

ROBERTO MÜLLER

**ESTUDO E DESENVOLVIMENTO DE UM TRANSDUTOR DE
POSIÇÃO LINEAR MAGNÉTICO DIFERENCIAL**

Porto Alegre

2003

ROBERTO MÜLLER

**ESTUDO E DESENVOLVIMENTO DE UM TRANSDUTOR DE
POSIÇÃO LINEAR MAGNÉTICO DIFERENCIAL**

ORIENTADOR: Prof. Dr. Ály Ferreira Flores Filho

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica (PPGEE), da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Área de concentração: Automação e Instrumentação Eletro-Eletrônica

Porto Alegre

2003

ROBERTO MÜLLER

ESTUDO E DESENVOLVIMENTO DE UM TRANSDUTOR DE POSIÇÃO LINEAR MAGNÉTICO DIFERENCIAL

Esta dissertação foi julgada adequada para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica e aprovada em sua forma final pelo Orientador e pela Banca Examinadora.

Orientador: _____

Prof. Dr. Ály Ferreira Flores Filho, UFRGS

Doutor pela University of Wales, Cardiff, País de Gales, Reino Unido

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Ildon Guilherme Borchardt

Universidade do Vale do Rio dos Sinos, UNISINOS

Prof. Dr. Renato Machado de Brito

Universidade Federal do Rio Grande do Sul, UFRGS

Prof. Dr. Roberto Petry Homrich

Universidade Federal do Rio Grande do Sul, UFRGS

Coordenador do PPGEE: _____

Prof. Dr. Carlos Eduardo Pereira

Porto Alegre, junho de 2003.

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho à memória de meus pais, que sempre me incentivaram a continuar estudando, à minha esposa e filhas em especial pela dedicação e apoio em todos os momentos difíceis.

“ Im Leben hat mann zwei Wahlen: entweder studiern oder nicht studiren – die Zeit, die man dazu bracht, ist dieselbe.”

Mein Vater

“Na vida temos duas escolhas: estudar ou não estudar - em ambas o tempo passa igual.”

Meu Pai

AGRADECIMENTOS

Ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, PPGEE, e ao meu orientador, Professor Ály Ferreira Flores Filho, pela oportunidade de realizar este trabalho em minha área de pesquisa.

Aos colegas do PPGEE, Vagner Rinaldi e Miguel Moreto, por me ajudarem a atualizar-me na área de informática, aos colegas Eduardo Hassen Androvandi e Marília Amaral da Silveira, ao Professor Luiz Tiarajú dos Reis Loureiro, aos bolsistas do LMEAE e estagiários da oficina, pelo seu auxílio nas tarefas desenvolvidas durante o curso e este trabalho e apoio na sua revisão. Um agradecimento especial ao Professor Roberto Petry Homrich por algumas contribuições importantes que ajudaram na realização deste trabalho.

RESUMO

Este trabalho tem como objetivo o estudo e o desenvolvimento de um transdutor magnético de posição, cujo princípio de funcionamento é baseado na relação entre a distribuição do fluxo magnético em sua estrutura, provido por uma fonte de fluxo magnético constante, c.c. ou c.a., e a posição linear da parte móvel do transdutor ao longo de sua direção de deslocamento ou excursão. O transdutor pode ter entreferros de medição para medir a indução magnética nas culatras laterais, com fluxo magnético de excitação constante, c.c. ou c.a., ou não ter entreferros de medição, caso em que apenas fluxo magnético de excitação c.a. é empregado. Em ambos os casos, com fluxo magnético de excitação c.a., bobinas exploradoras foram usadas para medir o fluxo magnético estabelecido nas culatras de acordo com a posição da parte móvel do transdutor. Para o primeiro caso foi desenvolvido um protótipo no qual o material das culatras é aço maciço. Para o segundo foram desenvolvidos dois protótipos, um com barra de aço maciça, e o outro com núcleo de lâminas de Fe-Si. Além de se desenvolver uma modelagem analítica para estudar o transdutor, empregou-se, como ferramenta auxiliar de simulação, uma modelagem eletromagnética por elementos finitos. Os resultados teóricos, simulados e experimentais são esclarecedores e demonstram que o transdutor confeccionado com lâminas de Fe-Si e excitação através de fluxo magnético c.a. apresenta uma saída linear. É demonstrado também que a metodologia proposta e utilizada na modelagem e na concepção do transdutor são adequadas e indicam o domínio da teoria e da tecnologia propostas. As configurações sugeridas são extensivamente analisadas por este trabalho. No caso do transdutor com fluxo magnético c.a. proposto e resultante desse estudo, sua topologia pode ser considerada inovadora, não sofrendo um efeito de histerese no seu sinal de saída devido à histerese magnética de suas culatras ferromagnéticas como acontece no transdutor com fluxo magnético c.c.. Isso, entre outras razões, ensejou o depósito de sua patente. Adicionalmente, é robusto, de fácil confecção, com enrolamentos que não requerem uma montagem de precisão como em outros transdutores eletromagnéticos de posição, e de baixo custo.

Palavras-chaves: Transdutor de Posição, Transdutor magnético, Transdutor eletromagnético, Transdutor eletromagnético de posição.

ABSTRACT

The aim of this work is to study and develop a magnetic position transducer based on the distribution of magnetic flux, supplied by a dc or an ac magnetic flux source, throughout its structure that depends on the linear displacement of its movable part along its excursion. Magnetic flux density correlated to position of the magnetic flux source can be measured in air gaps located at the lateral yokes of the transducer either in the dc or in the ac mode. Another version does not employ those air gaps for the measurement of ac magnetic flux, but it uses search coils instead. For the first case, the ferromagnetic structure of the transducer is made of solid steel bars. In the second case, two prototypes were built: one made of solid steel bars and another with Si-Fe laminations. In order to analyse the transducer, an analytical model was developed, and a finite element package model for electromagnetic analysis was employed as an auxiliary simulation tool. Theoretical, numerical and experimental results are clarifying, and demonstrate that the transducer with ac magnetic flux presents a linear output signal. It is shown that the methodologies proposed and employed for modelling and designing the transducer were adequate and indicate the proper knowledge about the construction of such kind of transducer. The topologies proposed are extensively analysed. The transducer with ac magnetic flux proposed is innovative, and its output signal is not affected by the magnetic hysteresis of its ferromagnetic yokes. That, among other reasons, justified its patent filing. Furthermore, it is robust, easy to manufacture, with windings that do not require a high precision assembly as demanded by other electromagnetic position transducer, and presents a low manufacturing cost.

Keywords: Position Transducer, Magnetic Transducer, Coil Transducer, Coil Position Transducer.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	17
1.1	O ESTADO DA ARTE - AS DIFERENTES CONFIGURAÇÕES DE SENSORES MAGNÉTICOS	18
1.1.1	SENSORES COM RESPOSTA SENOIDAL	19
1.1.2	SENSORES COM RESPOSTA LINEAR	21
1.1.2.1	Linearização de Sensores	21
1.1.2.2	Sensores com Saídas Naturalmente Lineares	22
1.2	PRINCÍPIO DE FUNCIONAMENTO DO TRANSDUTOR PROPOSTO	27
1.2.1	TRANSDUTOR COM ENTREFERRO DE MEDIÇÃO	30
1.2.1.1	Transdutor com Fluxo Magnético de Excitação C.C.	30
1.2.1.2	Transdutor com Fluxo Magnético de Excitação C.A.	34
1.2.2	TRANSDUTOR SEM ENTREFERRO DE MEDIÇÃO	34
2	MODELAMENTO E ANÁLISE	36
2.1	MODELAMENTO TEÓRICO DO TRANSDUTOR COM ENTREFERROS	36
2.1.1	ANÁLISE DA DISTRIBUIÇÃO DO FLUXO MAGNÉTICO NO TRANSDUTOR COM ENTREFERRO DE MEDIÇÃO	40
2.2	MODELAMENTO TEÓRICO DO TRANSDUTOR SEM ENTREFERROS	49
2.2.1	ANÁLISE DA DISTRIBUIÇÃO DO FLUXO MAGNÉTICO C.A. NO TRANSDUTOR SEM ENTREFERRO DE MEDIÇÃO	50
2.3	ANÁLISE DA SENSIBILIDADE	57
2.3.1	ANÁLISE DAS DERIVADAS PARCIAIS	57
2.4	CRITÉRIOS DE PROJETO E DIMENSIONAMENTO	64
2.4.1	MODELO TEÓRICO APROXIMADO	64
2.4.1.1	Transdutor com Entreferro de Medição e Ímã Permanente	64
2.4.2	MODELO TEÓRICO COMPLETO	69
2.4.2.1	Transdutor com Entreferro de Medição e Ímã Permanente	69
2.4.2.2	Transdutor com Entreferro de Medição e Eletroímã com Fluxos Magnéticos C.C. ou C.A.	72
2.4.2.3	Transdutor sem Entreferro de Medição e Eletroímã com Fluxo Magnético C.A.	73
2.4.3	OUTROS CRITÉRIOS	74
3	PROJETO	76
3.1	TRANSDUTOR COM ENTREFERRO DE MEDIÇÃO	76
3.1.1	TRANSDUTOR COM ÍMÃ PERMANENTE	76
3.1.1.1	Critério de Dimensionamento	76
3.1.1.2	Resultados Teóricos	79
3.1.2	TRANSDUTOR COM FLUXO MAGNÉTICO C.A.	82
3.2	TRANSDUTOR SEM ENTREFERRO DE MEDIÇÃO	86
3.2.1	TRANSDUTOR SEM ENTREFERRO DE MEDIÇÃO	86

3.2.2	TRANSDUTOR COM LÂMINAS DE AÇO.....	92
3.2.2.1	Resultados Teóricos com o Transdutor Laminado e Fluxo Magnético C.A.	96
4	MODELAMENTO POR ELEMENTOS FINITOS	100
4.1	INTRODUÇÃO AO MÉTODO	100
4.2	CONSIDERAÇÕES INICIAIS	100
4.3	IMPLEMENTAÇÃO DO MEF PARA OBTER A SOLUÇÃO.....	103
4.3.1.	PRÉ-PROCESSAMENTO	103
4.3.2	RESOLUÇÃO	108
4.3.3	PÓS-PROCESSAMENTO.....	109
4.4	CÁLCULO DE DENSIDADE DE FLUXO MAGNÉTICO	109
4.5	RESULTADO DAS SIMULAÇÕES	112
4.5.1	TRANSDUTOR SEM ENTREFERRO DE MEDIÇÃO COM LÂMINAS DE AÇO	112
5	RESULTADOS EXPERIMENTAIS E COMPARAÇÃO	118
5.1	TRANSDUTOR COM ENTREFERRO.....	118
5.1.1	TRANSDUTOR COM ENTREFERRO E ÍMÃ PERMANENTE.....	118
5.1.1.1	Resultados Obtidos com o Transdutor	119
5.1.2	TRANSDUTOR COM FLUXO MAGNÉTICO C.A.	121
5.2	TRANSDUTOR SEM ENTREFERRO DE MEDIÇÃO	129
5.2.1	TRANSDUTOR COM BARRA DE AÇO	129
5.2.1.1	Resultados Obtidos com o Transdutor e Fluxo Magnético C.A...	133
5.2.2	TRANSDUTOR COM LÂMINAS DE AÇO.....	141
5.2.2.1	Resultados Obtidos com o Transdutor Laminado e Fluxo Magnético C.A.	142
6	CONCLUSÕES	148
7	RECOMENDAÇÕES	151
	REFERÊNCIAS	152
	ANEXO 1 - CASO ESTÁTICO.....	155
	ANEXO 2 - CASO DINÂMICO.....	158
	ANEXO 3 - TESTE DE SENSIBILIDADE DA MALHA DE ELEMENTOS FINITOS DO MODELO DO TRANSDUTOR DE NÚCLEO LAMINADO	162
	ANEXO 4 - CÁLCULOS DO PARÂMETROS DO TRANSDUTOR DE FE-SI	163

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1. Sensor magnético de deslocamento angular com ímã permanente e resposta senoidal [12]	19
Figura 2. Sensor de posição [27]	20
Figura 3. Micro-sensor magnético da CROUZET [13] [14]	20
Figura 4. Transdutor magnético da PHILIPS [15]. O campo criado por um ímã permanente é medido por duas magneto-resistências	21
Figura 5. Geometria e resposta de um sensor de LEMARQUAND [12]; a) Vista do sensor; b) Gráfico dos valores da $B_{1,2}$ com relação à rotação do ímã permanente.	22
Figura 6. Geometria do sensor MMT [17]	23
Figura 7. Geometria do sensor de MIDORI [16].....	24
Figura 8. Este sensor de deslocamento de relutância variável muda a indutância no interior da bobina em resposta a um deslocamento do núcleo.....	24
Figura 9. Circuito básico de um transdutor LVDT que tem um núcleo móvel e três bobinas [36].....	25
Figura 10. Sinal de saída do LVDT [36]	26
Figura 11. Direções principais do fluxo magnético produzido por ímãs permanentes através do volume do motor linear	27
Figura 12. Vista geral do transdutor proposto	28
Figura 13. Modelo tridimensional do transdutor magnético linear proposto com entreferro de medição.....	31
Figura 14. Vista explodida do transdutor com entreferro de medição	31
Figura 15. Exemplos de carros e disposições dos ímãs permanentes e eletroímãs	32
Figura 16. Modelo gráfico tridimensional do primeiro protótipo proposto	33
Figura 17. Vista frontal de um transdutor de entreferro de medição com um eletroímã como fonte de fluxo magnético c.a.	34
Figura 18. Vista frontal do transdutor com fluxo magnético c.a. e sem entreferros de medição	35
Figura 19. Desenho do transdutor com a distribuição do fluxo magnético.....	37
Figura 20. Modelo de relutâncias distribuídas	38
Figura 21. Modelo de relutâncias levando em conta a simetria do transdutor	40
Figura 22. Modelo reduzido da Fig. 21	41
Figura 23. Modelo de relutâncias reduzidas final do transdutor com entreferro de medição ..	42
Figura 24. Parâmetros construtivos do transdutor com entreferro de medição; (a) Vista frontal; (b) vista lateral.....	44
Figura 25. Vista frontal de um transdutor sem entreferro de medição	49
Figura 26. Modelo de relutâncias distribuídas sem entreferro de medição	49
Figura 27. Simplificação do modelo de relutâncias da Fig. 26	50
Figura 28. Modelo reduzido da Fig. 27	51
Figura 29. Vista frontal do transdutor sem entreferro e seus parâmetros construtivos	52

Figura 30. Vista frontal do transdutor	64
Figura 31. Modelo de relutâncias simplificado	65
Figura 32. Simplificação do circuito da Fig. 31	66
Figura 33. Circuito equivalente da Fig. 32	67
Figura 34. Análogo elétrico das Fig. 32 e 33 com as relutâncias ferromagnéticas	70
Figura 35. Curva BH do ímã permanente de NdFeB e a reta de carga que intercepta o ponto de máximo produto energético do ímã permanente.....	77
Figura 36. Vistas com as cotas das culatras do transdutor, em mm	78
Figura 37. Foto do primeiro protótipo com ímã permanente, junto o eletroímã utilizado para gerar fluxo magnético c.c. ou c.a.....	78
Figura 38. Gráfico da indução teórica nos entreferros de medição considerando uma permeabilidade equivalente efetiva de $36\mu_0$	81
Figura 39. Gráfico do sinal de saída teórico do transdutor com entreferro de medição considerando uma permeabilidade equivalente efetiva de $36\mu_0$	82
Figura 40. Foto do transdutor com e eletroímã e as bobinas exploradoras nas culatras laterais e na parte inferior do núcleo do eletroímã.....	83
Figura 41. Gráfico teórico do transdutor com entreferro de medição com fluxo magnético c.a. e permeabilidade equivalente efetiva de $23\mu_0$	84
Figura 42 Gráfico teórico do sinal de saída do transdutor com entreferro de medição com fluxo magnético c.a. e permeabilidade equivalente efetiva de $23\mu_0$	85
Figura 43. Vistas do transdutor, dimensões em mm	87
Figura 44. Vistas do núcleo do eletroímã, dimensões em mm	87
Figura 45. Foto do transdutor sem entreferro confeccionado em barra de aço	88
Figura 46. Gráfico teórico da tensão induzida na bobina exploratória 1, Fig 44, para cinco frequências diferentes	91
Figura 47. Gráfico teórico da tensão induzida na bobina exploratória 2, Fig 44, para cinco frequências diferentes	91
Figura 48. Gráfico teórico do sinal de saída, Eq. 2.74, para cinco frequências diferentes.....	92
Figura 49. Vista frontal da primeira camada, dimensões em mm	93
Figura 50. Vista frontal da segunda camada	93
Figura 51. Vista frontal das duas primeira camadas sobrepostas, dimensões em mm.....	94
Figura 52. Vistas do carro do transdutor, dimensões em mm	94
Figura 53. Foto do transdutor de lâminas de Fe-Si onde podemos ver as bobinas exploradoras no núcleo	95
Figura 54. Gráfico teórico da tensão induzida nas bobinas de medição do transdutor com lâminas de Fe-Si	99
Figura 55. Gráfico teórico do sinal de saída do transdutor com lâminas de Fe-Si.....	99
Figura 56. Elemento finito 3d.....	101
Figura 57. Estratégia de uso do MEF	103
Figura 58. Plano base completo do modelo.....	105
Figura 59. Vista aumentada de parte do modelo (corte da régua magnética)	105
Figura 60. Perspectiva do modelo extrudado	106
Figura 61. Vista extrudada do transdutor apenas com as regiões ferromagnéticas.....	108
Figura 62. Perspectiva do modelo onde pode se ver o módulo de B ao longo da culatra	110
Figura 63. Módulo de B no dispositivo sem as bobinas, $x = 11,75$ cm.....	111
Figura 64. Módulo de B em Tesla sem a região do carro, $x = 11,75$ cm.....	113
Figura 65. Módulo de B em Tesla sem a região do carro, $x = 9,35$ cm.....	113
Figura 66. Módulo de B em Tesla sem a região do carro, $x = 6,95$ cm.....	114
Figura 67. Módulo de B em Tesla sem a região do carro, $x = 4,55$ cm.....	114

Figura 68. Módulo de B em Tesla sem a região do carro, $x = 2,15$ cm.....	115
Figura 69. Resultados da simulação da tensão induzida nas bobinas exploradoras.....	115
Figura 70. Sinal de saída, Eq. 2.74, levando em conta os resultados simulados nas bobinas exploradoras.....	116
Figura 71. Esquema do primeiro experimento.....	118
Figura 72. Gráfico dos pontos experimentais e teóricos do transdutor com um ímã permanente de NdFeB movendo-se do centro do transdutor para a esquerda.....	119
Figura 73. Gráfico dos pontos experimentais e teóricos do transdutor com um ímã permanente de NdFeB movendo-se da esquerda para direita e voltando para esquerda.....	120
Figura 74. Diagrama esquemático da experiência.....	121
Figura 75. Foto da montagem da experiência do transdutor com entreferro de medição e fluxo magnético c.a.....	122
Figura 76. Foto da montagem com os instrumentos utilizados na experiência do transdutor com entreferro de medição e fluxo magnético c.a.....	122
Figura 77. Valores médios de subida e descida da tensão induzida nas bobinas V_1 e V_2 para frequência de 60 Hz.....	123
Figura 78. Valores médios de subida e descida do sinal de saída para frequência de 60 Hz.....	124
Figura 79. Média dos valores de subida e descida da tensão induzida nas bobina V_1 e V_2 para frequência de 60 Hz.....	125
Figura 80. Média dos valores de subida e descida do sinal de saída para frequência de 60 Hz.....	126
Figura 81. Comparação entre os valores teóricos e medidos nas bobinas exploradoras para frequência de 60 Hz.....	127
Figura 82. Comparação entre os valores teóricos e medidos do sinal de saída, Eq. 2.74, para frequência de 60 Hz.....	127
Figura 83. Diagrama esquemático da experiência.....	129
Figura 84. Foto da montagem da experiência do transdutor sem entreferro de medição com barra de aço.....	130
Figura 85. Foto da experiência mostrando os instrumentos ligados ao transdutor sem entreferro de medição com barra de aço.....	131
Figura 86. Gráfico com os valores de tensão na bobina de medição V_1 para diversos valores de frequência mantendo o fluxo magnético de excitação constante.....	133
Figura 87. Gráfico com os valores de tensão na bobina de medição V_2 para diversos valores de frequência mantendo o fluxo magnético de excitação constante.....	134
Figura 88. Gráfico com os valores do sinal de saída do transdutor para diversos valores de frequência mantendo o fluxo magnético de excitação constante.....	134
Figura 89. Gráfico comparativo da tensão nas bobinas exploradoras para frequência de 45 Hz.....	135
Figura 90. Gráfico comparativo da tensão nas bobinas exploradoras para frequência de 60 Hz.....	135
Figura 91. Gráfico comparativo da tensão nas bobinas exploradoras para frequência de 80 Hz.....	136
Figura 92. Gráfico comparativo da tensão nas bobinas exploradoras para frequência de 100 Hz.....	136
Figura 93. Gráfico comparativo da tensão nas bobinas exploradoras para frequência de 120 Hz.....	137
Figura 94. Gráfico comparativo do sinal de saída do transdutor para frequência de 45 Hz...	137
Figura 95. Gráfico comparativo do sinal de saída do transdutor para frequência de 60 Hz...	138
Figura 96. Gráfico comparativo do sinal de saída do transdutor para frequência de 80 Hz...	138
Figura 97. Gráfico comparativo do sinal de saída do transdutor para frequência de 100 Hz.	139

Figura 98. Gráfico comparativo do sinal de saída do transdutor para frequência de 120 Hz.	139
Figura 99. Vista da experiência do transdutor com lâminas de Fe-Si	141
Figura 100. Gráfico com os valores médios de subida e descida de V_1 e V_2 para frequência de 60 Hz	142
Figura 101. Gráfico com os valores médios de subida e descida de $S(x)$	143
Figura 102. Gráfico com a média dos valores de subida e descida de V_1 e V_2	143
Figura 103. Gráfico com a média dos valores de subida e descida de $S(x)$	144
Figura 104. Comparação entre os valores experimentais, teóricos e simulados de $V_1(x)$	145
Figura 105. Comparação entre os valores experimentais, teóricos e simulados de $V_2(x)$	146
Figura 106. Comparação entre os valores experimentais, teóricos e simulados de $S(x)$	146
Figura A1. Representação do transdutor com fluxo magnético c.a. para o caso estático.....	155
Figura A2. Representação do transdutor com fluxo c.a. magnético para o caso dinâmico....	158

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 Derivadas parciais das relutâncias distribuídas em relação aos parâmetros do transdutor.....	62
Tabela 1 Continuação	63
Tabela 2 Critérios para escolha dos parâmetros construtivos do transdutor	76
Tabela 3 Valores medidos do módulo de B nos entreferros na posição simétrica	79
Tabela 4 Valores medidos da tensão induzida, na posição simétrica, nas culatras laterais e no eletroímã.....	83
Tabela 5 Escolha dos critérios de projeto do transdutor em barra e sem entreferro de medição	86
Tabela 6 Valores experimentais para obter a permeabilidade equivalente efetiva para cinco valores de frequência diferentes mantendo o fluxo magnético constante no eletroímã ...	89
Tabela 7 Parâmetros construtivos do transdutor tirados das Fig 51 e 52	95
Tabela 8 Número de espiras nas bobinas do transdutor e a frequência de operação.....	96
Tabela 9 Valor da tensão induzida no núcleo do eletroímã em duas bobinas exploradoras distintas.....	97
Tabela 10 Comparação entre os resultados simulados e medidos para a corrente no eletroímã e a tensão induzida nas bobinas.....	116
Tabela 11 Valores medidos das grandezas físicas no eletroímã para as cinco frequências utilizadas.....	132
Tabela 12 Parâmetros do transdutor com lâminas de Fe-Si	144

LISTA DE SÍMBOLOS

B_i	Indução magnética no entreferro i	[Wb/m ² ou T]
B_m	Indução magnética do ímã permanente	[Wb/m ² ou T]
B_1	Densidade de fluxo magnético no entreferro 1	[T]
B_2	Densidade de fluxo magnético no entreferro 2	[T]
d	Refere-se à dispersão	
D	Refere-se à direita do ímã permanente	
e	Refere-se a entreferro entre culatra e ímã permanente	
E_m	Tensão externa aplicada a um eletroímã	[V]
E	Refere-se à esquerda do ímã permanente	
f	Frequência	[Hz]
g	Refere-se a entreferro de medição	
H_m	Campo magnético criado pelo ímã permanente	[Ae/m]
H	Intensidade de campo magnético	[Ae/m]
H	Refere-se à culatra ferromagnética horizontal quando usado como índice	
I	Corrente elétrica	[A]
I	Refere-se às peças que estão na parte inferior quando usado como índice	
I	Corrente na bobina	[A]
J	Densidade de corrente	[A/m ²]
l	Comprimento do caminho magnético	[m ou mm]
L_0	Indutância do sistema	[Henry]
l_e	Comprimento do entreferro entre o afastador e a culatra	[m ou mm]
l_{gD}	Altura do entreferro entre duas culatras à direita do ímã permanente	[m ou mm]
l_{gE}	Altura do entreferro entre duas culatras à esquerda do ímã permanente	[m ou mm]
l_m	Comprimento axial do ímã permanente ou da bobina	[m ou mm]
M_{0j}	Indutância Mútua da bobina j e o sistema	[Henry]
N_1	Número de espiras da bobina 1	
N_2	Número de espiras da bobina 2	
N_m	Número de espiras do eletroímã	
N	Número de espiras	
N	Número total de espiras na bobina	
NI	Força magneto-motriz da bobina	[Ae]
S_e	Seção do afastador	[m ² ou mm ²]
S_{gD}	Seção do entreferro à direita do ímã permanente	[m ² ou mm ²]
S_{gE}	Seção do entreferro à esquerda do ímã permanente	[m ² ou mm ²]
S_i	Seção transversal do entreferro i	[m ² ou mm ²]

S	Seção transversal do caminho magnético	$[m^2 \text{ ou } mm^2]$
S	Refere-se às peças que estão na parte superior quando usado como índice	
S_m	Seção da superfície polar do ímã permanente e igual a S_e que é a seção dos afastadores	$[m^2 \text{ ou } mm^2]$
$S(x)$	Sinal de saída diferencial	
v	Velocidade de deslocamento do carro	$[m/s]$
V_1	Tensão eficaz induzida na bobina 1	$[V]$
V_2	Tensão eficaz induzida na bobina 2	$[V]$
V_m	Tensão eficaz senoidal aplicada no eletroímã	$[V]$
V	Refere-se à culatra ferromagnética vertical quando usado como índice	
z	Espessura do transdutor	$[m \text{ ou } mm]$
μ_0	Permeabilidade do vácuo	$[Wb/(A \cdot m)]$
$\mu_{Eq \text{ ef}}$	Permeabilidade equivalente efetiva	$[Wb/(A \cdot m)]$
ϕ	Fluxo magnético	$[Wb]$
ϕ_1	Fluxo magnético efetivo que passa por \mathcal{R}_{gE}	$[Wb]$
ϕ_2	Fluxo magnético efetivo que passa por \mathcal{R}_{gD}	$[Wb]$
ϕ_{dD}	Fluxo magnético de dispersão efetivo entre as culatras superior e inferior à direita do ímã permanente	$[Wb]$
ϕ_{dE}	Fluxo magnético de dispersão efetivo entre as culatras superior e inferior à esquerda do ímã permanente	$[Wb]$
ϕ_1^*	Fluxo magnético total à esquerda	$[Wb]$
ϕ_2^*	Fluxo magnético total à direita	$[Wb]$
ϕ_e	Fluxo magnético efetivo que entre nas culatras	$[Wb]$
ϕ_e	Fluxo magnético do ímã permanente que alcança a porção ferromagnética do outro lado do entreferro	$[Wb]$
ϕ_l	Fluxo magnético disperso entre o ímã permanente e a armadura	$[Wb]$
ϕ_i	Fluxo magnético através da área S_i	$[Wb]$
ϕ_m	Fluxo magnético produzido pelo ímã permanente	$[Wb]$
Ψ	Potencial escalar	$[A \cdot m]$
\mathcal{F}_m	Força magneto-motriz do ímã permanente	$[A \cdot e]$
\mathcal{F}	Força magneto-motriz	$[A \cdot e]$
\mathcal{R}	Relutância magnética	$[Ae/Wb \text{ ou } 1/Henry]$
\mathcal{R}_e	Relutância total entre os afastadores e a culatra	$[Ae/Wb \text{ ou } 1/Henry]$
\mathcal{R}^*	A parte da relutância ferromagnética que está entre a relutância de dispersão e o ímã permanente	$[Ae/Wb \text{ ou } 1/Henry]$
\mathcal{R}_{gD}	Relutância entre as duas culatras à direita do ímã permanente	$[Ae/Wb \text{ ou } 1/Henry]$
\mathcal{R}_{gE}	Relutância entre as duas culatras à esquerda do ímã permanente	$[Ae/Wb \text{ ou } 1/Henry]$
\mathcal{R}_{el}	Relutância inferior entre os afastadores e a culatra	$[Ae/Wb \text{ ou } 1/Henry]$

\mathcal{R}_{eS}	Relutância superior entre os afastadores e a culatra	[Ae/Wb ou 1/Henry]
$-H_m l_m$	Força magneto-motriz do ímã permanente	[Ae]

1 INTRODUÇÃO

Muitas tecnologias podem ser aplicadas em sensores elétricos de posição. Uma alternativa simples e barata é um potenciômetro resistivo, mas tem a desvantagem de se ter um contato deslizante em um condutor fixo, o que causa ruídos e acelera o envelhecimento do sensor. Para uma boa exatidão e um longo tempo de vida pode-se optar por sensores sem contato.

Este trabalho se propõe a apresentar, analisar, desenvolver e testar um tipo de transdutor magnético de posição, que se baseia no princípio da divisão do fluxo magnético c.c. ou c.a., sem contato entre a parte móvel (carro) e a parte fixa (culatra).

O transdutor pode ser de dois tipos:

- com entreferro de medição, podendo neste caso o fluxo magnético de excitação ser c.c. ou c.a.;
- sem entreferro de medição e com fluxo magnético de excitação c.a.

Através deste trabalho, realizado inteiramente no Laboratório de Máquinas Elétricas, Acionamentos e Energia , LMEAE, da UFRGS, foram estudadas três topologias para o transdutor, tendo como objetivo analisar o desempenho de cada uma delas.

O primeiro transdutor desenvolvido tem entreferro de medição e fluxo magnético c.c., sendo o material das suas culatras constituídas de aço carbono maciço. Neste transdutor vimos o aparecimento da histerese no sinal de saída devido à alta força coercitiva do material empregado. Este problema foi minimizado quando usamos fluxo magnético c.a. Apesar do sinal de saída não ser linear, ele era repetitivo, evidenciando um menor efeito da histerese magnética sobre o sinal de saída.

O segundo transdutor desenvolvido foi o transdutor sem entreferro de medição e fluxo magnético c.a. sendo o material ferro magnético da culatra também de aço carbono. Neste caso o sinal de saída foi similar ao primeiro transdutor com fluxo magnético c.a.

O terceiro foi também um transdutor sem entreferro de medição e fluxo magnético c.a., porém o material ferromagnético da culatra utilizado são lâminas de Fe-Si de grão orientado de alta permeabilidade ferromagnética. O sinal de saída foi linear em grande parte da excursão do transdutor, apresentando característica não linear apenas no final do curso do carro, onde o efeito do fluxo disperso é intrinsecamente maior.

Este tipo de transdutor não exige que suas bobinas tenham uma montagem precisa em dimensões, forma e posicionamento para termos uma saída linear. Isso, entre outras coisas, o diferencia, por exemplo, do LVDT, onde as bobinas, para que tenha uma saída linear, requerem uma geometria e uma montagem muito precisas.

De forma a analisar o transdutor proposto, um modelo analítico baseado em rede de relutâncias foi criado. De forma a corroborar e complementar a análise em todos os seus aspectos, o transdutor também foi simulado através de seu modelo numérico construído com elementos finitos. Como resultados dessas análises, os protótipos foram montados e testados. A boa correlação entre os resultados teóricos analíticos e numéricos e os resultados experimentais indica não somente a validade do transdutor com fluxo magnético c.a. proposto, mas ratificam suas características de saída linear com uma concepção simples, robustez, estabilidade e baixo custo de construção. Uma metodologia para seu projeto é apresentada. Suas limitações são analisadas, incluindo-se aí os efeitos da velocidade e da variação de parâmetros construtivos. E uma comparação com os sensores existentes é apresentada para situar o transdutor proposto no cenário tecnológico atual, como a seguir, explicando seu princípio básico de funcionamento.

Deste desenvolvimento resultaram dois trabalhos apresentados em eventos [37][38], uma patente depositada [35] e seu certificado de adição.

1.1 O ESTADO DA ARTE - AS DIFERENTES CONFIGURAÇÕES DE SENSORES MAGNÉTICOS

Os sensores magnéticos de posição linear ou angular também são caracterizados pelo tipo de excitação magnética que usam. Basicamente há dois tipos: com ímãs permanentes e com excitação c.c. ou c.a. Isto também é definido pelo princípio físico no qual se baseiam. Alguns tipos serão apresentados de forma a ilustrar o estado da arte.

Sensores com ímãs permanentes na sua maioria funcionam dentro de um mesmo princípio: no seu circuito magnético o fluxo magnético é criado por um ou vários ímãs permanentes, e deslocamentos lineares ou angulares de uma de suas partes modificam o circuito magnético, produzindo uma variação da indução magnética em um ou mais entreferros. Essa indução é medida por um elemento de detecção de indução magnética, como, por exemplo, um sensor de efeito Hall ou magneto-resistivo.

Esses sensores podem ter dois tipos de resposta: senoidal ou linear. Exemplos desses dois tipos serão discutidos abaixo. A maior parte deles são indicados para posições angulares, mas para cada sistema rotativo existe uma versão linear.

1.1.1 SENSORES DE RESPOSTA SENOIDAL

Sensores magnéticos de deslocamento angular baseiam-se na rotação de um campo magnético. A rotação do ímã permanente e a conseqüente rotação do campo magnético no sensor, modificam a distribuição espacial desse campo. As induções magnéticas são medidas em um ou mais pontos por elementos de efeito Hall. Podemos ver este princípio ilustrado na Fig. 1 [12].

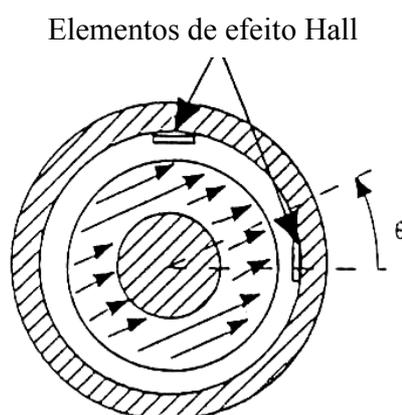


FIGURA 1 - Sensor magnético de deslocamento angular com ímã permanente e resposta senoidal [12]

O ímã permanente magnetizado diametralmente cria um campo senoidal no entreferro. Dois elementos de efeito Hall são colocados normalmente em quadratura. Quando o rotor central se move de um ângulo θ , o primeiro sensor Hall mede idealmente uma indução proporcional ao co-seno do ângulo θ e o segundo, proporcional ao seno do mesmo ângulo.

Outro sensor angular é mostrado na Fig. 2. Conforme [27], dois ímãs são montados em oposição em uma estrutura circular com um eixo em seu centro. O campo magnético é detectado por elementos de efeito Hall. Dois elementos de detecção, entre os dois ímãs, são usados para obter uma configuração redundante de saída dual. Este sensor apresenta um tempo de vida elevado e uma alta confiabilidade.

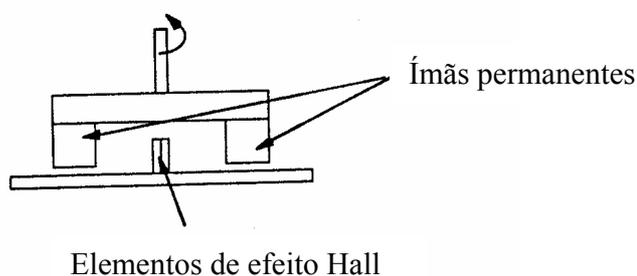


FIGURA 2 - Sensor de posição [27]

Outro tipo de sensor com resposta senoidal foi proposto por CROUZET [13] [14]. A parte da medição é totalmente feita em uma peça de silício, Fig. 3. A superfície do sensor tem elementos piezo-resistivos, que medem a deformação das partes flexíveis submetidas às forças de Laplace F . Na parte flexível há um trilho, ao redor do elemento piezo-resistivo, onde uma corrente elétrica senoidal I está circulando. Um ímã permanente, que gira 360° , colocado horizontalmente acima da peça de silício, não mostrado na Fig. 3, cria um campo magnético horizontal na superfície da peça. As forças verticais F são criadas pela interação entre as componentes radiais do campo magnético B e a corrente elétrica horizontal I . Neste sistema, para medidas magnéticas são usadas quatro peças dispostas em forma de cruz, sendo que os elementos piezo-resistivos são ligados em ponte para aumentar a sensibilidade. O ímã permanente é colocado no centro da cruz. O sinal de saída pode ser dado em função de ângulo θ .

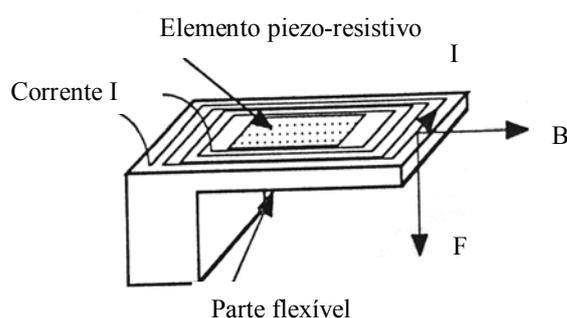


FIGURA 3 - Micro-sensor magnético de CROUZET [13] [14]

Outro projeto de sensor perpendicular foi proposto pela PHILIPS [15]. O campo magnético criado por um ímã permanente girando é medido por dois elementos magneto-resistivos, Fig. 4 . Toda a eletrônica, incluindo as magneto-resistências, está no mesmo circuito.

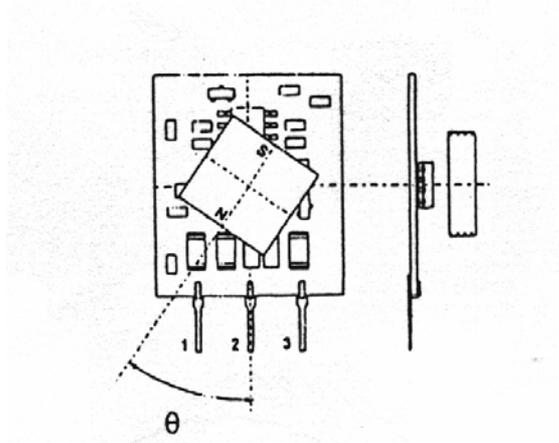


FIGURA 4 – Sensor magnético da PHILIPS [15]. O campo criado por um ímã permanente é medido por duas magneto-resistências

1.1.2 SENSORES COM RESPOSTA LINEAR

Existem pelo menos dois modos de se obter sensores magnéticos com saídas lineares. O primeiro deles é linearizando o sensor que naturalmente tem uma resposta senoidal. Então a saída linearizada é obtida pelo tratamento eletrônico, ou por otimização do perfil do pólo ou da forma do ímã permanente. O segundo modo usa uma configuração particular que naturalmente tem uma resposta linear.

1.1.2.1 Linearização de Sensores

LEMARQUAND [12] apresenta dois métodos para linearizar um sensor com saída senoidal. O primeiro método é a determinação do ângulo por tratamento eletrônico dos sinais senoidais. O sensor, Fig. 5, mostra dois sinais dos elementos Hall que são proporcionais ao cosseno e ao seno do ângulo θ . Uma comparação dos respectivos sinais e os seus valores absolutos determina o intervalo em que o ângulo está situado $(0, \pi/4)$. Dentro deste intervalo, a razão dos dois sinais é usada para determinar a tangente do ângulo. Quando a tangente é

conhecida, o ângulo é então determinado usando um algoritmo numérico. Este tratamento eletrônico é complexo (razão de dois sinais e determinação do inverso da tangente).

Outro método para obter uma lei de variação linear de uma indução normal em um entreferro é modificando a forma do ímã permanente. A nova geometria do sensor é mostrada na Fig. 5. Este sensor tem uma variação linear no intervalo $[-\pi/4, \pi/4]$. Para obter uma informação sobre uma volta inteira, o sensor usa dois elementos de efeito Hall em quadratura. Este sensor tem um tratamento eletrônico muito mais simples do que os anteriores.

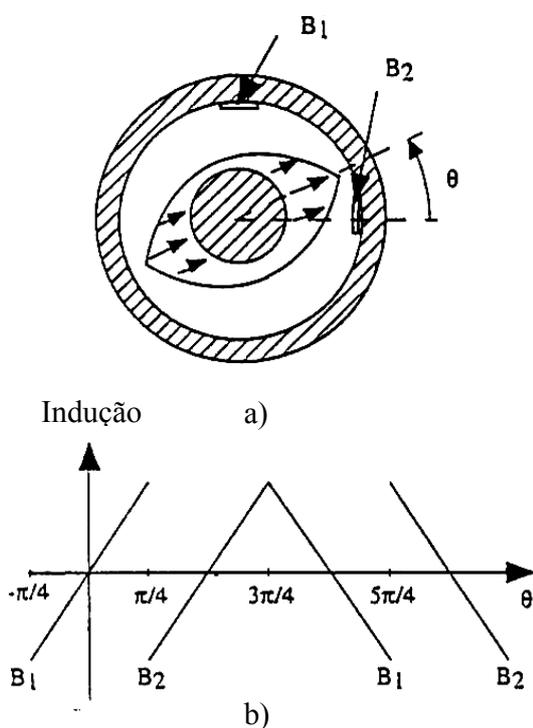


FIGURA 5 – Geometria e resposta de um sensor de LEMARQUAND [12]; a) Vista do sensor; b) Gráfico dos valores da $B_{1,2}$ com relação à rotação do ímã permanente

1.1.2.2 Sensores com Saídas Naturalmente Lineares

Dois sensores com saídas supostamente lineares podem ser apresentados: o sensor MMT [17][18][24][27][28] e o sensor MIDORI [16]. O sensor MMT emprega um ímã permanente em anel radialmente magnetizado inserido em um rotor cilíndrico de ferro. Ele resulta em um completo rotor dipolar. O estator tem duas partes iguais feitas de um material ferromagnético macio e que define os dois entreferros radiais, Fig. 6.

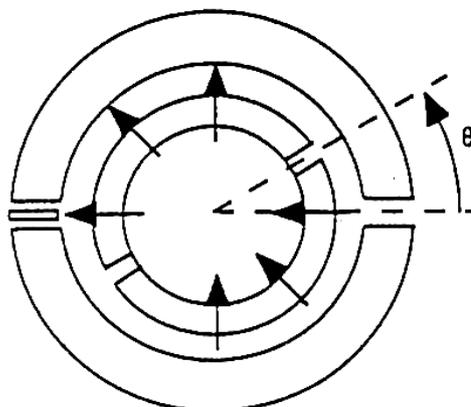


FIGURA 6 – Geometria do sensor MMT [17][18][24][27][28]

A densidade de fluxo nos entreferros apresenta uma relação com o ângulo do rotor, θ . Um elemento de efeito Hall é colocado em um dos entreferros e mede a densidade de fluxo. Quando as direções dos vetores densidade de fluxo magnético criado pelos anéis entre os dois pólos são perpendiculares ao entreferro, a densidade de fluxo no elemento de efeito Hall é máxima. Por outro lado, quando essas direções do fluxo são paralelas ao entreferro, o sinal de saída do elemento de efeito Hall é igual a zero. Este sensor seria caracterizado por ter uma saída linear sem nenhum perfil especial do pólo ou eletrônica mais complexa, mas, como veremos, tanto para ele quanto para a sua contrapartida linear, existe um efeito de histerese magnética inerente que afeta o sinal de saída e que não é analisado claramente pelos trabalhos [17][18][24][27][28] que os propõem.

A Fig. 7 mostra a geometria do sensor MIDORI [16]. Ele consiste em duas magneto-resistências, R_1 e R_2 , conectadas em série. Um ímã permanente colocado no eixo do rotor produz um fluxo magnético em uma parte das magneto-resistências que muda com a troca da posição do ângulo do rotor. A resistividade das partes dos elementos magneto-resistivos cresce quando expostas a uma indução magnética. Então, quando o ímã permanente envolve um elemento magneto-resistivo, esta resistência é máxima, enquanto a resistência do outro elemento não envolvido é mínima. A tensão no sensor de saída é proporcional à posição do ângulo do rotor e ao valor da tensão da fonte. Este sensor é caracterizado por uma saída linear, mesmo usando elementos magneto-resistivos não lineares.

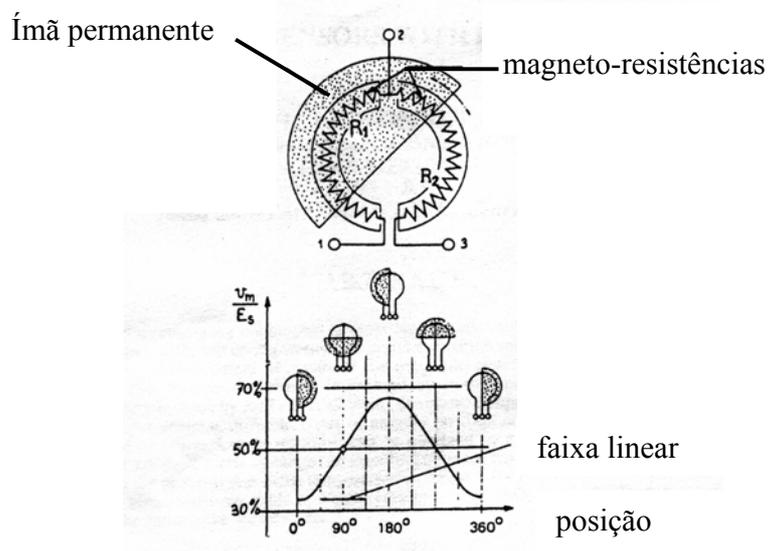


FIGURA 7 - Geometria do sensor de MIDORI [16]

Os sensores de relutância variável, Fig. 8, têm um núcleo móvel que varia o acoplamento de fluxo magnético entre duas ou mais bobinas. Tais dispositivos são aplicados em muitas circunstâncias para medida de deslocamentos angulares ou translacionais. Existem muitas configurações deste dispositivo, mas a mais comum e usada é o chamado LVDT (linear variable differential transformer).

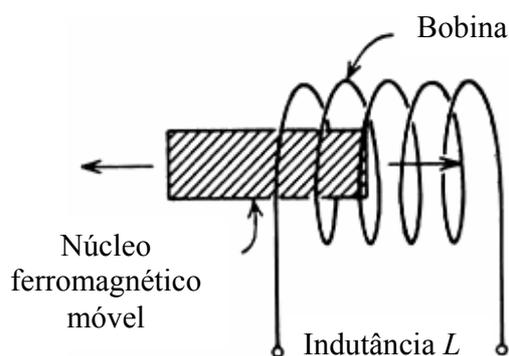


FIGURA 8 - Este sensor de deslocamento de relutância variável muda a indutância no interior da bobina em resposta a um deslocamento do núcleo

Na Fig. 9 vemos que um LVDT consiste basicamente de três bobinas enroladas em um tubo cilíndrico. Um núcleo de material ferromagnético pode deslizar livremente através do interior do tubo. Chamamos de primária a bobina colocada no centro da forma, que é excitada por uma fonte de tensão c.a. O fluxo formado pela bobina primária é concatenado com duas bobinas secundárias colocadas em cada lado da bobina primária, induzindo nestas uma tensão c.a.

Quando o núcleo está no meio do sensor, a tensão induzida em cada secundário é igual. Se o núcleo move-se de um lado para outro, uma tensão maior será induzida em uma bobina secundária e uma tensão menor na outra, devido à mudança no fluxo concatenado associado com o núcleo.

Se os dois secundários estão ligados em série e em oposição, como na Fig. 9, então as duas tensões irão se subtrair, formando uma saída diferencial. Quando o núcleo está centrado no sensor, a tensão induzida resultante é zero. Quando o núcleo move-se para um lado, a tensão induzida resultante aumentará em módulo. Existe também uma mudança na fase do sinal em relação à fonte, quando o núcleo mover-se para um lado ou para o outro.

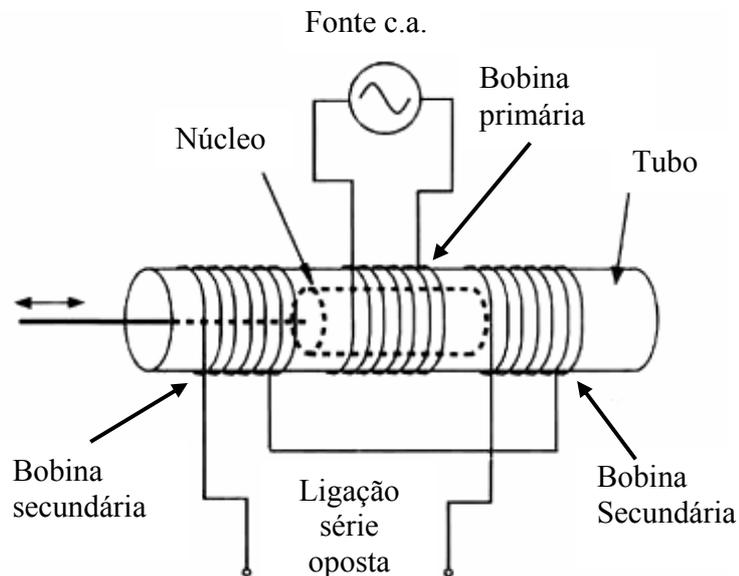


FIGURA 9 - Circuito básico de um sensor LVDT que tem um núcleo móvel e três bobinas [36]

Podemos ver na Fig 10 que o módulo da tensão diferencial aumenta linearmente quando o núcleo se move para um lado ou para o outro. Notamos ainda que existe uma mudança na fase do

sinal quando o núcleo passa pelo centro do sensor. Então, quando medimos o módulo e a fase do sinal, estamos determinando a direção e extensão que o núcleo se moveu, isto é, o deslocamento e seu sentido.

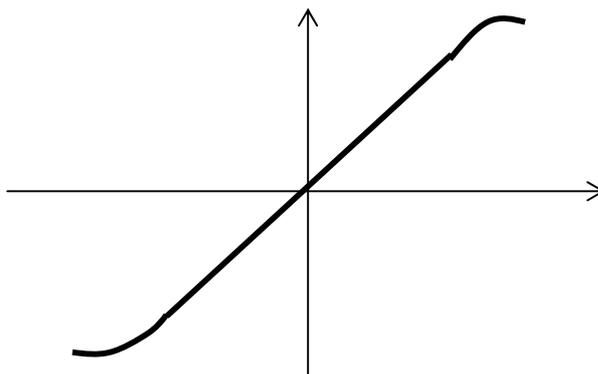


FIGURA 10 - Sinal de saída do LVDT [36]

O desempenho do LVDT depende de um dimensionamento e uma montagem precisas nas medidas, forma e posicionamento de suas partes, em particular, de suas bobinas. Além disso, sua utilização exige um espaço igual a, no mínimo, duas vezes a sua excursão máxima, devido ao deslocamento do núcleo.

1.2 PRINCÍPIO DE FUNCIONAMENTO DO TRANSDUTOR PROPOSTO

A idéia para o desenvolvimento do transdutor partiu da concepção do motor linear de FLORES FILHO [1][2][3][4][39][40][41]. Em [39] se demonstra experimentalmente o princípio que o fluxo magnético criado por ímãs permanentes colocados no meio e ao redor de culatras ferromagnéticas retangulares divide-se em dois caminhos magnéticos dependentes da posição dos ímãs permanentes ao longo do comprimento das referidas culatras, Fig. 11. Esse princípio será a base do transdutor em análise neste trabalho.

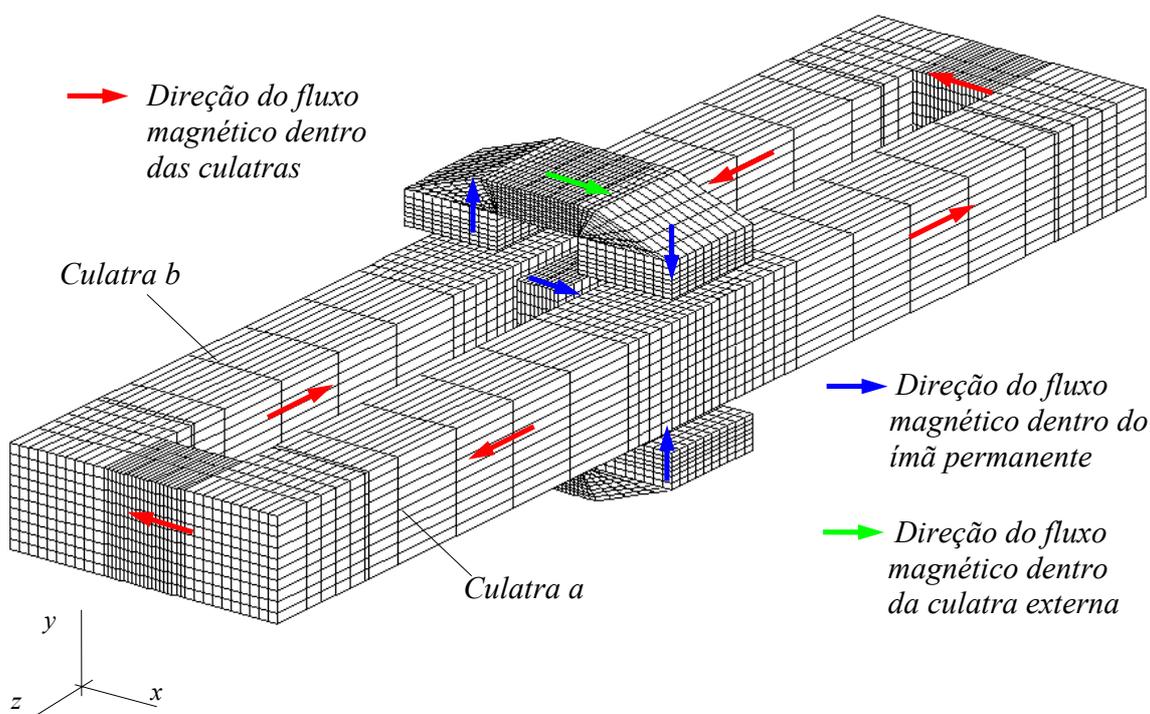


FIGURA 11 – Direções principais do fluxo magnético produzido por ímãs permanentes através do volume do motor linear [1]

O princípio de funcionamento do transdutor proposto é muito simples: o dispositivo consta de uma culatra constituída de um material ferromagnético de alta permeabilidade em forma de retângulo, Fig. 11, sendo que suas culatras horizontais são retas e de mesma seção; uma fonte de fluxo magnético colocado entre as culatras horizontais produz um fluxo magnético no circuito magnético. Quando deslocamos a fonte (carro) linearmente, o circuito magnético é modificado proporcionando uma mudança na distribuição do fluxo magnético na estrutura. Essa mudança é função da posição relativa do carro em relação às culatras laterais.

