasil.
Título: O Efeito da Evolução das Preferências dos Consumidores Sobre o Preço e a Qualidade Ótimos para Bens Duráveis.
Orientador: Walter Meucci Nique.

3 ATUAÇÃO PROFISSIONAL

Massachusetts Institute of Technology - M.I.T.

Vínculo institucional
2005 - Atual Vínculo: Visiting Scholar, Enquadramento funcional: outro, Carga horária: 40.

Atividades
1/2006 - Atual

Participação em projeto
1. A Bayesian Continuous Time Markov Process Analysis of the Effectiveness of Marketing Instruments.

8/2005 - Atual

Participação em projeto
1. Morphing Site Designs for Individual Search and Decision Styles.

8/2005 - Atual

Linhas de pesquisa
1. Modelos Bayesianos de Gestão de Informações sobre os Consumidores.

Universidade Federal do Rio Grande do Sul - UFRGS

Vínculo institucional
2002 - Atual Vínculo: Aluno de doutorado, Enquadramento funcional: Aluno de doutorado, Carga horária: 40.

Atividades
/2002 - /2003

Participação em projeto
1. Análise da Influência da Atmosfera de Varejo sobre os Consumidores utilizando Equações Estruturais.

7/2004 - Atual

Participação em projeto
1. O Efeito da Evolução das Preferências dos Consumidores Sobre o Preço e a Qualidade Ótimos para Bens Duráveis.

3/2002 - Atual

Linhas de pesquisa
1. Modelos Dinâmicos da Demanda e da Competição.

Universidade do Vale do Rio dos Sinos - UNISINOS

Vínculo institucional
1997 - Atual Vínculo: Celetista, Enquadramento funcional: professor assistente, Carga horária: 40.

Outras informações
Atualmente em doutoramento, com apoio da Universidade

Atividades
3/2000 - 3/2002

Cargos ou funções
1. Membro da comissão de avaliação de projetos da UNITEC.

3/1997 - 2/2002

Cargos ou funções
1. Coordenador do Instituto de Informática.

6/2001 - 12/2001

Cargos ou funções
1. Membro da comissão encarregada de analisar a aderência do ERP "SIE" aos processos da UNISINOS.

3/1997 - 12/2001

Disciplinas ministradas
1. Sistemas de informações gerenciais.
2. Sistemas de Apoio à Decisão.
3. Gestão da Informação.

2/2001 - 6/2001

Cargos ou funções

1. Coordenador Executivo do Projeto de Desenvolvimento do AVA 2.0.

/2000 - /2001

Participação em projeto
1. O impacto dos Sistemas Integrados de Gestão nas variáveis estratégicas de organizações brasileiras.

6/2000 - 12/2000

Disciplinas ministradas
1. Gestão da Informação.

7/2000 - 7/2000

Cargos ou funções
1. Coordenador Executivo da 1a. Missão Empresarial em Qualidade de Software/USA.

6/1998 - 12/1998

Disciplinas ministradas
1. Gestão da Informação.

11/1998 - 11/1998

Cargos ou funções
1. Coordenador da Missão Empresarial em Desenvolvimento de Software ao Vale do Silício/USA.

10/1998 - 10/1998

Cargos ou funções
1. Coordenador da Segunda Semana Acadêmica da Informática.

3/1997 - 12/1997

Disciplinas ministradas
1. Engenharia de Software.

10/1997 - 10/1997

Cargos ou funções
1. Coordenador da Primeira Semana Academica da Informática.

3/1997 - Atual

Disciplinas ministradas
1. Tópicos Avançados em Informatica.

University of Iowa - U.I

Vínculo institucional

2004 - 2005 Vínculo: Visiting Scholar, Enquadramento funcional: Outro (especifique), Carga horária: 40, Regime: Dedicação exclusiva.

Outras informações

Estágio Doutoral (doutorado "sanduíche") focado em minha tese, intitulada "The Effect of Consumer Preference Dynamics on the Optimal Price and Quality for Durable Goods". Funding providenciado pela Unisinos e pela CAPES

Atividades

9/2004 - 8/2005

Project Management Institute Pmi - PMI

Vínculo institucional

2001 - 2002 Vínculo: Não-remunerado, Enquadramento funcional: Diretor de Educação para o RIo Grande do Sul.

Outras informações
O PMI é uma associação sem fins lucrativos criada com o objetivo de promover e difundir a prática de gestão de projetos no meio empresarial e academico. Os diretores e o presidente do capítulo regional do PMI (chapter) são eleitos para mandatos de dois anos.

