



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
ESCOLA DE ADMINISTRAÇÃO
ESPECIALIZAÇÃO EM MERCADO DE CAPITAIS

MÁRCIO CARDOSO RENNER

Teoria de Portfólio de Markowitz
em momentos de crise

PORTO ALEGRE

ABRIL DE 2010

Teoria de Portfólio de Markowitz em momentos de crise

Trabalho de conclusão de curso
apresentado como requisito à obtenção da
especialização em Mercado de Capitais pela
Universidade Federal do Rio Grande do Sul
em parceria com a Apimec-Sul

Orientador: Prof Valter Bianchi Filho

PORTO ALEGRE

ABRIL DE 2010

Teoria de Portfólio de Markowitz em momentos de crise

Trabalho de conclusão de curso
apresentado como requisito à obtenção da
especialização em Mercado de Capitais pela
Universidade Federal do Rio Grande do Sul
em parceria com a Apimec-Sul

Banca examinadora

Porto Alegre, ____ de Maio de 2010.

Resumo

Este trabalho teve como objetivo comparar três carteiras constituídas por 10 fundos com baixa correlação entre eles em diferentes setores e regiões do mundo usando a base de dados do início de 2002 ao fim de 2006 e avaliadas nos anos seguintes de 2007, 2008 até o final de 2009 aplicando a Teoria de Diversificação de Portfólio de Markowitz.

Suas diferenças estavam na maneira como foram geridas: *Carteira Otimizada Anualmente*, anualmente reavaliada baseada nos últimos cinco anos de dados; *Carteira Otimizada Fixa*, otimizada no primeiro momento como a anterior no entanto sem alteração até o final e a *Carteira Iguamente Dividida* cuja composição foi simplesmente possuir a proporção de 10% de cada fundo ao longo do período.

Foram avaliados *rendimento*, *volatilidade* e *Índice Sharpe* como comparativo em relação a um ativo livre de risco internacional durante a mudança brusca na economia mundial ao qual passamos de um período longo de crescimento a uma das maiores crises da história e posteriormente uma recuperação acentuada no momento seguinte.

Os resultados no período foram: rendimento, volatilidade e Índice Sharpe respectivamente - *Carteira Otimizada Anualmente* (-14,5%; 34,85% e -0,444) - *Carteira Otimizada Fixa* (7,9%; 44,09% e -0,049) - *Carteira Iguamente Dividida* (7,5%; 43,58% e -0,055).

Percebemos que frente a uma situação de risco não diversificável, não há vantagens em usarmos a Teoria de Diversificação de Carteira de Markowitz pois esta não detecta a tempo as mudanças dos mercados para podermos fazer as devidas correções.

Abstract

This study aimed to compare three portfolios consisting of 10 funds with low correlation between them in different sectors and regions of the world on the basis of data from early 2002 to late 2006 and assessed in the following years 2007, 2008 through the end of 2009 applying the theory of Markowitz Portfolio Diversification.

Their differences were in the way they are managed: *Portfolio Optimization Annually* reassessed annually based on the latest five years of data; *Portfolio Optimization Fixed*, optimized at first like the previous however unchanged until the end and the *Portfolio Equally Divided* the composition of which was to simply have the proportion of 10% of each fund over the period.

We evaluated performance, volatility and Sharpe Ratio as a comparison against a risk-free asset for the international abrupt change in the global economy to which we pass a long period of growth to one of the greatest crises in history and then a sharp recovery in the next moment.

The results for the period were: yield, volatility and Sharpe Ratio respectively - Portfolio Optimization Each year (-14.5%, 34.85% and -0.444) - Portfolio Optimization Fixed (7.9%, 44.09% and -0.049) - Equally Divided Portfolio (7.5%, 43.58% and -0.055). We realize that facing a situation of non-diversifiable risk, no advantages we use the theory of Markowitz Portfolio Diversification because it does not detect in time the market changes so we can make the appropriate corrections.

Lista de Ilustrações

Pág.

Figuras

Figura 1 - Coeficiente de correlação em diferentes situações	15
Figura 2 - Vantagens da diversificação internacional	20
Figura 3 – Ganhos da diversificação internacional de portfólio	21
Figura 4 - Conjunto de combinações	24
Figura 5 - Fronteira Eficiente	25

Tabelas

Tabela 1 – Fundos, setores e regiões	29
Tabela 2 – Fundos, gestores e datas de lançamento	30
Tabela 3 – Proporção dos fundos nos portfólios em 2007	30
Tabela 4 – Comparação dos resultados em 2007	30
Tabela 5 – Proporção dos fundos nos portfólios em 2008	31
Tabela 6 – Comparação dos resultados em 2008	31
Tabela 7 – Proporção dos fundos nos portfólios em 2009	32
Tabela 8 – Comparação dos resultados em 2009	32
Tabela 9 – Comparação dos resultados entre 2007 e 2009	33
Tabela 10 – Resultados individuais dos fundos entre 2007 e 2009	35
Tabela 11 - Comparação dos resultados entre 2002 e 2006	35

Gráficos

Gráfico 1 - Comparação entre as carteiras 2007 a 2009	34
Gráfico 2 - Comparação de valorização entre as carteiras de 2002 a 2006	36

Sumário

	Pag.
1. Introdução	8
2. Risco	10
2.1 Avaliação de risco e suas medidas estatísticas	11
2.2 Medidas de Dispersão	11
2.2.1 Variância	12
2.2.2 Retorno Esperado	13
2.2.3 Covariância	13
2.2.4 Correlação	14
2.2.5 Variância dos Portfólios	15
3. Diversificação Internacional	19
3.1 Risco Cambial	21
4. O Modelo de Markowitz	23
4.1 Índice Sharpe	25
4.2 Fundos	26
5. Método	27
5.1 Resultados	30
6. Considerações Finais	36
7. Bibliografia	38

1. Introdução

A escolha dos ativos de um portfólio é um passo importante para a gestão de qualquer patrimônio, seja de um indivíduo, seja de uma instituição. Sua escolha tende ser objetiva e irá depender muito de inúmeros fatores que sensibilizem o gestor como: o *grau de conhecimento sobre as alternativas de investimentos, capacidade financeira e psicológica de exposição ao risco e é claro do retorno almejado*. Estes três fatores variam muito, pois são frutos de perspectivas futuras e fatores sócio/econômico/culturais. Com isso, por mais que sigamos parâmetros objetivos, nunca existirá um portfólio que agrade a todos.

O desafio é grande a fim de conseguirmos combinar uma máxima rentabilidade aliado ao mais baixo risco.

Com a taxa de juros nacional e internacional em tendência de queda desde 2000, os gestores têm procurado novas alternativas de investimentos que compensem os altos rendimentos com baixos riscos dos títulos de renda fixa, para isso necessitam hoje estarem expostos a um risco ou volatilidade maior que antes.

Nas últimas décadas, os mercados financeiros criaram inúmeras alternativas de investimentos com o objetivo de atrair mais investidores e recursos; somam-se a isso as facilidades dos computadores com suas planilhas eletrônicas que fazem milhões de cálculos por segundo e a expansão das comunicações destruindo instantaneamente barreiras pela distância através da internet.

Hoje é possível a qualquer investidor ter acesso a todos os mercados mundiais, proporcionando uma ampliação das alternativas de investimentos antes inimagináveis seja por distâncias, oportunidades ou custos para manter uma conta fora de seu país.

Existem outros fatores que o investidor está levando em conta atualmente como a resolução do Conselho Monetário Nacional (CMN) que autoriza a partir de outubro 2006 (Circular nº 3328 de 04/10/2006 / BACEN - Banco Central do Brasil (D.O.U. 11/10/2006) a possibilidade de tanto pessoa física como instituições não financeiras em aplicar seus recursos no exterior. Isto faz com que se busque uma diversificação mundial não só em empresas e produtos, mas inclusive em países e continentes diferentes.

O investidor precisa buscar o máximo de retorno possível situando sua carteira em riscos condizentes. Retorno e risco possuem uma correlação positiva, ou seja, quando há um aumento de um, normalmente o outro fator também irá elevar-se. Com o auxílio da Teoria de Markowitz e Sharpe esta relação pode ser otimizada de forma que através da diversificação se obtenha a diminuição do risco de uma carteira a valores menores que o risco individual de seus ativos isolados e obter um rendimento igual ou até mesmo superior graças à correlação entre estes ativos. No entanto, deve-se ressaltar que os dados necessários para a montagem destas carteiras otimizadas são as variações de preços que ocorreram no passado e que não podemos tomar como certeza de que estes ocorrerão no futuro.

O trabalho visa montar e comparar três carteiras com fundos bastante diversificados tanto em ativos aplicados quanto em regiões do globo com dados diários de cotas destes fundos que compreende de Jan/2002 a Dez/2006 e testar seus resultados de Jan/2007 a Dez/2009.