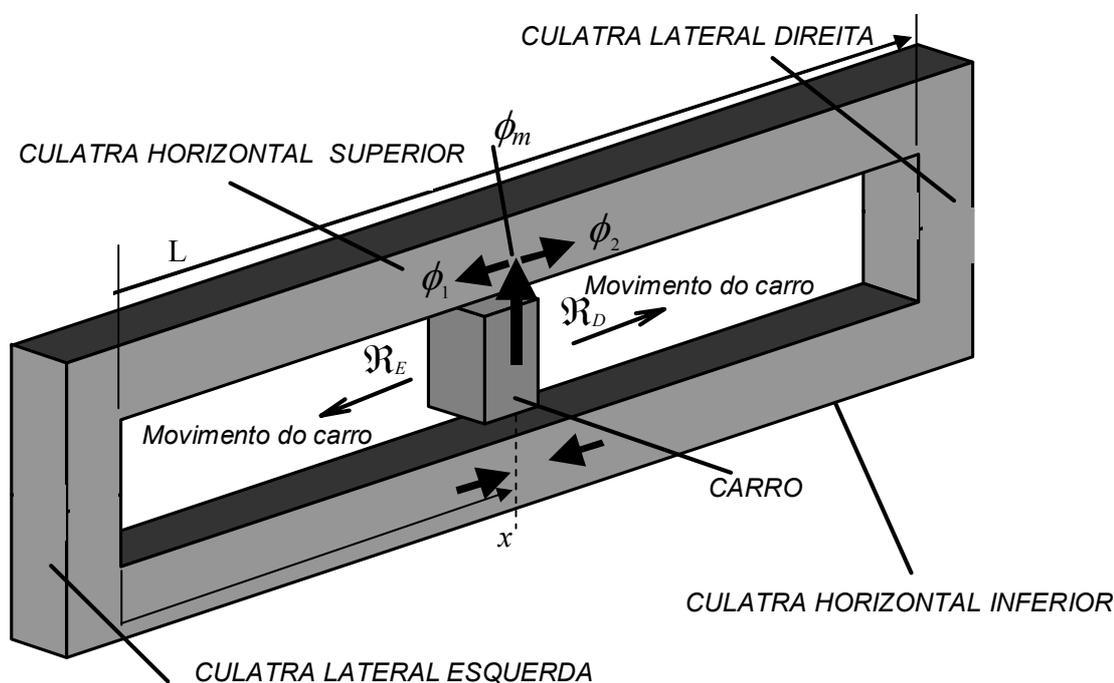


FIGURA 12 - Vista geral do transdutor proposto

O transdutor pode ser de dois tipos:

- a) Com entreferro de medição nas culatras laterais;
- b) Sem entreferro de medição.

De forma simplificada, o princípio de divisão de fluxo magnético pode ser explicado e aplicado ao transdutor proposto com base na analogia magnética do divisor de corrente em um circuito elétrico.

A partir da Fig. 12, pode-se dizer que:

$$\phi_1 = \phi_m \frac{\mathcal{R}_D}{\mathcal{R}_D + \mathcal{R}_E} \quad (1.1)$$

e

$$\phi_2 = \phi_m \frac{\mathcal{R}_E}{\mathcal{R}_D + \mathcal{R}_E} \quad (1.2)$$

onde

ϕ_m é o fluxo magnético produzido pela fonte,

ϕ_1 é o fluxo magnético que se divide à esquerda do carro,

ϕ_2 é o fluxo magnético que se divide à direita do carro,

\mathcal{R}_E é a relutância ferromagnética total à esquerda do carro e

\mathcal{R}_D é a relutância ferromagnética total à direita do carro.

De forma simples e ideal, se desprezarmos a relutância ferromagnética da culatra lateral por ser muito pequena em relação às relutâncias totais à esquerda e à direita do carro temos que:

$$\mathcal{R}_E = \frac{1}{\mu} \frac{2x}{S_{mag}} \quad (1.3)$$

e

$$\mathcal{R}_D = \frac{1}{\mu} \frac{2(L-x)}{S_{mag}} \quad (1.4)$$

onde

x é a posição do carro,

L é comprimento do transdutor,

μ é a permeabilidade ferromagnética das culatras e

S_{mag} é a seção das culatras.

Aplicando 1.3 e 1.4 em 1.1 e 1.2 temos:

$$\phi_1 = \phi_m \frac{(L-x)}{L} \quad (1.5)$$

e

$$\phi_2 = \phi_m \frac{x}{L} \quad (1.6)$$

Então se considerarmos condições ideais, isto é, permeabilidade μ constante e uniforme no circuito magnético, seção magnética S_{mag} uniforme e relutâncias que dependem da posição do carro, o fluxo magnético de excitação se divide em ϕ_1 e ϕ_2 de forma linear com a posição x .

1.2.1 TRANSDUTOR COM ENTREFERRO DE MEDIÇÃO

Este tipo de transdutor se caracteriza por ter um entreferro de medição na culatra lateral onde se pode medir tanto a indução magnética no entreferro, com um transdutor, para fluxo c.c. ou c.a., ou medir o fluxo magnético em um entreferro com bobina exploradora e fluxo c.a.

1.2.1.1 Transdutor com Fluxo Magnético de Excitação C.C.

O dispositivo, Fig. 13 e 14, consta de duas culatras feitas de um material ferromagnético de alta permeabilidade em forma de “U” (2) colocadas uma defronte a outra de forma simétrica proporcionando dois entreferros nas suas extremidades (4); o circuito magnético tem o fluxo magnético criado por um ímã permanente de Terras Raras (3) preferencialmente, ficando entre as duas culatras horizontais. Com a variação da posição do ímã permanente, é modificado o circuito magnético, proporcionando uma mudança na distribuição de fluxo do circuito magnético nos dois entreferros. Para entender melhor, o dispositivo é mostrado na Fig. 13 de forma simétrica em relação ao ímã permanente, indicando a direção dos fluxos magnéticos ϕ_m , ϕ_1 , ϕ_2 . Na Fig. 14 vemos uma vista explodida do transdutor. A mudança dos fluxos magnéticos nos entreferros é dada pela variação da relutância total à esquerda e à direita do ímã permanente.

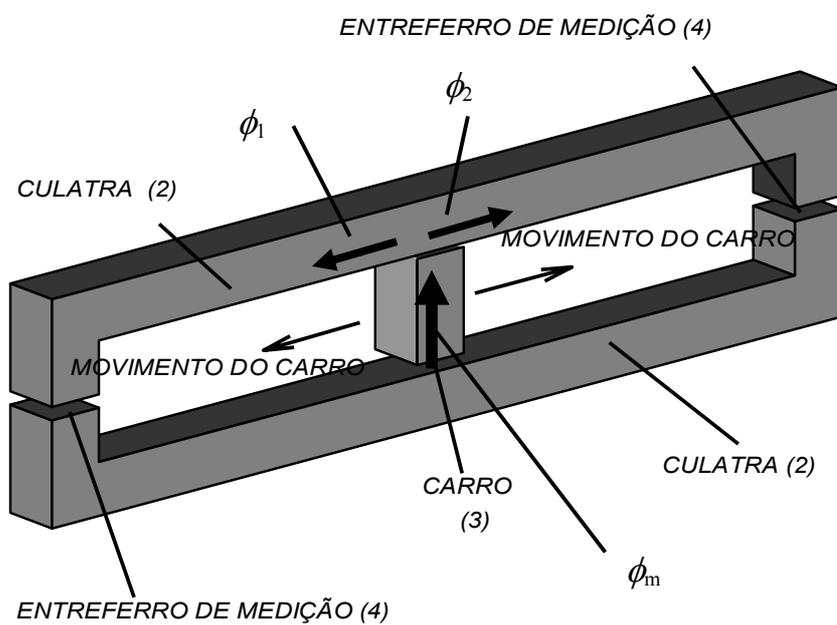


FIGURA 13 – Modelo tridimensional do transdutor magnético linear proposto com entreferro de medição

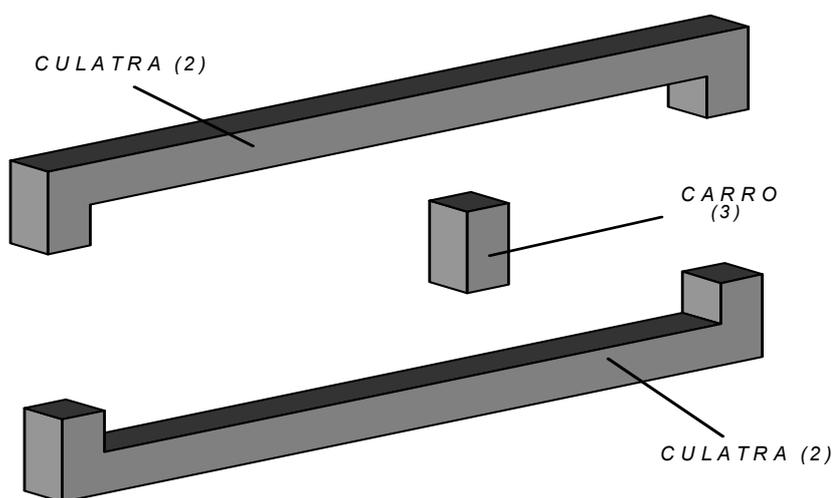


FIGURA 14 - Vista explodida do transdutor com entreferro de medição

Nas duas faces polares do ímã permanente pode ser colocado um afastador de material ferromagnético macio para diminuir o efeito de entreferro entre as superfícies internas das duas culatras. A medição da indução magnética é feita nos dois entreferros de medição por um transdutor Hall ou por magneto-resistências não mostradas no desenho. Então, com respeito ao deslocamento do ímã permanente em relação à sua posição na culatra, as induções B_1 e B_2 variam. Quando B_1 cresce, B_2 decresce e a soma de ambos é, em princípio, constante desde que o ponto de operação do ímã permanente não varie significativamente. Alternativamente, o carro pode ser ainda constituído por um eletroímã permanente com fluxo magnético c.c.

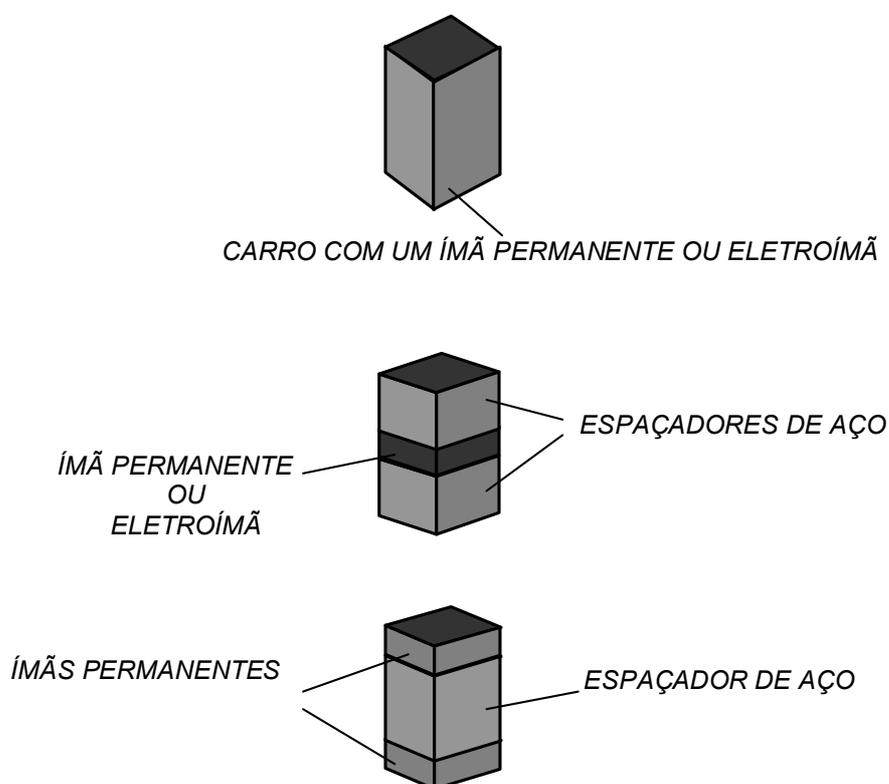


FIGURA. 15– Exemplos de carros e disposições dos ímãs permanentes e eletroímã

Usando a expressão quantitativa $S(x)$ como sinal de saída proposta por [24]

$$S(x) = \frac{B_1 - B_2}{B_1 + B_2} \quad (1.7)$$

a resposta é mais independente de flutuações como variação com a temperatura, pois, pelo fato da saída ser diferencial, uma pequena variação no fluxo total no transdutor não afetará o sinal de saída. No entanto, devido ao laço de histerese magnética do material ferromagnético empregado nas culatras, a saída de sinal será afetada, manifestando-se como uma histerese na medição de B_1 e B_2 com a posição do carro.

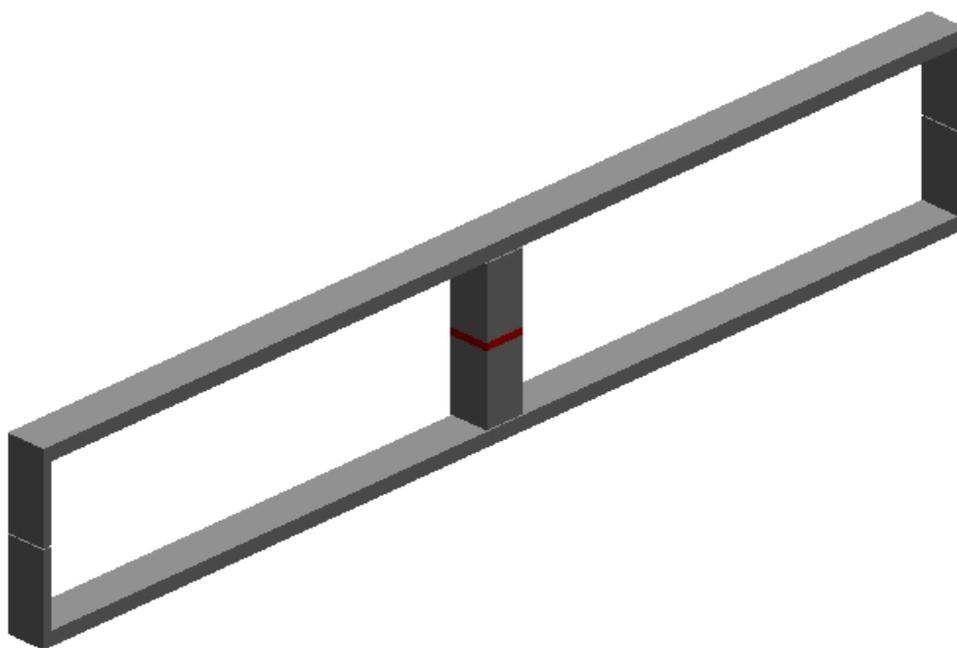


FIGURA 16 - Modelo gráfico tridimensional do primeiro protótipo proposto

1.2.1.2 Transdutor com Fluxo Magnético de Excitação C.A.

O princípio de funcionamento deste transdutor, Fig. 17, é o mesmo do caso c.c., porém a fonte de fluxo da Fig. 15 é agora um eletroímã com excitação senoidal c.a. Neste caso, além de podermos medir a indução magnética através de uma ponteira Hall, podemos medir também o fluxo magnético através de bobinas exploradoras nas culatras laterais.

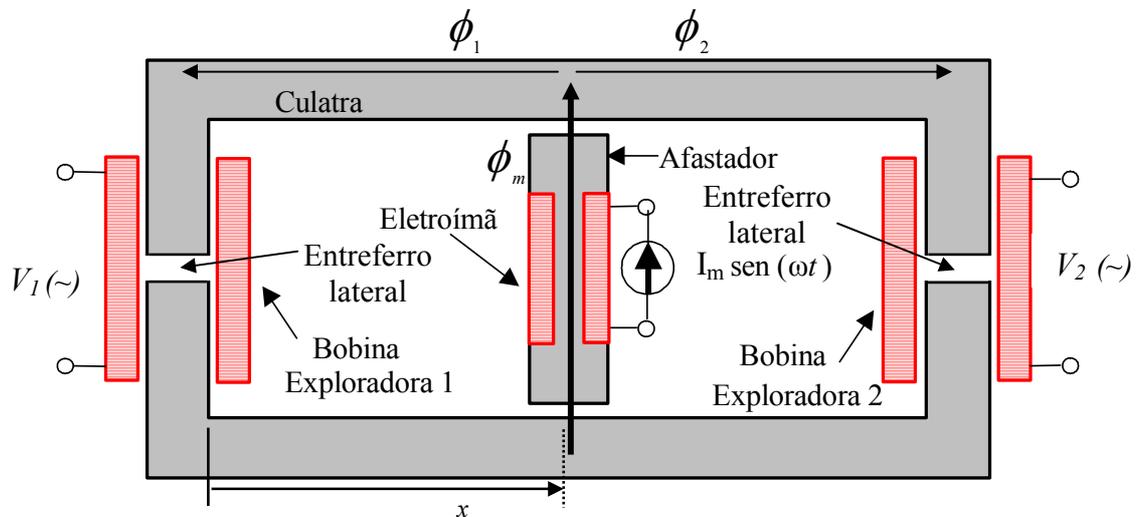


FIGURA 17 – Vista frontal de um transdutor de entreferro de medição com um eletroímã como fonte de fluxo magnético c.a.

Assim, devido à variação do fluxo magnético senoidal nas culatras laterais, são induzidas forças eletro-motrizes nas bobinas exploradoras, proporcionais a taxa de variação do fluxo que as concatena, em fase entre si e com o fluxo total criado pelo eletroímã. O princípio da divisão do fluxo magnético com o deslocamento do eletroímã é similar ao caso anterior.

1.2.2 TRANSDUTOR SEM ENTREFERROS DE MEDIÇÃO

Este tipo de transdutor tem um circuito magnético na forma retangular como na Fig. 12 e seu funcionamento baseia-se no mesmo princípio de divisão de fluxo dos anteriores, porém a fonte de fluxo só produz indução magnética c.a. e senoidal (eletroímã). Assim a medição do fluxo magnético pode ser feita através de duas bobinas exploradoras, medindo-se as tensões induzidas nestas, Fig.18. Como no caso anterior, a força eletro-motriz induzida nas bobinas exploradoras é proporcional à taxa de variação do fluxo magnético que as concatena e estão em fase entre si. O princípio da divisão do fluxo magnético com o deslocamento do eletroímã é

simular aos outros casos. Neste tipo de transdutor não há como medir a indução magnética diretamente.

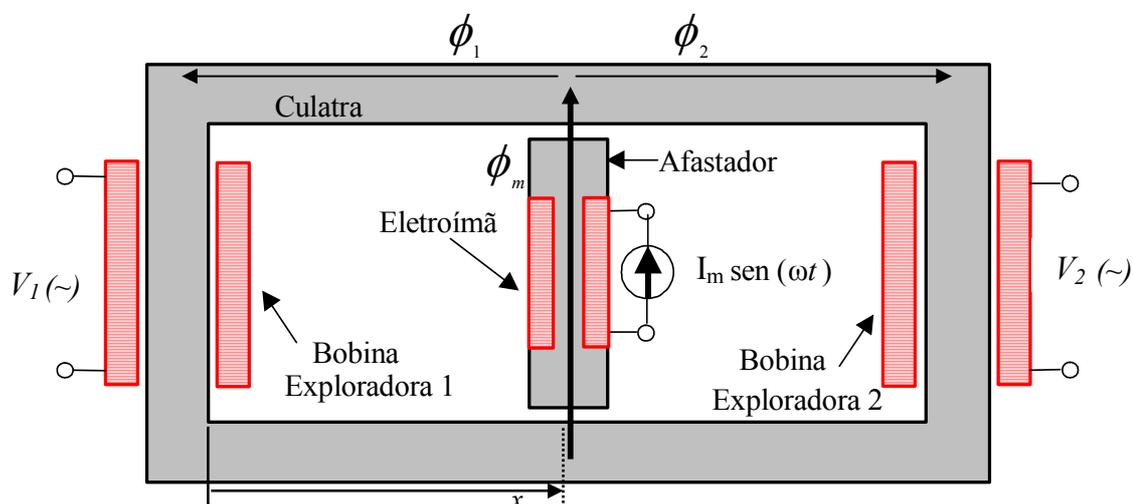


FIGURA 18 - Vista frontal do transdutor com fluxo magnético c.a. e sem entreferros de medição

O mesmo transdutor da Fig. 18 poderia ainda ser usado com uma outra configuração, na qual a excitação senoidal poderia ser aplicada em uma das bobinas nas culatras laterais, que passaria a ser o eletroímã, desde que estivesse convenientemente dimensionada. O carro seria apenas um núcleo ferromagnético, que poderia ter uma bobina exploradora ou não; neste último caso, o sinal de saída seria apenas dado pela força eletromotriz induzida na bobina exploradora fixa e dependeria da posição do carro.

2 MODELAMENTO E ANÁLISE

Neste capítulo vamos tratar do modelamento matemático para se obter uma equação que descreva o sinal de saída em função da posição do carro, primeiramente para o transdutor com entreferro de medição e depois para o transdutor sem entreferro, pois este é um caso particular do primeiro. Devido à complexidade do efeito da histerese magnética em termos de modelagem nos casos considerados, ela não será considerada nessa análise teórica.

2.1 MODELAMENTO TEÓRICO DO TRANSDUTOR COM ENTREFERROS DE MEDIÇÃO

A lei básica para determinar um modelo teórico onde temos corrente elétrica e campo magnético é a lei circuital de Ampère.

$$\int_S \vec{J} \circ d\vec{a} = \oint \vec{H} \circ d\vec{l} = NI \quad (2.1)$$

para o eletroímã e

$$\oint \vec{H} \circ d\vec{l} = 0 \quad (2.2)$$

para o ímã, onde

\vec{J} é o vetor densidade de corrente,

\vec{H} é o vetor intensidade do campo magnético,

N é o número de espiras do eletroímã e

I é a corrente no eletroímã.

A solução da equação acima pode ser muito complexa, pois envolve conhecimento do comportamento de H em toda extensão do material ferromagnético do dispositivo. Devemos então adotar um modelo matemático mais simples, como o das relutâncias distribuídas ou de rede de relutâncias. Para isto vamos nos basear no desenho esquemático da distribuição do fluxo magnético do transdutor da Fig.19.

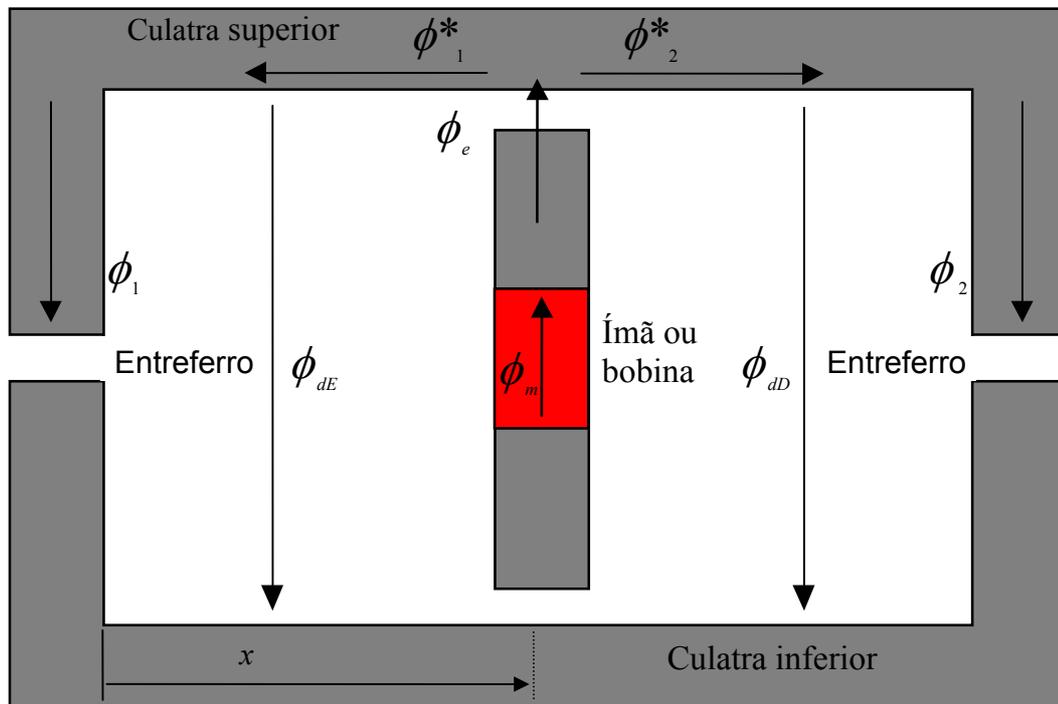


FIGURA 19 – Desenho esquemático do transdutor com a distribuição do fluxo magnético

Agora, com base no desenho da Fig. 19, podemos desenvolver um modelo de relutâncias distribuídas ou também chamadas de análogo elétrico, onde a relutância é definida como:

$$\mathfrak{R} = \frac{\int_c \vec{H} \circ d\vec{l}}{\int_A \vec{B} \circ d\vec{S}} = \frac{\mathfrak{T}_c}{\phi} = \frac{l}{\mu \cdot S} \quad (2.3)$$

onde

\mathfrak{R} é a relutância magnética,

\vec{B} é a indução magnética,

\mathfrak{T}_c é o potencial magnético ao longo do caminho c ,

l é o comprimento do caminho estabelecido pelo fluxo magnético e

S é a seção magnética.

A idéia é representarmos por relutâncias distintas as partes do transdutor por onde se estabelecem os diferentes fluxos representados na Fig. 19. Assim obtemos:

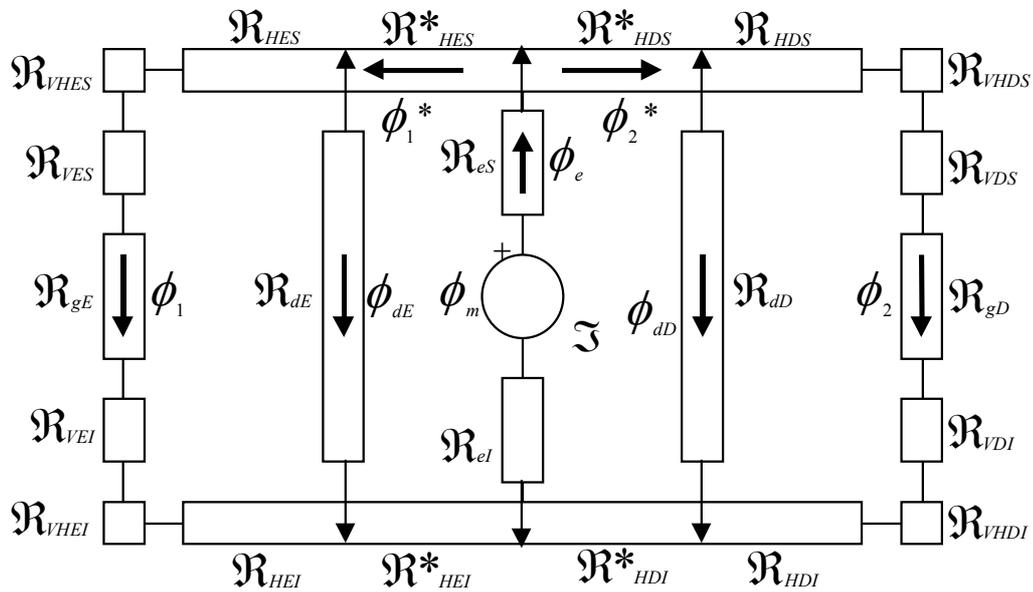


FIGURA 20 - Modelo de relutâncias distribuídas

onde

\mathcal{R}^* é a parte da relutância ferromagnética que está entre a relutância de dispersão e o ímã permanente,

H refere-se à culatra ferromagnética horizontal quando usado como índice,

V refere-se à culatra ferromagnética vertical quando usado como índice,

E refere-se à esquerda do ímã permanente,

D refere-se à direita do ímã permanente,

S refere-se às peças que estão na parte superior quando usado como índice,

I refere-se às peças que estão na parte inferior quando usado como índice,

d refere-se à dispersão,

g refere-se ao entreferro de medição,

e refere-se ao entreferro entre culatra e ímã permanente.

Já

ϕ_m é o fluxo magnético de excitação produzido pela fonte,

ϕ_e é o fluxo magnético efetivo que entra nas culatras,

ϕ_1^* é o fluxo magnético total à esquerda,

ϕ_2^* é o fluxo magnético total à direita,

ϕ_1 é o fluxo magnético efetivo através de \mathcal{R}_{gE} ,

ϕ_2 é o fluxo magnético efetivo através de \mathcal{R}_{gD} ,

ϕ_{dE} é o fluxo magnético disperso efetivo entre as culatras superior e inferior à esquerda do ímã permanente e

ϕ_{dD} é o fluxo magnético disperso efetivo entre as culatras superior e inferior à direita do ímã permanente.

Como uma característica do transdutor é sua simetria entre as duas culatras horizontais, superior e inferior, podemos aglutinar os termos comuns das relutâncias ferromagnéticas superior e inferior em uma só; assim temos:

$$\mathcal{R}_{HE} = \mathcal{R}_{HES} + \mathcal{R}_{HEI} \quad (2.4)$$

$$\mathcal{R}_{HE}^* = \mathcal{R}_{HES}^* + \mathcal{R}_{HEI}^* \quad (2.5)$$

$$\mathcal{R}_{VE} = \mathcal{R}_{VES} + \mathcal{R}_{VEI} \quad (2.6)$$

$$\mathcal{R}_{VHE} = \mathcal{R}_{VHES} + \mathcal{R}_{VHEI} \quad (2.7)$$

De forma análoga para o lado direito podemos escrever que:

$$\mathcal{R}_{HD} = \mathcal{R}_{HDS} + \mathcal{R}_{HDI} \quad (2.8)$$

$$\mathcal{R}_{HD}^* = \mathcal{R}_{HDS}^* + \mathcal{R}_{HDI}^* \quad (2.9)$$

$$\mathcal{R}_{VD} = \mathcal{R}_{VDS} + \mathcal{R}_{VDI} \quad (2.10)$$

$$\mathcal{R}_{VHD} = \mathcal{R}_{VHDS} + \mathcal{R}_{VHDI} \quad (2.11)$$

Temos ainda que:

$$\mathcal{R}_e = \mathcal{R}_{eS} + \mathcal{R}_{eI} \quad (2.12)$$

Podemos agora, devido à simetria entre as partes superior e inferior do dispositivo, simplificar o modelo da Fig. 20, como indicado na Fig. 21.

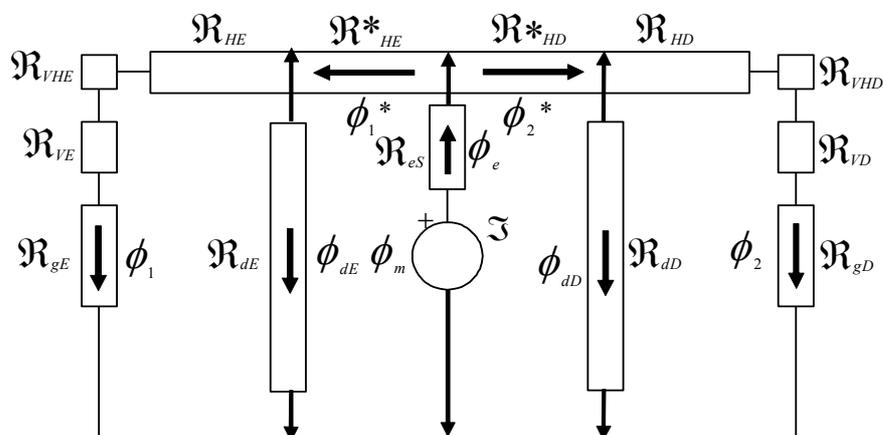


FIGURA 21 - Modelo de relutâncias levando em conta a simetria do transdutor

Este será o modelo base de relutâncias distribuídas ao qual vamos nos referenciar de agora em diante para o transdutor com entreferros de medição, tanto no caso de fluxo magnético de excitação c.c. quanto para fluxo magnético de excitação c.a. Para efeitos desta análise, considere-se que o fluxo magnético de excitação produzido pelo ímã permanente é equivalente ao fluxo magnético de excitação c.c.

O modelo analítico proposto apresenta, ainda, as seguintes características:

- não considera as não-linearidades da curva de magnetização do material ferromagnético;
- não considera histerese magnética;
- usa um modelo simplificado de fluxo disperso;
- não considera efeitos de fim de curso.

2.1.1 ANÁLISE DA DISTRIBUIÇÃO DO FLUXO MAGNÉTICO NO TRANSDUTOR COM ENTREFERRO DE MEDIÇÃO

Para analisarmos a distribuição do fluxo no transdutor devemos reduzir o circuito da Fig. 21 até um circuito equivalente onde se possa obter uma relação entre o fluxo nos entreferros de medição, ϕ_1 ou ϕ_2 , e o fluxo efetivo que entra nas culatras, ϕ_e , ou o fluxo gerado pelo ímã

permanente ou pela bobina, ϕ_m , através de uma razão de relutâncias, e essa razão depende da posição x do carro.

Se no modelo da Fig. 21 definirmos que

$$\mathcal{R}_{Eequiv} = \mathcal{R}_{gE} + \mathcal{R}_{VHE} + \mathcal{R}_{VE} + \mathcal{R}_{HE} \quad (2.13)$$

$$\mathcal{R}_{Dequiv} = \mathcal{R}_{gD} + \mathcal{R}_{VHD} + \mathcal{R}_{VD} + \mathcal{R}_{HD} \quad (2.14)$$

teremos como resultado o modelo da Fig. 22

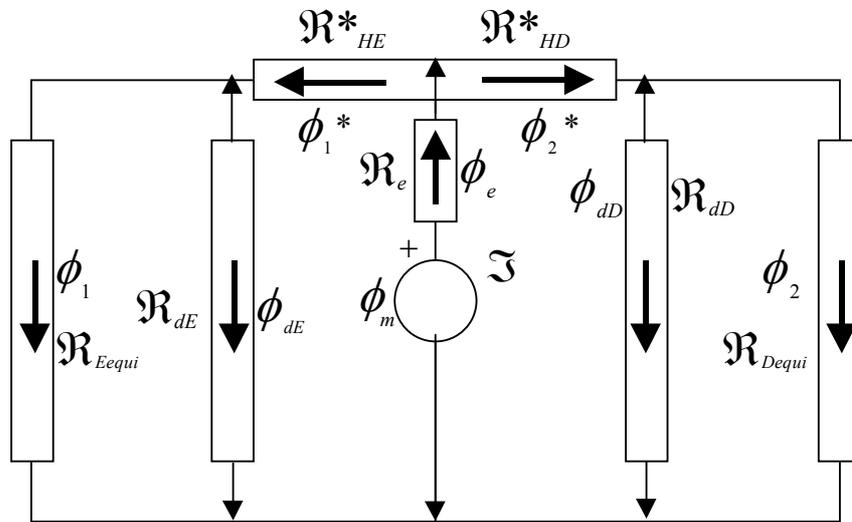


FIGURA 22 - Modelo reduzido da Fig. 21

Da Fig. 22 acima podemos ver que:

$$\phi_e = \phi^*_1 + \phi^*_2 \quad (2.15)$$

$$\phi^*_1 = \phi_1 + \phi_{dE} \quad (2.16)$$

$$\phi^*_2 = \phi_2 + \phi_{dD} \quad (2.17)$$

$$\phi_1 \mathcal{R}_{Eequiv} = \phi_{dE} \mathcal{R}_{dE} \quad (2.18)$$

$$\phi_1 \mathcal{R}_{Eequiv} = \phi^*_1 \left(\frac{\mathcal{R}_{Eequiv} \mathcal{R}_{dE}}{\mathcal{R}_{Eequiv} + \mathcal{R}_{dE}} \right) \quad (2.19)$$

$$\phi_1 = \phi_1^* \left(\frac{\mathcal{R}_{dE}}{\mathcal{R}_{Eequiv} + \mathcal{R}_{dE}} \right) \quad (2.20)$$

Se agora definirmos uma relutância equivalente total à esquerda e à direita do carro, teremos que:

$$\mathcal{R}_E = \mathcal{R}_{HE}^* + \left(\frac{\mathcal{R}_{Eequiv} \mathcal{R}_{dE}}{\mathcal{R}_{Eequiv} + \mathcal{R}_{dE}} \right) \quad (2.21)$$

$$\mathcal{R}_D = \mathcal{R}_{HD}^* + \left(\frac{\mathcal{R}_{Dequiv} \mathcal{R}_{dD}}{\mathcal{R}_{Dequiv} + \mathcal{R}_{dD}} \right) \quad (2.22)$$

Podemos simplificar o modelo da Fig 22, conforme indicado na Fig.23.

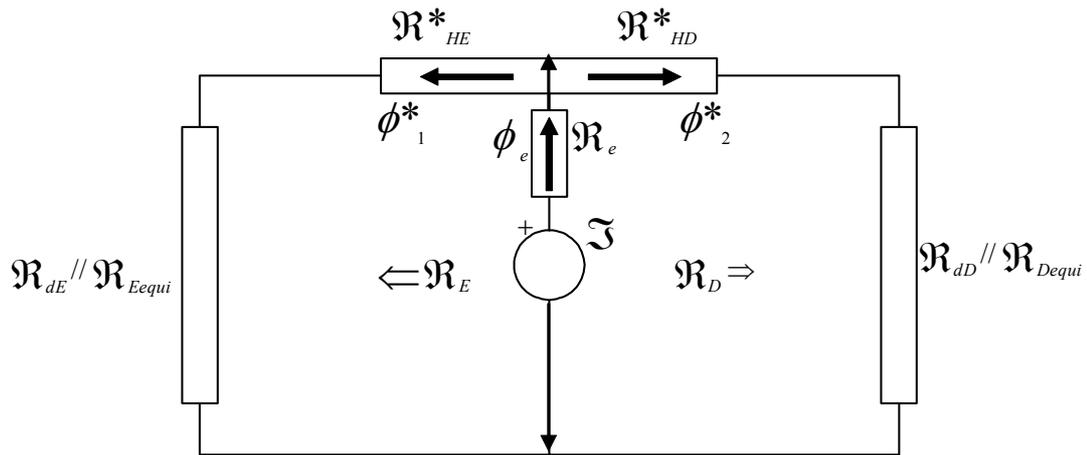


FIGURA 23 – Modelo de relutâncias reduzidas final do transdutor com entreferro de medição

Assim

$$\phi_1^* = \phi_e \left(\frac{\mathcal{R}_D}{\mathcal{R}_E + \mathcal{R}_D} \right) \quad (2.23)$$

Das equações 2.20 e 2.23 temos que:

$$\phi_1 = \phi_e \left(\frac{\mathcal{R}_D \mathcal{R}_{dE}}{(\mathcal{R}_E + \mathcal{R}_D)(\mathcal{R}_{dE} + \mathcal{R}_{Eequiv})} \right) \quad (2.24)$$

De forma análoga temos que:

$$\phi_2 = \phi_e \left(\frac{\mathfrak{R}_E \mathfrak{R}_{dD}}{(\mathfrak{R}_E + \mathfrak{R}_D)(\mathfrak{R}_{dD} + \mathfrak{R}_{Dequiv})} \right) \quad (2.25)$$

Se definirmos

$$\phi_m = \phi_e + \phi_l \quad (2.26)$$

introduzimos, agora, o fator de fluxo disperso, L_f , equação 2.27.

$$L_f = \frac{(\phi_e + \phi_l)}{\phi_e} = \frac{\phi_m}{\phi_e} = 1 + \frac{\phi_l}{\phi_e} \quad (2.27)$$

De (2.24), (2.25) e (2.27) temos que

$$\phi_1 = \frac{\phi_m}{L_f} \left(\frac{\mathfrak{R}_D \mathfrak{R}_{dE}}{(\mathfrak{R}_E + \mathfrak{R}_D)(\mathfrak{R}_{dE} + \mathfrak{R}_{Eequiv})} \right) \quad (2.28)$$

e

$$\phi_2 = \frac{\phi_m}{L_f} \left(\frac{\mathfrak{R}_E \mathfrak{R}_{dD}}{(\mathfrak{R}_E + \mathfrak{R}_D)(\mathfrak{R}_{dD} + \mathfrak{R}_{Dequiv})} \right) \quad (2.29)$$

Devemos agora introduzir os parâmetros construtivos do transdutor na análise da distribuição do fluxo. Antes de começarmos, devemos considerar certos critérios de projeto sobre o dispositivo, tais como:

- a) O material ferromagnético das culatras tem propriedades magnéticas uniformes;
- b) A seção transversal ao longo de toda culatra é a mesma, inclusive nas laterais;
- c) A permeabilidade magnética deve ser constante e correspondente à da região linear da curva de magnetização $\mathbf{B} \times \mathbf{H}$;
- d) Não há saturação presente nas culatras.

Com isto podemos introduzir os parâmetros dimensionais no desenho da Fig. 24.

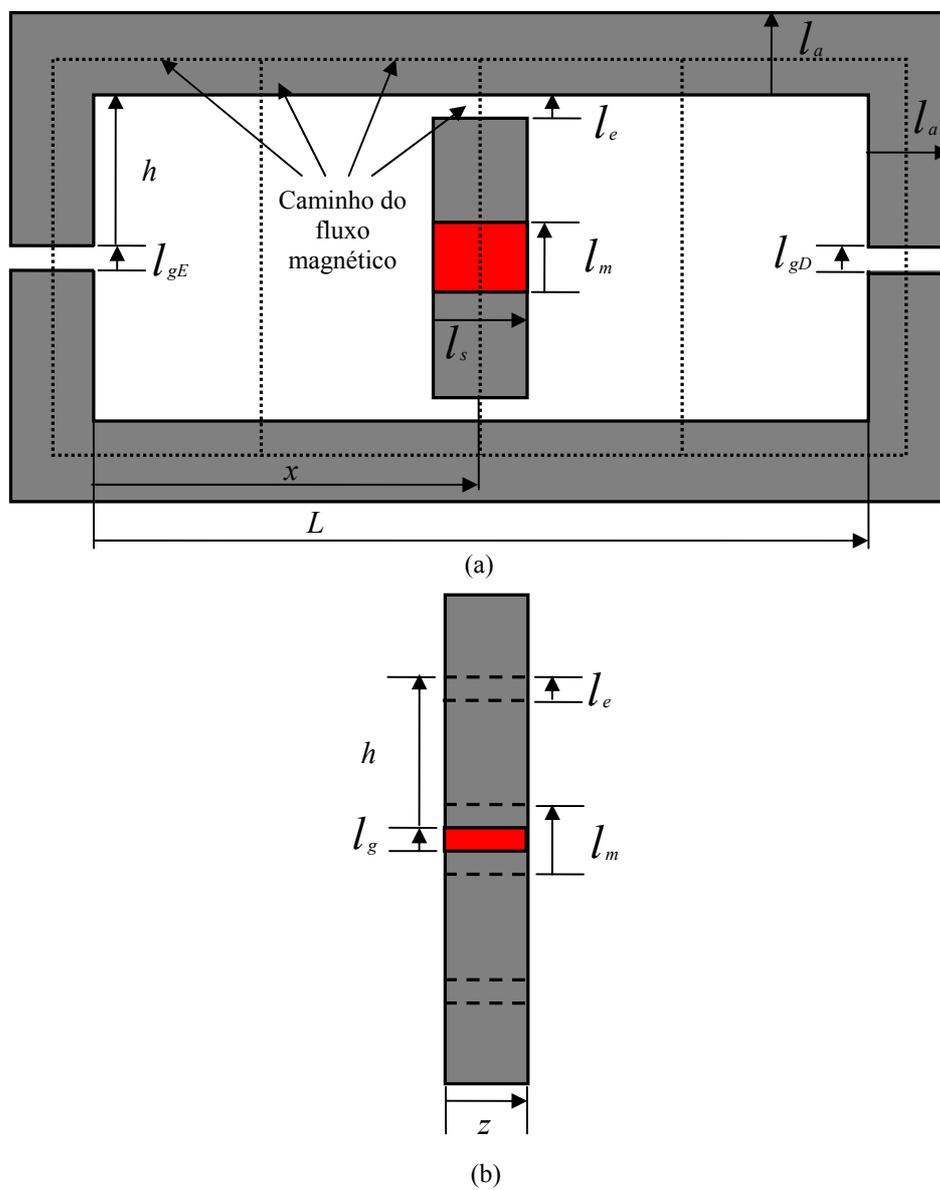


FIGURA 24 - Parâmetros dimensionais do transdutor com entreferro de medição; (a) vista frontal; (b) vista lateral

Onde

$$S_a = l_a z \quad (2.30)$$

e

h é a altura da culatra lateral,

$l_{gE} = l_{gD}$ são as alturas dos entreferro de medição à esquerda e à direita,

l_e é a altura do entreferro entre o carro e a culatra superior e inferior,

l_a é a altura da culatra superior e inferior,

l_m é o comprimento axial do ímã permanente,

l_s é comprimento do afastador,

z é a espessura das culatras ferromagnéticas e

S_a é a seção transversal das culatras ferromagnéticas.

Assim as equações 2.28 e 2.29 podem ser definidas em relação aos parâmetros construtivos e em função da posição do carro, conforme segue:

$$\phi_1(x) = \frac{\phi_m}{L_f} \left(\frac{\mathfrak{R}_D(x) \mathfrak{R}_{dE}(x)}{(\mathfrak{R}_E(x) + \mathfrak{R}_D(x))(\mathfrak{R}_{dE}(x) + \mathfrak{R}_{Eequiv}(x))} \right) \quad (2.31)$$

e

$$\phi_2(x) = \frac{\phi_m}{L_f} \left(\frac{\mathfrak{R}_E(x) \mathfrak{R}_{dD}(x)}{(\mathfrak{R}_E(x) + \mathfrak{R}_D(x))(\mathfrak{R}_{dD}(x) + \mathfrak{R}_{Dequiv}(x))} \right) \quad (2.32)$$

onde, de acordo com a equação 2.2 e os parâmetros da Fig. 24, podemos definir as equações 2.4 a 2.12 em relação a estes parâmetros. Assim:

$$\mathfrak{R}_{HE}(x) = \mathfrak{R}_{HES}(x) + \mathfrak{R}_{HEI}(x) = \frac{x/2}{\mu_{Fe} S_a} + \frac{x/2}{\mu_{Fe} S_a} = \frac{x}{\mu_{Fe} S_a} \quad (2.33)$$

Por definição temos que:

$$\mathfrak{R}_{HE}(x) = \mathfrak{R}_{HE}^*(x) \quad (2.34)$$

Ou seja, estamos colocando sempre a relutância de dispersão concentrada no meio do caminho entre o carro e o entreferro de medição, mesmo quando o carro se desloca.

$$\mathfrak{R}_{VE} = \mathfrak{R}_{VES} + \mathfrak{R}_{VEI} = \frac{h}{\mu_{Fe} S_a} + \frac{h}{\mu_{Fe} S_a} = \frac{2h}{\mu_{Fe} S_a} \quad (2.35)$$

$$\mathfrak{R}_{HVE} = \mathfrak{R}_{HVES} + \mathfrak{R}_{HVEI} = \frac{l_a}{\mu_{Fe} S_a} + \frac{l_a}{\mu_{Fe} S_a} = \frac{2l_a}{\mu_{Fe} S_a} \quad (2.36)$$

$$\mathfrak{R}_{gE} = \frac{l_g}{\mu_0 S_a} \quad (2.37)$$

$$\mathfrak{R}_{dE}(x) = \frac{2h + l_g}{\mu_0 (x - l_s/2)z} \quad (2.38)$$

As relutâncias do lado direito são análogas:

$$\mathfrak{R}_{HD}(x) = \mathfrak{R}_{HDS}(x) + \mathfrak{R}_{HDI}(x) = \frac{(L/2 - x/2)}{\mu_{Fe} S_a} + \frac{(L/2 - x/2)}{\mu_{Fe} S_a} = \frac{(L - x)}{\mu_{Fe} S_a} \quad (2.39)$$

$$\mathfrak{R}_{HD}^*(x) = \mathfrak{R}_{HD}(x) \quad (2.40)$$

$$\mathfrak{R}_{dD}(x) = \frac{2h + l_g}{\mu_0 [L - (x + l_s/2)]z} \quad (2.41)$$

Como as culatras e entreferros laterais são simétricas, temos que:

$$\mathfrak{R}_{VD} = \mathfrak{R}_{VE} \quad (2.42)$$

$$\mathfrak{R}_{HVD} = \mathfrak{R}_{HVE} \quad (2.43)$$

$$\mathfrak{R}_{gD} = \mathfrak{R}_{gE} \quad (2.44)$$

e

$$\mathfrak{R}_e = \mathfrak{R}_{eS} + \mathfrak{R}_{eI} = \frac{l_e}{\mu_0 S_a} + \frac{l_e}{\mu_0 S_a} = \frac{2l_e}{\mu_0 S_a} \quad (2.45)$$

Agora com estas definições podemos expandir as equações 2.13 e 2.14 .

$$\mathfrak{R}_{Equiv}(x) = \frac{l_g}{\mu_0 S_a} + \frac{2l_a}{\mu_{Fe} S_a} + \frac{2h}{\mu_{Fe} S_a} + \frac{x}{\mu_{Fe} S_a} \quad (2.46)$$

$$\mathfrak{R}_{Equiv}(x) = \frac{l_g}{\mu_0 S_a} + \frac{2l_a + 2h + x}{\mu_{Fe} S_a} \quad (2.47)$$

$$\mathfrak{R}_{Dequiv}(x) = \frac{l_g}{\mu_0 S_a} + \frac{2l_a}{\mu_{Fe} S_a} + \frac{2h}{\mu_{Fe} S_a} + \frac{L-x}{\mu_{Fe} S_a} \quad (2.48)$$

$$\mathfrak{R}_{Dequiv}(x) = \frac{l_g}{\mu_0 S_a} + \frac{2l_a + 2h + L - x}{\mu_{Fe} S_a} \quad (2.49)$$

Substituindo estes resultados nas equações 2.21 e 2.22 temos:

$$\mathfrak{R}_E(x) = \frac{x}{\mu_{Fe} S_a} + \left(\frac{\left(\frac{l_g}{\mu_0 S_a} + \frac{2l_a + 2h + x}{\mu_{Fe} S_a} \right) \left(\frac{2h + l_g}{\mu_0 (x - l_s/2) z} \right)}{\frac{l_g}{\mu_0 S_a} + \frac{2l_a + 2h + x}{\mu_{Fe} S_a} + \frac{2h + l_g}{\mu_0 (x - l_s/2) z}} \right) \quad (2.50)$$

$$\mathfrak{R}_D(x) = \frac{L-x}{\mu_{Fe} S_a} + \left(\frac{\left(\frac{l_g}{\mu_0 S_a} + \frac{2l_a + 2h + L - x}{\mu_{Fe} S_a} \right) \left(\frac{2h + l_g}{\mu_0 (L - (x + l_s/2)) z} \right)}{\frac{l_g}{\mu_0 S_a} + \frac{2l_a + 2h + L - x}{\mu_{Fe} S_a} + \frac{2h + l_g}{\mu_0 (L - (x + l_s/2)) z}} \right) \quad (2.51)$$

Como conhecemos os valores dos fluxos magnéticos nos entreferros em função da posição, podemos facilmente obter os valores médios da indução magnética nestes entreferros, como segue:

$$\phi_i = B_i S_i \quad (2.52)$$

Assim, para obtermos a indução magnética média nos entreferros de medição de acordo com as equações 2.31, 2.32 e 2.52, temos que:

$$B_1(x) = \frac{\phi_1(x)}{S_{gE}} \quad (2.53)$$

$$B_2(x) = \frac{\phi_2(x)}{S_{gD}} \quad (2.54)$$

$$B_m(x) = \frac{\phi_m(x)}{S_e} \quad (2.55)$$

$$B_1(x) = \frac{B_m S_e}{L_f S_{gE}} \left(\frac{\mathfrak{R}_D(x) \mathfrak{R}_{dE}(x)}{(\mathfrak{R}_E(x) + \mathfrak{R}_D(x))(\mathfrak{R}_{dE}(x) + \mathfrak{R}_{Eequiv}(x))} \right) \quad (2.56)$$

$$B_2(x) = \frac{B_m S_m}{L_f S_{gD}} \left(\frac{\mathfrak{R}_E(x) \mathfrak{R}_{dD}(x)}{(\mathfrak{R}_E(x) + \mathfrak{R}_D(x))(\mathfrak{R}_{dD}(x) + \mathfrak{R}_{Dequiv}(x))} \right) \quad (2.57)$$

As equações acima podem ser usadas tanto para fluxo magnético c.c. quanto c.a.