Atividades
3/2001 - 12/2002

Cargos ou funções
1. Diretor.

4 LINHAS DE PESQUISA

1 Modelos Bayesianos de Gestão de Informações sobre os Consumidores.

Objetivos: Desenvolver e utilizar métodos bayesianos e de programação dinâmica (e.g., multi-armed bandit allocation) para aumentar a velocidade, acuracidade e usabilidade das informações coletadas e distribuídas para consumidores. Areas Predominantes: 1.03.00.00-7 - Ciência da Computação 1.02.00.00-2 - Probabilidade e Estatística 6.02.00.00-6 - Administração Area afim: 3.08.00.00 -5 - Engenharia de Produção.
Grande área: Ciências Sociais Aplicadas / Área: Administração / Subárea: Administração de Empresas / Especialidade: Gestão Estratégica.
Grande área: Engenharias / Área: Engenharia de Produção / Subárea: Pesquisa Operacional.
Grande área: Ciências Sociais Aplicadas / Área: Administração / Subárea: Administração de Empresas / Especialidade: Mercadologia.

2 Modelos Dinâmicos da Demanda e da Competição.

Objetivos: Compreender a dinâmica da relação entre a oferta e demanda e suas implicações para a estratégia empresarial. Tais objetivos são buscados através da aplicação de métodos de otimização e modelagem microeconômica. Áreas predominante: 6.02.00.00-6 - Administração 1.03.00.00-7 - Ciência da Computação 1.02.00.00-2 - Probabilidade e Estatística 6.02.00.00-6 - Áreas afins: 6.03.00.00-0 - Economia 3.08.00.00-5 - Engenharia de Produção..
Grande área: Ciências Sociais Aplicadas / Área: Administração / Subárea: Administração de Empresas / Especialidade: Gestão Estratégica.
Grande área: Ciências Sociais Aplicadas / Área: Administração / Subárea: Administração de Empresas / Especialidade: Mercadologia.
Grande área: Engenharias / Área: Engenharia de Produção / Subárea: Pesquisa Operacional.

5 PROJETOS DE PESQUISA

2006 - Atual A Bayesian Continuous Time Markov Process Analysis of the Effectiveness of Marketing Instruments.

Situação: Em andamento; Natureza: Pesquisa.
Alunos envolvidos: Doutorado (1).
Integrantes: John Hauser (Responsável); Guilherme Liberali Neto; Eric Johnson; Glen Urban; Michael Braun.

2005 - Atual Morphing Site Designs for Individual Search and Decision Styles.

Descrição: As Internet commerce grows good site design becomes increasingly important. First efforts in site design were a "one size fits all" approach. The second level of design was to give all users the same set of tools to customize the website, so their navigation experience would be adapted to individual preferences. However this option requires users to be willing to put effort and time into the customization process and often requires some form of identification. Our research investigates customizing sites to fit individual decision styles (e.g. deliberative versus impulsive, quantitative versus qualitative, and holistic versus analytical) by morphing the site based on revealed clicks. We address two research challenges. First, we must identify a visitor's decision style based on a relatively few clicks - prior attempts based on pre-questions discourage visitors. Second, we must identify and update the morphing strategy automatically to assign the most-profitable morph to a visitor based on his or her estimated decision style. For the first challenge we use population priors (from hierarchical Bayes estimation), combined with Gibbs sampling, to update our estimates of a visitor's decision style. For the second challenge we begin with managerial priors that are them improved with optimization methods that balance exploration and exploitation. We are applying our model to buying home broadband services in Europe.
Situação: Em andamento; Natureza: Pesquisa.
Alunos envolvidos: Mestrado acadêmico (2); Doutorado (1).
Integrantes: John Hauser (Responsável); Guilherme Liberali Neto; Fareena Sultan; Glen Urban.

Financiador(es): British Telecom - BT (Cooperação); Universidade do Vale do Rio dos Sinos - UNISINOS (Remuneração); Massachusetts Institute of Technology - M.I.T. (Remuneração).

2004 - Atual O Efeito da Evolução das Preferências dos Consumidores Sobre o Preço e a Qualidade Ótimos para Bens Duráveis.