2. Risco

Segundo Damodaran, (2009). Risco é a probabilidade de ocorrência de um evento gerando consequências tanto positivas, quanto negativas destes ao indivíduo. O grau de risco pode ser determinado por diversos fatores como: econômicos, culturais, sociais, desenvolvimento tecnológico, desastres, funções operacionais da empresas, dentre outros. O risco é uma combinação de ameaça e oportunidade.

O risco de uma carteira está relacionado à volatilidade do seu rendimento no decorrer do tempo. Quanto maior for a volatilidade, maior será o seu risco.

Na óptica de um gestor de carteiras, o risco pode ser classificado em: Sistemático e Não Sistemático.

O risco sistemático ou de mercado, não pode ser eliminado pela diversificação, por isso é também chamado de não diversificável, ou seja, afeta todas as empresas e portfólios (carteiras de investimentos), como por exemplo, guerra, inflação e recessão.

O risco não sistemático (ou diversificável) é específico de cada ativo em si, relacionado com sua empresa no contexto de mercado e pode, portanto, ser eliminado pela diversificação de investimentos.

Como qualquer indivíduo pode formar uma carteira com vários ativos, eliminando o risco não sistemático, o risco relevante, ou o que deve preocupar o investidor, é o risco do tipo não diversificável. Entretanto este risco não é o mesmo para todo ativo (ou portfólio de ativos), depende do modo como cada ativo se comporta no contexto do mercado.

De acordo com Damodaran, (2009), são dois os aspectos essenciais a uma boa identificação e avaliação de riscos.

a) Informações oportunas e de melhor qualidade, coletadas à medida que elas se desenvolvem fazendo com que o elemento surpresa seja amenizado.

b) Ferramenta a utilizar, como taxas de desconto ajustadas para o risco do negócio, simulações, análise de cenários e VaR (Value at Risk).

Para a escolha de determinado investimento é importante, portanto, além de se mensurar o retorno esperado, também mensurar o risco, já que este difere de ativo para ativo. O risco pode ser calculado, ou seja, se conhece a probabilidade ou a chance de ocorrer determinado resultado. Desta forma, com dados históricos de rendimento de um ativo podem-se estimar as probabilidades de ocorrência de vários resultados.

2.1 Avaliação de risco e suas medidas estatísticas

É através da estatística que nos é proporcionado, como método científico, que seus observadores podem tomar as melhores decisões para uma futura condição de incerteza.

Boa parte da contextualização evolutiva e principalmente da prática usada no mercado financeiro é atribuída ao uso dos instrumentos estatísticos para uma melhor avaliação dos ativos e dos riscos envolvidos no processo de tomada de decisões.

2.2 Medidas de Dispersão

Para calcular o risco deve-se adotar uma medida de dispersão. Medidas de dispersão são instrumentos matemáticos que indicam como os valores de um conjunto se dispersam em relação a seu ponto central ou médio.

2.2.1 Variância

De acordo com Assaf Neto (2010), a mais utilizada é a variância (σ^2), a qual retrata a soma dos quadrados dos desvios de cada retorno observado com o retorno esperado, ou o desvio padrão (σ), que nada mais é que a raiz quadrada da variância.

Para uma amostra tem-se:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{t=1}^n (R_{i,t} - E(R_i))^2}{n-1} \qquad \sigma = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^n (R_{i,t} - E(R_i))^2}{n-1}}$$

onde : $R_{i,t}$ = retorno do ativo i no instante t (de 1 até n);

$E(R_i)$ = retorno esperado do ativo i;

n = número de observações.

Portanto, definindo-se risco como o desvio padrão das variações de retorno de um ativo, quanto maior for o valor deste último, maior será o risco. Mede o grau de dispersão absoluta dos valores ao redor da média.

A abordagem comum consiste em considerar o risco como sendo determinado pela variabilidade em qualquer lado do valor esperado, já que quanto maior for esta variabilidade menos certeza se terá de um resultado de um ativo no futuro.

2.2.2 Retorno Esperado

O retorno de um determinado ativo (i), em termos percentuais, pode ser obtido através da seguinte fórmula:

$$R_i = \left(\frac{P_1}{P_0} - 1 \right) \times 100$$

onde: R_i = retorno do ativo i (no instante 1);

P_0 = valor inicial do ativo;

P_1 = valor do ativo no instante 1.

Numa análise histórica dos retornos de um ativo, observa-se que estes quase nunca apresentam os mesmos rendimentos, os valores variam no tempo. Desta forma, pode-se definir o retorno esperado do ativo como a média aritmética dos vários retornos obtidos num determinado período.

$$E(R_i) = \frac{R_{i,1} + R_{i,2} + \dots + R_{i,n}}{n}$$

onde: $E(R_i)$ = Retorno esperado do ativo i;

n = números de retornos observados.

2.2.3 Covariância

A covariância tem por objetivo identificar como determinados valores de uma amostra se inter-relacionam. É a medida usada para avaliar como variáveis X e Y interagem ao mesmo tempo em relação a seus valores médios (covariam), ou seja, a simetria existente entre X e Y.

COV > 0 apresentam comportamento de mesma tendência, um ativo acompanha o outro. São diretamente relacionados.

COV < 0 apresentam comportamento inverso, um ativo acompanha o outro, porém no sentido oposto.

COV = 0 Não há associação alguma entre os ativos.

$$COV_{A,B} = \frac{\sum_{k=1}^N (R_A - \bar{R}_A) \times (R_B - \bar{R}_B)}{n}$$

Quando há a covariância negativa ocorre a redução de risco já que no momento em que um ativo se desvaloriza o outro tende a se valorizar, chamamos de uma situação de *hedging*.

Ressalta-se a dificuldade de interpretação do resultado numérico da covariância ficando mais centrada na tendência de seu resultado. Para esta função de análise numérica entre valores combinados usa-se o coeficiente de correlação.

2.2.4 Correlação

Correlação explica o grau de relacionamento mostrado no comportamento de duas ou mais variáveis numa amostra estatística. Sendo simples ou múltipla. Indica-nos que maneira elas se movem em conjunto.

Quantificamos esta relação em valores entre -1 a +1. Quando o coeficiente de correlação for igual a -1, as variáveis em estudo estão negativamente correlacionadas – no momento que a variável X eleva-se, esperamos que a outra variável Y tenda a diminuir. Podemos usar o raciocínio inverso no momento que o valor tenda a +1.

Seu conceito em finanças é bastante importante no processo de decisão para diminuir risco por meio de diversificação dos ativos. Devemos evitar ativos com grau de correlação positiva já que convergem mais intensamente no mesmo sentido, ora positiva, ora negativamente.

Sua forma pode ser mostrada como:

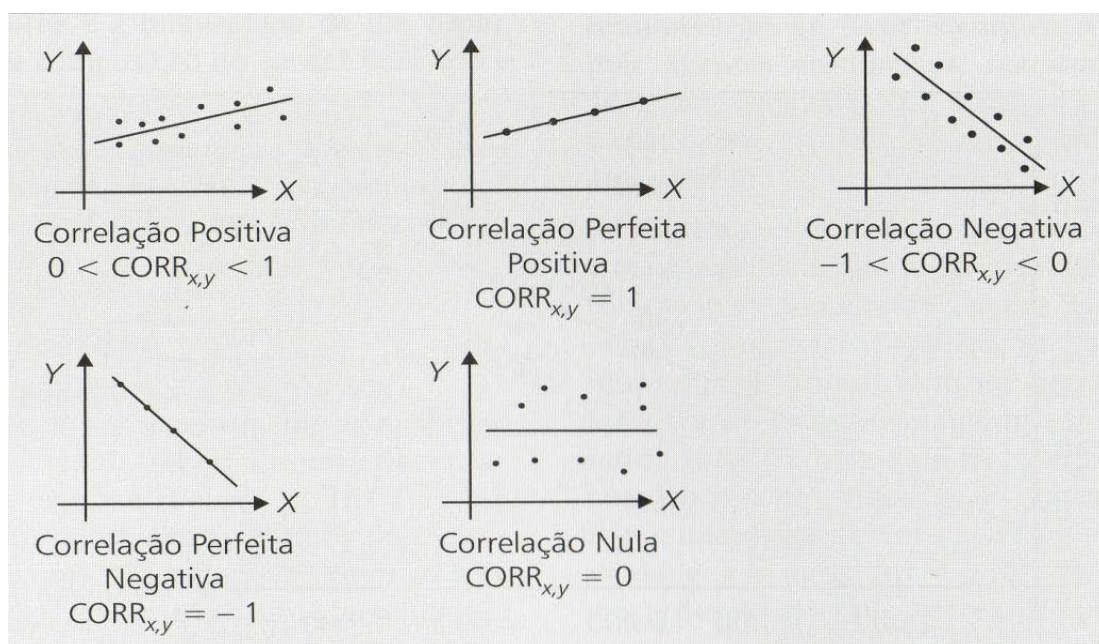


Figura 1 - Coeficiente de correlação em diferentes situações

Fonte: Assaf Neto, Alexandre – Mercado financeiro – 9ª edição. São Paulo: Atlas, 2010.

