

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
ESCOLA DE ENGENHARIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL**

**UM MODELO ELASTO-PLÁSTICO PARA A ANÁLISE DA
ADERÊNCIA EM PEÇAS DE CONCRETO ARMADO**

Daiane de Sena Brisotto

Porto Alegre

2011

DAIANE DE SENA BRISOTTO

**UM MODELO ELASTO-PLÁSTICO PARA A ANÁLISE DA
ADERÊNCIA EM PEÇAS DE CONCRETO ARMADO**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Engenharia

Porto Alegre

2011

CIP - Catalogação na Publicação

Brisotto, Daiane de Sena

Um modelo elasto-plástico para a análise da aderência em peças de concreto armado / Daiane de Sena Brisotto. -- 2011.

116 f.

Orientador: Eduardo Bittencourt.

Coorientadora: Virgínia Maria Rosito d'Avila Bessa.

Tese (Doutorado) -- Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Escola de Engenharia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Porto Alegre, BR-RS, 2011.

1. Concreto Armado. 2. Aderência. 3. Método do Elementos Finitos. 4. Plasticidade. I. Bittencourt, Eduardo, orient. II. Bessa, Virgínia Maria Rosito d'Avila, coorient. III. Título.

DAIANE DE SENA BRISOTTO

**UM MODELO ELASTO-PLÁSTICO PARA A ANÁLISE DA
ADERÊNCIA EM PEÇAS DE CONCRETO ARMADO**

Esta tese de doutorado foi julgada adequada para a obtenção do título de DOUTOR EM ENGENHARIA, Estruturas, e aprovada em sua forma final pelo professor orientador e pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Porto Alegre, 2011

Prof. Eduardo Bittencourt
Dr. pela Univ. Federal do Rio Grande do Sul
Orientador

Prof^ª. Virgínia Maria R. d`Avila
Dra. pela Univ. Federal do Rio Grande do Sul
Co-Orientadora

Prof. Luis Carlos Pinto da Silva Filho
Coordenador do PPGEC/UFRGS

BANCA EXAMINADORA

Prof. José Luiz Antunes de Oliveira e Sousa (UNICAMP)
Ph.D. pela Cornell University

Prof. Luis Carlos Pinto da Silva Filho (UFRGS)
Ph.D. pela Ledds University

Prof. Túlio Nogueira Bittencourt (USP)
Ph.D. pela Cornell University

Dedico este trabalho aos meus pais João e Iolanda e aos meus irmãos Daniele, Giovane e Geison.

AGRADECIMENTOS

Ao final desses anos de estudos, torna-se necessário agradecer àqueles que diretamente ou indiretamente, participaram na elaboração desta tese. Assim, expresso aqui os meus mais sinceros agradecimentos:

A Deus, por ter me dado forças para chegar ao fim de mais uma etapa na vida profissional.

Ao Professor Eduardo Bittencourt, orientador deste trabalho, pelo apoio incondicional e, principalmente, por ter acreditado na minha capacidade de trabalho. Pela compreensão e satisfação de trabalharmos juntos.

À Professora Virgínia Maria Rosito d'Avila, co-orientadora, pelo apoio no desenvolvimento desta pesquisa. Seus questionamentos sempre foram motivadores e fundamentais para a solução dos problemas.

Ao Professor Gláucio Hermógenes Paulino e seu grupo de pesquisa, por terem me recebido de forma tão receptiva na University of Illinois at Urbana-Champaign (UIUC), o que me oportunizou uma grande troca de conhecimentos e experiências.

Aos meus colegas do CEMACOM e da UIUC, cuja amizade e apoio foram fundamentais durante esse período. Em especial aos acadêmicos Arun Gain, Luciane Lens, Reza Abedi e Vanessa Dutra, que colaboraram durante todo o trabalho.

À minha família e todos os amigos que, de alguma maneira, contribuíram para a execução deste trabalho.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPQ) e à Coordenação de Aperfeiçoamento Pessoal de Nível Superior (CAPES), pelo auxílio financeiro, indispensável para a conclusão desta tese.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS.....	i
LISTA DE TABELAS.....	v
LISTA DE SÍMBOLOS.....	vi
RESUMO.....	xii
ABSTRACT.....	xii
1 INTRODUÇÃO	1
1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS.....	1
1.2 OBJETIVO DO TRABALHO.....	3
1.3 CONTRIBUIÇÕES ESPERADAS.....	4
1.4 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO.....	5
2 COMPORTAMENTO DA ADERÊNCIA.....	6
2.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS.....	6
2.2 MECANISMOS DA ADERÊNCIA.....	7
2.3 MODOS DE RUPTURA.....	9
2.4 CURVAS TENSÃO DE ADERÊNCIA VERSUS ESCORREGAMENTO.....	13
2.5 FATORES QUE INFLUENCIAM A ADERÊNCIA.....	15
2.5.1 Resistência do concreto.....	16
2.5.2 Cobrimento do concreto e espaçamento entre barras.....	17
2.5.3 Armadura transversal.....	17

2.5.4 Confinamento externo.....	17
2.5.5 Diâmetro da barra.....	18
2.5.6 Estado superficial das barras.....	20
2.5.7 Tipo e geometria das nervuras.....	21
2.6 MOBILIZAÇÃO DA FISSURAÇÃO NA ADERÊNCIA.....	23
3 MODELO NUMÉRICO PARA A ADERÊNCIA.....	26
3.1 MODELOS PARA A ANÁLISE DA ADERÊNCIA.....	26
3.2 DESCRIÇÃO DO MODELO DE ADERÊNCIA PROPOSTO.....	30
3.2.1 Relação constitutiva elástica.....	30
3.2.2 Superfície de ruptura.....	31
3.2.3 Parâmetros do modelo.....	34
3.2.3.1 Coeficientes K_{11} , K_{22} , K_{12}	34
3.2.3.2 Parâmetro η	38
3.2.3.3 Funções c e μ^*	38
3.2.4 Determinação das tensões na interface.....	43
3.2.4.1 Região 1.....	44
3.2.4.2 Região 2.....	47
3.2.4.3 Região 3.....	50
3.2.5 Modelo constitutivo para a armadura.....	51
3.2.6 Modelo de aderência para barras lisas.....	52
3.2.6.1 Superfície de ruptura.....	52
3.2.6.2 Parâmetros.....	54
4 MODELO DE FISSURAÇÃO PARA O CONCRETO.....	56
4.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS.....	56
4.2 O MODELO POTENCIAL PPR.....	57
4.2.1 Influência do atrito.....	62

5 IMPLEMENTAÇÃO VIA MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS.....	67
6 RESULTADOS NUMÉRICOS.....	70
6.1 TESTES DE ARRANCAMENTO.....	70
6.1.1 Ruptura por escoamento do aço.....	71
6.1.2 Ruptura por arrancamento da barra.....	75
6.1.2.1 LUNGREN (2000).....	75
6.1.2.2 Balázs e Koch (1995).....	80
6.1.2.3 Baena (2009).....	82
6.1.3 Ruptura por fendilhamento do concreto.....	84
6.1.4 Arrancamento versus fendilhamento.....	88
6.1.5 Barras lisas.....	90
6.1.5.1 Lundgren (2007).....	90
6.1.5.2 Verderame et al. (2009) e Feldman e Bartlett (2005).....	92
6.2 APLICAÇÃO DO MODELO DE FISSURAÇÃO.....	94
6.2.1 Viga dupla engastada-livre	94
6.2.2 Viga entalhada horizontalmente.....	96
6.2.3 Bloco retangular com fissura a 45 °.....	98
6.3 TIRANTE DE CONCRETO ARMADO.....	100
7 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	105
7.1 CONCLUSÕES.....	105
7.2 TRABALHOS FUTUROS.....	107
BIBLIOGRAFIA.....	108

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1: Aderência por atrito [Fusco, 1995].....	8
Figura 2.2: Aderência mecânica [Fusco, 1995].....	8
Figura 2.3: Tensões entre a barra de armadura e o concreto adjacente. (a) Tensão na barra e (b) Tensão no concreto e suas componentes.	9
Figura 2.4: Representação esquemática das tensões circunferenciais resultantes da aderência [Tepfers, 1973].	10
Figura 2.5: Fendilhamento longitudinal do concreto [Fusco, 1995].....	10
Figura 2.6: Ruptura da aderência por: (a) fissuração por fendilhamento em concreto não-confinado; (b) arrancamento em concreto confinado [Fernandes, 2000].....	12
Figura 2.7: Curvas esquemáticas da tensão de aderência x escorregamento para barras lisas e nervuras [adaptado de Leonhard e Monnig, 1977].....	14
Figura 2.8: Curva teórica tensão de aderência x escorregamento apresentada [Tassios, 1979].....	15
Figura 2.9: Efeito da resistência à compressão na tensão máxima de aderência [Soroushian et al., 1991].....	16
Figura 2.10: Tensão máxima de aderência em função do nível da pressão de confinamento [adaptado de Lowes, 2004].....	18
Figura 2.11: Influência do diâmetro da barra na Tensão de aderência máxima [adaptado de Lowes, 2004].....	19
Figura 2.12: Desempenho da aderência – resistência a compressão x diâmetro [Caetano, 2008].....	20
Figura 2.13: Geometria da barra de armadura [adaptado da NBR7480/2007].....	22
Figura 2.14: Microfissuras (fissuras secundárias) entre fissuras principais, em uma barra de concreto armado sob tração centrada [adaptado de Goto, 1971].....	23
Figura 2.15: Fissuração por Tração [adaptada de Fusco, 1995].....	24
Figura 2.16: Fissuração estabilizada [adaptada de Fusco, 1995].....	25
Figura 3.1: Diferentes escalas de análise da aderência [adaptado de Lowes, 2004].....	27
Figura 3.2: Idealizações do modelo: (a) e (c) distribuição de tensões e deformação da zona de aderência (real); (b) e (d) distribuição de tensões e deformação para um modelo de aderência interfacial.....	29

Figura 3.3: Interpretação física das variáveis t_n, t_t, u_n e u_t - [adaptado de Lundgren, 2005].....	30
Figura 3.4: Superfície de ruptura.....	31
Figura 3.5: Determinação do limite da falha por arranca mento.....	33
Figura 3.6: Superfície de ruptura e orientação das deformações plásticas - [adaptada de Lundgren e Gylltoft, 2000].....	34
Figura 3.7: Relação entre o deslocamento normal e a rigidez K_{11}	35
Figura 3.8: Hipótese para a estimativa do valor de K_{22}	36
Figura 3.9: Geometria da barra de aço utilizada para calibração [NBR7480/2007].....	36
Figura 3.10: Variação da variável c	38
Figura 3.11: Variação do coeficiente μ em função da variável interna d	39
Figura 3.12: Tensão de tração circunferencial: (a) seção do cilindro do concreto, (b) variação ao longo do cobrimento de concreto [Tepfers, 1973].....	40
Figura 3.13: Modelos para a predição da fissuração longitudinal: (a) Elástico, (b) Elástico fissurado e (c) Plástico [Tepfers, 1983].....	41
Figura 3.14: Determinação da tensão $\bar{\sigma}_h$ para cada ponto de Gauss dos elementos de interface.....	42
Figura 3.15: Definição das regiões para a realização do retorno radial.....	43
Figura 3.16: Modelo constitutivo do aço.....	52
Figura 3.17: Superfície de ruptura para o modelo de barras lisas.....	53
Figura 3.18: Variação da função f_a em função da variável interna d	54
Figura 3.19: (a)Variação da função c , e (b) Variação da função μ , em função da variável interna d	54
Fig.4.1: Relações coesivas do modelo potencial PPR: (a) Normal; (b) Tangencial.....	61
Figura 4.2: Região onde as tensões coesivas são definidas.....	62
Figura 4.3: Definição do parâmetro k_n segundo o método da penalidade.....	63
Figura 4.4: Comportamento tangencial da interface com a consideração do atrito, segundo o modelo de Tvergaard (1990).....	64
Figura 4.5: Comportamento da interface: Modelo PPR com atrito.....	65

