

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
ESCOLA DE ADMINISTRAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ADMINISTRAÇÃO**

Valter Bianchi Filho

**APLICAÇÃO DE SÉRIES DE FOURIER PARA ANÁLISE DE
RETORNOS DE ATIVOS FINANCEIROS**

**Porto Alegre
2006**

Valter Bianchi Filho

**APLICAÇÃO DE SÉRIES DE FOURIER PARA ANÁLISE DE RETORNOS DE
ATIVOS FINANCEIROS**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Administração da Universidade Federal do Rio Grande do Sul como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Administração

Conceito final:

Aprovado em ____ de _____ de 2005.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. João Luiz Becker – Universidade Federal do Rio Grande do Sul – UFRGS.

Prof. Dr. Oscar Claudino Galli – Universidade Federal do Rio Grande do Sul – UFRGS.

Prof. Dr. Paulo Renato Soares Terra – Universidade do Vale do Rio dos Sinos – UNISINOS.

Orientador: Prof. Dr. Gilberto de Oliveira Kloeckner – Universidade Federal do Rio Grande do Sul – UFRGS

AGRADECIMENTOS

Agradeço, primeiramente, Deus, a razão de tudo.

Agradeço o Prof. Gilberto Kloeckner, pela atenção dispensada, e pelo profundo respeito e dedicação que tem por seus alunos. Pessoas que - como ele - conseguem equilibrar serenidade e tamanho conhecimento, colhem a nobreza da alma.

Agradeço os professores e funcionários do PPGA, pela sua dedicação em tornar este programa um dos melhores do Brasil.

Agradeço a minha família e os meus amigos, por terem convivido pacientemente com a minha ausência e ansiedade.

Agradeço toda equipe da corretora Solidus, a qual disponibilizou dados fundamentais para a realização deste trabalho.

Agradeço o engenheiro Donaldo Kölln pelo valioso auxílio na compreensão do software MATLAB.

Agradeço os meus colegas do PPGA pelo companheirismo, determinação e apoio; valores que guardarei como uma das grandes contribuições deste programa.

“Todo o valor epistemológico da teoria das probabilidades é baseado no seguinte: fenômenos aleatórios de larga escala na sua ação coletiva dão origem a rigorosas regularidades não aleatórias.”
Boris Gnedenko & Andrey Kolmogorov

“The more it changes, the more it's the same thing.”
Benjamin Graham

RESUMO

As Séries de Fourier permitiram o advento de tecnologias aplicadas em diversas áreas do conhecimento ao proporcionar uma melhor compreensão do comportamento de séries de dados, decompondo-as em diversas harmônicas independentes. Poucos estudos foram encontrados aplicando tal ferramenta matemática para analisar séries de retornos de títulos financeiros. Este trabalho pesquisou - através de análise discreta de Fourier - o comportamento dos retornos de quatro ativos: *Dow Jones*, *Ibovespa*, e duas ações da Bolsa brasileira. Cotações mensais, diárias e de dez minutos (*intraday*) foram utilizadas. Além do espectro estático, registrou-se também a dinâmica dos coeficientes das harmônicas de Fourier. Os resultados indicaram a validade da forma fraca de eficiência de mercado para o curto prazo, dado que as harmônicas de período curto apresentaram comportamento aleatório. Por outro lado, o comportamento das harmônicas de longo prazo (período longo) apresentou maior correlação serial, sugerindo que no longo prazo o mercado não se comporta de acordo com o modelo *Random Walk*. Uma aplicação derivada deste estudo é a determinação do número de fatores necessários para uma modelagem via Precificação por Arbitragem (*APT*), dado um nível de correlação desejado.

Palavras chave: Séries de Fourier. Eficiência de mercado. Precificação por arbitragem (*APT*).

ABSTRACT

Fourier Series allowed the advent of technologies applied in several sciences when providing a better understanding of data series behavior, decomposing them in multiple independent harmonics. Few studies had been found applying such mathematical tool to analyze series of returns of financial assets. This work searched - through discrete analysis of Fourier - the behavior of the returns of four assets: *Dow Jones*, *Ibovespa*, and two stocks of the Brazilian Stock market. Monthly, daily and ten minutes (*intraday*) prices had been used. Beyond the static spectrum, the dynamics of the coefficients of the Fourier harmonics was also registered. The results suggested the validity of the weak form of market efficiency for short term, given that the short period harmonics had presented random behavior. On the other hand, the behavior of long run harmonics (long period) presented greater serial correlation, suggesting that - in the long run - the market does not behave in accordance with the *Random Walk* model. This study provides a way to determine the number of factors needed to model an Arbitrage Price Theory (APT) application, given a correlation target level.

Keywords: Fourier Series. Market Efficiency. Arbitrage Price Theory (APT).

LISTA DE QUADRO E FIGURAS

Figura 1 - Hierarquia das três formas de eficiência de mercado.....	25
Figura 2 - Espectro de potência da taxa de Commercial Papers em Nova Iorque.....	27
Figura 3 - Aparência do Espectro de variáveis econômicas.	28
Figura 4 - Harmônicas de diferentes frequências.....	33
Figura 5 - Harmônicas de diferentes frequências.....	33
Quadro 1 - Relação de ativos analisados com os respectivos períodos testados.	38
Figura 6 - Espectro mensal do <i>DJIA</i>.....	42
Figura 7 - Espectro mensal do Ibovespa.....	44
Figura 8 - Espectro mensal da ação da WEG.	45
Figura 9 - Espectro mensal da ação da Braskem.....	46
Figura 10 - Espectro diário do <i>DJIA</i>.....	47
Figura 11 - Espectro diário do Ibovespa.	48
Figura 12 - Espectro diário da ação da Weg.	49
Figura 13 - Espectro diário da ação da Braskem.	50
Figura 14 - Espectro de dez minutos do <i>DJIA</i>.	51
Figura 15 - Espectro de dez minutos do Ibovespa.	52
Figura 16 - Gráfico diário do <i>DJIA</i>: correlação das restituições.	65
Figura 17 - Gráfico diário do Ibovespa: correlação das reconstituições.....	66
Figura 18 - Gráfico diário do Ibovespa (período pós Plano Real): correlação das reconstituições.....	67
Figura 19 - Gráfico da taxa Fed Fund: correlação das reconstituições.....	69

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 - Espectro discreto de Fourier da onda quadrada.....	34
Gráfico 2 - Comportamento da 1º harmônica (500) do <i>DJIA</i>	54
Gráfico 3 - Comportamento da 2º harmônica (250) <i>DJIA</i>	55
Gráfico 4 - Comportamento da 3º harmônica (166,7 dias) do <i>DJIA</i>	56
Gráfico 5 - Correlação Serial do comportamento das 250 harmônicas do <i>DJIA</i> diário. .	57
Gráfico 6 - Gráfico diário do <i>DJIA</i> entre 29/10/1943 e 30/12/2005 (sem linha de tendência e com correlação logarítmica).....	58
Gráfico 7 - Gráfico tridimensional - comportamento de todas as harmônicas do <i>DJIA</i> . .	58
Gráfico 8 - Comportamento da 1º harmônica (500 dias) do Ibovespa.	60
Gráfico 9 - Comportamento da 2º harmônica (250 dias) do Ibovespa.	61
Gráfico 10 - Comportamento da 3º harmônica (166,67 dias) do Ibovespa.	61
Gráfico 11 - Correlação serial do comportamento das 250 harmônicas do Ibovespa diário.....	62
Gráfico 12 - Gráfico diário do Ibovespa entre 30/12/1985 e 29/12/2005 (sem linha de tendência e com correção logarítmica).....	63
Gráfico 13 - Gráfico tridimensional - comportamento de todas as harmônicas do Ibovespa.....	63
Gráfico 14 - Taxa Fed Fund % Utilização da capacidade da indústria de % de 12 meses do CPI.....	70
Gráfico 15 - Taxa Fed Fund original e série ajustada pela regressão.	71
Gráfico 16 - Comportamento da 4º harmônica (125 dias) do <i>DJIA</i>	79
Gráfico 17 - Comportamento da 5º harmônica (100 dias) do <i>DJIA</i>	80
Gráfico 18 - Comportamento da 6º harmônica (83,3 dias) do <i>DJIA</i>	80
Gráfico 19 - Comportamento da 7º harmônica (71,43 dias) do <i>DJIA</i>	81
Gráfico 20 - Comportamento da 8º harmônica (62,5 dias) do <i>DJIA</i>	81

Gráfico 21 - Comportamento da 9º harmônica (55,56 dias) do DJIA.....	82
Gráfico 22 - Comportamento da 10º harmônica (50 dias) do DJIA.....	82
Gráfico 23 - Comportamento da 20º harmônica (25 dias) do DJIA.....	83
Gráfico 24 - Comportamento da 50º harmônica (10 dias) do DJIA.....	83
Gráfico 25 - Comportamento da 100º harmônica (5 dias) do DJIA.....	84
Gráfico 26 - Comportamento da 200º harmônica (2,5 dias) do DJIA.....	84
Gráfico 27 - Comportamento da 4º harmônica (125 dias) do Ibovespa.	85
Gráfico 28 - Comportamento da 5º harmônica (100 dias) do Ibovespa.	86
Gráfico 29 - Comportamento da 6º harmônica (83,33 dias) do Ibovespa.	86
Gráfico 30 - Comportamento da 7º harmônica (71,43 dias) do Ibovespa.	87
Gráfico 31 - Comportamento da 8º harmônica (62,5 dias) do Ibovespa.	87
Gráfico 32 - Comportamento da 9º harmônica (55,56 dias) do Ibovespa.	88
Gráfico 33 - Comportamento da 10º harmônica (50 dias) do Ibovespa.	88
Gráfico 34 - Comportamento da 20º harmônica (25 dias) do Ibovespa.	89
Gráfico 35 - Comportamento da 50º harmônica (10 dias) do Ibovespa.	89
Gráfico 36 - Comportamento da 100º harmônica (5 dias) do Ibovespa.	90
Gráfico 37 - Comportamento da 200º harmônica (2,5 dias) do Ibovespa.	90

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Coeficientes das primeiras harmônicas do <i>DJIA</i> mensal.....	43
Tabela 2 - Correlação das reconstituições do <i>DJIA</i>.	65
Tabela 3 - Correlação das reconstituições do Ibovespa.	66
Tabela 4 - Correlação das reconstituições do Ibovespa pós Plano Real.....	68
Tabela 5 - Correlação das reconstituições do Ibovespa.	69
Tabela 6 - Parâmetros da regressão linear da taxa do Fed Fund.	70

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	13
2	PROBLEMA DE PESQUISA	15
3	JUSTIFICATIVA	16
4	OBJETIVOS	18
4.1	OBJETIVO GERAL	18
4.2	OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	18
5	EFICIÊNCIA DE MERCADO	20
5.1	FORMA FRACA DE EFICIÊNCIA DE MERCADO	21
5.1.1	Modelos de comportamento de preços de ações	21
5.2	FORMA SEMI-FORTE DE EFICIÊNCIA DE MERCADO	23
5.3	FORMA FORTE DE EFICIÊNCIA DE MERCADO	24
6	A TEORIA DE PRECIFICAÇÃO POR ARBITRAGEM (APT)	29
6.1	A SÉRIE TRIGONOMÉTRICA DE FOURIER	31
6.2	O TEOREMA GERAL DA AMOSTRAGEM (TGA)	36
7	MÉTODO	37
7.1	OBTENÇÃO DOS COEFICIENTES DA SÉRIE DE FOURIER.....	39
7.2	ANÁLISE DO COMPORTAMENTO DOS COEFICIENTES DA SÉRIE DE FOURIER.....	39
7.3	ESTUDO DA RECONSTITUIÇÃO ATRAVÉS DO USO DE HARMÔNICAS	40
8	ANÁLISE DOS RESULTADOS	41
8.1	OBTENÇÃO DOS COEFICIENTES DA SÉRIE DE FOURIER.....	41
8.1.1	Mensais	41
8.1.2	Diários	47

8.1.3 Dez minutos	51
8.2 ANÁLISE DO COMPORTAMENTO DOS COEFICIENTES DA SÉRIE DE FOURIER	53
8.2.1 Dow Jones	53
8.2.2 Ibovespa	59
8.3 ESTUDO DA RECONSTITUIÇÃO ATRAVÉS DO USO DE HARMÔNICAS	64
8.3.1 Dow Jones	65
8.3.2 Ibovespa	66
9 CONSIDERAÇÕES FINAIS	72
REFERÊNCIAS	76
BIBLIOGRAFIA CONSULTADA	78
APÊNDICE A – Comportamento de coeficientes de harmônicas	79
ANEXO A – Programas utilizados no MATLAB	91

1 INTRODUÇÃO

Desde a proposição da hipótese de mercado eficiente por Fama (1970; 1991), diversos trabalhos têm sido produzidos apresentando evidências favoráveis e contrárias. Dentre os artigos que ratificam a hipótese, o próprio trabalho de Fama (1970; 1991) pode ser destacado, e a hipótese de mercado eficiente ainda é a mais aceita pela teoria financeira.

Cootner (1964), entretanto, compilou uma série de trabalhos que colocam que xeque a hipótese de eficiência na forma fraca, porém. Trabalhos recentes sobre finanças comportamentais levantaram importantes questionamentos a respeito da eficiência de mercado. O trabalho de Kahneman e Tversky (1979) questionou a racionalidade dos investidores, um dos pilares da hipótese de mercado eficiente. Mandelbrot e Hudson (2004) também listaram uma série de limitações à hipótese de mercado eficiente.

Com o intuito de analisar sob uma ótica alternativa o comportamento de títulos, bem como procurar evidências da forma fraca de eficiência de mercado, este trabalho analisa o espectro dos coeficientes da Série de Fourier extraídos de uma série histórica de cotações de um determinado ativo.

As Séries de Fourier – ou Análise Harmônica - permitiram o advento de tecnologias aplicadas em diversas áreas do conhecimento, tais como o processamento digital de sinais, telecomunicações, e também a teoria musical. A utilização de Séries de Fourier proporcionou uma melhor compreensão do comportamento destas grandezas ao decompô-las em diversas harmônicas independentes. Na análise de séries temporais, resultantes de observação de processos estocásticos, o objetivo básico é o de aproximar uma função do tempo por uma combinação linear de harmônicas (componentes senoidais), através da transformada de Fourier discreta da série, argumentam Morettin e Toloï (2004), Apesar da característica oscilatória comum às aplicações acima citadas - sons, imagens, ondas eletromagnéticas, vibrações e notas musicais – Tolstov (1962) coloca que a representação por Séries de Fourier não está limitada aos fenômenos oscilatórios, sendo útil na análise de diversos fenômenos de naturezas diversas.

Com o objetivo de estudar o espectro de Fourier da série histórica dos retornos de um determinado título, bem como as mutações deste espectro ao longo do tempo, dois testes foram realizados. O primeiro exhibe o espectro de Fourier respectivo ao conjunto total de cotações observadas, ao passo que o segundo percorre a totalidade das cotações com uma janela de observação fixa. Cotações mensais, diárias e de dez minutos foram utilizadas a fim de verificar diferenças devido à taxa de amostragem.

2 PROBLEMA DE PESQUISA

O problema que motivou a execução desta dissertação é calcado na seguinte questão:

- Ao se decompor o comportamento histórico dos retornos de um ativo na sua respectiva Série de Fourier, pode-se observar algum padrão no comportamento dos coeficientes desta série que represente alguma informação?

3 JUSTIFICATIVA

Ao analisar-se o comportamento do mercado utilizando-se análise harmônica de Fourier, procura-se identificar se, de fato, há algum padrão através do comportamento das harmônicas.

Os trabalhos encontrados com pesquisas semelhantes aplicadas a finanças são o de Granger e Morgenstern (1963), bem como Granger (1966). Estes trabalhos, porém, foram produzidos numa época em que as séries de dados eram menos confiáveis e completas que as atuais, e os recursos computacionais limitados. Esta pesquisa inova por incrementar aos resultados dos trabalhos anteriores a análise de cotações *intraday*, além de sugerir a utilização na determinação de fatores para uma modelagem via Precificação por Arbitragem (*APT*). Diversas aplicações podem ser testadas à luz da decomposição das harmônicas de Fourier resultantes do comportamento de um ativo, como por exemplo:

- a) otimização de técnicas de seguro de portfólio: como algumas estratégias de seguro de portfólio fazem o ajuste da carteira em períodos fixos de tempo, o monitoramento da presença das harmônicas que estão sincronizadas com estes ajustes pode auxiliar na maximização dos benefícios deste seguro;
- b) volatilidade e correlação baseados no espectro de harmônicas: as medidas atualmente utilizadas para cálculo de volatilidade são baseadas no desvio padrão dos retornos. A visualização do espectro traz mais informações acerca dos ciclos que estão produzindo a variabilidade do ativo. O trabalho de Granger e Morgenstern (1963) propôs o uso de diagramas de coerência para identificar a correlação individual de cada harmônica de dois ativos diferentes, uma medida mais ampla de correlação; e
- c) determinação do número mínimo de fatores necessários para reconstituir-se um determinado ativo dado um certo nível de correlação desejado: a aplicação direta é para a modelagem via *APT*, sendo útil determinar-se o número de ativos mínimos necessários para se atingir o nível de correlação desejado.

Além do direcionamento acadêmico, este trabalho tem como intuito proporcionar resultados para utilização prática pela comunidade financeira. O significativo desenvolvimento do mercado de capitais mundial é mais um fator que motiva a realização deste estudo, visto que o mesmo poderá abrir possibilidades para novas aplicações e frentes de pesquisa.

4 OBJETIVOS

Como decorrência do exposto anteriormente, os objetivos foram divididos em objetivo geral e objetivos específicos.

4.1 OBJETIVO GERAL

O objetivo geral desta dissertação é investigar, através das Séries de Fourier, a existência de padrões de comportamento nos retornos dos ativos negociados em bolsa de valores.

4.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

São cinco os objetivos específicos:

- a) identificar o número mínimo de harmônicas necessárias para reconstituir uma série de preços ou índices com um dado nível de correlação desejado;
- b) comparar o espectro de Fourier de diversos ativos de características e volatilidades distintas;
- c) analisar o comportamento do espectro de Fourier à medida que se aumenta o período de observação;
- d) estudar o comportamento do espectro de Fourier à medida que – mantendo-se fixo o período de observação – desloca-se esta “janela” ao longo do tempo. Este estudo permitirá analisar o comportamento de cada harmônica individualmente; e

e) identificar se o comportamento dos coeficientes apresenta algum padrão que possa representar evidência contrária à forma fraca de eficiência de mercado.

Este trabalho é composto das seguintes partes:

- a) o Capítulo 1 realiza uma compilação com alguns artigos sobre eficiência de mercado;
- b) o Capítulo 2 versa sobre a teoria das Séries de Fourier, o Teorema da Amostragem e exemplos de aplicação;
- c) o Capítulo 3 apresenta o método de pesquisa empregado para a obtenção dos resultados dos testes empíricos;
- d) o Capítulo 4 apresenta os resultados obtidos nos dois testes propostos no método; e
- e) o Capítulo 5 contém as considerações finais decorrentes dos resultados obtidos.

5 EFICIÊNCIA DE MERCADO

O artigo que introduziu o conceito de eficiência de mercado foi o de Fama (1970), revisitado por Fama (1991). No primeiro artigo o autor definiu que um mercado eficiente de capitais é aquele no qual os preços das ações refletem completamente as informações disponíveis. De acordo com Ross, Westerfield e Jaffe (1999), a hipótese de mercado eficiente apresenta implicações para investidores e empresas:

- a) como a informação se reflete imediatamente nos preços, os investidores só devem esperar obter uma taxa normal de retorno. O conhecimento da informação, ao ser divulgada, não traz vantagem alguma a um investidor. O preço ajusta-se antes que se possa negociar o ativo com o uso da informação; e
- b) as empresas devem esperar receber o valor justo dos títulos que vendem. A palavra justo significa que o preço que recebe pelos títulos emitidos é igual a seu valor presente. Em mercados eficientes, portanto, não existem oportunidades de ganhos decorrentes de engano ou comportamento irracional dos investidores.

Fama (1970) propôs três formas distintas de eficiência:

- a) forma fraca de eficiência de mercado;
- b) forma semi-forte de eficiência de mercado; e
- c) forma forte de eficiência de mercado.

5.1 FORMA FRACA DE EFICIÊNCIA DE MERCADO

Um mercado de ativos é dito eficiente em termos fracos, ou seja, que obedece à eficiência fraca, quando incorpora integralmente a informação contida em preços passados. Pode-se representar matematicamente a eficiência fraca do seguinte modo:

$$P_t = P_{t-1} + \text{Retorno Esperado} + \text{Erro aleatório}_t$$

A equação acima afirma que o preço atual de um ativo (P_t) é igual à soma do último preço observado (P_{t-1}) com o retorno esperado do ativo somado a uma componente aleatória que representa a nova informação revelada em t . Esta equação traduz o processo do tipo *random walk*.

5.1.1 Modelos de comportamento de preços de ações

A hipótese de que o comportamento dos preços das ações segue o modelo de *random walk* foi lançada por Bachelier (1900). Neste modelo o autor sugere que os preços podem subir ou cair com igual probabilidade. A característica de aleatoriedade atribuída a este comportamento pode ser modelada como um processo de *Markov*; um processo estocástico particular onde apenas o valor presente da variável é relevante para a predição do seu futuro. O histórico passado da variável e a forma como a variável atingiu o valor presente são irrelevantes. Hull (2000) coloca que, em geral, assume-se que os preços das ações variam de acordo com um processo de Markov. Esta propriedade de Markov implica que a distribuição de probabilidade do preço em qualquer momento no futuro não depende do comportamento passado do preço; uma característica consistente com a forma fraca de eficiência.

Um tipo particular de processo estocástico de Markov é o processo estocástico de *Wiener*. Neste caso, considera-se que a variável possui média zero e variância 1 por ano. Este

modelo tem sido utilizado para descrever o movimento de um grande número de partículas sujeitas a choques mútuos, também conhecido como movimento Browniano.

A seguinte equação descreve o Processo Generalizado de Wiener:

$$dx = a \cdot dt + b \cdot dz$$

Hull (2000) propõe interpretar os dois termos do lado direito da equação separadamente. O termo $a \cdot dt$ traduz a evolução linear do valor de x (no caso, o preço do ativo) com o passar do tempo. Já o termo $b \cdot dz$ modela o ruído que se apresenta como a variabilidade de x em torno da linha de tendência $a \cdot dt$.

O Processo Generalizado de Wiener considera, contudo, que os parâmetros a e b são constantes. O Processo de Itô – equacionado abaixo – adicionou dependência de x e t às constantes a e b :

$$dx = a(x,t) \cdot dt + b(x,t) \cdot dz$$

Os processos de Wiener e Itô acima modelam – de forma linear – o comportamento da evolução de preços, ao passo que a métrica dos investidores é o comportamento do retorno proporcionado pelo ativo. O modelo apropriado para mapear tal comportamento deve levar em consideração que os investidores irão, *ceteris paribus*, exigir o mesmo retorno do ativo, qualquer que seja o seu preço.

A equação, por conseguinte, mais aceita para modelar o comportamento do preço S de uma ação é a seguinte, conhecida como a do Movimento Geométrico Browniano:

$$\frac{dS}{S} = \mu \cdot dt + \sigma \cdot dz$$

onde:

S = preço do ativo

μ = retorno esperado do ativo

σ = volatilidade do ativo

Mandelbrot e Hudson (2004) comentam que Louis Bachelier havia tomado conhecimento sobre o trabalho de Jean Baptiste Joseph Fourier, matemático francês, o qual havia desenvolvido equações para descrever a forma como o calor se propaga em um disco de metal. Bachelier adaptou as fórmulas de Fourier para calcular a probabilidade de alta ou baixa nos preços de títulos, a qual denominou “radiação de probabilidade”, com resultados satisfatórios. Os autores comentam que inexplicavelmente tal técnica não motivou estudos adicionais; e que pela similaridade das equações, o movimento de moléculas (Browniano), a propagação do calor e os movimentos do mercado possuem modelo matemático semelhante.

A eficiência fraca é a mais fácil de ser testada, pois a informação histórica a respeito dos preços é de fácil acesso. Se fosse possível atingir lucros extraordinários utilizando-se de padrões passados de retornos dos ativos, os agentes do mercado arbitriariam tal oportunidade a ponto de extinguí-la.

Uma forma simples de se testar a eficiência fraca é calcular-se a correlação serial do ativo em questão. Tanto coeficientes de correlação serial significativamente positivos quanto negativos sugerem ineficiência de mercado. Um coeficiente de correlação serial próximo de zero é compatível com a hipótese do *random walk*.

Uma evidência contrária à forma fraca de eficiência - ainda que controversa - é a análise técnica ou análise gráfica. Ross, Westerfield e Jaffe (1999) contrapõem esta técnica ao afirmar que trabalhos de psicólogos e estatísticos indicaram que a maioria das pessoas não sabe o que é comportamento aleatório, e insiste em visualizar - enfaticamente - padrões distintos.

5.2 FORMA SEMI-FORTE DE EFICIÊNCIA DE MERCADO

A hipótese da eficiência semi-forte de um mercado considera que os preços refletem toda a informação publicamente disponível. Esta hipótese abrange a forma fraca, pois considera que os preços refletem não só as informações contidas nos preços passados, mas também as informações já publicadas e que requerem interpretação qualificada.

A hipótese de eficiência semi-forte é testada através de estudos de eventos. Segundo Brown e Warner (1980), estudos de eventos fornecem um teste direto de eficiência de mercado. Retornos anormais sistemáticos após o aparecimento de um certo evento testado são inconsistentes com a hipótese de que os preços dos ativos se ajustam imediatamente após a divulgação da informação relevante.

5.3 FORMA FORTE DE EFICIÊNCIA DE MERCADO

A hipótese da eficiência forte de um mercado considera que os preços refletem toda a informação, publicamente disponível ou não. É a forma mais abrangente de eficiência de mercado, pois incorpora as outras duas formas e adiciona o fato de que qualquer informação relevante para o ativo em questão irá afetar seu preço, independentemente da disposição desta informação para todos os investidores. A forma forte de eficiência considera que até mesmo um investidor dotado de informação privilegiada será incapaz de obter retornos anormais.

Ross, Westerfield e Jaffe (1999) colocam que, se o mercado for de fato eficiente na forma forte, não haverá evidência de retornos anormais por parte de alguns investidores. Analisaram o desempenho de fundos mútuos por considerar que – além de serem gerenciados por profissionais altamente qualificados – poderiam fazer uso de informação privilegiada, e concluíram que não houve evidências de retornos acima do índice de mercado utilizado.

Fama (1970) menciona, porém, que o estudo da performance de fundos mútuos tem por objetivo determinar:

- a) se os gestores dos fundos tem de fato acesso a informações privilegiadas as quais lhes permitem obter retornos anormais; e
- b) se esses gestores são capazes de fazer uso destas informações para obter tais retornos anormais. Uma vez que este critério irá apenas evidenciar a habilidade dos fundos em produzir retornos anormais, sem explicitar como isso foi obtido, o autor considera que o teste de performance dos fundos não é uma forma estrita de teste da forma forte de eficiência de mercado.

As evidências a favor da eficiência semi-forte são mais convincentes que as da eficiência forte; e, de acordo com Ross, Westerfield e Jaffe (1999), para muitos fins parece razoável supor que o mercado é eficiente na forma semi-forte. A Figura 1 ilustra a hierarquia das três formas de eficiência citadas acima:

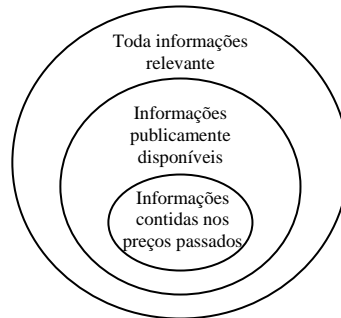


Figura 1 - Hierarquia das três formas de eficiência de mercado.

Fonte: Elaborada pelo autor.

Fama (1970) sugere que o modelo de mercado eficiente parece ser uma boa aproximação da realidade. As evidências deste modelo são inúmeras, ao passo que as evidências contrárias são raras. Mandelbrot e Hudson (2004), contudo, contestam a hipótese de eficiência de mercado com a sua teoria de fractais. A presença de clusters de volatilidade – concentração de movimentos bruscos - em alguns momentos no passado sinaliza ineficiência no mercado.

A Value Line é uma empresa de publicação de relatórios e recomendações de ações, divulgando informações de aproximadamente 1700 ativos. Copeland e Mayers (1982) fizeram um teste de performance do desempenho das recomendações da Value Line e constataram retornos anormais significantes, o que conflita com a forma semi-forte de eficiência. Graham e Zweig (2003) consideram que três fatores influenciam a performance de uma ação: o crescimento real dos lucros e dividendos, o crescimento inflacionário (aumento generalizado de preços) e crescimento/decrescimento especulativo. Este último fator considera que o apetite dos investidores por ações muda de tempos em tempos, por fatores alheios ao valor intrínseco do ativo; uma manifestação de ineficiência de mercado.

O trabalho de Kahneman e Tversky (1979) foi um importante marco para o advento das finanças comportamentais. Neste trabalho, os autores mencionam que o cérebro dos humanos procura padrões, mesmo onde eles sabidamente não existem. Após a repetição de um evento, as regiões do cérebro chamadas anterior cingulate e nucleus accumbens automaticamente antecipam que o evento repetirá novamente. Se a repetição ocorre, há liberação de dopamina –

hormônio de alívio e euforia branda. Se uma ação sobe repetidamente e o investidor a adquire, uma nova alta produzirá tal efeito.

A situação contrária irá acionar a amígdala – região do cérebro que processa o medo e a ansiedade e responde pela famosa resposta “lute ou fuja”, a qual é comum aos animais em situação de perigo ou stress. Kahneman e Tversky (1979) mostraram que o sofrimento de uma perda é maior do que o dobro do prazer proporcionado por um lucro equivalente. Tais argumentos explicam boa parte da irracionalidade observada no comportamento dos investidores, refletindo um comportamento ineficiente no mercado.