As áreas dos entreferros de medição poderão sofrer uma correção devido ao espraiamento das linhas de fluxo no entreferro; porém no cálculo teórico do nosso transdutor não foi adotada nenhuma correção.

Nesta análise são computados os valores médios da indução magnética nos entreferros, desconsiderando-se a distribuição desta no espaço. Assim, considerando-se um valor puntual medido no centro do entreferro de medição, estará-se aproximando do valor médio dessa grandeza.

2.2 MODELAGEM TEÓRICA DO TRANSDUTOR SEM ENTREFERRO DE MEDIÇÃO

O modelamento teórico do transdutor sem entreferros de medição com fluxo magnético c.a. é um caso particular do transdutor com entreferro de medição, isto é, devemos apenas considerar nas fórmulas do caso anterior $l_{gE} = l_{gD} = 0$, como pode ser visto na figura 25. Este transdutor tem duas bobinas exploradoras fixas, uma em cada culatra lateral, e um eletroímã no carro móvel.

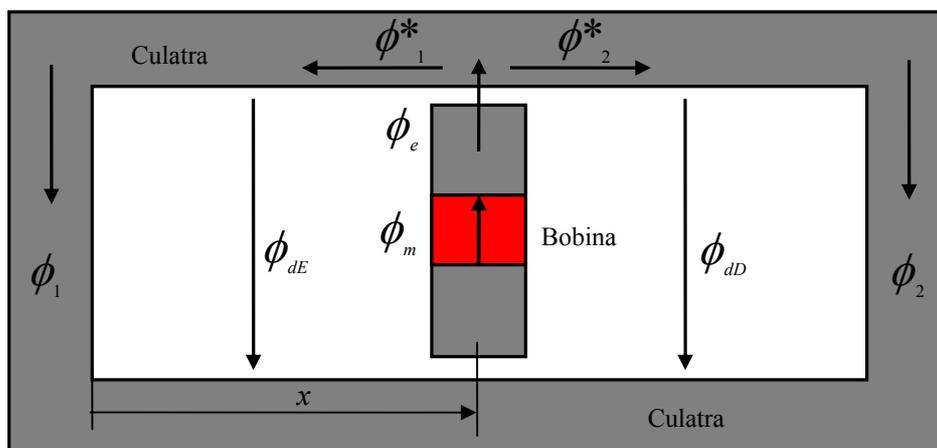


FIGURA 25 - Vista frontal de um transdutor sem entreferro de medição

O modelo de relutância distribuída para este tipo de transdutor fica como na Fig. 26.

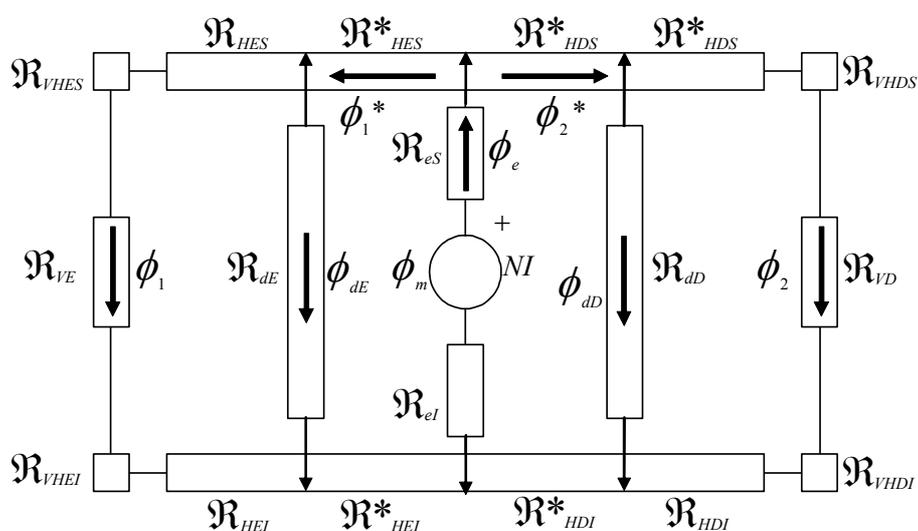


FIGURA 26 - Modelo de relutâncias distribuídas sem entreferro de medição

Novamente, devido à simetria do transdutor, podemos concentrar as relutâncias superiores e inferiores em uma só, Fig. 27, como no caso anterior.

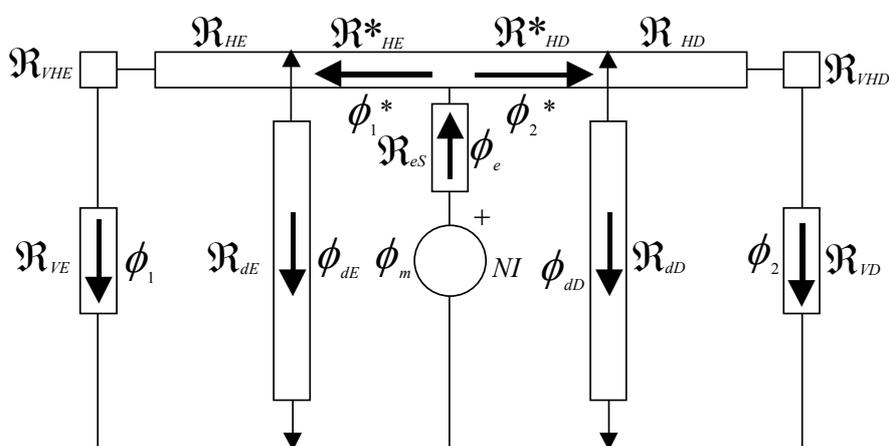


FIGURA 27 - Simplificação do modelo de relutâncias da Fig. 26

Este será o modelo base de relutâncias distribuídas ao qual vamos nos referenciar de agora em diante para o transdutor sem entreferros de medição e com fluxo magnético de excitação c.a.

2.2.1 ANÁLISE DA DISTRIBUIÇÃO DO FLUXO MAGNÉTICO C.A. NO TRANSDUTOR SEM ENTREFERRO DE MEDIÇÃO

Para analisarmos a distribuição do fluxo no transdutor sem entreferros de medição devemos reduzir o circuito da Fig. 27 até um circuito equivalente, como no caso anterior, onde obtemos uma relação entre o fluxo nas culatras laterais ϕ_1 ou ϕ_2 e o fluxo efetivo através das culatras ϕ_e ou o fluxo gerado pela bobina ϕ_m , através de uma razão de relutâncias que depende da posição x da bobina.

Se no modelo da Fig. 27 definirmos que

$$\mathcal{R}_{Equiv} = \mathcal{R}_{VHE} + \mathcal{R}_{VE} + \mathcal{R}_{HE} \quad (2.58)$$

$$\mathcal{R}_{Dequiv} = \mathcal{R}_{VHD} + \mathcal{R}_{VD} + \mathcal{R}_{HD} \quad (2.59)$$

o modelo teórico de relutâncias fica igual ao da Fig. 22.

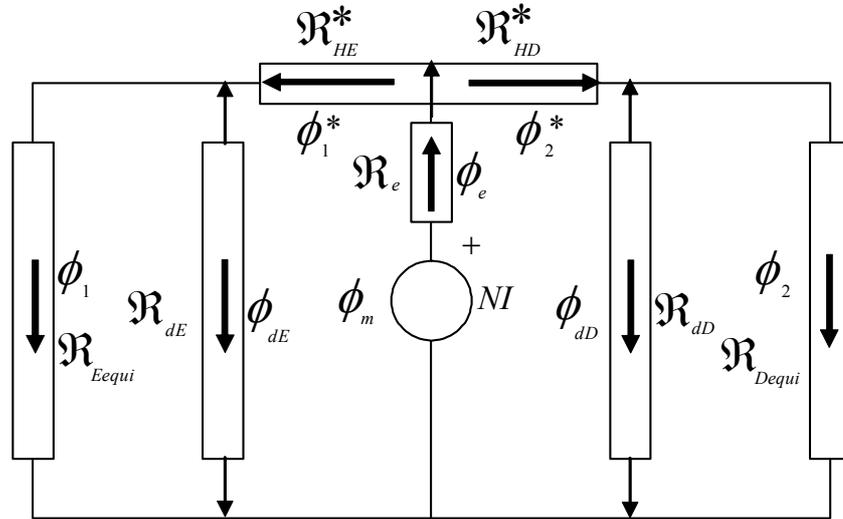


FIGURA 28 - Modelo reduzido da Fig. 27

O modelo de relutâncias da Fig 28 é igual ao da Fig. 22 no caso do transdutor com entreferro de medição; assim, toda análise feita para o caso anterior é válida para este caso, e as equações dos fluxos ϕ_1 e ϕ_2 são iguais às equações 2.28 e 2.29.

$$\phi_1 = \frac{\phi_m}{L_f} \left(\frac{\mathcal{R}_D \mathcal{R}_{dE}}{(\mathcal{R}_E + \mathcal{R}_D)(\mathcal{R}_{dE} + \mathcal{R}_{Equiv})} \right) \quad (2.60)$$

e

$$\phi_2 = \frac{\phi_m}{L_f} \left(\frac{\mathcal{R}_E \mathcal{R}_{dD}}{(\mathcal{R}_E + \mathcal{R}_D)(\mathcal{R}_{dD} + \mathcal{R}_{Dequiv})} \right) \quad (2.61)$$

Os parâmetros dimensionais do transdutor sem entreferro de medição, Fig. 29, são iguais ao do caso anterior, apenas o comprimento do entreferro de medição é igual a zero ($lg = 0$). Assim todo o equacionamento da distribuição do fluxo em relação a seus parâmetros construtivos, equações 2.31 a 2.51, do caso anterior, são válidas para este caso.

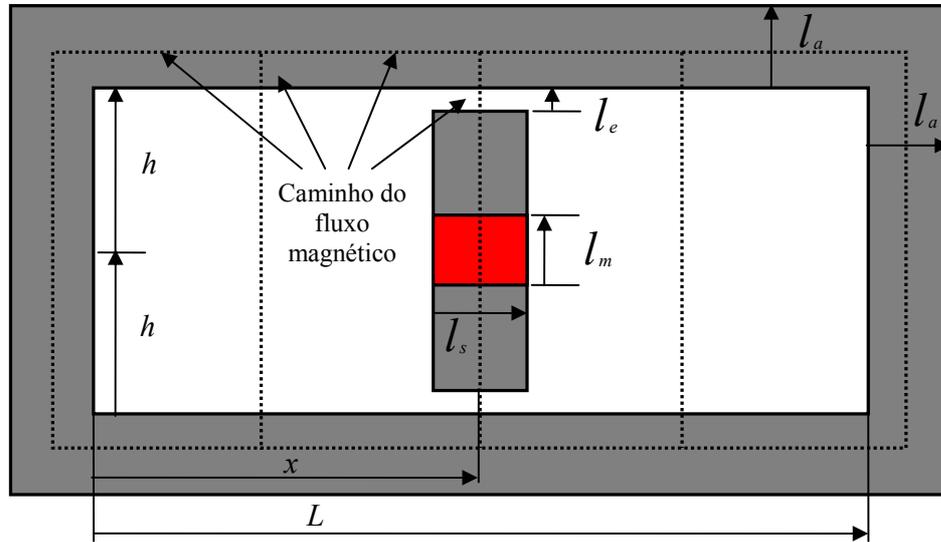


FIGURA 29 – Vista frontal do transdutor sem entreferro e seus parâmetros construtivos

Assim sendo, temos que:

$$\phi_1(x) = \frac{\phi_m}{L_f} \left(\frac{\mathfrak{R}_D(x) \mathfrak{R}_{dE}(x)}{(\mathfrak{R}_E(x) + \mathfrak{R}_D(x))(\mathfrak{R}_{dE}(x) + \mathfrak{R}_{Equiv}(x))} \right) \quad (2.62)$$

e

$$\phi_2(x) = \frac{\phi_m}{L_f} \left(\frac{\mathfrak{R}_E(x) \mathfrak{R}_{dD}(x)}{(\mathfrak{R}_E(x) + \mathfrak{R}_D(x))(\mathfrak{R}_{dD}(x) + \mathfrak{R}_{Dequiv}(x))} \right) \quad (2.63)$$

onde

$$\mathfrak{R}_E(x) = \frac{x}{\mu_{Fe} S_a} + \left(\frac{\left(\frac{2l_a + 2h + x}{\mu_{Fe} S_a} \right) \left(\frac{2h}{\mu_0 (x - l_s/2) z} \right)}{\frac{2l_a + 2h + x}{\mu_{Fe} S_a} + \frac{2h}{\mu_0 (x - l_s/2) z}} \right) \quad (2.64)$$

$$\mathfrak{R}_D(x) = \frac{L-x}{\mu_{Fe} S_a} + \left(\frac{\left(\frac{2l_a + 2h + L - x}{\mu_{Fe} S_a} \right) \left(\frac{2h}{\mu_0 (L - (x + l_s/2)) z} \right)}{\frac{2l_a + 2h + L - x}{\mu_{Fe} S_a} + \frac{2h}{\mu_0 (L - (x + l_s/2)) z}} \right) \quad (2.65)$$

$$\mathfrak{R}_{Equiv}(x) = \frac{2l_a + 2h + x}{\mu_{Fe} S_a} \quad (2.66)$$

$$\mathfrak{R}_{Dequiv}(x) = \frac{2l_a + 2h + L - x}{\mu_{Fe} S_a} \quad (2.67)$$

$$\mathfrak{R}_{dE}(x) = \frac{2h}{\mu_0 (x - l_s/2) z} \quad (2.68)$$

$$\mathfrak{R}_{dD}(x) = \frac{2h}{\mu_0 [L - (x + l_s/2)] z} \quad (2.69)$$

Neste caso, para a medição da indução magnética nas culatras laterais empregam-se duas bobinas exploradoras, uma em cada culatra lateral da Fig. 28, medindo-se a tensão induzida através delas, sendo a tensão senoidal aplicada ao eletroímã (ver Anexo 1).

$$\phi_m = \frac{V_m}{4,44 f N_m} \quad (2.70)$$

$$\phi_1 = \frac{V_1}{4,44 f N_1} \quad (2.71)$$

$$\phi_2 = \frac{V_2}{4,44 f N_2} \quad (2.72)$$

Os fluxos magnéticos estão em fase entre si e 90° atrasados em relação às tensões, que também estão em fase entre si.

Podemos então agora definir as equações 2.62 e 2.63 em função das tensões induzidas nas bobinas exploradoras, equações 2.70 a 2.72.

$$V_1(x) = \frac{V_m N_1}{L_f N_m} \left(\frac{\mathfrak{R}_D(x) \mathfrak{R}_{dE}(x)}{(\mathfrak{R}_E(x) + \mathfrak{R}_D(x))(\mathfrak{R}_{dE}(x) + \mathfrak{R}_{Equiv}(x))} \right) \quad (2.73)$$

e

$$V_2(x) = \frac{V_m N_2}{L_f N_m} \left(\frac{\mathfrak{R}_E(x) \mathfrak{R}_{dD}(x)}{(\mathfrak{R}_E(x) + \mathfrak{R}_D(x))(\mathfrak{R}_{dD}(x) + \mathfrak{R}_{Dequiv}(x))} \right) \quad (2.74)$$

Podemos agora redefinir o sinal de saída $S(x)$ como:

$$S(x) = \frac{V_1 - V_2}{V_1 + V_2} \quad (2.75)$$

Todo o equacionamento desenvolvido até aqui só é válido se a permeabilidade do material ferromagnético variar de forma desprezível com a posição do carro, pois, quanto maior a variação da permeabilidade, maior será o erro. Este erro pode ser corrigido de três formas:

a) Fazendo um levantamento da curva BH do material e introduzindo, nas equações 2.56 e 2.73 a relutância do material como uma função da permeabilidade, e esta como uma função da posição; assim

$$B_1(x, \mu(x)) = \frac{B_m S_e}{L_f S_{gE}} \left(\frac{\mathfrak{R}_D(x, \mu(x)) \mathfrak{R}_{dE}(x, \mu(x))}{(\mathfrak{R}_E(x, \mu(x)) + \mathfrak{R}_D(x, \mu(x)))(\mathfrak{R}_{dE}(x, \mu(x)) + \mathfrak{R}_{Equiv}(x, \mu(x)))} \right) \quad (2.75)$$

$$B_2(x, \mu(x)) = \frac{B_m S_m}{L_f S_{gD}} \left(\frac{\mathfrak{R}_E(x, \mu(x)) \mathfrak{R}_{dD}(x, \mu(x))}{(\mathfrak{R}_E(x, \mu(x)) + \mathfrak{R}_D(x, \mu(x)))(\mathfrak{R}_{dD}(x, \mu(x)) + \mathfrak{R}_{Dequiv}(x, \mu(x)))} \right) \quad (2.76)$$

$$V_1(x, \mu(x)) = \frac{V_m N_1}{L_f N_m} \left(\frac{\mathfrak{R}_D(x, \mu(x)) \mathfrak{R}_{dE}(x, \mu(x))}{(\mathfrak{R}_E(x, \mu(x)) + \mathfrak{R}_D(x, \mu(x)))(\mathfrak{R}_{dE}(x, \mu(x)) + \mathfrak{R}_{Equiv}(x, \mu(x)))} \right) \quad (2.77)$$

$$V_2(x, \mu(x)) = \frac{V_m N_2}{L_f N_m} \left(\frac{\mathfrak{R}_E(x, \mu(x)) \mathfrak{R}_{dD}(x, \mu(x))}{(\mathfrak{R}_E(x, \mu(x)) + \mathfrak{R}_D(x, \mu(x)))(\mathfrak{R}_{dD}(x, \mu(x)) + \mathfrak{R}_{Dequiv}(x, \mu(x)))} \right) \quad (2.78)$$

b) Substituir nas Eq. 2.56 ou 2.73 a permeabilidade do material ferromagnético por uma permeabilidade equivalente efetiva, $\mu_{Eq\ ef}$; desta forma,

$$B_1(x, \mu_{Eq\ ef}) = \frac{B_m S_e}{L_f S_{gE}} \left(\frac{\mathfrak{R}_D(x, \mu_{Eq\ ef}) \mathfrak{R}_{dE}(x, \mu_{Eq\ ef})}{\left(\mathfrak{R}_E(x, \mu_{Eq\ ef}) + \mathfrak{R}_D(x, \mu_{Eq\ ef}) \right) \left(\mathfrak{R}_{dE}(x, \mu_{Eq\ ef}) + \mathfrak{R}_{Dequiv}(x, \mu_{Eq\ ef}) \right)} \right) \quad (2.79)$$

$$B_2(x, \mu_{Eq\ ef}) = \frac{B_m S_m}{L_f S_{gD}} \left(\frac{\mathfrak{R}_E(x, \mu_{Eq\ ef}) \mathfrak{R}_{dD}(x, \mu_{Eq\ ef})}{\left(\mathfrak{R}_E(x, \mu_{Eq\ ef}) + \mathfrak{R}_D(x, \mu_{Eq\ ef}) \right) \left(\mathfrak{R}_{dD}(x, \mu_{Eq\ ef}) + \mathfrak{R}_{Dequiv}(x, \mu_{Eq\ ef}) \right)} \right) \quad (2.80)$$

ou

$$V_1(x, \mu_{Eq\ ef}) = \frac{V_m V_1}{L_f V_m} \left(\frac{\mathfrak{R}_D(x, \mu_{Eq\ ef}) \mathfrak{R}_{dE}(x, \mu_{Eq\ ef})}{\left(\mathfrak{R}_E(x, \mu_{Eq\ ef}) + \mathfrak{R}_D(x, \mu_{Eq\ ef}) \right) \left(\mathfrak{R}_{dE}(x, \mu_{Eq\ ef}) + \mathfrak{R}_{Dequiv}(x, \mu_{Eq\ ef}) \right)} \right) \quad (2.81)$$

$$V_2(x, \mu_{Eq\ ef}) = \frac{V_m N_2}{L_f N_m} \left(\frac{\mathfrak{R}_E(x, \mu_{Eq\ ef}) \mathfrak{R}_{dD}(x, \mu_{Eq\ ef})}{\left(\mathfrak{R}_E(x, \mu_{Eq\ ef}) + \mathfrak{R}_D(x, \mu_{Eq\ ef}) \right) \left(\mathfrak{R}_{dD}(x, \mu_{Eq\ ef}) + \mathfrak{R}_{Dequiv}(x, \mu_{Eq\ ef}) \right)} \right) \quad (2.82)$$

A permeabilidade equivalente efetiva é obtida levantando-se a curva experimental do transdutor. Com os valores de B_1 ou V_1 obtidos em $x = L/2$ se substitui nas equações 2.79 ou 2.81 e se determina o valor da permeabilidade equivalente efetiva do transdutor. Assim podemos traçar a curva teórica. Desta forma procuramos juntar todas as imperfeições do modelo em relação ao transdutor real em um único parâmetro; quando as propriedades físicas do transdutor se aproximam dos critérios estabelecidos para o modelo teórico à permeabilidade equivalente efetiva tende a se aproximar da permeabilidade do material ferromagnético. Este critério será usado nos dois primeiros transdutores.

c) Podemos ainda após traçar a curva experimental e a curva obtida pelas equações 2.79 ou 2.81, traçar em seguida uma curva com a diferença entre elas para cada posição do carro e procurar uma equação polinomial que represente esta curva, a equação obtida será somada as Eq. 2.79 ou 2.81; isso resulta em

$$\mathbf{B}_1\left(\mathbf{x}, \boldsymbol{\mu}_{E_q \text{ ef}}, \Delta \mathbf{B}_1(\mathbf{x})\right) = \mathbf{B}_1\left(\mathbf{x}, \boldsymbol{\mu}_{E_q \text{ ef}}\right) + \Delta \mathbf{B}_1(\mathbf{x}) \quad (2.83)$$

$$\mathbf{B}_2\left(\mathbf{x}, \boldsymbol{\mu}_{E_q \text{ ef}}, \Delta \mathbf{B}_2(\mathbf{x})\right) = \mathbf{B}_2\left(\mathbf{x}, \boldsymbol{\mu}_{E_q \text{ ef}}\right) + \Delta \mathbf{B}_2(\mathbf{x}) \quad (2.84)$$

ou

$$V_1\left(\mathbf{x}, \boldsymbol{\mu}_{E_q \text{ ef}}, \Delta \mathbf{B}_1(\mathbf{x})\right) = V_1\left(\mathbf{x}, \boldsymbol{\mu}_{E_q \text{ ef}}\right) + \Delta V_1(\mathbf{x}) \quad (2.85)$$

$$V_2\left(\mathbf{x}, \boldsymbol{\mu}_{E_q \text{ ef}}, \Delta \mathbf{B}_2(\mathbf{x})\right) = V_2\left(\mathbf{x}, \boldsymbol{\mu}_{E_q \text{ ef}}\right) + \Delta V_2(\mathbf{x}) \quad (2.86)$$

2.3 ANÁLISE DA SENSIBILIDADE

Neste capítulo verificaremos quais parâmetros construtivos influem mais na variação do fluxo nas culatras laterais, através da análise das derivadas parciais da equação que representa o fluxo nestas culatras, em relação aos seus parâmetros dimensionais. Esta ferramenta de análise é muito importante, pois nos permite ver quais são os parâmetros dimensionais que são mais importantes para a sensibilidade do sinal de saída, sendo, então, esta ferramenta de análise de grande importância no projeto do transdutor.

A análise a seguir está baseada também na hipótese de que o fluxo magnético de excitação é constante com a posição do carro e isto ocorre quando a relutância da culatra ferromagnética é muito menor que a relutância do entreferro entre o carro e a culatra horizontal superior e inferior, conforme as equações 2.131 e 2.147, sendo tal fato comprovado experimentalmente.

2.3.1 ANÁLISE DAS DERIVADAS PARCIAIS

Vamos analisar agora o comportamento do fluxo magnético nos entreferros de medição, ϕ_1 ou ϕ_2 , com relação às variáveis de projeto. Esta ferramenta nos permitirá visualizar o comportamento da derivada do fluxo no entreferro de medição ou culatra lateral em relação a um parâmetro específico do projeto, com todos os outros parâmetros constantes. Assim poderemos saber o comportamento do fluxo em relação a um parâmetro olhando a variação da derivada e o seu sinal, para um intervalo pequeno de variação do parâmetro.

Tomemos como base a equação 2.31.

$$\phi_1(x) = \frac{\phi_m}{L_f} \left(\frac{\mathcal{R}_D(x) \mathcal{R}_{dE}(x)}{(\mathcal{R}_E(x) + \mathcal{R}_D(x))(\mathcal{R}_{dE}(x) + \mathcal{R}_{Eequiv}(x))} \right) \quad (2.87)$$

Derivando-a em relação a uma variável v qualquer, temos:

$$\frac{\partial \phi_1(x)}{\partial v} = \frac{\partial}{\partial v} \left[\frac{\phi_m}{L_f} \left(\frac{\mathcal{R}_D \mathcal{R}_{dE}}{(\mathcal{R}_E + \mathcal{R}_D)(\mathcal{R}_{dE} + \mathcal{R}_{Eequiv})} \right) \right] \quad (2.88)$$

Como o objetivo é vermos o comportamento do transdutor para pequenas variações de seus parâmetros construtivos, pois uma grande variação de um de seus parâmetros resultaria em um outro transdutor, podemos variar a variável ν em um pequeno intervalo em torno do valor de projeto. Para termos uma idéia do comportamento da derivada, podemos considerar assim:

$$\frac{\phi_m}{L_f} = \text{constante} \quad (2.89)$$

então

$$\frac{\partial \phi_1(x)}{\partial \nu} = \frac{\phi_m}{L_f} \frac{\partial}{\partial \nu} \left[\left(\frac{\mathfrak{R}_D \mathfrak{R}_{dE}}{(\mathfrak{R}_E + \mathfrak{R}_D)(\mathfrak{R}_{dE} + \mathfrak{R}_{Eequiv})} \right) \right] \quad (2.90)$$

Se expandirmos a derivada parcial da equação 2.89 em relação à variável ν até os termos das relutâncias da Fig. 21 teremos:

$$\frac{\partial \phi_1}{\partial \nu} = \frac{\phi_m}{L_f} \left[\frac{\partial (fg)}{\partial \nu} \right] = \frac{\phi_m}{L_f} \left(\frac{\partial f}{\partial \nu} g + f \frac{\partial g}{\partial \nu} \right) \quad (2.91)$$

onde

$$f = \frac{\mathfrak{R}_D}{\mathfrak{R}_E + \mathfrak{R}_D} \quad (2.92)$$

$$g = \frac{\mathfrak{R}_{dE}}{\mathfrak{R}_{dE} + \mathfrak{R}_{Eequiv}} \quad (2.93)$$

Assim

$$\frac{\partial f}{\partial \nu} = \frac{\partial}{\partial \nu} \left(\frac{\mathfrak{R}_D}{\mathfrak{R}_E + \mathfrak{R}_D} \right) = \frac{(\mathfrak{R}_D + \mathfrak{R}_E) \partial \mathfrak{R}_D / \partial \nu - \mathfrak{R}_D \partial (\mathfrak{R}_D + \mathfrak{R}_E) / \partial \nu}{(\mathfrak{R}_D + \mathfrak{R}_E)^2} \quad (2.94)$$

$$\frac{\partial f}{\partial \nu} = \frac{\mathfrak{R}_E \cdot \partial \mathfrak{R}_D / \partial \nu - \mathfrak{R}_D \cdot \partial \mathfrak{R}_E / \partial \nu}{(\mathfrak{R}_D + \mathfrak{R}_E)^2} \quad (2.95)$$

Expandindo o outro termo da equação 2.91 temos

$$\frac{\partial g}{\partial v} = \frac{\partial}{\partial v} \left(\frac{\mathfrak{R}_{dE}}{\mathfrak{R}_{dE} + \mathfrak{R}_{Eequi}} \right) \quad (2.96)$$

$$\frac{\partial g}{\partial v} = \frac{(\mathfrak{R}_{dE} + \mathfrak{R}_{Eequi}) \partial \mathfrak{R}_{dE} / \partial v - \mathfrak{R}_{dE} \partial (\mathfrak{R}_{dE} + \mathfrak{R}_{Eequi}) / \partial v}{(\mathfrak{R}_{dE} + \mathfrak{R}_{Eequi})^2} \quad (2.97)$$

$$= \frac{(\mathfrak{R}_{dE} \partial \mathfrak{R}_{dE} / \partial v + \mathfrak{R}_{Eequi} \partial \mathfrak{R}_{dE} / \partial v) - (\mathfrak{R}_{dE} \partial \mathfrak{R}_{dE} / \partial v + \mathfrak{R}_{dE} \partial \mathfrak{R}_{Eequi} / \partial v)}{(\mathfrak{R}_{dE} + \mathfrak{R}_{Eequi})^2} \quad (2.98)$$

$$\frac{\partial g}{\partial v} = \frac{(\mathfrak{R}_{Eequi} \partial \mathfrak{R}_{dE} / \partial v) - (\mathfrak{R}_{dE} \partial \mathfrak{R}_{Eequi} / \partial v)}{(\mathfrak{R}_{dE} + \mathfrak{R}_{Eequi})^2} \quad (2.99)$$

Assim substituindo as equações 2.95 e 2.99 em 2.91 e definindo que $\mathfrak{R}' = \frac{\partial \mathfrak{R}}{\partial v}$ e

$\phi' = \frac{\partial \phi}{\partial v}$ temos:

$$\phi'_1 = \frac{\phi_m}{L_f} \left[\left(\frac{\mathfrak{R}_{dE}}{\mathfrak{R}_{dE} + \mathfrak{R}_{Eequi}} \right) \left(\frac{(\mathfrak{R}_E \mathfrak{R}'_D - \mathfrak{R}_D \mathfrak{R}'_E)}{(\mathfrak{R}_D + \mathfrak{R}_E)^2} \right) + \left(\frac{\mathfrak{R}_D}{\mathfrak{R}_E + \mathfrak{R}_D} \right) \left(\frac{(\mathfrak{R}_{Eequi} \mathfrak{R}'_{dE} - \mathfrak{R}_{dE} \mathfrak{R}'_{Eequi})}{(\mathfrak{R}_{dE} + \mathfrak{R}_{Eequi})^2} \right) \right] \quad (2.100)$$

E por analogia

$$\phi'_2 = \frac{\phi_m}{L_f} \left[\left(\frac{\mathfrak{R}_{dD}}{\mathfrak{R}_{dD} + \mathfrak{R}_{Dequi}} \right) \left(\frac{(\mathfrak{R}_D \mathfrak{R}'_E - \mathfrak{R}_E \mathfrak{R}'_D)}{(\mathfrak{R}_D + \mathfrak{R}_E)^2} \right) + \left(\frac{\mathfrak{R}_E}{\mathfrak{R}_E + \mathfrak{R}_D} \right) \left(\frac{(\mathfrak{R}_{Dequi} \mathfrak{R}'_{dD} - \mathfrak{R}_{dD} \mathfrak{R}'_{Dequi})}{(\mathfrak{R}_{dD} + \mathfrak{R}_{Dequi})^2} \right) \right] \quad (2.101)$$

onde

$$\frac{\partial \mathfrak{R}_D}{\partial v} = \frac{\partial}{\partial v} \left(\mathfrak{R}^*_{HD} + \frac{\mathfrak{R}_{Dequi} \mathfrak{R}_{dD}}{\mathfrak{R}_{Dequi} + \mathfrak{R}_{dD}} \right) \quad (2.102)$$

$$\frac{\partial \mathfrak{R}_D}{\partial v} = \frac{\partial \mathfrak{R}^*_{HD}}{\partial v} + \frac{\partial}{\partial v} \left(\frac{\mathfrak{R}_{Dequi} \mathfrak{R}_{dD}}{\mathfrak{R}_{Dequi} + \mathfrak{R}_{dD}} \right) \quad (2.103)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathfrak{R}_D}{\partial v} &= \frac{\partial \mathfrak{R}^*_{HD}}{\partial v} + \\ &\frac{(\mathfrak{R}_{Dequi} + \mathfrak{R}_{dD}) \partial(\mathfrak{R}_{Dequi} \cdot \mathfrak{R}_{dD}) / \partial v - (\mathfrak{R}_{Dequi} \cdot \mathfrak{R}_{dD}) \partial(\mathfrak{R}_{Dequi} + \mathfrak{R}_{dD}) / \partial v}{(\mathfrak{R}_{Dequi} + \mathfrak{R}_{dD})^2} \end{aligned} \quad (2.104)$$

e

$$\frac{\partial}{\partial v} (\mathfrak{R}_{Dequi} \mathfrak{R}_{dD}) = \mathfrak{R}_{Dequi} \frac{\partial \mathfrak{R}_{dD}}{\partial v} + \mathfrak{R}_{dD} \frac{\partial \mathfrak{R}_{Dequi}}{\partial v} \quad (2.105)$$

$$\frac{\partial}{\partial v} (\mathfrak{R}_{Dequi} + \mathfrak{R}_{dD}) = \frac{\partial \mathfrak{R}_{Dequi}}{\partial v} + \frac{\partial \mathfrak{R}_{dD}}{\partial v} \quad (2.106)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathfrak{R}_D}{\partial v} &= \frac{\partial \mathfrak{R}^*_{HD}}{\partial v} + \\ &\frac{(\mathfrak{R}_{Dequi} + \mathfrak{R}_{dD}) \left(\mathfrak{R}_{Dequi} \frac{\partial \mathfrak{R}_{dD}}{\partial v} + \mathfrak{R}_{dD} \frac{\partial \mathfrak{R}_{Dequi}}{\partial v} \right) - (\mathfrak{R}_{Dequi} \cdot \mathfrak{R}_{dD}) \left(\frac{\partial \mathfrak{R}_{Dequi}}{\partial v} + \frac{\partial \mathfrak{R}_{dD}}{\partial v} \right)}{(\mathfrak{R}_{Dequi} + \mathfrak{R}_{dD})^2} \end{aligned} \quad (2.107)$$

$$\frac{\partial \mathfrak{R}_D}{\partial v} = \frac{\partial \mathfrak{R}^*_{HD}}{\partial v} + \frac{\left((\mathfrak{R}_{Dequi})^2 \frac{\partial \mathfrak{R}_{dD}}{\partial v} + (\mathfrak{R}_{dD})^2 \frac{\partial \mathfrak{R}_{Dequi}}{\partial v} \right)}{(\mathfrak{R}_{Dequi} + \mathfrak{R}_{dD})^2} \quad (2.108)$$

Expandindo o termo \mathfrak{R}_{Dequi} temos:

$$\frac{\partial \mathfrak{R}_{Dequi}}{\partial v} = \frac{\partial}{\partial v} (\mathfrak{R}_{gD} + \mathfrak{R}_{VD} + \mathfrak{R}_{HD} + \mathfrak{R}_{VHD}) \quad (2.109)$$

$$\frac{\partial \mathfrak{R}_{Dequi}}{\partial v} = \frac{\partial \mathfrak{R}_{gD}}{\partial v} + \frac{\partial \mathfrak{R}_{VD}}{\partial v} + \frac{\partial \mathfrak{R}_{HD}}{\partial v} + \frac{\partial \mathfrak{R}_{VHD}}{\partial v} \quad (2.110)$$

Por analogia ao resultado das equações 2.108 e 2.109 temos que:

$$\frac{\partial \mathfrak{R}_E}{\partial v} = \frac{\partial \mathfrak{R}_{HE}^*}{\partial v} + \frac{\left((\mathfrak{R}_{Eequi})^2 \frac{\partial \mathfrak{R}_{dE}}{\partial v} + (\mathfrak{R}_{dE})^2 \frac{\partial \mathfrak{R}_{Eequi}}{\partial v} \right)}{(\mathfrak{R}_{Eequi} + \mathfrak{R}_{dE})^2} \quad (2.111)$$

e

$$\frac{\partial \mathfrak{R}_{Eequi}}{\partial v} = \frac{\partial}{\partial v} (\mathfrak{R}_{gE} + \mathfrak{R}_{VE} + \mathfrak{R}_{HE} + \mathfrak{R}_{VHE}) \quad (2.112)$$

$$\frac{\partial \mathfrak{R}_{Eequi}}{\partial v} = \frac{\partial \mathfrak{R}_{gE}}{\partial v} + \frac{\partial \mathfrak{R}_{VE}}{\partial v} + \frac{\partial \mathfrak{R}_{HE}}{\partial v} + \frac{\partial \mathfrak{R}_{VHE}}{\partial v} \quad (2.113)$$

TABELA 1 – Derivadas parciais das relutâncias distribuídas em relação aos parâmetros do transdutor

	Parâmetros		
	l_g	L	h
$\mathcal{R}'_{gE} = \mathcal{R}'_{gD}$	$\frac{1}{\mu_o S_a}$	0	0
$\mathcal{R}'_{VD} = \mathcal{R}'_{VE}$	0	0	$\frac{2}{\mu_{Fe} S_a}$
$\mathcal{R}'_{HVD} = \mathcal{R}'_{HVE}$	0	0	0
\mathcal{R}'_{dE}	$\frac{1}{\mu_o (x - l_s/2)z}$	0	$\frac{2}{\mu_o (x - l_s/2)z}$
\mathcal{R}'_{dD}	$\frac{-1}{\mu_o [L - (x + l_s/2)]z}$	$\frac{-(2h + l_g)}{\mu_o [L - (x + l_s/2)]^2 z}$	$\frac{2}{\mu_o [L - (x + l_s/2)]z}$
$\mathcal{R}'_{HD} = \mathcal{R}'^*_{HD}$	0	$\frac{1}{\mu_{Fe} S_a}$	0
$\mathcal{R}'_{HE} = \mathcal{R}'^*_{HE}$	0	0	0

TABELA 1 – Continuação

	Parâmetros		
	l_a	z	μ_{Fe}
$\mathfrak{R}'_{gE} = \mathfrak{R}'_{gD}$	$\frac{-l_g}{\mu_0 S_a l_a}$	$\frac{-l_g}{\mu_0 S_a z}$	0
$\mathfrak{R}'_{VD} = \mathfrak{R}'_{VE}$	$\frac{-2h}{\mu_0 S_a l_a}$	$\frac{-2h}{\mu_0 S_a z}$	0
$\mathfrak{R}'_{HVD} = \mathfrak{R}'_{HVE}$	0	$\frac{-2}{\mu_{Fe} z^2}$	$\frac{-2}{\mu_{Fe}^2 z}$
\mathfrak{R}'_{dE}	0	$\frac{-(2h+l_g)}{\mu_0 (x-l_s/2) z^2}$	0
\mathfrak{R}'_{dD}	0	$\frac{-(2h+l_g)}{\mu_0 [L-(x+l_s/2)] z^2}$	0
$\mathfrak{R}'_{HD} = \mathfrak{R}'^*_{HD}$	$\frac{-(L-x)}{\mu_{Fe} S_a l_a}$	$\frac{-(L-x)}{\mu_{Fe} S_a l_a}$	$\frac{-(L-x)}{\mu_{Fe}^2 S_a}$
$\mathfrak{R}'_{HE} = \mathfrak{R}'^*_{HE}$	$\frac{-x}{\mu_{Fe} S_a l_a}$	$\frac{-x}{\mu_{Fe} S_a z}$	$\frac{-x}{\mu_{Fe}^2 S_a}$

Então as equações na Tab. 1 podem ser substituídas nas equações 2.100 a 2.113 para obtermos a derivada do fluxo nas culatras laterais em relação a algum de seus parâmetros dimensionais. Assim, por exemplo, se precisássemos melhorar a resposta do transdutor e só conseguíssemos modificar um entre dois ou mais parâmetros, poderemos calcular pelas equações acima aquele que em um pequeno intervalo nos dará o melhor resultado.

2.4 CRITÉRIOS DE PROJETO E DIMENSIONAMENTO

Para projetar o transdutor são necessários critérios para dimensionar o ponto de operação de um ímã permanente ou a força magneto-motriz do eletroímã. Primeiramente, analisaremos o modelo teórico na forma reduzida para depois analisarmos o modelo teórico completo definido a partir das condições inicialmente estabelecidas neste capítulo.

2.4.1 MODELO TEÓRICO APROXIMADO

O modelo teórico aproximado só pode ser usado para o transdutor com entreferro de medição, tanto para fluxo c.c. como para c.a.

2.4.1.1 Transdutor com Entreferro de Medição e Ímã Permanente

O principal critério de projeto, quando usamos um ímã permanente como fonte de fluxo magnético de excitação, é o da definição de seu ponto de operação. Para isto vamos usar um modelo de relutância distribuída baseado no desenho da Fig. 19, onde, como primeira aproximação, vamos desconsiderar as relutâncias das partes ferromagnéticas; assim, consideraremos apenas as dos entreferros.

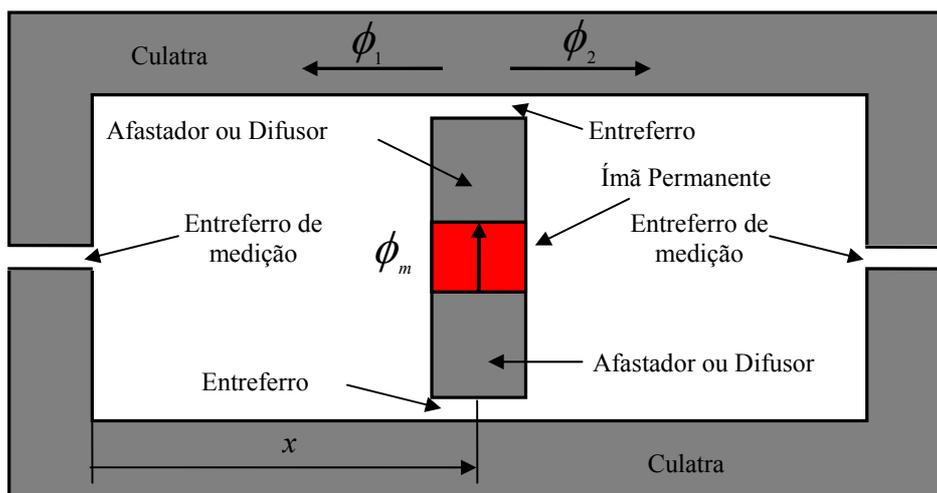


Figura 30 – Vista frontal do transdutor

A partir do desenho da Fig. 30 podemos desenvolver um modelo de relutâncias distribuídas baseado no análogo elétrico do circuito magnético do transdutor. Para começarmos a avaliar o dispositivo devemos simplificá-lo a fim de poder fazer uma primeira avaliação e termos condições de projetá-lo.

Também para uma primeira análise do dispositivo podemos trabalhar com um modelo que não leva em conta as relutâncias ferromagnéticas do dispositivo e as relutâncias de dispersão entre as culatras superior e inferior, Fig. 30. Este modelo nos permite obter o ponto de operação aproximado do dispositivo e definir as dimensões dos entreferros.

Para este modelo foi considerado um fluxo disperso no próprio ímã permanente, a permeabilidade do circuito ferromagnético foi considerada muito alta e não temos saturação presente. Nesta análise consideraremos tanto a excitação por ímã permanente quanto por eletroímã.

Para a obtenção da reta de carga do ímã permanente, inicialmente faremos algumas simplificações no circuito, como faríamos no análogo elétrico. Desta forma, os fluxos ϕ_1 e ϕ_2 serão determinados pelas relutâncias \mathfrak{R}_{gE} e \mathfrak{R}_{gD} . Idealmente, o modelo pode ser simplificado como na Fig. 30 e depois reduzido ao circuito da Fig. 31.

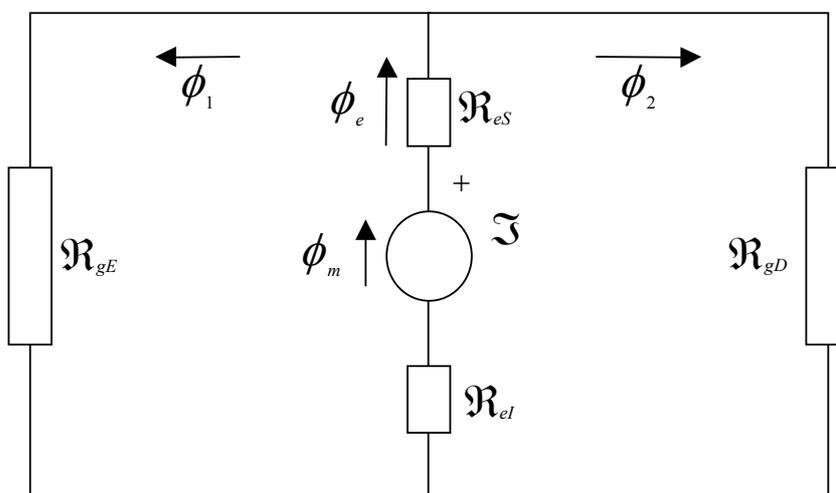


FIGURA 31 - Modelo de relutâncias simplificado

Do modelo acima podemos ver que

$$\mathfrak{F} = -H_m l_m, \text{ para ímã permanente, ou } \mathfrak{F} = NI, \text{ para bobina} \quad (2.114)$$

$$\phi_m = B_m S_m \quad (2.115)$$

$$\phi_m = \phi_e + \phi_l \quad (2.116)$$

O circuito da Fig. 31 pode ser simplificado como mostrado na Fig. 32

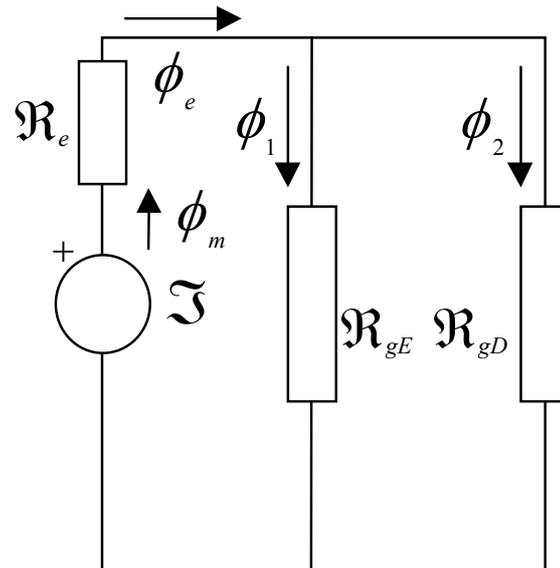


FIGURA 32 – Simplificação do circuito da Fig. 31

$$\mathfrak{R}_{gE} = \frac{l_{gE}}{\mu_0 S_{gE}} \quad (2.117)$$

$$\mathfrak{R}_{gD} = \frac{l_{gD}}{\mu_0 S_{gD}} \quad (2.118)$$

$$\mathfrak{R}_e = \frac{2l_e}{\mu_0 S_e} \quad (2.119)$$

As relutâncias dos entreferros podem ser substituídas por uma relutância equivalente.

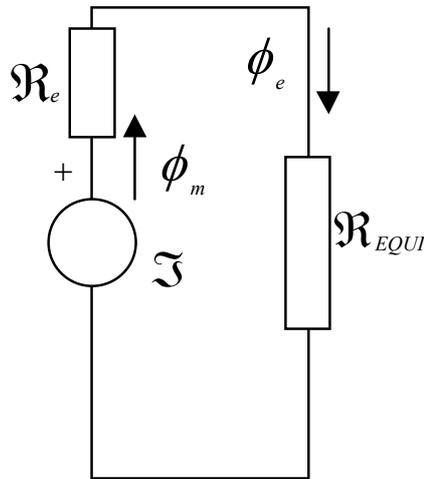


FIGURA 33 – Circuito equivalente da Fig. 32

$$\mathfrak{R}_{EQUI} = \frac{\mathfrak{R}_{gE} \mathfrak{R}_{gD}}{\mathfrak{R}_{gE} + \mathfrak{R}_{gD}} \quad (2.120)$$

Devido à simetria do dispositivo, temos que:

$$\mathfrak{R}_{gE} = \mathfrak{R}_{gD} = \mathfrak{R}_g = \frac{l_g}{\mu_0 S_g} \quad (2.121)$$

e

$$\mathfrak{R}_{EQUI} = \frac{\mathfrak{R}_g}{2} \quad (2.122)$$

Fazendo uma comparação da lei do Ohm com as equações 2.114 e 2.115 temos:

$$\frac{\mathfrak{I}}{\phi_e} = 2 \mathfrak{R}_e + \mathfrak{R}_{EQUI} = 2 \mathfrak{R}_e + \frac{\mathfrak{R}_g}{2} \quad (2.123)$$

Introduzimos agora o fator de fluxo disperso [1] [26] nas equações 2.110 e 2.111.

$$L_f = \frac{(\phi_e + \phi_1)}{\phi_e} = \frac{\phi_m}{\phi_e} = \frac{B_m S_m}{\phi_e} \quad (2.124)$$

De 2.123, 2.124 e 2.114 temos:

$$-\frac{H_m l_m}{B_m S_m / L_f} = \frac{2l_e}{(\mu_0 S_e)} + \frac{\mathfrak{R}_g}{2} \quad (2.125)$$

e

$$\frac{B_m}{H_m} = -\mu_0 L_f \frac{S_e}{S_m} \frac{2l_m}{(4l_e + \mu_0 S_e \mathfrak{R}_g)} \quad (2.126)$$

Introduzimos agora o conceito de fator de franjamento ou espraimento.

$$C_f = \frac{S_e}{S_m} \quad (2.127)$$

$$\frac{B_m}{H_m} = -\mu_0 L_f C_f \frac{l_m}{(2l_e + \mu_0 S_e \mathfrak{R}_g / 2)} \quad (2.128)$$

ou de 2.122 e 2.128 podemos obter uma equação geral

$$\frac{B_m}{H_m} = -\mu_0 L_f C_f \frac{l_m}{(2l_e + \mu_0 S_e \mathfrak{R}_{EQUI})} \quad (2.129)$$

De 2.121, 2.122 e 2.129 obtemos:

$$\frac{B_m}{H_m} = -\mu_0 L_f C_f \frac{l_m}{\left(2l_e + \frac{S_e l_g}{S_g} \frac{1}{2}\right)} \quad (2.130)$$

$$\frac{B_m}{H_m} = -\mu_0 L_f C_f \frac{l_m}{l_1^*} \quad (2.131)$$

onde

$$l_1^* = 2l_e + \frac{S_e l_g}{S_m} \frac{1}{2} \quad (2.132)$$

Onde l_1^* é o comprimento de entreferro corrigido, ou seja, é como se o ímã permanente “enxergasse” apenas um entreferro de comprimento l_1^* .

A equação 2.132 é a equação da reta de carga para o modelo simplificado proposto. Por este modelo podemos ver que o ponto de operação do ímã permanente não se alteraria com a mudança de posição do ímã permanente, considerando o fator de dispersão constante.

Quando utilizamos um eletroímã no lugar do ímã permanente no modelo da Fig. 29, tanto no caso c.c. quanto no c.a., devemos substituir na equação 2.123 a força-eletromotriz por NI ; assim a equação 2.130 ficaria como segue:

$$\frac{B_m}{NI} = \mu_0 L_f C_f \frac{1}{\left(2l_e + \frac{S_e l_g}{S_g 2}\right)} \quad (2.133)$$

ou

$$B_m = \mu_0 L_f C_f \frac{NI}{\left(2l_e + \frac{S_e l_g}{S_g 2}\right)} \quad (2.134)$$

Devemos agora aprimorar o modelo introduzindo as relutâncias ferromagnéticas que, na verdade, são responsáveis pelas variações dos fluxos ϕ_1 e ϕ_2 com a posição do carro, e a partir daí, analisar se há variação no ponto de operação da reta de carga do ímã permanente.

2.4.2 MODELO TEÓRICO COMPLETO

O modelo teórico completo é usado tanto para o transdutor sem entreferro como para o transdutor com entreferro de medição, mas não considera os efeitos da histerese magnética.

2.4.2.1 Transdutor com Entreferro de Medição e Ímã Permanente

Para obtermos o ponto de operação do ímã permanente, levando em conta todas as relutâncias, vamos nos basear na Fig.21. Desta forma, introduzimos os parâmetros das relutâncias ferromagnéticas e analisamos o comportamento do ponto de operação do ímã permanente.

Parte desta análise já foi feita quando analisamos a distribuição do fluxo magnético no modelo de relutâncias das Fig. 21 até Fig. 24. A partir deste modelo de relutâncias devemos simplificá-lo a uma relutância equivalente, como em um análogo elétrico, para obtermos o ponto de operação do ímã permanente, como na equação 2.129, ficando este agora em função da posição do ímã permanente e dos parâmetros construtivos do transdutor.