Figura 5.1: Desenho esquemático de uma interface coesiva.....	67
Figura 5.2: Corpo em estudo.....	68
Figura 6.1: Geometria dos testes de arrancamento.....	70
Figura 6.2: Malha empregada na análise via MEF.....	72
Figura 6.3: Carga aplicada x escorregamento: (a) comprimento aderente de 360 mm; (b) comprimento aderente de 220 mm.....	73
Figura 6.4: Tensão de aderência x escorregamento em um ponto de Gauss da interface (comprimento aderente de 360 mm).....	73
Figura 6.5: Deslocamentos ao longo da interface: (a) Dilatação normal; (b) Escorregamento.....	74
Figura 6.6: Geometria do corpo de prova e malha adotada para análise numérica.....	76
Figura 6.7: Carga aplicada x escorregamento.....	77
Figura 6.8: Deslocamentos ao longo da interface: (a) Dilatação normal; (b) Escorregamento.....	77
Figura 6.9: Espaço de tensões: (a) Escoamento do aço, e (b) Arrancamento.....	78
Figura 6.10: Malha de elementos finitos: (a) grosseira, (b) média e (c) refinada.....	79
Figura 6.11: Carga aplicada x escorregamento para diferentes tipos de malha empregados.....	80
Figura 6.12: Carga aplicada x escorregamento.....	80
Figura 6.13: Estado de tensões no concreto: (a) Fissuração longitudinal em diferentes estágios de carregamento e, (b) Distribuição de tensão de corte no concreto.....	82
Figura 6.14: Malha de elementos finitos.....	83
Figura 6.15: Tensão de aderência média x escorregamento.....	83
Figura 6.16: Geometria do corpo de prova e malha adotada para análise numérica.....	84
Figura 6.17: Tensão de aderência média x escorregamento.....	85
Figura 6.18: Tensão de aderência média x escorregamento.....	86
Figura 6.19: Fissuração longitudinal: (a) Sem confinamento, (b) $P_t = 10$ MPa e, (c) $P_t = 31$ MPa.....	87
Figura 6.20: Espaço de tensões para o teste P0.....	87
Figura 6.21: Carga aplicada x escorregamento sem pressão de confinamento.....	88

Figura 6.22: Resultados numéricos com e sem a aplicação de pressão de confinamento.....	89
Figura 6.23: Resultados numéricos da análise do efeito da pressão externa no modo de falha da aderência.....	90
Figura 6.24: Geometria do corpo de prova e malha adotada para análise numérica.....	91
Figura 6.25: Tensão de aderência média x escorregamento. Comparação entre o comportamento da barras lisa e barra nervurada.....	92
Figura 6.26: Resultados da análise: (a) Verderame et al. (2009) e, (b) Feldman e Bartlett (2005).....	93
Figura 6.27: Geometria da viga.....	94
Figura 6.28: Curva carga aplicada x abertura obtida.....	95
Figura 6.29: Deformada final.....	95
Figura 6.30: Geometria da viga.....	96
Figura 6.31: Curva carga aplicada x escorregamento.....	97
Figura 6.32: Deformada final.....	97
Figura 6.33: Configuração e malha empregada na análise.....	98
Figura 6.34: Deformadas: (a) Liu e Borja (2009); (b) Modelo PPR com atrito; (c) Modelo PPR sem atrito.....	99
Figura 6.35: Deformadas: (a) Liu e Borja (2009); (b) Modelo PPR com atrito; (c) Modelo PPR sem atrito.....	99
Figura 6.36: Geometria do corpo de prova.....	100
Figura 6.37: Distribuição da força no aço ao longo da peça.....	101
Figura 6.38: Distribuição da tensão de aderência ao longo da interface aço-concreto....	103
Figura 6.36: Distribuição da força no aço ao longo da peça na condição de aderência perfeita.....	104

LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1: Modelos potenciais e respectivas relações coesivas.....	58
Tabela 6.1: Dados do concreto utilizado na análise.....	72
Tabela 6.2: Dados do concreto utilizado na análise para os diferentes níveis de confinamento.....	84
Tabela 6.3: Dados do concreto utilizado na análise.....	92
Tabela 6.4: Propriedades utilizadas na análise numérica.....	94
Tabela 6.5: Propriedades utilizadas na análise numérica.....	96
Tabela 6.6: Propriedades dos materiais utilizados na análise.....	100

LISTA DE SÍMBOLOS

- \mathbf{dt} : Vetor de incremento das tensões da interface
- \mathbf{du} : Vetor de incremento do deslocamento (elástico + plástico)
- \mathbf{du}^e : Vetor de incremento do deslocamento elástico
- \mathbf{du}^p : Vetor de incremento do deslocamento plástico
- \mathbf{t} : Vetor de tensões da interface
- \mathbf{t}^{corr} : Vetor das tensões corrigidas da interface
- \mathbf{t}^e : Vetor de tensões elásticas da interface
- $\mathbf{t}^{t+\Delta t}$: Vetor das tensões finais da interface
- \mathbf{u} : Vetor de deslocamentos da interface
- t_n : Tensão normal na interface
- t_t : Tensão tangencial da interface
- t_n^{corr} : Tensão normal corrigida da interface
- t_t^{corr} : Tensão tangencial corrigida da interface
- t_n^e : Tensão normal elástica da interface
- t_t^e : Tensão tangencial elástica da interface
- $t_n^{t+\Delta t}$: Tensão normal final da interface
- $t_t^{t+\Delta t}$: Tensão tangencial final da interface
- u_n : Deslocamento normal da interface
- u_t : Deslocamento tangencial da interface
- u_n^e : Deslocamento normal elástico da interface
- u_t^e : Deslocamento tangencial elástico da interface
- u_n^p : Deslocamento normal plástico da interface

u_i^p : Deslocamento tangencial plástico da interface

\mathbf{K} : Matriz de rigidez elástica da interface

K_{11} : Rigidez elástica da interface

K_{12} : Rigidez elástica da interface

K_{22} : Rigidez elástica da interface

$d\lambda$: Multiplicador plástico incremental

ν : Coeficiente de Poisson

\mathbf{B} : Vetor de forças de volume

\mathbf{F} : Vetor de forças aplicadas no contorno Γ^F

\mathbf{F}_{ext} : Vetor de forças externas

\mathbf{F}_{int} : Vetor de forças internas

\mathbf{U} : Vetor de deslocamentos ao longo do volume do corpo

Γ^F : Contorno de aplicação das forças

Γ^T : Contorno da fissura

Γ^U : Contorno onde estão aplicados os deslocamentos prescritos e restrições

Ω : Volume do corpo em estudo

F_1 : Função que descreve o atrito

F_2 : Função que descreve o limite superior da falha por arrancamento

G : Função potencial plástico

H : Parâmetro de amolecimento

η : Parâmetro da função potencial plástico G

f_a : Função que representa a adesão química

μ : Coeficiente de atrito

μ^* : Coeficiente de atrito corrigido

e : Raio correspondente a profundidade das fissuras longitudinais

c : Parâmetro que descreve a variação da tensão no concreto

c_y : Cobrimento mínimo de concreto

ϕ : Diâmetro da barra

d : Variável interna de dano

E_c : Módulo de elasticidade do concreto

f_c : Resistência à compressão cúbica do concreto

f_t : Resistência à tração do concreto

P : Carga Aplicada

P_t : Pressão transversal externa

α : Ângulo de inclinação das nervuras em relação ao eixo longitudinal da barra

β : Ângulo entre as normais das superfícies F_1 e F_2

σ_t : Tensão circunferencial de tração no concreto

$\bar{\sigma}_t$: Valor médio da tensão de tração circunferencial

σ_t^N : Tensão circunferencial de tração nos N nós dos elementos finitos de concreto

N : Número de nós dos elementos finitos de concreto ao longo do comprimento l

l : Comprimento característico onde σ_t^N é calculada

l_k : Distância média entre nervuras

l_b : Comprimento aderente

s_{ij} : Tensões desviadoras de Cauchy

f_y : Tensão de escoamento do aço

A : Área das nervuras

Φ_n : Energia de fratura do material em modo I

Φ_t : Energia de fratura do material em modo II

δ_n : Abertura normal final da interface

- δ_t : Abertura tangencial final da interface
- δ_{nc} : Abertura normal crítica da interface
- δ_{tc} : Abertura tangencial crítica da interface
- σ_{\max} : Tensão coesiva normal máxima
- τ_{\max} : Tensão coesiva tangencial máxima
- $\bar{\delta}_n$: Abertura normal final conjugada da interface
- $\bar{\delta}_t$: Abertura tangencial final conjugada da interface
- Γ_n : Constante de energia na direção normal
- Γ_t : Constante de energia na direção tangencial
- m : Expoente adimensional na direção normal
- n : Expoente adimensional na direção tangencial
- α' : Parâmetro de forma na direção normal
- β' : Parâmetro de forma na direção tangencial
- k_n : Rigidez normal
- k_t : Rigidez tangencial
- λ : Parâmetro adimensional
- t_f : Parcela da tensão coesiva tangencial correspondente ao atrito
- \dot{u}_t : Escorregamento incremental
- ε : Deformação
- τ_b : Tensão de aderência (igual a t_t)
- τ_0 : Tensão de aderência química
- τ_A : Tensão a partir da qual surgem as primeiras fissuras internas
- τ_B : Tensão a partir da qual barras lisas podem ser completamente arrancadas e barras nervuradas, sem confinamento, explodem o concreto a por fendilhamento

τ_{bu} : Tensão de aderência máxima

τ_{br} : Tensão de aderência de ruptura (residual)

σ : Tensões de Cauchy

σ_s : Tensões na armadura

σ_x : Tensão longitudinal de tração no concreto

h : Altura da nervura

f_r : Área relativa da nervura

s_r : Distância entre fissuras principais

$s_{r,\min}$: Distância mínima entre fissuras principais

RESUMO

BRISOTTO, D.S. **Um modelo elasto-plástico para a análise da aderência em peças de concreto armado.** 2011. Tese de Doutorado – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, UFRGS, Porto Alegre.