A covariância de X e Y é determinada pelo produto da correlação e desvio-padrão da amostra em que n representa o número de observações.

$$CORR_{x,y} = \frac{\Sigma X \times Y - \frac{(\Sigma x)^2 \times (\Sigma y)}{n}}{\left[\left(\Sigma X^2 - \frac{(\Sigma x)^2}{n} \right) \times \left(\Sigma Y^2 - \frac{(\Sigma y)^2}{n} \right) \right]^{1/2}}$$

2.2.5 Variância dos Portfólios

Para ilustrarmos melhor a ideia de diversificação e redução de risco de uma carteira acompanhe o exemplo:

Imagine hipoteticamente que você aplique em duas ações ou fundos: A e B. A ação A tem um retorno r_A e a ação B tem retorno r_B . Uma proporção de seu dinheiro em A é aplicado como w_A , assim como em w_B ; sendo os pesos do seu investimento somando os dois ativos igual a sua totalidade $\implies w_A + w_B = 1$ ou 100%. Lembrando que esta análise aplica-se a quaisquer tipos de ativos e não tão somente a ações.

O retorno do portfólio (r_P) pode ser obtido pela seguinte equação:

$$r_P = w_A r_A + w_B r_B.$$

A variância do portfólio, $\text{Var}(r_P)$ é calculada por:

$$\sigma_P^2 = w_A^2 \sigma_A^2 + w_B^2 \sigma_B^2 + 2w_A w_B \rho_{A,B} \sigma_A \sigma_B,$$

Onde, σ_P^2 é a variância do portfólio, σ_A^2 é a variância dos retornos da ação A, σ_B^2 é a variância de B, $\text{Cov}(r_A, r_B)$, é a covariância entre os retornos dos dois ativos, $\rho_{A,B}$ é o coeficiente de correlação entre os dois ativos e σ_A e σ_B é o desvio-padrão ou volatilidade dos dois ativos.

O coeficiente de correlação pode variar entre -1 (correlação negativa perfeita) a +1 (correlação positiva perfeita).

A determinação do desvio-padrão de um portfólio com estes dois ativos é:

$$\sqrt{\sigma_P^2}$$

ou

$$\sqrt{w_A^2 \sigma_A^2 + w_B^2 \sigma_B^2 + 2w_A w_B \rho_{A,B} \sigma_A \sigma_B}.$$

Podemos exemplificar usando como valores:

Retorno de A = 15% e de B = 19%

Desvio-Padrão de A = 13% e de B = 20%

Coefficiente de correlação entre ambos é de 0,5

O investidor aplica 40% de seus recursos na ação A e os restantes 60% em B, o risco do portfólio será pela fórmula de:

$$[(0,40)^2 \times (0,13)^2 + (0,60)^2 \times (0,20)^2 + 2 \times (0,40) \times (0,60) \times (0,50) \times (0,13) \times (0,20)]^{1/2}$$

Que reduzida ficará assim;

$$[0,0027 + 0,0144 + 0,0062]^{1/2} = \underline{15,28\%}$$

O retorno do portfólio, concluímos:

$$0,40 \times 0,15 + 0,60 \times 0,20 = \underline{18\%}$$

O risco do portfólio não será a média ponderada do risco de ambos ativos, pois enquanto o coeficiente de correlação ($\rho_{A,B}$) for menor que 1 as flutuações dos retornos dos ativos compensarão umas às outras, tendo como consequência a redução do risco. Podemos perceber então que quanto menor for o coeficiente de correlação entre os ativos, maior será a oportunidade para a diversificação dos riscos.

A equação poderá ser generalizada para mais de dois ativos como:

$$\sigma_P = \sqrt{\sum_{i=1}^N w_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N w_i w_j \rho_{i,j} \sigma_i \sigma_j}$$

O retorno do portfólio será definido como:

$$r_P = \sum_{i=1}^N w_i r_i$$

Onde N representa o número de ativos da carteira.

3. Diversificação Internacional

Num ambiente de ativos nacionais a diversificação é vantajosa já que elimina o risco não sistêmico, o mesmo raciocínio é válido com um portfólio internacional em relação à diversificação global.

No mercado doméstico as ações tendem a se valorizarem ou desvalorizarem como um todo já que são afetadas em conjunto pelas condições internas do país como: oferta de moeda, oscilações na taxa básica de juros, déficit público e perspectiva de crescimento econômico. Estes fatores sistêmicos criam uma forte correlação entre as ações negociadas no mesmo mercado.

Investimentos estrangeiros proporcionam potenciais de lucratividade adicionais enquanto reduzem o risco total da carteira devido a possibilidade de se aplicar em ativos em diversas regiões e produtos no mesmo momento com baixa correlação entre elas, proporcionando assim um aumento da performance com o mesmo nível de risco de um portfólio doméstico.

No gráfico, no mercado norte-americano podemos observar que uma única ação teria um típico risco de 100%, à medida que acrescentamos mais ações ao acaso, seu risco total (desvio-padrão ou variância) é rapidamente reduzido; estabilizando-se entre 40 e 50 ativos – a adição de mais ativos não provocará uma diminuição significativa no risco. Haverá a estabilização em torno de 26% do risco total e que representará o risco sistemático.

Entretanto, se adicionarmos ativos estrangeiros a este portfólio, ocorrerá a redução do risco mais rapidamente e a estabilidade ocorrerá em níveis mais baixos que a situação anterior. Podemos observar que este nível situa-se em torno de 12%.

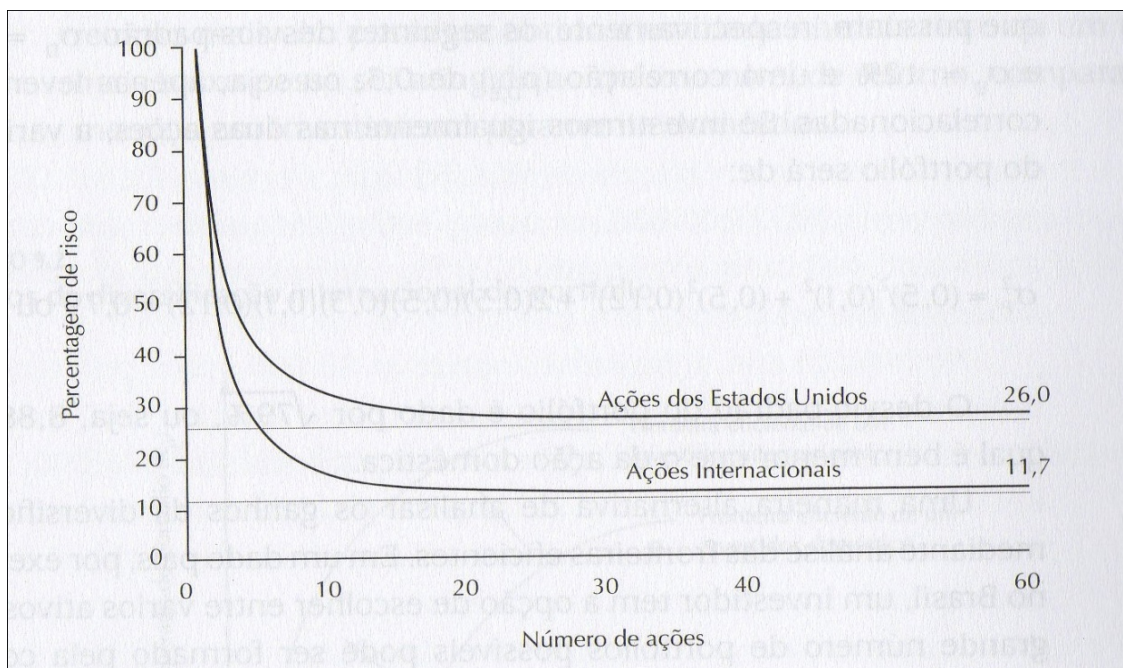


Figura 2 - Vantagens da diversificação internacional

Fonte: Klotzle, Marcelo Cabus – Finanças internacionais – Rio de Janeiro: Saraiva, 2007.

Em outros estudos ocorreram resultados parecidos e em todos os casos a diversificação internacional proporcionou melhor e mais rápida redução de risco, mesmo com um número pequeno de ativos.

- A ideia por trás das vantagens da diversificação internacional é a existência de uma baixa correlação entre os ativos domésticos e os estrangeiros.

No gráfico a seguir podemos analisar que um investidor avesso ao risco preferirá um ponto que é mais alto (maior retorno) e mais à esquerda (menor risco). Considerando a curva AB, todos os pontos permanecerão abaixo e à direita dessa *fronteira eficiente*. Investidores racionais escolherão pontos ao longo desta fronteira, pois qualquer carteira abaixo de AB terá um risco mais alto (dado um mesmo retorno esperado) ou um retorno mais baixo (dado o mesmo nível de risco). Contudo, investidores em carteiras domésticas são limitados à fronteira eficiente AB.