Particularmente importante para este trabalho é o artigo de Granger e Morgenstern (1963), o qual contrapõe a hipótese do *Random Walk*. O trabalho utilizou análise espectral para analisar preços de ações na bolsa de Nova Iorque. Se o modelo de comportamento aleatório dos preços dos ativos for correto, a série de preços será uma seqüência de valores desconexos. Apesar de o modelo *Random Walk* ter se mostrado adequado, os autores colocam que há algumas características importantes no comportamento de longo prazo dos preços dos ativos que não são consistentes com o modelo.

Os autores utilizaram Séries de Fourier¹ como método de análise espectral, e decompueram alguns gráficos de ativos em seu espectro discreto de frequências. A Figura 2 foi extraída do artigo original e exibe o espectro - com 120 frequências – do comportamento da taxa dos *Commercial Papers* de Nova Iorque de 1876 até 1914.

¹ Esta técnica está descrita no próximo capítulo deste trabalho.

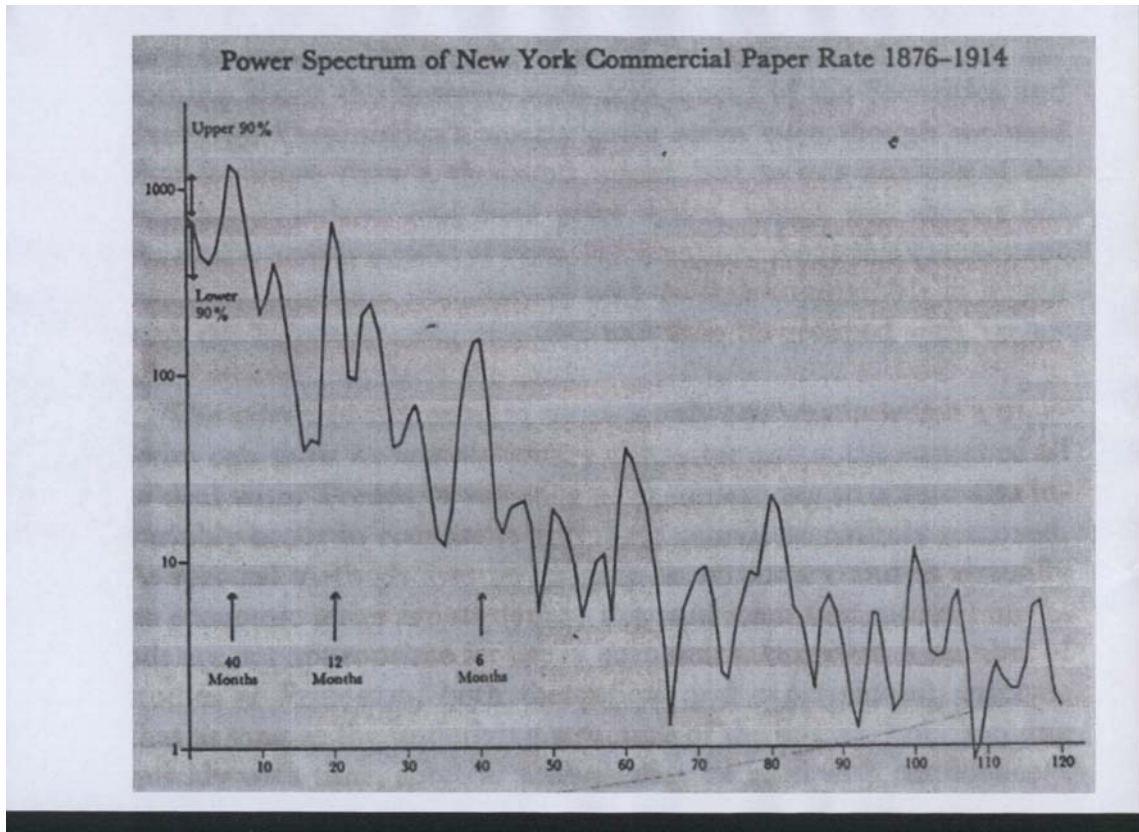


Figura 2 - Espectro de potência da taxa de Commercial Papers em Nova Iorque.

Fonte: Granger e Morgenstern (1963).

O eixo vertical do gráfico está em escala logarítmica, e os pontos mais à direita representam as frequências maiores. Os autores ressaltam que as bandas de período igual a 40 meses e 12 meses demonstram picos de potência e são preponderantes. Devido ao decaimento do gráfico, as frequências maiores exercem menor influência no comportamento do ativo. Cálculos indicaram que a banda de 40 meses contribuiu para 40% da volatilidade do ativo, e a banda de 12 meses contribuiu com 17% adicionais.

O espectro de uma sequência completamente aleatória de termos seria uma linha horizontal, paralela ao eixo x; e, portanto, sem decaimento. Séries de dados de variáveis econômicas frequentemente exibem espectros com decaimento, conforme ilustrado na Figura 3:

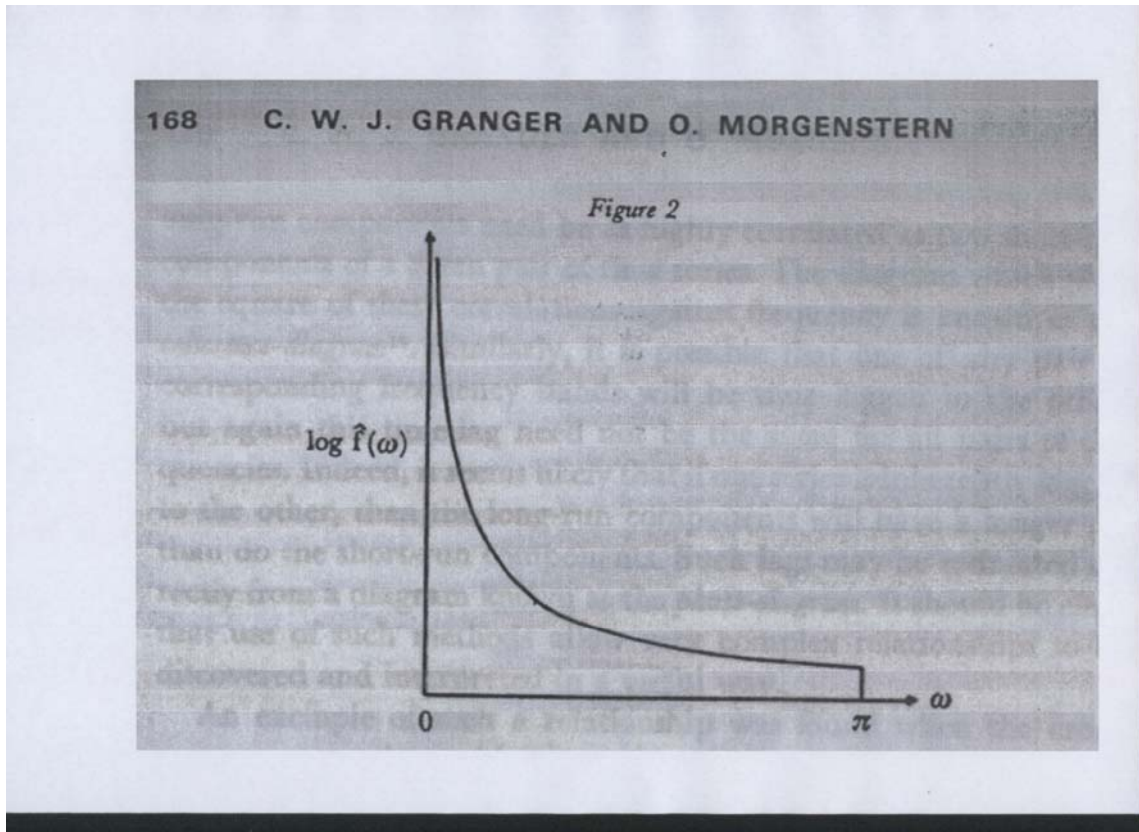


Figura 3 - Aparência do Espectro de variáveis econômicas.

Fonte: Granger e Morgenstern (1963).

Espectros com decaimento implicam que as harmônicas de maior período possuem maior importância; e, portanto, os ciclos de longo prazo influenciam o comportamento do ativo com maior preponderância. Os autores argumentam que esse resultado não é surpreendente, visto que o ruído gerado por dados mais recentes costuma interferir na identificação das tendências de longo prazo.

Este resultado sugere que o estudo das harmônicas de longo prazo (baixa frequência) é o mais importante. Infelizmente é nesta banda de frequências, próximas da frequência zero (também conhecida como componente DC) que os autores encontraram maior dificuldade para lidar, pois qualquer tendência para a média já elevará a amplitude da frequência zero e contaminará as harmônicas vizinhas (*leakage effect*). Torna-se, portanto, necessária a utilização de alguma técnica que elimine a tendência da média. No artigo foi utilizada a subtração da média móvel, pois os autores consideraram esta técnica simples e funcional.

A hipótese de mercado eficiente pressupõe a inexistência de oportunidades de arbitragem no mercado. Esta condição é um dos pilares da Teoria de Precificação por Arbitragem (*Arbitrage Pricing Theory – APT*). Um dos desafios para a implementação do

modelo *APT* é a determinação da quantidade e natureza dos fatores que irão explicar o comportamento do ativo modelado. Uma vez que este trabalho sugere uma alternativa para auxiliar na determinação do número necessário de fatores, um breve resumo da *APT* se faz necessário.

6 A TEORIA DE PRECIFICAÇÃO POR ARBITRAGEM (*APT*)

A Teoria de Precificação por Arbitragem (*APT*) foi desenvolvida por Stephen Ross em 1976. Esta teoria parte do princípio que os mercados são perfeitamente competitivos e sem custos de transação, segundo Ross (1976). A *APT* é uma alternativa ao modelo *Capital Asset Pricing Model (CAPM)* de precificação.

Ainda que o *CAPM* permita a existência de correlação entre os títulos, não especifica os fatores causadores dessa correlação, segundo Ross, Westerfield e Jaffe (1999). Os autores acreditam que a *APT* permite que esta relação seja desenvolvida de uma maneira mais intuitiva, encarando o risco de uma maneira mais geral do que simplesmente como covariância padronizada em relação à carteira de mercado. Tanto *APT* quanto *CAPM* prevêem uma relação positiva entre retorno esperado e risco. No caso da *APT*, acrescentam os autores, o modelo adiciona fatores até que o risco não sistemático de qualquer título perca a correlação com o risco não sistemático de todos os demais títulos. Entretanto, não é fácil determinar a natureza e a quantidade de fatores necessários para completar o modelo, deixando-a a cargo do bom senso e da conveniência. Uma das aplicações deste trabalho, a ser comentado mais adiante, é dar apoio à esta determinação de fatores.

Kloekner (2005) acrescenta que, com base em apenas uma premissa - a de que dois ativos com o mesmo fluxo de caixa devem ter o mesmo preço - a *APT* pressupõe que os retornos dos títulos são gerados por modelos fatoriais. De acordo o autor, a *APT* deriva da seguinte função geradora de retornos:

$$R_i = E_i + \beta_i \delta + \varepsilon_i$$

Onde:

R_i : Retorno do ativo i

E_i : Retorno esperado do ativo i

β_i : Sensibilidade do ativo i ao fator δ

δ : fator macroeconômico que exerce influência no retorno do ativo

ε_i : erro aleatório

O autor salienta que, tanto δ quanto ε_i , possuem valor esperado igual a zero. O retorno esperado de uma carteira com n títulos é dado por:

$$R_C = x_1R_1 + x_2R_2 + x_3R_3 + \dots + x_nR_n$$

Onde:

R_C : Retorno da Carteira

R_i : Retorno do ativo i

x_i : representa a parcela (%) da carteira investida no ativo i.

É preciso levar em conta a influência de diversos fatores, macroeconômicos e setoriais, antes de fazer com que o risco não sistemático de um título passe a ter correlação nula com os riscos não sistemáticos de outros títulos, alerta Ross (1976).

Ross, Westerfield e Jaffe (1999) argumentam que na *APT*, a relação entre risco e retorno pode ser expressa da seguinte forma:

$$R_C = R_F + (R_1 - R_F) \cdot \beta_1 + (R_2 - R_F) \cdot \beta_2 + (R_3 - R_F) \cdot \beta_3 + \dots + (R_n - R_F) \cdot \beta_n$$

Onde:

R_C : Retorno da carteira

R_n : Retorno esperado da carteira em relação ao n-ésimo fator

β_n : Beta da carteira em relação ao n-ésimo fator

Nesta equação, β_1 é o beta da carteira em relação ao primeiro fator, e R_1 é o retorno esperado de uma carteira cujo beta em relação ao primeiro fator é igual a 1 e cujos betas em relação a todos os demais fatores são iguais a zero. Raciocínio análogo vale para os demais termos da equação. O termo que expressa o erro aleatório desaparece devido à suposição de que o número n de ativos é suficientemente grande para eliminá-lo.

Apesar da potencial aplicação da *APT* para precificação de ativos, Ross, Westerfield e Jaffe (1999) expõem que ainda não há consenso a respeito de qual o conjunto correto de fatores a ser utilizado. O fato de a *APT* ser uma combinação linear de fatores instiga uma investigação feita através de Séries de Fourier, técnica útil para estes casos, descrita no capítulo que segue.

6.1 A SÉRIE TRIGONOMÉTRICA DE FOURIER

Uma função $f(x)$ - segundo definição de Tolstov (1962) - é periódica se existir uma constante $T > 0$ tal que $f(x + T) = f(x)$ para todo x pertencente ao domínio de $f(x)$.

A função periódica mais simples e de grande importância é a seguinte:

$$f(x) = A \text{ sen } (\omega x + \varphi)$$

Onde A , ω e φ são constantes. Esta função é chamada a **harmônica de amplitude A , frequência fundamental ω e fase inicial φ** ; e descreve o comportamento de diversos fenômenos naturais (oscilação pendular, propagação do som, eletromagnetismo, dentre outros). O período desta função é $2\pi / \omega$.

Uma outra forma de se representar a equação acima é a seguinte:

$$f(x) = a \cos(\omega x) + b \text{ sen}(\omega x)$$

Onde:

$$a = A \text{ sen } (\varphi) ; b = A \cos (\varphi) ; A = (a^2 + b^2)^{1/2} ;$$

Pode ser demonstrado, conforme Lathi (1987), que é possível representar-se uma ampla gama de funções por um somatório de diversas funções - ortogonais entre si – contanto que as funções ortogonais formem um conjunto fechado ou completo.

Seja $g_1(t)$, $g_2(t)$, ..., $g_n(t)$ um conjunto completo de funções ortogonais entre si. Considere também uma função arbitrária $f(t)$, a ser representada por funções ortogonais em um intervalo (t_1, t_2) , e um conjunto C_1, C_2, \dots, C_n de valores constantes. Desta forma pode-se dizer que a representação de $f(t)$ é dada por:

$$f(t) \cong C_1 \times g_1(t) + C_2 \times g_2(t) + \dots + C_n \times g_n(t)$$

Ou então:

$$f(t) \cong \sum_{r=1}^n C_r \times g_r(t)$$

Se n tender a infinito, ou seja, se utilizarmos todas as funções ortogonais do conjunto completo, e com os valores apropriados de C_1, C_2, \dots, C_n , $f(t)$ será representada fielmente pela série.

O conjunto completo de funções ortogonais que é a base da série trigonométrica de Fourier é formado pelas funções $\text{sen}(t)$, $\text{cos}(t)$, $\text{sen}(2t)$, $\text{cos}(2t)$, ..., $\text{sen}(nt)$, $\text{cos}(nt)$. Portanto, qualquer função $f(t)$ pode ser representada como uma soma de senos e co-senos, ou harmônicas, em qualquer intervalo $(t_0, t_0 + 2\pi/\omega_0)$. Tolstov (1962), entretanto, acrescenta que a representação da função por séries ortogonais só irá convergir se a função for contínua no intervalo em estudo.

Assim:

$$f(t) = a_0 + a_1 \cos(\omega_0 t) + b_1 \text{sen}(\omega_0 t) + a_2 \cos(2\omega_0 t) + b_2 \text{sen}(2\omega_0 t) + \dots$$

Onde:

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) \cos(n\omega_0 t) dt$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) \text{sen}(n\omega_0 t) dt$$

O coeficiente a_0 é um caso particular, e representa o valor médio da função $f(t)$ multiplicado por dois.

A título de exemplo, a série de Fourier de uma onda quadrada $f_Q(t)$ pode ser descrita pelos seguintes termos:

$$f_Q(t) = 1\text{sen}(\omega_0 t) + \frac{1}{3}\text{sen}(3\omega_0 t) + \frac{1}{5}\text{sen}(5\omega_0 t) + \frac{1}{7}\text{sen}(7\omega_0 t) + \dots$$

As figuras 4 e 5 mostram as harmônicas F1 (1 Hz) até F7 (7 Hz) da série descrita acima e a convergência do resultado da série para uma onda quadrada à medida que se adicionam mais termos.

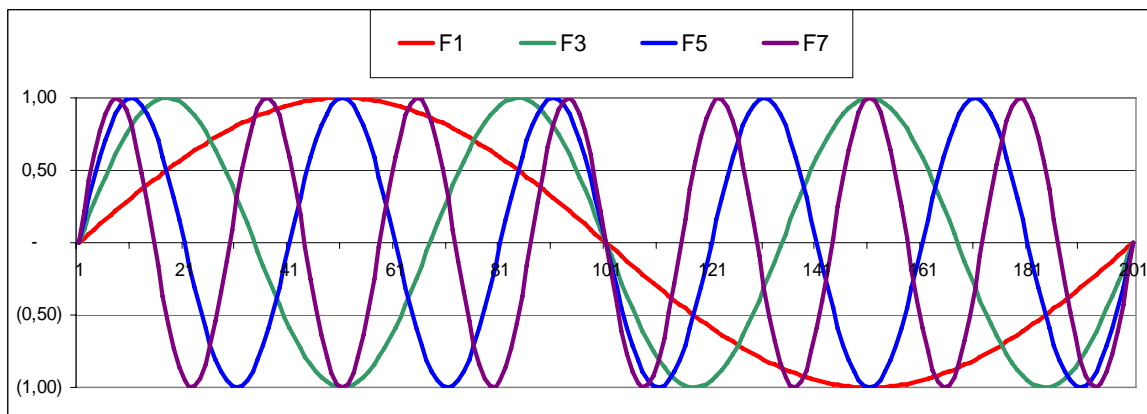


Figura 4 - Harmônicas de diferentes frequências.

Fonte: Elaborada pelo autor.

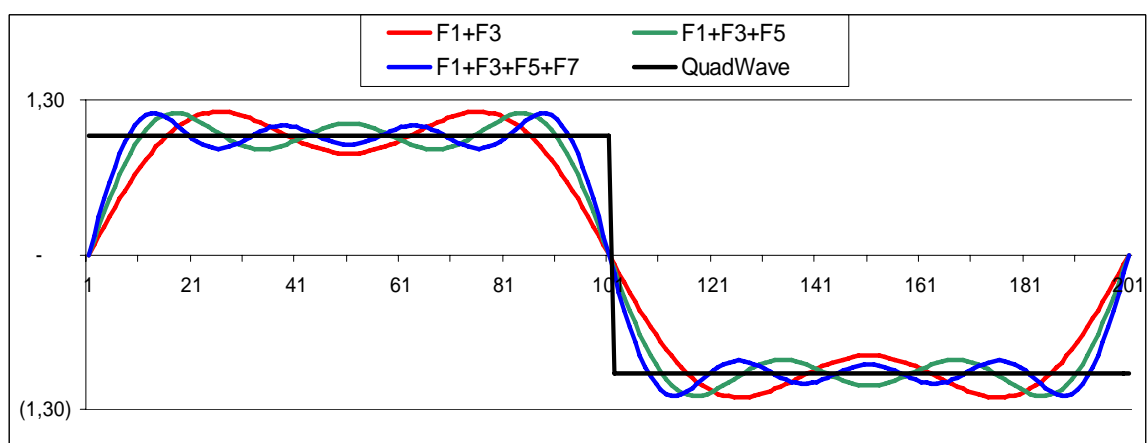


Figura 5 - Harmônicas de diferentes frequências.

Fonte: Elaborada pelo autor.

A representação gráfica do espectro de Fourier para esta transformada é discreta, e ilustrada no Gráfico 1.

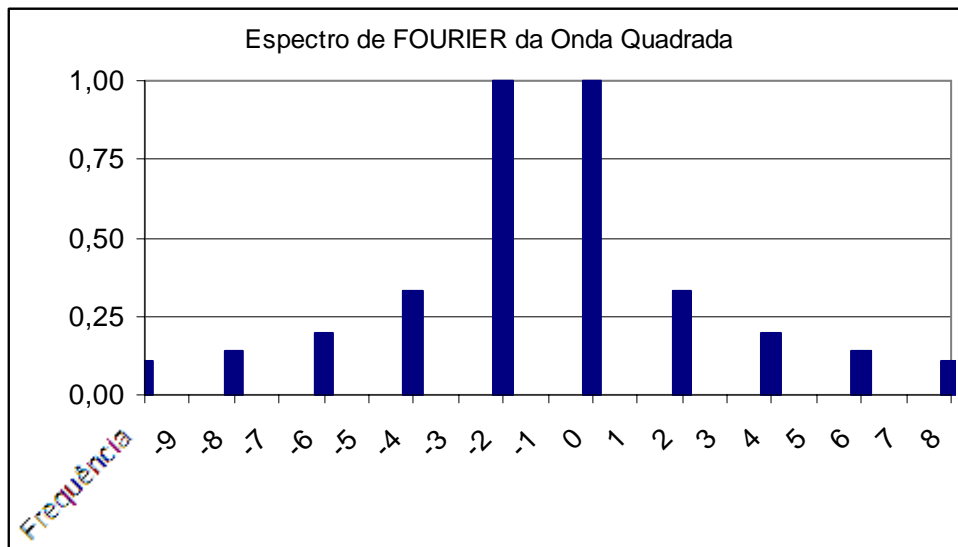


Gráfico 1 - Espectro discreto de Fourier da onda quadrada.

Fonte: Elaborada pelo autor.

Tolstov (1962) coloca que a representação por Séries de Fourier não está limitada aos fenômenos oscilatórios, sendo útil na análise de diversos fenômenos de naturezas diversas.

Outra forma comum de se representar a Série de Fourier é através da forma complexa, derivada da fórmula de Euler:

Fórmula de Euler:

$$e^{i\varphi} = \cos \varphi + i \operatorname{sen} \varphi$$

Série Complexa de Fourier:

$$c_n = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(t) e^{-in} dt \quad (n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$

Pode-se calcular a seguinte relação entre os coeficientes c_n da série complexa com os a_n e b_n da série normal:

$$c_n = \frac{1}{2}(a_n - ib_n)$$

$$c_{-n} = \frac{1}{2}(a_n + ib_n)$$

Quando a função $f(t)$ for real, então os coeficientes c_n serão complexos conjugados para cada n positivo e negativo.

6.2 O TEOREMA GERAL DA AMOSTRAGEM (TGA)

Este teorema tem uma importância significativa para a teoria da comunicação, e sua compreensão é relevante para este estudo.

O enunciado do TGA, de acordo com Lathi (1987, p. 87), é o seguinte:

Se um sinal é limitado em faixa (espectro), e se o intervalo de tempo é dividido em partes iguais, formando intervalos tais que, cada subdivisão compreenda um intervalo de duração T segundos, onde T é menor do que $1/2f_m$ (sendo f_m a harmônica de frequência máxima), e se uma amostra instantânea é tomada arbitrariamente de cada subintervalo, então o conhecimento da magnitude instantânea de cada amostra mais o conhecimento dos instantes em que é tomada a amostra de cada subintervalo contém toda a informação do sinal original.

O *teorema da amostragem uniforme*, um caso especial do TGA, afirma que um sinal $\varphi(t)$ limitado em faixa – ou seja, que possui um espectro limitado tendo f_m Hz como a harmônica de frequência máxima – é determinado univocamente por seus valores tomados a intervalos uniformes menores do que $1/(2f_m)$ segundos. O intervalo de amostragem $T=1/(2f_m)$ também é chamado de intervalo de Nyquist.

Deduz-se, pelo exposto acima, que a taxa de amostragem do sinal $\varphi(t)$ deve ser pelo menos duas vezes a frequência mais alta f_m presente no espectro de $\varphi(t)$. Isso significa que, ao utilizar-se cotações diárias para extração dos coeficientes de Fourier de uma série de preços, a amostragem é de um dia e; portanto, a harmônica máxima que poderá ser observada é a de período de dois dias.

7 MÉTODO

A proposta deste estudo é analisar o espectro de Fourier do gráfico de preço de um determinado ativo em torno da sua linha de tendência.

Escolheu-se analisar dois índices – *Dow Jones* e *Ibovespa* – devido à liquidez e ao longo período de amostragem disponível em bancos de dados. Também analisaram-se dois ativos – ATIVO1 (Baixa volatilidade) e ATIVO2 (alta volatilidade) para verificar se há alguma diferença significativa no comportamento do espectro entre ativos de diferentes volatilidades.

Informações relativas a três intervalos temporais foram utilizadas nos testes: cotações mensais, diárias e de dez minutos (*intraday*). De acordo com o Teorema Geral da Amostragem, quanto menor o intervalo entre as cotações, maiores as frequências que poderão ser observadas. As cotações foram obtidas do sistema Economática, com exceção das cotações de dez minutos as quais foram obtidas do sistema *CMA Station Advanced*. Utilizou-se cotações de fechamento para as análises, e o número de informações utilizado foi o máximo disponível nos banco de dados citados. O conjunto de dados é amplo e permite uma análise ao longo de diversos ciclos econômicos, o que torna o estudo abrangente.

As cotações mensais e diárias foram extraídas do Economática deflacionadas pelos respectivos indicadores: IPCA para o *Ibovespa*, para o *Dow Jones*, o *CPI (Consumer Price Index)*. O uso de cotações deflacionadas permite o estudo das oscilações reais dos preços, mantendo a comparabilidade dos dados mais recentes com os mais antigos em termos de poder de compra. Para as cotações de dez minutos não foi feita correção por inflação. Isso, porém, não prejudica a análise, pois o período testado (aproximadamente cinco meses) é curto e, por simplificação, foi considerado ausente de inflação.

O Quadro 1 indica os quatro ativos analisados e os respectivos períodos.

Amostragem	<i>Dow Jones</i>	Ibovespa	ATIVO1: Ações preferenciais da WEG	ATIVO2: Ações preferenciais da Braskem
MENSAL	1/1921 a 12/2005: 1020 informações	12/1979 a 12/2005: 313 informações	4/1986 a 12/2005: 237 informações	1/1986 a 12/2005: 240 informações
DIÁRIA	29/10/1943 a 30/12/2005: 15643 informações	30/12/1985 a 29/12/2005: 4928 informações	3/4/1986 a 29/12/2005: 3380 informações	2/1/1986 a 29/12/2005: 4901 informações
10 MINUTOS	15/8/2005 a 19/1/2006: 3894 informações	15/8/2005 a 19/1/2006: 3900 informações	Não testado	Não testado

Quadro 1 - Relação de ativos analisados com os respectivos períodos testados.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Para o ATIVO1, de baixa volatilidade, escolheu-se a ação preferencial da empresa Weg, cujo código de negociação em bolsa é WEGE4. A Weg é líder no mercado brasileiro de motores elétricos e uma das principais empresas globais neste segmento. A escolha desta ação como ativo de baixa volatilidade foi devido à sua estabilidade de margem operacional, capacidade de repasse de preço e razoável liquidez em bolsa. O desvio padrão dos retornos mensais, deflacionados pelo IPCA e log-normalizados da Weg foi de 9,95% ao mês no período citado no Quadro 1.

O ATIVO2, de alta volatilidade, foi representado pela ação preferencial da empresa Braskem, cujo código de negociação em bolsa é BRKM5. A Braskem é uma empresa da primeira geração petroquímica, e desde 2001 passou a atuar também na segunda geração. É líder latino americana no segmento, o qual é conhecido pela característica cíclica. A escolha desta ação como ativo de alta volatilidade foi devido à sua estreita e volátil margem operacional, característica de empresas deste setor e que por consequência apresentam comportamento bastante volátil nos preços de suas ações. O desvio padrão dos retornos mensais, deflacionados pelo IPCA e log-normalizados da Braskem foi de 11% ao mês no período citado no Quadro 1

7.1 OBTENÇÃO DOS COEFICIENTES DA SÉRIE DE FOURIER

Para cada um dos estudos acima, extraiu-se os coeficientes da Série de Fourier executando-se o algoritmo abaixo no software MATLAB². O código de programação está no Anexo A:

- a) transformação das cotações para escala logarítmica;
- b) rotação do gráfico para eliminação da linha de tendência;
- c) extração dos coeficientes através da função *FFT*³ (*Finite Fourier Transform*) do software MATLAB;
- d) plotagem do gráfico cotações x tempo (já sem a linha de tendência e com correção logarítmica);
- e) plotagem dos coeficientes da Série de Fourier no gráfico amplitude x período; e
- f) plotagem - sobre o gráfico original - do gráfico cotações x tempo resultante da combinação das 10 primeiras harmônicas encontradas. O número de harmônicas foi arbitrado apenas para ilustração da reconstituição da série de preços utilizando-se algumas harmônicas

7.2 ANÁLISE DO COMPORTAMENTO DOS COEFICIENTES DA SÉRIE DE FOURIER

Neste teste o objetivo é visualizar a dinâmica do comportamento dos coeficientes da série de Fourier. Foi determinada uma janela de extensão fixa. Esta janela é deslocada ao longo

² Os testes para este trabalho foram realizados com o MATLAB versão 7.0.0.19920 (R14), 6 de maio de 2004.

³ A descrição do algoritmo utilizado para a função FFT encontra-se no help do MATLAB.

do tempo, e as cotações mais recentes são substituídas pelas mais antigas (janela móvel). A cada deslocamento é avaliada a amplitude de cada harmônica. Analisou-se o comportamento dos coeficientes para os índices *Dow Jones* e para o Ibovespa, ambos apenas em cotações diárias.