A transferência de tensões por aderência entre o concreto e as barras de aço da armadura, em peças de concreto armado, é um fenômeno complexo e influenciado por vários fatores. Muitos estudos têm sido desenvolvidos ao longo dos anos em relação a este assunto, porém poucos modelos são capazes de reproduzir de forma satisfatória o fenômeno físico. Neste trabalho, para a representação do fenômeno da aderência, é proposto um modelo de interface bidimensional, onde ambos o concreto e a armadura são tratados como contínuos, e a interação mecânica entre os materiais é levada em conta indiretamente através de uma homogeneização da interface. Utilizando a teoria elasto-plástica, superfícies de ruptura são explicitamente definidas para representar os modos de falha da aderência (arrancamento, fendilhamento, e escoamento do aço). Assim, a relação tensão de aderência x escorregamento é obtida automaticamente como resultado da análise, ao invés de ser um dado de entrada, como nos modelos usuais. A degradação da aderência é definida em função do espaçamento entre as nervuras e, assim, o modelo pode ser aplicado para barras de diferentes diâmetros. Além disso, para a correta caracterização da ruptura por fendilhamento, as tensões de aderência são consideradas dependentes também das condições do concreto no entorno da barra, tornando a formulação da interface não-local. Com esta abordagem, é possível reproduzir o efeito da presença de confinamento externo no mecanismo de aderência de forma satisfatória. Como resultado, com poucos parâmetros de entrada, o modelo é capaz de capturar a transição entre os modos de falha da aderência, com a vantagem de permitir um melhor entendimento do processo de falha sem a discretização explícita das nervuras. Para a representação da fissuração macroscópica do concreto, um modelo de fratura discreta foi implementado, o qual tem a vantagem de permitir uma reprodução mais detalhada do processo de falha no concreto armado do que modelos de fissura distribuídas. O modelo foi implementado no Método dos Elementos Finitos e os resultados numéricos mostram que o mesmo é capaz de capturar de forma satisfatória os modos de falha da aderência.

Palavras-chave: Concreto Armado; Aderência; Método dos Elementos Finitos; Plasticidade.

ABSTRACT

BRISOTTO, D.S. **An Elasto-Plastic Model for Analysis of Bond in Reinforced Concrete.** 2011. Tese de Doutorado – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, UFRGS, Porto Alegre.

The bond mechanism between deformed bars and concrete is a complex phenomenon, influenced by many parameters. Many models have been developed over the years regarding this subject, but only a few have satisfactorily reproduced the physical phenomenon.

In this work, to simulate the bond behavior, we propose a two-dimensional interface model where both concrete and steel are treated as continuous and the mechanical interlocking between the two materials is indirectly taken into account through a homogenization scheme. Employing the elasto-plastic constitutive model, yield surfaces are explicitly defined to represent the splitting and pullout failures. Consequently, the bond-slip relationship is obtained through analysis, rather than being input to the model. Damage in the interface is defined as a function of the rib spacing, so the model can be applied to different bar diameters.

In order to capture the degradation of the bond due to the splitting of cracks along the axis of the bar, a non-local correction is introduced. This process is non-local in the sense that bond stresses at one particular point of the interface is, in fact, dependent of the conditions of the concrete surrounding the bar. Employing this approach, it is also possible to reproduce the confinement effect of the surrounding structure satisfactorily. The model is able to capture the transition from splitting, to pull-out, and to yielding of steel with the same set of pre-defined interface parameters, which demonstrates the predictive character of the model. The model is also coupled with a discrete fracture model in order to capture the development of primary cracks. Comparisons with experiments show a good agreement in all cases.

Keywords: Reinforced Concrete; Bond; Finite Element Method; Plasticity.

1 INTRODUÇÃO

1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

O concreto é um material que apresenta alta resistência à compressão, porém, apresenta baixa resistência à tração (cerca de 10 % da sua resistência à compressão). Desta forma, a disposição conveniente de barras de aço nos elementos de concreto aumenta a resistência à tração e, conseqüentemente, a capacidade de carga da estrutura, dando então origem ao chamado “concreto armado”.

A premissa básica para o bom desempenho de peças de concreto armado é a existência da aderência entre o aço e o concreto, a qual permite que ambos os materiais resistam solidariamente aos esforços a que forem submetidos. É esta propriedade que possibilita a transferência de esforços entre os materiais e a compatibilidade de deformações entre eles e, ainda, serve para impedir o escorregamento da armadura nos segmentos entre fissuras, limitando a abertura dessas.

A aderência entre concreto e barras de aço deixa de ser perfeita quando acontece a degradação do concreto em torno das barras, mudando o comportamento da estrutura. Nesta situação, dois processos distintos de dano podem ser identificados. O primeiro ocorre quando o concreto na vizinhança das barras não é suficientemente confinado, causando o fendilhamento da peça. Basicamente este processo é causado por fissuras radiais que se propagam em direção à superfície da peça, reduzindo o engrenamento mecânico entre as nervuras das barras e o concreto adjacente. O segundo tipo de dano ocorre quando um bom nível de confinamento é provido, sendo causado por esmagamento do concreto entre nervuras. Neste caso, o processo é completado quando o concreto entre nervuras é completamente cisalhado, levando ao arrancamento da armadura.

O estudo da aderência entre o aço e o concreto tem sido de interesse de diversos pesquisadores desde o início da utilização do concreto armado. Entretanto, foi a partir da década de 40 que as pesquisas sobre o comportamento da ligação aço-concreto cresceram substancialmente. Através de ensaios experimentais e análises teóricas, pesquisadores tentam

entender e explicar de uma forma mais realista o fenômeno, com o objetivo de desenvolver métodos e modelos para serem aplicados na análise comportamental e no projeto de estruturas. Entre os trabalhos clássicos da literatura podemos citar as publicações de Watstein (1941), Clark (1949), Mains (1951), Rehm (1961), Lutz e Gergely (1967), Goto (1971), Orangun *et al.* (1977), Leonhardt e Momming (1977), Tepfers (1973, 1979), entre outros. Estes trabalhos serviram de grande fonte de conhecimento para o que se sabe nos dias de hoje sobre a aderência. Na literatura nacional podemos citar, por exemplo, os trabalhos de Fernandes (2000), Aurich e Campos Filho (2003), Almeida Filho (2006) e Marins Neto (2007), Ducatti (1993, 2001), entre outros, dedicados ao estudo do fenômeno da aderência.

Entretanto, em função do grande número de dificuldades teóricas e experimentais, o problema da aderência em peças de concreto armado é um dos tópicos mais difíceis no estudo do comportamento do concreto armado e ainda não está completamente entendido. Vários fatores (resistência à compressão do concreto, nível de confinamento, diâmetro e acabamento superficial das barras) interferem na ligação aço-concreto, tornando a aderência um fenômeno muito complexo.

Considerando a análise via métodos dos elementos finitos do fenômeno da aderência, que é o enfoque deste trabalho, a hipótese de aderência perfeita entre a armadura e o concreto é freqüentemente assumida, como por exemplo, em d'Avila (2003), Machado *et al.* (2007) etc. Porém, para uma análise mais detalhada de membros estruturais, o mecanismo de transferência de tensões entre esses materiais deve ser levado em conta de uma forma mais precisa. Os modelos de aderência têm sido desenvolvidos, em função do objetivo da análise, em diferentes escalas. De acordo com Cox e Herrmann (1998), estes modelos podem ser genericamente desenvolvidos em três diferentes escalas: escala das nervuras (*rib-scale*), escala da barra (*bar-scale*) e escala do membro estrutural (*member-scale*). Nos modelos denominados *rib-scale* as nervuras das barras de armadura são explicitamente discretizadas, sendo este tipo de modelo melhor indicado quando o objetivo da análise é um estudo microscópico do comportamento da interface aço-concreto (Rots, 1989). No outro extremo estão os modelos chamados *member-scale* onde a armadura é modelada como um elemento unidimensional e a aderência é representada por uma simples relação entre a tensão tangencial e o escorregamento (d'Avila, 2003). Em um nível intermediário estão os modelos *bar-scale* onde tanto o concreto quanto a armadura são tratados como contínuos e a interação mecânica entre os materiais é levada em conta indiretamente através de uma homogeneização da

interface. Neste caso, normalmente considera-se que a tensão de aderência depende somente do escorregamento, e estipula-se a priori a relação tensão de aderência x escorregamento dependendo, entre outros fatores, das condições de confinamento da estrutura (Tassios, 1979; Eligehausen et al., 1983; Yankelevsky, 1985; Lowes et al., 2004; Jendele e Cervenka, 2006; Harajli, 2007; etc).

Mais recentemente estes modelos de interface se sofisticaram e passaram a considerar também o efeito das tensões normais na aderência. Trabalhos desenvolvidos por Akesson (1993), Cox (1994), Cox e Herrmann (1998) e por Lundgren e Gylloft (2000) são considerados pioneiros nesta abordagem. Segundo estes autores, a transição entre os modos de falha pode ser capturada automaticamente, o que torna suas metodologias mais preditivas que aquelas onde a relação tensão de aderência x escorregamento é definida a priori. Além disto, no modelo de Lundgren-Gylloft (Lundgren e Gylloft, 2000), superfícies de escoamento são explicitamente definidas para os dois modos de falha (arrancamento e fendilhamento), sendo a formulação mais completa e direta em nosso entender. Por esta razão decidimos usá-la no presente trabalho. Contudo, no modelo Lundgren-Gylloft, para caracterizar a ruptura da aderência por fendilhamento é necessário o emprego de um modelo de fissura distribuído. No modelo apresentado neste trabalho, isto não é necessário, pois tensões de aderência são consideradas dependentes também das condições do concreto no entorno da barra, tornando a formulação da interface não-local. Para a representação da fissuração macroscópica do concreto, um modelo de fratura discreta foi implementado, o qual tem a vantagem de permitir uma reprodução mais detalhada do processo de falha no concreto armado do que modelos de fissura distribuídas.

1.2 OBJETIVO DO TRABALHO

Considerando o exposto no item anterior, o objetivo deste trabalho é apresentar um modelo de transferência de tensões entre o aço e o concreto que seja capaz de capturar automaticamente os mecanismos de falha da aderência (arrancamento e fendilhamento). Utilizando a teoria elasto-plástica, superfícies de escoamento são explicitamente definidas para os dois modos de falha da aderência e, como resultado, a relação *tensão de aderência x escorregamento* é obtida automaticamente pelo modelo. Além disso, para capturar o efeito da fissuração radial que ocorre na interface em virtude do fendilhamento, não se faz necessária a aplicação de um

modelo de fissura distribuída, uma vez que o estado de tensões no concreto ao redor da barra de aço é capturado e incorporado na lei da interface indiretamente.

Este projeto, além do desenvolvimento do modelo de aderência entre o aço concreto, também tem como objetivo a implementação de um modelo coesivo de fratura capaz de capturar a fissuração macroscópica do concreto. Esta etapa da pesquisa foi realizada durante o período de doutorado-sanduíche realizado na University of Illinois at Urbana-Champaign nos EUA, sob a supervisão do Prof. Gláucio Paulino. O modelo implementado é uma extensão do modelo denominado PPR, desenvolvido originalmente por Park et al. (2009).

Neste contexto, os objetivos específicos deste trabalho são os seguintes:

- desenvolvimento de um modelo capaz de reproduzir automaticamente os principais mecanismos do fenômeno da aderência, verificando sua aplicabilidade através de exemplos numéricos e comparações com resultados experimentais;
- implementação de um modelo de fissuração e sua calibração ao uso do concreto armado;
- avaliar efeitos da malha de elementos finitos nas experimentações numéricas;
- verificar a capacidade desta metodologia de caracterizar a falha da aderência em peças de concreto armado com diferentes diâmetros da barra de armadura;
- estudo do problema da aderência tanto no caso de barras nervuradas como no caso de barras lisas;
- análise do problema da aderência e fratura do concreto armado em uma escala mais refinada que o usual, permitindo um melhor entendimento do fenômeno e das variáveis envolvidas;

1.3 CONTRIBUIÇÕES ESPERADAS

Entre as contribuições do modelo de aderência aço-concreto aqui proposto podemos citar:

- a) proposição de um modelo de interface não-local capaz de capturar o efeito da fissuração longitudinal no concreto;
- b) generalização do modelo Lundgren-Gylltoft para diversos diâmetros de barras de aço;

c) aplicação do modelo PPR para a consideração da fissuração macroscópica do concreto (fissuras primárias ou principais) acoplado ao modelo de aderência para a interface aço-concreto.