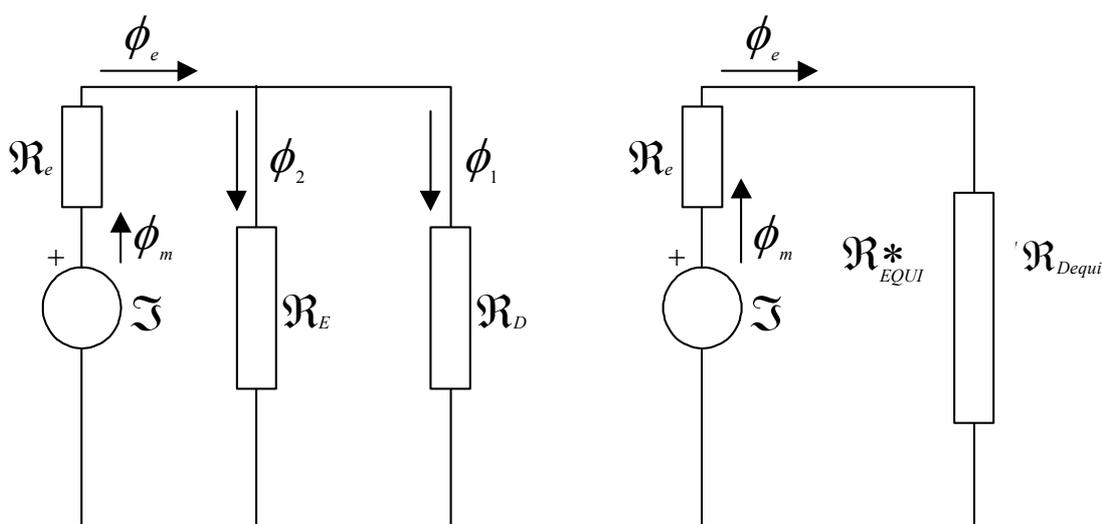


FIGURA 34 – Análogo elétrico das Fig. 32 e 33 com as relutâncias ferromagnéticas

Como podemos ver, o modelo da Fig. 34 é igual ao das Figuras 32 e 33. Então, a equação da reta de carga do ímã permanente é igual a da equação 2.124.

$$\frac{B_m}{H_m} = -\mu_0 L_f C_f \frac{l_m}{(2l_e + \mu_0 S_e \mathcal{R}_{EQUI}^*)} \quad (2.135)$$

onde

$$\mathcal{R}_{EQUI}^* = \left(\frac{\mathcal{R}_E \mathcal{R}_D}{\mathcal{R}_E + \mathcal{R}_D} \right) \quad (2.136)$$

Para calcular o ponto de operação do ímã permanente consideramos sempre que ele se encontra na sua posição de maior simetria onde $x = L/2$. Devido a esta simetria podemos definir que:

$$\mathcal{R}_E = \mathcal{R}_D = \mathcal{R}_{ED} \quad (2.137)$$

De 2.21, 2.22, 2.136 e 2.137 temos:

$$\mathfrak{R}^*_{EQUI} = \left(\frac{\mathfrak{R}_E \mathfrak{R}_D}{\mathfrak{R}_E + \mathfrak{R}_D} \right) = \frac{\mathfrak{R}_{ED}}{2} = \left\{ \frac{\left[\mathfrak{R}^*_{HED} + \left(\frac{\mathfrak{R}_{EDequiv} \mathfrak{R}_{dED}}{\mathfrak{R}_{EDequiv} + \mathfrak{R}_{dED}} \right) \right]}{2} \right\} \quad (2.138)$$

Assim

$$\frac{B_m}{H_m} = -\mu_0 L_f C_f \frac{l_m}{\left(2l_e + \mu_0 S_e \left(\frac{\mathfrak{R}^*_{HED} + \left(\frac{\mathfrak{R}_{EDequiv} \mathfrak{R}_{dED}}{\mathfrak{R}_{EDequiv} + \mathfrak{R}_{dED}} \right)}{2} \right) \right)} \quad (2.139)$$

E considerando os parâmetros da Fig.21 e das equações 2.33 a 2.51 temos:

$$\mathfrak{R}_{Eqiv} = \mathfrak{R}_{Dequiv} = \mathfrak{R}_{EDequiv} = \mathfrak{R}_{gED} + \mathfrak{R}_{VED} + \mathfrak{R}_{VHED} + \mathfrak{R}_{HED} \quad (2.140)$$

$$\mathfrak{R}_{gE} = \mathfrak{R}_{gD} = \mathfrak{R}_{gED} = \frac{l_g}{\mu_0 l_a z} \quad (2.141)$$

$$\mathfrak{R}_{VE} = \mathfrak{R}_{VD} = \mathfrak{R}_{VED} = \frac{2h}{\mu_{Fe} l_a z} \quad (2.142)$$

$$\mathfrak{R}_{VHE} = \mathfrak{R}_{VHD} = \mathfrak{R}_{VHED} = \frac{2l_a}{\mu_{Fe} l_a z} \quad (2.143)$$

$$\mathfrak{R}_{HE} = \mathfrak{R}_{HD} = \mathfrak{R}_{HED} = \mathfrak{R}^*_{HED} = \frac{L/2}{\mu_{Fe} l_a z} \quad (2.144)$$

$$\mathfrak{R}_{dE} = \mathfrak{R}_{dD} = \mathfrak{R}_{dED} = \frac{2h + l_g}{\mu_0 \left(\frac{L}{2} - \frac{l_s}{2} \right) z} = \frac{4h + 2l_g}{\mu_0 (L - l_s) z} \quad (2.145)$$

Substituindo as equações. 2.140 a 2.145 no numerador de 2.138 temos:

$$\mathfrak{R}^*_{HED} + \left(\frac{\mathfrak{R}_{EDequiv} \mathfrak{R}_{dED}}{\mathfrak{R}_{EDequiv} + \mathfrak{R}_{dED}} \right) = \frac{L/2}{\mu_{Fe} l_a z} + \left[\frac{\left(\frac{l_g}{\mu_0 l_a z} + \frac{(2h + 2l_a + L/2)}{\mu_{Fe} l_a z} \right) \left(\frac{4h + 2l_g}{\mu_0 (L - l_s) z} \right)}{\left(\frac{l_g}{\mu_0 l_a z} + \frac{(2h + 2l_a + L/2)}{\mu_{Fe} l_a z} \right) + \frac{4h + 2l_g}{\mu_0 (L - l_s) z}} \right] \quad (2.146)$$

Vamos analisar agora a estabilidade do ponto de operação do ímã permanente em função da sua posição, analisando a equação 2.142 e 2.143 com relação à posição.

$$\frac{B_m}{H_m}(x) = -\mu_0 L_f C_f \frac{l_m}{(2l_e + \mu_0 S_e \mathfrak{R}^*_{EQUI}(x))} \quad (2.147)$$

$$\mathfrak{R}^*_{EQUI}(x) = \left(\frac{\mathfrak{R}_E(x) \mathfrak{R}_D(x)}{\mathfrak{R}_E(x) + \mathfrak{R}_D(x)} \right) \quad (2.148)$$

Podemos ver pela equação 2.147 que o ponto de operação será mais estável quanto maior for o comprimento axial do ímã permanente l_m e quanto menor for a relutância equivalente do sistema. Se $2l_e \gg \mu_0 S_e \mathfrak{R}^*_{EQUI}(x)$, uma variação de relutância equivalente do sistema não afetará significativamente o ponto de operação. Quando a permeabilidade magnética do material ferromagnético for muito alta, a relutância equivalente do sistema será pequena e irá variar muito pouco, ou seja, o produto do numerador da equação 2.148, $\mathfrak{R}_E(x) \mathfrak{R}_D(x)$, varia muito pouco em relação à posição, fazendo com que o ponto de operação do ímã permanente não se altere. Se aumentarmos o valor da relutância das culatras, aumentamos a relutância equivalente e aumentamos a variação do numerador da equação 2.148 em função da posição, podendo com isto, o ponto de operação do ímã permanente mudar de valor.

Por outro lado, o fato de usarmos ímã permanente de Terras Raras que tem uma curva BH linear com inclinação muito baixa contribui para diminuir a variação do ponto de operação do ímã permanente.

2.4.2.2 Transdutor com Entreferro de Medição e Eletroímã com Fluxos Magnéticos C.C. ou C.A.

Toda dedução feita na seção anterior é válida para o caso do eletroímã com fluxo magnético c.c ou c.a.. Apenas devemos modificar a formulação para força magneto-motriz na equação 2.139 e com os parâmetros da Fig.24.

$$B_m = \mu_0 L_f C_f \frac{NI}{\left(2l_e + \mu_0 S_e \left(\mathfrak{R}_{HED}^* + \frac{\mathfrak{R}_{EDequiv} \mathfrak{R}_{dED}}{\mathfrak{R}_{EDequiv} + \mathfrak{R}_{dED}} \right) \right)} \quad (2.149)$$

onde

$$\mathfrak{R}_{HED}^* + \left(\frac{\mathfrak{R}_{EDequiv} \mathfrak{R}_{dED}}{\mathfrak{R}_{EDequiv} + \mathfrak{R}_{dED}} \right) = \frac{L/2}{\mu_{Fe} l_a z} + \left[\frac{\left(\frac{l_g}{\mu_0 l_a z} + \frac{(2h + 2l_a + L/2)}{\mu_{Fe} l_a z} \right) \left(\frac{4h + 2l_g}{\mu_0 (L - l_s) z} \right)}{\left(\frac{l_g}{\mu_0 l_a z} + \frac{(2h + 2l_a + L/2)}{\mu_{Fe} l_a z} + \frac{4h + 2l_g}{\mu_0 (L - l_s) z} \right)} \right] \quad (2.150)$$

e B_m é a indução magnética do eletroímã.

2.4.2.3 Transdutor sem Entreferro de Medição e Eletroímã com Fluxo Magnético C.A.

Novamente aqui toda formulação feita na seção anterior é válida, pois a equação 2.147 também é aplicada neste caso com os parâmetros da Fig. 29. Assim apenas devemos fazer $l_g = 0$, pois não temos entreferro de medição.

$$B_m = \mu_0 L_f C_f \frac{NI}{\left(2l_e + \mu_0 S_e \left(\frac{\mathfrak{R}^*_{HED} + \left(\frac{\mathfrak{R}_{EDequiv} \mathfrak{R}_{dED}}{\mathfrak{R}_{EDequiv} + \mathfrak{R}_{dED}} \right)}{2} \right) \right)} \quad (2.151)$$

onde

$$\mathfrak{R}^*_{HED} + \left(\frac{\mathfrak{R}_{EDequiv} \mathfrak{R}_{dED}}{\mathfrak{R}_{EDequiv} + \mathfrak{R}_{dED}} \right) = \frac{L/2}{\mu_{Fe} l_a z} + \left[\frac{\left(\frac{(2h + 2l_a + L/2)}{\mu_{Fe} l_a z} \right) \left(\frac{4h}{\mu_0 (L - l_s) z} \right)}{\left(\frac{(2h + 2l_a + L/2)}{\mu_{Fe} l_a z} \right) + \frac{4h}{\mu_0 (L - l_s) z}} \right] \quad (2.152)$$

A análise da estabilidade do ponto de operação da fonte de fluxo magnético de 2.4.2.2 e 2.4.2.3 é igual a 2.4.2.1. O que muda é que, em 2.4.2.1, tão mais estável será quanto maior for o comprimento axial do ímã permanente, e os outros dois são mais estáveis quando maior for a força magneto-motriz na bobina.

2.4.3 OUTROS CRITÉRIOS

Existem vários outros critérios de projeto. Alguns são comuns aos transdutores com e sem entreferro de medição, como:

- A seção de toda culatra deve ser a mesma ao longo do transdutor, pois uma variação na seção do entreferro de medição afeta o comportamento da distribuição de fluxo no transdutor de modo não linear;
- Não deve haver saturação no ferro (afeta a linearidade);
- Deve-se usar aços com baixo campo coercitivo (formação de domínios magnéticos fracos no material);
- O comprimento de ímã permanente deve ser maximizado, pois de acordo com a equação 2.135 quanto maior o comprimento axial do ímã permanente mais estável é seu ponto de operação;
- A razão entre a relutância ferromagnética da culatra e a relutância de entreferro entre a culatra superior e inferior deve ser minimizada, para diminuir o fluxo disperso entre as culatras e aumentar a linearidade e a sensibilidade do transdutor.

Para o transdutor com ímã permanente ou eletroímã com entreferro de medição:

- a) Definimos que a relutância ferromagnética deve ser da 10 a 100 vezes a relutância do entreferro de medição para termos uma boa sensibilidade na medição; ou seja, se a força magneto-motriz se aproximar da queda de potencial magnético nos entreferros laterais de medição, não haverá variação significativa do fluxo magnético;
- b) Minimizar a frequência para evitar perdas no ferro no caso de fluxo magnético c.a.

Para o transdutor com eletroímã sem entreferro de medição e fluxo c.a.:

- a) A tensão aplicada no eletroímã deve ser senoidal, para que a tensão induzida nas bobinas exploradora seja também senoidal;
- b) Usar frequência suficientemente baixa para minimizar perdas no ferro.

3 PROJETO

Neste capítulo vamos mostrar os três transdutores construídos e apresentar os critérios de dimensionamento de seus projetos e os resultados teóricos alcançados.

3.1 TRANSDUTOR COM ENTREFERRO DE MEDIÇÃO

Vamos analisar os critérios e o dimensionamento do primeiro protótipo do transdutor, confeccionado em barra de aço e apresentar os resultados teóricos, tanto em c.c. com em c.a.

3.1.1 TRANSDUTOR COM ÍMÃ PERMANENTE

O transdutor foi desenvolvido primeiramente para utilização com ímã permanente como fonte de fluxo magnético e depois adaptado para fluxo magnético c.a. como veremos.

3.1.1.1 Critério de Dimensionamento

O transdutor com entreferros de medição com ímã permanente foi o primeiro protótipo desenvolvido e sua análise foi muito importante para o seu desenvolvimento deste trabalho.

A idéia inicial era construir um transdutor com mais de 500 mm de comprimento utilizando um ímã permanente de Neodímio-Ferro-Borro existente no laboratório. O aço utilizado na confecção do transdutor foi o 1040. Com base nos critérios construtivos e nos apresentados na seção 2.4.3, podemos definir alguns parâmetros dimensionais do transdutor como apresentados na Tab. 2.

TABELA 2- Critérios para escolha dos parâmetros dimensionais do transdutor

Grandeza	Valor	Observação
L	625 mm	Comprimento maior que 500 mm
l_e	1 mm	Altura mínima para acomodar a ponteira Hall
l_g	1 mm	Altura mínima para acomodar a ponteira Hall
S_m	625 mm ²	Seção do ímã existente no laboratório
l_m	6 mm	Espessura do ímã permanente
S_e	625 mm ²	Deste modo temos que $C_f = 1$
L_f	1	Definimos assim para uma primeira aproximação
z	25 mm	Devido à largura do ímã permanente
l_s	25 mm	Deste modo temos que $C_f = 1$

Devemos agora definir o parâmetro h . Para isso devemos usar o critério de que a relutância ferromagnética do aço seja maior que a relutância do entreferro de medição, ou seja, $\mathcal{R}_{Fe} \gg \mathcal{R}_g$, levando-se em conta a previsão teórica de permeabilidade do aço da ordem de $200 \mu_0$. Desta forma foi escolhido o valor de $h = 63,5$ mm.

Após estas considerações falta ainda, pela equação 2.130, introduzirmos dois parâmetros: a inclinação da reta de carga B_m/H_m e a seção do entreferro de medição S_g . De forma otimizada, é melhor trabalhar com um ímã permanente no ponto de operação correspondente ao seu máximo produto energético, escolhemos fixar a inclinação da reta de carga do ímã permanente e determinar a seção do entreferro de medição de acordo. O valor da inclinação da reta de carga que intercepta o ponto de maior produto energético do ímã permanente de NdFeB, Fig. 35, é igual a $-1,11 \mu_0$; assim substituindo os valores acima nas equação 2.130 temos:

$$l_a = 3,4 \text{ mm} \quad (3.1)$$

Escolhemos $l_a = 4$ mm devido à largura do sensor Hall a ser empregado.

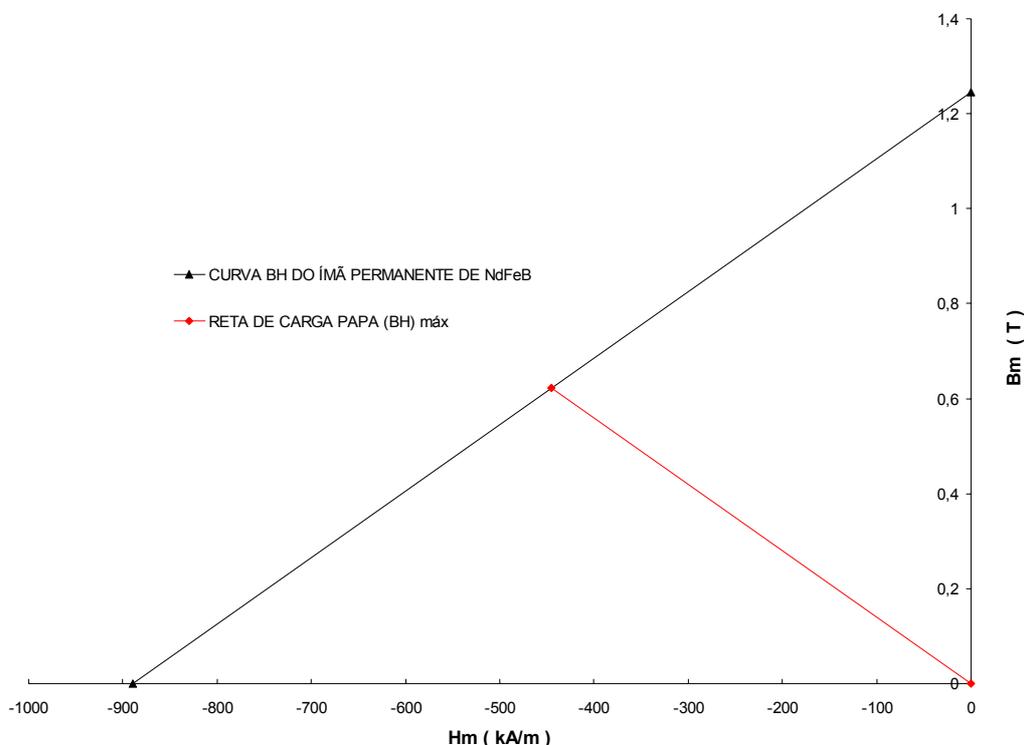


FIGURA 35 – Curva BH do ímã permanente de NdFeB e a reta de carga que intercepta o ponto de máximo produto energético do ímã permanente

Temos agora todos os parâmetros dimensionais do transdutor, sendo mostrados na Fig. 36.

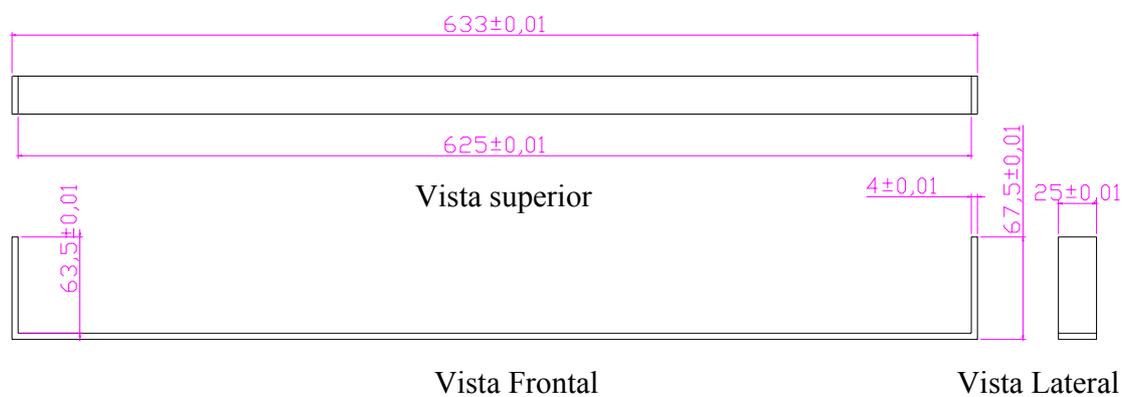


FIGURA 36 – Vistas com as cotas das culatras do transdutor, dimensões em mm

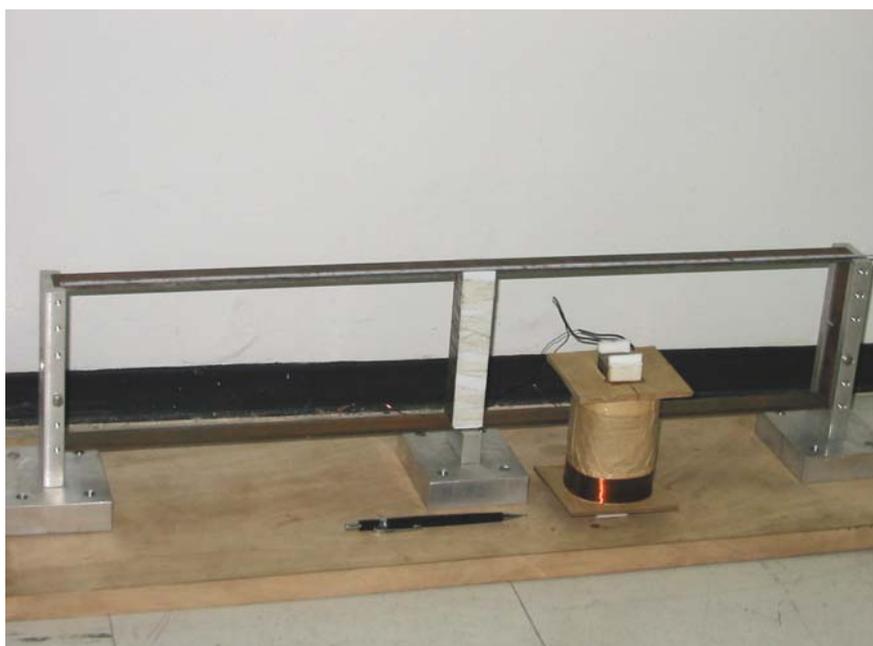


FIGURA 37 – Foto do primeiro protótipo com ímã permanente, junto o eletroímã utilizado para gerar fluxo magnético c.c. ou c.a.

Precisamos agora recalcular o ponto de operação do ímã permanente quando consideramos a permeabilidade do material ferromagnético a fim de determinar a indução

magnética no ímã permanente B_m e assim levantar a curva teórica da indução magnética nos entreferros. A permeabilidade pode ser obtida por:

- valores típicos de catálogos; por meios experimentais, levantando a curva de magnetização $B \times H$ do material;

- medindo B_m entre o afastador e a culatra horizontal na posição simétrica e assim determinando graficamente a inclinação da reta de carga. Com isso, se substitui o valor na equação 2.139 e se determina a permeabilidade magnética para os casos em que as propriedades físicas do transdutor real são muito próximas do modelo teórico ideal;

- além de medir a indução magnética B_m no caso anterior, medimos também B_1 e B_2 na posição simétrica e determinar a permeabilidade equivalente efetiva através da equação 2.79 e 2.80, ou seja, com isto estamos embutindo em uma grandeza física, a permeabilidade, todas as não linearidades do transdutor. Este último foi o nosso critério adotado, como veremos a seguir.

3.1.1.2 Resultados Teóricos

Os valores do módulo das induções magnéticas medidas nos entreferros de medição e entre o afastador e a culatra, com uma ponteira Hall, para a posição simétrica $x = L/2$ são mostrados da Tab. 3

TABELA 3 – Valores medidos do módulo de B nos entreferros na posição simétrica

Indução Magnética	Valores medidos (T)
B_m/L_f	0,362
$B_1(x=L/2)$	0,127
$B_2(x=L/2)$	0,127

Substituindo estes valores nas equações 2.80, 2.81 e 2.47 a 2.52, obtivemos uma permeabilidade equivalente efetiva de:

$$\mu_{Eq\ ef} = 36 \mu_0 \quad (3.2)$$

Este valor de permeabilidade equivalente efetiva é muito menor do que o valor da permeabilidade do material ferromagnético estimado de projeto, que era da ordem de 100 a $200\mu_0$ para aço carbono, mostrando que há muito fluxo disperso entre as culatras horizontais.

O levantamento das curvas teóricas das induções magnéticas nos entreferros de medição são feitos, então, a partir das equações 2.80 e 2.81 e 2.47 a 2.52

$$B_1(x, \mu_{Eq\ ef}) = \frac{B_m S_e}{L_f S_{gE}} \left(\frac{\mathfrak{R}_D(x, \mu_{Eq\ ef}) \mathfrak{R}_{dE}(x, \mu_{Eq\ ef})}{\left(\mathfrak{R}_E(x, \mu_{Eq\ ef}) + \mathfrak{R}_D(x, \mu_{Eq\ ef}) \right) \left(\mathfrak{R}_{dE}(x, \mu_{Eq\ ef}) + \mathfrak{R}_{Equiv}(x, \mu_{Eq\ ef}) \right)} \right) \quad (3.3)$$

$$B_2(x, \mu_{Eq\ ef}) = \frac{B_m S_m}{L_f S_{gD}} \left(\frac{\mathfrak{R}_E(x, \mu_{Eq\ ef}) \mathfrak{R}_{dD}(x, \mu_{Eq\ ef})}{\left(\mathfrak{R}_E(x, \mu_{Eq\ ef}) + \mathfrak{R}_D(x, \mu_{Eq\ ef}) \right) \left(\mathfrak{R}_{dD}(x, \mu_{Eq\ ef}) + \mathfrak{R}_{Dequiv}(x, \mu_{Eq\ ef}) \right)} \right) \quad (3.4)$$

onde

$$\mathfrak{R}_{dE}(x) = \frac{5,12}{(x - 0,0125)\mu_0} \quad (3.5)$$

$$\mathfrak{R}_{dD}(x) = \frac{5,12}{(0,6125 - x)\mu_0} \quad (3.6)$$

$$\mathfrak{R}_{Equiv}(x, \mu_{Eq\ ef}) = \frac{10}{\mu_0} + \frac{(0,135 - x)10^4}{\mu_{Eq\ ef}} \quad (3.7)$$

$$\mathfrak{R}_{Dequiv}(x, \mu_{Eq\ ef}) = \frac{10}{\mu_0} + \frac{(0,76 - x)10^4}{\mu_{Eq\ ef}} \quad (3.8)$$

$$\mathfrak{R}_E(x, \mu_{Eq\ ef}) = \frac{x10^4}{\mu_{Eq\ ef}} + \left(\frac{\left(\frac{10}{\mu_0} + \frac{(0,135 + x)10^4}{\mu_{Eq\ ef}} \right) \left(\frac{5,12}{\mu_0(x - 0,0125)} \right)}{\frac{10}{\mu_0} + \frac{(0,135 + x)10^4}{\mu_{Eq\ ef}} + \frac{5,12}{\mu_0(x - 0,0125)}} \right) \quad (3.9)$$

$$\mathfrak{R}_D(x, \mu_{Eq\ ef}) = \frac{(0,625-x)10^4}{\mu_{Eq\ ef}} + \left(\frac{\left(\frac{10}{\mu_0} + \frac{(0,76-x)10^4}{\mu_{Eq\ ef}} \right) \left(\frac{5,12}{\mu_0(0,6125-x)} \right)}{\frac{10}{\mu_0} + \frac{(0,76-x)10^4}{\mu_{Eq\ ef}} + \frac{5,12}{\mu_0(0,6125-x)}} \right) \quad (3.10)$$

$$\frac{B_m S_e}{L_f S_{gE}} = 2,381 \text{ T} \quad (3.11)$$

$$\frac{B_m S_e}{L_f S_{gD}} = 2,381 \text{ T} \quad (3.12)$$

Podemos então agora traçar as curvas da indução magnética nos entreferros de medição em função da posição do ímã permanente como visto na Fig. 38.

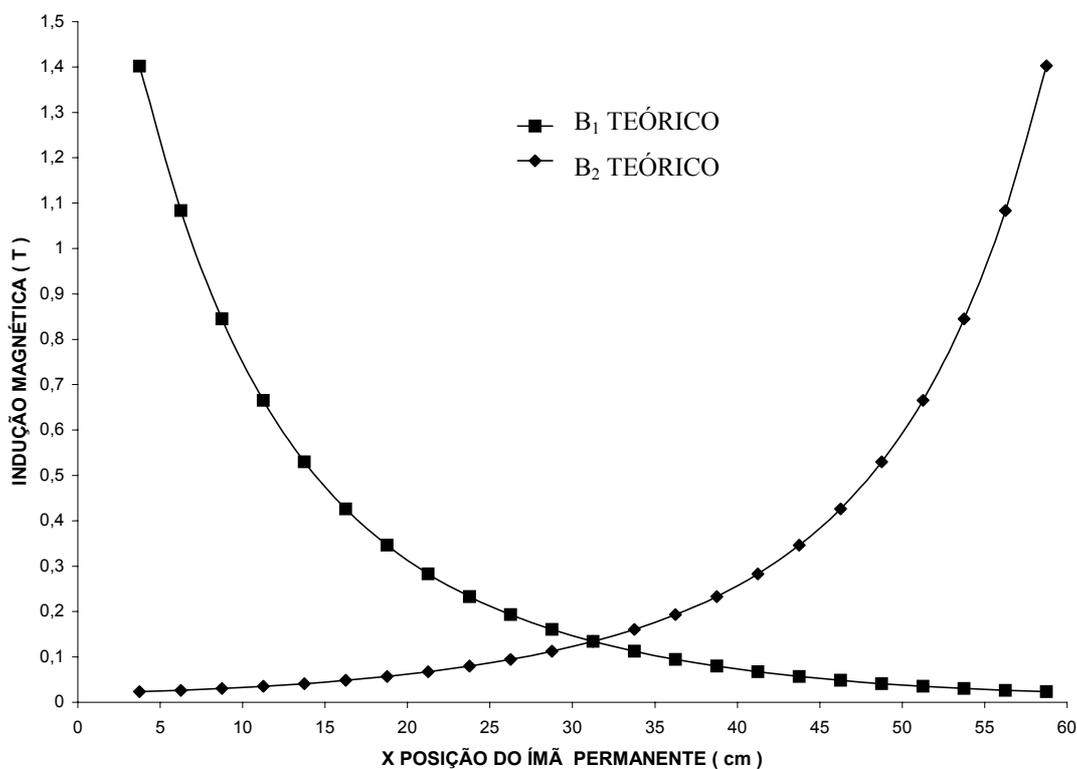


FIGURA 38 - Gráfico da indução teórica nos entreferros de medição considerando uma permeabilidade equivalente efetiva de $36\mu_0$

Podemos ver pelo gráfico que as curvas da variação da indução magnética teórica com a posição do ímã permanente são não lineares. Isto é devido à dispersão das linhas de fluxo entre as culatras horizontais e laterais, que podem ser vistas como um efeito que resulta em uma baixa permeabilidade equivalente efetiva. O efeito da dispersão do fluxo magnético é mais pronunciado quando o carro está em um dos dois extremos do transdutor.

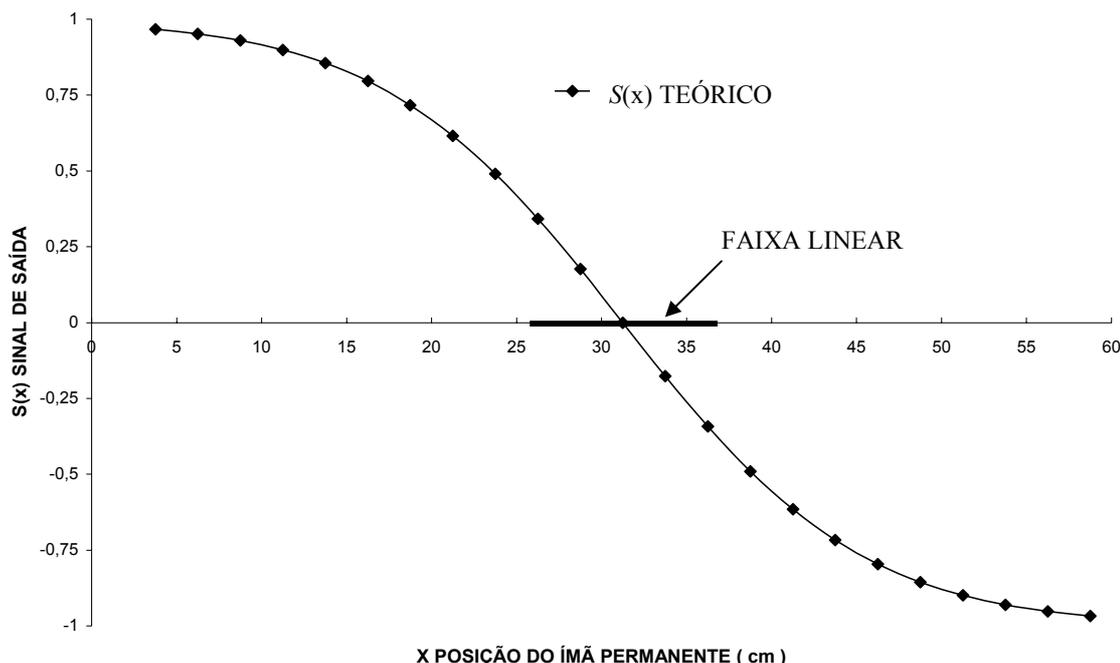


FIGURA 39 – Gráfico do sinal de saída teórico, Eq. 1.7, do transdutor com entreferro de medição considerando uma permeabilidade equivalente efetiva de $36\mu_0$

Apesar da forte característica não linear das variações das induções magnéticas teóricas, o sinal de saída diferencial $S(x)$ pode ser considerado linear em uma pequena excursão do carro em torno do centro do transdutor, como mostra a Fig. 39.

3.1.2 TRANSDUTOR COM FLUXO MAGNÉTICO C.A.

Este transdutor é o mesmo anterior, apenas o ímã permanente foi trocado por um eletroímã com excitação c.a., tendo um núcleo de ferro com as mesmas dimensões do ímã permanente com os afastadores. A idéia seria fazer um eletroímã com um grande número de espiras para podermos gerar induções magnéticas em c.a. da ordem das induções produzidas pelo ímã permanente e comparar os resultados.

O eletroímã foi, então, confeccionado com $N = 3087$ espiras. O fluxo magnético é medido através de duas bobinas exploradoras nas culatras laterais com $N_1 = 196$ e $N_2 = 198$ espiras, a partir das tensões induzidas nos seus terminais. Uma bobina exploradora com 40 espiras foi colocada no núcleo de ferro do eletroímã para medir o fluxo produzido por este último.

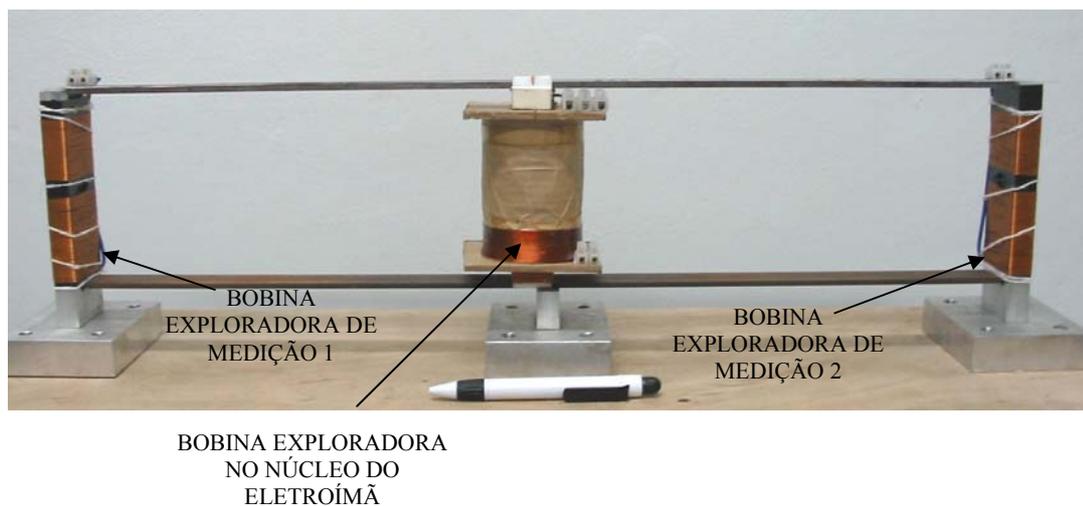


FIGURA 40 – Foto do transdutor com o eletroímã e as bobinas exploradoras nas culatras laterais e na parte inferior do núcleo do eletroímã

Adotamos o mesmo critério anterior para encontrar a permeabilidade equivalente efetiva com fluxo magnético c.a no transdutor através das equações 2.81 ou 2.82; assim, determinamos experimentalmente para uma corrente de 0,15 A no eletroímã na posição simétrica $x = L/2$ as tensões induzidas nas bobinas exploradoras, mostradas na Tab. 4.

TABELA 4 – Valores medidos da tensão induzida, na posição simétrica, nas culatras laterais e no eletroímã

Tensão Induzida	Valores Medidos (V)
V_{expl}	0,909
$V_1(x=L/2)$	0,17
$V_2(x=L/2)$	0,17

Onde nas equações 2.81 e 2.82 temos que:

$$\frac{V_m}{L_f} \frac{N_1}{N_m} = V_{\text{expl}} \frac{N_1}{N_{\text{expl}}} = 4,45 \text{ V} \quad (3.13)$$

Resultando em:

$$\mu_{Eg_{ef}} = 23 \mu_0 \quad (3.14)$$

Este valor é menor que o da equação 3.2 o que já era esperado, pois a permeabilidade c.a. deve ser menor que a c.c.

As curvas são traçadas através das equações 2.81, 2.82, 3.5 a 3.10, 3.13 e 3.14.

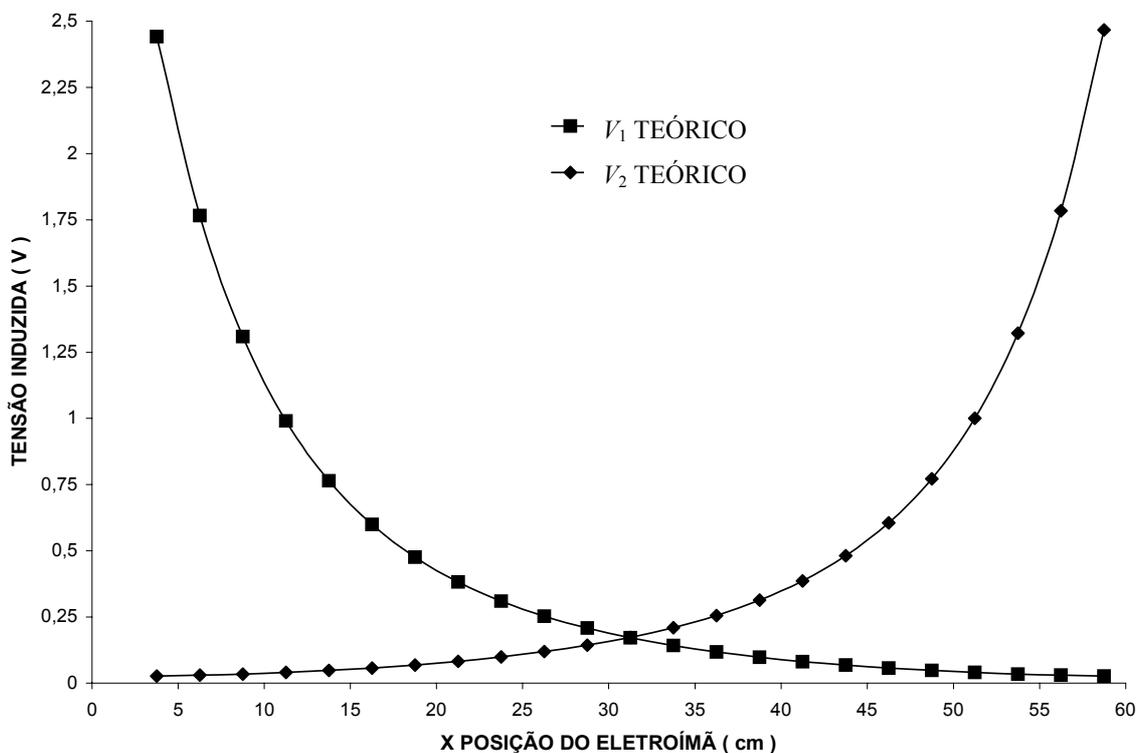


FIGURA 41 – Gráfico teórico do transdutor com entreferro de medição com fluxo magnético c.a. e permeabilidade equivalente efetiva de $23\mu_0$

Como podemos ver na Fig. 41, as curvas são não-lineares e a permeabilidade equivalente efetiva no material com fluxo magnético c.a. é menor do que com fluxo magnético c.c.

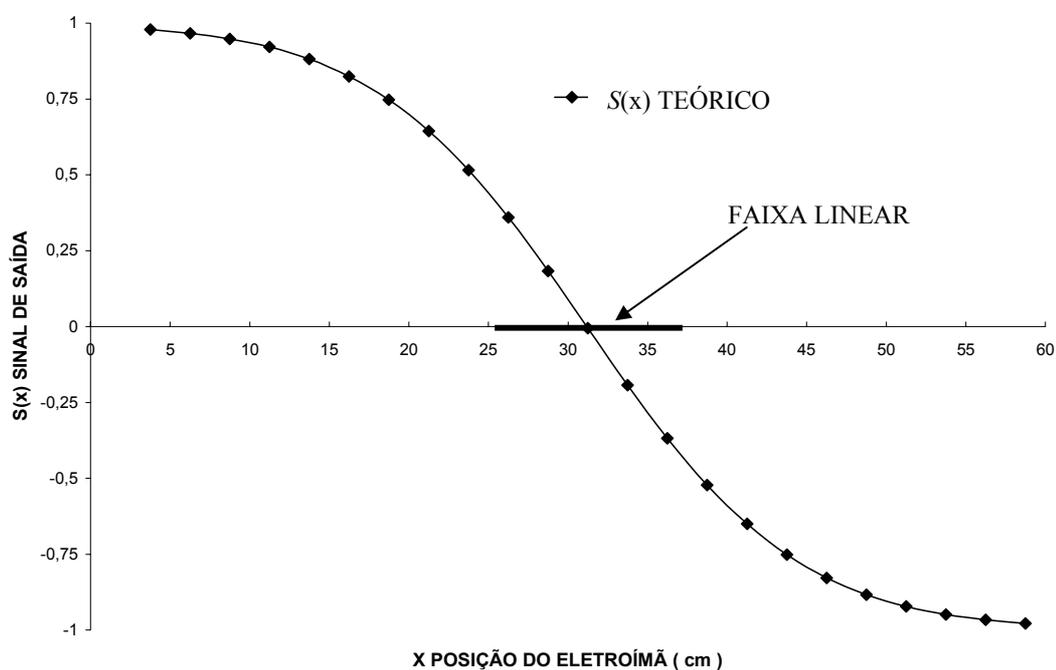


FIGURA 42 – Gráfico teórico do sinal de saída do transdutor, equação 2.75, com entreferro de medição com fluxo c.a. e permeabilidade equivalente efetiva de $23\mu_0$

O sinal de saída diferencial $S(x)$, equação 2.75, para este caso também pode ser considerado linear em uma pequena excursão em torno do centro do transdutor, como mostra a Fig. 42.

3.2 TRANSDUTOR SEM ENTREFERRO DE MEDIÇÃO

Vamos analisar os critérios de dimensionamento dos dois protótipos com fluxo magnético de excitação c.a. sendo, o primeiro confeccionado em barra de aço e o segundo com lâminas de Fe-Si.

3.2.1 TRANSDUTOR SEM ENTREFERRO DE MEDIÇÃO

Este transdutor foi projetado para tentar corrigir os problemas de não linearidade do primeiro protótipo, incluindo também neste processo informações obtidas na simulação por elementos finitos e para verificar o comportamento do transdutor com a frequência.

O objetivo era construir um transdutor com aproximadamente 0,5 m de deslocamento para o carro e comportamento o mais linear possível. Para isto, adotamos alguns critérios de projeto:

- Utilizar um aço em barra de maior permeabilidade magnética;
- Usar fluxo magnético c.a. sem entreferro de medição;
- Aumentar a distância entre as culatras horizontais superior e inferior para aumentar a relutância entre elas, diminuindo, assim, a dispersão do fluxo magnético entre elas;
- Fazer cortes em 45° entre as culatras horizontal e vertical a fim de evitar maior densidade de fluxo magnético nos cantos da culatra;

Assim, podemos determinar alguns dos parâmetros da Fig. 29, como mostrados na Tab. 5.

TABELA 5 – Escolha dos critérios de projeto do transdutor em barra e sem entreferro de medição

Grandeza	Valor	Observação
L	505 mm	comprimento de projeto
l_s	30 mm	diminuir a indução na entrada da culatra
l_a	25 mm	diminuir a relutância ferromagnética
h	150 mm	aumentar a relutância de dispersão
z	7 mm	aumentar a relutância de dispersão
l_e	1 mm	entreferro mínimo
μ_{Fe}	$200\mu_0$	diminuir a relutância ferromagnética
B_m	0,25 T	evitar saturação e operação não linear

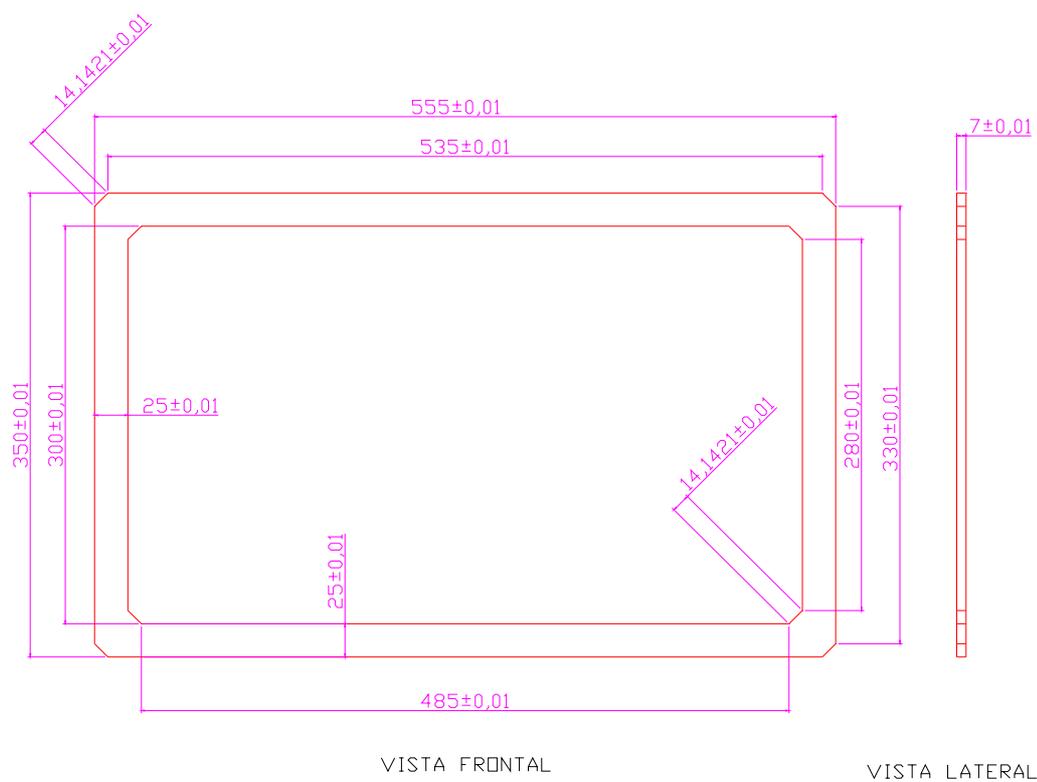


FIGURA 43 – Vistas do transdutor, dimensões em mm

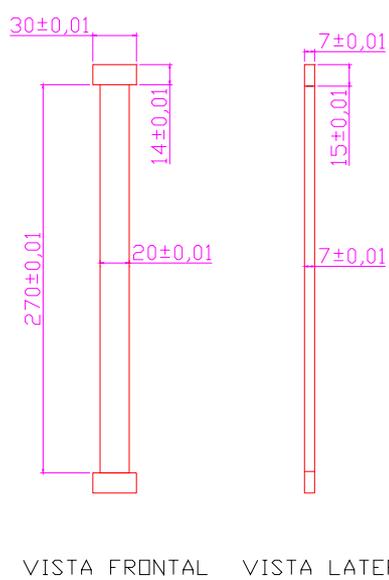


FIGURA 44 – Vistas do núcleo do eletroímã, dimensões em mm

O número de espiras do eletroímã foi determinado pela equação 2.151 com a permeabilidade de projeto igual a $200\mu_0$; escolhemos usar um fio 26 AWG com uma corrente máxima de 0,3 A e $L_f=1$, assim obtemos $N = 2656,77$ espiras. Devido ao espaço para acomodar as espiras adotamos $N = 2260$ espiras.

Foi ainda colocada sobre o eletroímã uma bobina exploradora de 576 espiras e uma bobina exploradora na parte superior do núcleo, também chamada de difusor, com 25 espiras, ambas com fio 26 AWG. Com isso podemos comparar o fluxo magnético produzido pelo eletroímã e o fluxo magnético que está entrando nas culatras horizontais através do núcleo do eletroímã.

Definimos que a medição do fluxo nas culatras laterais será feita por duas bobinas exploradoras de 590 espiras com fio 26 AWG, pois com este número preencheremos toda a culatra lateral com uma camada de fio.

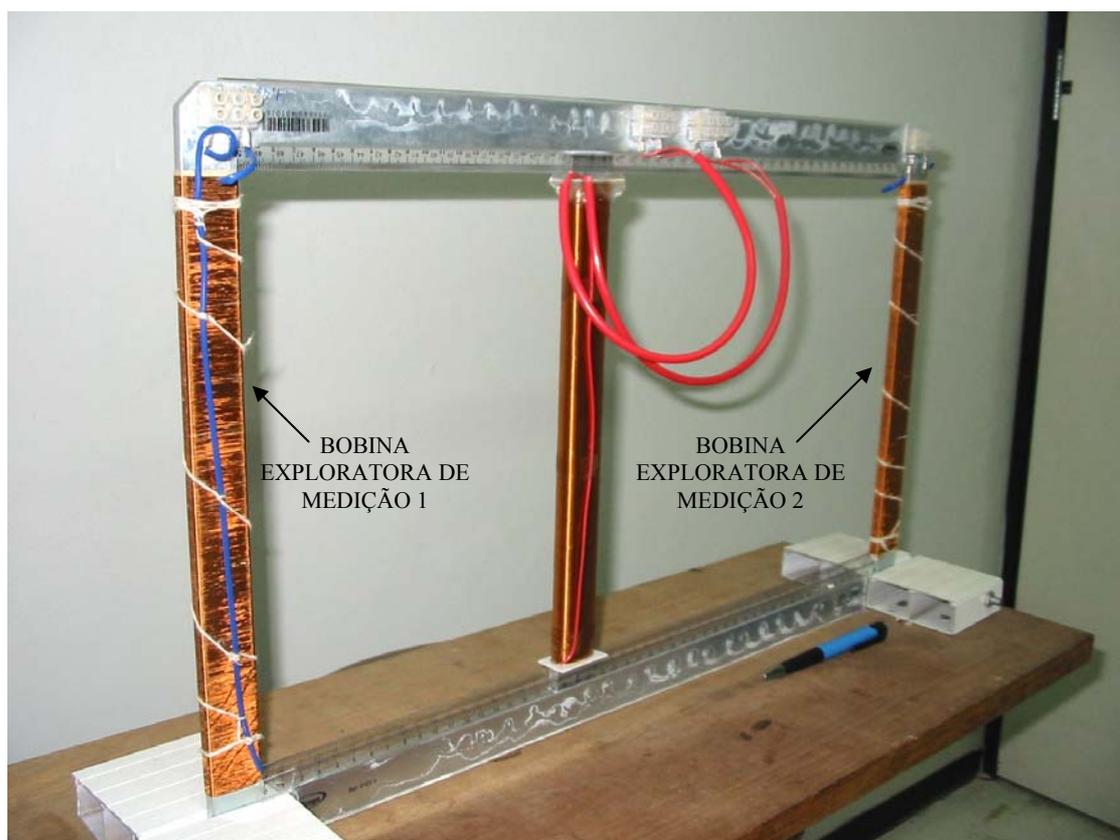


FIGURA 45 – Foto do transdutor sem entreferro confeccionado em barra de aço

A tabela 6 apresenta os resultados experimentais obtidos, considerando a condição de fluxo magnético constante no eletroímã, variando-se, no entanto, frequência e tensão. Isso foi feito de forma dar subsídios ao estudo do transdutor sob a condição de frequências de excitação diferentes, mas fixando o ponto de operação do circuito magnético do transdutor.

TABELA 6 - Valores experimentais obtidos para cinco valores de frequência diferentes, mantendo o fluxo magnético constante no eletroímã

Frequência (Hz)	45	60	80	100	120
Tensão fonte (V)	32,8	43,7	58,3	72,8	87,4
Corrente fonte (A)	0,2	0,23	0,26	0,29	0,32
Tensão bob. exploradora (V)	0,1985	0,2675	0,3599	0,45	0,543
Tensão bob. $V_1 (L/2)$ (V)	0,2043	0,230	0,2515	0,2659	0,2797
Tensão bob. $V_2 (L/2)$ (V)	0,2044	0,230	0,2512	0,2659	0,2796

As curvas de resposta do transdutor para cada frequência são então dadas pelas equações 2.80 e 2.81 onde o numerador e o denominador são dados por:

$$\mathfrak{R}_{Eequiv}(x) = \frac{(0,35 - x)10^4}{1,75 \mu_{Eq\ ef}} \quad (3.15)$$

$$\mathfrak{R}_{Dequiv}(x) = \frac{(0,855 - x)10^4}{1,75 \mu_{Eq\ ef}} \quad (3.16)$$

$$\mathfrak{R}_{dE}(x) = \frac{42,85}{\mu_0(x - 0,015)} \quad (3.17)$$

$$\mathfrak{R}_{dD}(x) = \frac{42,85}{\mu_0(0,49 - x)} \quad (3.18)$$

$$\mathfrak{R}_E(x) = \frac{x10^4}{1,75\mu_{Eq\ ef}} + \left(\frac{\left(\frac{(0,35+x)10^4}{1,75\mu_{Eq\ ef}} \right) \left(\frac{42,85}{\mu_0(x-0,015)} \right)}{\frac{(0,35+x)10^4}{1,75\mu_{Eq\ ef}} + \frac{42,85}{\mu_0(x-0,015)}} \right) \quad (3.19)$$

$$\mathfrak{R}_D(x) = \frac{(0,505-x)10^4}{1,75\mu_{Eq\ ef}} + \left(\frac{\left(\frac{(0,855-x)10^4}{1,75\mu_{Eq\ ef}} \right) \left(\frac{42,85}{\mu_0(0,49-x)} \right)}{\frac{(0,855-x)10^4}{1,75\mu_{Eq\ ef}} + \frac{42,85}{\mu_0(0,49-x)}} \right) \quad (3.20)$$

e

$$\frac{V_m}{L_f} \frac{N_1}{N_m} = V_{expl} \frac{N_1}{N_{expl}} = 6,3 \text{ V} \quad (3.21)$$

A equação 3.21 é constante para todas as frequências; assim, podemos traçar as curvas teóricas Figuras 46 a 48.