Para o *Dow Jones*, arbitrou-se uma janela de 500 dias (aproximadamente 2 anos); o que – segundo a propriedade do intervalo de Nyquist citada no TGA – permite a observação de 250 harmônicas. A análise observará o comportamento dos coeficientes a cada deslocamento de dez dias desta janela. Como há 15643 cotações no período, a janela deslocará ao longo de 15143 dias, perfazendo um total de 1515 observações do comportamento dos coeficientes das harmônicas.

Para o Ibovespa, arbitrou-se a mesma janela fixa de 500 dias. Como há 4928 cotações no período, a janela deslocará ao longo de 4428 dias, observado-se com 443 amostras o comportamento dos coeficientes das 250 harmônicas.

7.3 ESTUDO DA RECONSTITUIÇÃO ATRAVÉS DO USO DE HARMÔNICAS

Uma vez que as harmônicas já são conhecidas, este teste objetivou analisar a fidelidade da reconstituição do gráfico original; utilizando-se um número n de harmônicas iniciando com a de menor frequência. Registrou-se a correlação para cada teste, iniciando com apenas 2 harmônicas e concluindo com a reconstituição feita utilizando-se 50 harmônicas. Para a reconstituição utilizou-se a função *IFFT*⁴ (*Inverse Finite Fourier Transform*) do MATLAB.

⁴ A descrição do algoritmo utilizado para a função *IFFT* encontra-se no help do MATLAB

8 ANÁLISE DOS RESULTADOS

8.1 OBTENÇÃO DOS COEFICIENTES DA SÉRIE DE FOURIER

As figuras que seguem foram padronizadas para exibir as seguintes informações:

a) gráfico superior: exibe o gráfico do preço do ativo em questão. O eixo x – em escala linear - é o tempo com a graduação do respectivo período de amostragem (mensal, diário ou de dez minutos). Os valores no eixo y são apenas uma referência das cotações do ativo, as quais sofreram rotação para eliminação da linha de tendência. A escala é linear, porém as cotações já foram convertidas para escala logarítmica, bem como corrigidas por inflação, conforme mencionado acima na descrição do método de trabalho. A linha que “acompanha” o gráfico é a reconstituição do mesmo utilizando-se as dez harmônicas de menor frequência; e

b) gráfico inferior: exibe o espectro de frequência do ativo em questão. Cada círculo no gráfico representa uma harmônica. O eixo x – em escala logarítmica - exibe o período da harmônica, de acordo com o período do gráfico superior (mensal, diário ou de dez minutos). O eixo y – em escala logarítmica - exibe o coeficiente que representa a amplitude da harmônica.

8.1.1 Mensais

Dow Jones Industrial Average (DJIA).

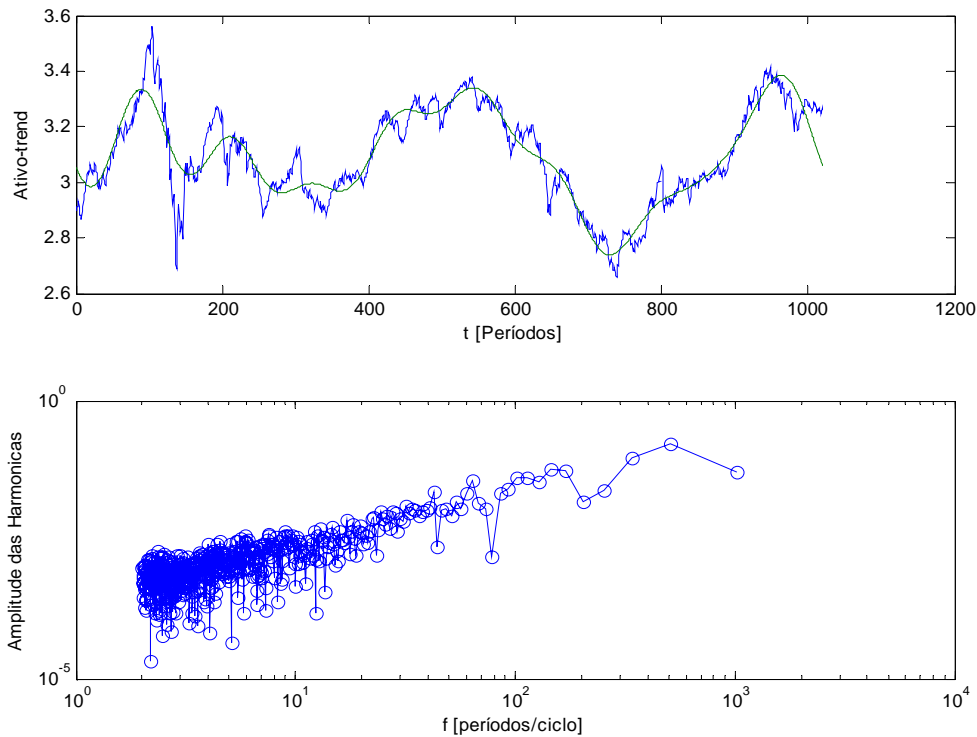


Figura 6 - Espectro mensal do DJIA.

Fonte: Elaborada pelo autor.

O gráfico superior da Figura 6 exhibe o comportamento mensal do índice *Dow Jones* no período de janeiro de 1921 até dezembro de 2005. As cotações foram corrigidas pelo CPI (Consumer Price Index) e plotadas em escala logarítmica, rotando-as para eliminar a linha de tendência ascendente. Nota-se, nestes 1020 meses de observação, que o *crash* de 1929 registrou a maior oscilação percentual já ocorrida naquela bolsa.

No gráfico inferior da Figura 6 está o espectro de Fourier referente a estes 1020 meses. Percebe-se - com ambos os eixos em escala logarítmica – uma tendência de os coeficientes das harmônicas formarem uma reta ascendente. Esta formação sugere que as harmônicas de períodos maiores apresentam maior “potência” e tendem a ser dominantes.

Quando uma harmônica é dominante, a característica do seu ciclo fica mais explícita no comportamento do ativo, haja vista que a influência das demais harmônicas pode ser considerada desprezível. Se várias harmônicas possuem coeficientes elevados – caracterizando uma dominância múltipla – o ativo comportar-se-á de acordo com a superposição dos efeitos destas harmônicas

A Tabela 1 exhibe o coeficiente das primeiras 19 harmônicas.

Tabela 1 - Coeficientes das primeiras harmônicas do *DJIA* mensal.

Ordem da harmônica	Período da harmônica (meses)	Amplitude do coeficiente
1 ^a	1020	0,050904
2 ^a	510	0,17099
3 ^a	340	0,095167
4 ^a	255	0,023791
5 ^a	204	0,014955
6 ^a	170	0,054313
7 ^a	145,7	0,05709
8 ^a	127,5	0,035606
9 ^a	113,33	0,042556
10 ^a	102	0,040194
11 ^a	92,72	0,026414
12 ^a	85	0,021365
13 ^a	78,46	0,0015316
14 ^a	72,85	0,011688
15 ^a	68	0,0145
16 ^a	63,75	0,036291
17 ^a	60	0,021299
18 ^a	56,66	0,011222
19 ^a	53,86	0,015643

Fonte: Elaborada pelo autor.

No caso do *Dow Jones*, percebe-se que a 2^a harmônica – de período igual a 510 meses – apresenta o maior coeficiente (0,17099). Em seguida a 3^a harmônica – período igual a 340 meses – apresenta um coeficiente que é 56% do maior coeficiente. As demais harmônicas apresentam coeficientes inferiores a 1/3 do maior coeficiente; e, portanto, suas influências são praticamente suplantadas pela característica das harmônicas dominantes.

Neste trabalho, considera-se – para fins de interpretação – que, se o coeficiente de uma harmônica é três vezes maior do que o de outra harmônica, aquele é dominante. A definição de dominância é relativa; a particularidade do estudo é que determinará qual a relação de dominância necessária.

Numa inspeção visual do gráfico do *Dow Jones* nos primeiros 200 meses de observação, o índice apresentou uma oscilação de aproximadamente 200 meses de período, o que tornou a

harmônica de 200 meses dominante naquele período. De 200 a 1000 meses, a oscilação principal aumentou o período para aproximadamente 500 meses, o que está em linha com o resultado apontado pelo espectro.

Ibovespa.

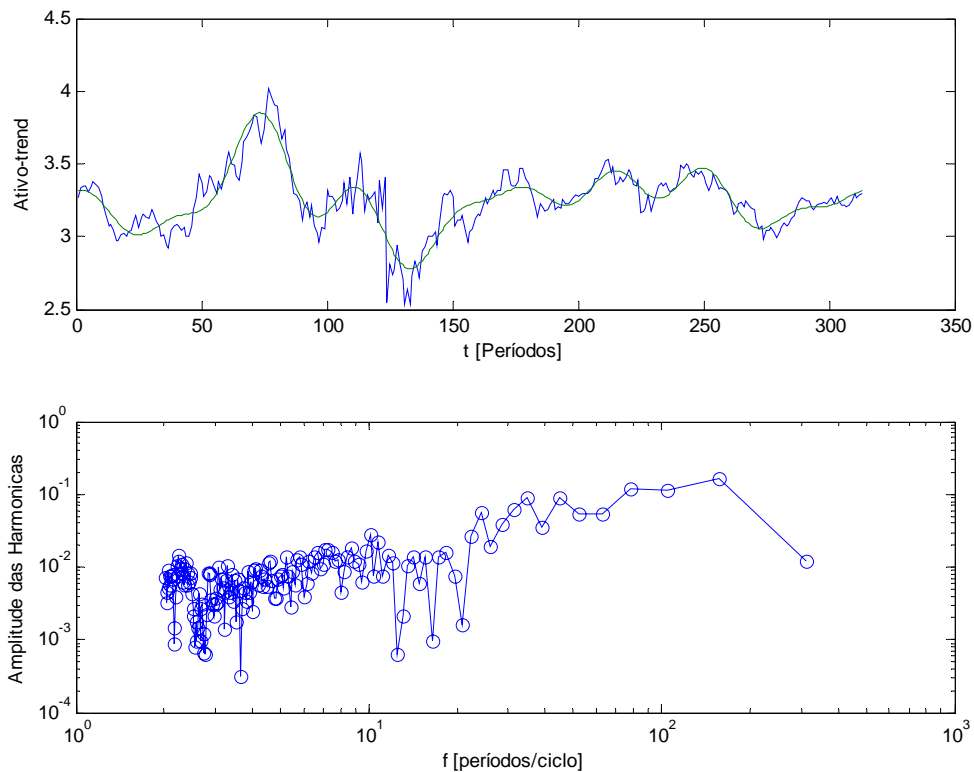


Figura 7 - Espectro mensal do Ibovespa.

Fonte: Elaborada pelo autor.

No caso do Ibovespa, o gráfico superior da figura 8 exibe o comportamento mensal do índice no período de dezembro de 1979 até dezembro de 2005. As cotações foram corrigidas pelo IPCA (Índice de Preços ao Consumidor Amplo – IBGE) e plotadas em escala logarítmica, rotando-as para eliminar a linha de tendência ascendente. Nestes 313 meses de observação, a amplitude da oscilação percentual é nitidamente superior nos primeiros 150 meses (até o ano de 1994), onde percebe-se uma oscilação dominante de período igual a 104 meses. Do 150º mês em diante, não se percebe uma oscilação com frequência específica.

As observações do parágrafo acima são ratificadas pela análise do espectro de Fourier. Neste caso, devido ao tamanho menor da amostra em relação ao *Dow Jones*, os coeficientes das harmônicas parecem estar mais dispersos, embora se pode notar a tendência de alinharem-se em torno de uma reta ascendente. Diferentemente da análise mensal do *Dow Jones*, este espectro do

Ibovespa mensal não apresenta uma harmônica cuja amplitude se destaca e exerça dominância. O que se nota são várias harmônicas de período entre 30 e 200 meses que possuem coeficientes de mesma ordem de grandeza.

Como as janelas de observação utilizadas para o *Dow Jones* e para o Ibovespa não são iguais, não é adequado traçar comparações acerca dos resultados. Como ilustração, contudo, vale ressaltar que - se a análise de Fourier de um ativo indicou uma certa frequência dominante - é por que ele provavelmente apresentou um comportamento mais repetitivo do que outro ativo cujo espectro não apresentou uma frequência nitidamente dominante. No limite deste último caso teríamos o espectro do ruído branco, onde todas harmônicas possuem o mesmo coeficiente. De acordo com Lathi (1987), o ruído branco - também conhecido como ruído térmico - é derivado do movimento de elétrons livres no meio de um fio condutor. A trajetória do movimento do elétron é aleatória e em ziguezague. O efeito líquido do movimento de todos os elétrons constitui um fluxo de corrente elétrica através do condutor, cuja direção é aleatória, mas possui média zero.

WEG.

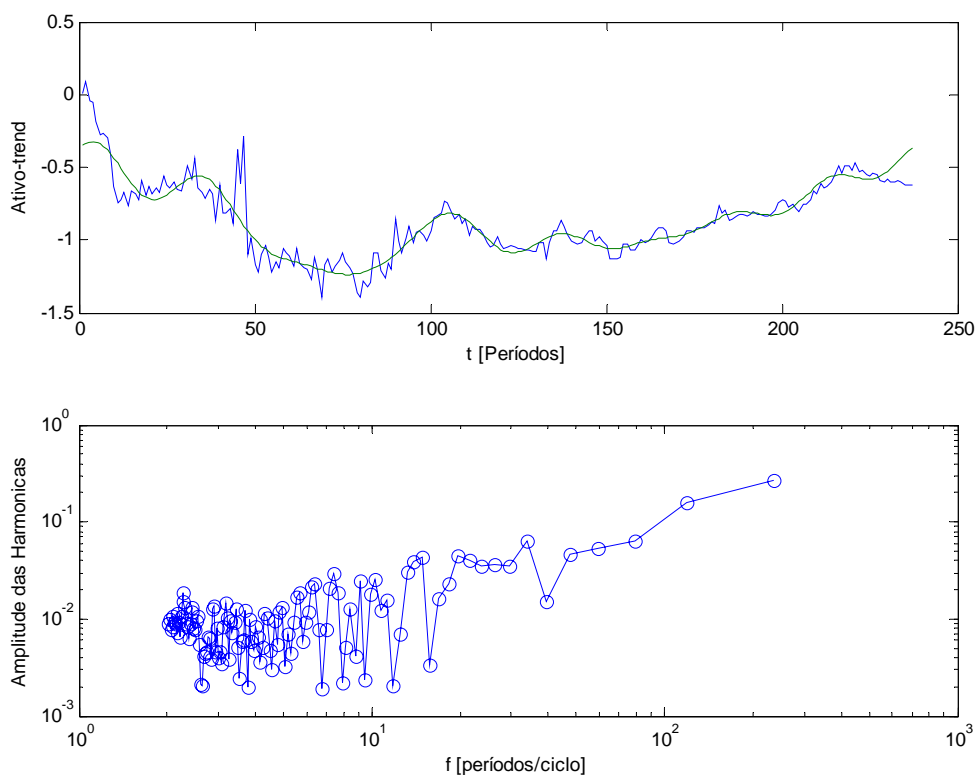


Figura 8 - Espectro mensal da ação da WEG.

Fonte: Elaborada pelo autor.

Ao analisar-se o comportamento da ação da WEG no gráfico superior da figura 9, no período de abril de 1986 até dezembro de 2005, não se percebe a presença de uma harmônica específica. O gráfico inferior – do espectro de Fourier – mostra que a harmônica cujo período é de 237 meses (o tamanho da janela de observação) é dominante, acompanhada da harmônica de 118,5 meses.

BRASKEM.

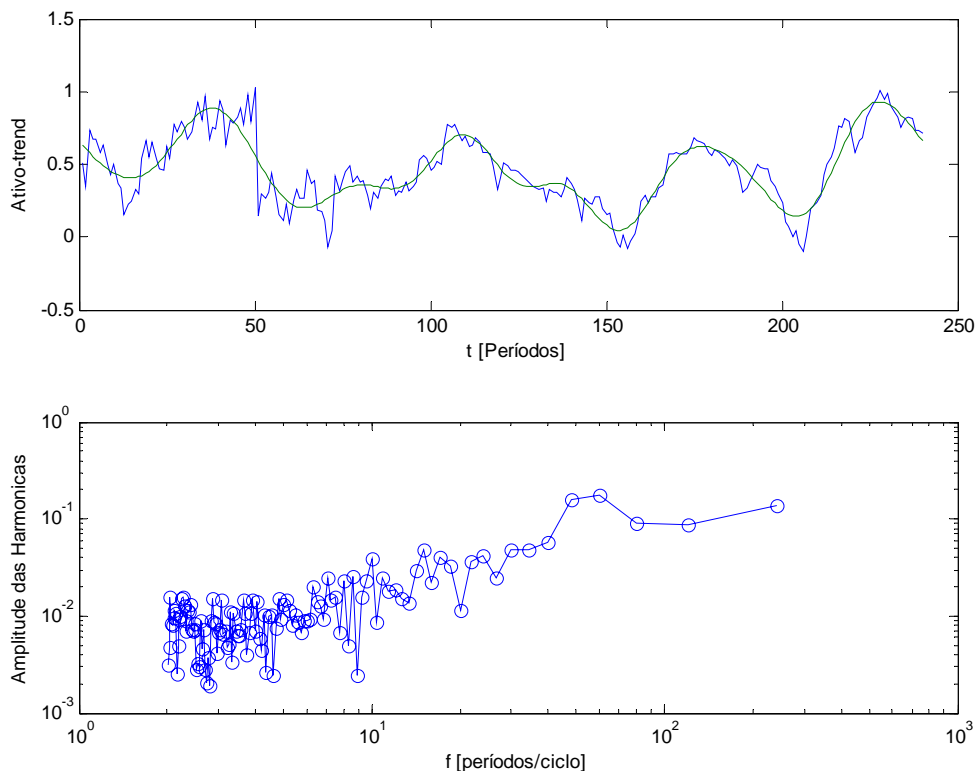


Figura 9 - Espectro mensal da ação da Braskem.

Fonte: Elaborada pelo autor.

No gráfico da Braskem, exibido na Figura 10, entretanto, a dominância é disputada por aproximadamente duas harmônicas ao longo da janela de observação, de janeiro de 1986 a dezembro de 2005. No espectro as harmônicas de 240, 120, 80 possuem praticamente o mesmo coeficiente, mas as harmônicas de 60 e 48 meses se destacam. Como a dominância ocorreu na 4^a e 5^a harmônicas, o preço da ação da Braskem apresentou um comportamento mais oscilatório do que WEG, pois a frequência dominante desta é menor do que a daquela.

8.1.2 Diários

Dow Jones Industrial Average.

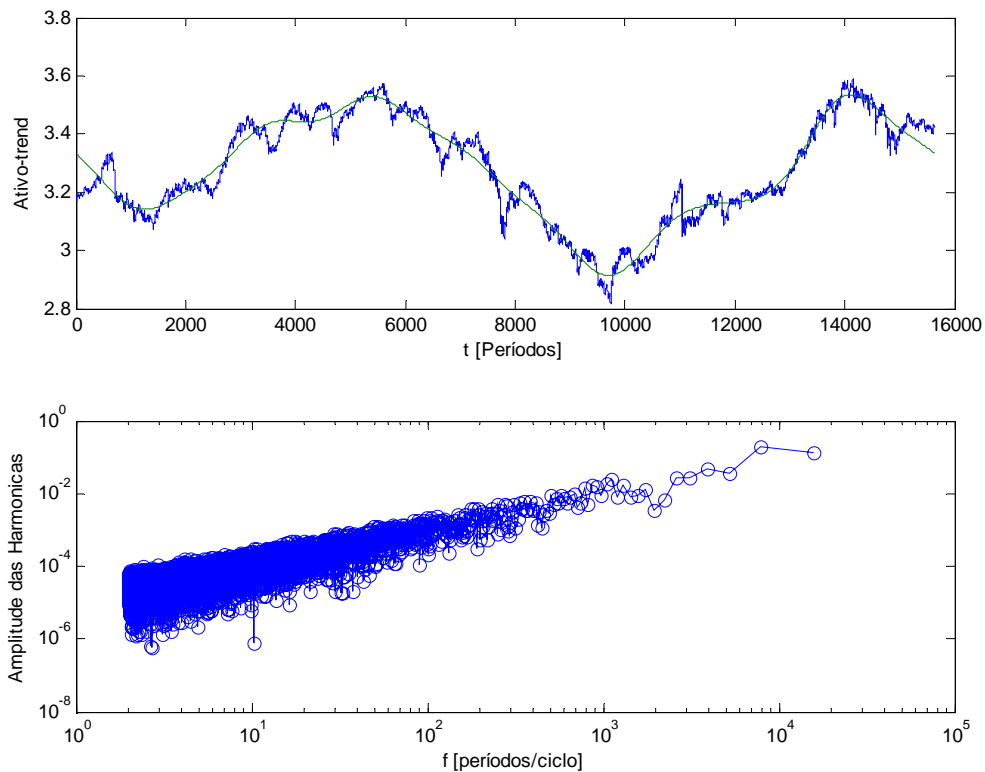


Figura 10 - Espectro diário do DJIA.

Fonte: Elaborada pelo autor.

Analisou-se no gráfico superior da Figura 10 o comportamento diário do índice *Dow Jones* no período de 29/10/1943 a 30/12/2005, um total de 15643 cotações (apenas dias úteis). De forma análoga aos estudos mensais, as cotações foram corrigidas pelo *CPI* e plotadas em escala logarítmica, rotando-as para eliminar a linha de tendência ascendente. Devido ao maior número de amostras, a análise diária permite visualizar um espectro de harmônicas com melhor definição. De acordo com o Teorema Geral da Amostragem (TGA), pode-se capturar no máximo harmônicas de período igual ou superior a dois dias utilizando-se cotações diárias.

A tendência de os coeficientes apresentarem-se em linha ascendente fica mais evidente com este maior conjunto de dados. Duas harmônicas apresentaram-se em destaque: a de período

igual a 15643 dias (aproximadamente 62 anos) e a de período igual a $15643/2 = 7821,5$ dias (aproximadamente 31 anos), pois seus coeficientes apresentaram amplitude mais de 10 vezes acima do próximo coeficiente na escala de amplitudes. Os demais coeficientes formam praticamente uma “nuvem” de pontos ao longo do espectro, porém o seu coeficiente é tão pequeno em relação ao coeficiente das harmônicas dominantes que podem ser considerados desprezíveis. Esta observação induz à conclusão de que um pequeno número de harmônicas é suficiente para reproduzir o comportamento do índice *Dow Jones* no período estudado acima.

IBOVESPA.

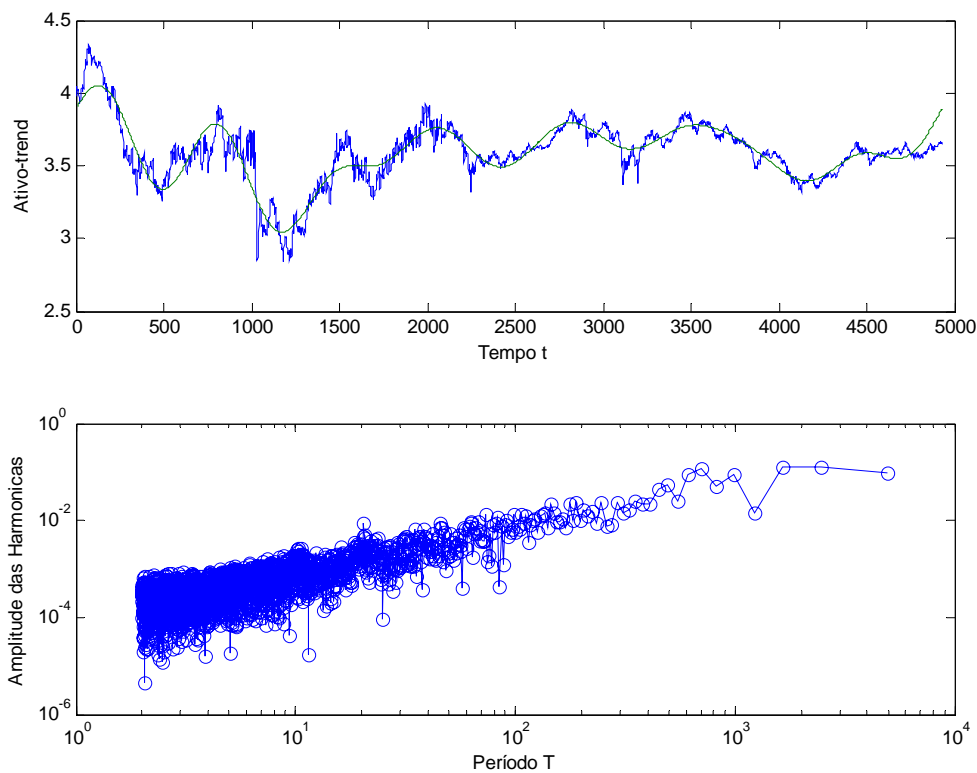


Figura 11 - Espectro diário do Ibovespa.

Fonte: Elaborada pelo autor.

Para o comportamento diário do Ibovespa - Figura 11 - analisou-se o período de 30/12/1985 a 29/12/2005, um total de 4928 cotações. De forma análoga aos estudos mensais, as cotações foram corrigidas pelo IPCA e plotadas em escala logarítmica, rotando-as para eliminar a linha de tendência ascendente. Pode-se notar no gráfico que nos primeiros 2250 dias (de 30/12/1985 até julho de 1994) o Ibovespa apresentou as maiores amplitudes de oscilações percentuais. A partir daí, as oscilações foram mais suaves.

Novamente o Ibovespa apresentou – como na amostragem mensal – várias harmônicas (4928, 2464, 1643 e 704 dias) com coeficiente semelhante. Tal ausência de dominância explícita por parte de uma harmônica faz com que um número maior de harmônicas seja necessário para uma reconstituição mais precisa. As harmônicas dominantes citadas são de 20, 10, 6.5 e 3 anos. Provavelmente tais harmônicas apareceram devido a algum ciclo econômico característico do Brasil e que afetou a Bolsa como um todo, em sintonia com os períodos citados acima.

WEG

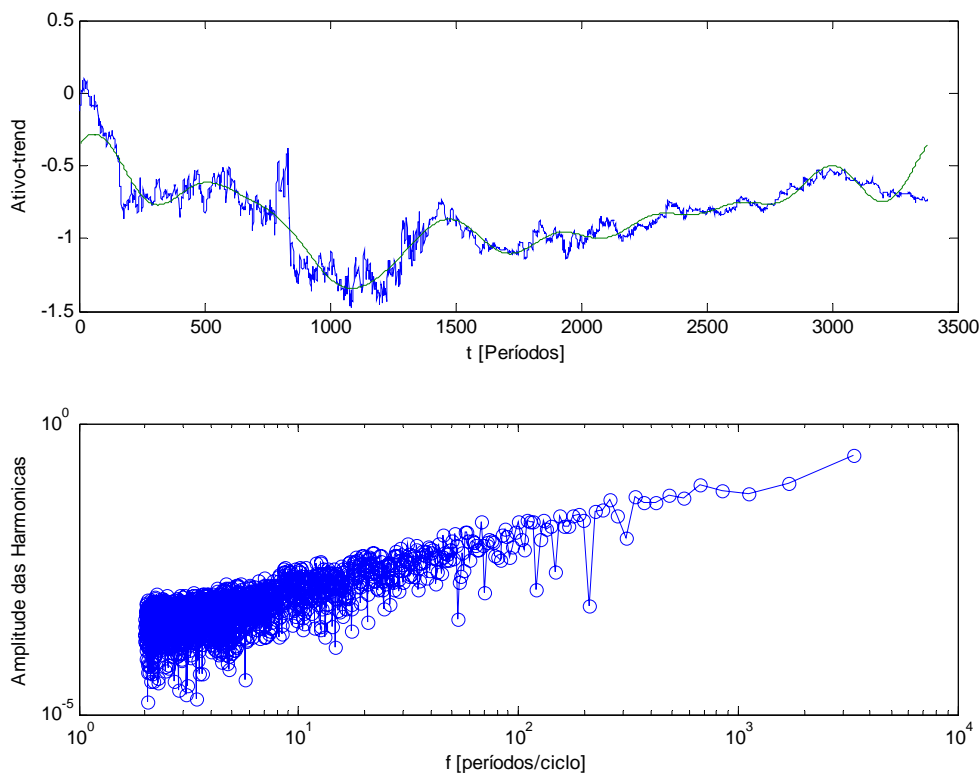


Figura 12 - Espectro diário da ação da Weg.

Fonte: Elaborada pelo autor.

Na Figura 12 está o comportamento diário da ação da WEG no período de 3/04/1986 a 29/12/2005, um total de 3380 cotações, com as já mencionadas correções por inflação e linha de tendência. Percebe-se no gráfico do espectro a dominância da harmônica de 3380 dias, a de menor frequência, o que corrobora com a baixa volatilidade deste ativo. Chama atenção, também, os diversos coeficientes cujos valores ficaram bem abaixo da reta de tendência, o que reflete a menor volatilidade de curto prazo do comportamento dos preços da ação desta empresa.