1.4 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

O presente trabalho foi organizado em 6 capítulos. Inicialmente, no capítulo 1, é feita a apresentação do tema da pesquisa, bem como da relevância do trabalho, objetivos e resultados esperados. No capítulo 2 são apresentados os conceitos básicos sobre o fenômeno da aderência, incluindo os principais mecanismos envolvidos, modos de ruptura e principais fatores que influenciam o fenômeno. No capítulo 3 é feita a descrição do modelo de aderência desenvolvido e sua implementação via método dos elementos finitos. No capítulo 4 é detalhado o modelo de fissuração macroscópica utilizado. O capítulo 5 é destinado à descrição da implementação via Método dos Elementos Finitos. No capítulo 6 são apresentados os resultados alcançados na pesquisa. Por último, no capítulo 7, são elencadas as conclusões do presente trabalho e as sugestões para trabalhos futuros.

2 COMPORTAMENTO DA ADERÊNCIA

Neste capítulo é apresentada uma introdução teórica ao fenômeno da aderência em estruturas de concreto armado. Primeiramente, é feita uma abordagem geral sobre a aderência entre o aço e o concreto, apresentando os principais mecanismos de transferência de tensões entre os materiais. Em seguida é efetuada uma descrição sobre os modos de ruptura da aderência e, por último, apresentados os principais fatores que influenciam o fenômeno.

Cabe salientar que não é o objetivo deste capítulo realizar uma descrição minuciosa do fenômeno da aderência uma vez que outros trabalhos, como Fusco (1995) e FIB (2000) Bulletin n.10, apresentam uma ampla revisão bibliográfica sobre o assunto. Desta forma, o objetivo deste capítulo é apresentar uma síntese dos aspectos considerados mais importantes para a compreensão do fenômeno da aderência em estruturas de concreto armado e, ao mesmo tempo, relevantes para o entendimento do modelo proposto.

2.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

O concreto armado é um material que tem seu comportamento estrutural primordialmente dependente da aderência entre o concreto e a armadura. É esta propriedade que garante a transferência de esforços entre os materiais e a compatibilidade de deformações entre eles. Os elementos estruturais de concreto armado são solicitados simultaneamente à compressão e tração. O concreto e a armadura apresentam as mesmas deformações até que a tensão limite no concreto seja atingida. Após este valor, nas regiões onde predominam as tensões de tração, a aderência impede o deslocamento relativo entre os dois materiais. Esta ação solidária entre os materiais é o que caracteriza o concreto armado e o define como um material estrutural. No entanto, a nível local existem descontinuidades como fissuras e, conseqüentemente, deslocamentos relativos entre a armadura e o concreto. Como destaca Fernandes (2000), uma das principais contribuições da aderência para o concreto é garantir uma boa capacidade de utilização da estrutura, através da limitação da abertura das fissuras e uma melhor distribuição dessas ao longo da peça. Com isso, é possível evitar flechas excessivas e rupturas localizadas.

A forma usual de consideração da transferência de esforços entre os dois materiais é através da definição de uma “tensão de aderência” e de sua distribuição ao longo da interface. A relação tensão de aderência versus escorregamento, a qual representa a variação da tensão tangencial que surge entre a superfície da barra e o concreto com relação ao deslocamento relativo entre eles, é adotada para quantificar a eficiência da ligação concreto/armadura.

2.2 MECANISMOS DA ADERÊNCIA

Pode-se dizer que o fenômeno da aderência envolve dois aspectos principais: o mecanismo de transferência de força entre a barra de aço e o concreto adjacente e a capacidade do concreto de resistir a essa força. Vários trabalhos, entre eles Eligehausen et al (1983) e ACI Committee 408 (1991), afirmam que esta transferência de forças entre os materiais é resultado de três mecanismos distintos: a adesão química, o atrito e a aderência mecânica.

A aderência por adesão caracteriza-se por uma resistência à separação de dois materiais. Esta parcela provém do processo físico-químico desenvolvido na interface concreto-aço durante as reações de pega do cimento, e seu valor também depende da rugosidade e da limpeza da superfície das armaduras. Este efeito nunca age isoladamente e é ainda estritamente difícil de mensurá-lo, pois não é suficiente para garantir a ligação entre os materiais. Para pequenos deslocamentos relativos entre a barra de armadura e o concreto essa ligação é destruída.

A parcela relativa ao atrito surge quando há a tendência de deslocamento relativo entre os dois materiais, depois que é rompida a aderência por adesão. Esta parcela depende do coeficiente de atrito entre as superfícies do aço e do concreto, dado em função da rugosidade superficial da barra, e da existência de forças de compressão transversais à armadura, que podem surgir devido à retração do concreto ou por ações externas (figura 2.1). A barra de aço ao restringir as deformações do concreto origina uma pressão transversal que é exercida pelo concreto sobre a barra. Além da retração, a presença de confinamento externo aplicado transversalmente à barra aumenta essa parcela de aderência, que pode ser determinada a partir de testes de arrancamento.

Alguns autores, como Lutz e Gergeley (1967), consideram que esta parcela da aderência só existe para barras lisas. Eles argumentam que para barras nervuras esta parcela não se desenvolve devido à presença das nervuras que são imediatamente solicitadas quando a

adesão é perdida. Entretanto, a maioria dos pesquisadores admite que esta parcela exista, pelo menos teoricamente, para todas as configurações superficiais das barras.

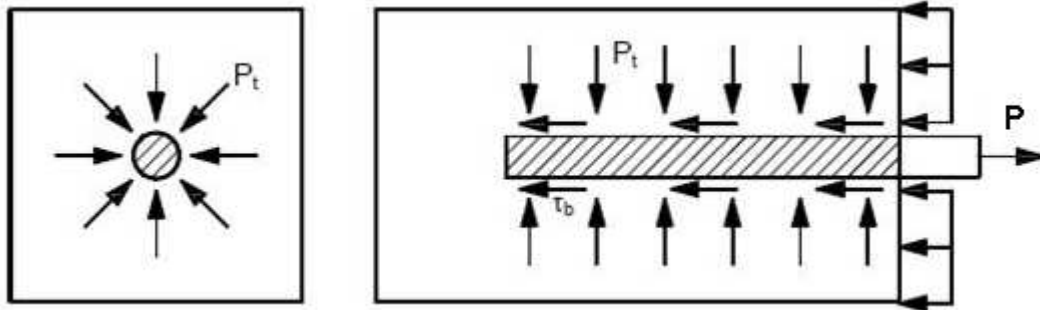


Figura 2.1: Aderência por atrito [Fusco, 1995].

A terceira componente da aderência, a aderência mecânica, é devida à conformação superficial das barras. Nas barras de alta aderência as nervuras criam consoles no concreto, levando ao surgimento de forças concentradas de compressão perpendiculares às faces das nervuras no instante em que a barra é tracionada (ou comprimida) e tende a deslizar (figura 2.2). Estas forças levam a microfissuração e ao esmagamento do concreto na região das nervuras. Com o aumento do escorregamento, as forças de atrito presentes sofrem rápida redução, tornando a aderência mecânica a principal responsável pela aderência de barras nervuradas. Nota-se ainda, que mesmo em barras lisas, onde a aderência depende primordialmente da adesão química e do atrito, existe o efeito da aderência mecânica, em menor escala, devido às irregularidades superficiais decorrentes do processo de laminação. Para este tipo de barra, a aderência por atrito e a aderência mecânica praticamente se confundem. Segundo Rehm (1961), o valor da resistência de aderência mecânica depende da forma e da inclinação das nervuras, da altura a e da distância livre entre elas.

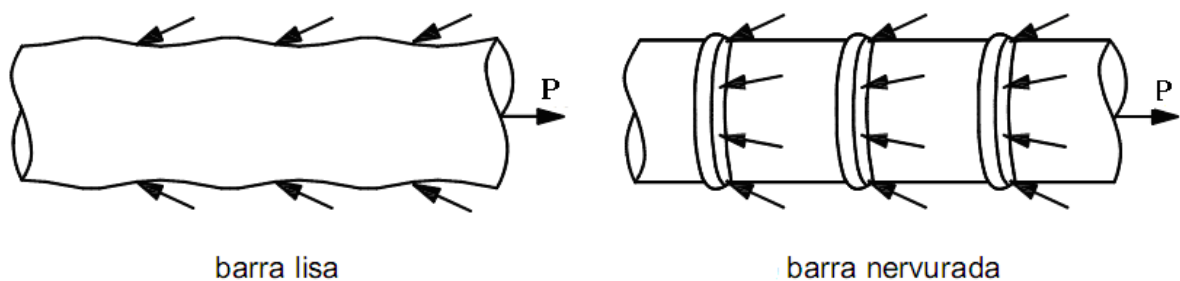


Figura 2.2: Aderência mecânica [Fusco, 1995].

De acordo com Fusco (1995), a separação da aderência nas três parcelas acima descritas é meramente teórica, não sendo possível determinar cada uma delas isoladamente. Além disso,

a aderência entre uma barra de aço e o concreto que a envolve tem o seu valor fortemente influenciado pela retração, pela fluência e pela fissuração do concreto. Desse modo, por meio de ensaios são determinados valores médios globais de aderência, que são suficientes para efeito de projeto.

2.3 MODOS DE RUPTURA

A destruição da aderência é um processo que geralmente está associado a um determinado estado de deformação e fissuração. Dependendo da forma da interação entre a barra de aço e o concreto, os modos de ruptura da aderência podem ser classificados, de acordo com FIB (2000) Bulletin n.10, em dois grandes grupos: ruptura por arrancamento direto da barra (pullout em inglês) e por fendilhamento do cobrimento do concreto (splitting em inglês). Em linhas gerais, o arrancamento ocorre quando o nível de confinamento na estrutura é tal que ocorre o corte e o esmagamento do concreto entre as nervuras e, assim, o arrancamento da barra de aço. Já a ruptura por fendilhamento ocorre quando o confinamento da estrutura é insuficiente, levando a fissuração longitudinal da peça.

Quando a barra de aço é tracionada e tende a deslizar, a interação entre as nervuras e o concreto gera forças de compressão perpendiculares às faces das nervuras, que permitem continuar a transferência de forças entre o concreto e o aço. Estas forças inclinadas podem ser decompostas em uma componente tangencial (tensão de aderência) e uma componente normal (tensão normal/radial), conforme a figura 2.3.

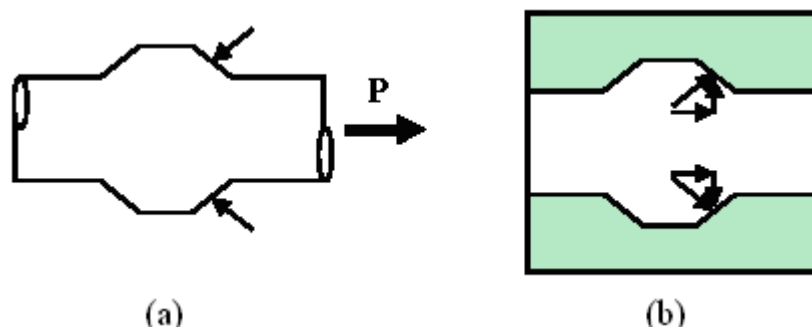


Figura 2.3: Tensões entre a barra de armadura e o concreto adjacente.
(a) Tensão na barra e (b) Tensão no concreto e suas componentes.