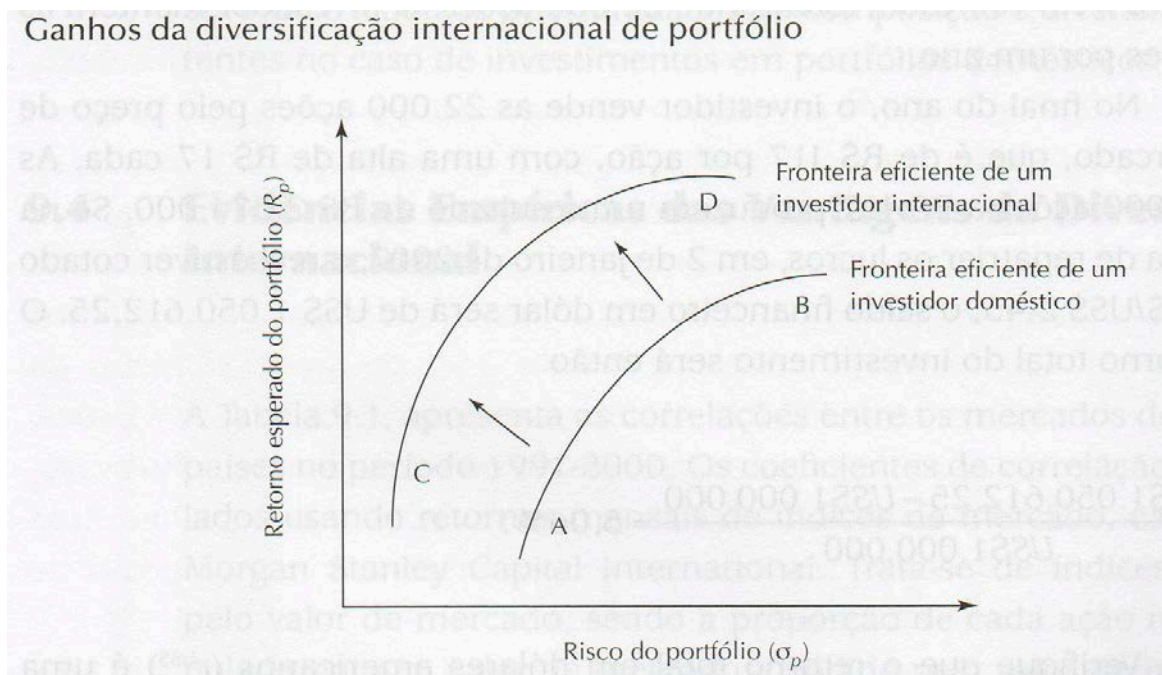


Figura 3 – Ganhos da diversificação internacional de portfólio

Fonte: Klotzle, Marcelo Cabus – Finanças internacionais – Rio de Janeiro: Saraiva, 2007.

Caso o investidor tenha a possibilidade e disposição de ir além do limite de seu país (investimento off shore) e incluir ativos estrangeiros no portfólio, haverá uma nova fronteira eficiente em formação, esta aumentará e passará mais para a esquerda – linha CD. Podemos constatar que um retorno mais alto poderá ser conseguido com o mesmo risco ou um mesmo retorno com uma acentuada diminuição do risco se compararmos com uma carteira totalmente com ativos domésticos (linha AB).

3.1 Risco Cambial

No momento em que o investidor adquire ações ou títulos fora de seu mercado doméstico, normalmente esta compra se dará em moeda estrangeira. Isto significa que estará incorrendo em dois riscos: a variação do valor do ativo e o cambial.

Como exemplo podemos usar esta situação que é bastante comum:

Investidor EUA aporta US\$ 1.000.000 em um ativo no Brasil com uma taxa de câmbio no dia de US\$ = R\$ 2,20. Portanto terá disponível para comprar no país R\$ 2.200.000 que comprarão uma determinada ação ao preço de R\$ 100 a unidade, logo terá disponível 22.000 ações. Após um ano as vende ao preço de R\$ 117 (alta de R\$ 17 por ação), resultando em R\$ 2.574.000. Porém a taxa de câmbio no dia está a US\$ = R\$ 2,45, o saldo financeiro será de US\$ 1.050.612 – o retorno total do investimento será de:

$$\frac{US\$ 1.050.612 - US\$ 1.000.000}{US\$ 1.000.000} = \underline{5,06\%} \quad \text{ou}$$

$$r_{US\$} = \underline{1 + r_{ações}} = \underline{1,17} \Rightarrow \underline{5,06\%}$$

$$1 + r_{R\$/US\$} \quad 1,11$$

Note que o retorno total de US\$ é a combinação do retorno relacionado à variação da taxa de câmbio (-11%), com o retorno da ação comprada (17%).

O risco associado à diversificação internacional, quando incluído o risco cambial é notoriamente mais complexo que o risco associado aos investimentos domésticos. Fica evidente que como haverá este risco somado a decisão de investimentos ocorrerá também um leque bem maior de oportunidades para se investir.

4. O Modelo de Markowitz

Markowitz (1952) e Sharpe (1964); contribuíram muito no processo de montagem de carteiras de investimentos (estas sendo para um investidor ou um fundo). Suas contribuições baseiam-se na redução do risco e maximização do lucro por meio da diversificação de ativos baseados em dados estatísticos passados.

Partindo do princípio que entre ativos com um mesmo risco o investidor/gestor optará por aquele que apresentar um retorno esperado mais elevado; e aquele de risco menor quando os ativos apresentarem o mesmo retorno esperado, no início da década de cinquenta, Harry Markowitz criou um modelo de escolha entre investimentos com risco.

Neste modelo, Markowitz mostrou como um investidor pode reduzir seu risco e/ou aumentar sua rentabilidade esperada através da diversificação de seus investimentos, escolhendo ativos que não tenham rendimentos fortemente correlacionados.

O risco de uma carteira não só é reflexo da volatilidade de cada ativo e de sua representatividade total na carteira, mas principalmente da maneira como seus componentes se relacionam entre si - covariam. Quando há um relacionamento dos ativos com uma correlação baixa ocorre uma redução do risco total do portfólio.

O risco de uma carteira com dois ativos (X & Y) pode ser calculado pela fórmula:

$$\sigma_p = \left[(W_X^2 \times \sigma_X^2) + (W_Y^2 \times \sigma_Y^2) + 2 \times W_X \times W_Y \times COV_{X,Y} \right]^{\frac{1}{2}}$$

Podemos notar que o desvio-padrão da carteira é função de:

- a) Desvio-padrão de cada ativo (σ).
- b) Percentual da carteira aplicado no ativo (W).
- c) Coeficiente de correlação entre os ativos (CORR_{x,y}).

A expressão geral de cálculo do risco (volatilidade) de um portfólio contendo n ativos:

$$\sigma_P = \left[\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n W_i W_j \text{CORR}_{i,j} \sigma_i \sigma_j \right]^{\frac{1}{2}}$$

É importante notarmos que a diversificação com o propósito de redução da volatilidade não é uma decisão aleatória. Precisa ser elaborada observando-se as correlações dos retornos dos ativos envolvidos estabelecendo a melhor composição possível da carteira.

De acordo com as três possibilidades de formação de carteiras assinaladas no gráfico abaixo (A, B, C, D, E, F), a fronteira eficiente será aquela cujas carteiras estão sobre a linha apresentada, conforme afirma Assaf Neto (2010).

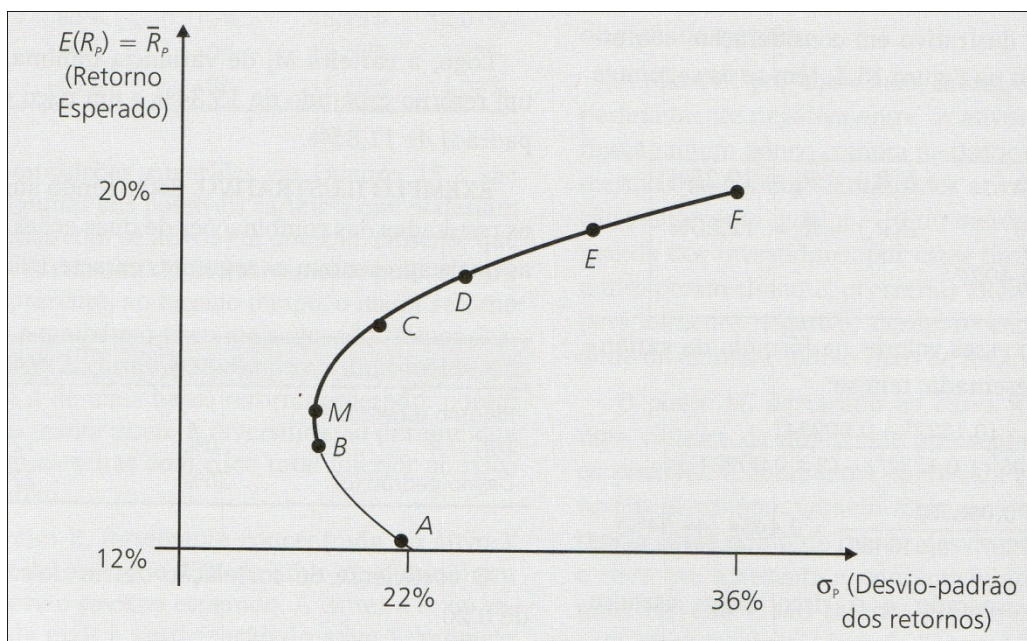


Figura 4 - Conjunto de combinações

Fonte: Assaf Neto, Alexandre – Mercado financeiro – 9ª edição. São Paulo: Atlas, 2010.