Descrição: À medida que consumidores aprendem a usar um novo bem durável, seu interesse no produto pode mudar. Em algumas situações, eles descobrem novas aplicações e benefícios inesperados. Em outras situações, eles experimentam decrescente interesse em melhorias nos produtos. Estas mudanças nas preferências podem afetar o marketing mix ótimo da empresa responsável pelo produto. Esta tese desenvolve um modelo para examinar como a dinâmica das preferências dos consumidores, resultante de compras passadas, impacta o preço e qualidade ótimos para um monopolista maximizador de lucro. O foco deste trabalho é em recompras voluntárias (i.e., compradores podem postergar a compra de uma reposição se assim o desejarem) e em consumidores que, ao recomprar, exigem que o produto ofertado tenha qualidade superior aos produtos que já possuem. Utilizando simulação multi-período, esta tese explora o impacto de três regimes de mudança nas preferências dos consumidores: crescente, decrescente e em forma de U (habituação e sensitização). Este trabalho analisa separadamente como mudanças na sensibilidade ao preço e na sensibilidade à qualidade afetam o marketing mix ótimo. Os resultados fornecem uma série de contribuições à literatura de bens duráveis. Primeiro, eles ilustram o impacto da dinâmica das preferências dos consumidores na empresa e na tradicional Conjectura de Coase. Segundo, esta tese mostra que o fenômeno de performance oversupply, descrito na literatura sobre tecnologias disruptivas, pode ser explicado através da evolução das preferências dos consumidores. Terceiro, esta pesquisa estende a literatura sobre habituação e sensitização para a situação onde o marketing mix é endógeno..
Situação: Em andamento; Natureza: Pesquisa.
Alunos envolvidos: Doutorado (1).
Integrantes: Walter Meucci Nique (Responsável); Guilherme Liberali Neto; Thomas S Gruca.
Financiador(es): Universidade do Vale do Rio dos Sinos - UNISINOS (Bolsa); Universidade Federal do Rio Grande do Sul - UFRGS (Remuneração); University of Iowa - U.I (Remuneração).
Número de produções C, T & A : 3.

2002 - 2003 Análise da Influência da Atmosfera de Varejo sobre os Consumidores utilizando Equações Estruturais.

Descrição: Neste projeto analisamos o impacto da atmosfera da loja na intenção de retorno e de recomendação do consumidor com a mediação de cinco critérios de escolha da loja, entre eles qualidade percebida e preço. O modelo testado e expandido na pesquisa foi originalmente proposto por Baker et al. (2002). Dados colhidos em um experimento foram analisados por meio de equações estruturais. Dos modelos rivais avaliados, apresentou índices significativamente melhores aquele que incorpora uma relação direta entre qualidade das mercadorias e intenção de retorno, mostrando que a qualidade das mercadorias pode ter um efeito mais relevante do que o preço percebido..
Situação: Concluído; Natureza: Pesquisa.
Alunos envolvidos: Mestrado acadêmico (2); Doutorado (1).
Integrantes: Guilherme Liberali Neto (Responsável); Andre D´Angelo; Francine Espinoza.
Financiador(es): Universidade do Vale do Rio dos Sinos - UNISINOS (Remuneração); Universidade Federal do Rio Grande do Sul - UFRGS (Outra).
Número de produções C, T & A : 6.

2000 - 2001 O impacto dos Sistemas Integrados de Gestão nas variáveis estratégicas de organizações brasileiras.

Descrição: A pesquisa consistiu em uma survey realizada junto a uma amostra de 70 das 500 Maiores e Melhores empresas do País (Exame, 2000). O seu objetivo foi o de avaliar o impacto da utilização dos sistemas ERP (Enterprise Resource Planning) ou Sistemas Integrados de Gestão, sobre as variáveis estratégicas dessas organizações. O instrumento de coleta de dados é uma adaptação do original criado por Mahmood e Soon (1991), para avaliação do impacto da Tecnologia da Informação. Foram avaliadas sete principais variáveis estratégicas: Clientes e Consumidores; Rivalidade Competitiva; Fornecedores; Mercado; Produção; Eficiência e Eficácia da organização e Eficiência interorganizacional. Os resultados revelam poucas contribuições do sistema ERP quanto às variáveis estratégicas Clientes e Consumidores, Rivalidade Competititiva e Mercado. O sistema demonstra agregar valor em relação à variável Fornecedores (relação, monitoramento, etc.) e à variável Produção (ganhos de produtividade, escala no uso de software, etc.). O ERP oferece também importantes contribuições para a eficácia organizacional e especialmente para a Eficiência Interorganizacional, facilitando a integração e comunicação entre diferentes unidades organizacionais e com outras instituições.
Situação: Concluído; Natureza: Pesquisa.
Integrantes: Amarolinda Zanela Saccol (Responsável); Guilherme Liberali Neto; Cristiane Drebes Pedron; Marie Anne Macadar; Sílvio Cesar Cazella; Tatiana Ghedine.
Financiador(es): Universidade do Vale do Rio dos Sinos - UNISINOS (Remuneração); Universidade do Vale do Rio dos Sinos - UNISINOS (Bolsa); Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado do Rio Grande do Sul - FAPERGS (Bolsa).
Número de produções C, T & A : 5.