Como demonstrado por Tepfers (1973), estas tensões normais originam uma pressão no concreto ao redor da barra e levam ao surgimento de tensões de tração circunferenciais (figura

2.4). Se esta tensão circunferencial exceder a resistência à tração do concreto, fissuras longitudinais aparecem na peça, tornando esta região microfissurada e sujeita ao fendilhamento paralelo ao eixo da armadura, como mostra a figura 2.5. Outro tipo de fissuras que também podem ocorrer relacionadas ao mecanismo de aderência são as microfissuras transversais, também chamadas de fissuras de aderência (ver figura 2.6). De acordo com Goto (1971), estas fissuras têm origem no topo das nervuras e ocorrem devido à pressão local em frente às nervuras.

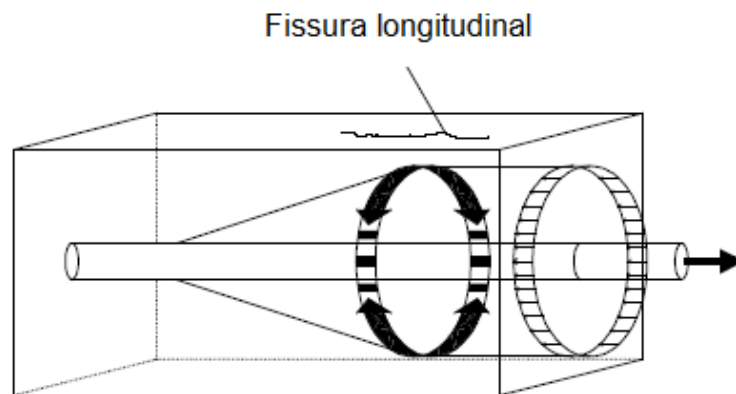


Figura 2.4: Representação esquemática das tensões circunferenciais resultantes da aderência [Tepfers, 1973].

Se não houver um confinamento adequado, a fissuração longitudinal tende a se propagar em direção às bordas, levando a perda da tensão normal e, conseqüentemente, perda da capacidade de transferência de tensões entre o aço e o concreto. A ruptura por fendilhamento é brusca e normalmente ocorre sem aviso prévio, resultando em valores de tensão última de aderência inferiores aos obtidos em rupturas por arrancamento. De acordo com Choi e Lee (2002), este é o tipo de falha mais comum em barras nervuradas.

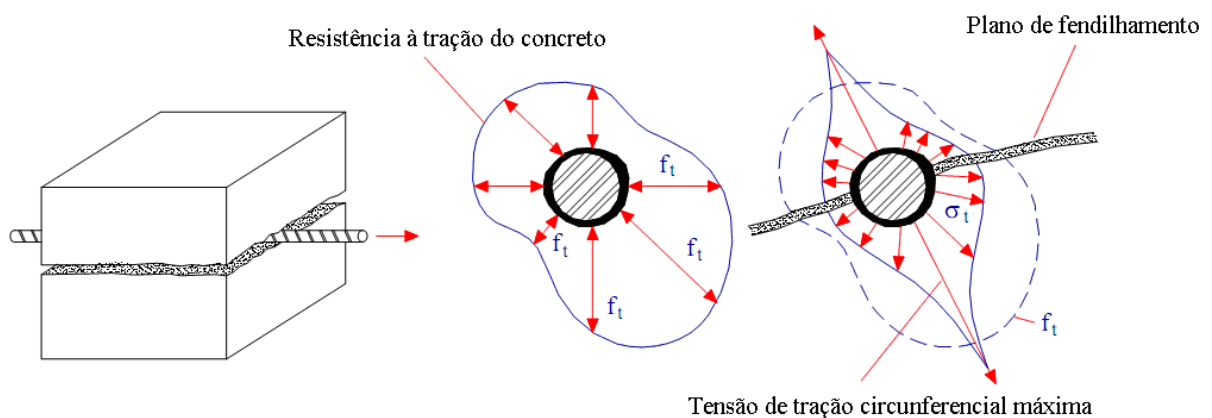


Figura 2.5: Fendilhamento longitudinal do concreto [Fusco, 1995].

Por outro lado, quando o concreto ao redor da armadura é bem confinado, seja pela presença de armadura transversal, cobertura grande o suficiente ou pressão transversal externa, ocorre o corte e o esmagamento do concreto entre nervuras, levando ao arrancamento da barra de aço. Segundo Ducatti (1993) e Castro (2002), este modo de ruptura está relacionado, principalmente, à resistência do concreto e à geometria das nervuras. Este tipo de falha da aderência é classificada como dúctil e representa o limite superior da capacidade de aderência.

Fusco (1995) salienta que a ruptura da aderência não se dá por simples deslizamento da barra de aço dentro do concreto, uma vez que os esforços mobilizados pela aderência criam uma região microfissurada no concreto. Dessa forma, somente ocorreria o arrancamento da barra por simples processo de deslizamento progressivo se houvesse a pulverização de todo o material existente entre as nervuras. Nas barras lisas, esse processo é facilitado por serem muito pequenas as irregularidades da superfície, mas nas barras nervuradas isso somente será possível quando o fendilhamento longitudinal do concreto for impedido. A figura 2.6 mostra esquematicamente as fissuras longitudinais e transversais decorrentes do fenômeno da aderência, bem como as curvas tensão de aderência x escorregamento típicas para cada modo de ruptura.

Outra situação que também pode ocorrer é a ruptura por escoamento do aço, caso o comprimento de ancoragem seja suficiente. Devido ao efeito Poisson, a contração da barra de aço aumenta drasticamente no escoamento, ocorrendo a perda da tensão normal e, conseqüentemente, perda da capacidade de transferência de tensões. Neste caso, o escoamento ocorre antes que seja atingida a capacidade resistente da ligação, ou seja, a aderência entre os dois materiais excede o limite de escoamento do aço. Esta situação pode ser considerada como um caso particular de fendilhamento.

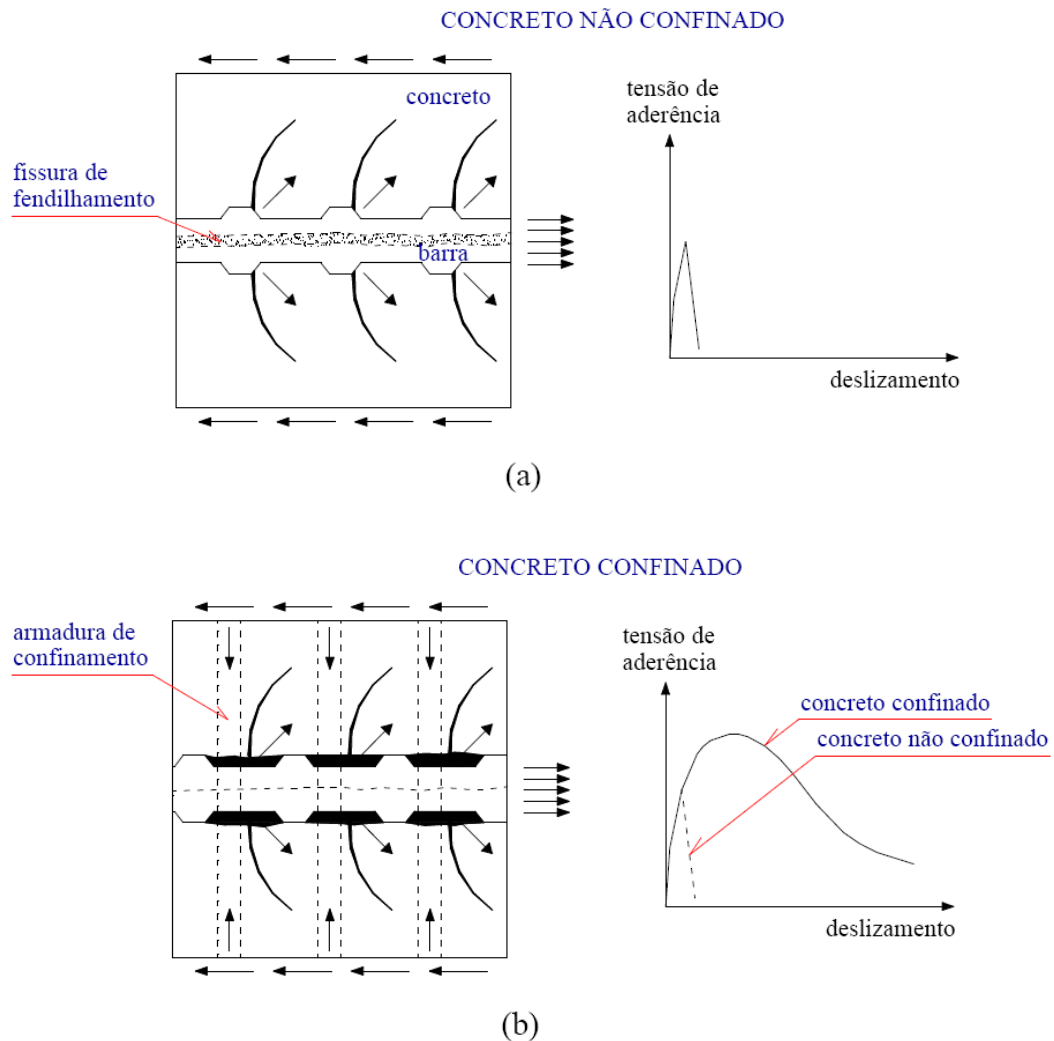


Figura 2.6: Ruptura da aderência por: (a) fissuração por fendilhamento em concreto não-confinado; (b) arrancamento em concreto confinado [Fernandes, 2000].

Deve-se lembrar que somente em ensaios experimentais é possível estudar separadamente esses modos de ruptura. Em estruturas reais é provável que ocorra fendilhamento em maior ou menor intensidade. Em situações de projeto, os modos de ruptura são mais complexos, podendo ser definido, segundo Castro (2002), da seguinte forma:

- a. Ruptura por arrancamento com ou sem fendilhamento parcial do concreto: Neste caso as fissuras de fendilhamento não são visíveis. Isto ocorre sob alto grau de confinamento e/ou grande cobertura de concreto.
- b. Ruptura por arrancamento induzido pelo fendilhamento total ou parcial: Aqui as fissuras de fendilhamento são visíveis. Este modo de ruptura ocorre sob confinamento moderado e/ou

limitado cobrimento de concreto, onde o cisalhamento do concreto entre nervuras é acompanhado pelo deslizamento entre o concreto e o aço nas faces das nervuras.

c. Ruptura provocada pelo fendilhamento do cobrimento de concreto: Esta situação ocorre onde não há confinamento e/ou com limitado cobrimento de concreto.

No caso de barras de armadura lisas, segundo Chana (1990), a ruptura da aderência normalmente se dá por arrancamento após a aderência por adesão e atrito serem perdidas. A ruptura por fendilhamento só irá ocorrer quando a relação entre o cobrimento e o diâmetro da barra for muito pequena (menor que 1).

2.4 CURVAS TENSÃO DE ADERÊNCIA VERSUS ESCORREGAMENTO

Como mencionado no item 2.2, a separação da aderência em três parcelas distintas (adesão, atrito e aderência mecânica) é simplesmente esquemática, não sendo possível determinar cada uma delas isoladamente devido à complexidade dos fenômenos envolvidos. Embora alguns autores apresentem curvas teóricas separando cada um destes mecanismos, o mais conveniente é traçar curvas combinando estes efeitos, e assim, de forma simplificada, um valor único da tensão de aderência resultante da interação entre estes mecanismos é adotado.