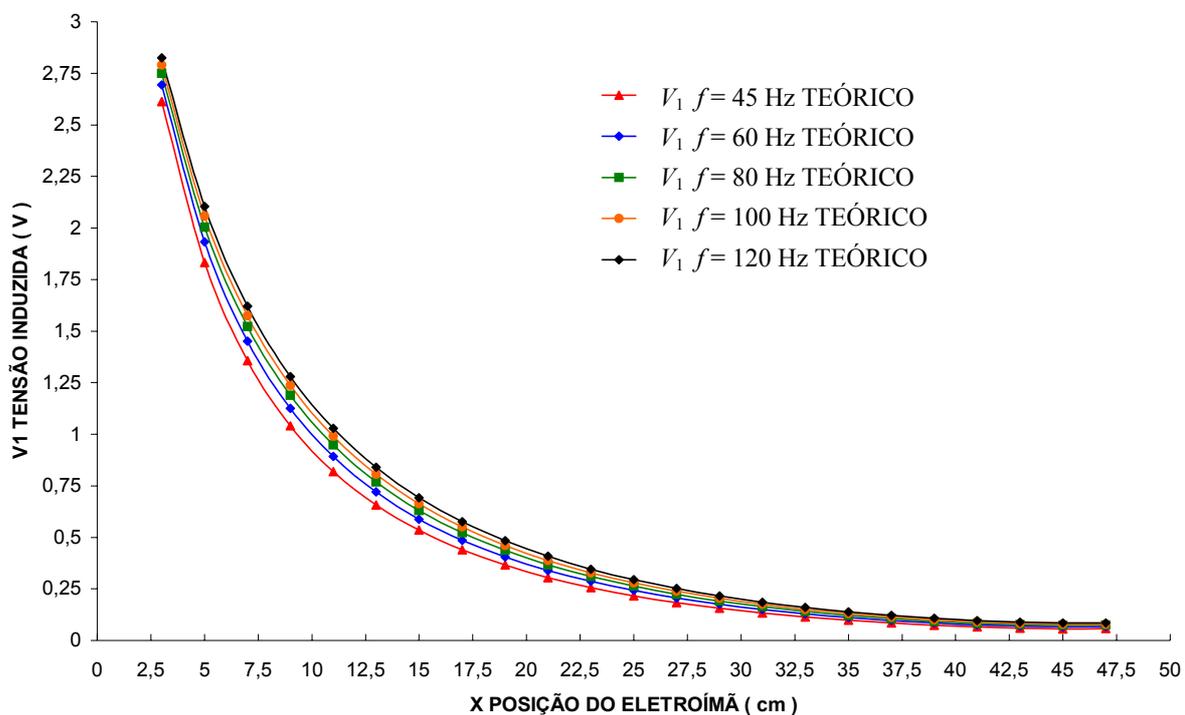


FIGURA 46 – Gráfico teórico da tensão induzida na bobina exploratória 1, Fig. 45, para cinco frequências diferentes

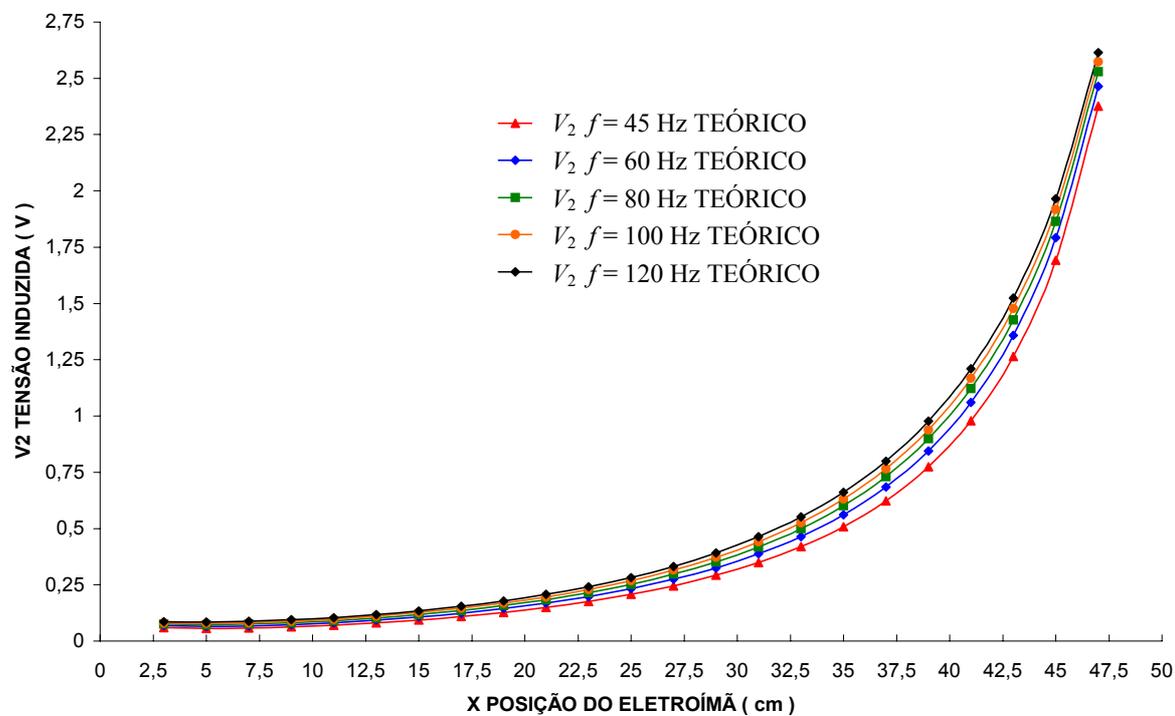


FIGURA 47 – Gráfico teórico da tensão induzida na bobina exploratória 2, Fig. 45, para cinco frequências diferentes

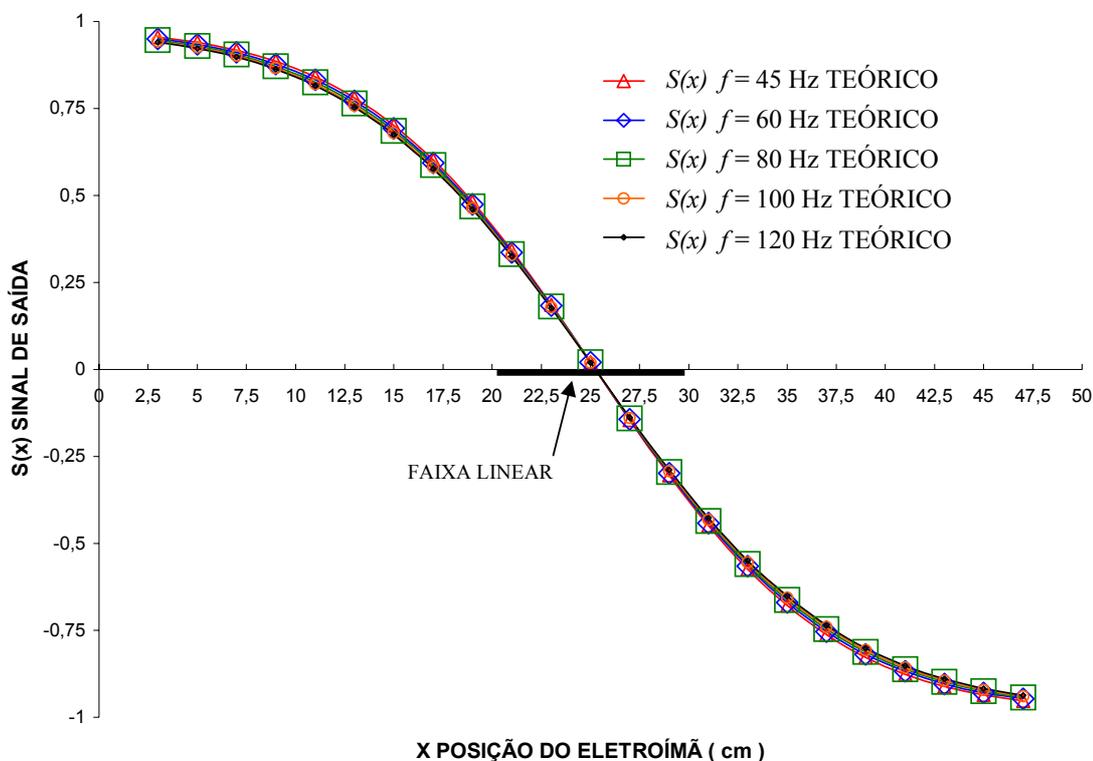


FIGURA 48 - Gráfico teórico do sinal de saída, Eq. 2.75, para cinco frequências diferentes

Os gráficos das tensões induzidas nas bobinas exploradoras nos mostram que há uma tendência de quanto menor a frequência, maior é a linearidade da curva e menor é sua sensibilidade, pois, quanto menor a frequência, menor é a excitação nas bobinas de medição. O intervalo em que o sinal de saída é linear tende a aumentar com a diminuição da frequência.

3.2.2 TRANSDUTOR COM LÂMINAS DE AÇO

Este transdutor foi construído usando-se as lâminas de Fe-Si tipo M-5 de um transformador monofásico de alta tensão marca TRAF0 que havia sido sucateado, sendo constituído de 52 camadas de lâminas e, com cada camada composta por 4 peças de espessura de 0,3 mm e dimensões conforme figura abaixo.

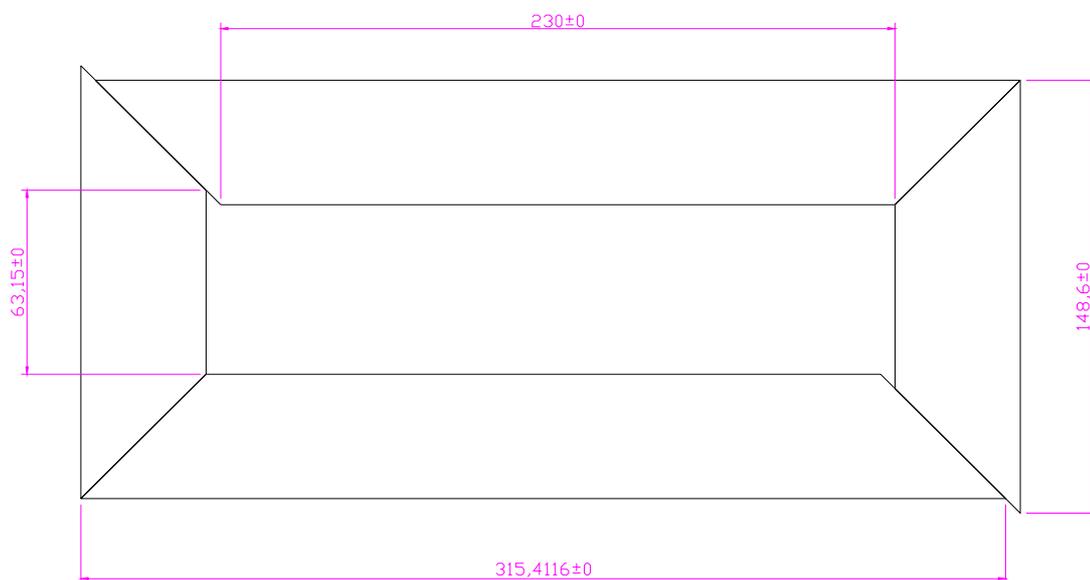


FIGURA 49 - Vista frontal da primeira camada, dimensões em mm

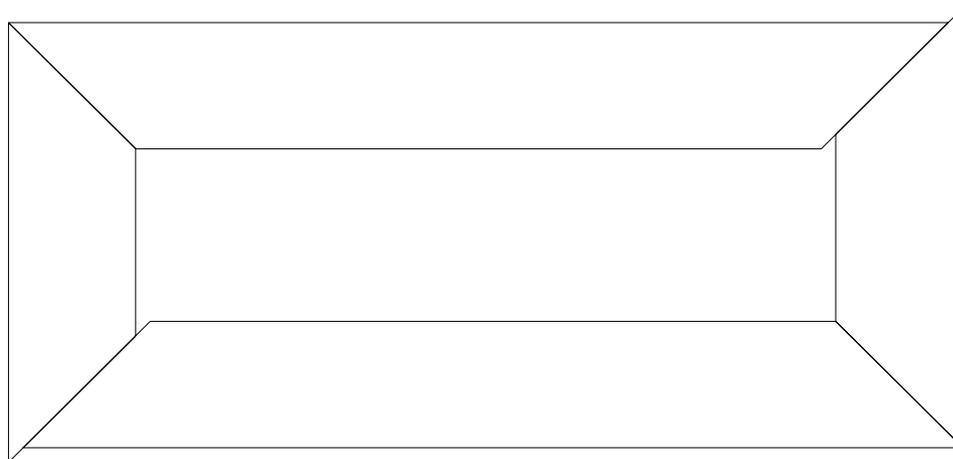


FIGURA 50 - Vista frontal da segunda camada



FIGURA 51 - Vista frontal das duas primeiras camadas sobrepostas, dimensões em mm

O carro foi definido conforme figura abaixo, apresentando um entreferro de 1 mm entre ele e as culatras superior e inferior .

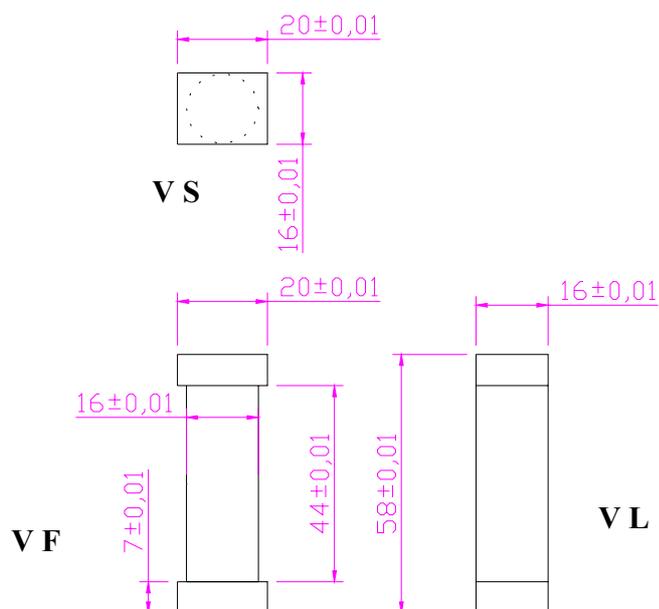


FIGURA 52 - Vistas do carro do transdutor, dimensões em mm

Com as 52 camadas de lâminas prensadas conseguimos uma espessura no transdutor de 16 mm. Os outros parâmetros podem ser obtidos do desenho da Fig. 51, sendo mencionados na Tab. 7.

TABELA 7 – Parâmetros dimensionais do transdutor obtidos das Figuras 51 e 52

Parâmetros	Valores
L	235 mm
l_s	20 mm
l_a	42,7 mm
h	150 mm
z	16 mm
l_e	1 mm
S_e	320 mm ²

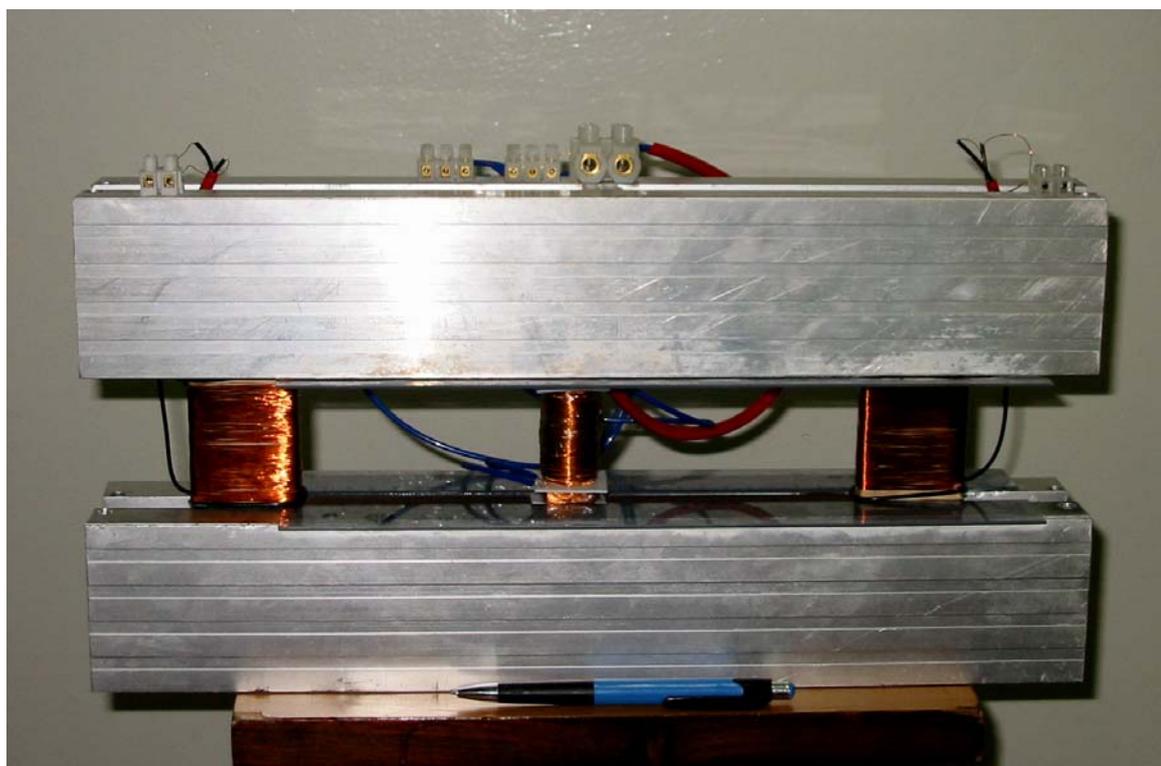


FIGURA 53 – Foto do transdutor de lâminas de Fe-Si onde podemos ver as bobinas exploradoras no núcleo

Adotamos o critério de trabalharmos com induções magnéticas baixas da ordem de militesla para garantir linearidade e μ constante e para evitar o possível aquecimento do transdutor. Nesta ordem de grandeza do campo magnético a permeabilidade relativa da lâmina M5 é aproximadamente **10.000**.

Devemos agora definir a indução magnética no núcleo do eletroímã para obtermos a força magneto-motriz através das equações 2.151 e 2.152, onde, como primeira aproximação, adotaremos L_f e $C_f = 1$, e $B_m = 150$ mT.

Assim, substituindo os valores acima temos:

$$\mathbf{N.I = 241,125 Ae}$$

Escolhemos o fio 26 AWG para confecção do eletroímã com uma corrente máxima de 0,3 A. Desta forma,

$$\mathbf{N = 803,75 \text{ espiras, sendo adotado então}}$$

$$\mathbf{N = 800 \text{ espiras.}}$$

Foram ainda colocadas sobre o eletroímã uma bobina exploradora com 100 espiras e uma bobina exploradora na parte inferior do núcleo do eletroímã, que chamamos de difusor do carro, com 30 espiras, sendo as duas feitas com fio 26 AWG.

Definimos que a medição do fluxo nas culatras laterais será feita por duas bobinas exploradoras de 150 espiras cada e fio 26 AWG.

3.2.2.1 Resultados Teóricos com o Transdutor Laminado e Fluxo Magnético C.A.

As curvas teóricas são dadas então pelas equações 2.80 e 2.81 onde a distribuição do fluxo magnético teórico nas culatras laterais é dada pela tensão induzida nas bobinas exploradoras. Os parâmetros correspondentes são apresentados na Tab. 8

TABELA 8 – Número de espiras nas bobinas do transdutor e a frequência de operação

Grandeza	Valor	Observação
N_1	150 espiras	número de espiras na bobina 1
N_2	150 espiras	número de espiras na bobina 2
N_{m1}	100 espiras	número de espiras em volta do núcleo
N_{m2}	30 espiras	número de espiras na parte superior do núcleo
f	60 Hz	freqüência da rede

Experimentalmente, obtivemos, para uma corrente de 0,3 A, as tensões induzidas, Tab. 9, nas duas bobinas exploradoras no núcleo do eletroímã pelo eletroímã, estando a primeira sobre a

bobina do eletroímã, V_{m1} , e a segunda no difusor superior do núcleo do eletroímã, V_{m2} , sendo as duas usadas para medir o fluxo produzido pelo eletroímã.

TABELA 9 – Valor da tensão induzida no núcleo do eletroímã em duas bobinas exploradoras distintas

	Tensão induzida	Valor medido (V)
1ª Bobina exp. no núcleo	V_{m1}	1,89
2ª Bobina exp. no núcleo	V_{m2}	0,45

Assim, para os dois valores de tensão induzida temos:

$$\frac{V_m}{L_f} \frac{N_1}{N_m} = V_{m1} \frac{N_1}{N_{m1}} = 1,89 \frac{150}{100} = 2,835 \text{ V} \quad (3.22)$$

$$\frac{V_m}{L_f} \frac{N_1}{N_m} = V_{m2} \frac{N_1}{N_{m2}} = 0,45 \frac{150}{30} = 2,25 \text{ V} \quad (3.23)$$

Adotamos então o valor de $\frac{V_m}{L_f} \frac{N_1}{N_m} = 2,65 \text{ V}$, pois observou-se que, como o eletroímã

está muito perto das culatras, parte do fluxo magnético disperso do eletroímã se estabelece nas culatras por fora de seu núcleo do eletroímã. Isto pode ser observado somando-se o fluxo magnético nas duas bobinas exploradoras nas culatras laterais, na posição simétrica. O valor encontrado está entre os valores das equações 3.22 e 3.23.

As equações teóricas 2.73, 2.74 e 2.7 a 2.69 são aplicadas e resultam em:

$$V_1(x) = 2,65 \left(\frac{\mathfrak{R}_D(x) \mathfrak{R}_{dE}(x)}{(\mathfrak{R}_E(x) + \mathfrak{R}_D(x))(\mathfrak{R}_{dE}(x) + \mathfrak{R}_{Eequiv}(x))} \right) \quad (3.24)$$

$$V_2(x) = 2,65 \left(\frac{\mathfrak{R}_E(x) \mathfrak{R}_{dD}(x)}{(\mathfrak{R}_E(x) + \mathfrak{R}_D(x))(\mathfrak{R}_{dD}(x) + \mathfrak{R}_{Dequiv}(x))} \right) \quad (3.25)$$

e

$$\mathfrak{R}_{Eequiv}(x) = \frac{0,1454 + x}{6,832 \mu_0} \quad (3.26)$$

$$\mathfrak{R}_{Dequiv}(x) = \frac{0,3804 - x}{6,832 \mu_0} \quad (3.27)$$

$$\mathfrak{R}_{dE}(x) = \frac{0,06}{(x - 0,01)0,016 \mu_0} \quad (3.28)$$

$$\mathfrak{R}_{dD}(x) = \frac{0,06}{(0,225 - x)0,016 \mu_0} \quad (3.29)$$

$$\mathfrak{R}_E(x) = \frac{x}{6,832 \mu_0} + \left(\frac{\left(\frac{0,1454 + x}{6,832} \right) \left(\frac{0,06}{(x - 0,01)0,016 \mu_0} \right)}{\frac{0,1454 + x}{6,832} + \frac{0,06}{(x - 0,01)0,016}} \right) \quad (3.30)$$

$$\mathfrak{R}_D(x) = \frac{0,235 - x}{6,832 \mu_0} + \left(\frac{\left(\frac{0,3804 - x}{6,832} \right) \left(\frac{0,06}{(0,225 - x)0,016 \mu_0} \right)}{\frac{0,3804 - x}{6,832} + \frac{0,06}{(0,225 - x)0,016}} \right) \quad (3.31)$$

As curvas teóricas das tensões eficazes induzidas nas bobinas exploradoras de medição são mostradas nas Figuras 54 e 55.

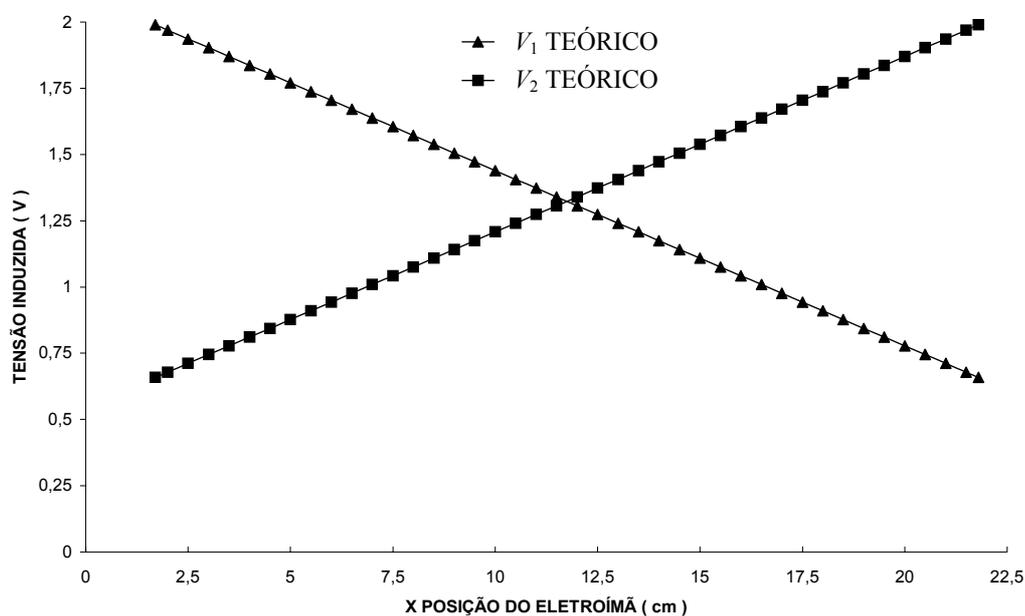


FIGURA 54 – Gráfico teórico da tensão induzida nas bobinas de medição do transdutor com lâminas de Fe-Si

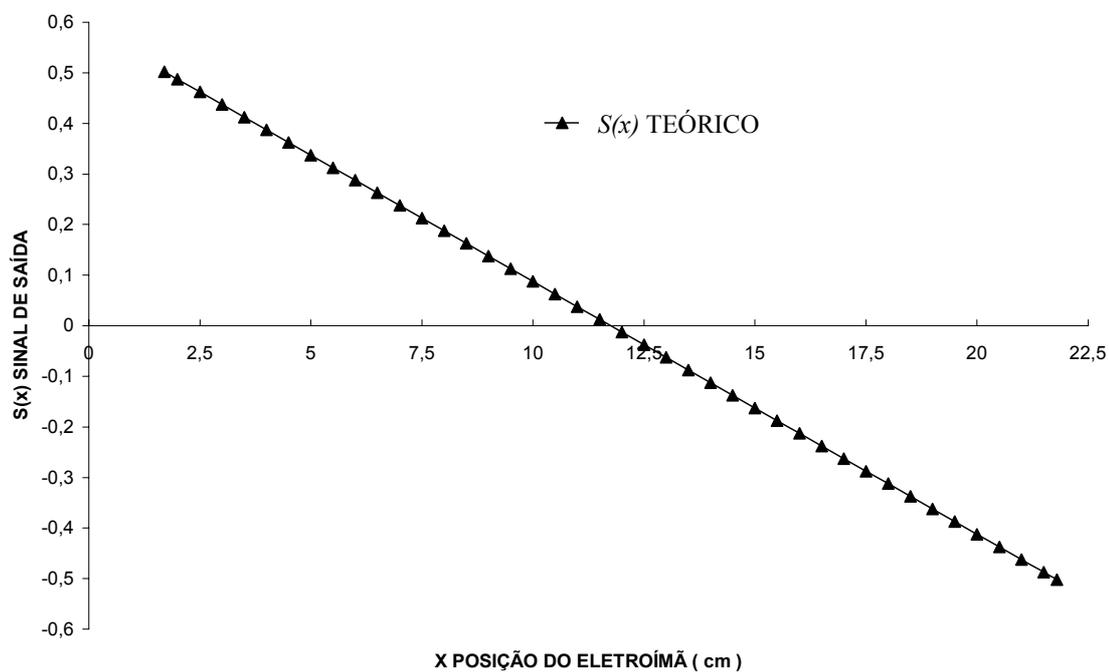


FIGURA 55 – Gráfico teórico do sinal de saída do transdutor Eq. 2.75 com lâminas de Fe-Si

Devido à alta permeabilidade das lâminas de Fe-Si, as tensões induzidas teóricas nas bobinas exploradoras e o sinal de saída podem ser considerados lineares.

4 MODELAMENTO POR ELEMENTOS FINITOS

Neste capítulo vamos apresentar o método de elementos finitos [34] para analisar o comportamento eletromecânico de dispositivos eletromagnéticos em geral e analisar os protótipos do transdutor com esta ferramenta.

4.1 INTRODUÇÃO AO MÉTODO

O método dos elementos finitos, MEF, é essencialmente uma ferramenta de análise e não de projeto. No entanto, pode auxiliar no melhoramento do projeto de um dispositivo, fornecendo informações precisas sobre a performance do mesmo sem a necessidade da construção e teste de inúmeros protótipos. Mesmo assim, o MEF não substitui o modelo teórico através do qual se faz o projeto inicial. Desta forma, utilizando o MEF de forma interativa, o projetista pode obter um resultado ótimo e validar um modelo teórico, ganhando em tempo e custo para construção de protótipos. Análises bidimensional ou tridimensional são executáveis para o cálculo da distribuição de potencial, fluxo magnético, densidade de fluxo, energia e força, por exemplo [8].

Embora o MEF possa igualmente solucionar problemas elétricos e magnéticos, estaremos mais interessados na sua aplicação a problemas magnéticos. E, pela complexidade, concentraremos atenção em formulações tridimensionais até porque são mais genéricas e aplicáveis a problemas bidimensionais.

4.2 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Em magnetismo, MEF pode ser usado para solucionar a equação diferencial para o potencial escalar Ψ

$$\nabla \cdot \mu \nabla \psi = 0 \quad (4.1)$$

que é a equação de Laplace e de difícil solução analítica [10][11].

A Eq. 4.1 pode ser definida para um problema bidimensional, ou seja, no plano onde duas componentes ortogonais de campo magnético estão presentes, ou para um problema tridimensional. Neste último caso, \vec{H} apresenta três componentes em um volume definido. Desta forma, a Eq. 4.1 pode ser reescrita como

$$\frac{\partial}{\partial x} \mu \frac{\partial \Psi}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \mu \frac{\partial \Psi}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \mu \frac{\partial \Psi}{\partial z} = 0 \quad (4.2)$$

onde μ é o tensor permeabilidade magnética [8]. A solução correta da Eq.4.2 produz um único valor de Ψ para cada ponto no volume considerado.

Para implementar o MEF, o volume que representa a geometria do problema é dividido em um número de pequenos volumes, os elementos finitos, que formarão uma malha. A Figura 54 representa um exemplo de elemento finito 3d tipo bloco.

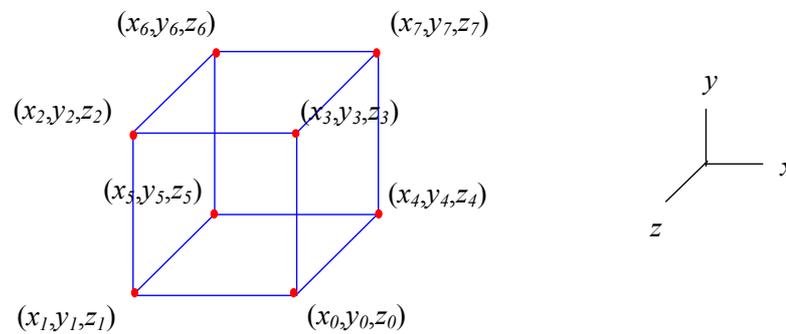


FIGURA 56 - Elemento finito 3d com nós nos seus vértices

Cada vértice do elemento finito da Fig. 56 tem uma coordenada (x_i, y_i, z_i) e é chamado de nó. O nó pode ser parte de vários elementos finitos adjacentes. Um aspecto chave é que a variação do potencial escalar pode ser aproximada por uma função conhecida definida no elemento finito.

Se um elemento linear é usado, o potencial escalar a ele associado pode ser representado por

$$\Psi(x, y, z) = a_0 + a_1x + a_2y + a_3z \quad (4.3)$$

Para a Eq.4.3 ser válida ela precisa ser verificada para todos os nós do elemento finito. O MEF encontrará as constantes a_i correspondentes a todos os elementos finitos usados e com o auxílio das Eqs.4.2 e 4.3, considerando ainda as condições de contorno e de simetria definidas inicialmente para o problema. Elementos finitos quadráticos são usados quando elevada precisão é buscada e para minimizar erros de definição de malha. Eles criam um nó intermediário entre dois nós pré-definidos.

Se os nós são muito próximos uns dos outros, o elemento finito que formam será pequeno. Isto pode aumentar a precisão da solução até certo ponto; acima disso, o número de elementos finitos pode ser grande demais para representar o volume em análise; um número muito grande de elementos finitos pode causar um problema de convergência [10][11]. Adicionalmente, poderá haver uma demanda maior de memória e um aumento no tempo de processamento. Muitos pacotes limitam o número de nós em função de suas características de processamento.

Elementos finitos de ordem elevada são possíveis; por exemplo, os quadráticos. Eles podem aumentar a precisão da computação do campo nas regiões de importância para a análise. Mas, novamente, elementos finitos de ordem elevada requerem mais memória de computador e mais tempo de processamento.

Nos problemas envolvendo correntes elétricas, o uso de potencial escalar não é direto ou simples [5][10]. Sabe-se que

$$\vec{H} = -\nabla \Psi \quad (4.4)$$

e também

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} \quad (4.5)$$

Ao se aplicar o operador rotacional a ambos os lados da Eq.4.4, o resultado é

$$\nabla \times \vec{H} = \nabla \times (-\nabla \Psi) = 0 \quad (4.6)$$

que significa que, aonde o potencial escalar total é definido, $\vec{J} = 0$. Desta forma, Ψ não pode ser definido em volumes onde corrente está presente. Sob estas condições, a equação de Poisson, ou seja, Eq.4.5, é solucionada pelo MEF para produzir a solução numérica.

$$\nabla \times \frac{1}{\mu} \nabla \times \vec{A} = \vec{J} \quad (4.7)$$

Contudo, a solução da Eq.4.7 é uma função vetorial com três componentes nos problemas 3D; isto significa que três incógnitas devem ser encontradas, ou seja, A_x , A_y e A_z para cada nó da malha de elementos finitos. Por isso, a solução numérica da Eq.4.7 é mais demorada e exige muito mais memória de computador que a solução do mesmo problema baseada em uma função escalar. Em problemas estáticos, onde não há corrente presente, Ψ é mais adequado como solução sob o ponto de vista dos aspectos computacionais. Dai H pode ser calculado usando Eq.4.4 e B, por

$$\vec{B} = \mu\vec{H} \quad (4.8)$$

4.3 IMPLEMENTAÇÃO DO MEF PARA OBTER A SOLUÇÃO

A estratégia usual para obtenção da solução do problema pelo MEF segue os estágios mostrados na Fig. 57.

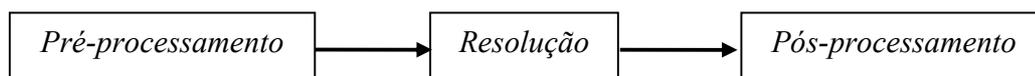


FIGURA 57 - Estratégia de uso do MEF

Os três blocos mostrados na Fig. 57 são independentes e desenvolvem tarefas específicas para a análise por elementos finitos.

4.3.1. PRÉ-PROCESSAMENTO

O pré-processamento é a etapa inicial da análise por MEF. Nela é feita a preparação do problema a ser solucionado. Para fazer isto, as dimensões, partes e topologia do modelo devem ser conhecidos. Adicionalmente, neste caso, as curvas BH dos materiais que compõem o modelo são necessárias.

O pré-processador, que é o programa que permite a descrição do problema a ser analisado por MEF, deve ter ferramentas que facilitem o desenho e a representação do modelo.

Usualmente, a primeira coisa a ser feita é a representação gráfica do modelo. O desenho de um modelo tridimensional fornece coordenadas e formas que descrevem a topologia do modelo para o pré-processador. Isto começa pela construção do plano base que representa uma conveniente vista em corte do modelo. Numa simulação bidimensional, o plano base é a única representação do modelo, pois supõe teoricamente um modelo com dimensão infinita ao longo da direção normal ao plano da representação. O plano base é formado por certo número de facetas a que são atribuídas diversas características:

- tipo de material;
- número de subdivisões;
- tipo de potencial;

- tipo de elemento finito; e

- direção de B no caso de ímãs permanentes ou eletroímãs e a direção preferencial de magnetização no caso de materiais anisotrópicos.

Uma vez que o plano base está concluído, ele será extrudado ao longo da direção normal a ele de uma forma tal que crie a representação gráfica do volume do modelo. Em problemas 3D mais complexos, uma descrição apropriada pode não ser exequível apenas através de um plano base. Neste caso, o volume completo precisa ser dividido em tantos subvolumes ou malhas quanto necessárias. Todos os subvolumes serão, então, criados com o seus próprios planos base como descrito antes; serão, por fim, colocados juntos ou unidos para formar o volume completo. Os nós nas interfaces entre os subvolumes precisam coincidir, para que haja continuidade na malha, ou seja, conectividade. A mesma coisa se aplica aos nós nas fronteiras entre facetas adjacentes do plano base. Isto evitará a descontinuidade da solução e garantirá que o potencial terá valor único em cada nó.

Se a seção transversal do modelo muda ao longo da direção de extrusão, o plano base deve ser tal que permita esta mudança ser considerada. O plano base pode incorporar todas as formas geométricas e dimensões a serem levadas em conta durante o processo de extrusão. Isto deve ser feito por definição adequada das facetas. Esta metodologia é particularmente útil nos casos em que diferentes matérias estão presentes no modelo: um certo número de extrusões é produzido para criar as diferentes regiões do volume completo; então, a cada extrusão, as propriedades das facetas podem ser redefinidas para atender a descrição do modelo.

Ao criar um modelo é necessário definir o volume de ar que envolve o modelo do dispositivo. A fronteira de ar representa para o MEF o limite do problema. Deve ser colocada longe do modelo do dispositivo. Se for muito próxima, isto irá afetar o valor do campo no modelo, pois irá impor um valor de potencial muito próximo de uma região de potencial desconhecido e não necessariamente nulo. A condição de fronteira é usualmente estabelecida como tangencial na superfície criada pela fronteira de ar. Isto significa que \vec{B} é sempre paralelo a esta última.

Na Fig. 58, o plano base criado para a análise da régua magnética linear [1] é mostrado.

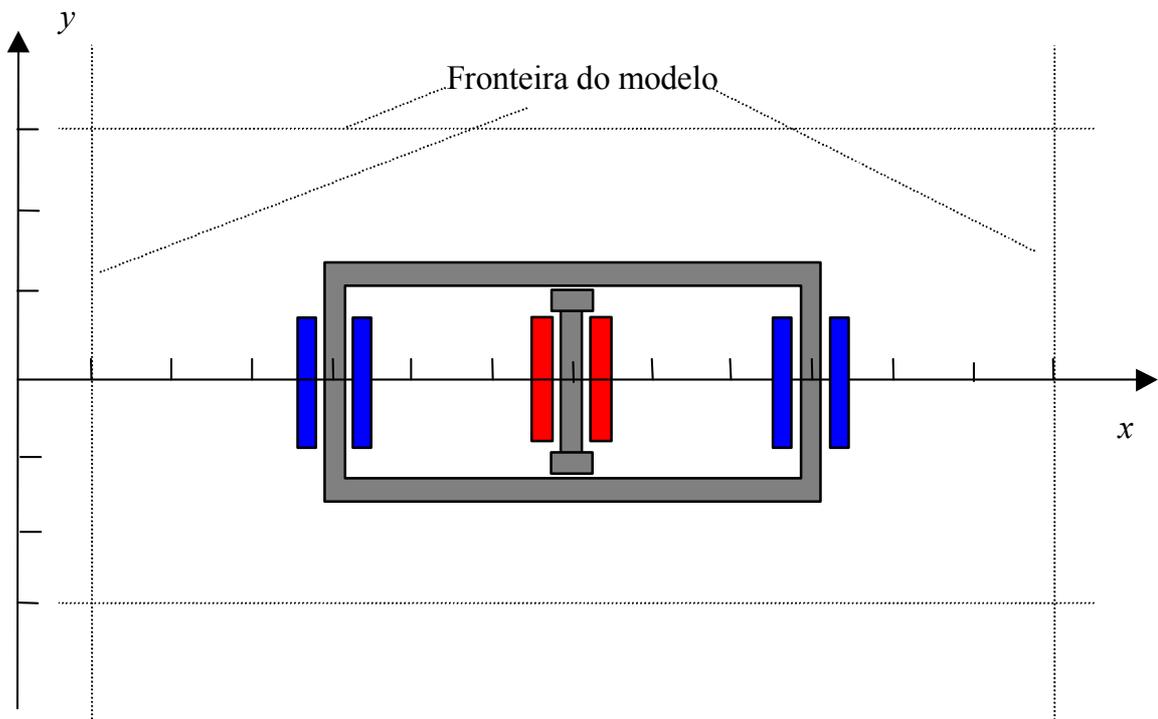


FIGURA 58 - Plano base completo do modelo

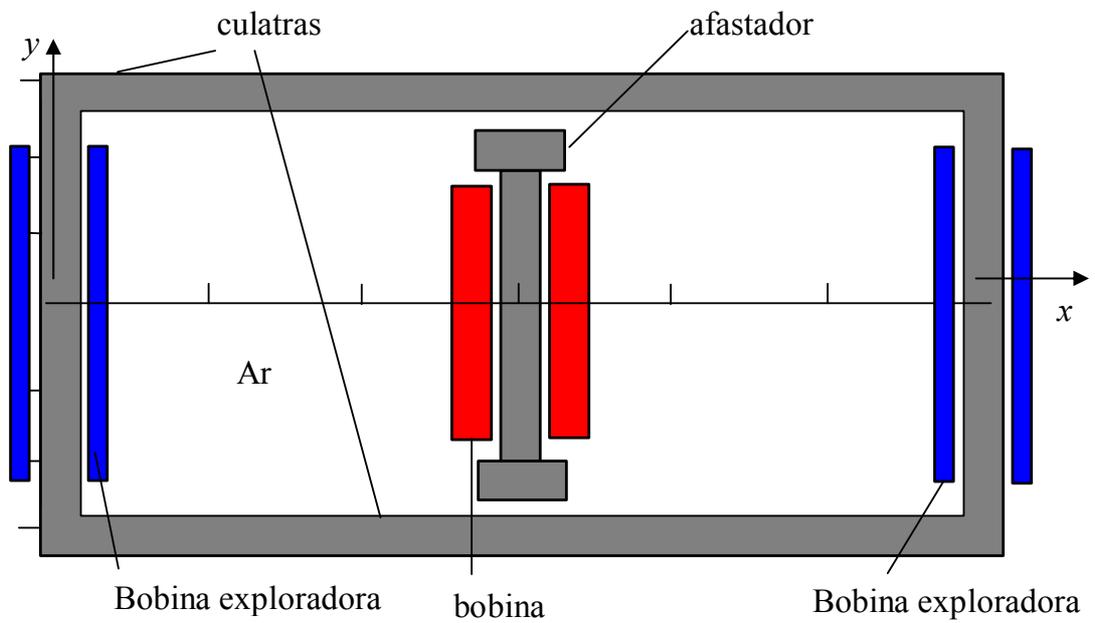


FIGURA 59 - Vista aumentada de parte do modelo (corte da régua magnética)

A Fig. 59 é uma visão mais próxima da parte do plano base que representa a secção transversal da régua magnética. Este quadro mostra as facetas da culatra do carro, o eletroímã, entreferros e barras de armadura.

Após a execução das extrusões necessárias ao longo da direção z , a representação geométrica do modelo foi completada como a Fig. 60 mostra.

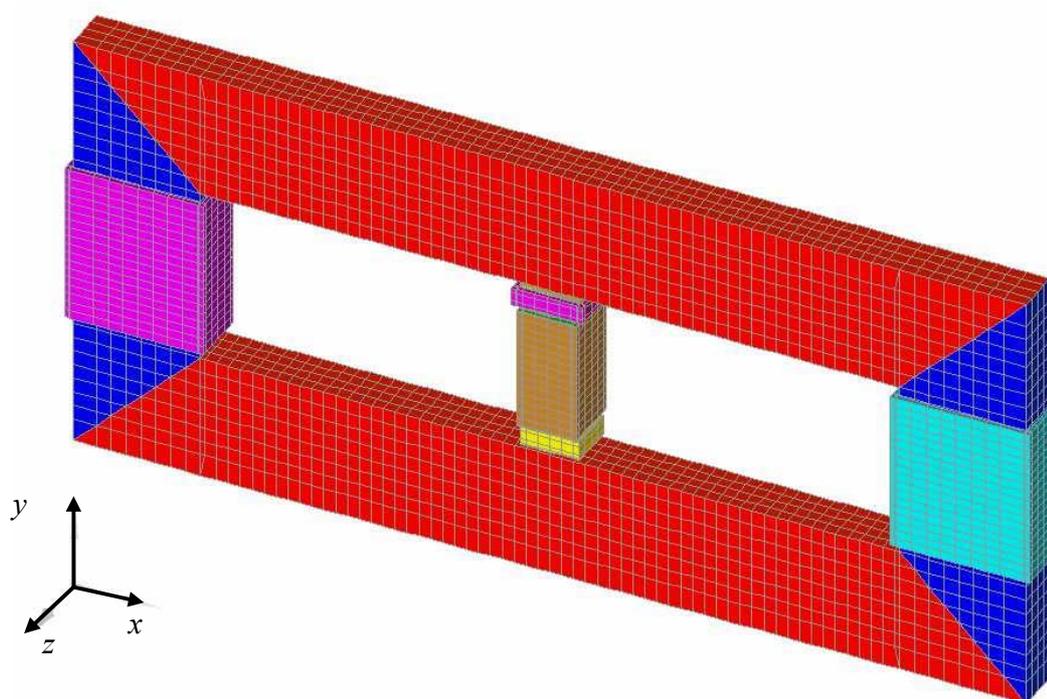


FIGURA 60 - Perspectiva do modelo extrudado

A Fig. 60 nos mostra o modelo extrudado com todas as suas regiões. Neste modelo podemos ver o eletroímã que é a fonte do fluxo magnético em volta do carro e as bobinas exploradoras em volta das culatras laterais. Note-se que um modelo com apenas a metade do volume completo é suficiente para os propósitos da análise. A resolução do problema produz uma solução para o volume completo baseado na geometria criada. Como a régua magnética linear apresenta simetria com respeito ao plano xz , a sua parte superior é refletida para criar a segunda metade. Isto é definido pela condição de contorno, ou seja, normal, e a condição de reflexão que expressa isto é

$$\Psi(y) = -\Psi(-y) \quad (4.9)$$

A condição de reflexão dada pela Eq.4.10 é baseada na direção do fluxo magnético produzido pelo eletroímã. Há vantagens neste procedimento: um menor número de elementos finitos é usado, o problema é solucionado de forma mais rápida e menor quantidade de memória de computador é usada. Por exemplo, a solução do modelo Fig. 60 empregou 118.536 elementos finitos e 120.313 nós e equações com 23 níveis [1]. Foram necessárias 31 iterações para obter convergência. A escolha da malha para o modelo de elementos finitos, isto é, o número e o tipo de elementos finitos e sua localização geralmente requer um procedimento de tentativa e erro orientada pela localização dos pontos mais importantes para cálculos posteriores daquelas regiões de maior gradiente de potencial ou fluxo e das regiões mais susceptíveis à saturação. Várias malhas foram criadas e testadas; os resultados que elas produziram foram comparados com valores experimentais e analíticos para determinar a precisão adequada da solução numérica. O tamanho da malha e o tempo para solucionar o problema devem ser considerados: uma malha grande ou muito densa pode produzir um resultado mais acurado, mas demandaria mais tempo de processamento do que seria conveniente e maior quantidade de memória de computador do que o disponível.

No caso, havia simetria com relação ao plano xy . Desta forma apenas 1/4 do volume completo foi usado para produzir a solução. O plano base correspondente seria apenas aquela porção representada no primeiro quadrante da Fig. 58. A condição de fronteira no plano zy seria magnética normal, isto é, \vec{B} tangencial ao plano xy . Para este caso, a condição de reflexão é

$$\Psi(z) = \Psi(-z) \quad (4.10)$$

Além disso, não há simetria possível com respeito ao plano zy , exceto quando o carro encontra-se na posição $x = 0$. Esta última corresponde à situação em que a bobina está posicionado de forma equidistante dos extremos da régua magnética.

Como podemos ver na Fig 61, uma representação menos complexa do modelo analisado pode ser vista onde apenas as partes ferromagnéticas são consideradas. Todos os outros materiais construtivos são substituídos por volumes de ar para fins de visualização do dispositivo em 3D. Este mesmo procedimento pode ser feito após a análise por MEF, pois permite uma melhor visualização das grandezas magnéticas no dispositivo.

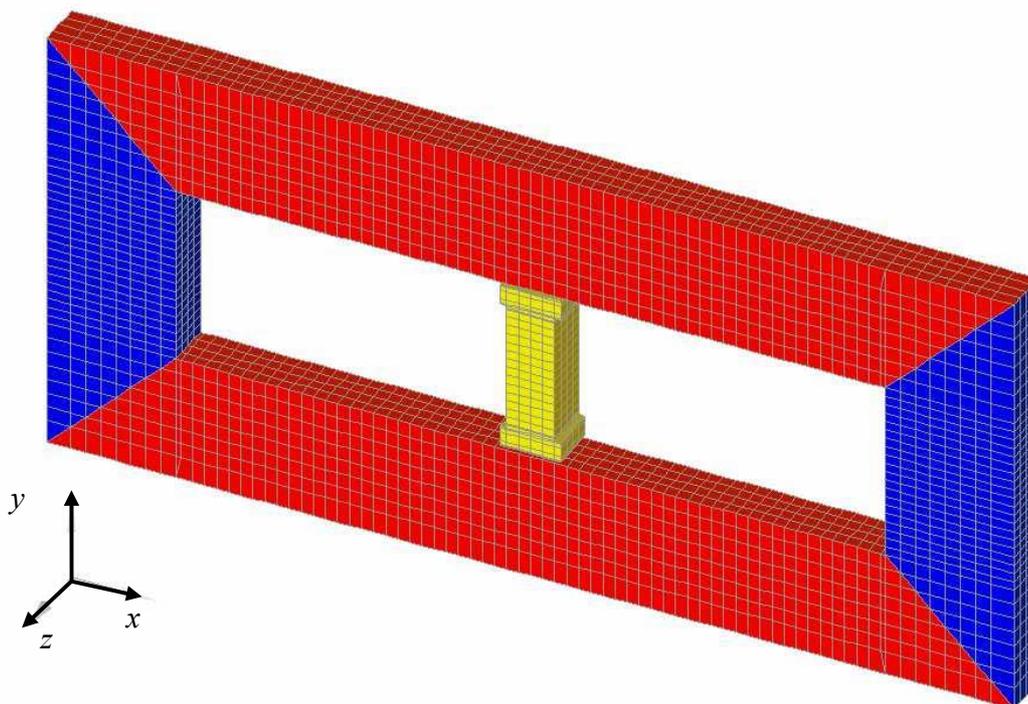


FIGURA 61 - Vista extrudada do transdutor apenas com as regiões ferromagnéticas

As características $B \times H$ dos materiais de que a régua magnética é feita são fornecidas ao pré-processador. Normalmente, a entrada destes dados é feita através da definição de um certo número de pares ordenados que formam as curvas em questão.

Uma vez que a representação por elementos finitos está completa, ela pode ser salva no arquivo de pré-processamento que contém a base de dados a ser usada pelo processo de resolução para produzir a solução.

4.3.2 RESOLUÇÃO

A solução do problema é a segunda fase do MEF, é a mais automatizada dos três blocos mostrados na Fig.57.

O processo de resolução é responsável pela procura da resposta do problema construído no estágio de pré-processamento. Isto é feito por um outro programa chamado processador ou “solver”. Com o modelo de elementos finitos provido pelo pré-processador o processador computa os valores de Ψ , por exemplo, que são a solução da Eq.4.1 nos nós da malha de elementos finitos. Esta solução obedece as condições estabelecidas para o problema.

Se o processador roda um número pré-determinado de interações ou a solução converge, uma solução numérica é obtida. A convergência é normalmente determinada pela máxima variação de Ψ entre duas iterações consecutivas. Quando a sua variação é igual ou menor que um valor pré-fixado, a solução é dita convergente.

A solução do problema é armazenada em outro arquivo de base de dados, ou seja, o arquivo de solução que contém os valores de Ψ em todos os nós do modelo. Baseado nesta solução, o próximo passo será a avaliação dos resultados.

4.3.3 PÓS-PROCESSAMENTO

Este estágio provê os meios para o usuário computar os valores de grandezas relevantes a partir da solução. O pós-processador realiza esta tarefa. Displays gráficos da distribuição \vec{B} , \vec{H} , \vec{A} e Ψ pelo volume de análise estão normalmente disponíveis. Eles permitem a visualização da eletromagnética. Os valores das grandezas magnéticas podem ser calculados em pontos, ao longo de linhas e sobre superfícies definidas pelo usuário. Outras grandezas como força eletromagnética e energia podem também ser calculadas.