BRASKEM

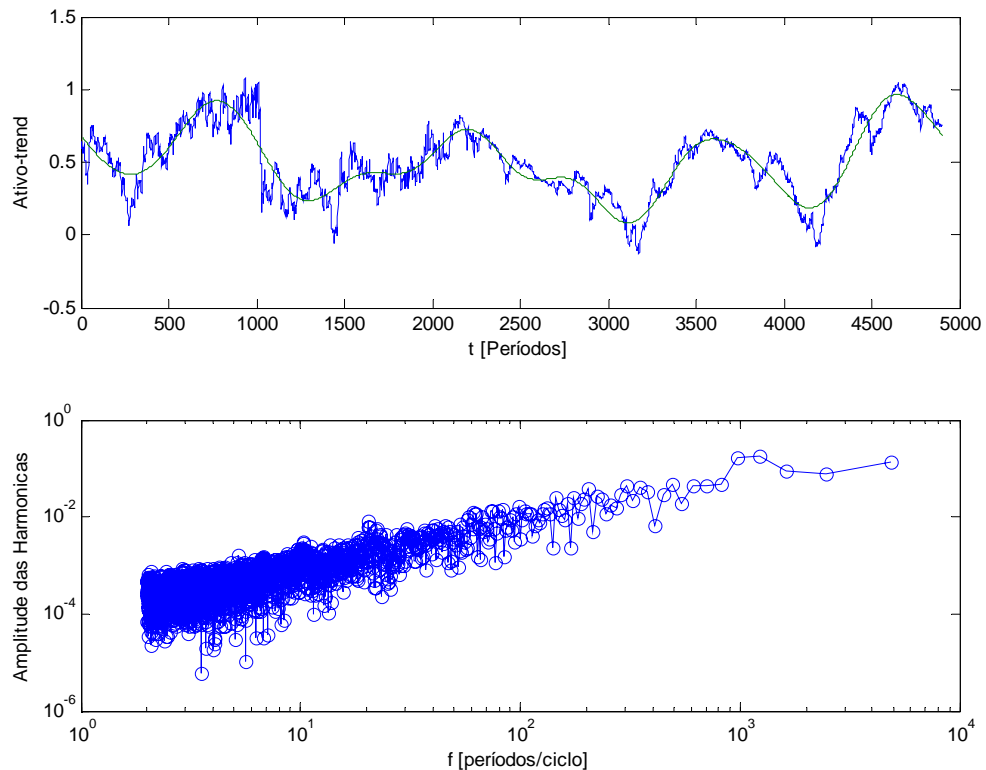


Figura 13 - Espectro diário da ação da Braskem.

Fonte: Elaborada pelo autor.

Em relação ao comportamento diário da ação da BRASKEM, exibido no gráfico superior da Figura 13, analisou-se o período de 2/01/1986 a 29/12/2005, um total de 4901 cotações, com as já mencionadas correções por inflação e linha de tendência. Assim como no gráfico mensal, percebe-se no gráfico do espectro que não há apenas uma harmônica que se destaca. As harmônicas com maior coeficiente são a 4^a e a 5^a harmônicas, de 1225 e 980 dias respectivamente. A 1^a, a 2^a e a 3^a harmônicas também apresentam coeficientes muito próximos, o que descaracteriza uma dominância explícita. O comportamento mais volátil da ação da BRASKEM reflete tal característica do espectro, de a dominância estar deslocada para harmônicas mais rápidas.

8.1.3 Dez minutos

Dow Jones Industrial Average.

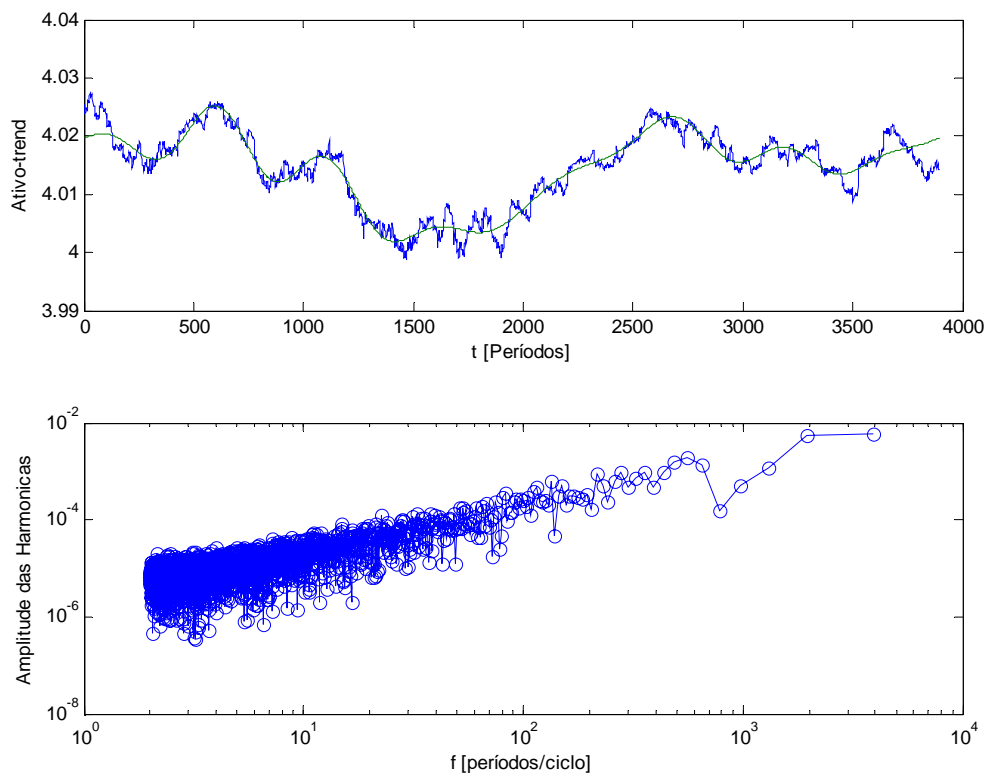


Figura 14 - Espectro de dez minutos do DJIA.

Fonte: Elaborada pelo autor.

A fim de se verificar também o espectro de Fourier para cotações *intraday*, utilizou-se cotações de dez minutos para os índices *Dow Jones* e para o *Ibovespa*. Não foram utilizadas as cotações do *after market* devido a sua baixa representatividade. O gráfico superior da Figura 14 exhibe o *Dow Jones* no período de 15/8/2005 a 19/1/2006; um total de 3894 cotações. De forma análoga aos estudos anteriores, as cotações foram plotadas em escala logarítmica, rotando-as para eliminar a linha de tendência ascendente. Não houve correção por inflação, o que não descaracteriza a comparação deste resultado com os anteriores pois a inflação no período pode ser considerada desprezível.

Duas harmônicas se destacam no espectro – a de 38940 minutos e a de 19470 minutos. Considerando-se que cada pregão dura 7 horas, as duas harmônicas possuem períodos de respectivamente 93 e 46 dias.

Chama atenção o fato de que tanto na amostragem mensal, diária e de dez minutos o *Dow Jones* apresentou apenas duas frequências dominantes.

IBOVESPA.

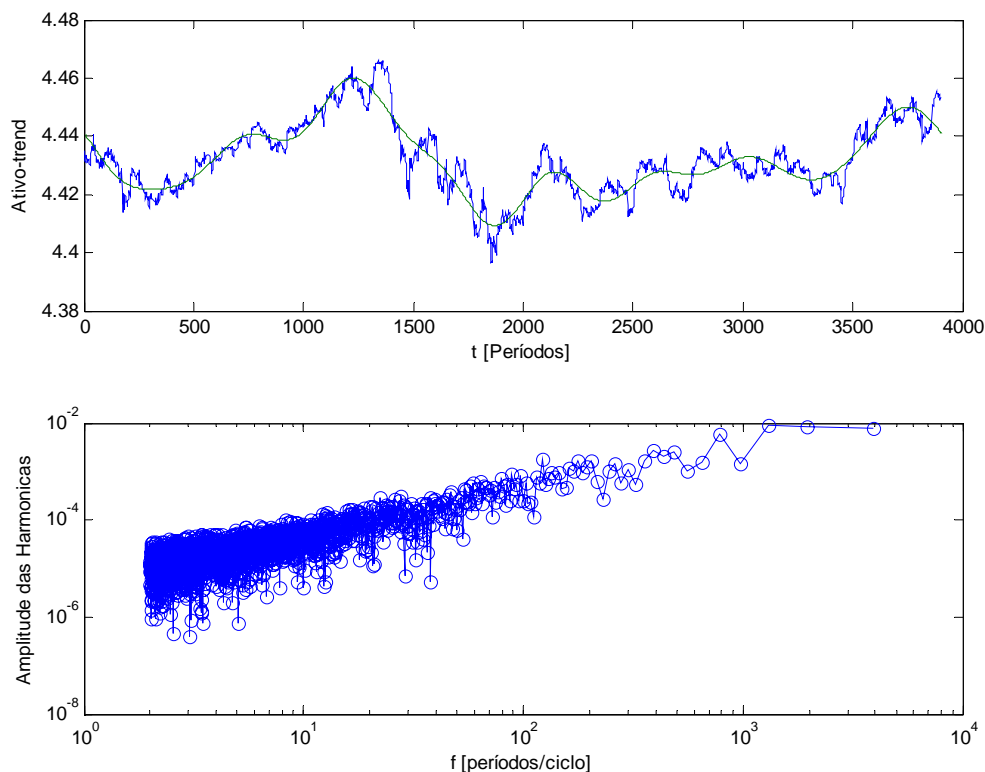


Figura 15 - Espectro de dez minutos do Ibovespa.

Fonte: Elaborada pelo autor.

No caso do Ibovespa também não foram utilizadas cotações do *after market*, e o gráfico superior da Figura 15 exibe o índice no período de 15/8/2005 a 19/1/2006: 3900. De forma análoga aos estudos anteriores, as cotações foram plotadas em escala logarítmica, rotando-as para eliminar a linha de tendência ascendente. Não houve correção por inflação, o que não descaracteriza a comparação deste resultado com os anteriores, pois a inflação no período pode ser considerada desprezível.

O Ibovespa apresenta praticamente quatro harmônicas com coeficientes alinhados. As harmônicas dominantes são as de 39000, 19500, 13000 e 7800 minutos, ou 93, 46, 31 e 19 dias.

Nas amostragens mensal, diária e de dez minutos o Ibovespa apresentou de quatro a cinco frequências dominantes.

8.2 ANÁLISE DO COMPORTAMENTO DOS COEFICIENTES DA SÉRIE DE FOURIER

Os gráficos anteriores permitiram a análise do espectro de forma estática, ou seja, numa determinada situação. Algumas harmônicas foram caracterizadas como dominantes, mas nada foi afirmado sobre a dinâmica dos coeficientes das harmônicas. Neste tópico será analisado o comportamento dos coeficientes das harmônicas à medida que o tempo passa, para estudar-se a forma como se altera o valor de cada coeficiente.

Os gráficos que seguem foram formatados para as informações referentes ao estudo individual do comportamento das harmônicas. Estudou-se o índice *Dow Jones* e o Ibovespa em cotações diárias. A janela de teste é de 500 dias, e a cada deslocamento de 10 dias registra-se o coeficiente da harmônica em estudo. No eixo x, cada número representa um deslocamento de dez dias da janela de observação. No eixo y observa-se a amplitude da harmônica para aquele respectivo período de observação.

8.2.1 Dow Jones

Os três gráficos que seguem mostram o comportamento da 1^a, 2^a e 3^a harmônicas. O comportamento da 4^a, 5^a, 6^a, 7^a, 8^a, 9^a, 10^a, 20^a, 50^a, 100^a e da 200^a é exibido no Apêndice A.

No Gráfico 2 está o comportamento do coeficiente da 1^a harmônica, de período igual a 500 dias. É importante notar que este coeficiente oscila, de forma aparentemente aleatória, numa banda de amplitude entre 10^{-1} e 10^{-2} , apresentando em alguns momentos uma ruptura para baixo, indicando um “desligamento” desta harmônica.

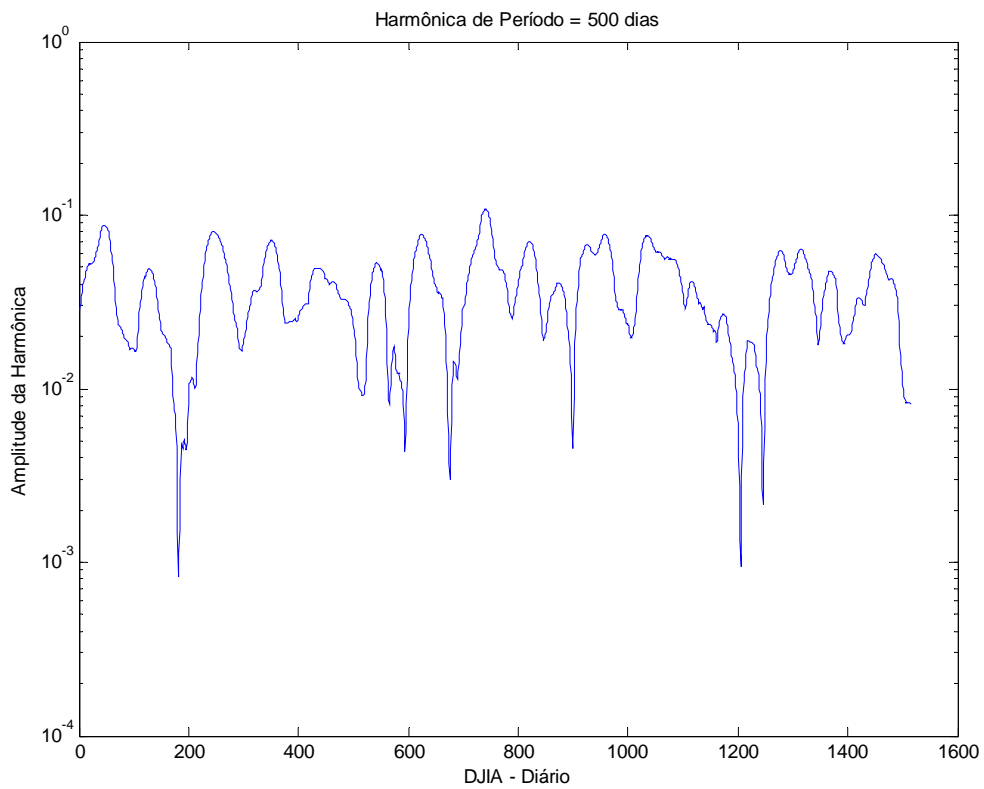


Gráfico 2 - Comportamento da 1ª harmônica (500) do DJIA.

Fonte: Elaborada pelo autor.

A 2ª harmônica já apresenta um coeficiente com comportamento mais errático⁵ que a 1ª, oscilando aproximadamente dentro de uma banda entre 4×10^{-2} e 4×10^{-3} . Esta harmônica também apresentou algumas rupturas na parte inferior desta banda.

⁵ Neste trabalho, entende-se que uma baixa correlação serial produzirá um comportamento mais errático.

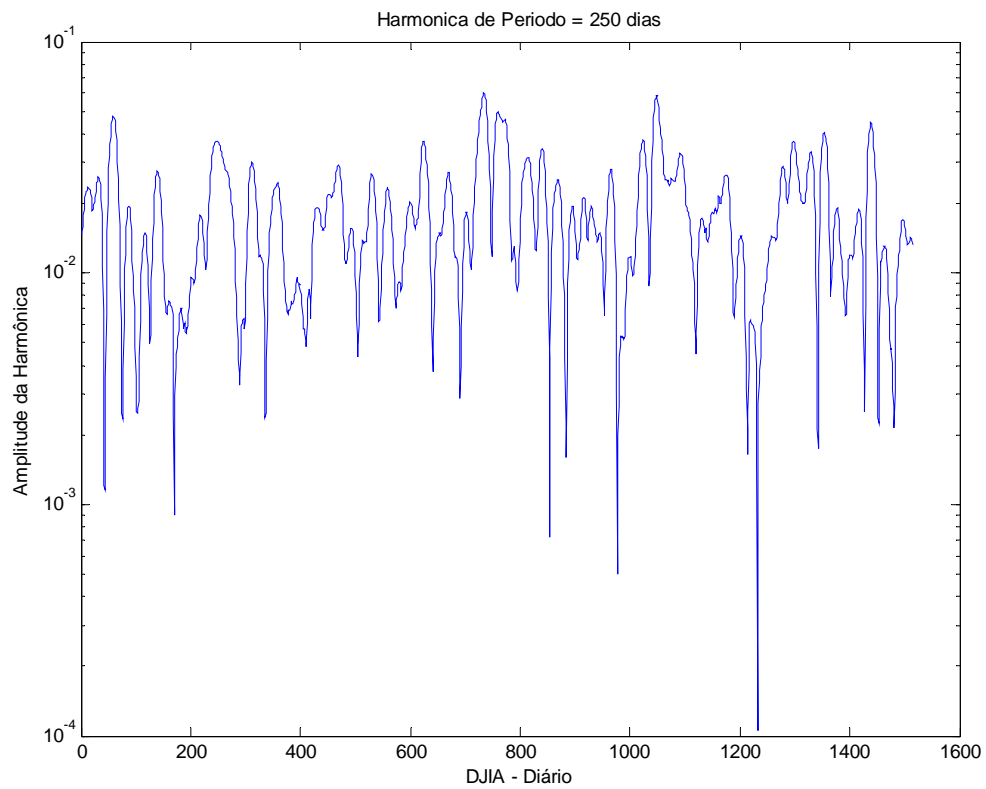


Gráfico 3 - Comportamento da 2ª harmônica (250) DJIA.

Fonte: Elaborada pelo autor.

A 3ª harmônica apresenta um coeficiente com comportamento ainda mais errático que as anteriores, oscilando aproximadamente dentro de uma banda entre 2×10^{-2} e 4×10^{-3} . Esta harmônica também apresentou algumas rupturas na parte inferior desta banda.

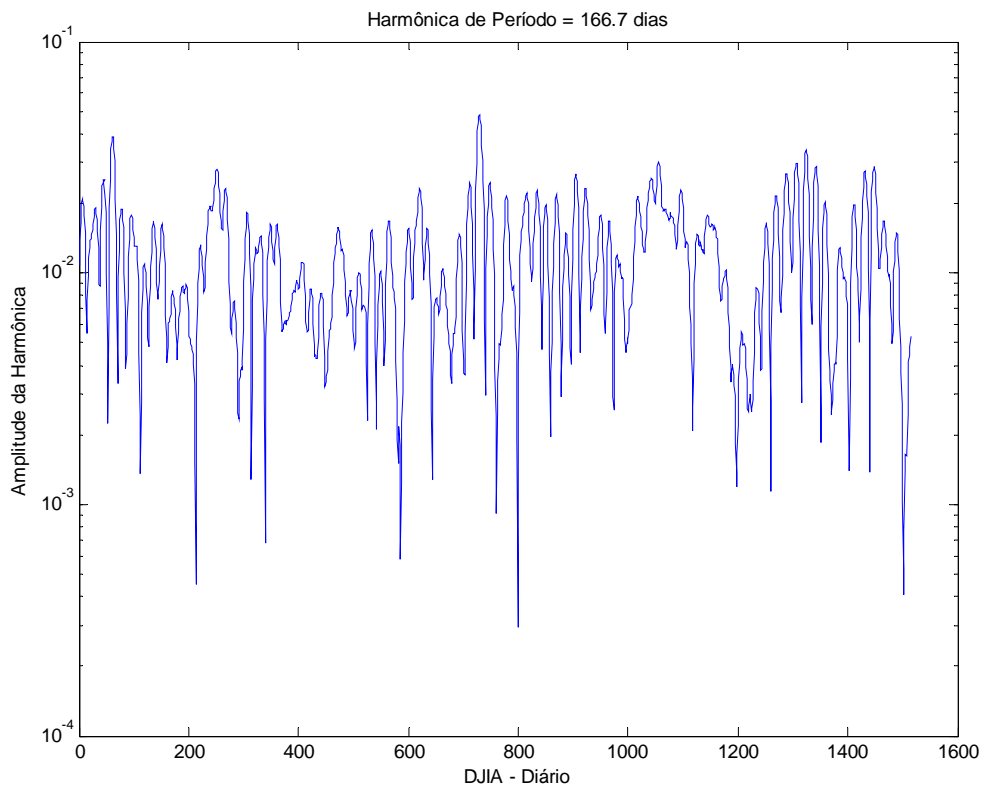


Gráfico 4 - Comportamento da 3ª harmônica (166,7 dias) do DJIA.

Fonte: Elaborada pelo autor.

Da 4ª harmônica em diante, o comportamento dos coeficientes vai ficando mais e mais errático, e a banda de oscilação fica cada vez menor. As rupturas continuam ocorrendo, e sempre na parte inferior.

A fim de mensurar o grau de aleatoriedade do comportamento dos coeficientes, utilizou-se o teste de correlação serial para todas as 250 harmônicas, exibido no Gráfico 5.

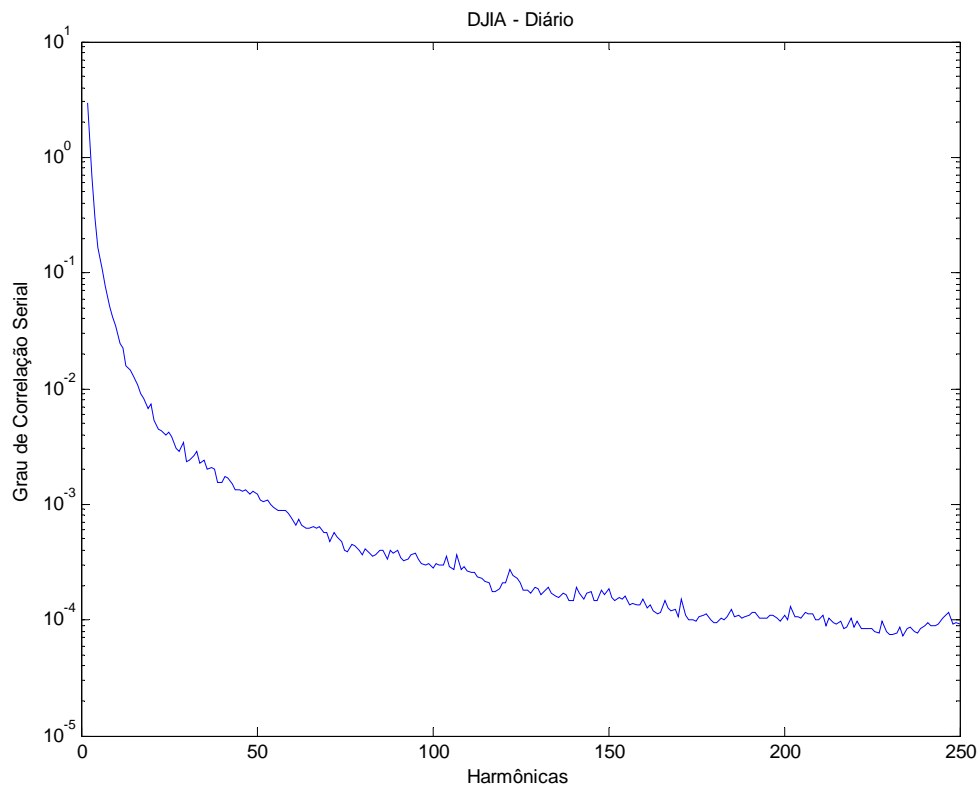


Gráfico 5 - Correlação Serial do comportamento das 250 harmônicas do DJIA diário.

Fonte: Elaborada pelo autor.

O teste de correlação serial utilizado foi a função XCORR do software MATLAB. A elevada correlação serial observada no comportamento dos coeficientes das harmônicas de baixa frequência sugere que o comportamento de longo prazo do ativo não pode ser modelado adequadamente pelo *Random Walk*. Já as harmônicas de alta frequência, que delineiam o comportamento de curto prazo dos retornos do ativo apresentaram baixa correlação serial; coerente com o modelo de aleatoriedade.

Para observar-se o comportamento de todas as harmônicas concomitantemente, é necessário utilizar-se um gráfico em três dimensões. Devido à visualização poluída em um gráfico do tipo *wireframe* para tal finalidade, utilizou-se uma escala de cores para representar a terceira dimensão. A figura 22 mostra o comportamento dos coeficientes de todas as harmônicas do *Dow Jones* ao longo do tempo, considerando-se a mesma janela de observação dos gráficos anteriores. Cada ponto do eixo x representa dez dias de deslocamento da janela de observação. Cada ponto do eixo y representa a ordem da harmônica, da 1^a (500 dias) – acima no gráfico – à última na parte inferior do gráfico. Os tons vermelhos indicam as maiores amplitudes, passando pelo amarelo com amplitudes intermediárias até o azul, representando

amplitudes baixas. Colocou-se também o gráfico do *Dow Jones* na Figura 21 para fins de análise e comparação.

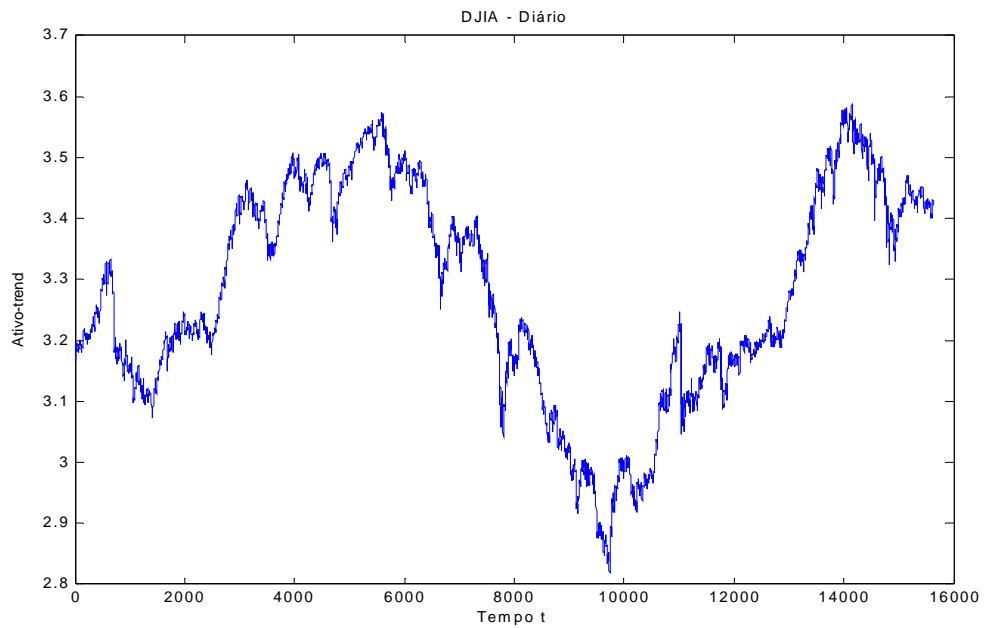


Gráfico 6 - Gráfico diário do *DJIA* entre 29/10/1943 e 30/12/2005 (sem linha de tendência e com correlação logarítmica).

Fonte: Elaborada pelo autor.

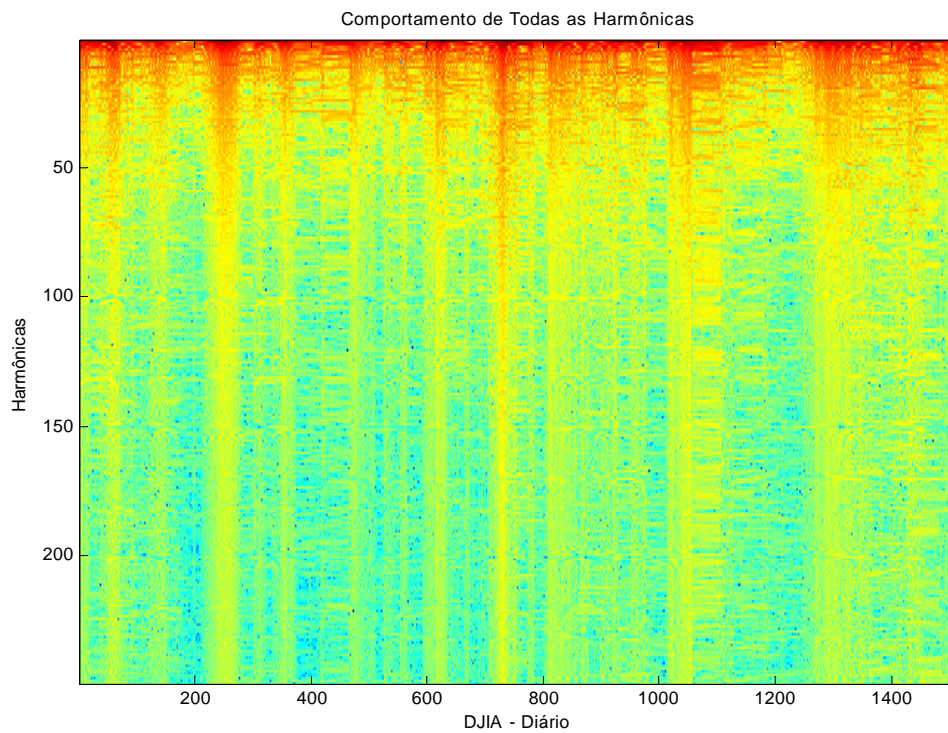


Gráfico 7 - Gráfico tridimensional - comportamento de todas as harmônicas do *DJIA*.

Fonte: Elaborada pelo autor.

Nota-se, no Gráfico 7, períodos em que todas as harmônicas parecem elevar sua amplitude (faixas verticais), em especial as harmônicas de frequências elevadas. O efeito disso é o aumento da volatilidade, visto que a elevação geral dos coeficientes das harmônicas tende, no limite, ao ruído branco. Mandelbrot e Hudson (2004) citam a existência de *clusters* de volatilidade, afirmando que o mercado apresenta momentos concentrados de alta volatilidade, sucedidos por momentos de menor volatilidade. O gráfico acima evidencia estes *clusters*, geralmente associados a mudanças bruscas do retorno do ativo.

8.2.2 Ibovespa

O mesmo estudo realizado acima para o *Dow Jones* foi feito para os coeficientes do Ibovespa. Os três gráficos que seguem mostram o comportamento da 1^a, 2^a e 3^a harmônicas. O comportamento da 4^a, 5^a, 6^a, 7^a, 8^a, 9^a, 10^a, 20^a, 50^a, 100^a e da 200^a harmônica são exibidos no Anexo I.

O comportamento do coeficiente da 1^a harmônica, de período igual a 500 dias, está exibido na Gráfico 8. Diferentemente do comportamento do coeficiente da 1^a harmônica do *Dow Jones* – o qual oscilou aparentemente dentro de uma banda de amplitude mais definida – a primeira harmônica do Ibovespa exibiu um comportamento decrescente nas primeiras 200 janelas de teste, estabilizando posteriormente em uma banda de oscilação entre $1,5 \times 10^{-1}$ e 5×10^{-2} . Neste caso ocorreu apenas uma ruptura mais abrupta, nas últimas janelas de teste.