Um exemplo é a curva apresentada por Leonhard e Monnig (1977) que compara o comportamento global de barras lisas e nervuradas em uma situação onde a ruptura se dá por arrancamento (figura 2.7). O primeiro trecho da curva, onde se desenvolvem tensões de aderência sem que ocorra escorregamento entre os materiais, corresponde à aderência por adesão. O trecho ascendente, para barras nervuradas, está relacionado à aderência mecânica e possui uma acentuada inclinação na curva. Para as barras lisas, esse trecho é menos íngreme e está relacionado à aderência por atrito. Nos trechos onde a curva é horizontal ou descendente, a aderência foi destruída e a barra desliza com resistência ao atrito insuficiente.

Além desta, outras curvas que descrevem o fenômeno da aderência de forma mais detalhada estão presentes na literatura. Como exemplos podemos citar as curvas apresentadas por Tassios (1979) e pelo FIB (2000) Bulletin n.10.

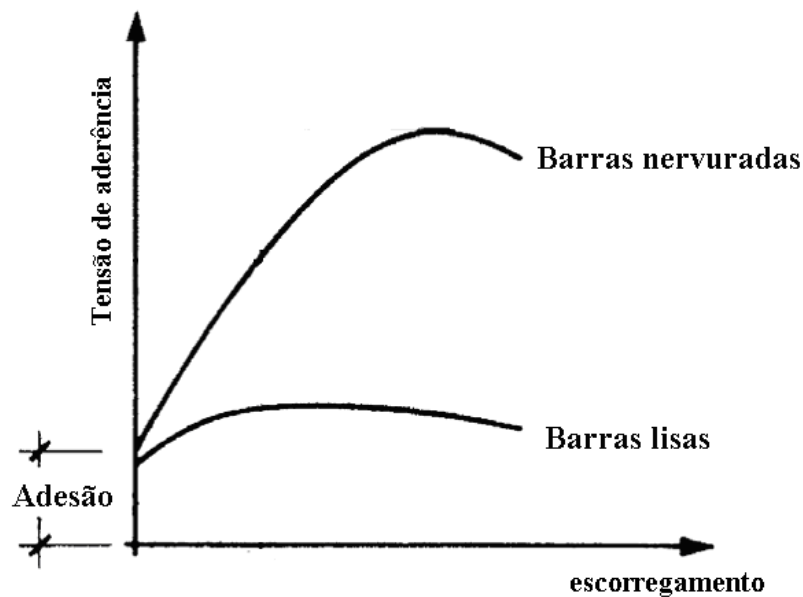


Figura 2.7: Curvas esquemáticas da tensão de aderência x escorregamento para barras lisas e nervuradas [adaptado de Leonhard e Monnig, 1977].

A figura 2.8 apresenta a curva tensão de aderência x escorregamento apresentada por Tassios (1979). Segundo o modelo desenvolvido pelo referido autor, antes da tensão de aderência química, τ_0 , ser atingida, ocorrem escorregamentos extremamente pequenos. Com o aumento do carregamento, a tensão de aderência também aumenta e alcança o nível τ_0 , quando ocorre a ruptura da adesão. Para níveis de carregamento mais altos, há mobilização do engrenamento mecânico, tanto para barras nervuradas quanto para barras lisas. Após a tensão τ_A aparecem as primeiras fissuras transversais (de aderência). A partir desse ponto, a rigidez do concreto é reduzida, caracterizada por uma inclinação menor da curva.

A partir da tensão τ_A inicia-se o processo de fendilhamento e, à medida que o carregamento aumenta, ocorre a propagação destas fissuras longitudinal e radialmente. Com isso há a destruição parcial do engrenamento mecânico e são mobilizadas forças de atrito. Quando o nível de tensão τ_b é atingido, as barras lisas são completamente arrancadas, em virtude da componente de atrito não ser mais suficiente para manter a aderência, deixando um orifício quase intacto no concreto. No caso das barras lisas, ainda existe uma pequena possibilidade de ocorrer o fendilhamento do concreto (ramo BF da curva) quando o cobrimento de concreto for muito pequeno.

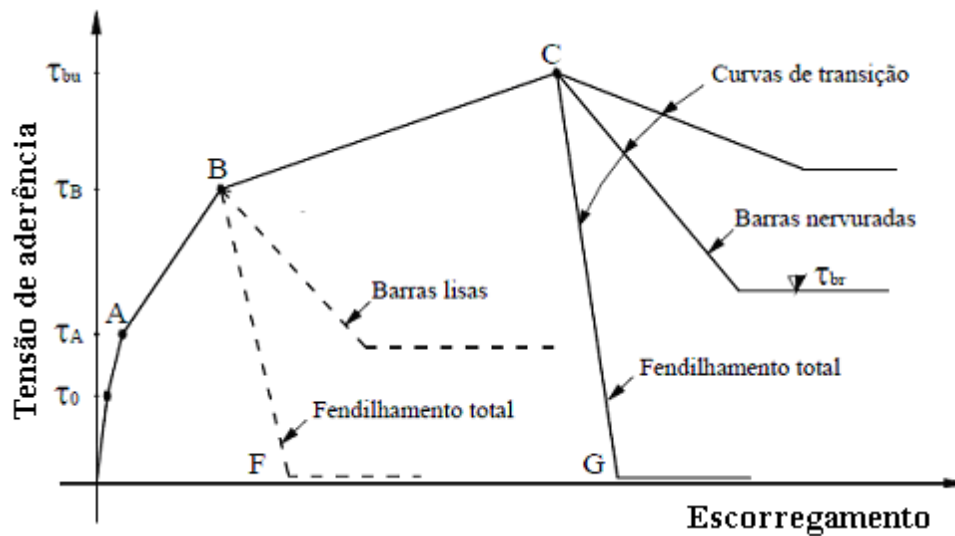


Figura 2.8: Curva teórica tensão de aderência x escorregamento apresentada [Tassios, 1979].

Para barras nervuradas, o engrenamento mecânico é muito maior e somente quando não há confinamento suficiente, o concreto rompe por fendilhamento generalizado (ramo BF da curva). Caso contrário, entre os níveis de tensão τ_B e τ_{bu} , as barras nervuradas apresentam escorregamento crescente devido ao esmagamento do concreto entre nervuras. Quando a tensão τ_{bu} é atingida o único mecanismo remanescente é o atrito. Após o pico do diagrama, ocorre a queda da curva, até certo valor que caracteriza a tensão de aderência residual τ_{br} . Quando o fendilhamento se desenvolve ao longo de todo o cobrimento a tensão residual é quase nula (ramo CG).

2.5 FATORES QUE INFLUENCIAM A ADERÊNCIA

A aderência pode ser afetada por diversos fatores relacionados com as características e propriedades dos materiais que constituem o concreto armado e, também, pelo meio em que a estrutura está inserida. Entre os fatores que afetam a aderência podemos destacar: propriedades do concreto, conformação superficial da barra de aço, cobrimento, presença de armadura transversal, diâmetro da barra, nível de confinamento, características das nervuras, entre outros. A seguir é apresentada uma descrição sucinta dos parâmetros mais relevantes para o modelo de aderência proposto neste trabalho.

2.5.1 Resistência do concreto

A resistência do concreto é um dos fatores que influenciam de forma mais significativa a aderência. De modo geral, quanto maior a resistência mecânica do concreto, maiores serão os esforços de aderência que o concreto poderá suportar na interface. A resistência à compressão do concreto é um fator decisivo quando a falha da aderência se dá por arrancamento. Esta situação, típica de concretos com baixa resistência à compressão, envolve o corte e o esmagamento do concreto em frente às nervuras. Em situações onde ocorre o fendilhamento, o comportamento da aderência é fortemente influenciado pela resistência à tração do concreto. A ruptura por fendilhamento ocorre justamente quando as tensões circunferenciais de tração alcançam ou excedem a resistência à tração do concreto (figura 2.4).

Os resultados obtidos por Soroushian et al. (1991) demonstram que a tensão última de aderência aumenta quase que proporcionalmente com a raiz quadrada da resistência à compressão do concreto (ver figura 2.9(a)). Segundo o Report 408R ACI (2003), esta relação tem se apresentado adequada para concretos de até 55 MPa. Com o aumento da resistência à compressão, esta relação perde força devido à crescente fragilização do concreto. A figura 2.9(b) mostra a influência da resistência à compressão do concreto na tensão última de aderência obtida em um ensaio experimental, onde a falha ocorreu por arrancamento da barra.

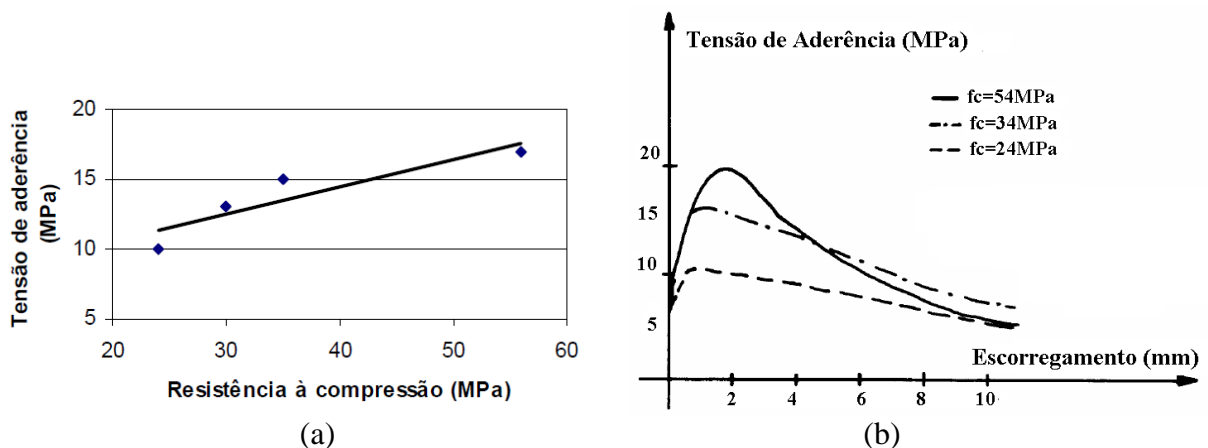


Figura 2.9: Efeito da resistência à compressão na tensão máxima de aderência [Soroushian et al., 1991].

2.5.2 Cobrimento do concreto e espaçamento entre barras

A influência do cobrimento e do espaçamento entre as barras de aço está associada ao nível de confinamento, sendo a utilização de valores adequados essenciais para se evitar a ruptura por fendilhamento. Quanto maior for o cobrimento e o espaçamento entre as barras, maior será o grau de confinamento e, conseqüentemente, maior a tensão de aderência. De acordo com o FIB (2000) Bulletin n.10, sem pressão transversal externa ou sem armadura transversal suficiente, um cobrimento de aproximadamente três vezes o diâmetro da barra parece ser suficiente para admitir ruptura por arrancamento, tanto para concreto usual quanto para concreto de alto desempenho.

2.5.3 Armadura transversal

A armadura transversal, que pode ser constituída de barras retas, estribos ou espirais, tem o objetivo de aumentar o confinamento da estrutura, restringindo a abertura das fissuras longitudinais e, muitas vezes, impedindo a falha por fendilhamento. A eficácia dessa armadura depende do tipo, quantidade e posição em relação à barra longitudinal ancorada. Entretanto, segundo Eligehausen et al. (1983), este tipo de armadura não tem muita influência na tensão de aderência máxima quando a ruptura da aderência ocorre por arrancamento. Além disso, acima de determinado valor a adição deste tipo de armadura passa a ser menos eficiente, não representando ganho de desempenho.