A *Fronteira Eficiente* é a linha formada pelas diferentes proporções dos ativos envolvidos no portfólio e que representa graficamente a relação de que um determinado retorno promoverá um menor risco possível.

Qualquer ponto abaixo dessa linha (M, A, W) - no exemplo os pontos 1 a 7 - implica que o investidor/gestor, optando por uma melhor combinação nas

proporções dos ativos, obteria um determinado retorno esperado com um mesmo risco, ou diminuir seu risco com mesmo retorno esperado. Todas as combinações possíveis entre os ativos encontram-se identificadas dentro desta área inferior sombreada.

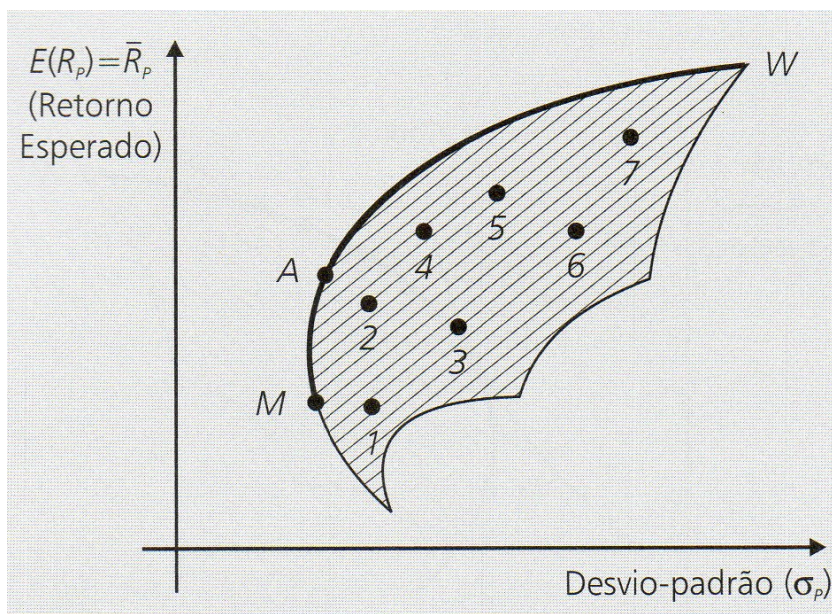


Figura 5 - Fronteira Eficiente

Fonte: Assaf Neto, Alexandre – **Mercado financeiro** – 9ª edição. São Paulo: Atlas, 2010.

4.1 Índice Sharpe

O Índice Sharpe é um indicador de eficiência dos investimentos e classifica os ativos em função dos seus respectivos retornos esperados com relação a sua variação ao longo do tempo (volatilidade). É calculado dividindo-se a diferença do retorno esperado e do retorno de um ativo sem risco (prêmio de risco) pelo desvio padrão destes retornos. Ele representa um prêmio de risco por unidade de exposição ao risco.

Segundo Damodaran, (2009). Sharpe e Lintner acrescentaram um ativo sem risco na composição da carteira diversificada e concluíram que havia uma alternativa melhor para os investidores a cada nível de risco, situada na fronteira eficiente.

$$S_i = \frac{E(R_i) - R_f}{\sigma_{(R_i - R_f)}^2}$$

Onde: R_i é o retorno de uma carteira com risco

R_f é a taxa de juros livre de risco

σ é o desvio-padrão (risco da carteira)

Assaf Neto, (2010). O valor calculado do S_i representa a relação direta entre retorno (prêmio pelo risco) e risco de um investimento; na proporção de $S_i\%$ para cada 1% de risco adicional. Reflete a relação direta entre o retorno (prêmio) e o risco de investimento.

Segundo Assaf Neto, (2008). A taxa livre de risco é a taxa de remuneração do bônus do governo norte-americano de 10 anos para portfólios internacionais.

4.2 Fundos

Fundo de investimento é na realidade uma forma de condomínio que reúne recursos de vários investidores com o objetivo de obter ganhos financeiros a partir da aquisição de uma carteira de títulos ou valores mobiliários.

A ideia de fundos existe desde o século XIX, sendo que o primeiro foi criado na Bélgica, logo após na Holanda, França e Inglaterra. O primeiro fundo mútuo nos Estados Unidos iniciou suas operações em 1924 e existe até os dias de hoje. No Brasil, o primeiro fundo iniciou suas atividades em 1957.

Através destes fundos os pequenos investidores têm acesso a melhores condições de mercado, menores custos devido ao grande volume financeiro movimentado e contam com uma grande equipe de profissionais para sua

administração, colocando os pequenos e médios investidores em igualdade com os grandes.

Com os fundos torna-se possível a diversificação dos investimentos, através da aplicação em suas diferentes classes e tipos, visando diluir o risco e aumentar o potencial de retorno. É importante ressaltar também que os recursos dos fundos nunca se misturam aos da instituição administradora caso esta venha a quebrar.

5. Método

De origem sueca e criada em 1855, o *Grupo Skandia*, é um grupo internacional de seguradoras e serviços como origem e com o tempo a evolução natural foi tornar-se uma empresa que presta serviços de seguros tradicionais até a oferecer um conceito de poupança global. Desde 2006 a Royal Skandia faz parte do *Grupo Old Mutual* - um dos maiores grupos internacionais - proporciona aos seus clientes de todas as regiões do mundo uma ampla oferta de produtos e serviços em poupança e gestão de ativos. Situada na Ilha de Man (entre Inglaterra e Irlanda), é um dos mais respeitados centros financeiros reconhecidos pelo Grupo dos 20 (ou G20) - grupo formado pelos ministros de finanças e chefes dos bancos centrais das 19 maiores economias do mundo mais a União Europeia. Seu papel está em concentrar-se na escolha de fundos de investimentos e gestores de fundos através da multigestão, criando produtos e disponibilizando aos seus clientes nos diversos continentes, conjugando assim, as melhores estratégias de diversas casas de fundos.

Com base nos dados da Royal Skandia é que foi possível obter acesso aos seus 740 fundos hoje disponíveis para aplicações de seus clientes.

A escolha dos fundos para o trabalho usou como critérios:

- ✓ Os fundos teriam que ter sido lançados antes de 01.Jan. 2002 e estarem ativos até 31.Dez.2009; para termos uma base de dados consistente e longa.

- ✓ Todos os fundos são em US\$ (dólar americano) como moeda de depósito, independente do país de aplicação; evitamos maiores distorções com o câmbio no momento do depósito e negociação das cotas.

Obedecendo estes critérios iniciais, foram discriminados 113 fundos.

Numa segunda etapa, usamos outras formas de distinções, como:

- ✓ Diversificação em regiões geográficas do globo.
- ✓ Diversificação em áreas de atuações, através de suas empresas representadas.
- ✓ Diversificação de empresas de gerenciamento destes fundos (players mundiais).

Obedecendo estes critérios secundários, foram discriminados 27 setores/regiões.

Na terceira etapa de escolha, usaram-se os critérios de:

- ✓ Regiões geográficas muito próximas ou sobrepostas foram aglutinadas.
- ✓ Setores próximos também foram colocados juntos.
- ✓ Foram selecionadas as dez melhores performances em relação Retorno/Risco para compor a carteira diversificada de fundos através de suas cotas mensais.

Depois de selecionado os dez fundos, pesquisou-se individualmente no banco de dados da Royal Skandia o valor diário das cotas de cada fundo entre os dias **01.Jan.2002** a **31.Dez.2006** (inclusive) como base inicial de dados e tivemos o cuidado de guardar seus valores de cotas posteriores de **01.Jan.2007** ao dia **31.Dez.2009** (inclusive) para fazer a comparação com as estratégias escolhidas. As cotas refletem as variações líquidas dos fundos e bruta de imposto de renda, porém este só será cobrado no momento que houver o retorno destes recursos ao Brasil e não influencia nos cálculos de rendimento já que para troca de fundos não incidirá qualquer tributação.