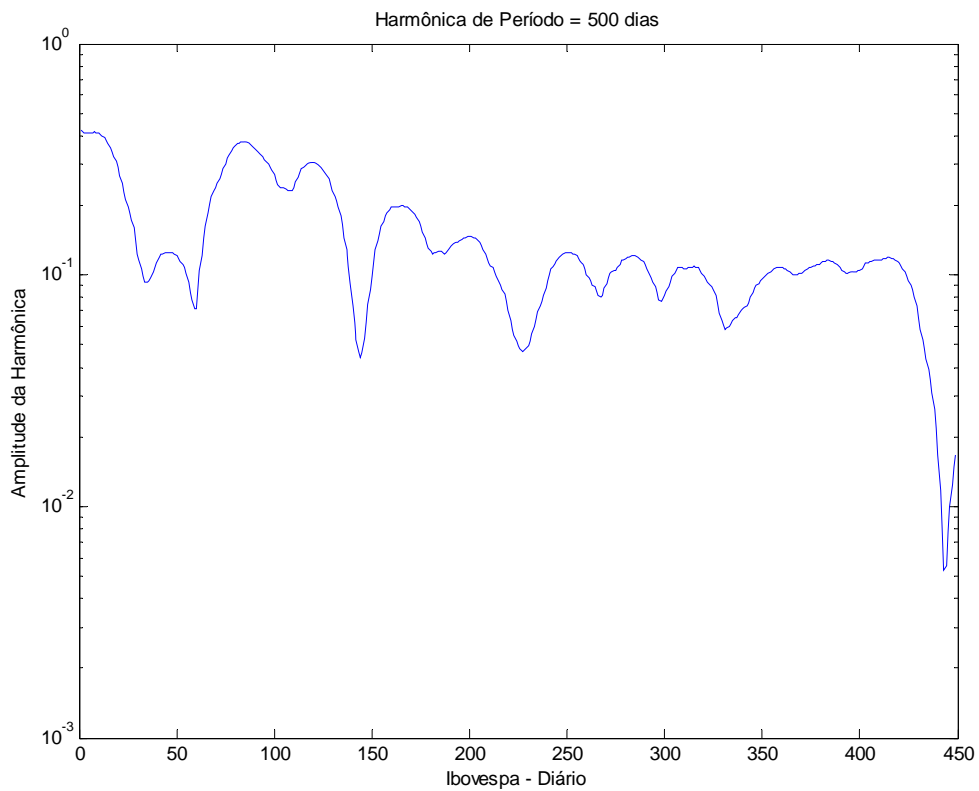


Gráfico 8 - Comportamento da 1ª harmônica (500 dias) do Ibovespa.

Fonte: Elaborada pelo autor.

A segunda harmônica oscilou entre uma banda aproximadamente entre 10^{-1} e 10^{-2} , mantendo uma razoável estabilidade. As demais harmônicas repetiram o fenômeno observado no comportamento dos coeficientes do *Dow Jones*: as frequências mais altas apresentaram coeficientes mais erráticos, com exceção das últimas harmônicas as quais novamente surpreenderam pela estabilidade.

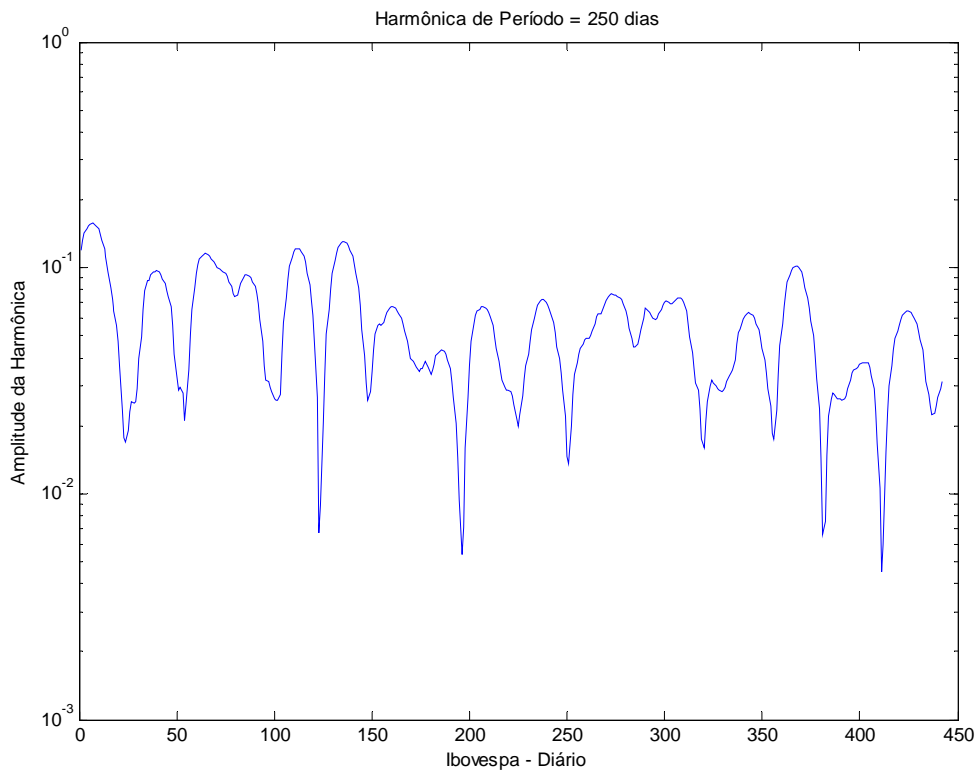


Gráfico 9 - Comportamento da 2ª harmônica (250 dias) do Ibovespa.

Fonte: Elaborada pelo autor.

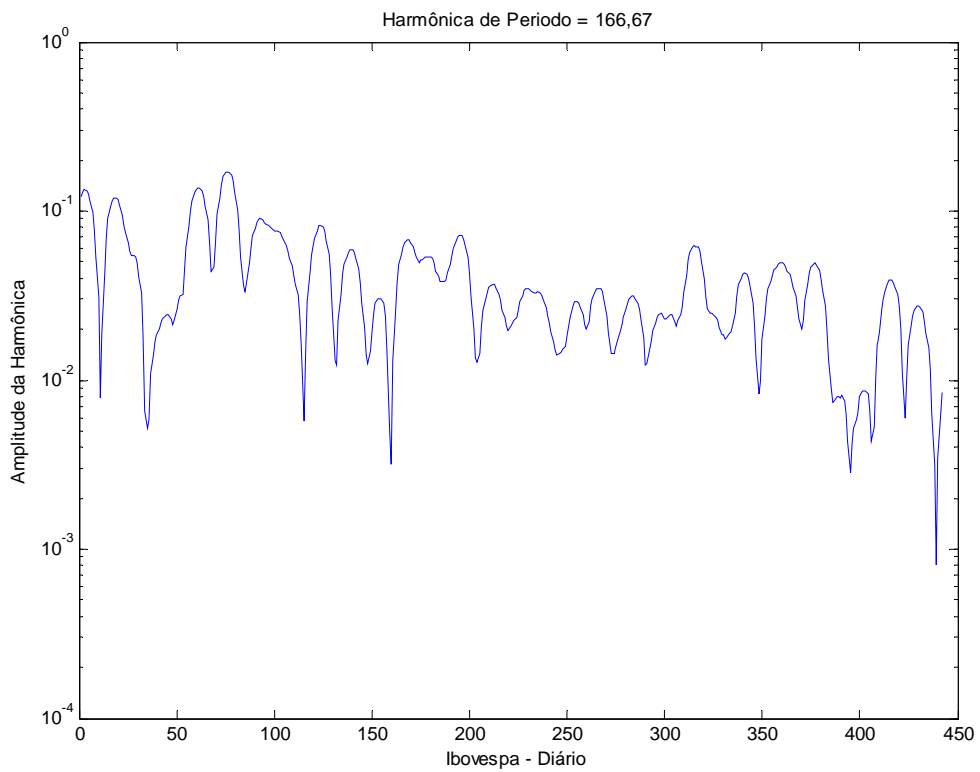


Gráfico 10 - Comportamento da 3ª harmônica (166,67 dias) do Ibovespa.

Fonte: Elaborada pelo autor.

De forma similar ao *DJIA*, mensurou-se o grau de aleatoriedade do comportamento dos coeficientes do Ibovespa. Utilizou-se o teste de correlação serial para todas as 250 harmônicas, exibido no Gráfico 11.

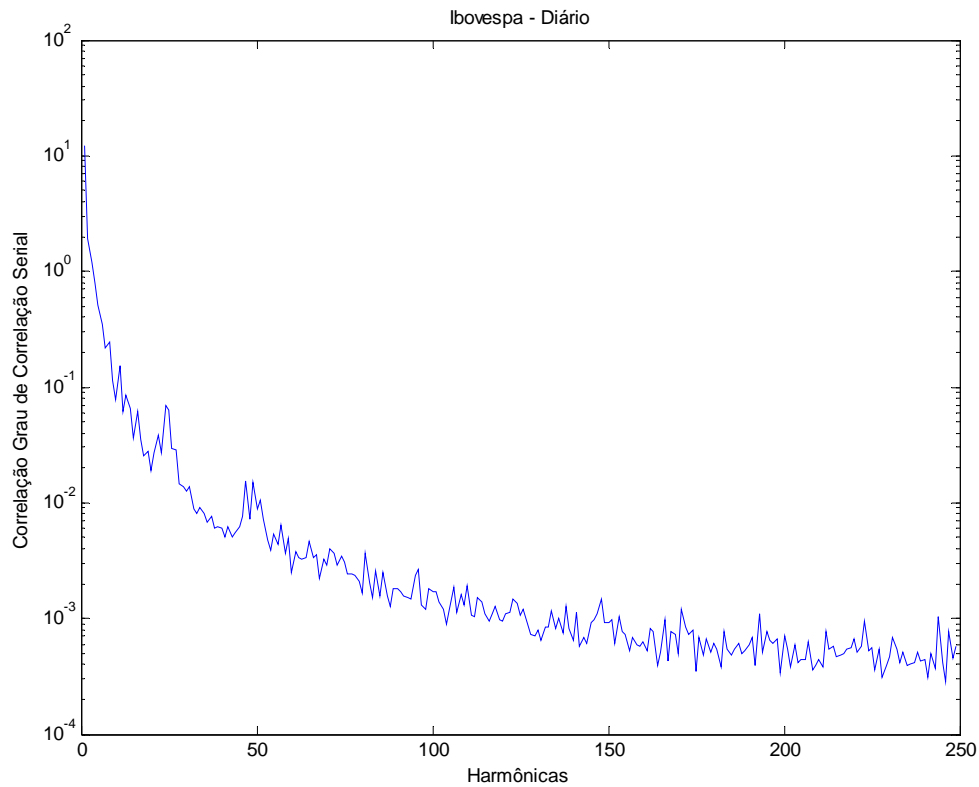


Gráfico 11 - Correlação serial do comportamento das 250 harmônicas do Ibovespa diário.

Fonte: Elaborada pelo autor.

O teste de correlação serial utilizado foi a função *XCORR*⁶ do software MATLAB. O resultado para o Ibovespa foi equivalente ao do *DJIA*: elevada correlação serial observada no comportamento dos coeficientes das harmônicas de baixa frequência e baixa correlação serial nas harmônicas de alta frequência. Cabe ressaltar que a correlação serial do comportamento das harmônicas altas frequência – no caso do Ibovespa – tendeu assintoticamente a 10^{-3} , ao passo que no Gráfico 5 – do *DJIA* – a correlação serial tendeu assintoticamente a 10^{-4} . Este resultado sugere que o comportamento do *DJIA* é mais aleatório do que o Ibovespa, um indicador que aquela bolsa está mais próxima de um mercado perfeito do que esta.

O Gráfico 28 exhibe o comportamento dos coeficientes de todas as harmônicas do Ibovespa ao longo do tempo, considerando-se a mesma janela de observação dos gráficos

⁶ A descrição da função *XCORR* encontra-se no help do MATLAB.

acima. Cada ponto do eixo x representa dez dias de deslocamento da janela de observação. Cada ponto do eixo y representa a ordem da harmônica, da 1a (500 dias) – acima no gráfico – à última na parte inferior do gráfico. Os tons vermelhos indicam as maiores amplitudes, passando pelo amarelo com amplitudes intermediárias até o azul, representando amplitudes baixas. Colocou-se também o gráfico do Ibovespa no Gráfico 12 para análise e comparação.

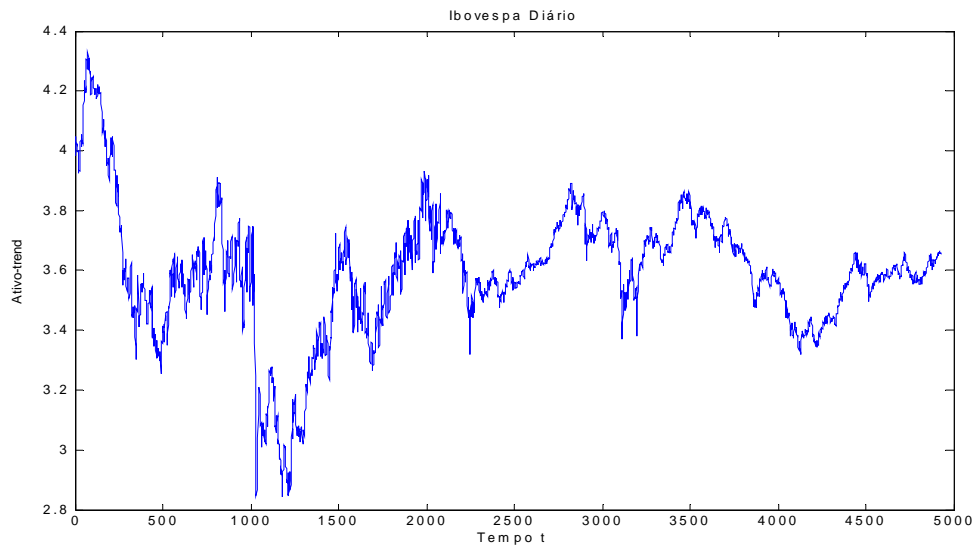


Gráfico 12 - Gráfico diário do Ibovespa entre 30/12/1985 e 29/12/2005 (sem linha de tendência e com correção logarítmica).

Fonte: Elaborada pelo autor.

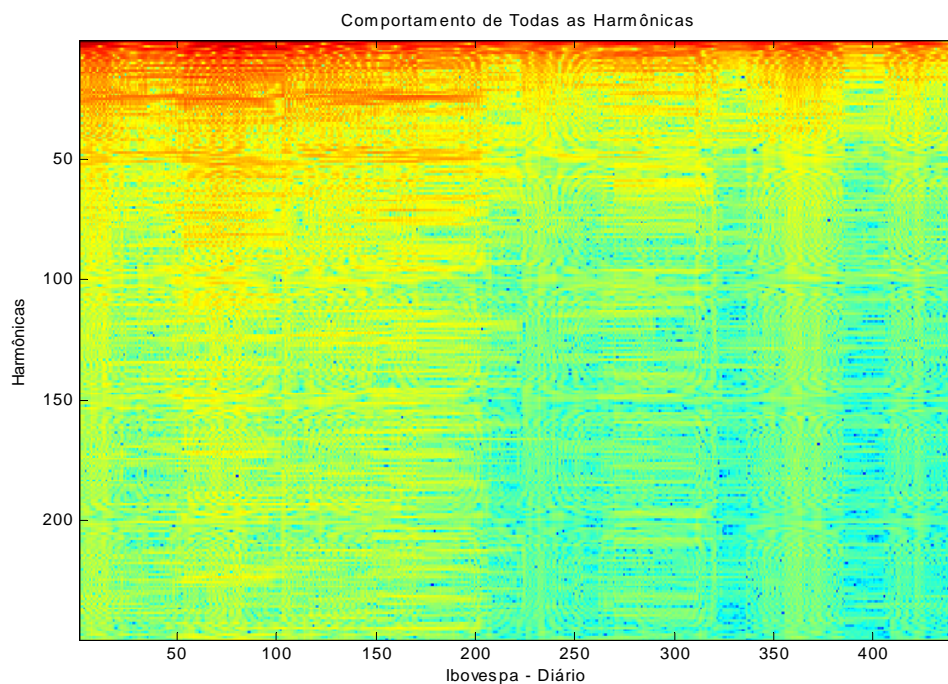


Gráfico 13 - Gráfico tridimensional - comportamento de todas as harmônicas do Ibovespa.

Fonte: Elaborada pelo autor.

No Gráfico 13, de todas as harmônicas do Ibovespa, também aparecem as faixas verticais registradas no *Dow Jones*, associadas ao aumento da volatilidade. É importante ressaltar que nas primeiras 200 janelas de teste observam-se amplitudes maiores dos coeficientes, registrando-se posteriormente um abrandamento geral dos mesmos. A data que separa estes dois períodos é julho do ano de 1994, data da criação do Plano Real. Esta observação sugere que a bolsa brasileira apresentou, de 1986 até 1994, maior volatilidade, tornando-se menos volátil desde então.

8.3 ESTUDO DA RECONSTITUIÇÃO ATRAVÉS DO USO DE HARMÔNICAS

Os gráficos que seguem foram padronizados para exibir as seguintes informações:

- a) gráfico superior: exibe o gráfico do preço do ativo em questão. O eixo x – em escala linear – é o tempo com a graduação em dias. O eixo y é apenas uma referência da cotação do ativo, rotado para eliminar a linha de tendência. A escala é linear, porém as cotações já foram convertidas para escala logarítmica, bem como corrigidas por inflação, conforme mencionado acima na descrição do método de trabalho;
- b) gráfico do meio: exibe as várias reconstituições do gráfico superior, utilizando-se um número adicional de harmônicas para cada nova reconstituição exibida. Dez gráficos são exibidos, cada um com cinco harmônicas adicionais para melhorar a fidelidade da reconstituição. Os eixos x e y estão formatados da mesma forma que no gráfico superior; e
- c) gráfico inferior: neste gráfico observa-se a correlação que cada reconstituição apresentou em relação ao gráfico real, a cada nova harmônica adicionada. No eixo x encontra-se o número de harmônicas utilizadas, da 1ª harmônica até a n-ésima utilizada.

8.3.1 Dow Jones

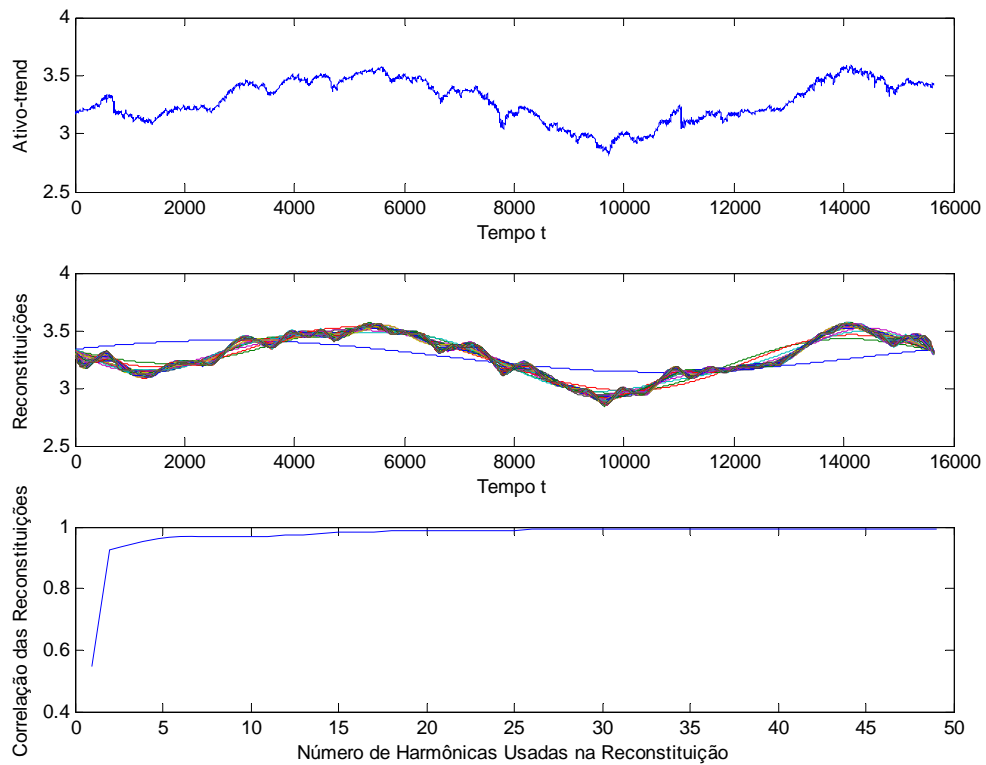


Figura 16 - Gráfico diário do DJIA: correlação das restituições.

Fonte: Elaborada pelo autor.

A Figura 16, com o gráfico diário do *Dow Jones* de 29/10/1943 a 30/12/2005, apresenta a tabela de correlação das reconstituições até a 10a harmônica, exibida no Tabela 2:

Tabela 2 - Correlação das reconstituições do DJIA.

Número de harmônicas	Correlação da reconstituição
1	0,54755
2	0,92665
3	0,93767
4	0,95586
5	0,96176
6	0,96808
7	0,96847
8	0,96858
9	0,97001
10	0,97064

Fonte: Elaborada pelo autor.

8.3.2 Ibovespa

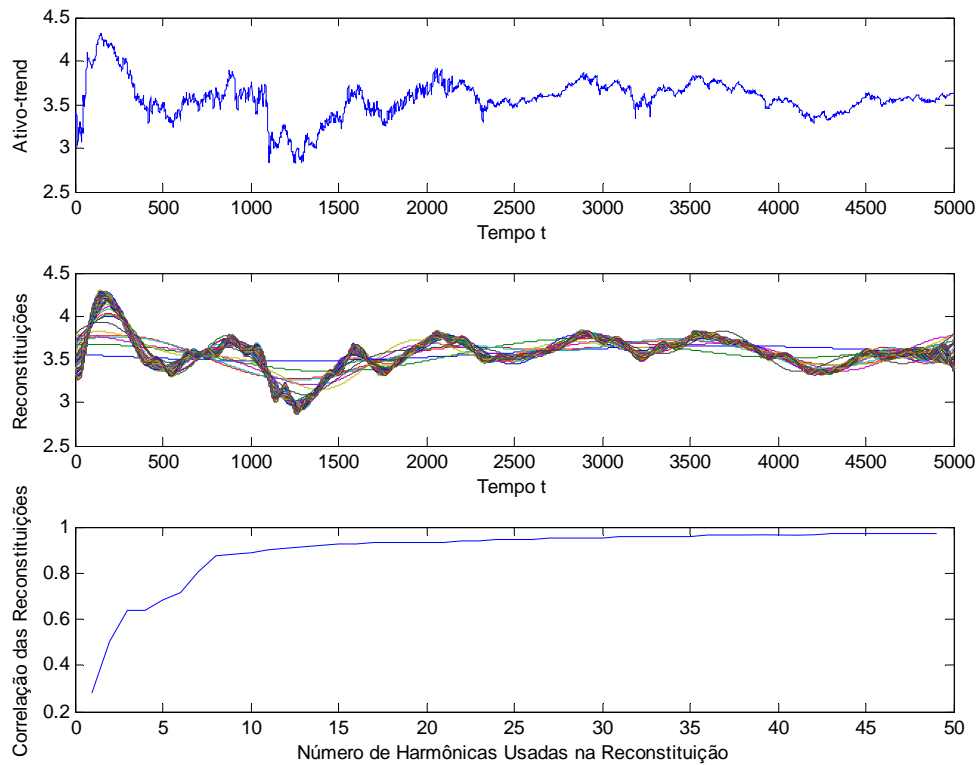


Figura 17 - Gráfico diário do Ibovespa: correlação das reconstituições.

Fonte: Elaborada pelo autor.

No caso do Ibovespa, na Figura 17, gráfico diário de 30/12/1985 a 29/12/2005 apresenta a tabela de correlação das reconstituições até a 15a harmônica, exibida na Tabela 3:

Tabela 3 - Correlação das reconstituições do Ibovespa.

Número de harmônicas	Correlação da reconstituição
1	0,31175
2	0,5274
3	0,66784
4	0,66955
5	0,73343
6	0,75334
7	0,84885
8	0,90092
9	0,90498
10	0,92228
11	0,9332

Continua...

Número de harmônicas	Correlação da reconstituição
Continuação.	
12	0,93595
13	0,93876
14	0,94256
15	0,94414

Fonte: Elaborada pelo autor.

O Ibovespa demandou mais harmônicas para reconstituir o seu comportamento do que o *Dow Jones*, para um certo nível de correlação desejado. O motivo pode ser o período anterior a 1994, que apresentou maior volatilidade. O Plano Real reduziu a inflação no Brasil e aparenta ter produzido na bolsa brasileira um processo de amadurecimento, devido ao aumento da liquidez e maior atuação de órgãos fiscalizadores (CVM, CBLC, etc.) e melhora na qualidade das empresas listadas. É razoável, portanto, supor que – no período após 1994 – o número de harmônicas necessário para as reconstituições deverá ser menor. O estudo que segue exhibe o resultado deste teste.

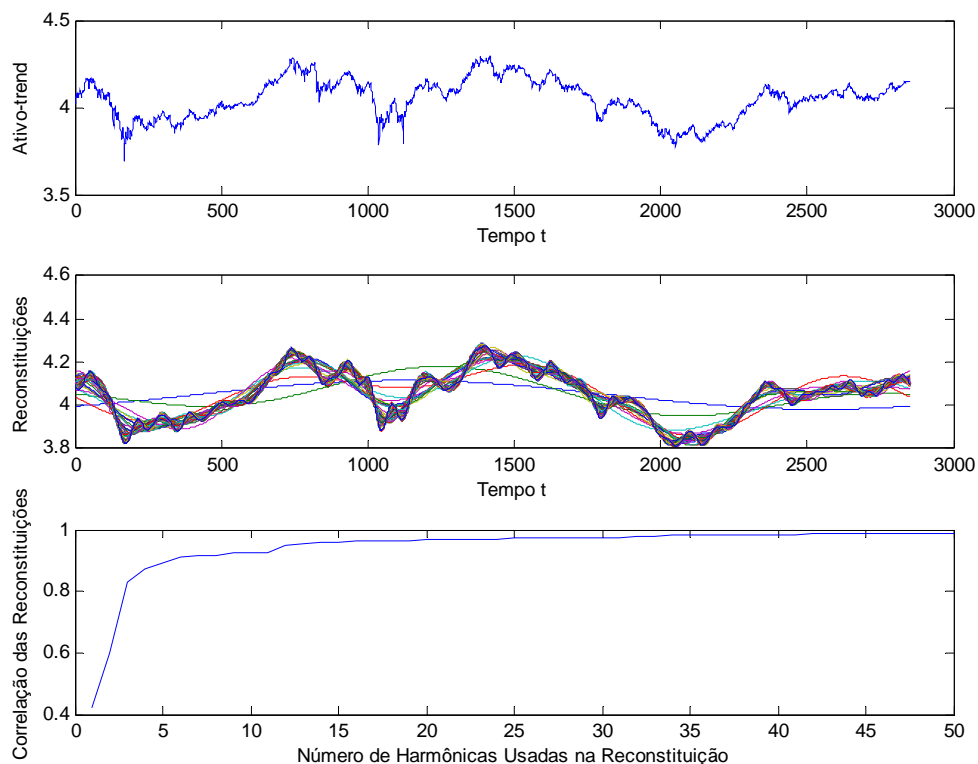


Figura 18 - Gráfico diário do Ibovespa (período pós Plano Real): correlação das reconstituições.

Fonte: Elaborada pelo autor.

A Figura 18 exhibe o gráfico diário do Ibovespa de 01/07/1994 a 29/12/2005, período pós Plano Real, e apresentou a tabela de correlação das reconstituições mostrada na Tabela 4:

Tabela 4 - Correlação das reconstituições do Ibovespa pós Plano Real.

Número de harmônicas	Correlação da reconstituição
1	0,42004
2	0,6009
3	0,82967
4	0,87381
5	0,88997
6	0,91141
7	0,91701
8	0,9183
9	0,92408
10	0,92654
11	0,92684
12	0,94939
13	0,95506
14	0,95867
15	0,96055

Fonte: Elaborada pelo autor.

O *Dow Jones* demandou apenas duas harmônicas para exibir mais de 80% de correlação na reconstituição, ao passo que o Ibovespa demandou sete harmônicas desde 1986 e três harmônicas desde 1994 para atingir 80% de correlação na reconstituição. Este resultado indica que o comportamento do Ibovespa requer mais fatores do que o *Dow Jones* para ser modelado, o que significa que o Ibovespa é mais sensível do que o *Dow Jones* a mudanças no ambiente econômico.

A fim de exemplificar a utilidade de tal resultado, verificou-se o número de harmônicas necessárias para determinar a taxa básica de juros do banco central dos Estados Unidos, o Federal Reserve (FED), cujo estudo é ilustrado na Figura 19 (sem correção para linha de tendência e em escala linear).

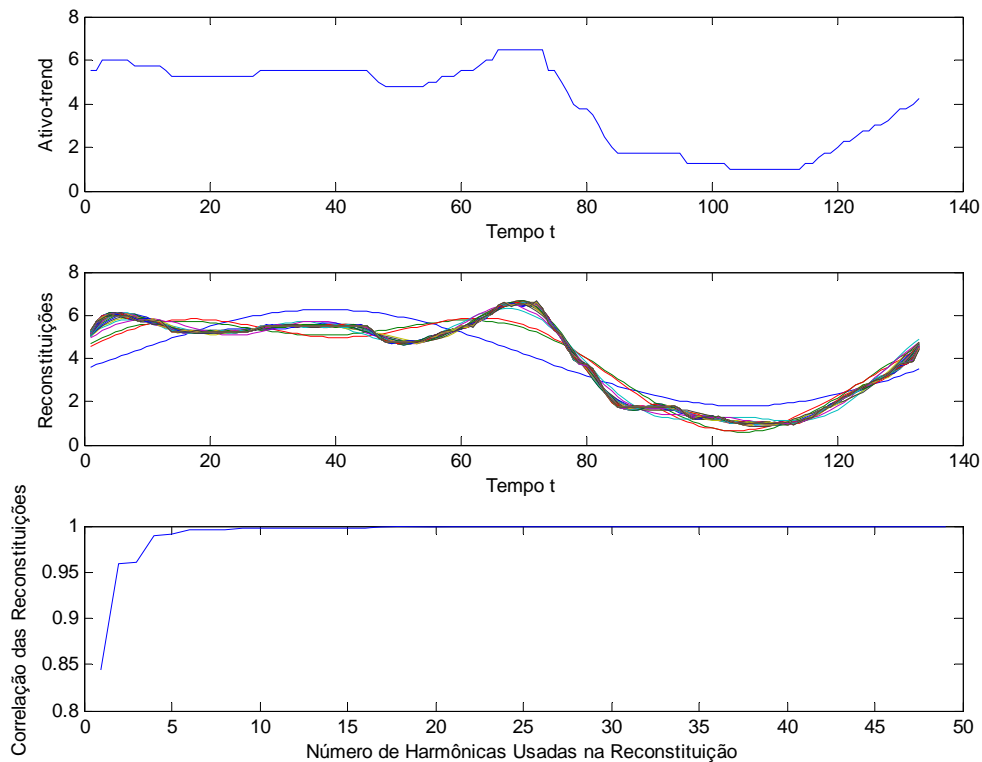


Figura 19 - Gráfico da taxa Fed Fund: correlação das reconstituições.