4.4 CÁLCULO DE DENSIDADE DE FLUXO MAGNÉTICO E DE FLUXO MAGNÉTICO

O vetor densidade de fluxo pode ser expresso em termos de suas componentes, no caso B_x , B_y and B_z , ou pela sua magnitude expressa pela Eq.4.11. As componentes de B podem ser calculadas com a ajuda da Eq.4.3 para a formulação escalar.

$$B = \sqrt{B_x^2 + B_y^2 + B_z^2} \quad (4.11)$$

A Figura 62 apresenta a computação de B no volume da régua magnética. Variações de cor representam os valores de B como indicado.

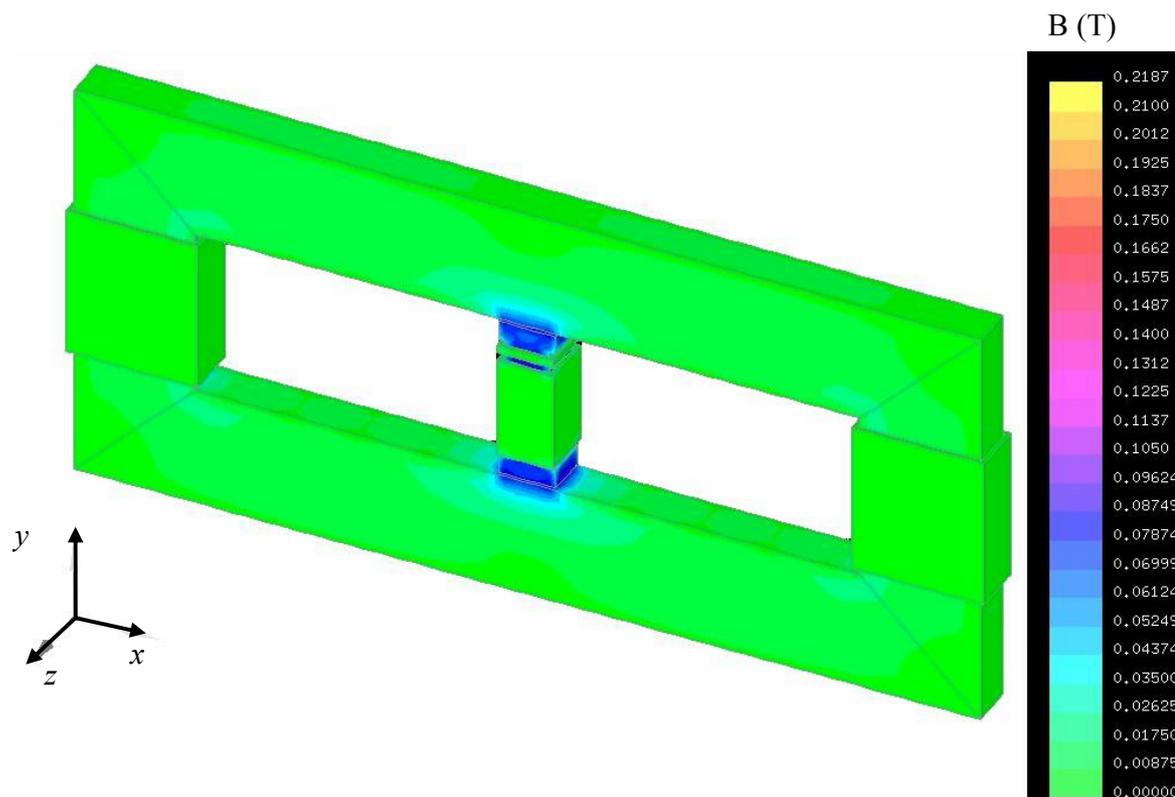


FIGURA 62 - Perspectiva do modelo onde pode se ver o módulo de B ao longo da culatra

Para uma melhor visualização do módulo de B no volume do dispositivo podemos remover as regiões de potencial reduzido ou seja as bobinas.

B (T)

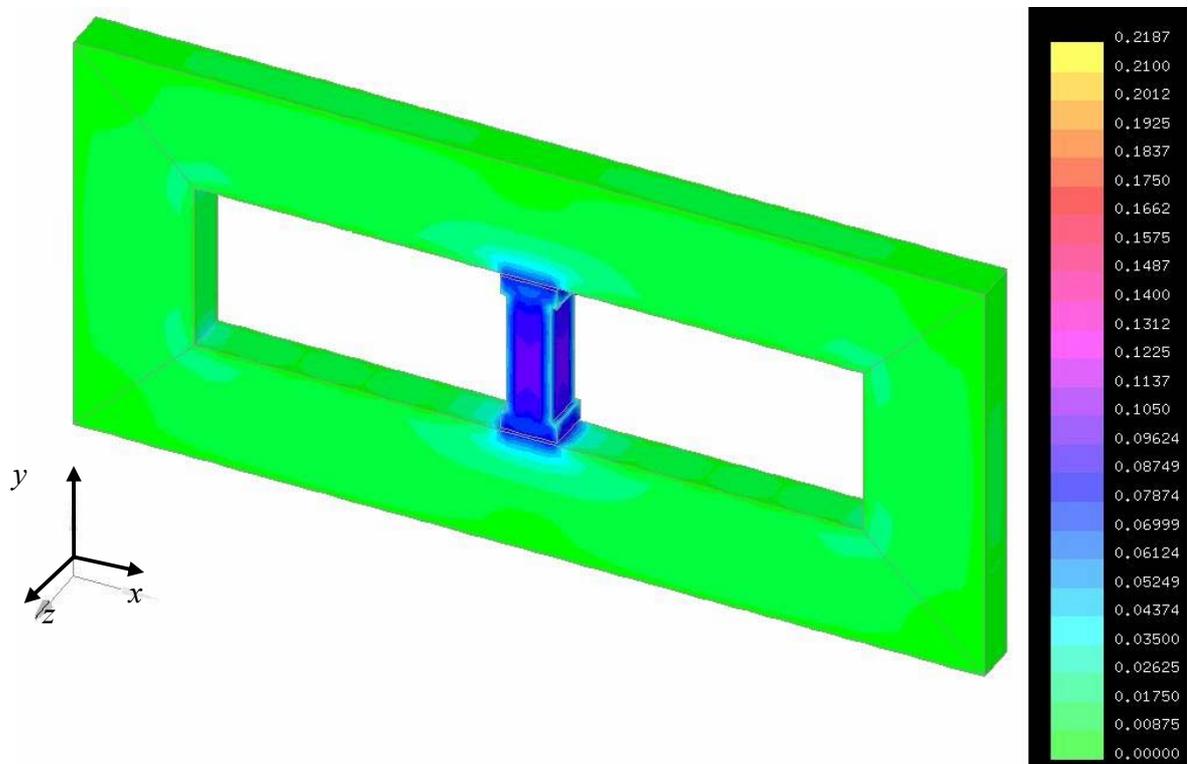


FIGURA 63 - Módulo de B no dispositivo sem as bobinas, $x = 11,75$ cm

Como a densidade do fluxo magnético é muito maior no carro do que nas culatras do transdutor, é muito difícil visualizar a distribuição do módulo de B nas culatras devido à escala da distribuição das cores. Se agora removêssemos, sem alterar a solução, a região do carro, alteraríamos a escala da distribuição das cores do módulo de B ao longo do volume das culatras onde poderemos visualizar melhor o comportamento da indução magnética ao longo do transdutor quando deslocamos o eletroímã, Fig. 64. Isto pode ser visto na seção 4.5.1 onde mostraremos cinco simulações de diferentes posições do eletroímã e a distribuição da indução magnética no transdutor.

A computação do fluxo magnético na superfície é obtida por integração numérica da distribuição de densidade de fluxo como na Eq. 4.12.

$$\phi = \int_A \vec{B} \circ d\vec{S} \quad (4.12)$$

Outra forma de encontrar o fluxo magnético em uma região é com a utilização de uma bobina exploradora ao redor de um volume que se quer determinar e medir a tensão induzida na bobina, para isto ocorrer é necessário o acoplamento de uma resistência de valor muito elevado nos terminais da bobina. Esta forma de medir o fluxo foi adotada neste trabalho, pois ela representa a maneira que medimos o fluxo no transdutor.

4.5 RESULTADO DA SIMULAÇÃO

Vamos analisar aqui o resultado da simulação do modelo sem entreferro de medição com lâminas de Fe-Si, utilizando os parâmetros dos resultados experimentais utilizados para o levantamento da curva experimental do transdutor.

4.5.1 TRANSDUTOR SEM ENTREFERRO DE MEDIÇÃO COM LÂMINAS DE AÇO

A malha deste transdutor já foi analisada na seção 4.3.1 nas Figuras 60 e 61.

Os parâmetros para a simulação foram os seguintes:

- a) Tensão aplicada no eletroímã = 16 V;
- b) Resistência ôhmica do eletroímã = 7,29 Ohms;
- c) Permeabilidade das lâminas de Fe-Si = $1000\mu_0$;
- d) Permeabilidade do núcleo do eletroímã = $100\mu_0$;
- e) Resistência acoplada as bobinas exploradoras de medição para medir a tensão induzida = 900.000 Ohms.

Os resultados gráficos das simulações podem ser vistos nas Fig. 64 a 70 onde podemos ver que a indução magnética não é homogênea ao longo da largura da culatra, indicando que, para esta largura da culatra $l_a = 42,7$ mm, a indução magnética está muito baixa. Os resultados gráficos e numéricos da simulação estão mostrados abaixo.

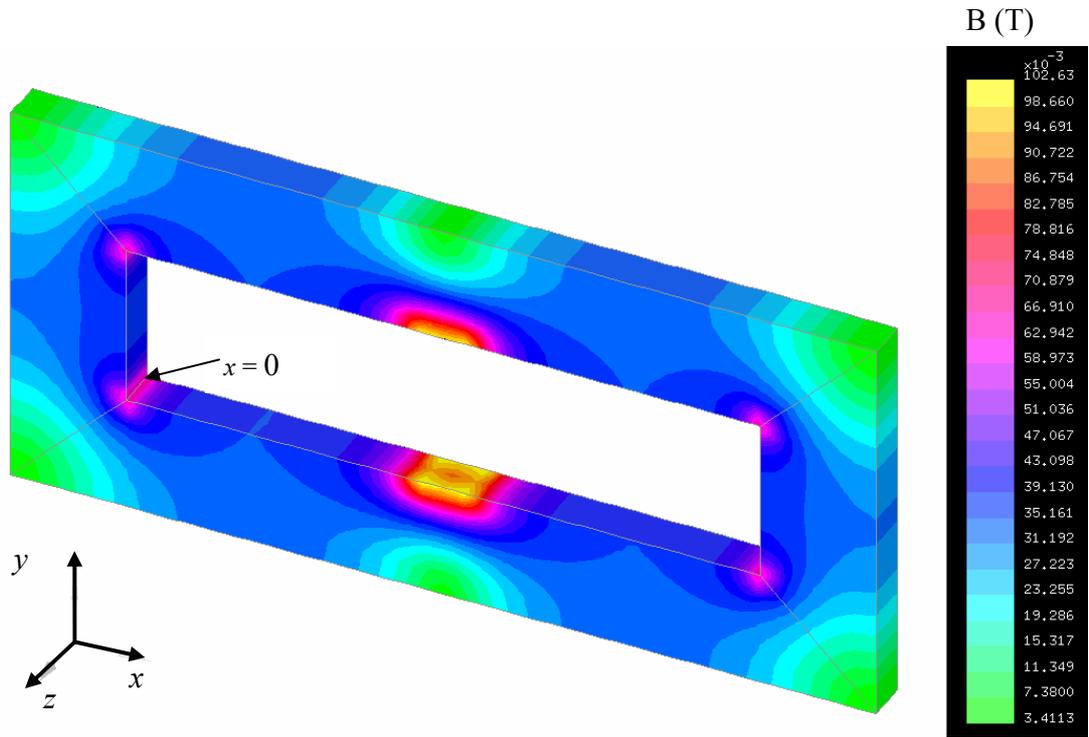


FIGURA 64 - Módulo de B sem a região do carro, $x = 11,75$ cm

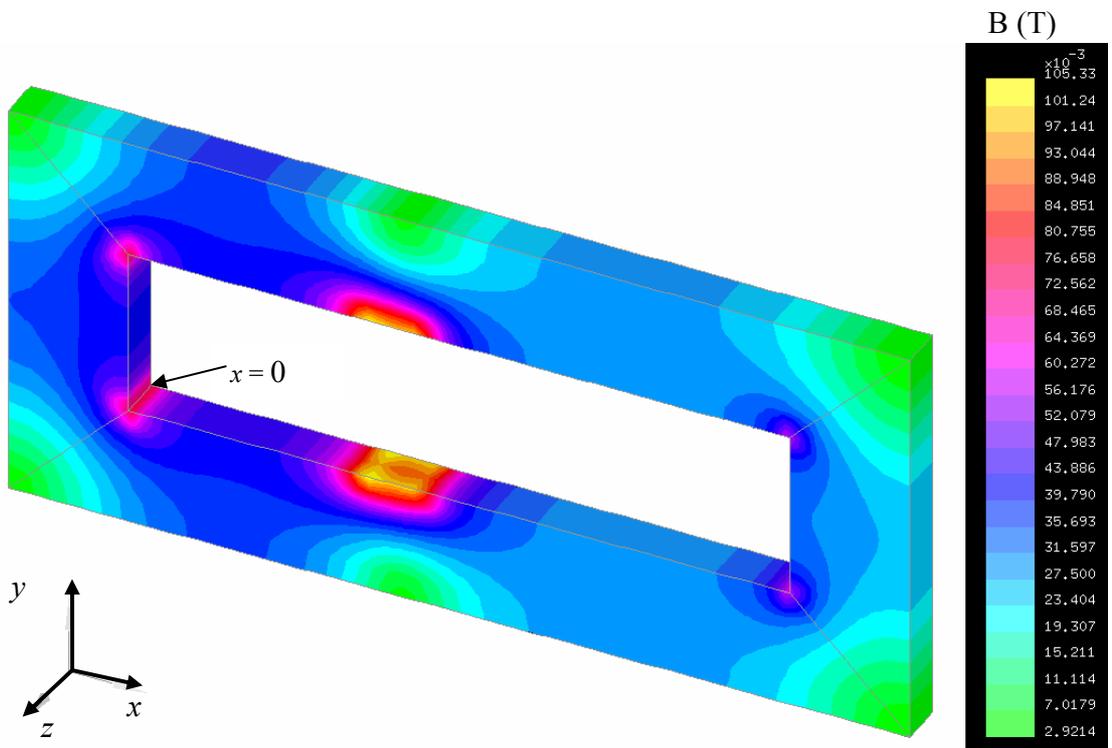


FIGURA 65 - Módulo de B sem a região do carro, $x = 9,35$ cm

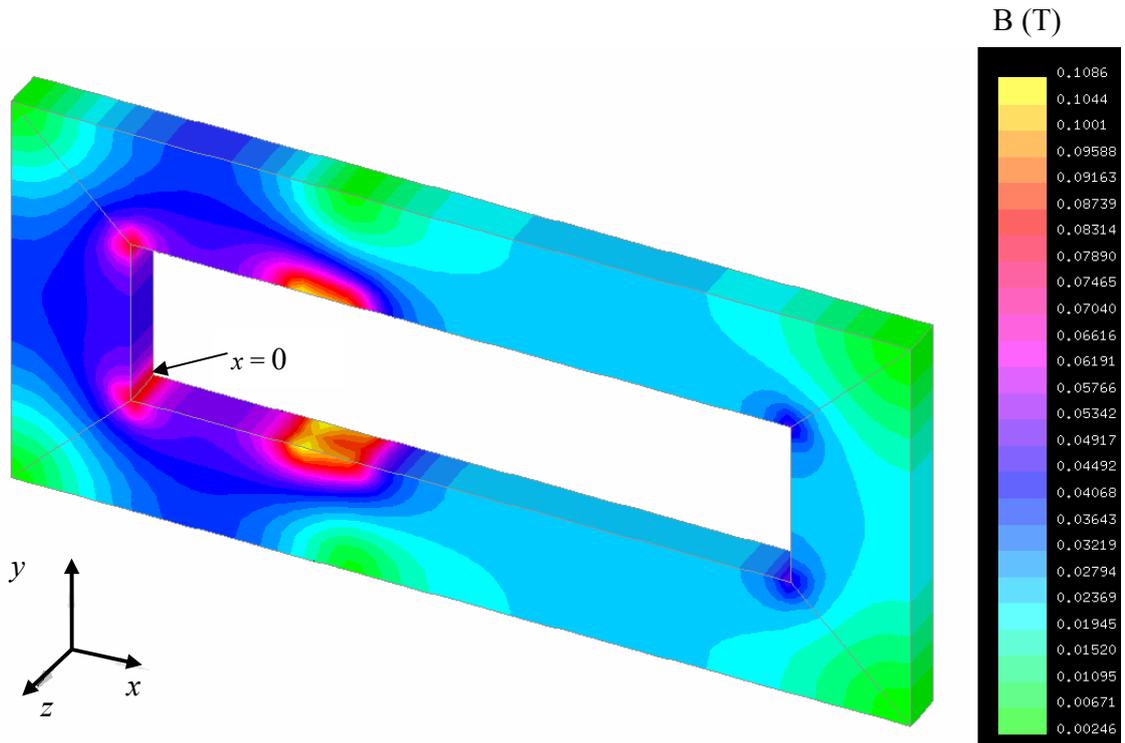


FIGURA 66 - Módulo de B sem a região do carro, $x = 6,95$ cm

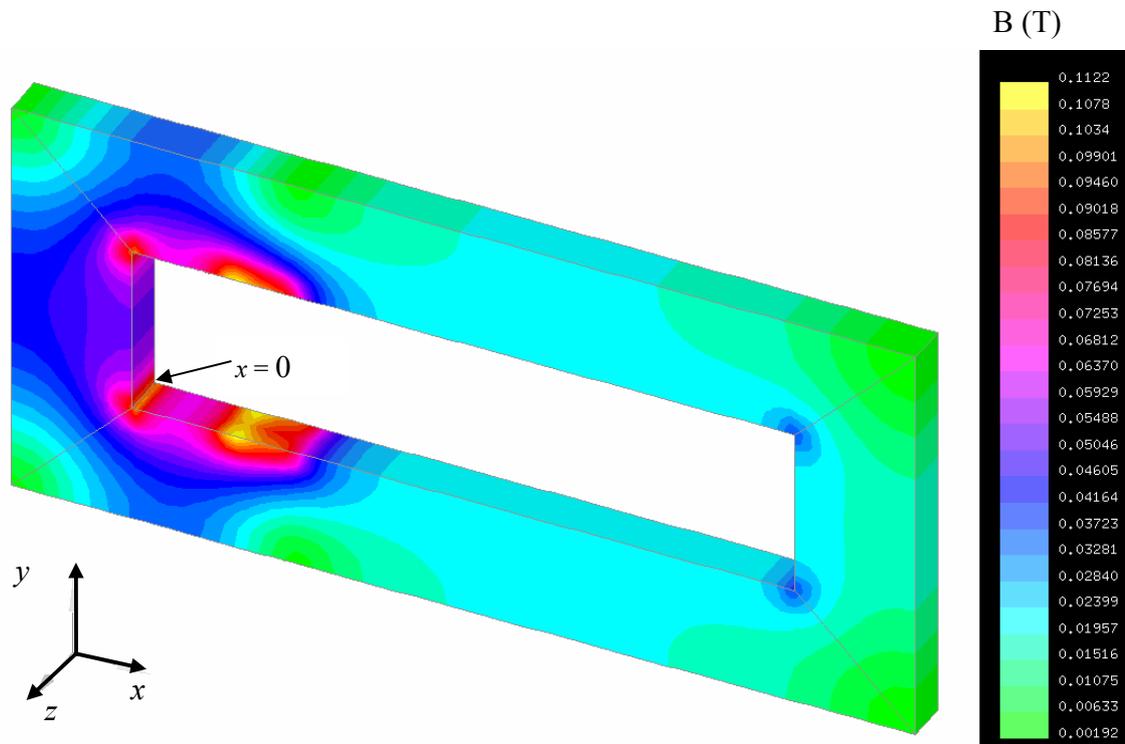


FIGURA 67 - Módulo de B sem a região do carro, $x = 4,55$ cm

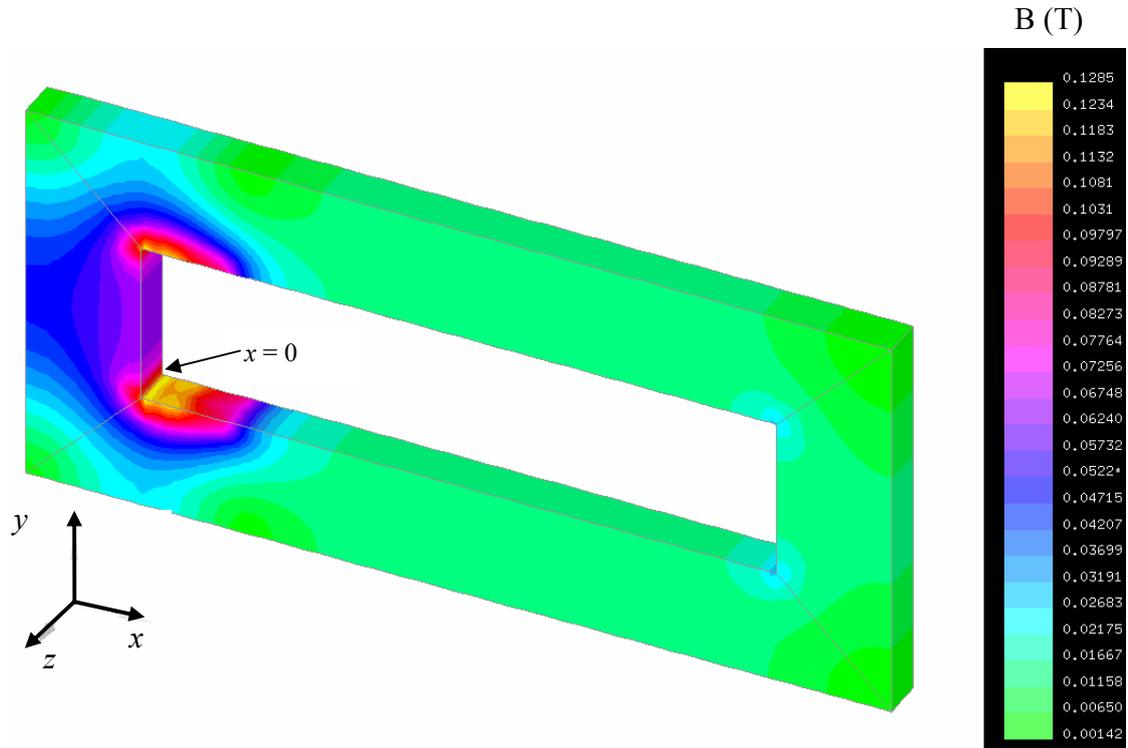


FIGURA 68 - Módulo de B sem a região do carro, $x = 2,15$ cm

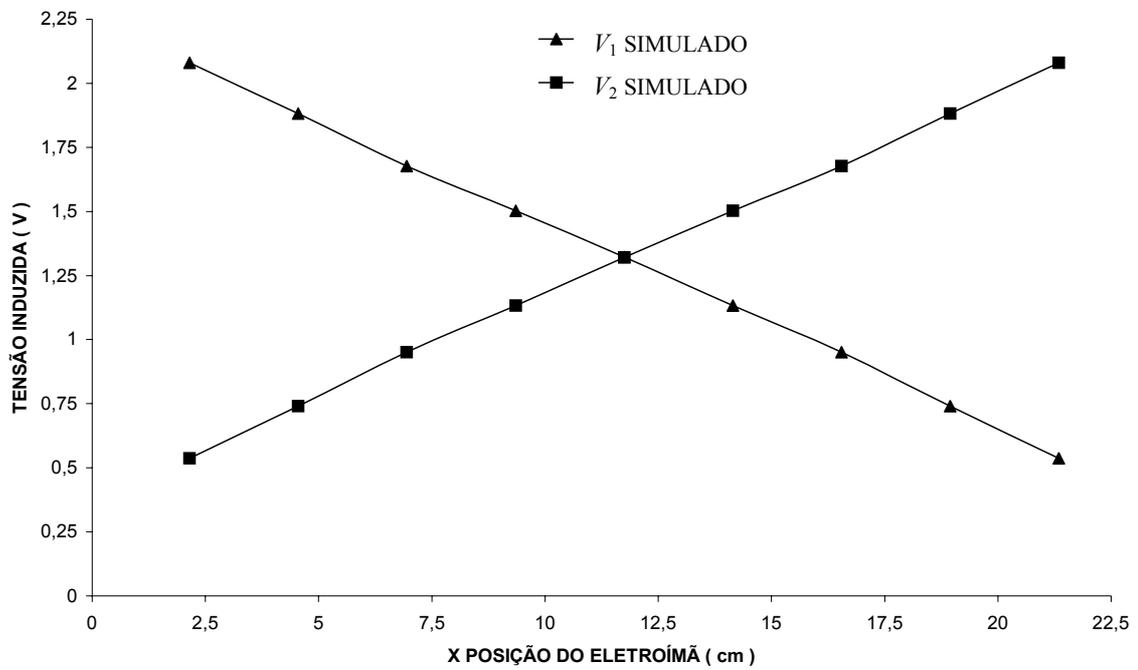


FIGURA 69 – Resultados da simulação da tensão induzida nas bobinas exploradoras

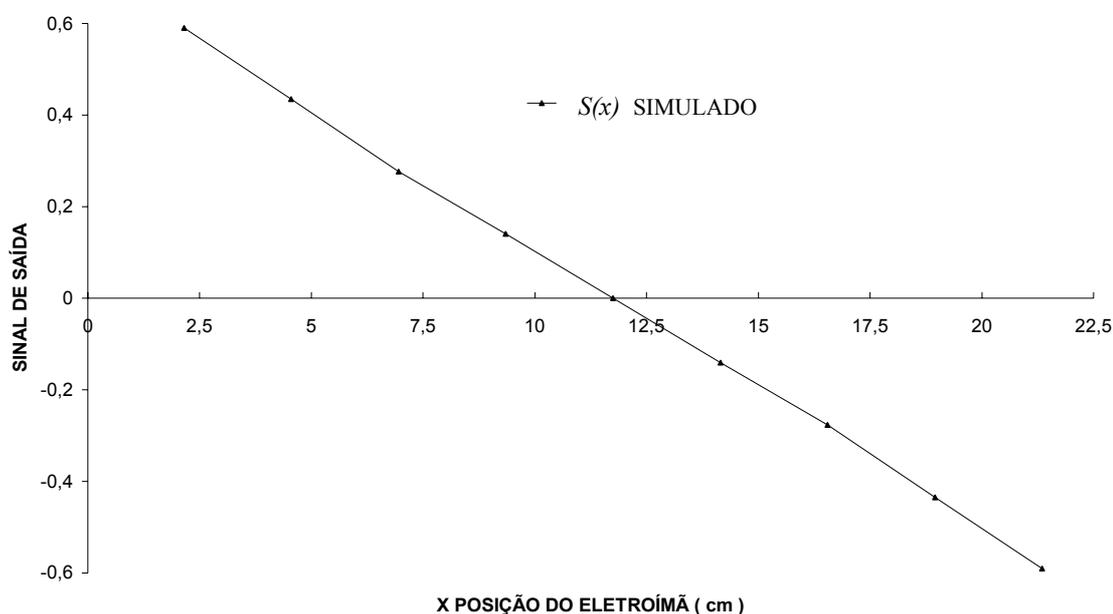


FIGURA 70 – Sinal de saída, Eq. 2.75, levando em conta os resultados simulados nas bobinas exploradoras

Os resultados obtidos na simulação foram bem consistentes com os experimentais conforme podemos ver no exemplo da Tabela 10.

TABELA 10 – Comparação entre os resultados simulados e medidos para a corrente no eletroímã e a tensão induzida nas bobinas

	Experimental	Simulado
Corrente no eletroímã (A)	0,3	0,304
Tensão Bobina Exploradora no núcleo do eletroímã p/ $x = 11,75$ cm (V)	1,23	1,321

A força magneto-motriz se manteve constante em todas as simulações, Figuras 64 a 68, e a resposta do transdutor foi bem linear, seguindo os resultados experimentais. Isto se deve ao fato de que para este valor de indução magnética, nas lâminas de Fe-Si, a permeabilidade é alta e pode ser considerada linear

Podemos ver ainda nas simulações do módulo de B nas Figuras 64 a 68 que o valor da indução magnética poderia ser maior, pois a indução magnética na parte superior ou externa da culatra é menor do que a inferior ou interna, ou seja, poderíamos aumentar a força magneto-

motriz no eletroímã e assim aumentar a sensibilidade do transdutor. Porém, no nosso caso, o aço do núcleo se aquece demais, chegando a dilatar-se e trancando entre as culatras. Teríamos que fazer um núcleo também de lâminas de Fe-Si.

Para este transdutor foi feito um teste de sensibilidade da malha e o resultado pode ser visto no Anexo 3.

5 RESULTADOS EXPERIMENTAIS E COMPARAÇÃO

Neste capítulo vamos mostrar os três transdutores construídos, apresentar os resultados experimentais e compará-los com os valores teóricos analíticos e das simulações feitas com elementos finitos.

5.1 TRANSDUTOR COM ENTREFERRO DE MEDIÇÃO

Nesta seção vamos analisar o transdutor com entreferro de medição com ímã permanente e depois com uma fonte de fluxo magnético c.a.

5.1.1 TRANSDUTOR COM ENTREFERRO E ÍMÃ PERMANENTE

A montagem da experiência é conforme esquema mostrado na Fig. 71 onde os valores lidos pelo gaussímetro são adquiridos e armazenados em um computador com interface GPIB e programa LABVIEW para aquisição dos dados.

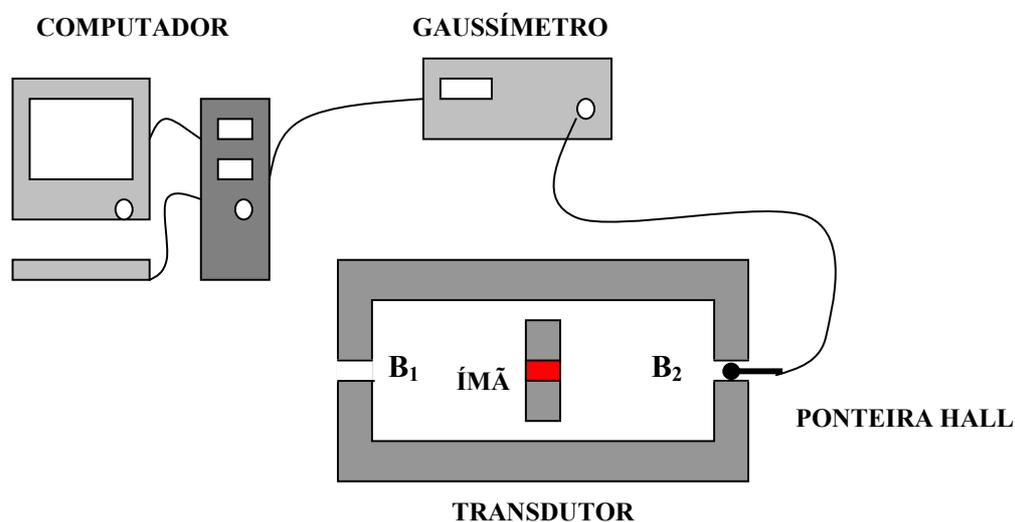


FIGURA 71 - Esquema do primeiro experimento

A experiência consistiu em medir os valores de B_1 e B_2 , com relação à posição, movendo o ímã permanente do centro para a esquerda. Para cada medida, o programa faz a média de cinco

aquisições. A seguir movemos o ímã permanente da esquerda para direita e novamente voltando para esquerda.

5.1.1.1 Resultados Obtidos com o Transdutor

Os resultados obtidos podem ser vistos na Fig. 72, junto com os pontos teóricos.

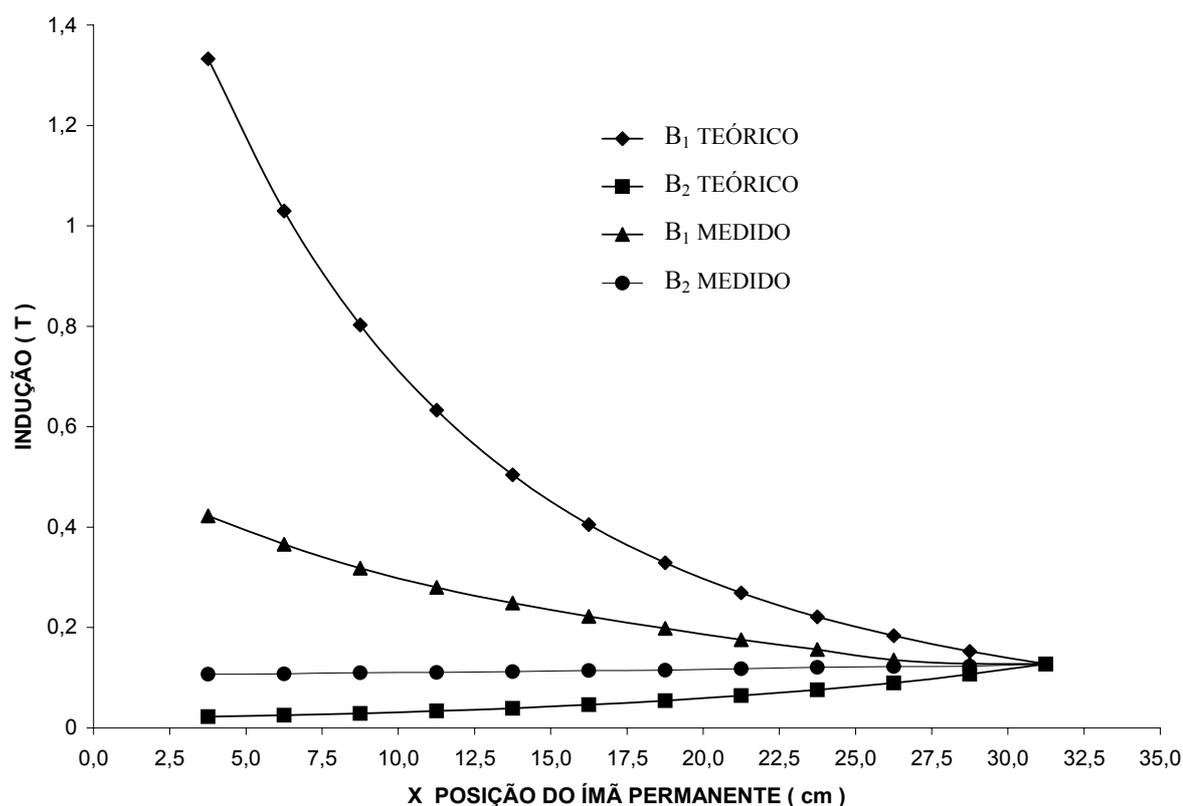


FIGURA 72 - Gráfico dos pontos experimentais e teóricos do transdutor com um ímã permanente de NdFeB movendo-se do centro do transdutor para a esquerda

Podemos ver que os valores experimentais têm uma indução menor que a dos valores teóricos quando movemos o ímã permanente para a esquerda, pois devido à elevada força coercitiva do material ferromagnético ocorre uma magnetização no material à direita do ímã permanente, ou seja, há a formação de pequenos ímãs na culatra à direita do ímã permanente com orientação contrária ao fluxo produzido pelo ímã permanente. Isto pode ser visto melhor quando movemos o ímã permanente algumas vezes de uma extremidade a outra e então medimos de novo os valores da indução magnética nos entreferros onde obtemos um laço de histerese como pode

ser visto na Fig. 73. Este efeito de remanência no aço não é levado em conta tanto no modelo teórico como no de simulação, o que resulta em histerese e explica a diferença com relação aos valores experimentais.

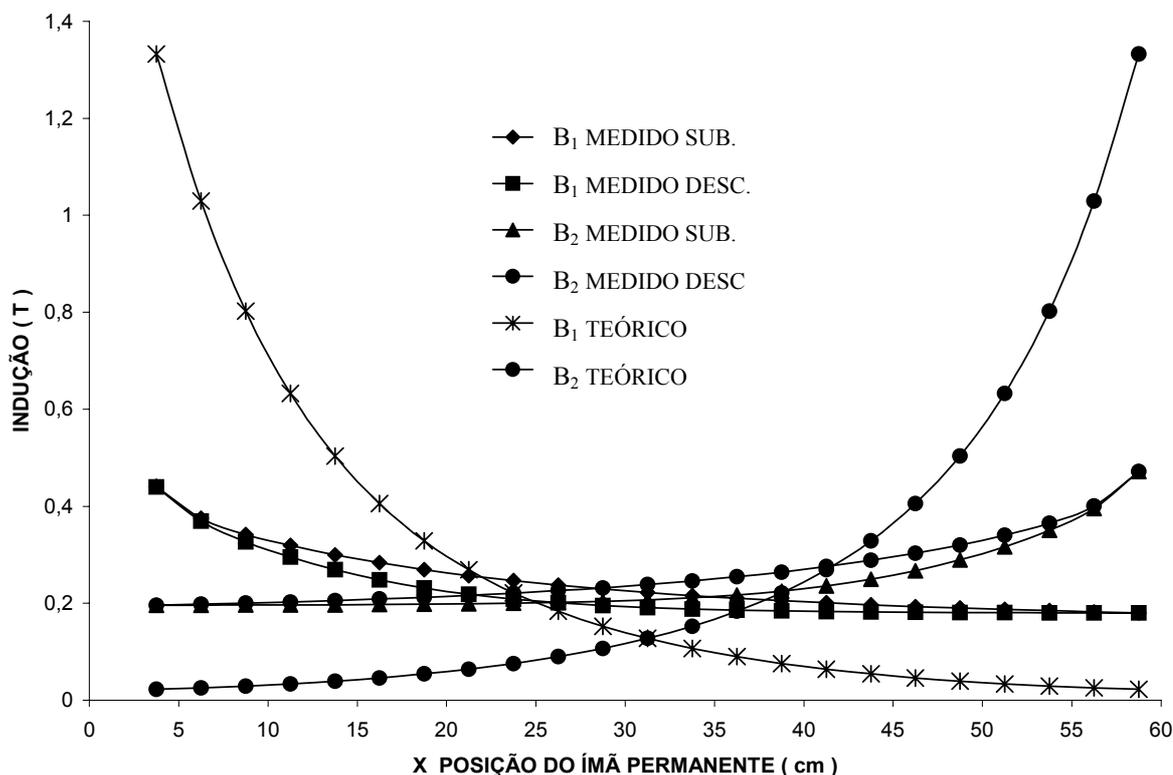


FIGURA 73 - Gráfico dos pontos experimentais e teóricos do transdutor com um ímã permanente de NdFeB movendo-se da esquerda para direita e voltando para esquerda

Podemos ver pela posição central que há um aumento da indução magnética no dispositivo após as excursões do ímã permanente devido à magnetização da culatra.

Este problema poderá ser minimizado com o uso de materiais ferromagnéticos de baixa força coercitiva, como os aços de ferro puro. O problema também pode ser contornado se utilizarmos uma fonte de fluxo c.a., ou seja, um eletroímã, pois com isto eliminamos o efeito do laço de histerese sobre a medição, já que ele não afetaria o valor eficaz. Neste caso não é interessante medirmos a indução magnética nos entreferrros, mas utilizamos bobinas exploradoras nas culatras laterais para medirmos a tensão induzida eficaz em cada bobina.

5.1.2 TRANSDUTOR COM FLUXO MAGNÉTICO C.A.

A montagem da experiência pode ser vista na Figura 74 onde foi usado um computador com interface GPIB e programa LABVIEW para aquisição dos dados, dois voltímetros Hewlett Packard 3478 A, um amperímetro e, como fonte, um variac ligado à rede do laboratório.

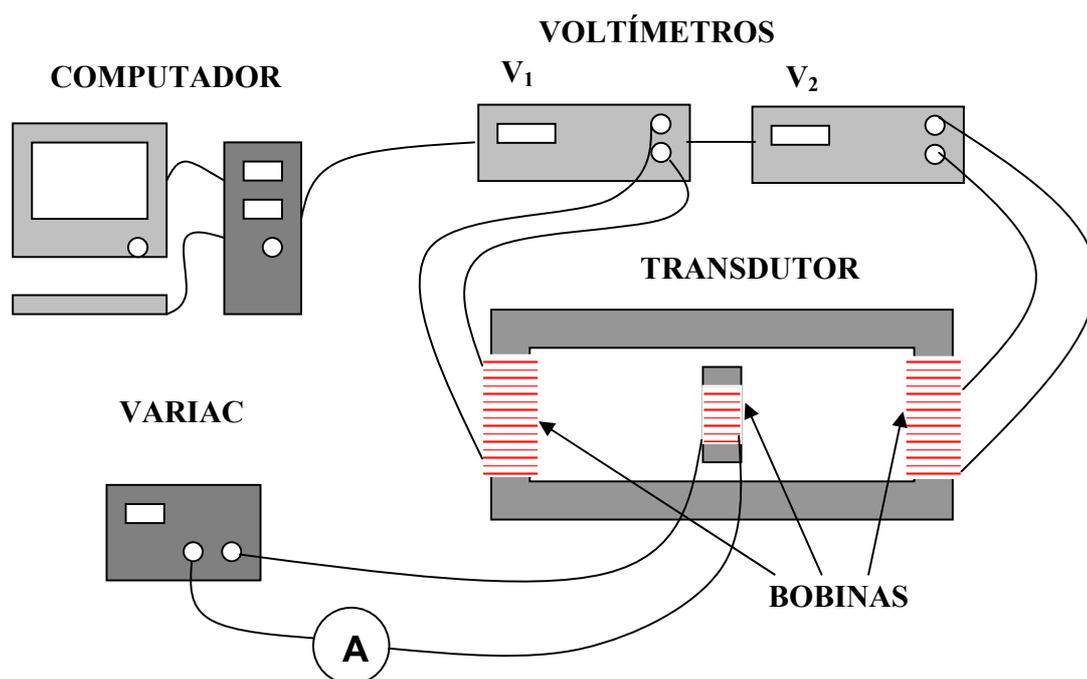


FIGURA 74 - Diagrama esquemático da experiência

A experiência consistiu em medir as tensões nas bobinas exploradoras para um conjunto de pontos, quando o eletroímã move-se da esquerda para direita e retorna à esquerda. Para cada ponto o programa faz a média de cinco aquisições. Este processo foi repetido por dez vezes para se obter uma média dos pontos de subida e dos pontos de descida, para depois obtermos a média dos pontos de subida e descida.

O eletroímã foi excitado pela saída do variac com uma tensão de $V = 95,5$ Volts estabelecendo no eletroímã uma corrente $I = 0,15$ A.



FIGURA 75 – Foto da montagem da experiência do transdutor com entreferro de medição e fluxo magnético c.a.



FIGURA 76 – Foto da montagem com os instrumentos utilizados na experiência do transdutor com entreferro de medição e fluxo magnético c.a.

A seguir veremos os gráficos da média dos 10 valores de subida e dos 10 valores de descida para as duas bobinas de medição V_1 e V_2 em cada intervalo de medição são mostrados nas Figuras 77 e 78, onde poderemos observar uma histerese muito baixa.

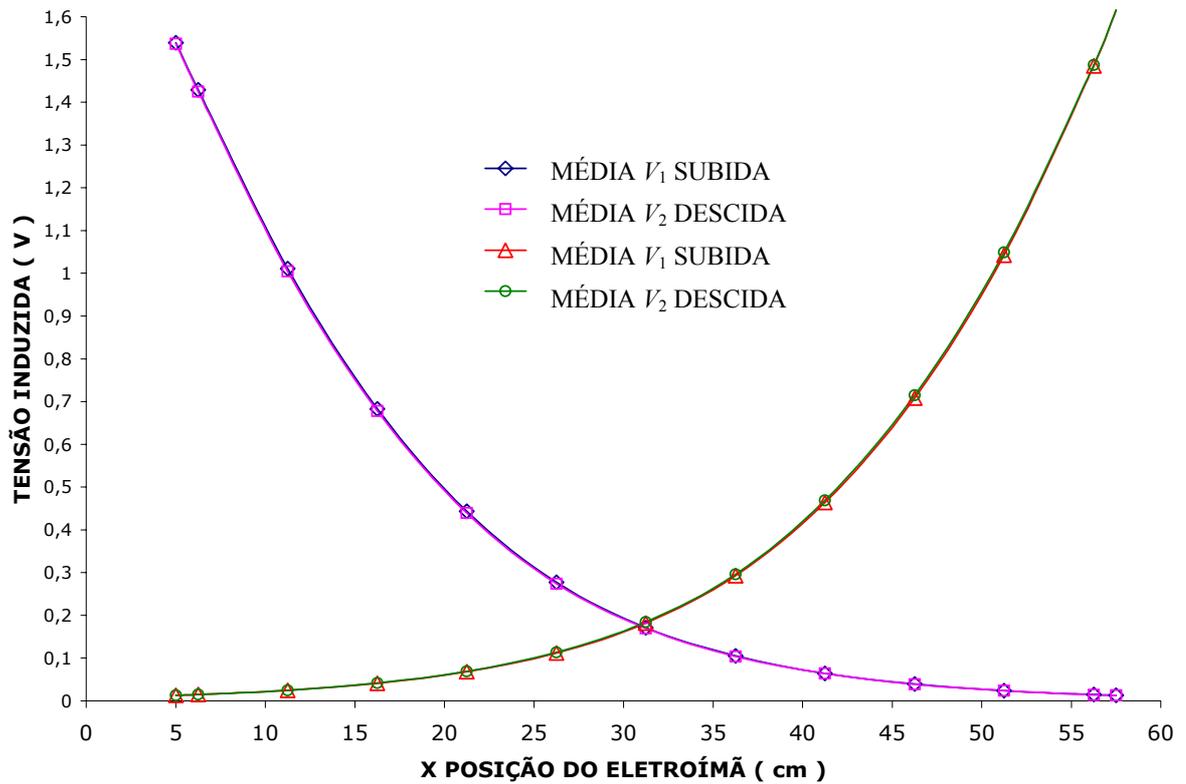


FIGURA 77 – Valores médios de subida e descida da tensão induzida eficaz nas bobinas, V_1 e V_2 , para frequência de 60 Hz

Na Fig. 78 temos a média do sinal de saída, Eq. 2.75, dos dez valores de subida e de descida, onde podemos ver que não há quase histerese, a curva de descida está praticamente coincidindo com a curva de subida do sinal de saída.

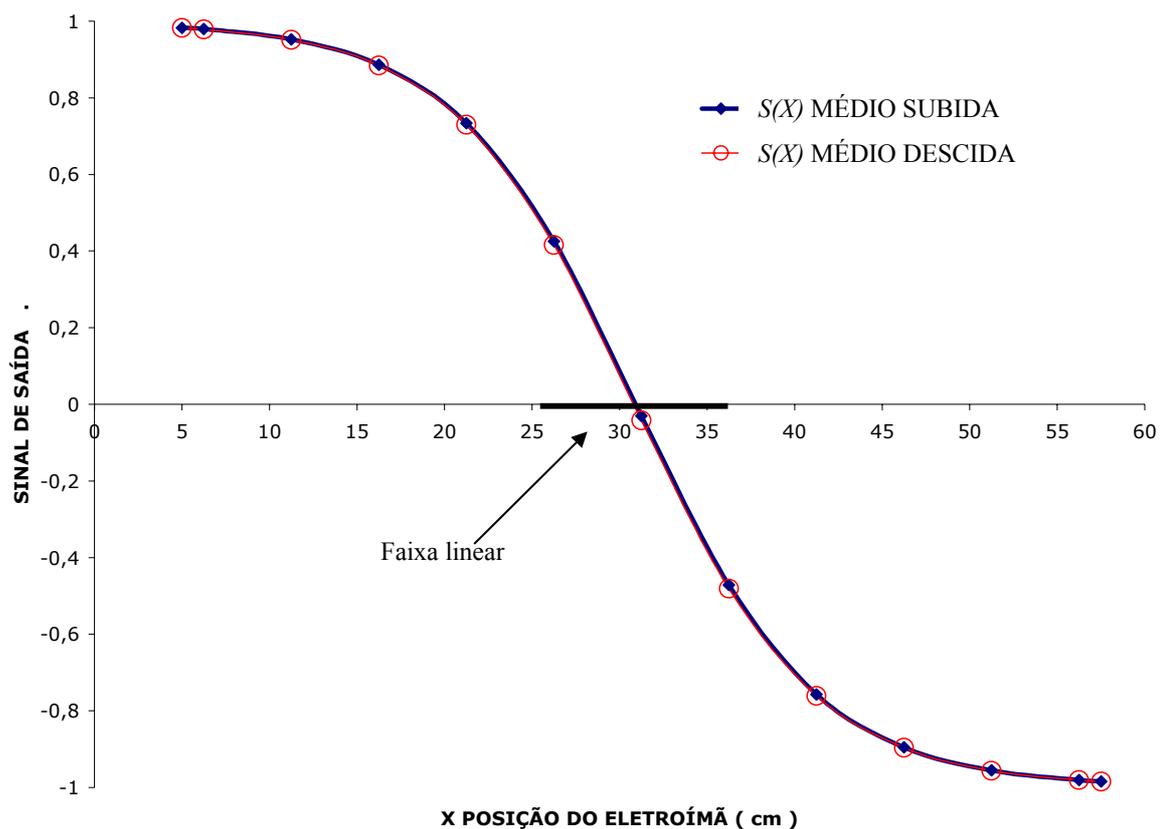


FIGURA 78 – Valores médios de subida e descida do sinal de saída, equação 2.75, para frequência de 60 Hz

Após obtermos os pontos médios de subida e descida, obtemos a média destes pontos, conforme mostrado nas Figuras 79 e 80.

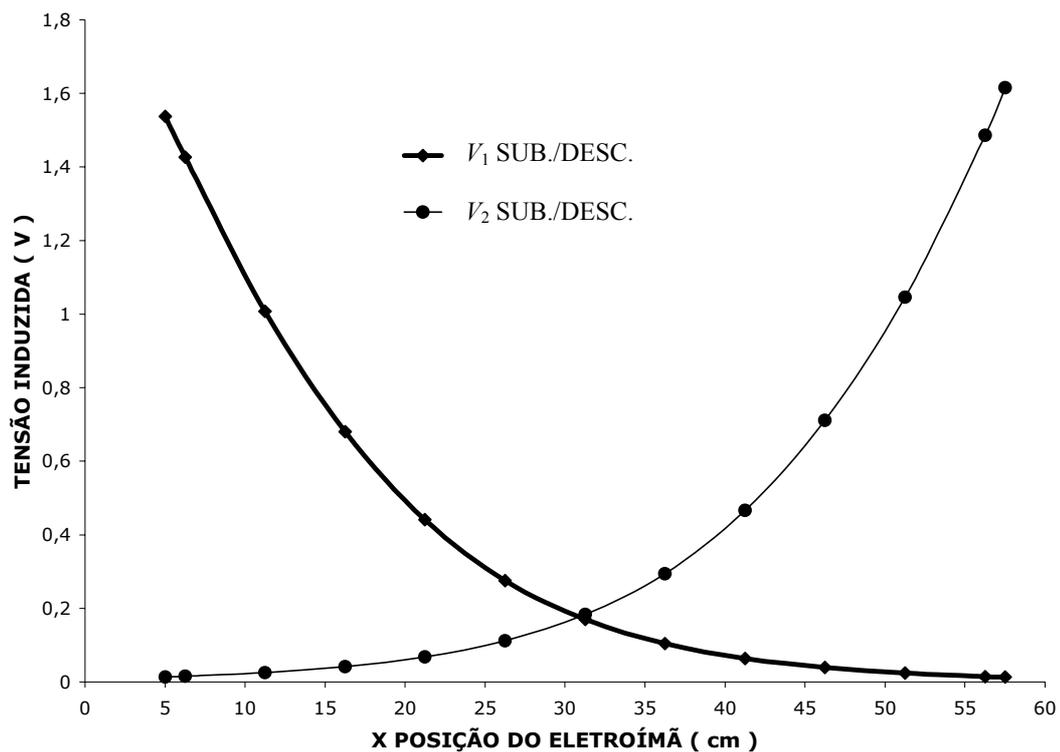


FIGURA 79 – Média dos valores de subida e descida da tensão induzida nas bobinas, V_1 e V_2 , para frequência de 60 Hz

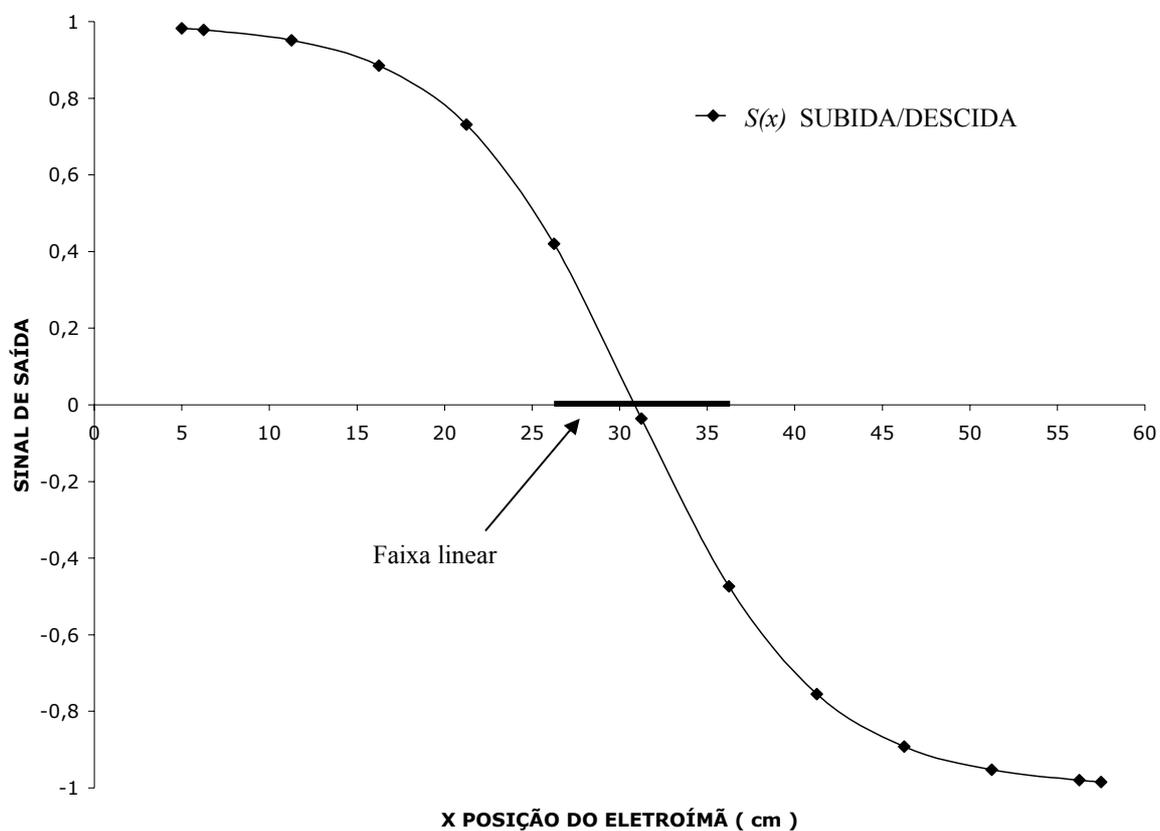


FIGURA 80 – Média dos valores de subida e descida do sinal de saída, equação 2.75, para frequência de 60 Hz

Pelos gráficos acima podemos ver que a histerese que havia no transdutor com fluxo c.c. não afeta o caso c.a., as curvas são bem comportadas, sendo representáveis por um polinômio de quarta ordem.