Para que a carteira selecionada ficasse mais sensível as mudanças de mercado, foi usado a cada ano que passava os dados de cinco anos anteriores; ou

seja, na confecção da carteira para 2007 usou-se os dados de 2002 a 2006; 2008 com os dados de 2003 a 2007 e 2009 com os dados de 2004 a 2008.

A variação porcentual para podermos calcular a planilha foi obtida pela forma de LN (dia seguinte / dia anterior), resultando num valor em $\Delta\%$.

Usou-se a média no período analisado do bônus do governo norte-americano de 10 anos como *Risk Free Rate* para podermos calcular o Índice Sharpe.

Fizemos também a comparação de uma carteira balanceada com os dados de 2002 a 2006, porém não alteramos esta ao longo dos próximos anos, ou seja, esta ficou nas idênticas proporções do início de 2007 ao final de 2009.

Usando o software Microsoft Excel 2007 e as ferramentas nele contida de Análise de Dados foram montadas as matrizes de Covariância - medida estatística que resume em um número a tendência da relação entre uma ação e outra - para o cálculo da Variância da Carteira e do seu Desvio Padrão.

Os fundos estão discriminados na tabela abaixo, assim como setor de atuação e região de suas empresas:

Nome	Sector de Atuação	Região
Baring Global Emerging Markets	Financeiro, materiais básicos, consumo, energia, TI e telecomunic.	Emergentes
INVESCO Bond	Renda Fixa (AAA & AA)	Europa/Japão/EUA
INVESCO Asia Opportunities Equity Fund	Pequenas e médias empresas (crescimento)	HK, Coréia, China e Taiwan
HSBC Chinese Equity	Financeiro, indústrias, energia, materiais básicos e telecomunic.	China
Fidelity Global Health Care	Bens em saúde	EUA, Europa e Brasil
Fidelity Global Industrials	Energia, indústria e materiais básicos	EUA, Europa e Japão
New Star European Growth	Indústria, consumo, energia, materias básicos e financeiro	Europa excluindo UK
Schroder US Smaller Companies	Financeiro, saúde, consumo, transporte	Pequenas EUA
BlackRock Gold & General	Ouro, prata e platina	AN, Europa, Austr, Africa Sul
AXA Framlington Biotech	Biotecnologia e produtos farmacêuticos	EUA e Europa

Tabela 1 – Fundos, setores e regiões

Abaixo estão discriminados os fundos e seus respectivos gestores e data de lançamento:

Nome	Gestor	Lançamento
Baring Global Emerging Markets	Baring	20/06/1994
INVESCO Bond	Invesco	21/06/1994
INVESCO Asia Opportunities Equity Fund	Invesco	22/06/1994
HSBC Chinese Equity	HSBC	23/06/1994
Fidelity Global Health Care	Fidelity	24/06/1994
Fidelity Global Industrials	Fidelity	25/06/1994
New Star European Growth	New Star	26/06/1994
Schroder US Smaller Companies	Schroder	27/06/1994
BlackRock Gold & General	BlackRock	28/06/1994
AXA Framlington Biotech	AXA	29/06/1994

Tabela 2 – Fundos, gestores e datas de lançamento

5.1 Resultados

Com os dados estatísticos de variação de cotas 2002 a 2006, obtivemos a carteira otimizada segundo os preceitos de Harry Markowitz para montarmos nossa carteira para o ano seguinte – 2007 e posteriormente para 2008 e 2009.

2007	Carteira Otimizada Anualmente	Carteira Otimizada Fixa	Carteira igualmente dividida
Baring Global Emerging Markets	7,5%	7,5%	10%
INVESCO Bond	35,0%	35,0%	10%
INVESCO Asia Opportunities Equity Fund	0,0%	0,0%	10%
HSBC Chinese Equity	23,1%	23,1%	10%
Fidelity Global Health Care	0,0%	0,0%	10%
Fidelity Global Industrials	0,0%	0,0%	10%
New Star European Growth	23,3%	23,3%	10%
Schroder US Smaller Companies	0,0%	0,0%	10%
BlackRock Gold & General	11,1%	11,1%	10%
AXA Framlington Biotech	0,0%	0,0%	10%
Total	100,0%	100,0%	100,0%

Tabela 3 – Proporção dos fundos nos portfólios em 2007

Retorno no período	27,25%	27,25%	27,04%
Retorno médio diário	0,10%	0,10%	0,10%
Desvio padrão (RISCO)	19,38%	19,38%	18,00%
Retorno/Risco	7,95%	7,95%	8,50%
Índice Sharpe	1,17	1,17	1,25
Risk Free Rate	4,58%	2007	

Tabela 4 – Comparação dos resultados em 2007

Observamos que não houve significativas diferenças de performance e risco nas duas carteiras diferenciadas apesar de eliminarmos alguns fundos e concentrarmos mais recursos em outros cinco fundos restantes. Isto é um ponto positivo já que aumentamos nosso foco em acompanhar um número reduzido de fundos com o mesmo retorno e volatilidade.

O mundo vem de um longo período de crescimento e um otimismo elevado pelo aumento do consumo, principalmente dos populosos países asiáticos. Os preços das commodities elevam-se mês a mês. Não há um horizonte de preocupação no primeiro semestre.

No entanto no segundo semestre começa a se instalar uma das maiores crises até então, os mercados iniciam uma fase discreta porém forte de estouro de bolha nos preços das casa financiadas nos EUA. Começa a deterioração dos ativos de diversos bancos e financeiras. Os sinais começam a aparecer discretamente nas estatísticas econômicas - inicialmente sem grandes preocupações ao redor do globo.

2008	Carteira Otimizada Anualmente	Carteira Otimizada Fixa	Carteira Iguamente Dividida
Baring Global Emerging Markets	7,4%	7,5%	10%
INVESCO Bond	36,7%	35,0%	10%
INVESCO Asia Opportunities Equity Fund	0,0%	0,0%	10%
HSBC Chinese Equity	16,6%	23,1%	10%
Fidelity Global Health Care	0,0%	0,0%	10%
Fidelity Global Industrials	17,4%	0,0%	10%
New Star European Growth	12,2%	23,3%	10%
Schroder US Smaller Companies	8,8%	0,0%	10%
BlackRock Gold & General	0,9%	11,1%	10%
AXA Framlington Biotech	0,0%	0,0%	10%
Total	100,0%	100,0%	100,0%

Tabela 5 – Proporção dos fundos nos portfólios em 2008

Retorno no período	-37,28%	-38,40%	-41,43%
Retorno médio diário	-0,19%	-0,19%	-0,21%
Desvio padrão (RISCO)	27,52%	32,77%	32,80%
Retorno/Risco	-10,71%	-9,34%	-10,31%
Índice Sharpe	-1,224	-1,282	-1,373
Risk Free Rate	3,60%	2008	

Tabela 6 – Comparação dos resultados em 2008

Baseados nas estatísticas passadas a *carteira otimizada* faz um leve rebalanceamento em alguns fundos e ainda não há uma diferença mais acentuada nos diferentes portfólios. Nota-se que apesar da menor perda de valor a *carteira otimizada* teve uma grande desvalorização nos ativos e as carteiras como um todo não identificaram antecipadamente a crise. A volatilidade da *carteira otimizada* é a menor de todas.

Os números são assustadoramente baixos e os fundos perdem valores de cotas diariamente, as aplicações em renda variável levam a perda de muitos milhares de dólares em ativos no mundo inteiro. Não há diferença mesmo em carteiras diversificadas já que a crise se instalou mundialmente. Podemos observar as grandes desvalorizações nos três portfólios devido ao risco sistemático.

Neste momento (2008), surgem muitos indícios de que a situação financeira dos credores americanos está se deteriorando rapidamente, bancos estão quebrando diariamente e a população restringe ao máximo seus gastos, empresas vendem menos e seus lucros somem. A cadeia produtiva é rapidamente diminuída. Há um pânico generalizado em todos os países.

2009	Carteira Otimizada Anualmente	Carteira Otimizada Fixa	Carteira Iguamente Dividida
Baring Global Emerging Markets	4,1%	7,5%	10%
INVESCO Bond	88,6%	35,0%	10%
INVESCO Asia Opportunities Equity Fund	0,0%	0,0%	10%
HSBC Chinese Equity	4,9%	23,1%	10%
Fidelity Global Health Care	0,0%	0,0%	10%
Fidelity Global Industrials	2,4%	0,0%	10%
New Star European Growth	0,0%	23,3%	10%
Schroder US Smaller Companies	0,0%	0,0%	10%
BlackRock Gold & General	0,0%	11,1%	10%
AXA Framlington Biotech	0,0%	0,0%	10%
Total	100,0%	100,0%	100,0%

Tabela 7 – Proporção dos fundos nos portfólios em 2009

Retorno no período	8,86%	37,71%	44,55%
Retorno médio diário	0,03%	0,13%	0,15%
Desvio padrão (RISCO)	8,53%	21,86%	21,91%
Retorno/Risco	6,34%	9,32%	10,71%
Índice Sharpe	0,655	1,575	1,884
Risk Free Rate	3,28%	2009	

Tabela 8 – Comparação dos resultados em 2009

Note a diferença acentuada menor no rendimento da *carteira otimizada* com relação às outras duas estáticas. A *carteira otimizada* usou os dados do último ano para rebalancear seu portfólio e diminuir risco aumentando sua participação em fundos de renda fixa. Porém não detectou uma formação de fundo nos mercados mundiais e o investidor perdeu a oportunidade de recuperar as perdas do último ano.