2.5.4 Confinamento externo

Os resultados apresentados por Goto (1971) e Tepfers (1979) demonstram que a ação da aderência resulta no desenvolvimento de tensões de tração circunferenciais no concreto ao redor da barra. Desta forma, a aplicação de uma pressão externa transversalmente à armadura tem efeito duplamente favorável no comportamento da aderência: aumenta a resistência de aderência por atrito e compensa os esforços circunferenciais de tração gerados pela ligação dos dois materiais. Com isso, a ruptura por fendilhamento pode ser prevenida ou adiada. Entretanto, a tensão de aderência última aumenta com o aumento do confinamento até certo limite. A partir de determinado valor, o aumento do grau de confinamento não tem nenhum efeito. Investigações experimentais de autores como Eligehausen et al. (1983), Malvar (1992), Gambarova et al. (1989) e Untraurer e Henry (1965) comprovam esta afirmação. A figura

2.10 mostra os resultados obtidos por estes autores para a influência do confinamento externo na tensão máxima de aderência.

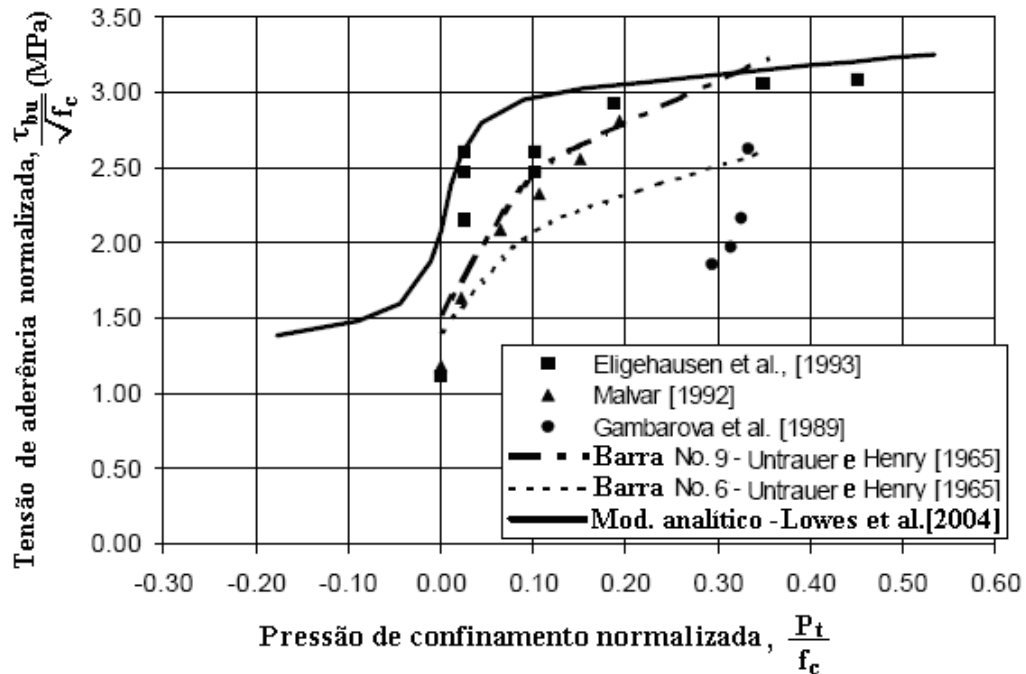


Figura 2.10: Tensão máxima de aderência em função do nível da pressão de confinamento [adaptado de Lowes et al. 2004].

2.5.5 Diâmetro da barra

Diversas análises experimentais têm sido realizadas na tentativa de investigar a influência do diâmetro da barra no comportamento da aderência. Alguns autores, como Ribeiro (1985), afirmam que o diâmetro não tem influência na aderência. De acordo com o ACI committee 408 (1991), se o cobrimento e o comprimento aderente forem mantidos proporcionais ao diâmetro da barras, o diâmetro não tem relevância direta no comportamento da ligação aço-concreto.

Entretanto, Reynolds e Beddy (1982), Soroushian e Choi (1989) e Ducatti (1993), mostraram que à medida que o diâmetro da barra de aço aumenta, a tensão máxima última de aderência diminui. A justificativa para este comportamento está ligada a espessura da zona de transição formada, que é mais grossa para barras de maior diâmetro. Desta forma, o volume maior de material poroso na interface entre concreto e aço, nas barras de maior diâmetro, enfraquece a ligação entre a matriz de cimento e a barra, facilitando o esmagamento do concreto em frente às nervuras. A figura 2.11 mostra as relações propostas por Eligehausen et al. (1983), Viwathanatepa (1979) e Lowes et al. (2004), baseadas em observações experimentais, para a

variação da tensão última de aderência em função do diâmetro da barra, para barras com diâmetro nominal entre 19 mm e 32 mm.

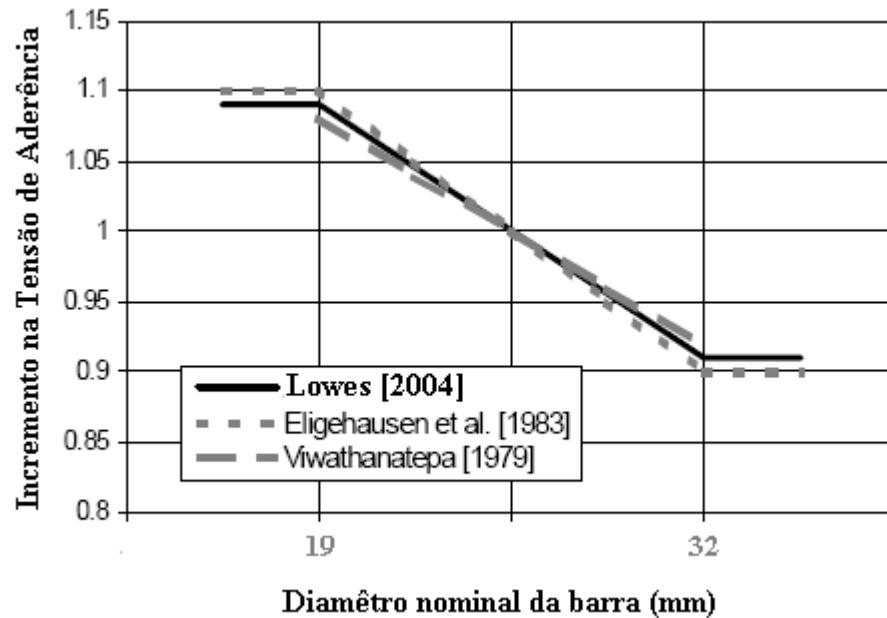


Figura 2.11: Influência do diâmetro da barra na Tensão de aderência máxima [adaptado de Lowes et al. 2004].

Estudos indicam, ainda, que o efeito do diâmetro pode estar relacionado a resistência à compressão do concreto. Os resultados experimentais de Baena et al. (2009) comprovam esta afirmação. Neste trabalho, a influência do diâmetro na aderência se mostrou mais significativa em concretos com maior resistência a compressão. De acordo com Caetano (2008), este comportamento pode estar associado à forma brusca de ruptura em corpos de prova de concreto de maior resistência, devido à elevada resistência dos consoles entre as nervuras. Isto dificulta o esmagamento e, conseqüentemente, impede o escorregamento da barra. As tensões geradas resultam numa tendência ao fendilhamento, o que é agravado pelo aumento da altura da nervura, que está associado ao aumento do diâmetro. A figura 2.12 mostra os resultados apresentados por Caetano (2008). Nestas curvas o desempenho da aderência é avaliado em função da relação entre o diâmetro da barra e a resistência à compressão do concreto.

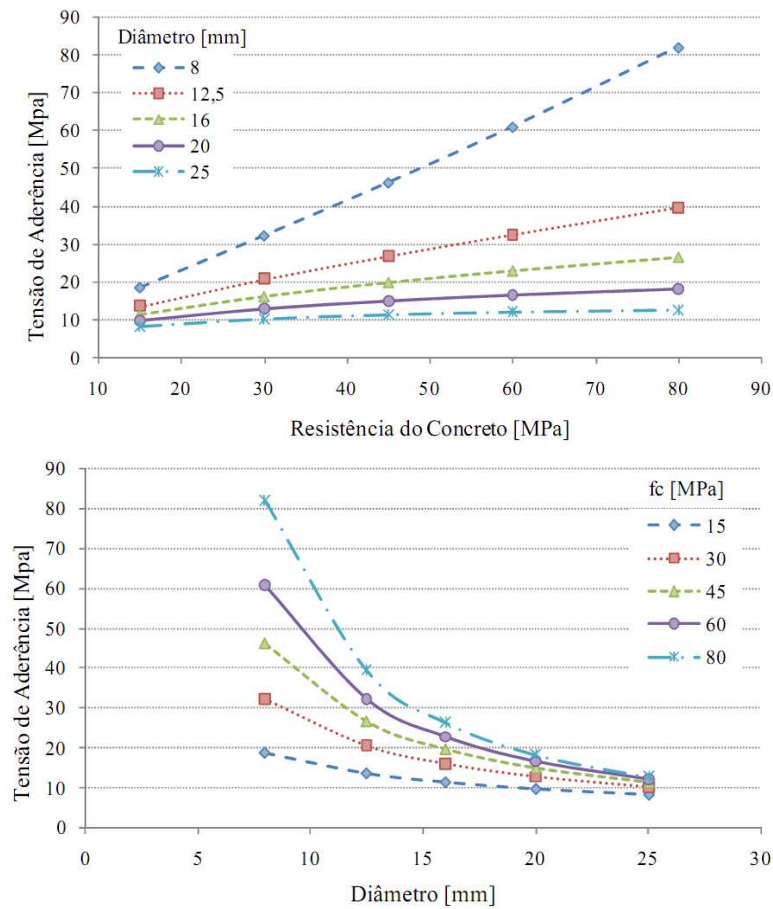


Figura 2.12: Desempenho da aderência – resistência a compressão x diâmetro [Caetano, 2008].

2.5.6 Estado superficial das barras

De acordo com Vieira (1994) o estado superficial das barras tem um efeito mais significativo no comportamento de aderência de barras lisas do que de barras nervuradas. Isso é devido ao fato que para barras lisas a aderência depende basicamente da adesão e do atrito, sendo assim fortemente influenciada pela presença de impurezas na superfície da barra. Para as barras nervuradas, onde a aderência depende principalmente da interação mecânica, este fator não tem importância. Segundo Abrams (1913) a capacidade aderente de barras lisas pode ser incrementada na presença de oxidação superficial se esta estiver fortemente aderida à barra. Isto também foi demonstrado nos resultados de testes de arrancamento com diferentes níveis de corrosão realizados por Fang et al.(2004).

2.5.7 Tipo e geometria das nervuras

As nervuras são elementos indispensáveis para que a elevada resistência do aço possa ser aproveitada, assegurando uma eficiente ligação aço-concreto. Elas podem ser classificadas, de acordo com sua posição em relação ao eixo da barra em: longitudinais, com o objetivo de impedir o giro da armadura, e transversais ou oblíquas, que tem como função promover o engrenamento mecânico.