6 ÁREAS DE ATUAÇÃO

1	Administração de Empresas, Gestão Estratégica.
2	Administração de Empresas, Mercadologia.
3	Metodologia e Técnicas da Computação, Sistemas de Informação.
4	Engenharia de Produção, Pesquisa Operacional.
5	Administração de Empresas, Sistemas de Informação.

7 IDIOMAS

Compreende:	Espanhol (Bem), Inglês (Bem).
Fala:	Espanhol (Pouco), Inglês (Bem).
Lê:	Espanhol (Bem), Inglês (Bem).
Escreve:	Espanhol (Pouco), Inglês (Bem).

8 PRÊMIOS E TÍTULOS

2005	2005 Marketing Science Conference Doctoral Consortium Fellow, Marketing Science Conference - INFORMS (Institute for Operation Research and Management Sciences).
2004	Segundo Lugar no VIII Prêmio Excelência em Varejo, PROVAR Programa de Administração de Varejo da Fundação Instituto de Administração da FEA-USP.

9 PRODUÇÃO CIENTÍFICA, TECNOLÓGICA E ARTÍSTICA/CULTURAL

9.1 PRODUÇÃO BIBLIOGRÁFICA

9.1.1 Trabalhos completos em anais de eventos

1 Liberali NETO, Guilherme, Thomas S Gruca, and Walter Meucci Nique. 2005. The Effect of Consumer Preference Dynamics on the Optimal Price and Quality for Durable Goods. 2005 Marketing Dynamics Conference, UCDavis/Sacramento, CA - USA, 2005.

2 Brei, Vinicius, and Guilherme Liberali Neto. 2004. O Uso de Modelagem em Equações Estruturais na Área de Marketing no Brasil. In *EMA 2004,* Encontro de Marketing da ANPAD, Porto Alegre, 2004.

3 Espinoza, Francine, Guilherme Liberali Neto, and Andre D´angelo. 2004. The Influence of Retail Atmosphere on Perceived Value and Patronage Intentions. In *Marketing Theory and Applications,* 2004 AMA Winter Marketing Educators'Conference., Scottsdale, AZ - USA, 2004, vol. 15, Chicago, IL-USA: American Marketing Association.

4 D´angelo, Andre, Francine Espinoza, and Guilherme Liberali Neto. 2003. A Influência da Atmosfera de Varejo sobre os Consumidores. In *Resumo dos Trabalhos da XXVII ENANPAD - 2003,* XXVII ENANPAD - Encontro da Associação Nacional dos Programas de Pós-Graduação em Administração, Atibaia, SP, 2003.

5 Saccol, Amarolinda Zanela, Marie Anne Macadar, Cristiane Drebes Pedron, Guilherme Liberali Neto, and Sílvio Cesar Cazella. 2003. The Impact of ERP Systems on Organizational Strategic Variables in Brazilian Companies. Americas Conference on Information Systems (AMCIS), Tampa, FL - USA, 2003.

6 Liberali NETO, Guilherme, and Carlos Neujahr. 2003. Trocas Relacionais entre Consumidores e Cooperativas de Crédito: Redundância ou Paradoxo?. In *Resumo dos Trabalhos da XXVII ENAPAD - 2003,* XXVII ENANPAD - Encontro da Associação Nacional dos Programas de Pós-Graduação em Administração, Atibaia, SP, 2003.

7 Saccol, Amarolinda Zanela, Marie Anne Macadar, Cristiane Drebes Pedron, Guilherme Liberali Neto, and Sílvio Cesar Cazella. 2002. Algum Tempo Depois. Como Grandes Empresas Brasileiras Avaliam o Impacto dos Sistemas ERP sobre suas Variáveis Estratégicas. XXVI ENANPAD - Encontro da Associação Nacional dos Programas de Pós-Graduação em Administração, Salvador, 2002.