Fonte: Elaborada pelo autor.

A amostragem da taxa foi mensal, de dezembro de 1994 até fevereiro de 2005. A Tabela 5 mostra que duas harmônicas bastam para explicar mais de 95% dos movimentos da taxa.

Tabela 5 - Correlação das reconstituições do Ibovespa.

Número de harmônicas	Correlação da reconstituição
1	0,84424
2	0,9587
3	0,96042
4	0,98954
5	0,99173

Fonte: Elaborada pelo autor.

Como as harmônicas são ortogonais, o resultado sugere que pelo menos dois fatores ortogonais são necessários para explicar 95% dos movimentos da taxa *Fed Fund Rate*.

Realizou-se uma regressão linear com duas variáveis independentes para explicar a *Fed Fund Rate*. Uma regressão feita entre estas duas variáveis no período de 12/1994 a 12/2005 retornou um R-quadrado de 0.263, indicando que as variáveis – apesar de não serem perfeitamente ortogonais – apresentam um grau de independência:

a) % Utilização da Capacidade da Indústria; e

b) variação de 12 meses do núcleo do índice de inflação ao consumidor nos Estados Unidos (CPI)

Os gráficos das três variáveis e o resultado da regressão são exibidos no Gráfico 14.

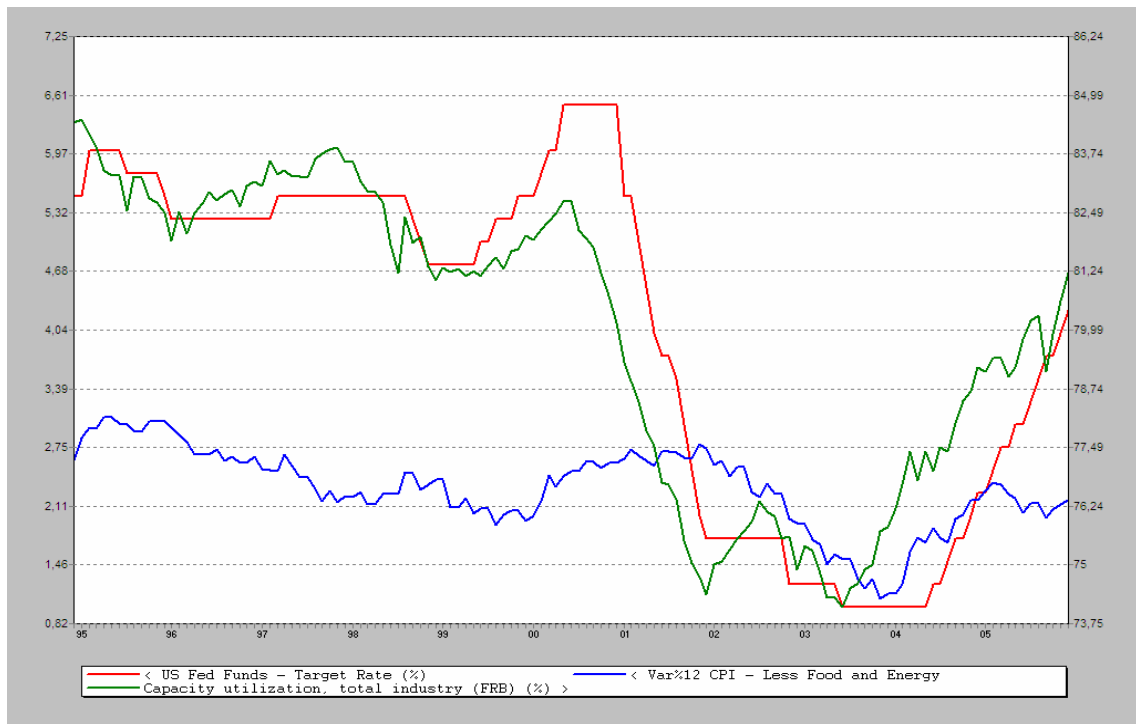


Gráfico 14 - Taxa Fed Fund % Utilização da capacidade da indústria de % de 12 meses do CPI.

Fonte: Elaborada pelo autor.

Tabela 6 - Parâmetros da regressão linear da taxa do Fed Fund.

Variável Dependente	Mper US Fed Funds - Target Rate (%)			
Método	Mínimos Quadrados			
Intervalo	de Dez/1994 a Dez/2005			
Número de observações	133			
Variáveis Independentes	Coefficiente	Erro Padrão	Estatística T	Valor P
Constante	-35,21289	1,70744	-20,62317	0
Capacity utilization, total industry (FRB) (%)	0,4618	0,02337	19,75833	0
Var% 12 CPI - Less Food and Energy, nsa (1982-84=100)	1,00406	0,16522	6,07711	0
R-Quadrado	0,85178	Média var. dep.		4,036
R-Quadrado ajustado	0,8495	D.Padrão var. dep.		1,877
Erro Padrão da regressão	0,72834	Soma quadr.resíduos		68,96
Log Verossimilhança	-145,043	Durbin-Watson		0,1062
Critério de Akaike	2,22621	Critério de Schwarz		2,29141
Estatística F	373,531	Prob(F)		0

Fonte: Elaborada pelo autor.

O R-quadrado da regressão foi de 0,85178, conforme exibido na Tabela 6. A correlação entre a série original da taxa *Fed Fund* e a série ajustada gerada na regressão foi de 0,9229, em linha com a projeção indicada pelo modelo com duas harmônicas. Devido à ortogonalidade imperfeita entre as duas variáveis utilizadas, o R-quadrado ficou abaixo dos 0,9587 previstos.

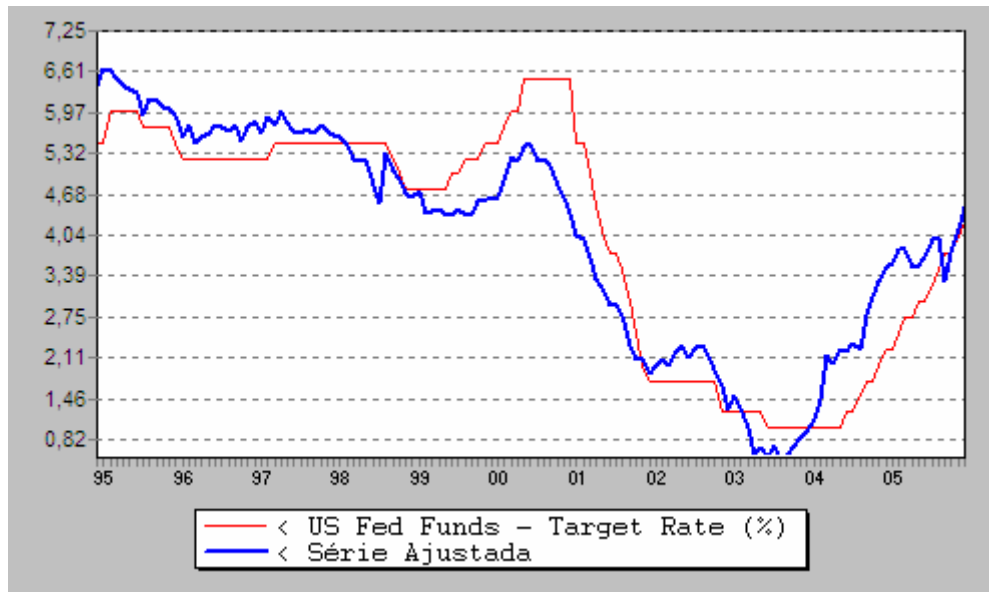


Gráfico 15 - Taxa Fed Fund original e série ajustada pela regressão.

Fonte: Elaborada pelo autor.

Este resultado ilustra que a análise das harmônicas permite obter o número mínimo de fatores necessários para atingir-se uma reconstituição, dado um nível de correlação desejado. Esta técnica é uma ferramenta de suporte importante para as aplicações da *APT*.

9 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho utilizou-se Séries de Fourier para analisar o comportamento histórico do preço de um ativo. O objetivo foi o de procurar algum padrão no comportamento dos coeficientes da série que representasse alguma informação.

Testou-se também se a taxa de amostragem – ou periodicidade das cotações – proporciona espectros de Fourier diferentes. Cotações mensais, diárias e de dez minutos (*intraday*) foram utilizadas nos cálculos, sendo o *Dow Jones* o índice com maior número de informações, seguido pelo Ibovespa.

Dois estudos foram realizados:

- a) extraíu-se o espectro fixo de Fourier referente ao conjunto total de cotações do ativo, visando analisar se há harmônicas que sejam dominantes, ou seja, cuja influência na série de dados é preponderante; e
- b) mapeou-se o comportamento dinâmico do espectro, ao percorrer o conjunto total de amostras utilizando-se uma janela fixa de varredura com o intuito de estudar se há alguma informação no comportamento dos coeficientes que possa melhorar a compreensão do comportamento do ativo.

O primeiro resultado relevante é a tendência de o espectro das harmônicas – em escala loglog – tender à um alinhamento em torno de uma reta com inclinação positiva. Esta tendência à linearidade dos coeficientes das harmônicas é observada nas amostragens mensais, diárias e de dez minutos. Este resultado sugere que as harmônicas de frequências mais baixas (ou períodos mais longos) são mais determinantes do que as de frequências mais altas. Os espectros de amostragens diárias e de dez minutos apresentaram maior definição que o mensal, devido ao maior conjunto de dados.

Em outras palavras, as tendências dominantes são as de mais longo prazo, ao passo que as oscilações de curto prazo exercem menor influência devido ao baixo coeficiente das harmônicas rápidas. Se o comportamento dos preços dos ativos fosse totalmente aleatório, com

correlação serial igual a zero, o espectro não teria inclinação positiva e as frequências altas teriam a mesma probabilidade de ocorrência que as frequências baixas (conceito de ruído branco).

Este resultado não é evidência de falha na hipótese de eficiência fraca do mercado, pois a oscilação da amplitude dos coeficientes aparentou aleatoriedade. O estudo das harmônicas de frequência elevada indicou que seus coeficientes apresentaram variações mais rápidas (menor correlação serial) da amplitude, sugerindo que os movimentos de curto prazo dos retornos dos ativos são modelados adequadamente pelo modelo *Random Walk*. Em contrapartida, a análise do comportamento dos coeficientes ao longo do tempo conduz à hipótese de que as harmônicas de menor frequência (ou maior período) apresentam mudanças mais “lentas” (maior correlação serial) nos seus coeficientes. Estas considerações estão em linha com os resultados reportados por Granger e Morgenstern (1963). Estudos mais aprofundados podem ser feitos para explorar esta característica e averiguar se isto representa alguma ineficiência do mercado.

Além disso, é importante ressaltar que as amplitudes de todos os coeficientes oscilaram praticamente dentro de uma banda restrita. Em função da tendência de linearidade com inclinação positiva do espectro, quanto maior a frequência da harmônica, menor a amplitude da oscilação do coeficiente. Esta observação merece ser estudada em mais profundidade, pois pode implicar um limite para a aleatoriedade do título em questão. Se esta banda fosse rigorosamente respeitada ao longo do tempo, poder-se-ia estabelecer uma probabilidade mais acurada sobre a tendência futura do comportamento do ativo. Observou-se, contudo, que há rupturas abruptas e para baixo da banda em praticamente todos os coeficientes estudados. Tais rupturas não apresentaram sincronismo entre os diversos coeficientes, mas sinalizam um “desligamento” momentâneo da tendência carregada por aquela harmônica.

A visualização tridimensional (cor como terceira dimensão) do comportamento de todas as harmônicas de um determinado ativo exibida neste trabalho merece estudos mais aprofundados. A interpretação das linhas verticais – as quais parecem estar associadas a aumentos na volatilidade dos preços – pode auxiliar na detecção dos clusters de volatilidade mencionados por Mandelbrot e Hudson (2004). O exemplo do gráfico tridimensional do Ibovespa diário exhibe nitidamente a diferença no padrão de comportamento dos coeficientes antes de após a implantação do Plano Real, em julho de 1994.

Outra observação relevante – ainda que intuitiva - foi a de que os ativos que possuem um espectro com menor número de harmônicas dominantes exibem comportamentos menos voláteis. A comparação do desempenho do *Dow Jones* contra o Ibovespa, e do desempenho da ação da Weg contra o da Braskem evidenciaram que o espectro de Fourier dos ativos mais voláteis (Ibovespa e Braskem) exibe um maior número de harmônicas disputando a dominância. Em contrapartida, os ativos menos voláteis (*Dow Jones* e Weg) apresentaram um número menor de harmônicas dominantes.

É importante comentar que títulos os quais possuem em seu espectro uma ou mais harmônicas dominantes em comum deverão apresentar algum grau de correlação. O estudo da fase de tais harmônicas – e não apenas da amplitude – indicará se esta correlação é positiva ou negativa. Pesquisas adicionais podem ser conduzidas com o intuito de se utilizar a análise de harmônicas de Fourier (amplitude e fase) para otimizar o risco das carteiras.

A existência de dominância por um certo conjunto de harmônicas no espectro do ativo sugere que apenas aquelas harmônicas já seriam suficientes para explicar com alta definição o comportamento passado do ativo.

Observou-se nos testes realizados algumas harmônicas dominantes nos ativos estudados. Este resultado possui uma utilidade significativa para os usuários da *APT (Arbitrage Price Theory)*, uma vez que o número de harmônicas dominantes é um bom ponto de partida para o número de fatores necessários para mapear-se o comportamento do ativo analisado. No caso do *DJIA*, menos de 5 harmônicas foram necessárias. No caso do Ibovespa, este número é próximo de 10 harmônicas, até por que há o período anterior ao ano de 1994 (Plano Real) em que a volatilidade do índice era elevada. Uma vez que as harmônicas necessárias são determinadas, o período de oscilação da harmônica pode auxiliar na determinação das variáveis macroeconômicas farão a reconstituição na prática.

Exemplificou-se a aplicação da análise de Fourier como ferramenta para determinar o número de fatores necessários com a regressão da taxa básica de juros norte americana, a *Fed Fund Target Rate*. Os fatores explicativos foram o percentual de utilização da capacidade instalada da indústria norte americana e a variação percentual de doze meses do índice de preços ao consumidor daquele país (CPI). O resultado foi condizente com as observações. Estudos futuros podem ser conduzidos a fim de se testar a eficácia desta ferramenta.

Se a dominância de uma ou mais harmônicas fosse permanente, teríamos uma evidência contra a hipótese da forma fraca de eficiência de mercado. As observações indicaram, porém, que a dominância não é permanente, porque alguns poucos coeficientes disputam esta dominância ao longo do tempo. Tal disputa é que caracteriza o grau de aleatoriedade dos mercados. Estudos futuros podem analisar melhor como se dá esta troca de dominâncias das harmônicas e se isso pode representar alguma evidência contra a forma fraca de eficiência.

Por fim, sabe-se que há outros conjuntos de funções ortogonais que também podem ser utilizados para uma análise de fatores. Como sugestão para trabalhos futuros há os Polinômios de Bessel e Legendre, os quais também formam conjuntos ortogonais completos. Tais análises, porém, exigem maior sofisticação matemática. Outro aspecto que pode ser mais explorado é análise do comportamento das fases das harmônicas, uma vez que este estudo utilizou a função *FFT (Finite Fourier Transform)*, que apenas considera a amplitude. Sugere-se também averiguar a aplicação da transformada de Laplace e a utilização de diagramas de pólos e zeros, cuja aplicação na teoria de controle de sistemas dinâmicos é vasta e bastante desenvolvida.

REFERÊNCIAS

- BACHELIER, Louis. Théorie de la Spéculation. *Annales Scientifiques de l'École Normale Supérieure*. 3^o série, tomo 17 (1990), p. 21-86. Disponível em: http://archive.numdam.org/ARCHIVE/ASENS/ASENS_1900_3_17_/ASENS_1900_3_17_21_0/ASENS_1900_3_17_21_0.pdf. Acesso em: 20 dez 2005.
- BROWN, Stephen J.; WARNER, Jerold B. Measuring Security Price Performance. *Journal of Financial Economics*, Amsterdam, v. 8, n. 3, p. 205-258, Sept. 1980.
- COOTNER, Paul H. *The Random Character of Stock Market Prices*. Cambridge: MIT, 1964.
- COPELAND, Thomas E.; MAYERS, David. The Value Line Enigma (1965-1978). *Journal of Financial Economics*, Amsterdam, v. 10 n. 3, p. 289-321, Nov. 1982.
- FAMA, E. F. Efficient Capital Markets: a Review of Theory and Empirical Work. *Journal of Finance*, Oxford, v. 25, n. 2, p. 383-417, May 1970.
- FAMA, E. F. Efficient capital markets: II. *Journal of Finance*, Oxford, v. 46, n. 5, p. 1575-1617, Dec 1991.
- GRAHAM, Benjamin; ZWEIG, Jason. *The Intelligent Investor*. Rev. ed. New York: HarperBusiness Essentials, 2003.
- GRANGER, C. W. J. The Typical Spectra Shape of an Economic Variable. *Econometrica*, Oxford, v. 34, n. 1, p. 150-161, Jan. 1966.
- GRANGER, C. W. J.; MORGENSTERN, O. Spectral Analysis of New York Stock Market Prices. *Kyklos*, Oxford, v. 16, p. 1-27, 1963.
- HULL, John C. *Options, Futures & Other Derivatives*. 4th ed. Upper Saddle River: Prentice-Hall, 2000.

KAHNEMAN, Daniel; TVERSKY, Amos. Prospect Theory: An Analysis of Decision under Risk. *Econometrica*, Oxford, v. 47, n. 2, p. 263-291, Mar. 1979.

KLOECKNER, Gilberto de O. *Stephen Ross e a Arbitrage Pricing Theory (APT)*. Proposta de artigo a ser publicado, 2005.

LATHI, B. P. *Sistemas de Comunicação*. Tradução Lucia Maria Pantoja Junqueira, Leila Marize Fernandes. Rio de Janeiro: Guanabara, 1987. Tradução de Communication systems.

MANDELBROT, Benoit B.; HUDSON, Richard L. *The (mis)Behavior of Markets, a Fractal View of Risk, Ruin and Reward*. New York: Basic Books, 2004.

MORETTIN, Pedro; TOLOI, Clélia M. C. *Análise de Séries Temporais*. São Paulo: E. Blücher, 2004.

ROSS, A. Stephen; The Arbitrage Theory of Asset Pricing. *Journal of Economic Theory*, Burlington, v. 13, n. 3, p. 341-360, Dec. 1976.

ROSS, Stephen A.; WESTERFIELD, Randolph W; JAFFE, Jeffrey F. *Corporate Finance*. 5th ed. Boston : Irwin/McGraw-Hill, 1999.

TOLSTOV, Georgi P. *Fourier Series*. Translated from the Russian by Richard A. Silverman. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1962.

BIBLIOGRAFIA CONSULTADA

BLACK, Fischer; SHOLES, Myron. The Pricing of Options and Corporate Liabilities. *Journal of Political Economy*, Chicago, v. 81, n. 3, p. 637-659, May/June 1973.

CAMPBELL, John Y.; LO, Andrew W.; MACKINLAY, A. C. *The Econometrics of Financial Market*. Princeton: Princeton University Press, c1997.

COPELAND, T. E.; WESTON, J. Fred. *Financial Theory and Corporate Policy*. 3rd ed., Reading: Addison-Wesley, 1988.

ELTON, E. J.; GRUBER, M. J. *Modern Portfolio Theory and Investment Analysis*. 4th ed. New York: Wiley, 1991.

JORION, Philippe. *Value at Risk: A Nova Fonte para o Controle do Risco de Mercado*. São Paulo: BM&F, 1998.

MARKOWITZ, H. Portfolio Selection. *Journal of Finance*, Oxford, v. 7, n. 1, p.77-91, Mar. 1952.

MYERS, Stewart C.; BREALEY, Richard. *Principles of Corporate Finance*. 7th ed. Boston: McGraw-Hill/Irwin, 2003.

ROLL, Richard; ROSS, A. Stephen. An Empirical Investigation of the Arbitrage Pricing Theory. *Journal of Finance*, Oxford, v. 35 n. 5, p. 1073-1103, Dec. 1980.

SHARPE, William F. A Simplified Model for Portfolio Analysis. *Management Science*, Hanover, v. 9, n. 2, p. 277-293, Jan. 1963.

SHARPE, William F. Capital Asset Prices: a Theory of Market Equilibrium Under Conditions of Risk. *Journal of Finance*, Oxford, v. 19, n. 3, p. 425-442, Sept. 1964.

APÊNDICE A – Comportamento de coeficientes de harmônicas

COEFICIENTES DO *DJIA*

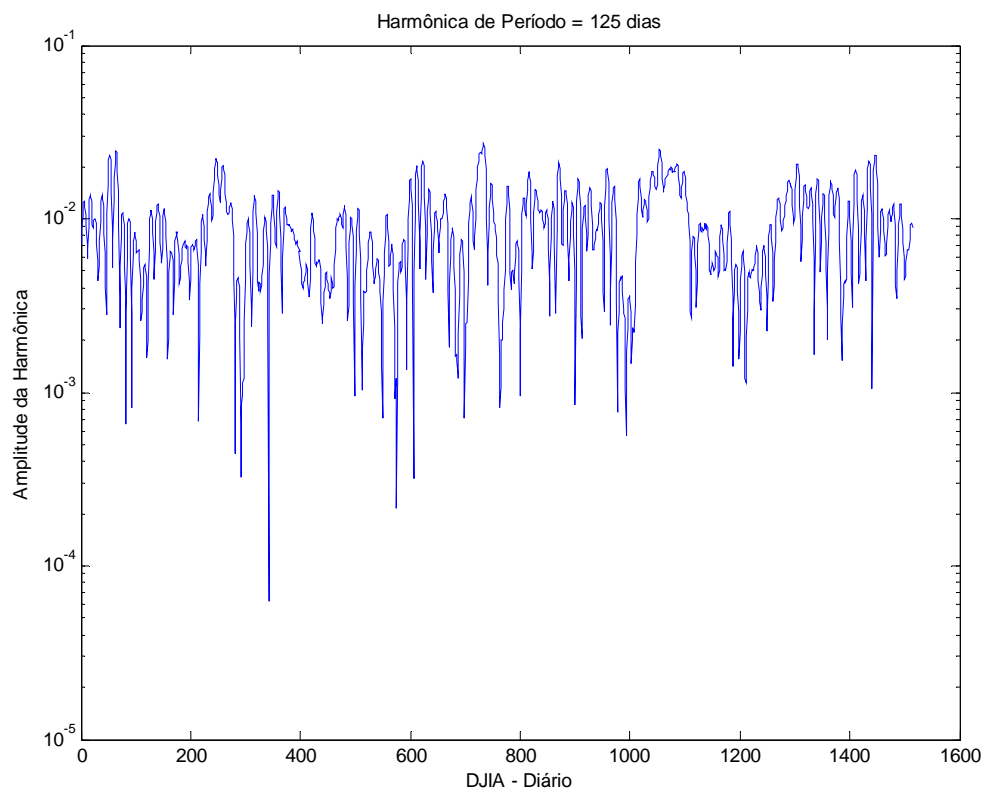


Gráfico 16 - Comportamento da 4ª harmônica (125 dias) do *DJIA*.

Fonte: Elaborada pelo autor.

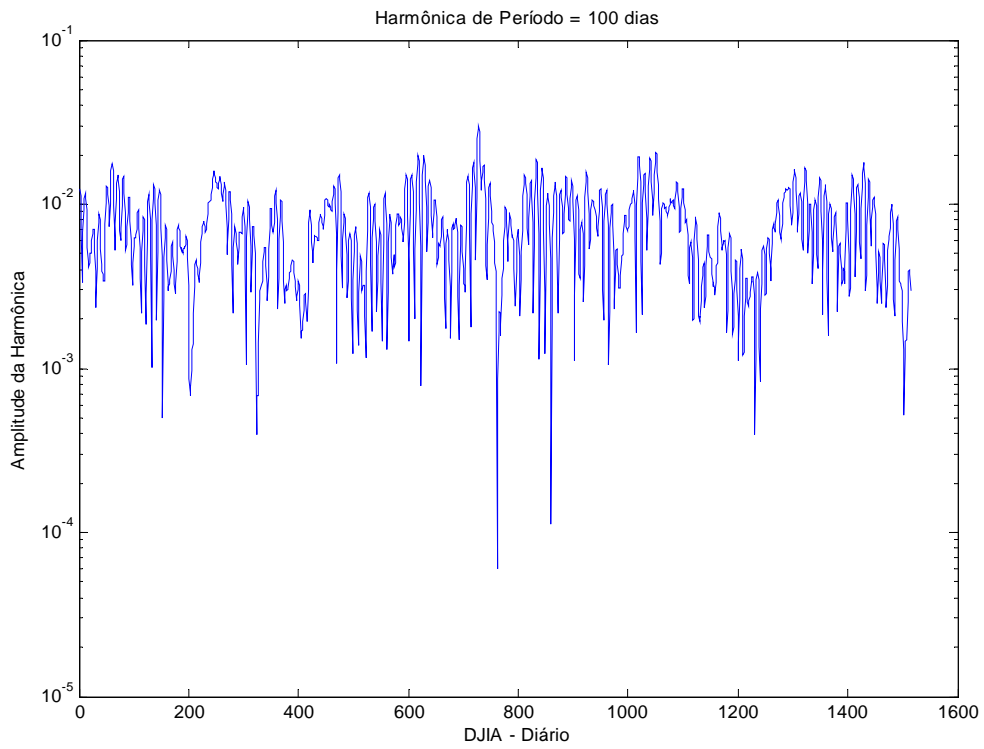


Gráfico 17 - Comportamento da 5ª harmônica (100 dias) do DJIA.

Fonte: Elaborada pelo autor.

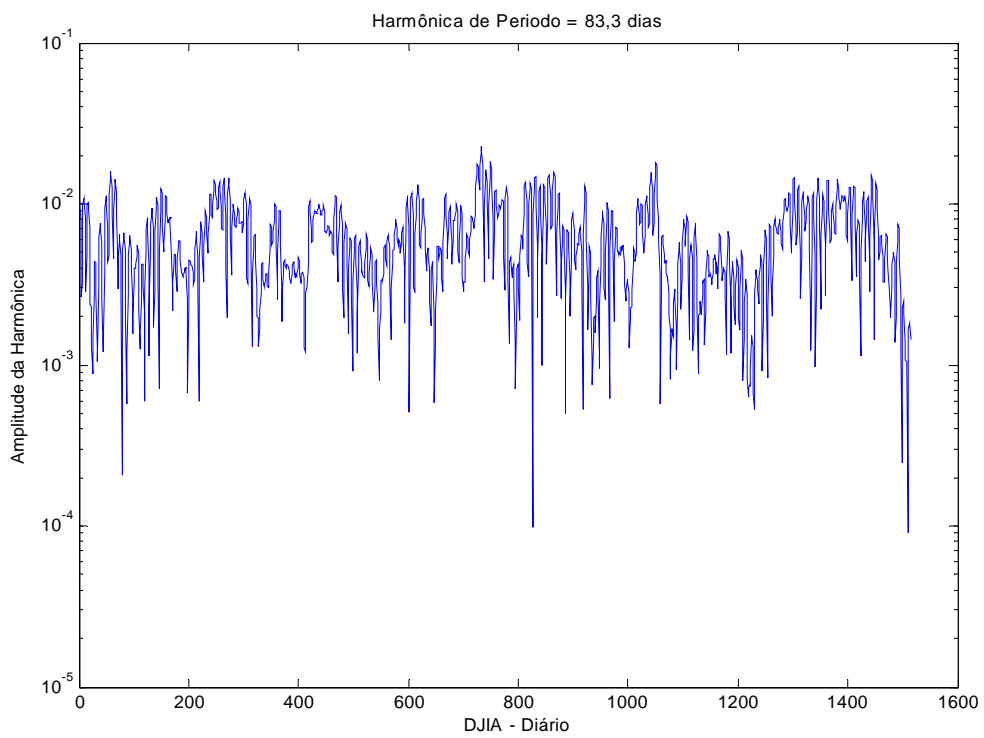


Gráfico 18 - Comportamento da 6ª harmônica (83,3 dias) do DJIA.

Fonte: Elaborada pelo autor.