Os governos tomam medidas nunca antes vistas para conter a recessão que se espalha em todos os continentes. Bilhões de dólares são injetados nas economias em poucos dias na tentativa de acalmar os mercados começar a reverter o quadro.

Porém como o setor financeiro é bastante dinâmico nos tempos atuais, este portfólio está completamente imobilizado e não capta a retomada de valorização nos fundos estudados.

Vejamos como ficaram os portfólios e seus rendimentos totais do início de 2007 ao final de 2009:

Retorno no período	-14,55%	7,94%	7,52%
Retorno anualizado	-5,12%	2,57%	2,44%
Desvio padrão (RISCO)	20,12%	25,46%	25,16%
Retorno/Risco	-1,66%	0,64%	0,61%
Índice Sharpe	-0,444	-0,049	-0,055
Risk Free Rate anualizado	3,82%	2007 - 2009	

Tabela 9 – Comparação dos resultados entre 2007 e 2009

Percebemos que a carteira que ficou mais ativa - *carteira otimizada* - na tentativa de corrigir anualmente sua relação de participação nos fundos baseada nos últimos cinco anos foi a que apresentou perda.

Para projetar a melhor proporção para o próximo ano, esta ficou bastante aquém de um rendimento satisfatório, inclusive perdendo valor dos ativos do investidor em (-14,55%) no período de três anos e uma volatilidade baixa devido a grande parte de ativos em renda fixa. Refletindo isso o Índice Sharpe é bastante negativo e há uma diferença significativa nos números (-0,444; -0,049 e -0,055).

Já a *carteira dividida em partes iguais* houve uma valorização modesta (7,52%) com uma volatilidade diária maior devido a uma exposição em todos os fundos selecionados e apenas 10% em renda fixa.

Entretanto a *carteira Otimizada Fixa*, apesar de no seu início estar exposta em 35% em renda fixa, conseguiu obter um rendimento global um pouco acima (7,94%) e uma volatilidade diária praticamente igual.

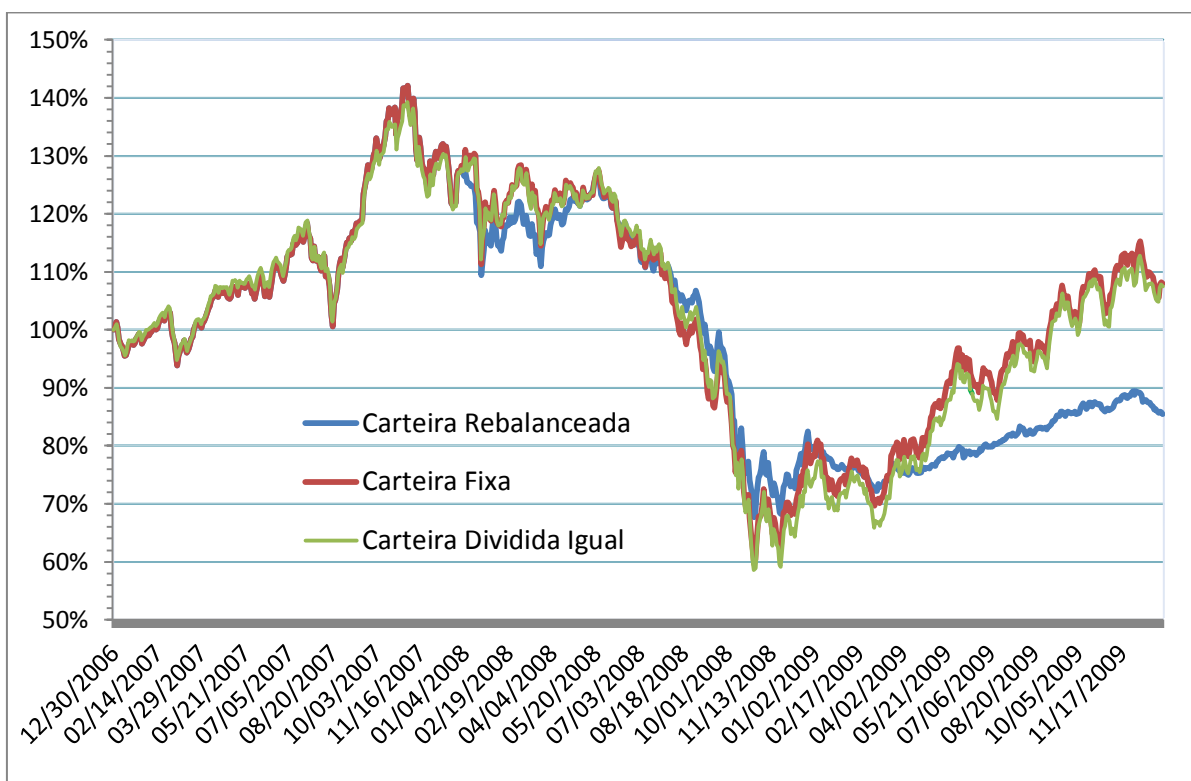


Gráfico 1 - Comparação entre as carteiras 2007 a 2009

Na tabela a seguir, ilustramos como os fundos se comportaram individualmente no mesmo período de 2007 a 2009. Percebemos a grande variação de performance e o grau elevado do risco medido pelo desvio-padrão. Em sete dos dez fundos houve uma relação negativa do Índice Sharpe. Apesar das *três carteiras diversificadas* apresentarem também números negativos, as duas *carteiras diversificadas fixas* demonstraram serem mais indicadas.

2007 - 2009	Retorno Anualizado	Desvio-Padrão	Retorno/Risco	Sharpe
Baring Global Emerging Markets	5,10%	28,71%	0,18	0,028
INVESCO Bond	5,62%	8,44%	0,67	0,157
INVESCO Asia Opportunities Equity Fund	2,43%	28,71%	0,08	-0,065
HSBC Chinese Equity	2,21%	43,46%	0,05	-0,048
Fidelity Global Health Care	-0,28%	19,50%	-0,01	-0,234
Fidelity Global Industrials	1,19%	34,39%	0,03	-0,090
New Star European Growth	-7,13%	30,24%	-0,24	-0,378
Schroder US Smaller Companies	-2,17%	30,77%	-0,07	-0,210
BlackRock Gold & General	7,35%	43,02%	0,17	0,071
AXA Framlington Biotech	-3,32%	25,20%	-0,13	-0,302
Média	1,10%	29,24%	0,07	-0,107

Tabela 10 – Resultados individuais dos fundos entre 2007 e 2009

Como exercício, testamos em uma simulação de portfólio com base na Teoria de Markowitz no mesmo período de início de 2002 ao final de 2006 com as duas carteiras: *Otimizada Fixa* e *Igualmente Dividida*. Se pudéssemos prever de antemão as proporções que posteriormente os dados estatísticos nos forneceria.

Otimizada Fixa		Igualmente Dividida	
Retorno no período	181,66%	Retorno no período	133,63%
Retorno anualizado	23,01%	Retorno anualizado	18,50%
Desvio padrão (RISCO)	12,13%	Desvio padrão (RISCO)	12,38%
Retorno/Risco	11,10%	Retorno/Risco	8,92%
Índice Sharpe	1,543		1,148
Risk Free Rate anualizada	4,29%	2002 - 2006	

Tabela 11 – Comparação dos resultados entre 2002 e 2006

Houve uma grande diferença em performance nos dois portfólios com cerca de 24,38% a mais de rendimento em favor da carteira *Otimizada Fixa* em relação a carteira *Igualmente Dividida* anualizado. E a volatilidade inclusive diminuiu em 2,02% em relação aos resultados das duas, salientado pelo Índice Sharpe que ficou 34,41% melhor.