Vamos fazer agora a comparação entre os valores medidos e teóricos.

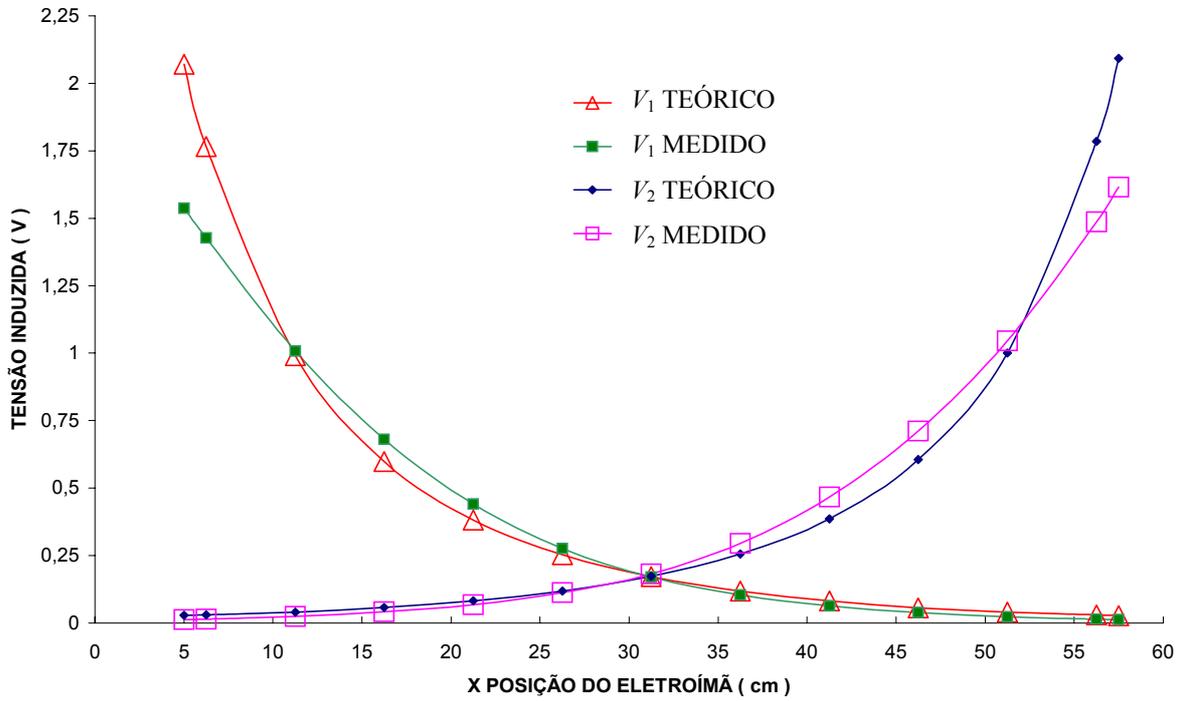


FIGURA 81 – Comparação entre os valores teóricos e medidos nas bobinas exploradoras para frequência de 60 Hz

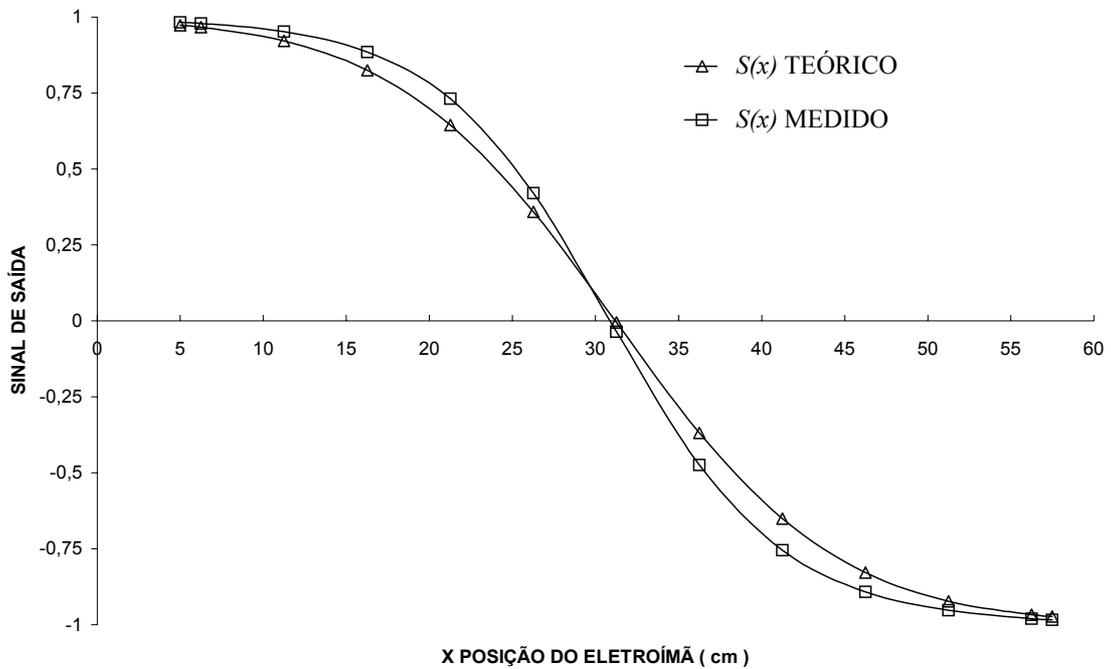


FIGURA 82 – Comparação entre os valores teóricos e medidos do sinal de saída, Eq. 2.75, para frequência de 60 Hz

Podemos perceber que, na Fig. 81, a permeabilidade é não linear, mas pelo fato de adotarmos uma permeabilidade equivalente efetiva, como visto no capítulo 3, para este transdutor, os valores de tensão induzida nas bobinas exploradoras, quando o carro está a uma distância maior ou igual a $L/2$, são bem próximos.

A comparação entre os sinais de saída, Fig. 82, apresenta um erro ao longo de toda a excursão do carro, porém os valores são próximos e convergem no centro e nos extremos.

5.2 TRANSDUTOR SEM ENTREFERRO DE MEDIÇÃO

Vamos analisar aqui os resultados dos dois tipos de transdutores sem entreferro de medição que desenvolvemos, cujo material ferromagnético que pode ser uma barra maciça ou um pacote de lâminas de Fe-Si.

5.2.1 TRANSDUTOR COM BARRA DE AÇO

A montagem da experiência pode ser vista na figura abaixo onde foi usado um computador com interface GPIB e programa LABVIEW para aquisição dos dados, dois voltímetros Hewlett Packard 3478 A, um amperímetro e uma fonte HP de tensão senoidal e frequências variáveis.

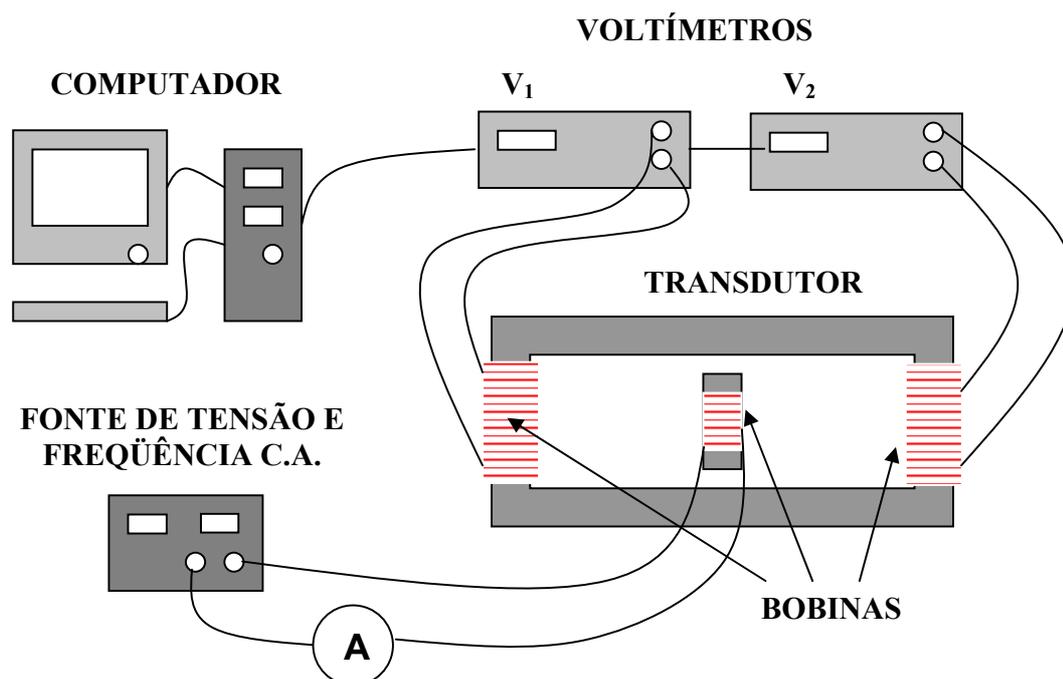


FIGURA 83 - Diagrama esquemático da experiência

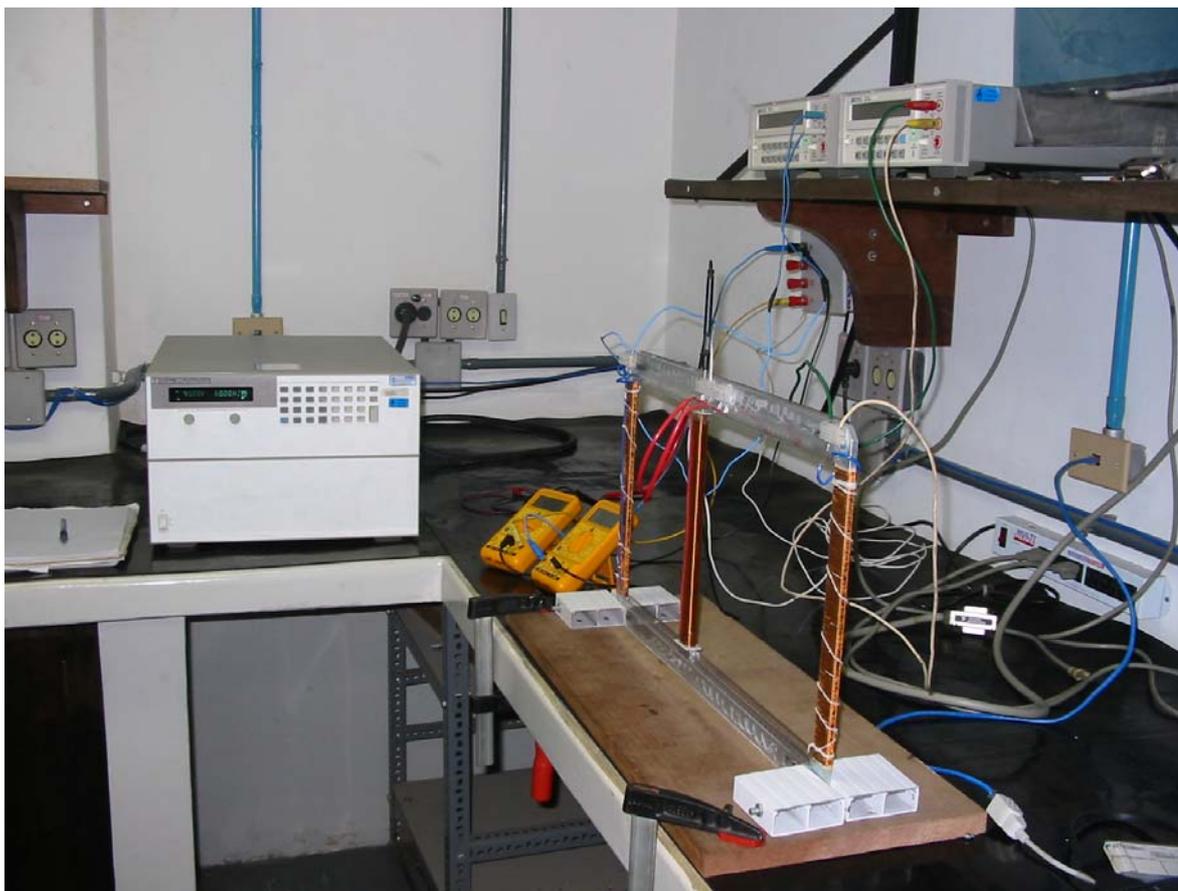


FIGURA 84 - Foto da montagem da experiência do transdutor sem entreferro de medição e com barra de aço

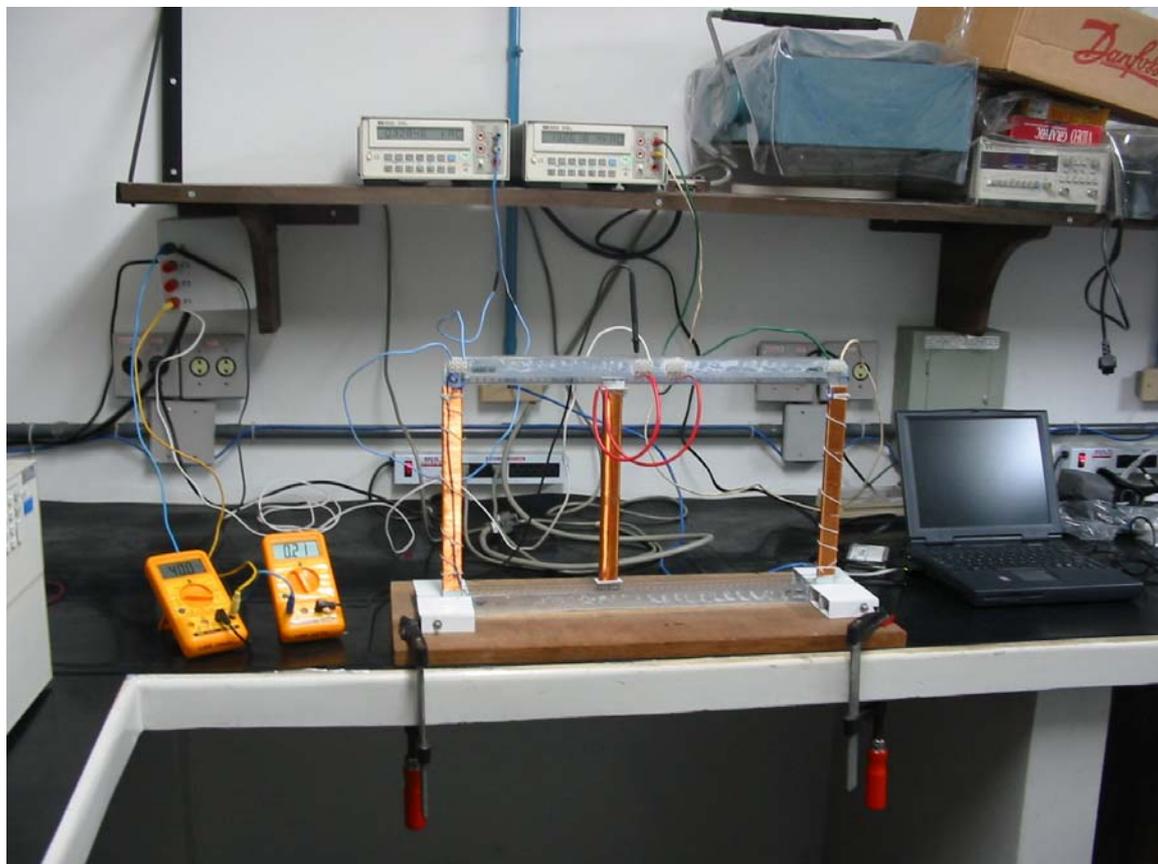


FIGURA 85 - Foto da experiência mostrando os instrumentos ligados ao transdutor sem entreferro de medição e com barra de aço

A experiência consistiu em determinar a influência da frequência na resposta do transdutor, mantendo o fluxo constante, ou seja, mantendo a relação da tensão pela frequência aplicada no eletroímã constante, isto é, $V/f = \text{constante}$. Para cada relação, o eletroímã foi movido de uma extremidade a outra voltando ao ponto inicial com medições a cada 20 mm. Em cada ponto eram feitas medidas com os dois voltímetros simultaneamente, sendo que para cada ponto o programa fazia a média de cinco amostras para cada voltímetro e a registrava em um arquivo no computador.

Os valores de tensão e frequência utilizados estão na Tab.11.

TABELA 11 – Valores medidos das grandezas físicas no eletroímã para as cinco frequências utilizadas

Frequência (Hz)	45	60	80	100	120
Tensão fonte (V)	32,8	43,7	58,31	72,8	87,4
Corrente fonte (A)	0,2	0,23	0,26	0,29	0,32
Tensão na bobina expl. no eletroímã (V)	7,68	10,35	13,95	17,48	21
Tensão na bobina expl. no difusor (V)	0,1985	0,2675	0,36	0,45	0,543
Relação tensão/frequência (V/Hz)	0,729	0,7284	0,7288	0,728	0,7284
Fluxo de pico na bobina exploradora situada no eletroímã (10^{-5} Wb)	6,674	6,75	6,82	6,83	6,84
Fluxo de pico na bobina exploradora situada no difusor (10^{-5} Wb)	3,974	4,02	4,05	4,05	4,08

Podemos ver pela Tabela 11 que aproximadamente 40 % do fluxo produzido pelo eletroímã não chega ao difusor, que é a parte superior ou inferior do núcleo do eletroímã, e esta dispersão é aproximadamente constante para todas as frequências medidas.

5.2.1.1 Resultados Obtidos com o Transdutor e Fluxo Magnético C.A.

Os resultados obtidos experimentalmente para as cinco frequências foram colocados em um mesmo gráfico de modo a melhor observar o efeito da variação da frequência e para uma melhor comparação.

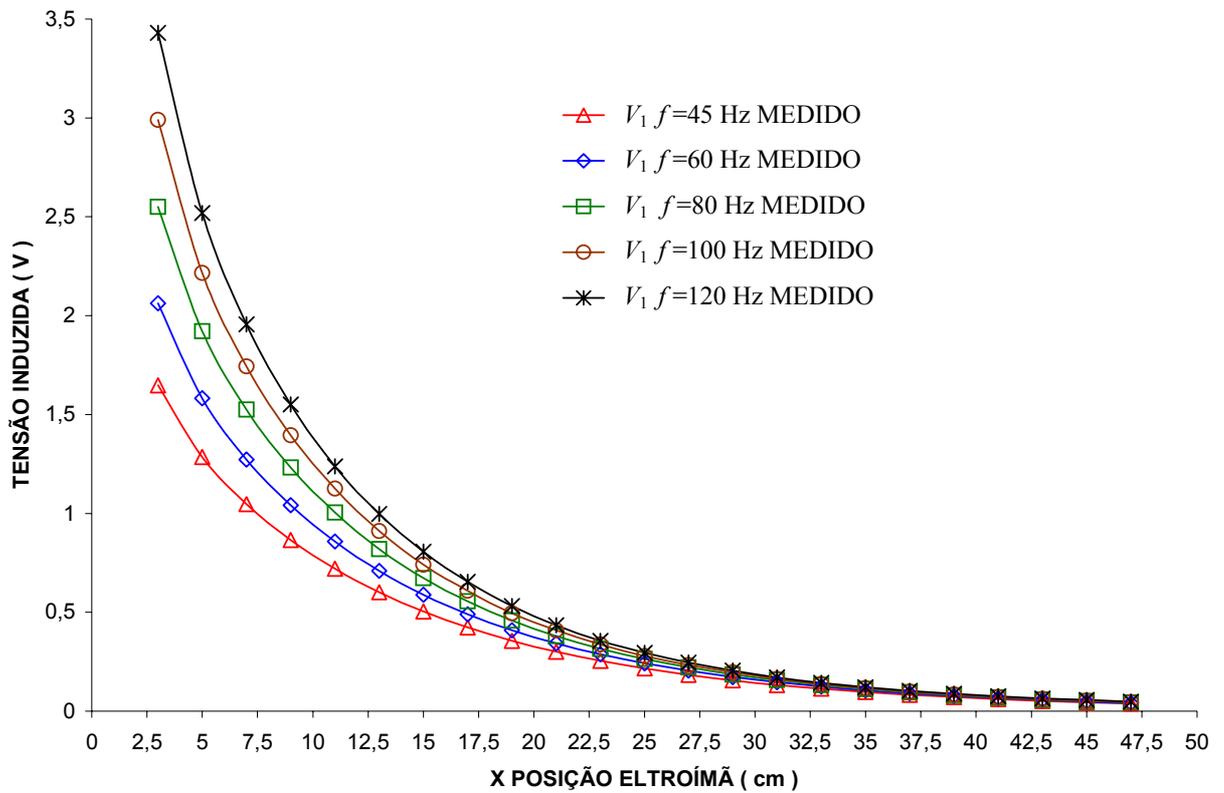


FIGURA 86 – Gráfico com os valores de tensão na bobina de medição, V_1 , para diversos valores de frequência mantendo o fluxo magnético de excitação constante

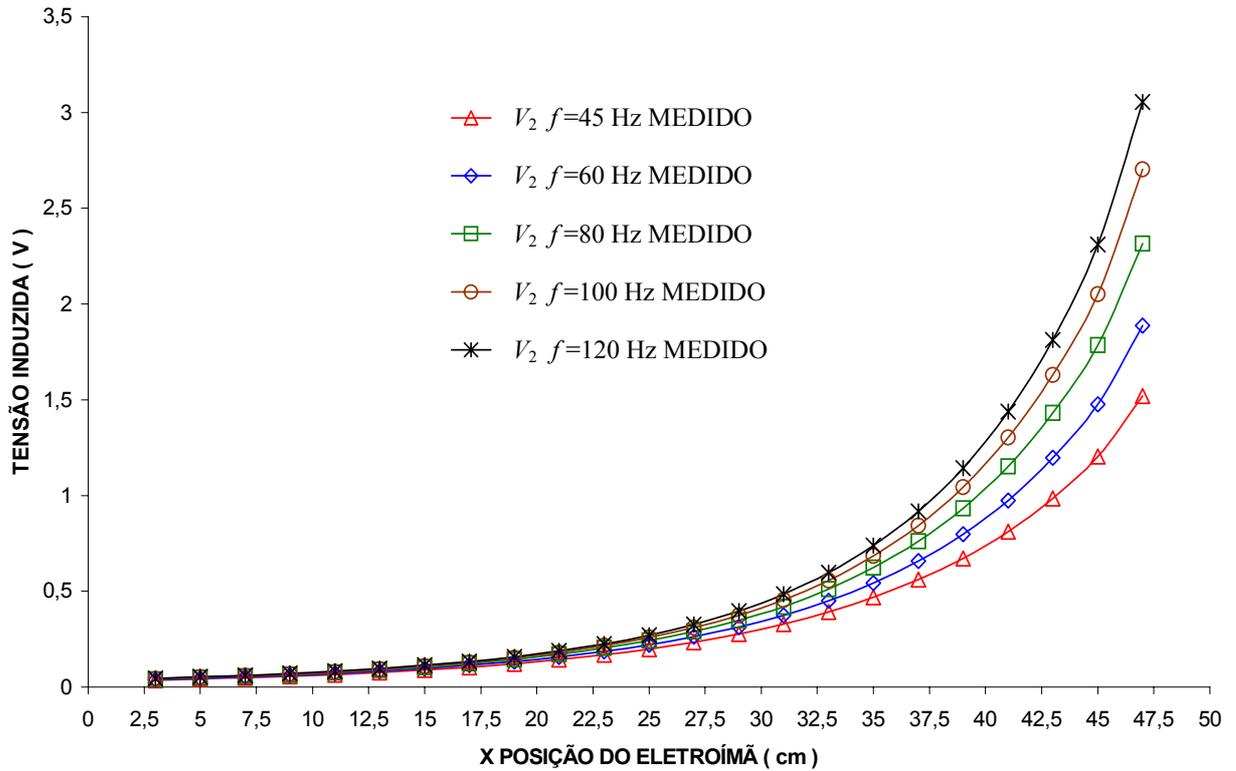


FIGURA 87 – Gráfico com os valores de tensão na bobina de medição, V_2 , para diversos valores de frequência mantendo o fluxo magnético de excitação constante

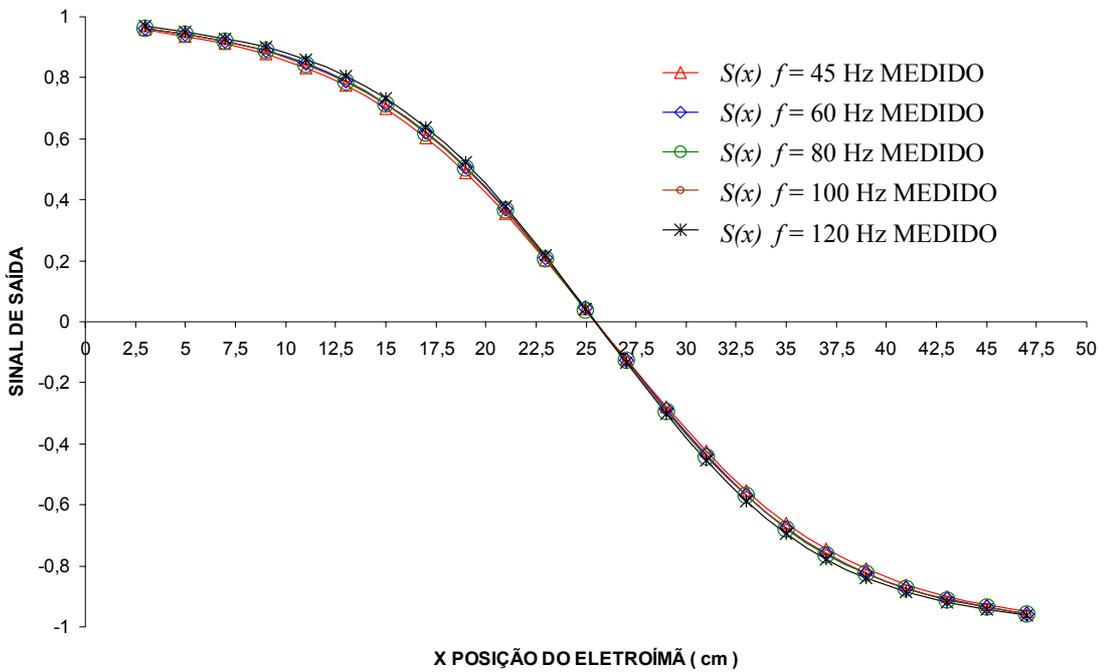


FIGURA 88 - Gráfico com os valores do sinal de saída do transdutor, Eq. 2.75, para diversos valores de frequência mantendo o fluxo magnético de excitação constante

Vamos agora comparar os valores teóricos e medidos para os diversos valores de frequência.

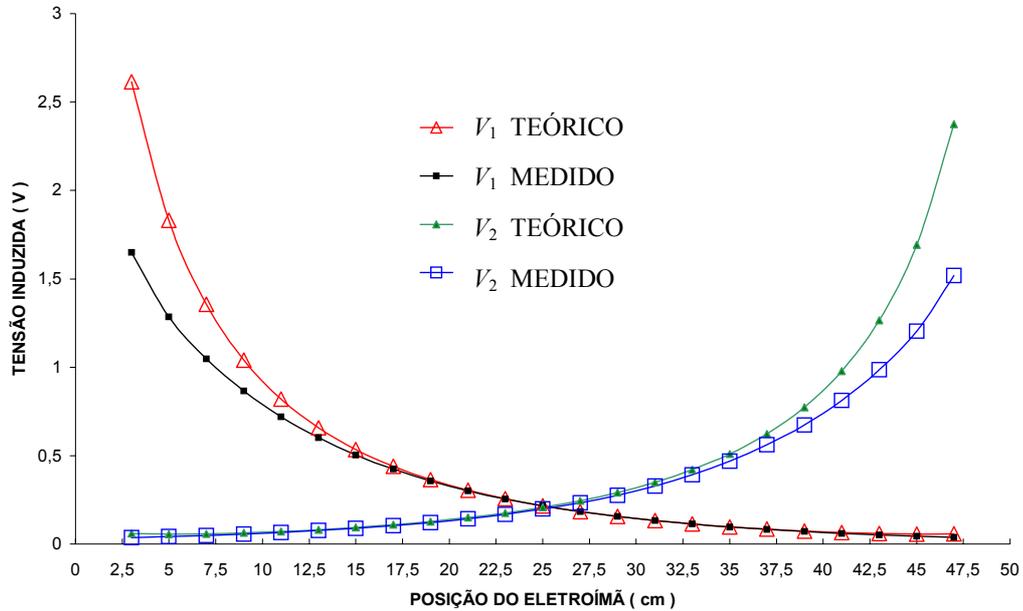


FIGURA 89 – Gráfico comparativo da tensão nas bobinas exploradoras para frequência de 45 Hz

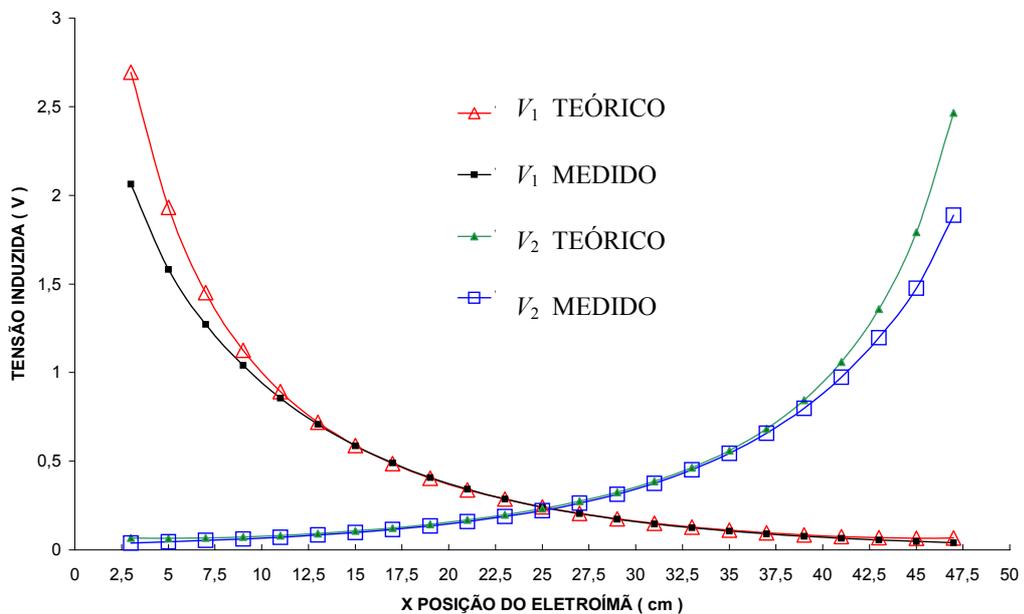


FIGURA 90 – Gráfico comparativo da tensão nas bobinas exploradoras para frequência de 60 Hz

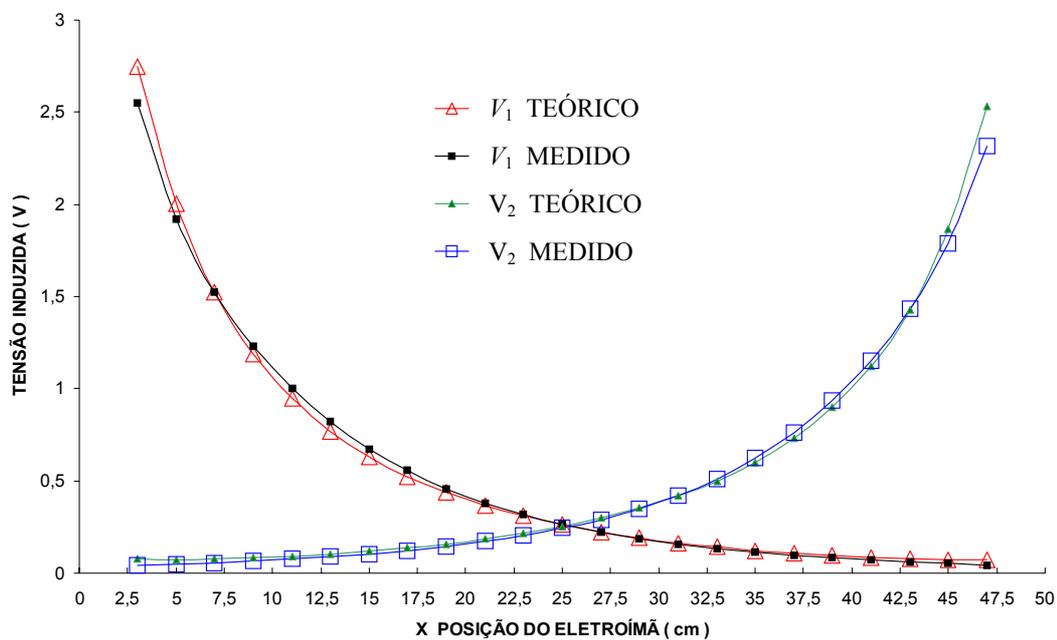


FIGURA 91 – Gráfico comparativo da tensão nas bobinas exploradoras para frequência de 80 Hz

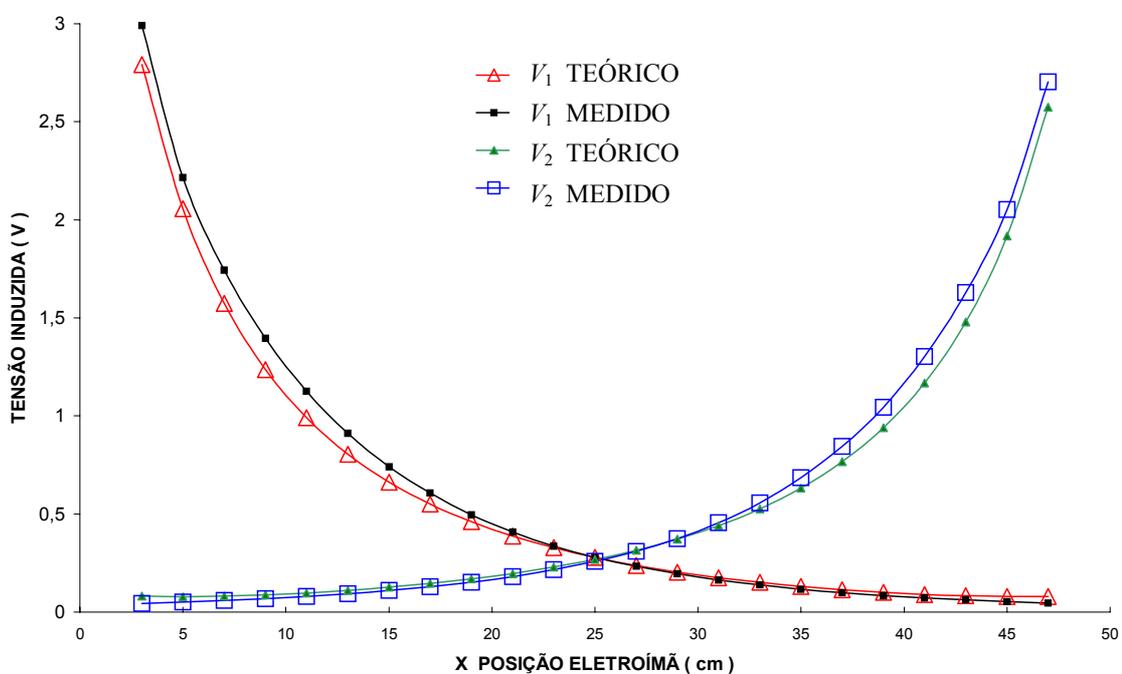


FIGURA 92 – Gráfico comparativo da tensão nas bobinas exploradoras para frequência de 100 Hz

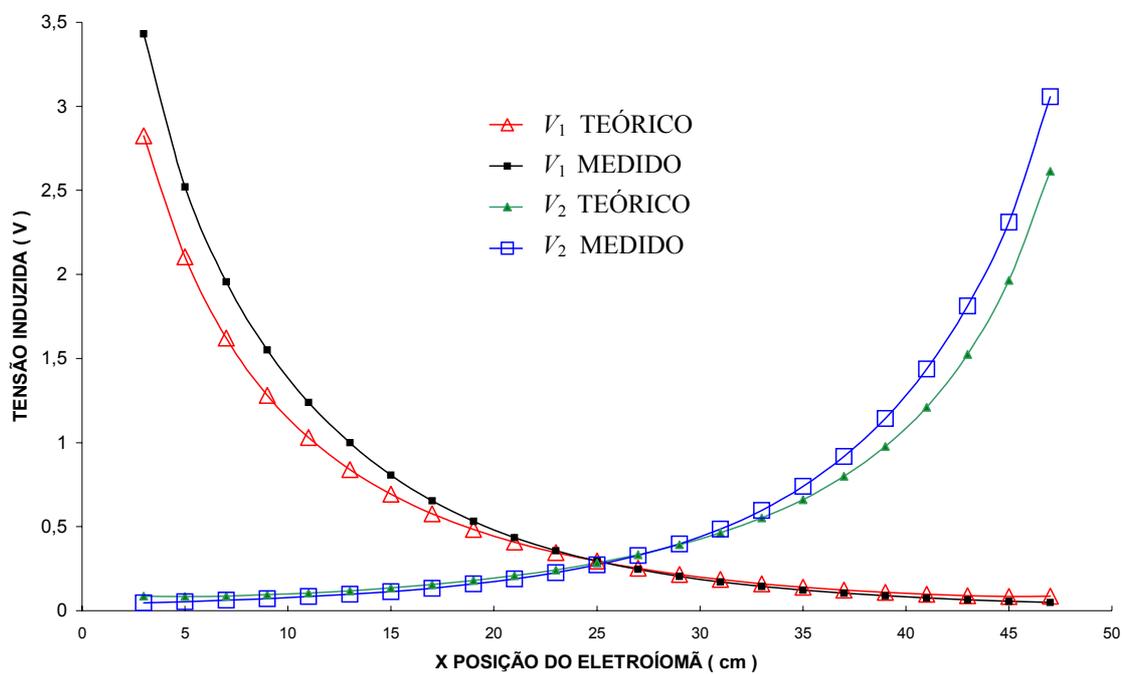


FIGURA 93 – Gráfico comparativo da tensão nas bobinas exploradoras para frequência de 120 Hz

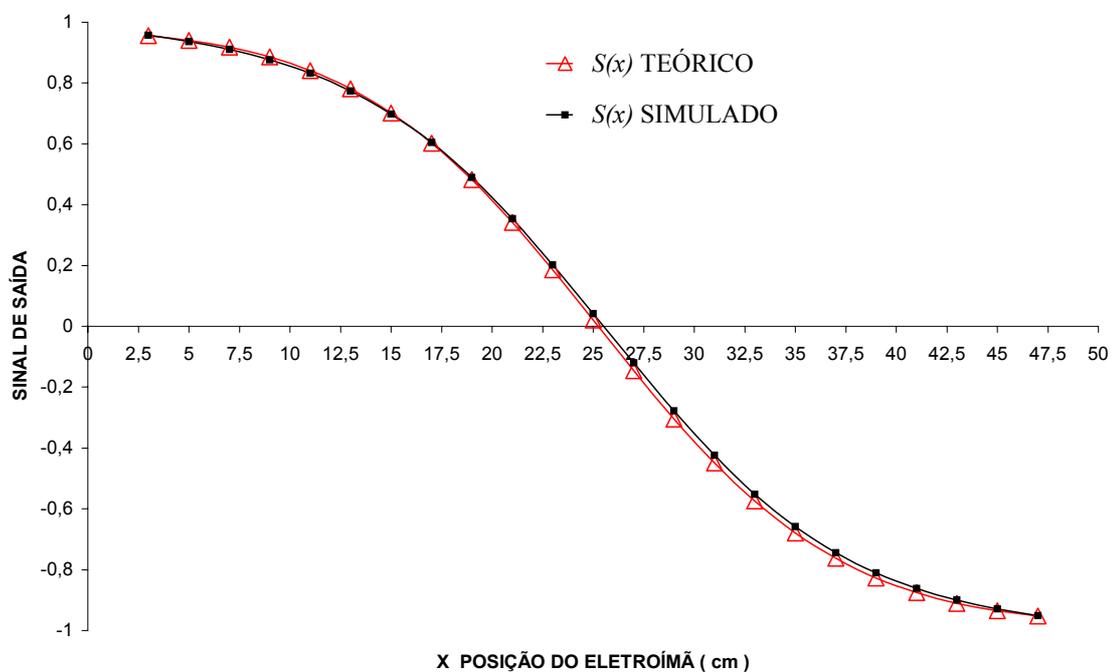


FIGURA 94 – Gráfico comparativo do sinal de saída, Eq. 2.75, do transdutor para frequência de 45 Hz

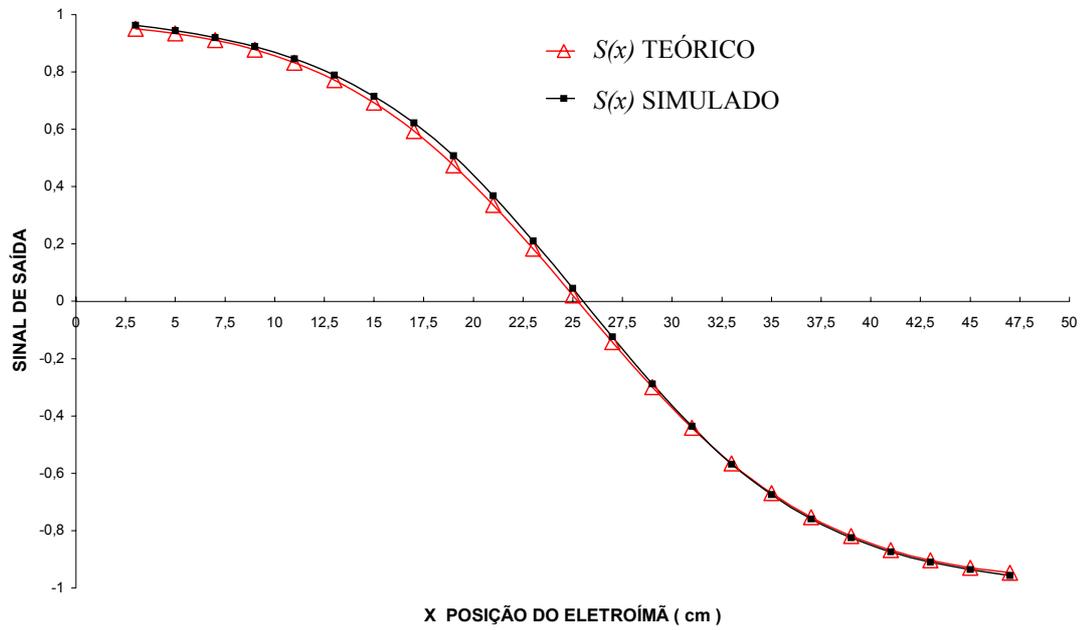


FIGURA 95 – Gráfico comparativo do sinal de saída, Eq. 2.75, do transdutor para frequência de 60 Hz

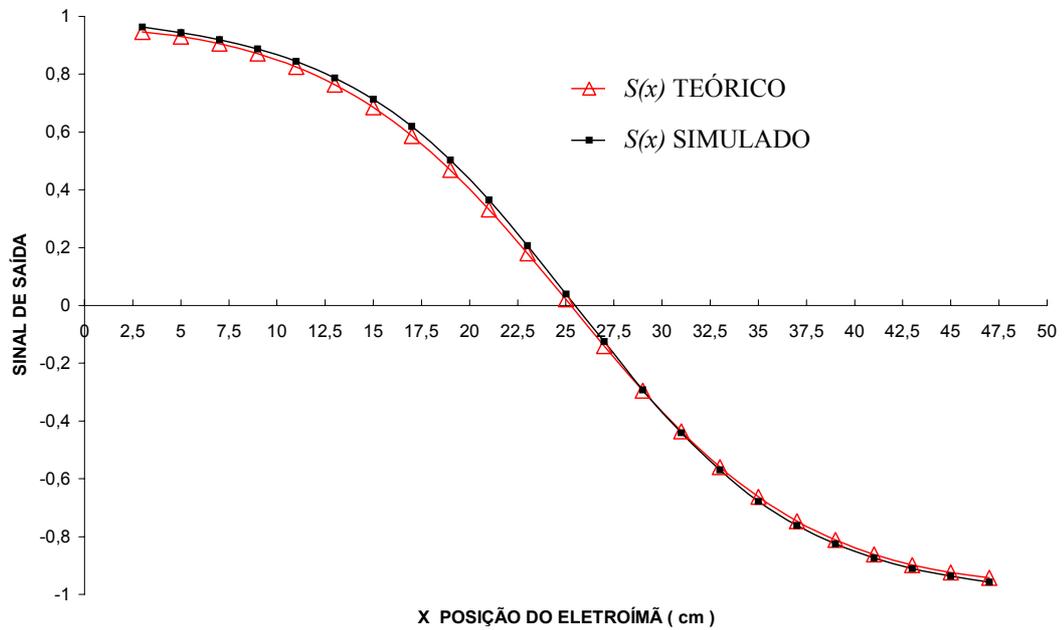


FIGURA 96 – Gráfico comparativo do sinal de saída, Eq. 2.75, do transdutor para frequência de 80 Hz

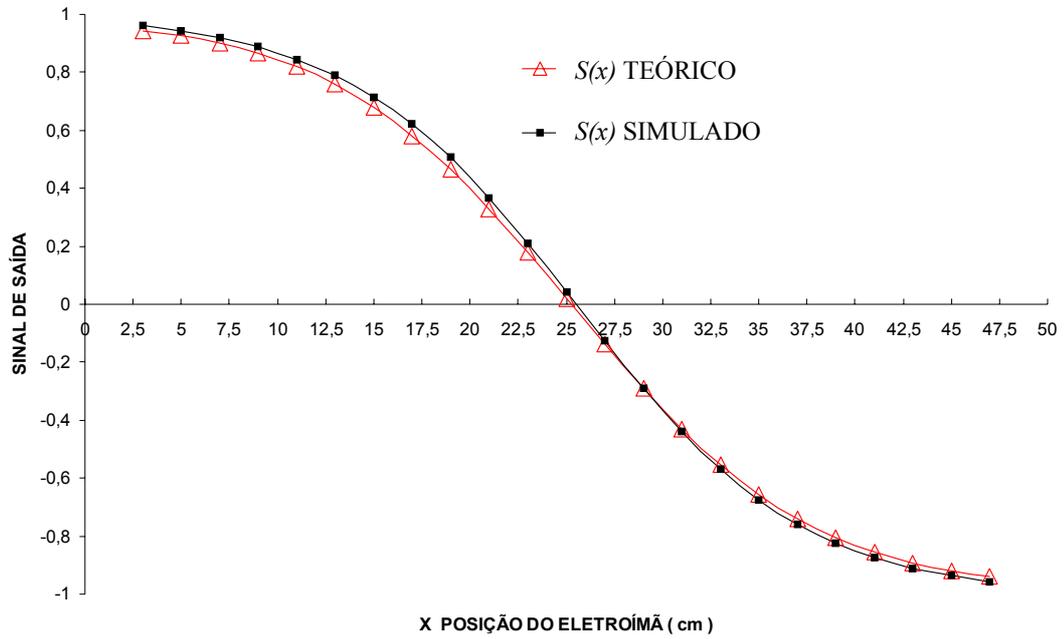


FIGURA 97 – Gráfico comparativo do sinal de saída, Eq. 2.75, do transdutor para frequência de 100 Hz

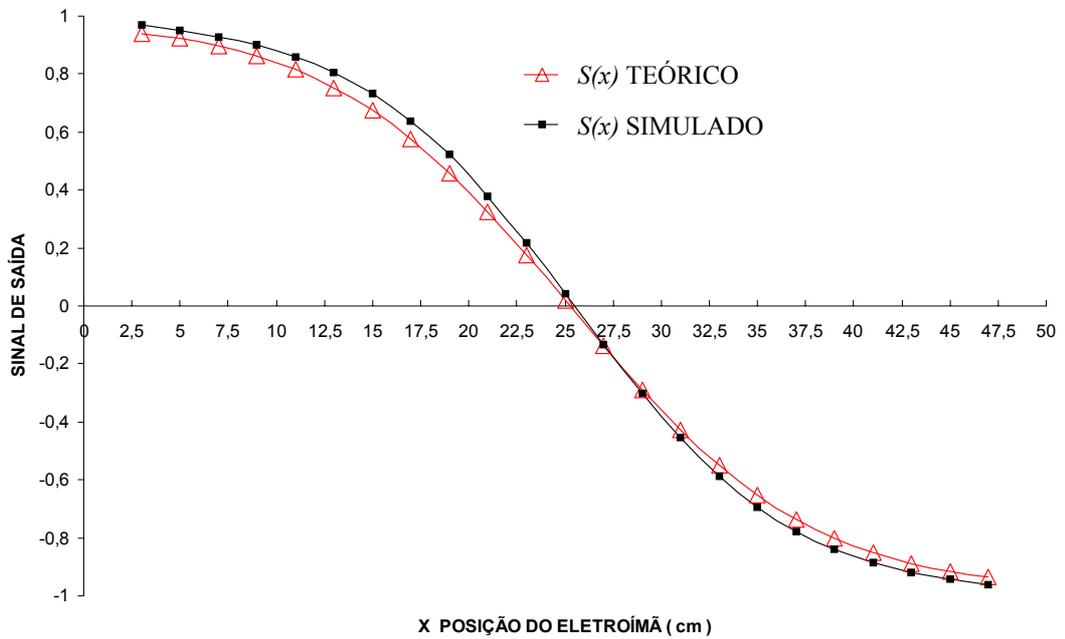


FIGURA 98 – Gráfico comparativo do sinal de saída, Eq. 2.75, do transdutor para frequência de 120 Hz

Podemos ver pelas Figuras 86 e 87 que há um aumento da linearidade do transdutor quando baixamos a frequência de trabalho com fluxo constante, porém há uma perda de sensibilidade e de excitação nas bobinas exploradoras. Com a diminuição da frequência temos uma diminuição das perdas magnéticas por correntes parasitas.

Podemos ver também pelas Figuras 89 a 93 que, apesar da permeabilidade não ser linear, o fato de utilizarmos uma permeabilidade equivalente efetiva, na equação teórica funciona para uma boa parte da excursão do transdutor. A equação teórica do sinal de saída, Figuras 94 a 98 funciona melhor para frequências mais baixas, quando maior a frequência, pior é a comparação entre o valor teórico e o experimental.

5.2.2 TRANSDUTOR COM LÂMINAS DE AÇO

A montagem da experiência pode ser vista na figura abaixo onde foi usado um computador com interface GPIB e programa LABVIEW para aquisição dos dados, dois voltímetros Hewlett Packard 3478 A, um amperímetro e um variac ligado à rede do laboratório com fonte, o esquema é o mesmo da Figura 74.



FIGURA 99 - Vista da experiência do transdutor com lâminas de Fe-Si

Para a determinação dos parâmetros do transdutor o eletroímã foi alimentado pela saída do variac com uma tensão $V = 16$ Volts gerando uma corrente $I = 0,3$ A. A experiência consistiu em mover o carro de uma extremidade à outra, voltando ao ponto inicial com medições a cada

5 mm, repetindo este processo dez vezes. Em cada ponto eram feitas medidas com os dois voltímetros simultaneamente, sendo que para cada ponto o programa fazia a média de cinco amostras para cada voltímetro e a registrava em um arquivo no computador.

5.2.2.1 Resultados Obtidos com o Transdutor Laminado e Fluxo Magnético C.A.

Os resultados na forma de gráficos e os parâmetros que caracterizam o transdutor são mostrados a seguir para cada um dos sinais das bobinas exploradoras e para o sinal diferencial.

Começaremos mostrando as curvas da média dos dez pontos de subida e descida do transdutor, para podermos analisar a sua histerese.