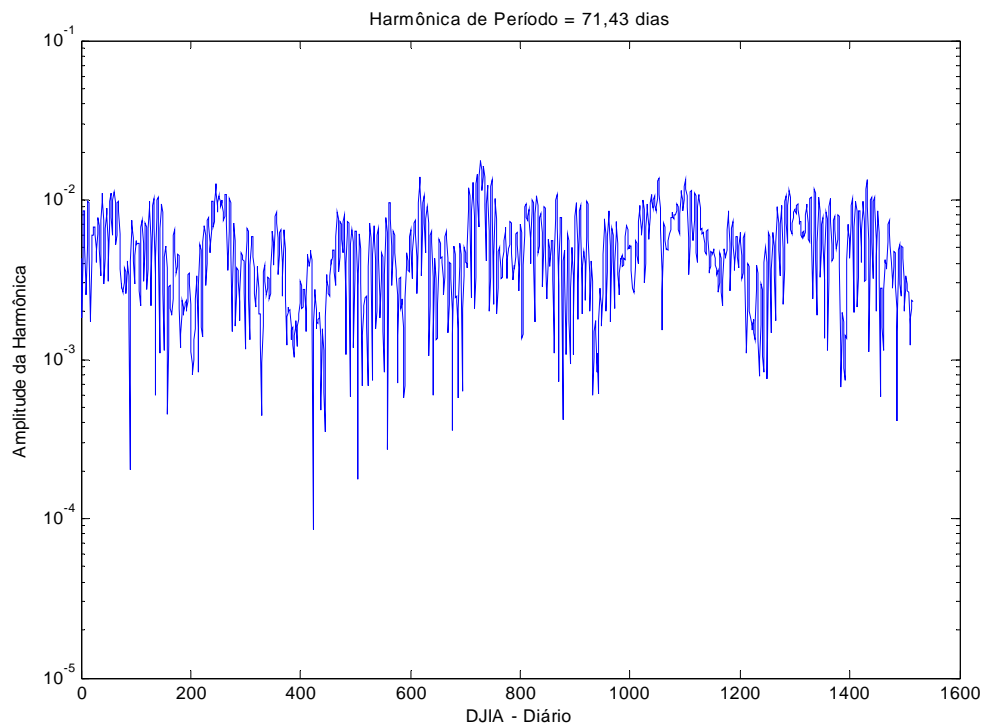


Gráfico 19 - Comportamento da 7ª harmônica (71,43 dias) do DJIA.

Fonte: Elaborada pelo autor.

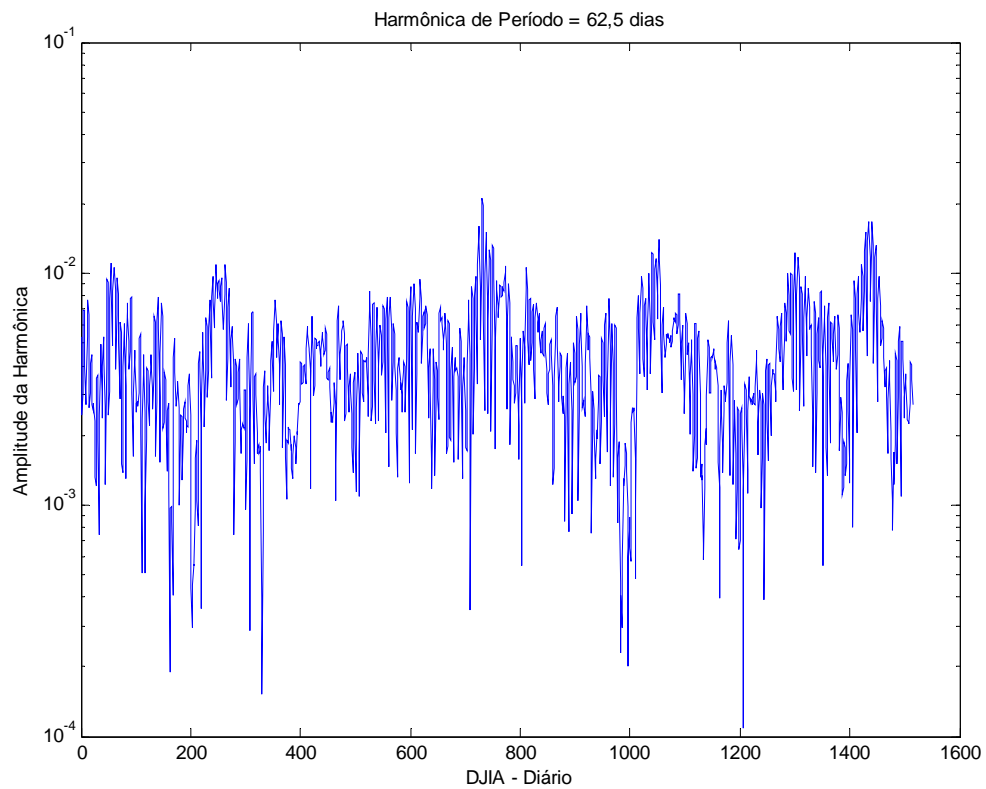


Gráfico 20 - Comportamento da 8ª harmônica (62,5 dias) do DJIA.

Fonte: Elaborada pelo autor.

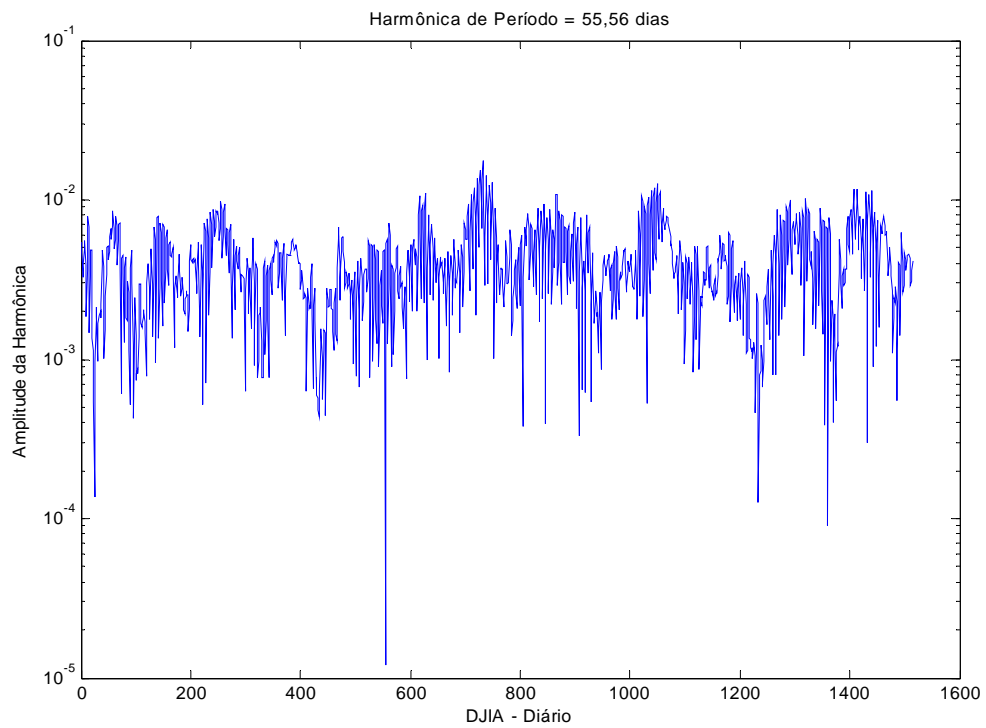


Gráfico 21 - Comportamento da 9ª harmônica (55,56 dias) do DJIA.

Fonte: Elaborada pelo autor.

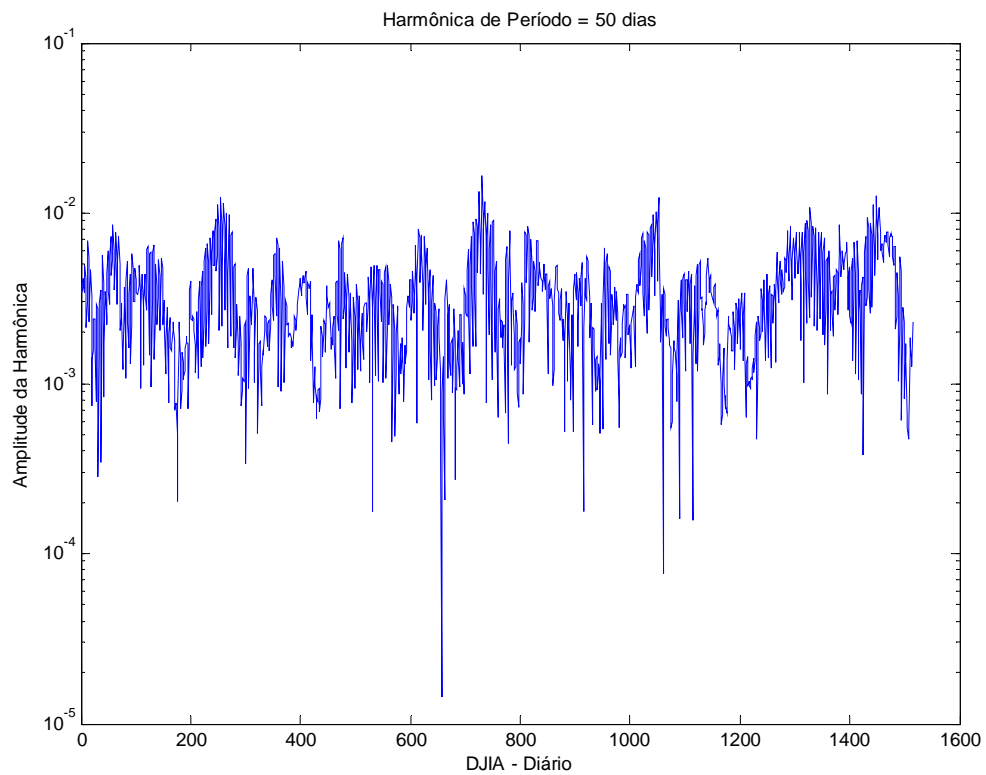


Gráfico 22 - Comportamento da 10ª harmônica (50 dias) do DJIA.

Fonte: Elaborada pelo autor.

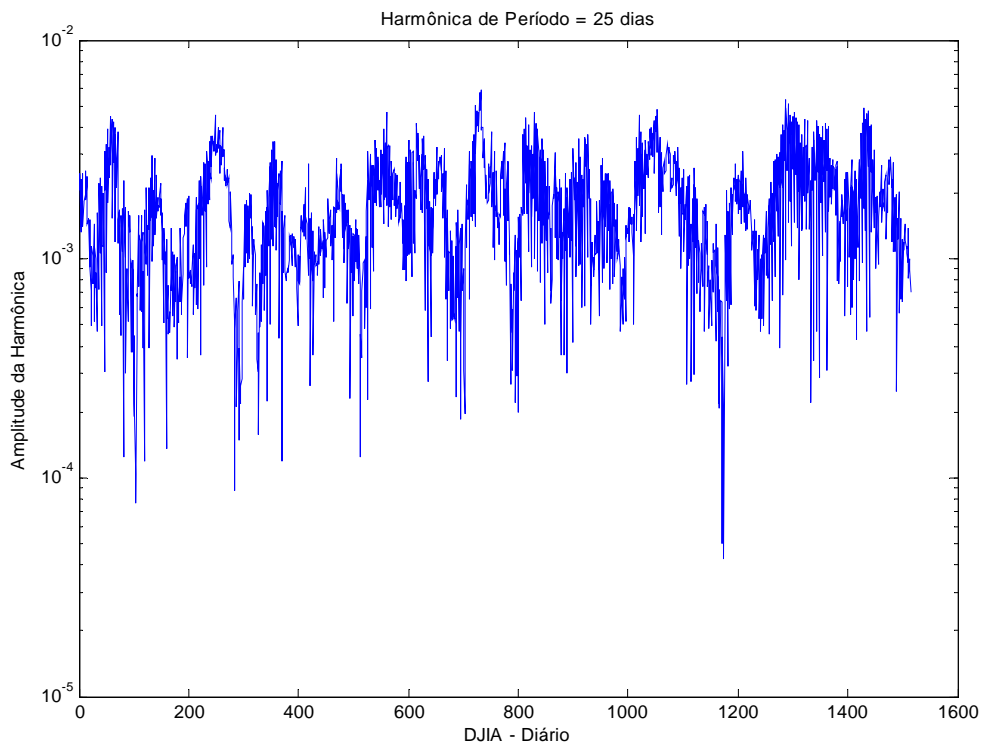


Gráfico 23 - Comportamento da 20ª harmônica (25 dias) do DJIA.

Fonte: Elaborada pelo autor.

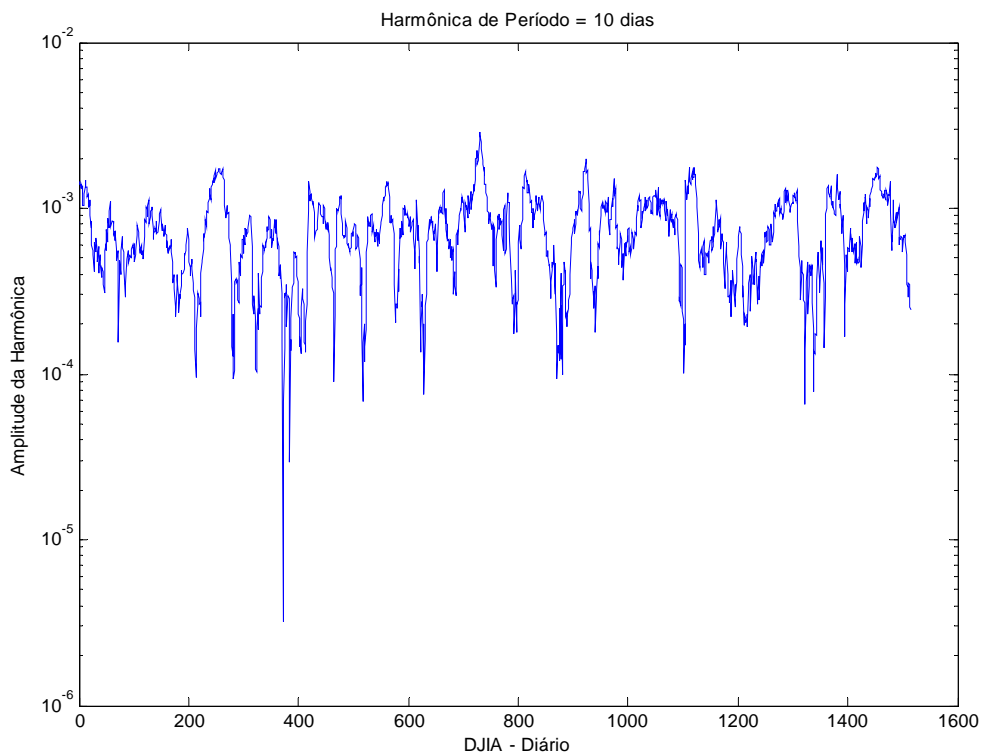


Gráfico 24 - Comportamento da 50ª harmônica (10 dias) do DJIA.

Fonte: Elaborada pelo autor.

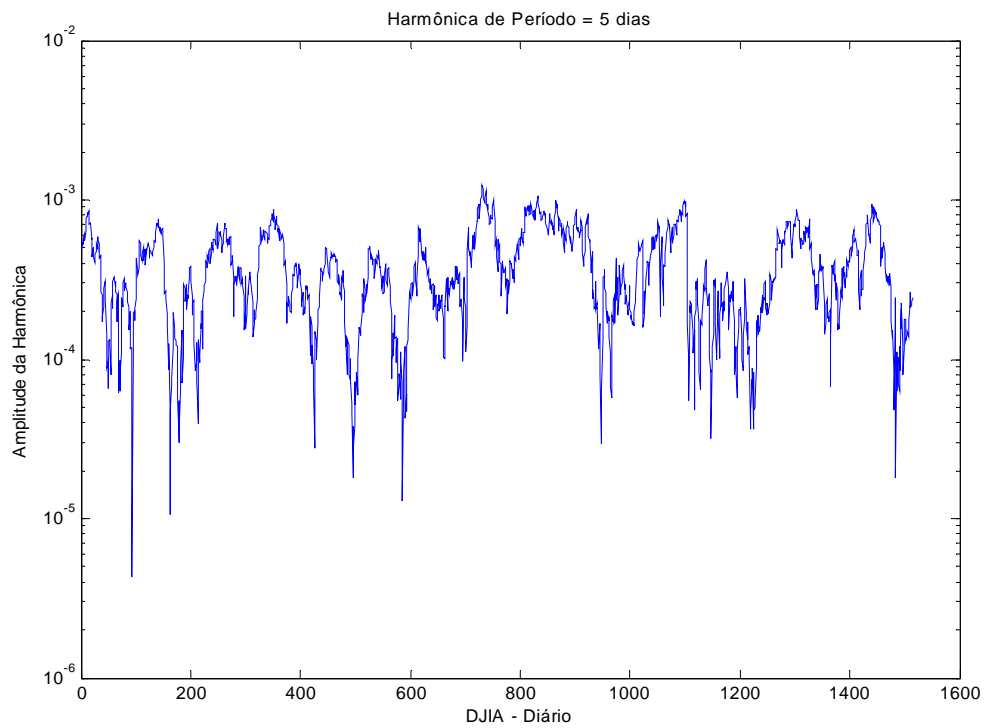


Gráfico 25 - Comportamento da 100ª harmônica (5 dias) do DJIA.

Fonte: Elaborada pelo autor.

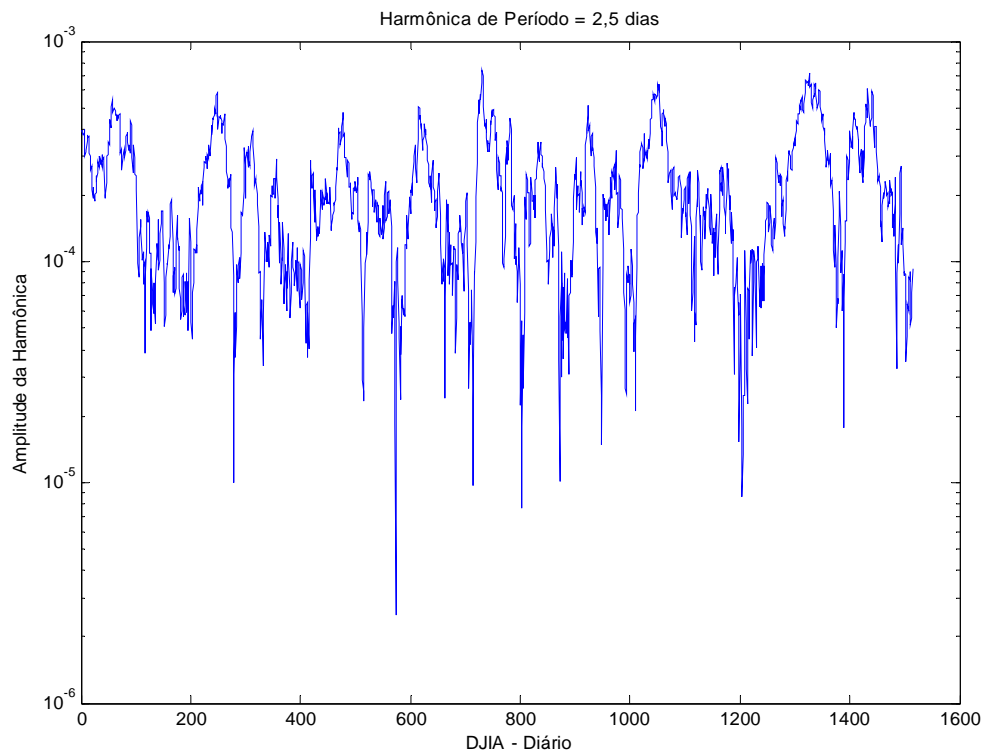


Gráfico 26 - Comportamento da 200ª harmônica (2,5 dias) do DJIA.

Fonte: Elaborada pelo autor.

COEFICIENTES DO IBOVESPA

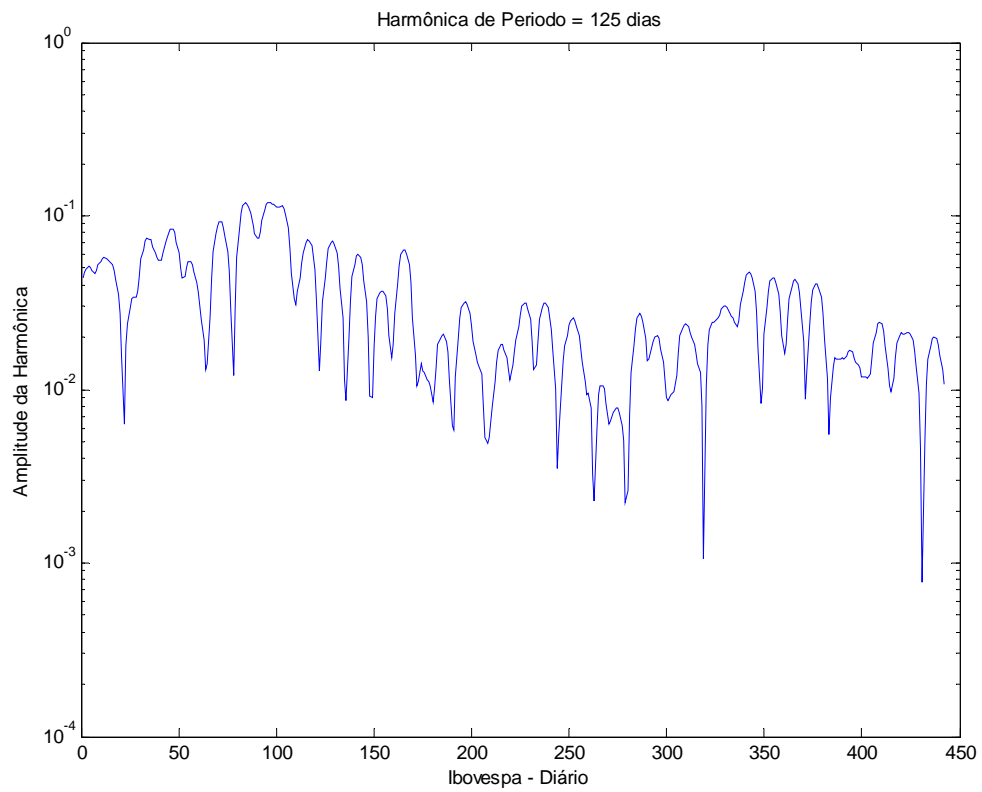


Gráfico 27 - Comportamento da 4ª harmônica (125 dias) do Ibovespa.

Fonte: Elaborada pelo autor.

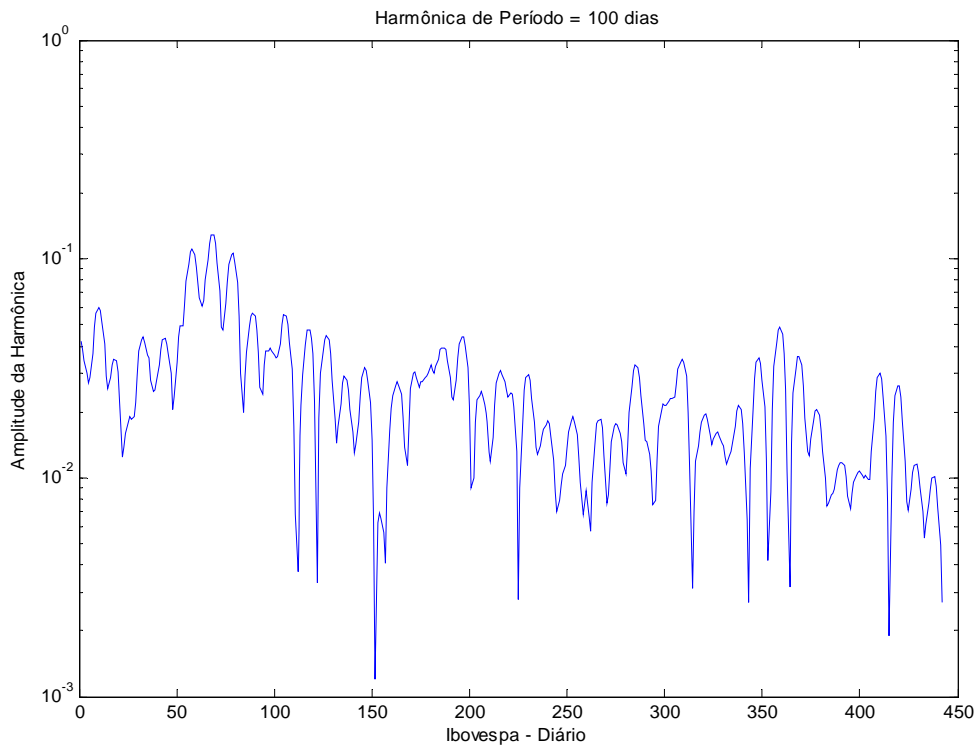


Gráfico 28 - Comportamento da 5ª harmônica (100 dias) do Ibovespa.

Fonte: Elaborada pelo autor.

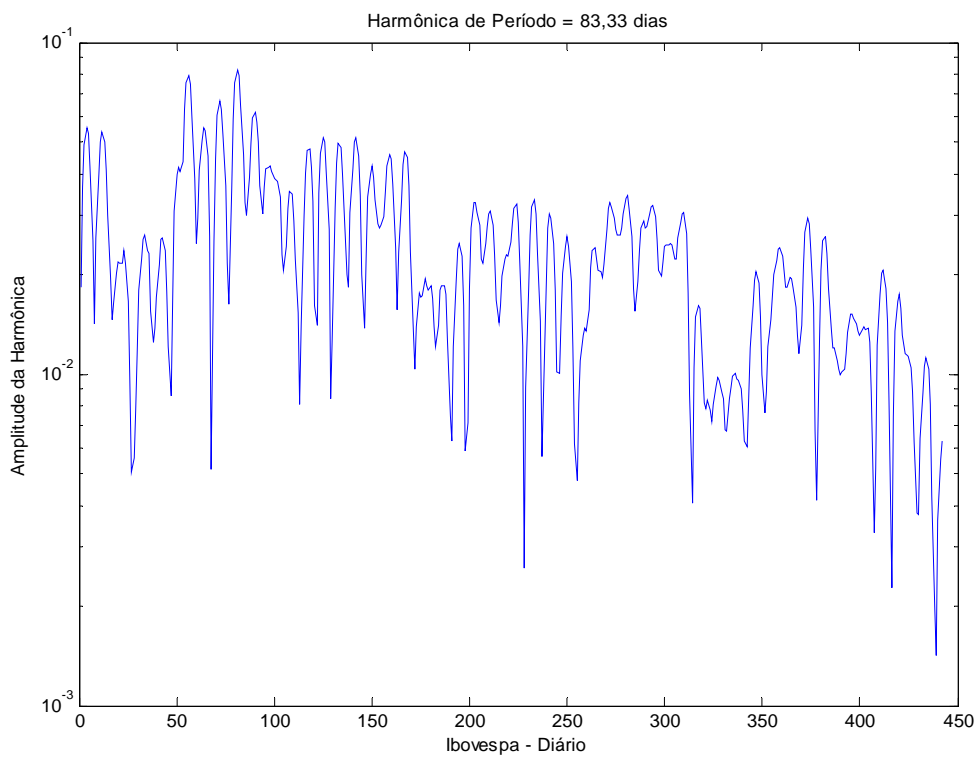


Gráfico 29 - Comportamento da 6ª harmônica (83,33 dias) do Ibovespa.

Fonte: Elaborada pelo autor.

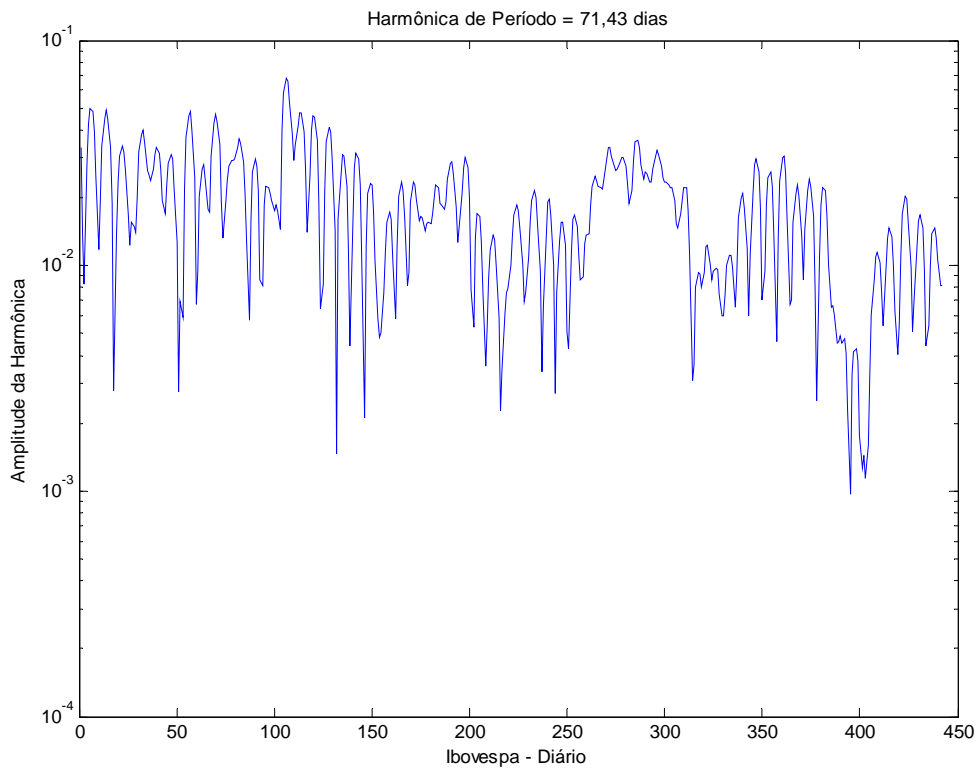


Gráfico 30 - Comportamento da 7ª harmônica (71,43 dias) do Ibovespa.

Fonte: Elaborada pelo autor.