8 Cidral, A., D. Bandeira, A. Kemczinski, Guilherme Liberali Neto, and A. Abreu. 2001. Proposta de Plano Pedagógico para o Bacharelado em Sistemas de Informações. In *Anais do III Curso de Qualidade de Cursos de Graduação da Área de Computação e Informática. XXI Congresso Nacional da Sociedade Brasileira de Computação,* XXI Congresso Nacional da Sociedade Brasileira de Computação., Fortaleza, 2001.

9 Ferreira, A. P. L., D. Bandeira, and Guilherme Liberali Neto. 2000. Por um Referencial na Formação Profissional em Sistemas de Informação. In *Anais do XX Congresso Nacional da Sociedade Brasileira de Computação no VIII WEI - Workshop sobre Educação em Computação,* XX Congresso Nacional da Sociedade Brasileira de Computação, Curitiba, 2000.

10 Liberali NETO, Guilherme, and H. M. R. Freitas. 1997. Modelos informacionais para o apoio ao gerenciamento de empresas de pecuária bovina de cria. I Congresso da Sociedade Brasileira de Informática Aplicada à Agropecuária e Agroindústria, SBI-Agro/Agrosoft 97, Belo Horizonte, 1997.

11 Liberali NETO, Guilherme, and H. M. R. Freitas. 1996. Programa de Administração de Propriedades Rurais - Considerações Sobre Concepção e Desenvolvimento. In *Anais do I Seminário Sul-Brasileiro de Informática na Agricultura,* I Seminário Sul-Brasileiro de Informática na Agricultura, Passo Fundo, 1996, 71.

9.1.2 Resumos simples em anais de eventos

1 Liberali NETO, Guilherme, and Thomas S Gruca. 2005. Consumer Dynamics and Optimal Price-Quality Trajectories for Durable Goods. INFORMS Marketing Science Conference, Atlanta, GA/USA, 2005.

2 Liberali NETO, Guilherme, Amarolinda Zanela Saccol, Marie Anne Macadar, and Sílvio Cesar Cazella. 2001. Avaliação do impacto de sistemas ERP em variáveis estratégicas de organizações brasileiras. XIV Congresso Latino-americano de Estratégia, Buenos Aires, 2001.

3 Liberali NETO, Guilherme, H. M. R. Freitas, and P. Hofer. 1996. Elementos Contributivos à Integração da Tecnologia da Informação na Gestão de Fazendas Agropecuárias. In *VIII Salão de Iniciação Científica, Ciências Sociais Aplicadas,* VIII Salão de Iniciação Científica,, Porto Alegre, 1996, 283.

4 Liberali NETO, Guilherme, and H. M. R. Freitas. 1995. Um estudo sobre a integração da tecnologia da informação à gerência e a administração de fazendas agropecuárias. Agrosoft 95 - Seminário Internacional de Informatização da Agropecuária,, Juiz de Fora, 1995.

5 Liberali NETO, Guilherme, and H. M. R. Freitas. 1995. Um modelo de gestão para a agropecuária: a ferramenta SIAP. In *VII Salão de Iniciação Científica, Ciências Sociais Aplicadas,* VII Salão de Iniciação Científica, Porto Alegre, 1995, 214.

9.1.3 Artigos completos publicados em periódicos

1 Brei, Vinícius, and Guilherme Liberali Neto. 2006. O Uso de Modelagem em Equações Estruturais na Área de Marketing no Brasil. In *Revista de Administração Contemporânea - RAC,.* artigoaceito ainda naoimpresso.

2 Espinoza, Francine, Andre D´angelo, and Guilherme Liberali Neto. 2005. A influência da Atmosfera de Varejo sobre os Consumidores. In *Revista de Administração (USP),* no. 2, vol. 40,. Sao Paulo.

3 Liberali NETO, Guilherme, Thomas Gruca, and Walter Meucci Nique. 2005. The Effect of Consumer Preference Dynamics on the Optimal Price and Quality for Durable Goods. In *Publicação Eletrônica da Social Science Research Network Ssrn,.*

4 Saccol, Amarolinda Zanela, Guilherme Liberali Neto, Marie Anne Macadar, Cristiane Drebes Pedron, and Sílvio Cesar Cazella. 2004. Avaliação do Impacto dos Sistemas ERP sobre Variáveis Estratégicas de Grandes Empresas no Brasil. In *Revista de administração contemporânea,* vol. 8,. Sao Paulo.