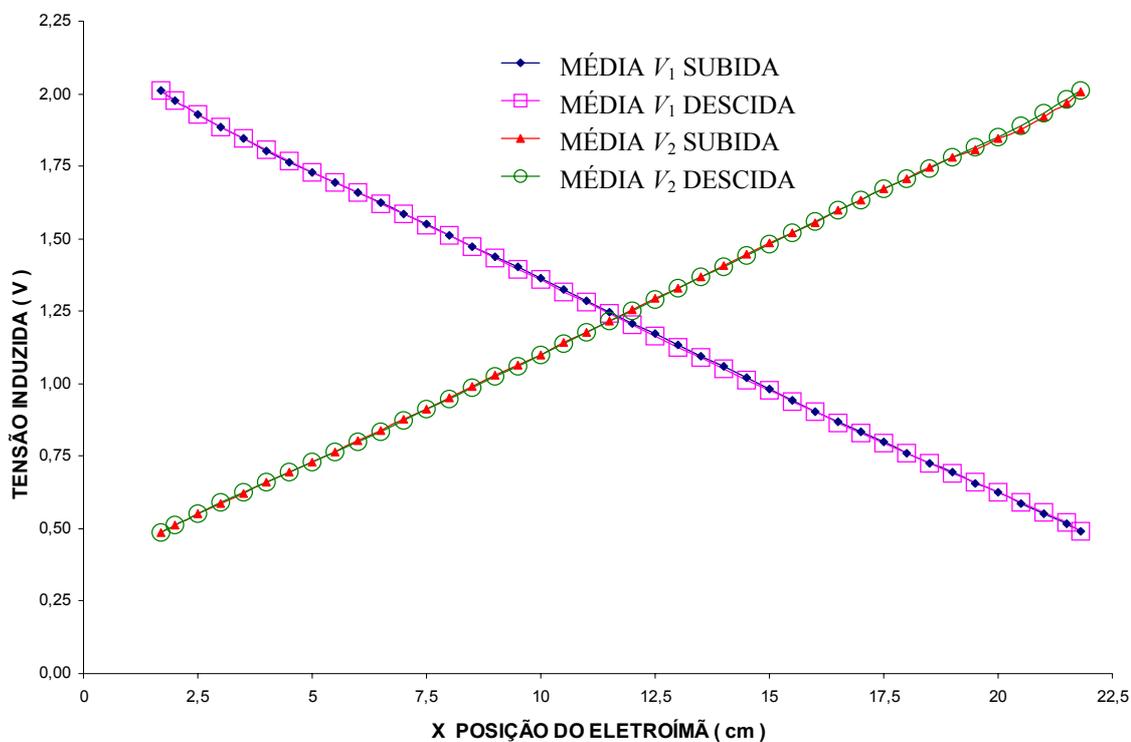


FIGURA 100 - Gráfico com os valores médios de subida e de descida de V_1 e V_2 para frequência de 60 Hz

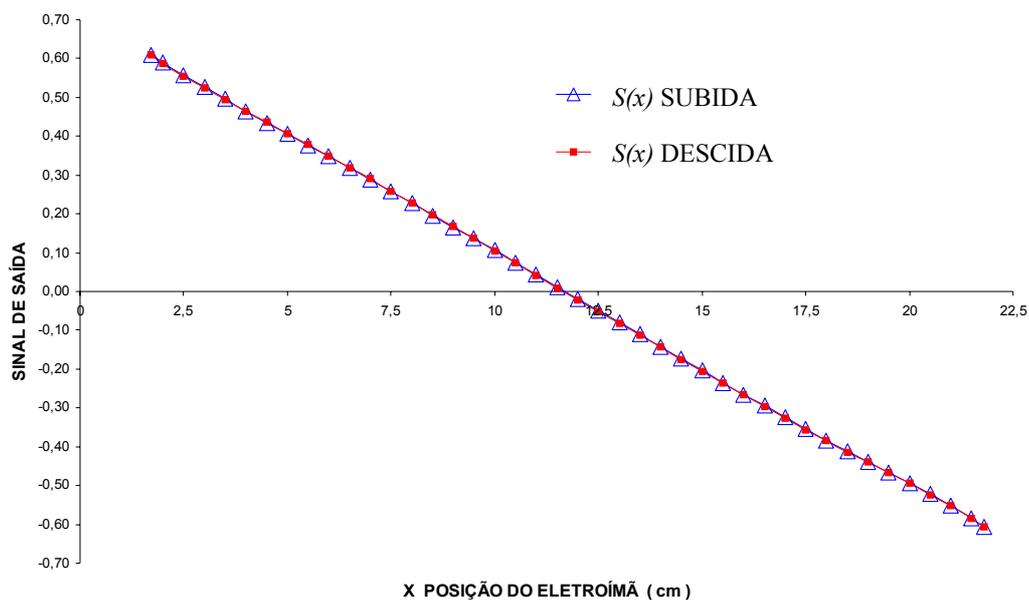


FIGURA 101 - Gráfico com os valores médios de subida e descida de $S(x)$, Eq. 2.75

A seguir mostraremos as curvas com as médias dos valores de subida e descida.

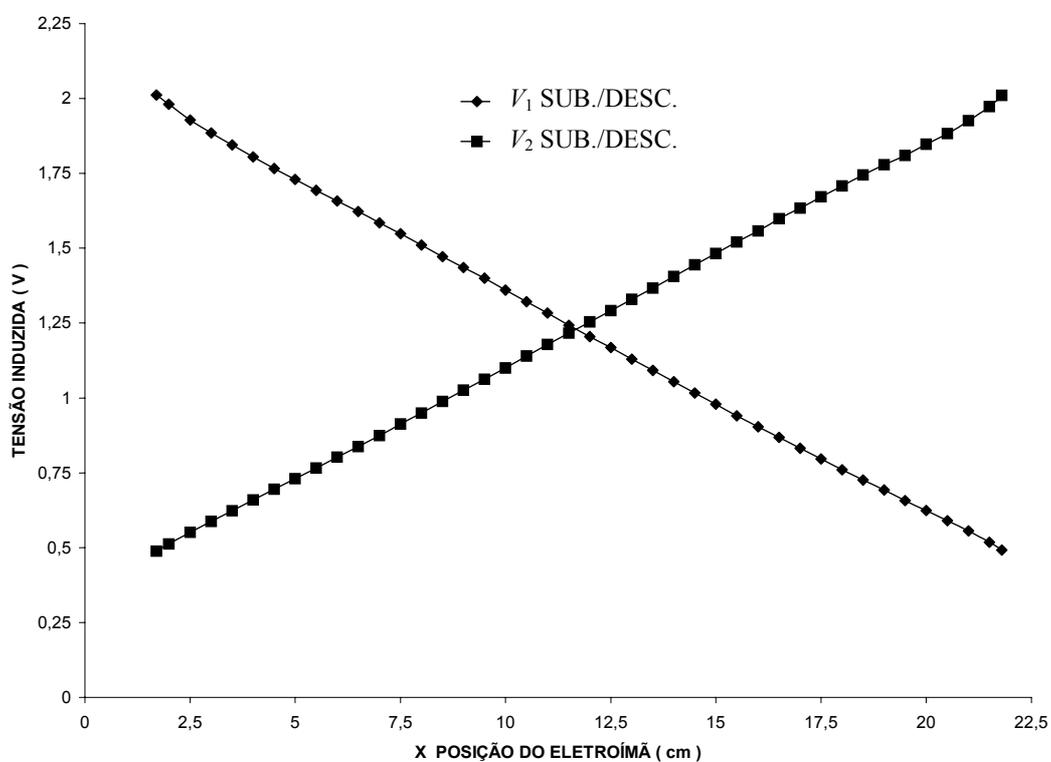


FIGURA 102 - Gráfico com a média dos valores médios de subida e descida de V_1 e V_2

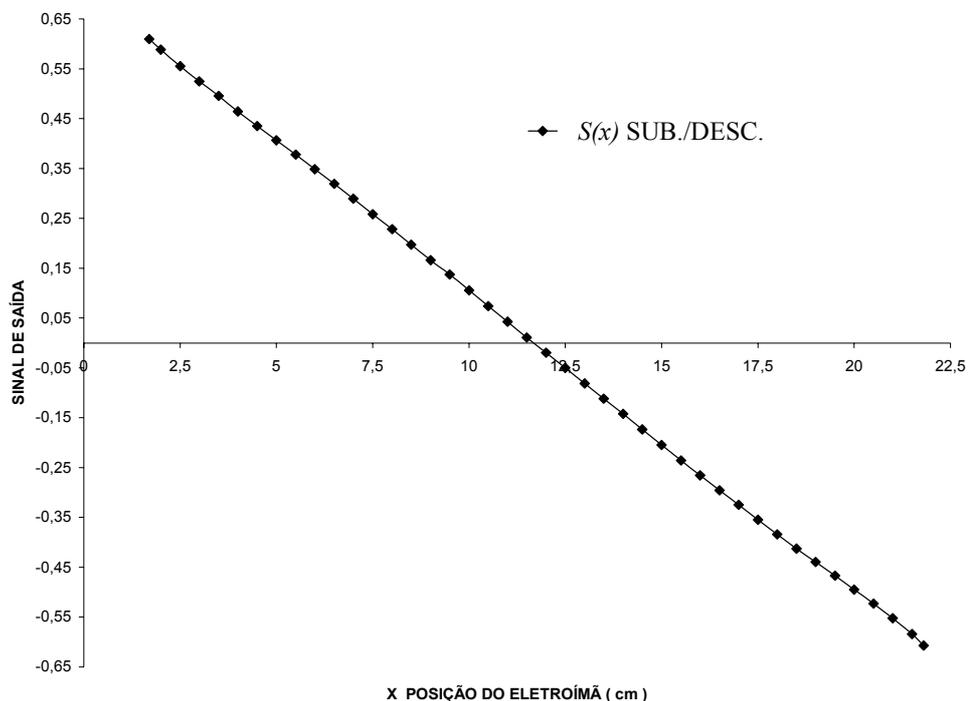


FIGURA 103 - Gráfico com a média dos valores médios de subida e descida de $S(x)$, Eq. 2.75

Com base nos gráficos acima podemos determinar os parâmetros do transdutor para os sinais $V_1(x)$ e $V_2(x)$ e para o sinal diferencial $S(x)$. No Anexo 4 são mostrados os cálculos.

TABELA 12 – Parâmetros do transdutor com lâminas de Fe-Si

	Parâmetros de $V_1(x)$	Parâmetros de $V_2(x)$	Parâmetros de $S(x)$
Fundo de escala saída (V)	1,519	1,521	1,216
Fundo de escala entrada (cm)	20,1	20,1	20,1
Sensibilidade (V/cm)	-0,0747	0,075	-0,0605
Linearidade (%)	1,97	0,67	0,32
Histerese (%)	0,44	0,99	0,19
Precisão (%)	0,44	0,34	-
Exatidão (%)	2,0	1,35	0,83
Resolução de Entrada (%)	0,099	0,09	0,099

Devemos agora comparar os resultados experimentais com os teóricos, capítulo 3, e simulados, capítulo 4.

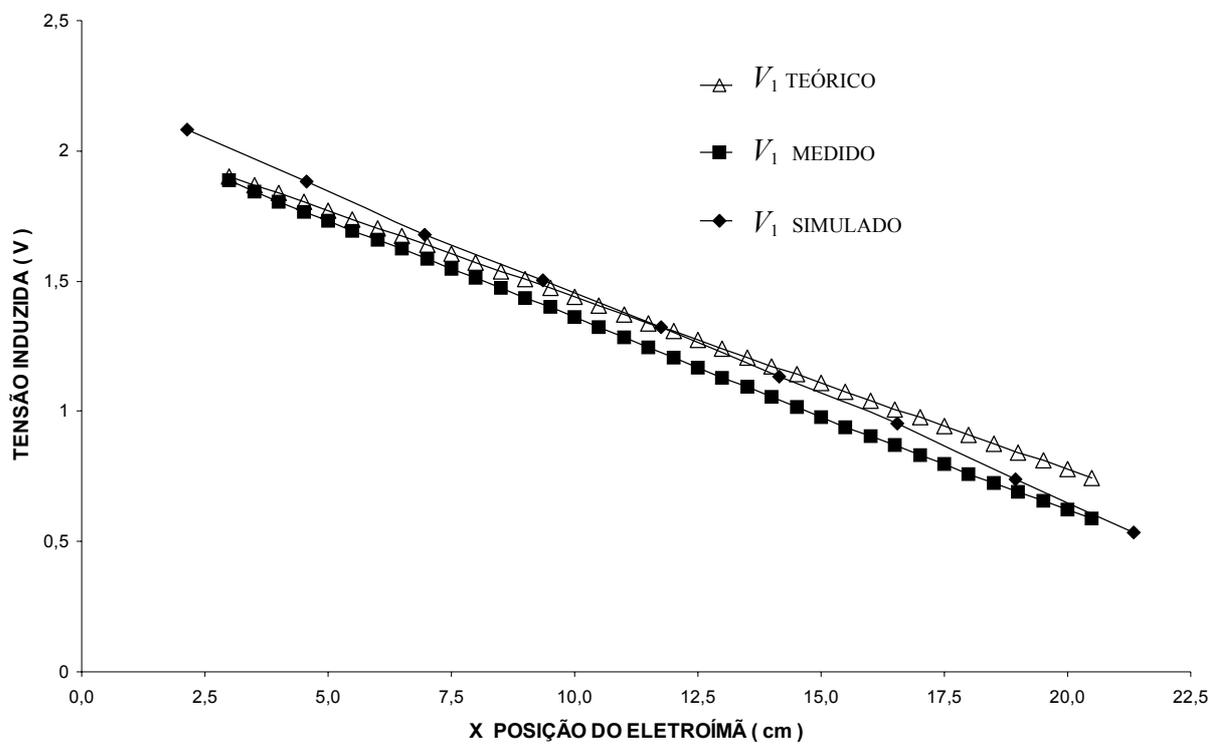


FIGURA 104 - Comparação entre os valores experimentais, teóricos e simulados de $V_1(x)$

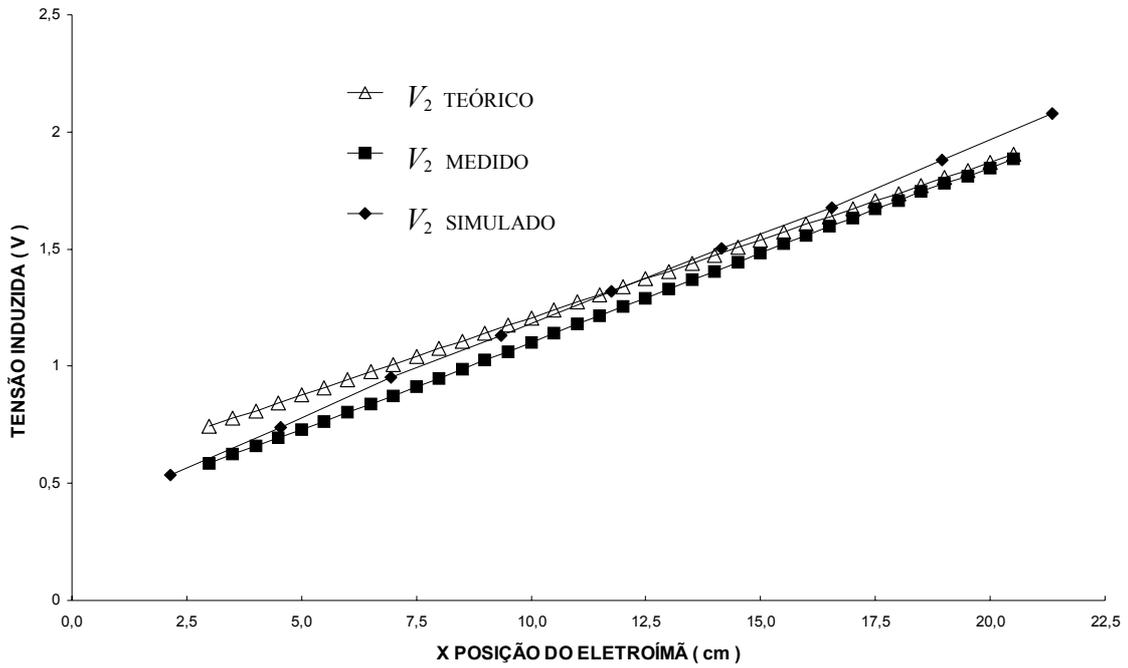


FIGURA 105 - Comparação entre os valores experimentais, teóricos e simulados de $V_2(x)$

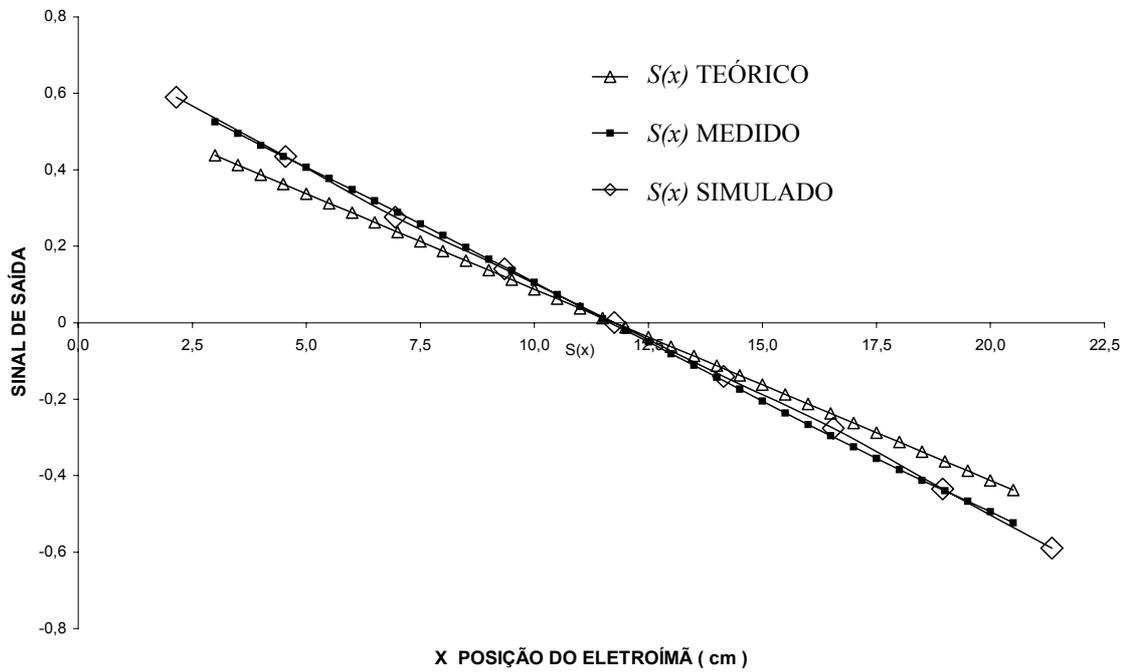


FIGURA 106 - Comparação entre os valores experimentais, teóricos e simulados de $S(x)$, Eq. 2.75

Podemos ver pelas Figuras 104, 105, e 106 que os valores teóricos e simulados de $V_1(x)$ e $V_2(x)$ acompanham os valores experimentais e, no caso do sinal $S(x)$, os valores experimentais e simulados apresentam uma correlação muito boa entre si.

As diferenças entre os valores teóricos e experimentais pode ser explicadas através das simulações do transdutor, Figuras 64 a 68, onde podemos perceber que as linhas de fluxo não estão uniformemente distribuídas em toda seção da culatra, ou seja, a seção efetiva ocupada pelas linhas de fluxo é menor que a usada no cálculo teórico analítico.

As diferenças entre os valores simulados e experimentais podem ser explicadas, pela impossibilidade, no caso, de modelar o efeito das 52 lâminas de Fe-Si e seu empilhamento por falta de memória, ou seja, estamos simulando como se fosse uma barra maciça de Fe-Si e não as 52 lâminas empilhadas.

A linearidade obtida nas Figuras 102 e 103 deve-se, principalmente, à alta permeabilidade das lâminas de Fe-Si, pois a elevada permeabilidade ferromagnética das culatras horizontais superior e inferior fazem com que o fluxo magnético de dispersão entre elas seja praticamente desprezível para qualquer posição do carro. Ou seja, a soma dos fluxos magnéticos nas duas culatras laterais é igual ao fluxo produzido pela excitação e constante com a posição do carro. E, neste caso, a histerese magnética não afeta o valor eficaz das forças eletromotrizes induzidas nas bobinas.

6 CONCLUSÕES

Com os resultados deste trabalho chega-se às seguintes conclusões:

1 - Foi demonstrado que é possível construir um transdutor de posição usando o princípio da divisão do fluxo magnético, tanto com fluxo magnético de excitação c.c. quanto c.a., com o desenvolvimento de um modelo teórico simples, mas que descreve de forma aceitável o comportamento do transdutor e permite estabelecer critérios de projeto;

2 - No caso de utilizarmos fluxo magnético de excitação c.c., que é equivalente ao uso de ímã permanente como fonte de fluxo magnético de excitação, a condição prioritária para que o transdutor funcione com um mínimo efeito de histerese e de maneira linear é que o material ferromagnético macio utilizado em sua confecção tenha uma baixa força coercitiva e uma baixa remanência, uma permeabilidade alta e que opere em sua região linear, ou seja, o aço utilizado deve ser puro o suficiente e que não deve operar sob saturação magnética; caso contrário, tanto no protótipo com ímã permanente, quanto no protótipo com eletroímã, o efeito da histerese magnética e elevada remanência resultarão em uma histerese no sinal de saída;

3 - A vantagem do transdutor de barra de aço com entreferro de medição e fluxo magnético de excitação c.c. é que este utiliza um ímã permanente, ou seja, não precisamos de uma fonte elétrica externa para produção do fluxo magnético, porém o fluxo magnético c.c. tem que ser medido diretamente com uso de sensores Hall ou magneto-resistências, que podem ter um custo elevado; uma desvantagem deste tipo de transdutor é que mesmo os aços carbono mais puros, com baixa força coercitiva, não apresentam uma permeabilidade tão elevada como as lâminas de aço com grão orientado, o que limita a faixa de variação linear do sinal de saída do transdutor, pois, quanto maior a permeabilidade do material ferromagnético, maior será a sua faixa de variação linear do sinal; no entanto isso pode ser superado pela utilização de material ferromagnético laminado de elevada permeabilidade e de baixa remanência, como, por exemplo, lâminas de Fe-Si;

4 - No caso de utilizarmos fluxo magnético de excitação c.a., a condição prioritária para que o transdutor funcione de maneira linear é que o material ferromagnético macio utilizado tenha uma janela de histerese reduzida e uma permeabilidade elevada e que opere em sua região linear, ou seja, deve-se utilizar materiais com fácil magnetização e que não estejam operando com saturação magnética;

5 – Nos transdutores com fluxo magnético de excitação c.a. eliminamos a histerese do sinal de saída, e o fluxo magnético pode ser medido de forma indireta através de bobinas exploradoras, sendo este um método simples e barato; isso produz um sinal de saída linear; a desvantagem principal é que precisamos de uma fonte elétrica c.a. externa para a produção do fluxo magnético que está ligada a um eletroímã móvel;

6 - Os transdutores de barra de aço e fluxo magnético de excitação c.a. apresentam a mesma desvantagem dos transdutores com fluxo magnético de excitação c.c. em relação à faixa de variação linear do sinal de saída do transdutor, que é limitada pela permeabilidade dos aços carbono;

7 - A principal vantagem dos transdutores c.a. com lâminas de grãos orientados é sua alta permeabilidade magnética que permite uma faixa maior de variação linear do sinal de saída; outra vantagem em se usar o grão orientado é uma menor dispersão de fluxo magnético nas culatras horizontais, que tenderia a ocorrer numa direção ortogonal à orientação dos grãos nas lâminas, uma desvantagem é que, para termos uma região de fácil magnetização nas culatras horizontais e laterais, cada camada de lâminas do transdutor deve ser composta de 4 peças, o que dificulta sua montagem; entretanto, esse tipo de montagem adotado neste transdutor é o mesmo dos núcleos dos transformadores, sendo uma técnica comum e dominada;

8 - O estudo com frequências diferentes para o transdutor sem entreferro de medição em barra de aço mostra que, para a faixa de frequência estudada, o sinal de saída não apresentou uma grande variação para as diversas frequências, principalmente na estreita faixa central na qual o transdutor é linear, sendo que para a menor frequência estudada, 45 Hz, a curva teórica e a curva experimental foram consistentes;

9 - O sinal na bobina exploradora tende a ser mais linear quanto menor a frequência, porém com uma excitação menor, sendo que a curva teórica e a experimental ficaram mais próximas para a frequência de estudo intermediária de 80 Hz;

10 - Os transdutores de lâminas de aço com orientação magnética devem atuar com aquela frequência em que a permeabilidade ferromagnética do material é maior, pois quanto maior é a permeabilidade, maior é a faixa linear do transdutor;

11 – O uso de lâminas de aço de grão orientado no núcleo dos eletroímãs com orientação das lâminas no sentido axial tende a diminuir o fluxo disperso transversal no eletroímã;

12 – O modelo de relutâncias apresenta resultado satisfatório, desde que o material empregado na confecção do transdutor esteja de acordo com os critérios adotados pelo modelo;

13 – O transdutor é muito robusto, de fácil confecção e é imune a variações dimensionais e construtivas dos enrolamentos das bobinas.

7 RECOMENDAÇÕES

Como recomendação para continuação deste trabalho temos o estudo do limite de excursão do transdutor e, dentro deste estudo, temos ainda a otimização do transdutor e a pesquisa de materiais ferromagnéticos adequados na sua construção. O limite de excursão está relacionado com a relutância entre as culatras horizontais e as relutâncias das próprias culatras horizontais: quanto maior for a excursão, menor será o valor relativo da relutância entre as culatras horizontais em relação à relutância da culatra horizontal; com isto temos uma maior dispersão do fluxo magnético entre as culatras horizontais. Precisamos, então, otimizar o transdutor e suas dimensões, e pesquisar o seu uso com materiais de alta permeabilidade magnética, tais como ferrite, materiais amorfos e outros.

Como alternativa para os transdutores confeccionados com lâminas de Fe-Si, sugere-se estudar o comportamento do transdutor confeccionado com um pacote de lâminas de aço de grão não orientado, onde cada lâmina seria feita a partir da estampagem ou corte de uma chapa de aço e incluiria as peças das culatras horizontais e laterais, sem que houvesse juntas entre elas; com isto, se conseguiria uma montagem mais simples e ainda se alcançaria uma permeabilidade média alta uma vez que se evitaria a relutância magnética resultante das juntas. Essa alternativa pode ser empregada no transdutor sem entreferros de medição.

Nos casos dos transdutores com fluxo magnético de excitação c.a., onde a fonte elétrica externa está ligada ao eletroímã no carro, teríamos, como alternativa, estudar a colocação do eletroímã em uma das culatras laterais, sendo a medição feita na outra culatra lateral. O carro poderia ter ou não uma bobina exploradora.

Recomenda-se um estudo sobre a força de atração que o carro produz sobre as culatras horizontais e que é inerente ao seu funcionamento e a sua relação com a força necessária para mover o próprio carro.

Temos ainda a sugestão para que seja feito o projeto de um condicionador de sinais que seja pequeno, de baixo custo, de boa resolução e estabilidade que possa ser incorporado ao transdutor.

REFERÊNCIAS

- 1 FLORES FILHO, A.F. **Investigation of a Double Armature Homopolar Brushless D.C. Linear Motor.** Cardiff, University of Wales, 1996. Ph.D. thesis.
- 2 BASAK, A.; FLORES FILHO, A.F.; BASTOS, J.P.A. Computation of magnetic flux density in a PM DC linear motor by 3d edge elements method. In: THE INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON NON-LINEAR ELECTROMAGNETIC SYSTEMS, 1995, Cardiff, UK. **Proceedings...**Cardiff, Wales, 1995.
- 3 BASTOS, J.P.A.; BASAK, A.; FLORES FILHO, A.F. Evaluation of Nd-Fe-B magnet inductions in a slotless linear stepping motor by a 3D edge elements method. In: BRAZILIAN CONFERENCE ON ELECTROMAGNETISM, 1995, Florianópolis, **Proceedings...**Florianópolis, UFSC, 1995. p.351-353.
- 4 BASAK, A.; FLORES FILHO, A.F.; NAKATA, T.; TAKAHASHI, N. Three Dimensional Computation of Force in a Novel Brushless DC Linear Motor. In: BIENAL CONFERENCE ON ELECTROMAGNETIC FIELD COMPUTATION, 7, 1996, Okayama, Japan. **Proceedings...**Okayama, IEEE, 1996.
- 5 BINNS, K.J.; LAWRENSEN, P.J.; TROWBRIDGE, C.W. **The analytical and numerical solution of electric and magnetic fields.** Inglaterra, John Wiley, 1992.
- 6 HOOLE, S.R.H. **Computer-aided Analysis and Design of Electromagnetic Devices.** EUA, Elsevier, 1989.
- 7 KUNZE, W.; KUSS, H. MEF for computer-aided design of electrical machines and devices. **Journal of Magnetism and Magnetic Materials**, Elsevier, v.101, p.279-282, 1991.
- 8 LOWTHER, D.A.; SILVESTER, P.P. **Computer-aided design in magnetics.** EUA, Springer-Verlag, 1986.
- 9 NOGUEIRA, A.F.L. **Computation of cogging torques in permanent-magnet machines using the finite element method.** Cardiff, University of Wales, 1992. Ph.D. thesis.
- 10 OPERA 3D: Reference Manual.. Oxford, UK, Vector Fields Limited ,1994.
- 11 SILVESTER, P.P.; FERRARI, R.L. **Finite Elements for Electrical Engineers**, 2.ed., Cambridge , Cambridge University Press, 1990.
- 12 LEMARQUAND, G.; LEMARQUAND, V. Annular magnet sensor. **IEEE Trans. on Magnetics**, v. 26, n 4, p. 2041, Sept. 1990.

- 13 MAGNÉTOMÈTRE Piézorésistif. Disponível em <http://www.esiee.fr/~amendolg/magnet.html>. Acessado em 10/05/2003.
- 14 CAPTEUR de Position Angulaire. Disponível em <http://www.esiee.fr/~amendolg/capt-angl.html>. Acessado em 10/05/2003.
- 15 **TECHNICAL documentation Philips semiconductor**. KM110BH/2390, nov. 1990. Disponível em http://semiconductors.philips.com/acrobat/datasheets/KM110BH/2430_70_3.pdf. Acessado em 10/05/2003.
- 16 ASCH, G. **Les capteurs en instrumentation industrielle**. Dunod, Paris, 1991. p.328.
- 17 MMTs documentation. **Magnet analog rotary position**. MMTs French patent FR19900015223. France, 1990.
- 18 ADENOT, S.; YONNET, Y.P.; FOGGIA, A. Angular position sensor with permanent magnets. In: WORKSHOP ON RARE EARTH MAGNETS, 14, 1996, São Paulo. **Proceedings...** São Paulo, World Scientific ed., 1996. p. 624-631.
- 19 KRAUSE, P.; WASYNCZUR, O. **Electromechanical motion devices**. EUA, Mcgraw Hill, 1989.
- 20 BOZORTH, R.M. **Ferromagnetism**. Piscataway, NY, IEEE Press, 1993.
- 21 FIZTGERALD, A.E.; KINGSLEY, C.; KUSKO JR, A. **Máquinas elétricas**. São Paulo, MacGraw Hill, 1975.
- 22 PIATON, J.; ADENOT, S.; YONNET, J.P.; FOGGIA, A. **Capteur magnétique de position**. F. patent FR199603990. França, 1996.
- 23 ADENOT, S. **Etude de capteurs magnétiques de position angulaire**. Grenoble-França, 1996, Thèse de Doctorat de l'INPG. Institut National Polytechnique de Grenoble.
- 24 YONNET, Y.P.; FOGGIA, A.; ADENOT, S. A differential magnetic position sensor. **Sensors and Actuators: Part A Physical**, v. 81, p. 340-342, 2000.
- 25 BASTOS, J.P.A. **Eletrromagnetismo e cálculos de campos**. 3 ed. Florianópolis, Ed. da UFSC, 1996.
- 26 FLORES FILHO, A.F. **Ímãs permanentes de terras raras: utilização industrial**. Porto Alegre, Delet/EE/UFRGS, 1997. Apostila de curso.
- 27 YONNET, J.P.; FOGGIA, A.; ADENOT, S. Permanent magnet position sensor. In: WORKSHOP ON RARE EARTH MAGNETS AND THEIR APPLICATIONS, 15, 1998 Dresden. **Proceedings...** Dresden, 1998. p. 847-852
- 28 YONNET, J.P.; TUR, M.; VOYANT, J.Y. Permanent magnet for large linear displacement. In: WORKSHOP ON RARE EARTH MAGNETS AND THEIR

- APPLICATION, 16, 2000, Sendai. **Proceedings...** Sendai - Japão, The Japan Institute of Metal, 2000. P. 1155-1161.
- 29 CHAI, HI-DONG. **Electromechanical motion devices**. Upper Saddle River, New Jersey, 1998.
- 30 IDA, N.; BASTOS, J.P.A. **Electromagnetics and fields**. 2 ed. New York, NY, Springer Verlag, 1997.
- 31 MCCURRIE, R.A. **Ferromagnetic material: structure and properties**. London, Academic Press, 1994.
- 32 HADJIPANAYIS, G. C. **Magnetic hysteresis in novel magnetic materials**. Dordrecht, Netherlands, Kluwer Academic Publ., 1997.
- 33 DELLA TORRE, E. **Magnetic material**. Piscataway, N.J., IEEE, 1999.
- 34 FLORES FILHO, Á.F. **Aplicação do Método dos Elementos Finitos à Análise de Dispositivos Eletromagnéticos**. Porto Alegre, LME, CPGEE, EE, UFRGS, 1997.
- 35 FLORES FILHO, Á.F., MÜLLER, R. Sensor Magnético de Posição Linear (Régua Magnética), Rio de Janeiro. BR n. PI 0105970-0, 2001, 2003.
- 36 **MEASURING Position and Displacement with LVDTs**. Disponível em http://zone.ni.com/devzone/preticehall.nsf/webmain/E0323D0E70085C6B8625680F005CAC2D?opendocument&node=DZ52538_US. Acessado em 10/05/2003.
- 37 FLORES FILHO Á.F.; MÜLLER, R.. Analysis and Test of an Eletromagnetic Linear Position Sensor. In: INTERNATIONAL MAGNETICS CONFERENCE – INTERMAG 2003, Boston, USA. **Proceedings...** Boston, Massachusetts, EUA, IEEE, 2003.
- 38 FLORES FILHO Á. F.; MÜLLER, R. Análise e Teste de um Sensor Magnético de Posição linear. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE ELETROMAGNETISMO - CBMAG, 5, 2002, Gramado. **Anais...** Porto Alegre, Sociedade Brasileira de eletromagnetismo, 2002.
- 39 FLORES FILHO, Á. F.; BASAK, A. The use of Nd-Fe-B-type Magnets in a Novel Brushless DC Linear Motor. In: INTERNATIONAL WORKSHOP ON RARE-EARTH MAGNETS AND THEIR APPLICATIONS, 13., 1994, Birmingham, UK. **Proceedings...** Birmingham, UK, University of Birmingham, 1994. p. 137-143.
- 40 FLORES FILHO, Á. F.; BASAK, A.; KANO, Y.; YAMAGUCHI, M. Static and Dynamic Characteristics of a Double Armature DC Linear Motor. **Transactions IEE of Japan**, IEE of Japan, v. 118-D, p. 1050-1055, 1998.
- 41 FLORES FILHO, Á. F.; BASAK, A.; NAKATA, T.; TAKAHASHI, N. Three Dimensional Computation of Force in a Novel Brushless DC Linear Motor. **IEEE Transactions on Magnetics**, v. 33, n. 2, p. 2030-2032, 1997.

ANEXO 1 - CASO ESTÁTICO

A relação entre fluxo magnético senoidal e tensão induzida é bastante conhecida na literatura, e o nosso caso é bem parecido com um transformador com secundário aberto [21].

Podemos considerar então um transformador conforme Fig. A1 com o circuito de dois secundários abertos e uma tensão alternada e senoidal V_1 aplicada aos terminais do primário.

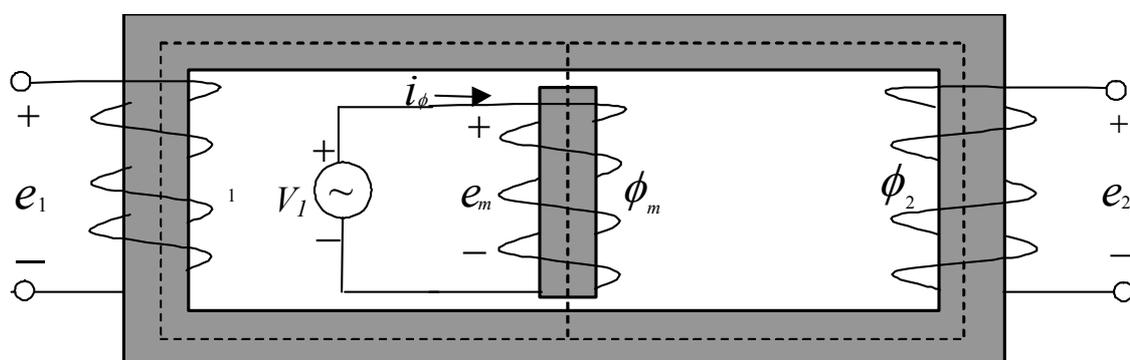


FIGURA A1 – Representação do transdutor com fluxo magnético c.a. para o caso estático

Uma pequena corrente de regime i_ϕ , chamada corrente de excitação, circula no primário e estabelece um fluxo magnético alternado no circuito magnético. Este fluxo magnético induz uma f.e.m. no primário igual a

$$e_m = \frac{\partial \lambda_m}{\partial t} = N_m \frac{\partial \phi_m}{\partial t} \quad (\text{A1.1})$$

onde

λ_m é o fluxo magnético concatenado com o primário,

ϕ_m é o fluxo magnético no primário, considerado todo confinado no núcleo, ou seja,

$$\phi_m = \phi_1 + \phi_2$$

N_m é o número de espiras do primário.

A lei de Lenz mostra que e_m é uma força contra-eletromotriz (f.c.e.m.), tendo a polaridade relativa a V_I mostrada pelos sinais + e – na Fig. A1. Esta f.c.e.m., junto com a queda de tensão na resistência de primário r_m , deve contrabalançar a tensão aplicada V_I ; assim

$$V_I = r_m i_\phi + e_m \quad (\text{A1.2})$$

Como os dois secundários estão abertos (sem carga) podemos desprezar a queda de tensão na da resistência e aproximarmos a f.e.m. induzida e_m igual a tensão aplicada V_I . Agora, como as formas de onda de tensão e fluxo magnético são senoidais, o fluxo magnético instantâneo é

$$\phi_m = \phi_{m \max} \text{sen}(\omega t) \quad (\text{A1.3})$$

De A1.1 a tensão induzida será

$$e_m = N_m \frac{\partial \phi_m}{\partial t} = \omega N_m \phi_{m \max} \cos(\omega t) \quad (\text{A1.4})$$

onde

$\phi_{m \max}$ é o valor máximo do fluxo magnético e

$\omega = 2\pi f$, onde f é a frequência em Hz.

Podemos ver pelas equações A1.3 e A1.4 que a f.e.m. induzida está adiantada de 90° em relação ao fluxo magnético. O valor eficaz da f.e.m. induzida será

$$V_m = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} f N_m \phi_{m \max} = 4,44 f N_m \phi_{m \max} \quad (\text{A1.5})$$

Então, se desprezamos a queda de tensão na resistência, a f.c.e.m. será igual à tensão aplicada. Nestas condições, se uma tensão senoidal for aplicada a um enrolamento, deverá estabelecer-se um fluxo magnético no núcleo, variando senoidalmente e cujo valor máximo

$\phi_{m \text{ m} \acute{a}x}$ satisfaça a exigência de que e_m na equação A1.5 iguale o valor eficaz V_m da tensão aplicada, isto é

$$\phi_{m \text{ m} \acute{a}x} = \frac{V_m}{4,44 f N_m} \quad (\text{A1.6})$$

O fluxo magnético é então determinado somente pela tensão aplicada, pela freqüência e pelo número de espiras no enrolamento. As propriedades magnéticas do núcleo determinam a corrente de excitação. Ela deve ajustar-se de modo a produzir a f.m.m. exigida para criar o fluxo magnético requerido pela equação A1.6.

De maneira análoga, as tensões eficazes induzidas nos secundários abertos serão

$$V_1 = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} f N_1 \phi_1 = 4,44 f N_1 \phi_1 \quad (\text{A1.7})$$

$$V_2 = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} f N_2 \phi_2 = 4,44 f N_2 \phi_2 \quad (\text{A1.8})$$

onde

V_1 e V_2 são as tensões eficazes induzidas nos secundários,

N_1 e N_2 são os números de espiras dos secundários e

ϕ_1 e ϕ_2 são os fluxos magnéticos através dos núcleos dos secundários.

ANEXO 2 - CASO DINÂMICO

Devemos analisar agora o efeito que ocorre nas tensões induzidas e no sinal de saída quando o eletroímã está em movimento. Para isto vamos analisar a Fig. A2.

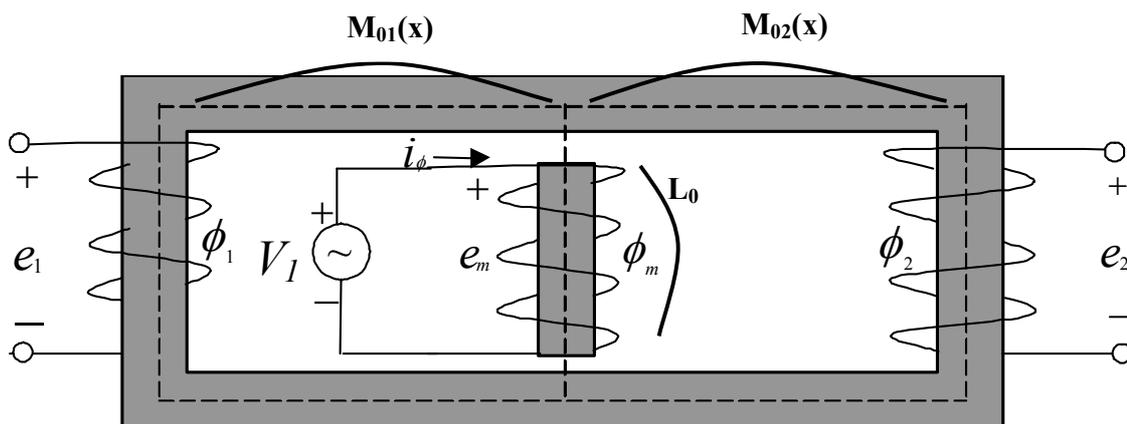


FIGURA A2 – Representação do transdutor com fluxo magnético c.a. para o caso dinâmico

Onde

L_0 = Indutância do Sistema,

M_{01} = Indutância Mútua da bobina exploradora 1 e o Sistema e

M_{02} = Indutância Mútua da bobina exploradora 2 e o Sistema.

De acordo com a equação A1.1 temos:

$$e_j = \frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{\partial (L_j i_j)}{\partial t} \quad (\text{A2.1})$$

$$e_j = L_j \frac{\partial i_j}{\partial t} + i \frac{\partial L_j}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} \quad (\text{A2.2})$$

Como a indutância do sistema é sempre constante, ou seja, não depende, em princípio, da posição do eletroímã, sua derivada em relação à posição é nula; assim, a tensão induzida no eletroímã é

$$e_m = L_0 \frac{\partial i_m}{\partial t} \quad (\text{A2.3})$$

As tensões induzidas nas bobinas exploradoras, contudo, dependem da posição do eletroímã, ou seja:

$$e_j = \frac{\partial(M_{0j}(x)i_m)}{\partial t} = M_{0j}(x) \frac{\partial i_m}{\partial t} + i_m \frac{\partial M_{0j}(x)}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} \quad (\text{A2.4})$$

onde

$$j = 1 \text{ e } 2, \text{ e}$$

$$\frac{\partial x}{\partial t} = \mathbf{v}, \text{ velocidade que se move o eletroímã.} \quad (\text{A2.5})$$

Para que o primeiro termo da equação A2.4 domine a expressão devemos maximizar a frequência da fonte e minimizar o módulo da corrente. Resta-nos achar uma expressão para a derivada da indutância mútua em relação à posição. Isto pode ser feito analisando a equação (A2.4) somente para o caso estático, onde

$$e_j = M_{0j}(x) \frac{\partial i_m}{\partial t} \quad (\text{A2.6})$$

Se admitirmos que

$$i_m = I \text{ sen}(\omega t) \quad (\text{A2.7})$$

$$e_j(x, t) = e_j(x) \cos(\omega t) \quad (\text{A2.8})$$

onde I é o valor de pico da corrente no eletroímã.

Então

$$e_j(x, t) = M_{0j}(x) \left(\frac{\partial(I \text{ sen}(\omega t))}{\partial t} \right) = M_{0j}(x) I \omega \cos(\omega t) \quad (\text{A2.9})$$

$$M_{0j}(x) = \frac{e_j(x)}{I\omega} \quad (\text{A2.10})$$

Então as expressões das indutâncias mútuas são as curvas das tensões das bobinas exploradoras com a posição, apenas em uma outra escala. No caso em que as curvas são lineares, a derivada com relação à posição é constante; assim, a classe de precisão fica limitada pela velocidade do eletroímã.

Assim a equação A2.4 fica:

$$e_j = M_{0j}(x) \frac{\partial i_m}{\partial t} + i_m \frac{\partial M_{0j}(x)}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} \quad (\text{A2.11})$$

Substituindo as equações A2.7 e A2.10 em A2.11 temos que

$$e_j = M_{0j}(x) I \omega \cos(\omega t) + \frac{v}{\omega} \text{sen}(\omega t) \frac{\partial e_j(x)}{\partial x} \quad (\text{A2.12})$$

$$e_j = e_j + \Delta e_j \quad (\text{A2.13})$$

Este erro também existe no sinal de saída para o caso dinâmico.

$$S(x)_{DINÂMICO} = \frac{((e_1 + \Delta e_1) - (e_2 + \Delta e_2))}{(e_1 + \Delta e_1 + e_2 + \Delta e_2)} \quad (\text{A2.14})$$

De A2.11 e A2.12 temos que

$$\Delta e_1 = \frac{v}{\omega} \text{sen}(\omega t) \frac{\partial e_1(x)}{\partial x} = \frac{v}{\omega} \text{sen}(\omega t) k \quad (\text{A2.15})$$

$$\Delta e_2 = \frac{v}{\omega} \text{sen}(\omega t) \frac{\partial e_2(x)}{\partial x} = -\frac{v}{\omega} \text{sen}(\omega t) k \quad (\text{A2.16})$$

onde k é uma constante quando as curvas das tensões induzidas dos sinais de saída são lineares.

Então

$$\Delta e_1 = -\Delta e_2 \quad (\text{A2.17})$$

Assim, de A2.13 temos

$$S(x)_{DINÂMICO} = \frac{(e_1 - e_2)}{(e_1 + e_2)} + \frac{2\Delta e_1}{(e_1 + e_2)} = S(x)_{ESTÁTICO} + \Delta S(x)_{DINÂMICO} \quad (\text{A2.18})$$

onde

$$\Delta S(x)_{DINÂMICO} = \frac{2\Delta e_1}{(e_1 + e_2)} \quad (\text{A2.19})$$

A equação A2.18 representa um "erro" na medição da posição do sinal de saída diferencial dinâmico em relação ao sinal de saída estático, assim quando maior for a velocidade do carro maior será a diferença entre o sinal de saída dinâmico e o estático, pois conforme a Eq. A2.14 Δe_1 é diretamente proporcional a velocidade.

ANEXO 3 - TESTE DE SENSIBILIDADE DA MALHA DE ELEMENTOS FINITOS DO MODELO DO TRANSDUTOR DE NÚCELO LAMINADO

Para termos certeza que a malha em 3D que estamos usando tem um número suficiente de elementos para uma boa precisão podemos fazer um teste de consistência da malha, ou seja, devemos variar o número de elementos em nossa malha e ver como uma grandeza física na primeira malha se altera na segunda com essa variação. É mais fácil aumentar uma malha em 3D quando podemos usar a simetria do dispositivo e assim criar mais camadas no modelo.

No nosso trabalho realizamos um teste de consistência no modelo de transdutor composto por pacote de lâminas de Fe-Si com o carro na posição simétrica $x = 11,75$ cm, medindo a indução magnética no ponto médio das culatras laterais.

A primeira malha tem 22 camadas, das quais 5 são utilizadas para modelar o transdutor e as outras representam o ar, sendo necessárias 31 iterações para convergir; na segunda malha usamos a simetria em relação ao plano xy onde utilizamos para a malha 18 camadas com 9 camadas no transdutor, sendo necessárias 34 iterações para convergir, como estamos utilizando simetria, isto representa 18 camadas no transdutor contra 5 do primeiro modelo.

Os resultados do modulo da indução magnética foram:

$B_{11} = 33,73$ mT Módulo da indução no ponto médio da culatra lateral esquerda na malha de trabalho para $x = 11,75$ cm.

$B_{12} = 33,19$ mT Módulo da indução no ponto médio da culatra lateral na malha refinada para $x = 11,75$ cm.

Com isto vemos que a diferença entre as duas malhas é de **1,62 %** e não é necessária uma malha mais refinada do que a utilizada.

ANEXO 4 - CÁLCULOS DOS PARÂMETROS DO TRANSDUTOR DE FE-SI

Neste anexo veremos como foram calculados os parâmetros do transdutor sem entreferro de medição confeccionado com lâminas de Fe-Si da Tab. 12.

Parâmetros de $V_1(x)$

- Faixa de Operação: foram considerados os valores médios de subida e descida.

$$FSs = 1,519 \text{ V}$$

$$FSe = 20,1 \text{ cm}$$

- Sensibilidade: foi considerada a reta dos mínimos quadrados dos valores médios de subida e descida.

$$S = -0,0747 \text{ V/cm}$$

- Linearidade: foi considerada a reta dos mínimos quadrados dos valores médios de subida e descida.

$$\text{Linearidade \%} = 100 \cdot \text{Dif}_{\text{max}}/FSs = 100 \cdot 0,0299/1,519 = 1,97 \%$$

- Histerese

$$\text{Histerese \%} = 100 \cdot \text{Hist}_{\text{max}}/FSs = 100 \cdot 0,006776/1,519 = 0,44 \%$$

- Precisão

$$\text{Precisão \%} = 100 \cdot \Delta y_{\text{max}}/FSs = 100 \cdot 0,0067/1,519 = 0,44 \% \text{ (em } x = 10 \text{ cm)}$$

- Exatidão: foram considerados os valores médios da curva de subida e sua regressão linear

$$\text{Exatidão \%} = 100 \cdot \text{Erro}_{\text{max}}/FSs = 100 \cdot 0,0304/1,519 = 2,0 \%$$

- Resolução

$$\text{Resolução de Entrada \%} = 100 \cdot dx_{\text{max}}/FSe = 100 \cdot 0,02/20,1 = 0,099 \%$$

Parâmetros de $V_2(x)$

- Faixa de Operação: Foram considerados os valores médios de subida e descida.

$$FSs = 1,521 \text{ V}$$

$$FSe = 20,1 \text{ cm}$$

- Sensibilidade: foi considerada a reta dos mínimos quadrados dos valores médios de subida e descida.

$$S = 0,075 \text{ V/cm}$$

- Linearidade: foi considerada a reta dos mínimos quadrados dos valores médios de subida e descida.

$$\text{Linearidade \%} = 100 \cdot \text{Dif}_{\text{max}}/FSs = 100 \cdot 0,01029/1,521 = 0,67 \%$$

- Histerese

$$\text{Histerese \%} = 100 \cdot \text{Hist}_{\text{max}}/FSs = 100 \cdot 0,015151/1,521 = 0,99 \%$$

- Precisão

$$\text{Precisão \%} = 100 \cdot \Delta y_{\text{max}}/FSs = 100 \cdot 0,0053/1,521 = 0,34 \% \text{ (em } x = 10 \text{ cm)}$$

- Exatidão: foram considerados os valores médios da curva de descida e sua regressão linear

$$\text{Exatidão \%} = 100 \cdot \text{Erro}_{\text{max}}/FSs = 100 \cdot 0,02058/1,521 = 1,35 \%$$

- Resolução

$$\text{Resolução de Entrada \%} = 100 \cdot dx_{\text{max}}/FSe = 100 \cdot 0,02/20,1 = 0,099 \%$$

Parâmetros de $S(x)$

- Faixa de Operação: foram considerados os valores médios de subida e descida.

$$FSs = 1,216$$

$$FSe = 20,1 \text{ cm}$$

- Sensibilidade: foi considerada a reta dos mínimos quadrados dos valores médios de subida e descida.

$$S = - 0,0605 \text{ V/cm}$$

- Linearidade: foi considerada a reta dos mínimos quadrados dos valores médios de subida e descida.

$$\text{Linearidade \%} = 100 \cdot \text{Dif}_{\text{max}}/\text{FSs} = 100 \cdot 0,010179/1,216 = 0,32 \%$$

- Histerese

$$\text{Histerese \%} = 100 \cdot \text{Hist}_{\text{max}}/\text{FSs\%} = 100 \cdot 0,002385/1,216 = 0,19 \%$$

- Exatidão: foram considerados os valores médios da curva de descida e sua regressão linear

$$\text{Exatidão \%} = 100 \cdot \text{Erro}_{\text{max}}/\text{FSs} = 100 \cdot 0,01020/1,216 = 0,83 \%$$

- Resolução

$$\text{Resolução de Entrada \%} = 100 \cdot \text{dx}_{\text{max}}/\text{FSe} > 100 \cdot 0,02/20,1 = 0,099 \%$$