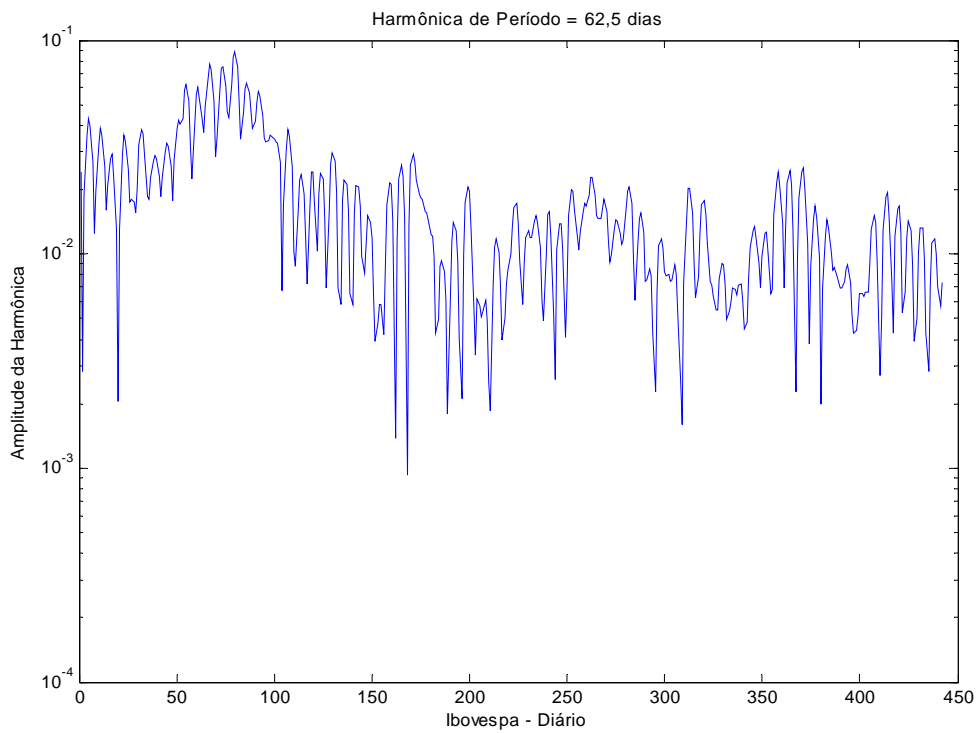


Gráfico 31 - Comportamento da 8ª harmônica (62,5 dias) do Ibovespa.

Fonte: Elaborada pelo autor.

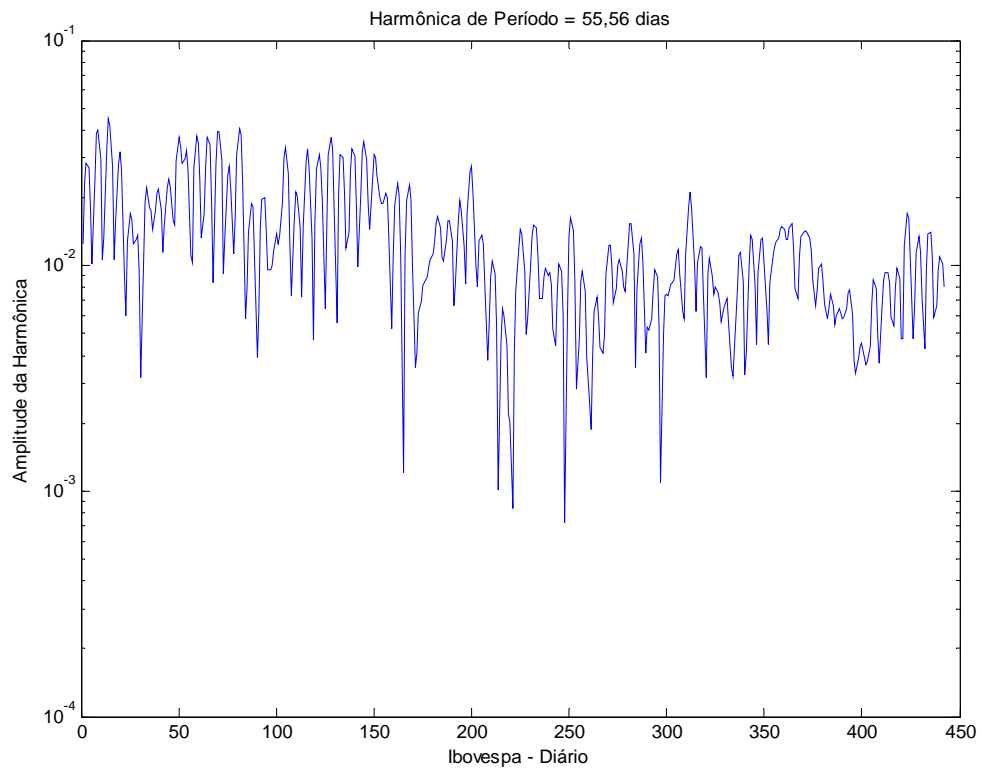


Gráfico 32 - Comportamento da 9ª harmônica (55,56 dias) do Ibovespa.

Fonte: Elaborada pelo autor.

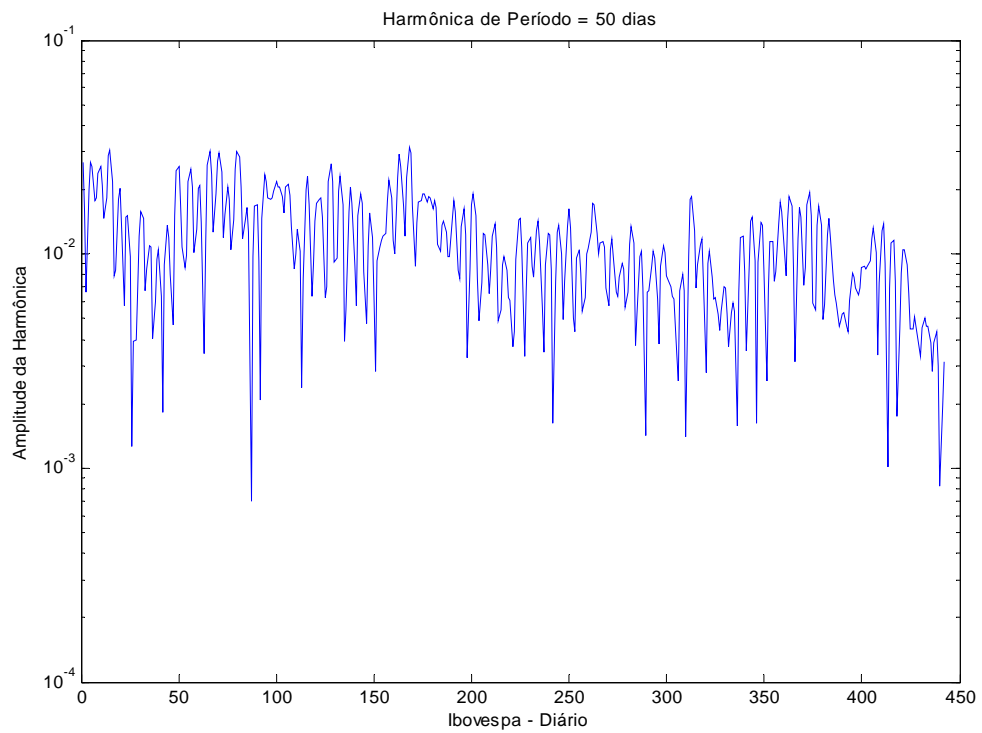


Gráfico 33 - Comportamento da 10ª harmônica (50 dias) do Ibovespa.

Fonte: Elaborada pelo autor.

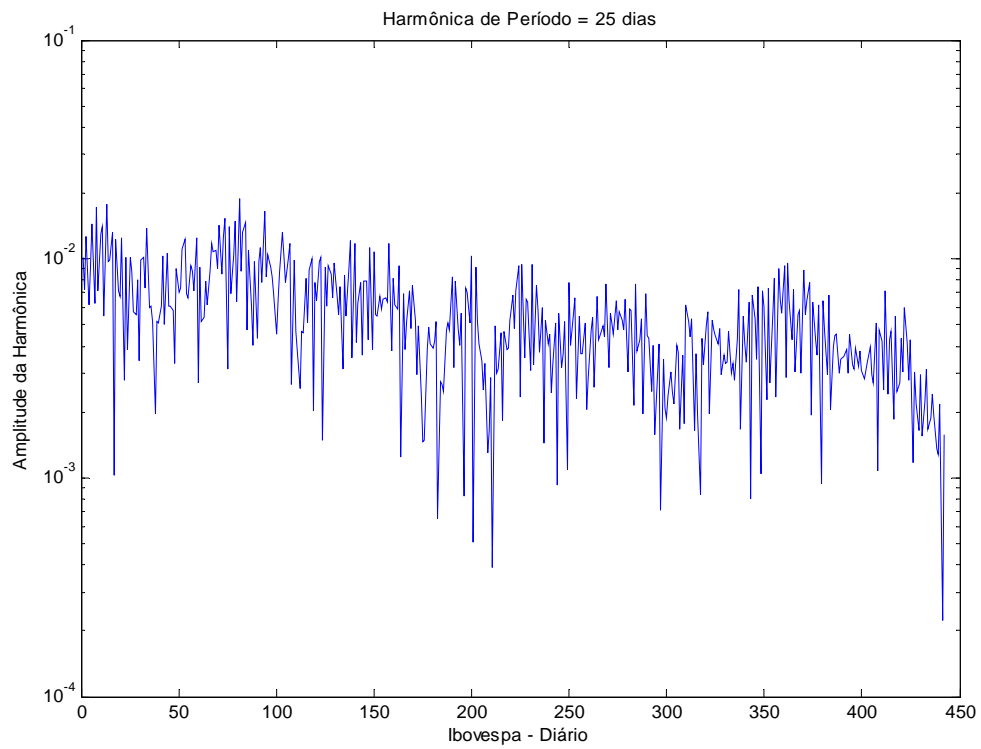


Gráfico 34 - Comportamento da 20ª harmônica (25 dias) do Ibovespa.

Fonte: Elaborada pelo autor.

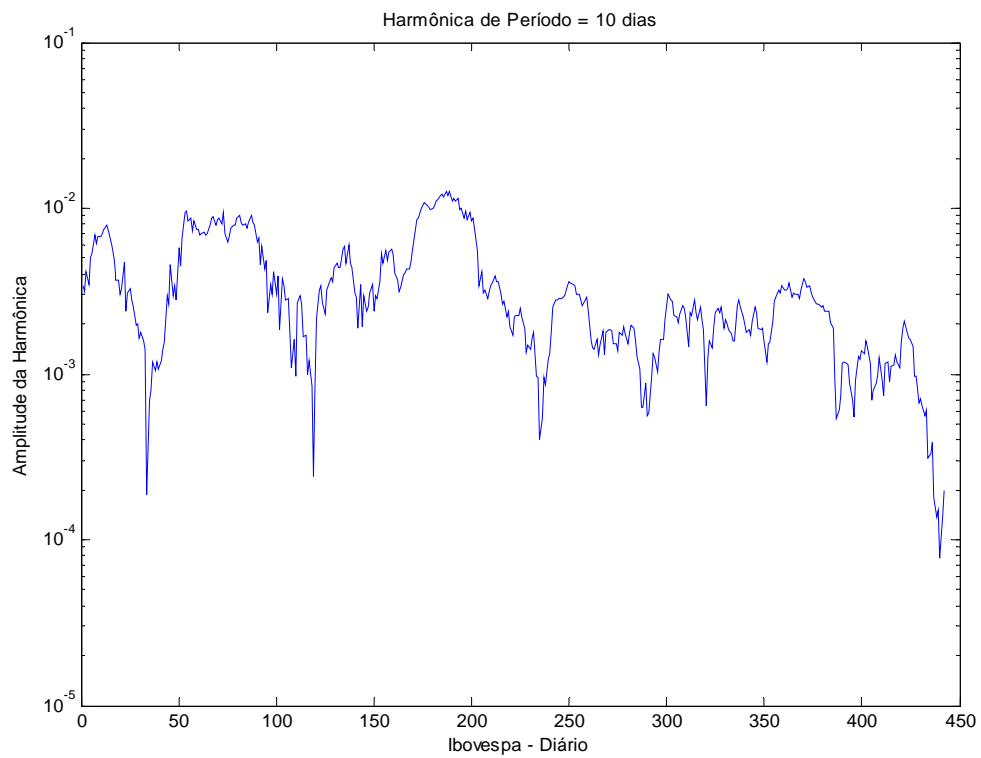


Gráfico 35 - Comportamento da 50ª harmônica (10 dias) do Ibovespa.

Fonte: Elaborada pelo autor.

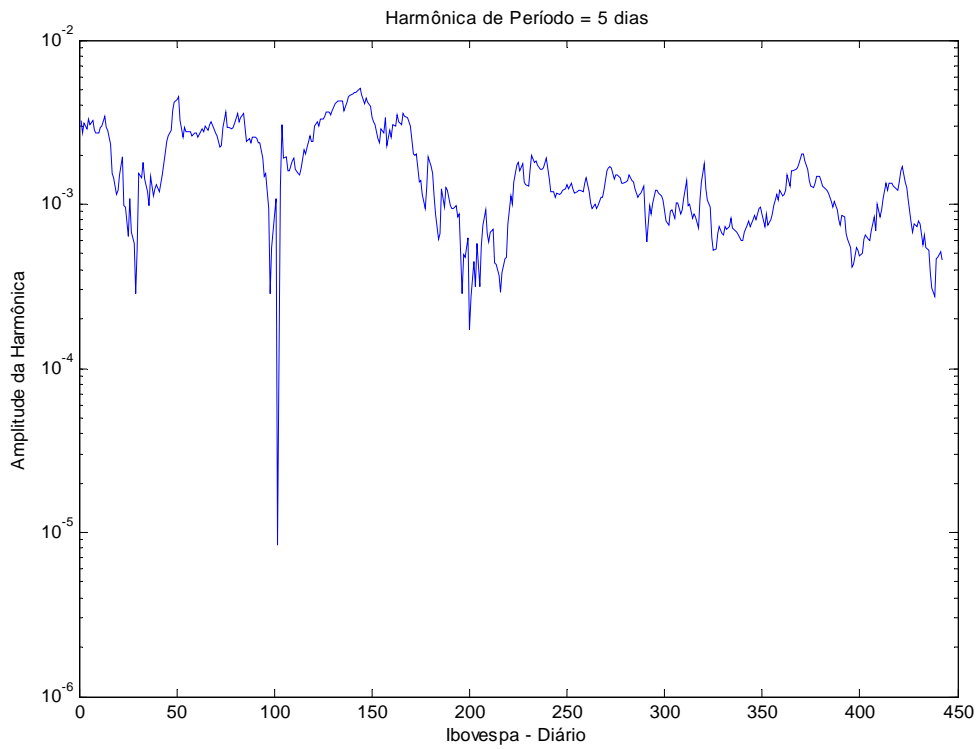


Gráfico 36 - Comportamento da 100ª harmônica (5 dias) do Ibovespa.

Fonte: Elaborada pelo autor.

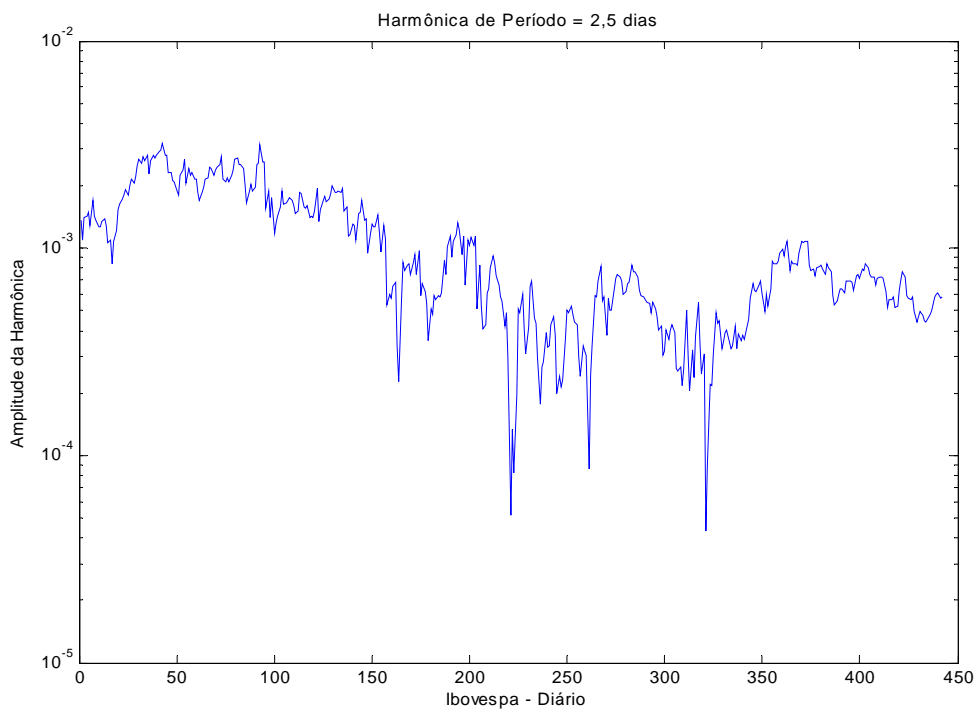


Gráfico 37 - Comportamento da 200ª harmônica (2,5 dias) do Ibovespa.

Fonte: Elaborada pelo autor.

ANEXO A – Programas utilizados no MATLAB

Os três programas abaixo necessitam que as cotações esteja colocadas em ordem cronológica e seqüencial em um arquivo chamado ativo.txt, na pasta de trabalho do MATLAB.

PROGRAMA 1

Este programa cria um laço que vai incrementando o número de dias da janela e exibe o gráfico de Fourier para cada step do laço. Foi utilizado para extrair os coeficientes de Fourier dos diversos ativos testados.

```

clear all %Limpa todas variaveis
clc %Limpa a tela
load ativo.txt; %Carrega arquivo com cotacoes
cotacoes=ativo(:); %Carrega arquivo na matriz cotacoes
n=length(cotacoes);
step=1;
t=1:step:n*step; %Cria vetor tempo
t=t'; %Transpoe matriz t

for u = 1:n, %Este laço transforma os dados para escala logarítmica
    cotacoes(u)=log10(cotacoes(u));
end

c=polyfit(t,cotacoes,1); %Matriz c contem os indices do polinomio.
%O primeiro elemento é a tangente do angulo de inclinação da reta

%Calcula a linha de tendencia de cotacoes

%Este laço realiza a rotação dos pontos para que seja retirada a %linha de
tendência

for u = 1:n,
    tangente_diferenca = (cotacoes(u) / t(u) - c(1)) / (1 + cotacoes(u) / t(u) * c(1));
    x_rotado(u) = ((cotacoes(u)^2 + t(u)^2)/(1+tangente_diferenca^2))^0.5;
    y_rotado(u) = x_rotado(u) * tangente_diferenca;
end

x=y_rotado';

%-----

for n_dias = 3898:2:n, %Número de testes que serão feitos com os dados disponíveis
    xjanela=x(1:n_dias);
    y=fft(xjanela); %Aplica transformada de Fourier na janela

    amplitude=abs(y(1:n_dias/2))/n_dias*2; %Calcula a amplitude de cada vetor de espectro de frequencia
    amplitude(1)=0; %Zeragem manual da componente DC
    pow=amplitude.^2; %potencia = quadrado do magnitude

```

```

%potencia so eh calculada ate n/2 porque o espectro eh simetrico %(Nyquist)

% Reconstituição: as linhas abaixo preparam o vetor y2 para a
% reconstituição através da função IFFT, porém assume que as
%harmonicas de baixa frequencia são as dominantes
% número de harmonicas a utilizar na reconstituição
%harmônicas cos-sin*i
num_harmonicass=10;
y2=y(1:num_harmonicass);
y2(num_harmonicass+1:n_dias)=0;
y2(n_dias-num_harmonicass+2:n_dias)=y(n_dias-num_harmonicass+2:n_dias); %harmonicas cos+sin*i

Inverso=ifft(y2); %calcula a transformada inversa de Fourier, para a reconstituição

f=(0:n_dias/2-1)/n_dias; %Frequência

for i = 1:n_dias/2, %Período
    periodo(i) = 1/f(i);
end

subplot(2,1,1); %Gráfico do ativo
plot(t(1:n_dias),[xjanela,Inverso]);
%AXIS([0 15000 -5000 100000]);
xlabel('Tempo t');
ylabel('Ativo-trend');

subplot(2,1,2); %Gráfico do espectro
loglog(periodo,amplitude,['o','-']);
%AXIS([0 15000 0 100000]);
xlabel('Período T');
ylabel('Amplitude das Harmonicas');

end

```

PROGRAMA 2

Este programa cria um laço que move uma janela de n dias ao longo da totalidade do conjunto de dados, exibindo o gráfico de Fourier para cada step do laço. É útil para verificar a alteração das harmônicas com o passar do tempo quando se monitora com uma janela móvel.

```

clear all                                %Limpa todas variaveis
clc                                       %Limpa a tela

load ativo.txt;                          %Carrega arquivo
cotacoes=ativo(:);                       %Carrega arquivo na matriz cotacoes
n=length(cotacoes);
step=1;
t=0:step:n*step-1;                       %Cria vetor tempo
t=t';                                     %Transpoe matriz t

for u = 1:n,                              %Este laço transforma os dados para escala logarítmica
    cotacoes(u)=log10(cotacoes(u));
end

c=polyfit(t,cotacoes,1);                 %Matriz c contem os indices do polinomio. O primeiro elemento é a tangente do angulo
de inclinação da reta

                                       %Calcula a tendencia de cotacoes
for u = 1:n,                              %Este laço realiza a rotação dos pontos para que seja retirada a linha de tendência
    tangente_diferenca = (cotacoes(u) / t(u) - c(1)) / (1 + cotacoes(u) / t(u) * c(1));
    x_rotado(u) = ((cotacoes(u)^2 + t(u)^2)/(1+tangente_diferenca^2))^0.5;
    y_rotado(u) = x_rotado(u) * tangente_diferenca;
end
x=y_rotado';

%-----
n_dias=500;                               %Define o tamanho da janela
k=1;                                       %contador usado para a record_amplitude na linha 30
for contador = 1:10:n-n_dias,
    xjanela=x(contador:contador+n_dias-1);
    y=fft(xjanela);                       %Aplica transformada de Fourier na janela

    amplitude=abs(y(1:n_dias/2))/n_dias*2; %calcula a amplitude de cada vetor de espectro de frequencia
    amplitude(1)=0;                       % Zeragem manual da componente DC.
    record_amplitude(1:n_dias/2,k)=log10(amplitude(1:n_dias/2)); % Matriz contendo todas as amplitudes das janelas móveis,
excluída a componente DC

                                       %Usar para verificar comportamento dos coeficientes de Fourier ao
                                       %longo do tempo. Para ver todas as harmonicas ao mesmo tempo, usar o
                                       %gráfico 3D colorido e colocar log10 após o sinal de =

    k=k+1;

                                       % Reconstituição: as linhas abaixo preparam o vetor y2 para a
                                       % reconstituição através da função IFFT, porém assume que as harmonicas de
                                       % baixa frequencia são as dominantes
    num_harmonicas=8;                     % número de harmonicas a utilizar na reconstituição
    y2=y(1:num_harmonicas);               %harmônicas cos-sin*i
    y2(num_harmonicas+1:n_dias)=0;
    y2(n_dias-num_harmonicas+2:n_dias)=y(n_dias-num_harmonicas+2:n_dias); %harmonicas cos+sin*i

    Inverso=ifft(y2);                     %Calcula a transformada inversa de Fourier

    f=(0:n_dias/2-1)/n_dias;              %Frequencia em CICLOS/MINUTO
    periodo(1)=999999999999999;
    for i = 2:n_dias/2,
        periodo(i) = 1/f(i);
    end

```

```

end

                                % Este bloco reconstitui a função utilizando-se a reta de regressão que
                                % melhor traduz a reta de coeficientes LogPeríodo x LogAmplitude

u=(contador+1)/2;
logperíodo=log10(período(2:n_dias/2)); %Tira o logaritmo e transpoe a matriz sem o primeiro elemento que é o DC
logamplitude=amplitude(2:n_dias/2); %As amplitudes já estão em escala logarítmica, basta tirar o primeiro elemento
que é o DC
regressao_harmonicas=polyfit(logperíodo,logamplitude,1); %regressão do logaritmo das harmonicas pelo logaritmo do
período
coeficiente_regressao(u,1)=regressao_harmonicas(1,1);
coeficiente_regressao(u,2)=regressao_harmonicas(1,2);
trend_harmonicas=polyval(regressao_harmonicas,período); %Gera a reta resultante da regressão (transposta!)

                                %Reconstituição da série com os coeficientes obtidos da regressão
y3=complex((trend_harmonicas(1:num_harmonicas)/n_dias*2),-(trend_harmonicas(1:num_harmonicas)/n_dias*2));
%harmônicas cos-sin*i
y3(num_harmonicas+1:n_dias)=0;

for i = 0:num_harmonicas-1,
    y3(n_dias-num_harmonicas+i+1)=complex((trend_harmonicas(num_harmonicas-
i)/n_dias*2),(trend_harmonicas(num_harmonicas-i)/n_dias*2)); %harmonicas cos+sin*i
end
y3(1)=y2(1);
y3(n_dias)=y2(n_dias);

Inverso3=ifft(y3);                                %Calcula a transformada inversa de Fourier da reta de regressão dos coeficientes
subplot(2,1,1);
plot(t(contador:contador+n_dias-1),[xjanela,Inverso,Inverso3]);
%AXIS([0 n_dias -10000 10000]);
xlabel('Tempo t');
ylabel('Ativo-trend');

subplot(2,1,2);
loglog(período,[amplitude,amplitude,trend_harmonicas],['o','-']);
AXIS([0 16000 0 10000]);
xlabel('Período T');
ylabel('Amplitude das Harmonicas');

end

for n = 2:250,                                %Este laço verifica a correlação serial do comportamento dos
                                                %coeficientes das harmônicas
    Serial_Correl(n,1:3027)=xcorr(record_amplitude(n,2:1515));
end

A=Serial_Correl(2:250,1514);

```

PROGRAMA 3

Este programa gera o gráfico do ativo e extrai suas harmônicas. A reconstituição é feita e a correlação da reconstituição é calculada. Um gráfico relacionando a correlação e o número de harmônicas utilizadas é apresentado.

```

clear all                %limpa todas variaveis
clc                      %limpa a tela
load ativo.txt;         %carrega arquivo com cotacoes
cotacoes=ativo(:);     %carrega arquivo na matriz cotacoes
n=length(cotacoes);
step=1;
t=1:step:n*step;       %cria vetor tempo
t=t';                  %transpoe matriz t

for u = 1:n,           % Este laço transforma os dados para escala logarítmica
    cotacoes(u)=log10(cotacoes(u));
end

c=polyfit(t,cotacoes,1); %matriz c contem os indices do polinomio. O primeiro elemento é a tangente do angulo
de inclinação da reta

                        %calcula a tendencia de cotacoes
for u = 1:n,           %realiza a rotação dos pontos para que seja retirada a linha de tendência
    tangente_diferenca = (cotacoes(u) / t(u) - c(1)) / (1 + cotacoes(u) / t(u) * c(1));
    x_rotado(u) = ((cotacoes(u)^2 + t(u)^2)/(1+tangente_diferenca^2))^0.5;
    y_rotado(u) = x_rotado(u) * tangente_diferenca;
end
x=y_rotado';

%-----
n_dias=n;
v=0;
for q = 2:1:50,
    xjanela=x(1:n_dias);
    y=fft(x);          %aplica transformada de Fourier na janela

    amplitude=abs(y(1:n_dias/2))/n_dias*2; %calcula a amplitude de cada vetor de espectro de frequencia
    amplitude(1)=0; % Zeragem manual da componente DC
    pow=amplitude.^2; %potencia = quadrado do magnitude
                        %potencia so eh calculada ate n/2 porque o espectro eh simetrico (Nyquist)
                        % Reconstituição: as linhas abaixo preparam o vetor y2 para a
                        % reconstituição através da função IFFT, porém assume que as harmonicas de
                        % baixa frequencia são as dominantes
    num_harmonicas=q; % número de harmônicas a utilizar na reconstituição
    y2=y(1:num_harmonicas); %harmônicas cos-sin*i
    y2(num_harmonicas+1:n_dias)=0;
    y2(n_dias-num_harmonicas+2:n_dias)=y(n_dias-num_harmonicas+2:n_dias); %harmonicas cos+sin*i

    Inverso=ifft(y2); %calcula a transformada inversa de Fourier
    v=v+1;
    Record_restituicao(:,v)=Inverso;
    [corr,pstat]=CORRcoef(xjanela,Inverso);
    Record_correlation(v)=corr(1,2);

    f=(0:n_dias/2-1)/n_dias; %frequencia em CICLOS/PERIODO

    for i = 1:n_dias/2,
        periodo(i) = 1/f(i); %Período
    end

    subplot(3,1,1);

```

```
plot(t(1:n_dias), xjanela);  
xlabel('Tempo t');  
ylabel('Ativo-trend');  
  
subplot(3,1,2);  
plot(t(1:n_dias),Record_restituicao);  
xlabel('Tempo t');  
ylabel('Reconstituições');  
  
subplot(3,1,3);  
plot(1:v,Record_correlation);  
xlabel('Número de Harmônicas Usadas na Reconstituição');  
ylabel('Correlação das Reconstituições');  
  
end
```


CURRICULUM VITAE

FORMAÇÃO ACADÊMICA

- Mestrado em Administração
Universidade Federal do Rio Grande do Sul
- Formação de Profissionais para o Mercado de Capitais, 180 h
APIMEC – POA
- MBA Marketing, 360h
FGV - POA
- Especialização - Perito em Criação de Empresas e Elaboração de Planos de Negócios /1999, 600 h
ACIRS/ANFEA/Sebrae (organizado pelo Ministério Italiano do Trabalho)
- Pós-Graduação em Automação Industrial/1998, 180 h
Universidade Federal do Rio Grande do Sul
- Graduação em Engenharia Elétrica/1997
Universidade Federal do Rio Grande do Sul

IDIOMAS

- Inglês Fluente
- Italiano Fluente
- Alemão Básico

EXPERIÊNCIA PROFISSIONAL

03/04 à atual

FUNDAMENTA Assessoria Financeira

Empresa Brasileira de Gestão de Investimentos - Sócio

03/02 à 03/04

Grupo Eberle Mundial

Empresa Brasileira do Ramo Industrial - Gerente Regional de Vendas – Unidade de Componentes de Fixação p/ Ramo Vestuário

07/99 à 03/02

**Textron Fastening Systems
Commercial Solutions Group**

Empresa Multinacional Americana do Ramo Automotivo – Regional Manager

02/98 a 07/99

Altus Sistemas de Informática S/A

Empresa Brasileira do Ramo de Automação Industrial – Projetista de Produtos e Sistemas