9.1.4 Capítulos de livros publicados

1 Liberali NETO, Guilherm. 2004. Construindo relacionamentos em mercados internacionais. In *Marketing de Relacionamento: Estudos, Cases e Proposições de Pesquis,* edited by Slongo, Luiz Antonio, and Guilherme Liberali Neto. Vol. 1. Sao Paulo: Atlas.

2 Liberali NETO, Guilherme, Francine Espinoza, and Andre D´angelo. 2003. O Impacto da Atmosfera de Supermercado sobre Consumidores Brasileiros. In *VAREJO COMPETITIVO,* edited by Angelo, Claudio Felisoni de, and Jose Augusto Giesbrecht da Silveira. Vol. 8, 1-382. Sao Paulo: Saint Paul Institute of Finance.

3 Saccol, Amarolinda Zanela, Marie Anne Macadar, Cristiane Drebes Pedron, Guilherme Liberali Neto, and Sílvio Cesar Cazella. 2003. Sistemas ERP e seu Impacto sobre Variáveis Estratégicas de Grandes Empresas no Brasil. In *Sistemas ERP no Brasil,* edited by Souza, Cesar Alexandre de, and Amarolinda Zanela Saccol, 1-368. Sao Paulo: Atlas Editora S.A.

9.1.5 Organização de obra publicada

1 Slongo, Luiz Antonio, and Guilherme Liberali Neto. 2004. *Marketing de Relacionamento: Estudos, Cases e Proposições de Pesquisa.,* p. 162. Sao Paulo: Atlas.

9.2 PRODUÇÃO TÉCNICA

9.2.1 Softwares sem registro ou patente

1 Liberali NETO, Guilherme, and John Hauser. 2005. *Estimacão Bayesiana para Modelos Multinomial Probit.*

2 Liberali NETO, Guilherme, Thomas Gruca, and Walter Nique. 2004. *Otimização Piecewise de Modelos Dinâmicos.*

3 Freitas, H. M. R., J. Barcellos, Guilherme Liberali Neto, R. Fristch, and F. Terraverde. 1996. *SIAP - Sistema de Informações para AgroPecuária.*

9.2.2 Trabalhos técnicos

1 Liberali NETO, Guilherme, M. J. Fonseca, G. Trez, and C. B. C. Leite. 2002. *Perfil TI RS 2001.*

2 Diehl, Carlos A, Guilherme Liberali Neto, Marie Anne Macadar, and Amarolinda Zanela Saccol. 2000. *AREZZO INDÚSTRIA E COM. LTDA. - Análise e Melhoria dos Processos Organizacionais.*

9.3 ORIENTAÇÕES CONCLUÍDAS

9.3.1 Graduação

1 Oliveira, Paulo Cristiano d. 2002. *Diagnóstico dos canais de distribuição de uma empresa desenvolvedora de software.* Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Bacharelado Em Informatica Enfase Em Analise de Si), Universidade do Vale do Rio dos Sinos. Orientador: Guilherme Liberali Neto.

2 Ghedine, Tatian. 2001. *Alinhamento estratégico: um estudo de caso baseado no modelo de Henderson e Venkatraman.* Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Bacharelado Em Informatica Enfase Em Analise de Si), Universidade do Vale do Rio dos Sinos. Orientador: Guilherme Liberali Neto.

10 DADOS COMPLEMENTARES

10.1 PARTICIPAÇÃO EM BANCAS DE COMISSÕES JULGADORAS

10.1.1 Outras participações

1 2003. *Participação como avaliador de artigo para a Revista Eletrônica de Administração - REAd.,* Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

2 2002. *Membro do comitê técnico de avaliação de trabalhos para o CITS 2002 - XIII Congresso Internacional de Tecnologia de Software.,* Centro Internacional de Tecnologia de Software.

3 2002. *Participação como avaliador de artigo para a Revista Eletrônica de Administração - REAd.,* Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

4 2000. *Banca de Seleção de Professor para o curso de Analise de Sistemas da UNISINOS.,* Universidade do Vale do Rio dos Sinos.

11 INDICADORES DE PRODUÇÃO

Produção bibliográfica

Artigos publicados em periódicos - 4
Completos - 4

Trabalhos em eventos - 16
Completos - 11
Resumos - 5

Livros e capítulos - 4
Capítulos de livros publicados - 3
Organizações de obras publicadas - 1

Produção técnica

Softwares - 3

Softwares sem registro ou patente - 3

Trabalhos técnicos - 2

Orientações concluídas

Graduação - 2

Dados complementares

Participação em bancas de comissões julgadoras - 4