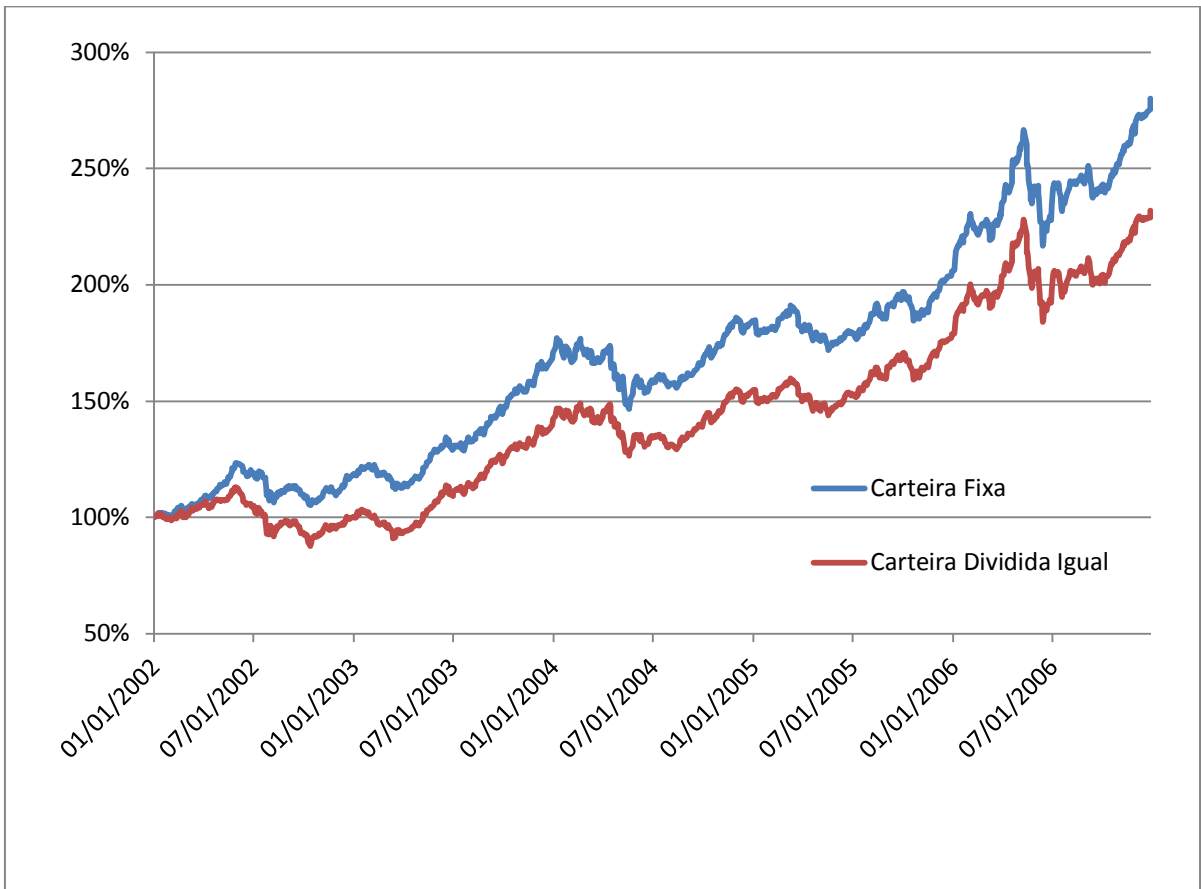


Gráfico 2 - Comparação de valorização entre as carteiras de 2002 a 2006

6. Considerações Finais

A teoria desenvolvida por Harry Markowitz é bastante interessante para podermos calcular a proporção de fundos em um portfólio diversificado com o objetivo de aumentarmos o retorno esperado, no entanto sem aumentarmos o risco. Sua teoria baseia-se nas vantagens de uma baixa correlação entre os fundos para que estes compensem em suas oscilações diárias as grandes volatilidades. Atualmente com os computadores a nos auxiliar, esta tarefa de análise tornou-se bastante mais rápida e fácil de ser entendida e usada.

Nos anos passados estivemos envoltos com a crise na Ásia, Rússia, NASDAQ, Argentina e Brasil provocando uma desvalorização acentuada nas bolsas mundiais. Nos anos de 2002 a 2006 o mundo atravessou um momento duradouro de prosperidade e aumento de consumo, principalmente em commodities. Consequência disso, muitos fundos em diversas áreas tiveram valorizações consistentes. Baseamos nossos dados neste quadro mundial.

A Teoria de Markowitz obtém seus dados estatísticos para análise do passado e quando há uma manutenção dos fundamentos econômicos parece ser bastante útil e realmente melhora a performance do portfólio pela diminuição do *risco diversificável*. Lembramos que a máxima diz que resultados passados não são garantia de resultados futuros.

Percebemos que ao longo dos anos seguintes a carteira que tentou ser mais flexível alterando sua composição obteve um pior rendimento em relação às outras carteiras que permaneceram estáticas nas suas proporções. A *Carteira Otimizada Anualmente*, obteve baseado no Índice Sharpe, um rendimento de cerca de sete vezes inferior a *Carteira Iguamente Dividida* e oito vezes a *Carteira Otimizada Fixa*.

Somos levados a pensar que esta teoria não é eficaz contra *um risco não diversificável*. No momento que ocorreu uma mudança repentina e rápida dos fundamentos, a *Carteira Otimizada Anualmente* fez seus ajustes sempre tarde demais. O que vimos foi uma carteira com alta exposição no mercado em queda e baixa exposição no instante em que houve a recuperação das cotas dos fundos já

no início de 2009. É como dirigir olhando sempre pelo retrovisor... haverá um momento que aparecerá uma mudança de direção e só perceberemos e tomaremos alguma atitude quando for muitas vezes tarde demais.

Quando comparamos somente as carteiras que ao longo de todo o período (jan/2007 a dez/2009) se mantiveram estáticas, houve uma melhora sensível em favor do portfólio que usou a Teoria de Diversificação de Markowitz *fixa*, mesmo este período ter abrangido antes, durante e depois de uma das maiores crises que o mundo financeiro já passou. Podemos perceber que reduzimos o número de fundos em aplicação e obtivemos um desempenho melhor tanto com maior rendimento quanto com menor volatilidade comparadas as demais carteiras. Isso implica em menores custos e tempo para avaliação dos fundos.

Se compararmos o período de (jan/2002 a dez/2006) - em que há uma estabilidade mundial - percebemos uma grande vantagem em favor da *Carteira Otimizada Fixa* em relação a *Carteira Iguamente Dividida*.

A gestão de ativos é bastante complexa, muitas variáveis são levadas em consideração para montarmos um portfólio que dê resultados positivos. Um dos instrumentos que se pode utilizar é a Teoria de Diversificação de Carteira de Markowitz aliado ao Índice Sharpe, contudo devemos ter em mente que não devemos confiar somente neste método já que quando há uma mudança brusca de cenário, ocorrerá uma demora importante para que consigamos nos proteger.

Penso que como sugestão de próximo trabalho, poderia ser usado um universo maior de fundos para comparações futuras de portfólios que recebessem além de Dólar como moeda de depósitos, Euro e Libra. Acrescentaria-se ao estudo o risco cambial e a dinâmica monetária entre regiões.

7. Bibliografia

Assaf Neto, Alexandre – **Mercado financeiro** – 9ª edição. São Paulo: Atlas, 2010.

Assaf Neto, Alexandre; Lima, Fabiano Guasti – Uma proposta metodológica para o cálculo do custo de capital no Brasil – Revista Administração. V 43, nº 1, Jan/Mar 2008.

Corrêa, Andrea Barreto; Corrêa, Alessandro de Castro – **Fronteira eficiente de Markowitz: Aplicação com ativos brasileiros** - Adcontar, Belém, V. 2, nº 1, maio 2001.

Costa Jr, Newton Carneiro Afonso; Guttler, Nór Caio – **Diversificação e avaliação de carteiras nos mercados de capitais dos principais países latino-americanos** – Revista de Ciências da Administração – V.5, nº 10. Jul/Dez 2003.

Damodaran, Aswath – **Gestão estratégica do risco: Uma referência para a tomada de riscos empresariais** – Porto Alegre: Bookman, 2009.

Gonçalves Jr. Cleber; Pamplona, Edson de O. Montevechi, José A. – **Seleção de carteiras através do Modelo de Markowitz para pequenos investidores (com uso de planilhas eletrônicas)**. IX Simpep, Bauru, Out/2002.

Graham, Benjamin – **O investidor inteligente** – 6ª edição. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 2007.

Kloeckner, Gilberto de Oliveira; Cabello, Luis Antônio V. – **O risco cambial na otimização de carteiras internacionais: O efeito dos países Latino-Americanos**.

Klotzle, Marcelo Cabus – **Finanças internacionais** – Rio de Janeiro: Saraiva, 2007.

Macedo Junior, Jurandir Sell – **A árvore do dinheiro: Guia para cultivar a sua independência financeira** – Rio de Janeiro: Elsevier, 2007.

O'Hara, Thomas E.; Janke, Kenneth S. – **Como constituir e administrar um clube de investimento rentável: Guia oficial do INI** – 1ª edição. Rio de Janeiro: Instituto Nacional de Investidores, 2004.

Paschoarelli, Rafael – **A nova regra do jogo: O que você deveria saber e não sabe sobre seus produtos financeiros** – Rio de Janeiro: Elsevier, 2009.