Para garantir um desempenho satisfatório das barras de aço no concreto, algumas normas especificam parâmetros, tais como altura e espaçamento mínimo entre nervuras, que devem ser respeitados. A NBR 7480 (2007) especifica que o espaçamento entre as nervuras deve ter um valor entre 0,5 e 0,8 vezes o diâmetro nominal da barra e que a altura média, para barras com diâmetro maior que 10 mm, deve ser igual ou maior a 0,04 vezes o diâmetro. Para barras com diâmetro inferior a 10 mm, a altura média deve ser igual ou maior a 0,02 vezes o diâmetro. Além disso, as nervuras devem abranger, pelo menos, 85% do perímetro da barra.

Clark (1946) sugeriu que o espaçamento médio entre as nervuras deveria ser igual a 70% do diâmetro e a altura 4% do diâmetro, para barras com diâmetro menor ou igual a 13 mm. Para barras de 16 mm, a altura deveria ser de 4,5% a 5% do diâmetro. Recentemente, Hamad (1995) realizou um estudo onde foram analisadas diferentes configurações geométricas das nervuras, variando o espaçamento entre elas, altura e inclinação da face da nervura. Os resultados mostraram que o maior desempenho foi obtido para um ângulo da face da nervura de 60°, espaçamento de 50% do diâmetro, e altura da nervura de 10% do diâmetro da barra.

Segundo Rehm (1961), o valor da resistência de aderência mecânica depende da forma e da inclinação das nervuras, da altura e da distância entre elas (figura 2.13). Além disso, com o objetivo de parametrizar a influência das nervuras no comportamento local da aderência, foi definido o parâmetro f_r , denominado área relativa da nervura. A forma mais simples de definir este valor, de acordo com o CEB (1993), é através da seguinte expressão

$$f_r = \frac{\gamma \times h}{l_k} \quad (2.1)$$

onde γ é a constante geométrica da barra (normalmente igual a 0,5), h é a altura máxima da nervura e l_k é a distância centro a centro entre duas nervuras consecutivas.

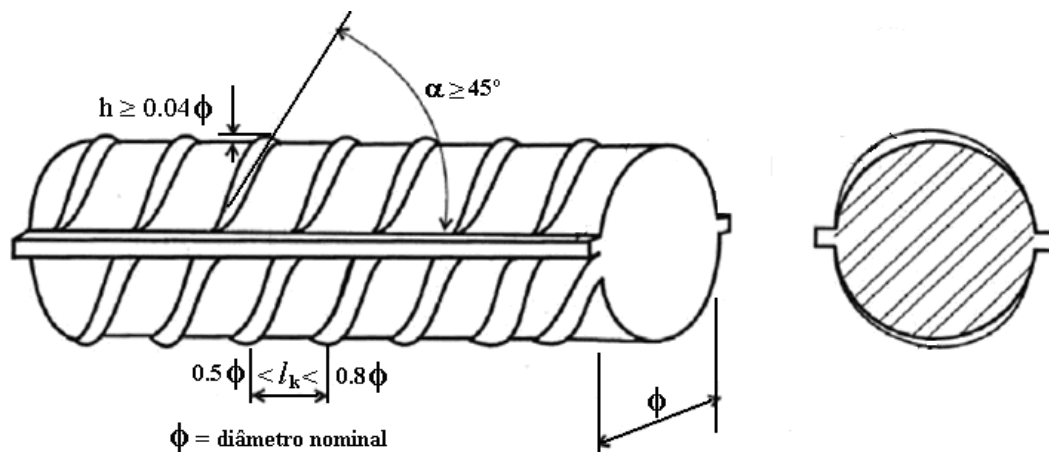


Figura 2.13: Geometria da barra de armadura [adaptado da NBR7480/2007].

Através de ensaios constatou que quando se aumenta o parâmetro f_r , a resistência e a rigidez de aderência também são aumentadas. No entanto, a aderência se torna mais frágil, porque a carga última é alcançada para deslizamentos cada vez menores. Além disso, o aumento no valor de f_r também aumenta, consideravelmente, a fissuração de fendilhamento. Segundo o autor, valores de f_r entre 0,05 e 0,08 são os mais apropriados do ponto de vista da resistência de aderência e fissuração por fendilhamento. Soretz e Holzenbein (1979) constataram que se f_r for mantido constante, a altura da nervura e a distância entre elas podem ser modificadas sem que haja significativa influência no comportamento da aderência.

Os autores acima citados também demonstraram que a flexibilidade em barras nervuradas diminui quando se aumenta a altura das nervuras. A flexibilidade é melhorada quando o ângulo de inclinação das nervuras em relação ao eixo das barras decresce. Uma boa flexibilidade é alcançada para inclinações desse ângulo no intervalo entre 65° e 55° .

Outra conclusão importante, de acordo com Lutz e Gergeley (1967), é que variando a inclinação das faces das nervuras (α) no intervalo de 40° a 105° , não há influência significativa no comportamento da aderência. Ângulos dentro desta faixa de valores são suficientes para que não haja movimentação relativa na interface, ocorrendo o escorregamento por ruptura do console de concreto. Já para ângulos menores que 30° esta movimentação relativa entre os materiais não é impedida.

2.6 MOBILIZAÇÃO DA FISSURAÇÃO NA ADERÊNCIA

A aderência entre o aço e o concreto é uma propriedade que permite que as forças de tração possam ser absorvidas pela armadura, sendo também responsável pelo controle da abertura de fissuras em uma peça de concreto armado. Desta forma, quanto maior a aderência, maior será a possibilidade de se obter um número maior de fissuras com menor abertura individual das mesmas, o que melhora as condições de proteção da armadura.

Quando as tensões de tração são relativamente baixas, o concreto ainda resiste à tração sem o aparecimento de fissuras (estádio I). Com o aumento das solicitações, a resistência a tração da peça é atingida e o concreto passa do estágio I para o estágio II. Neste ponto, inicia-se a fissuração da peça. Um modelo representativo deste processo de fissuração foi apresentado por Fusco (1995), não sendo consideradas as microfissuras próximas da fissura principal, que causam os deslocamentos localizados, como indica a figura 2.14. No modelo de aderência apresentado neste trabalho, essas fissuras secundárias (fissuras de aderência) são consideradas indiretamente através do processo de homogeneização da interface.

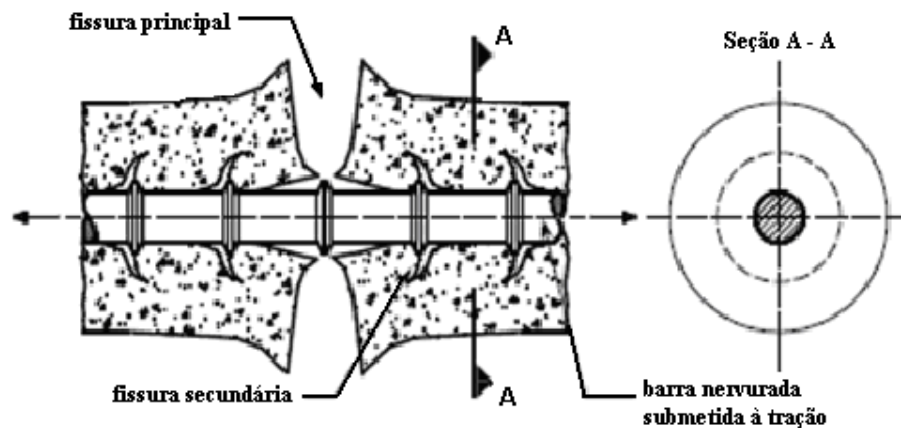


Figura 2.14: Microfissuras (fissuras secundárias) entre fissuras principais, em uma barra de concreto armado sob tração centrada [adaptado de Goto, 1971].

A figura 2.15 apresenta a distribuição de tensões no concreto e no aço, bem como a variação da tensão de aderência, antes e depois do aparecimento de duas fissuras consecutivas (A e B), em uma peça de concreto armado. Nas seções fissuradas a tensão de tração no concreto se anula, o que causa um correspondente aumento da tensão de tração na armadura. As tensões de aderência são mobilizadas apenas nos trechos AA' e B'B, e no trecho A'B' as tensões no concreto e na armadura são constantes.

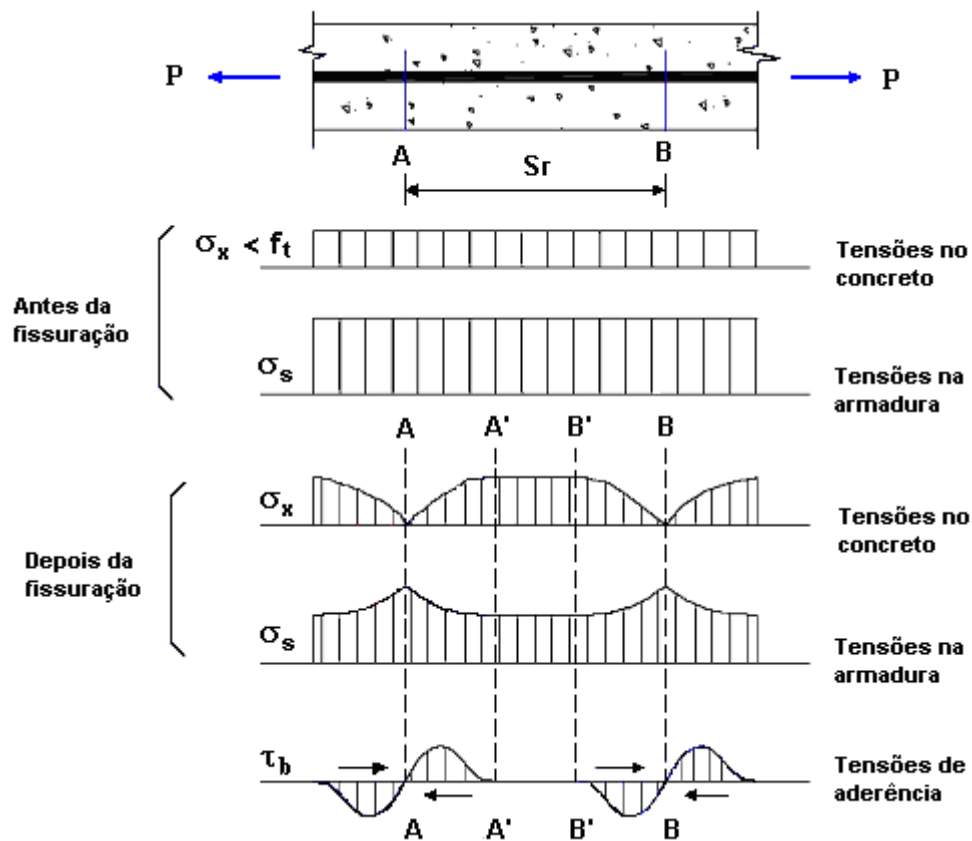


Figura 2.15: Fissuração por Tração [adaptada de Fusco, 1995].

Com o aumento da sollicitação externa, a tensão de tração na armadura cresce. Assim, através da mobilização das tensões de aderência no trecho $A'B'$, a tensão de tração no concreto também pode aumentar, o que possibilita a formação de uma terceira fissura C entre as fissuras A e B já existentes (figura 2.16).

Após a formação desta nova fissura, a tensão no concreto dependerá da capacidade de transferência de tensões entre a armadura e o concreto. Se as tensões de aderência mobilizadas no trecho AD e DC não forem suficientes para que a tensão no concreto atinja a resistência a tração, não haverá a formação de uma nova fissura entre A e C.

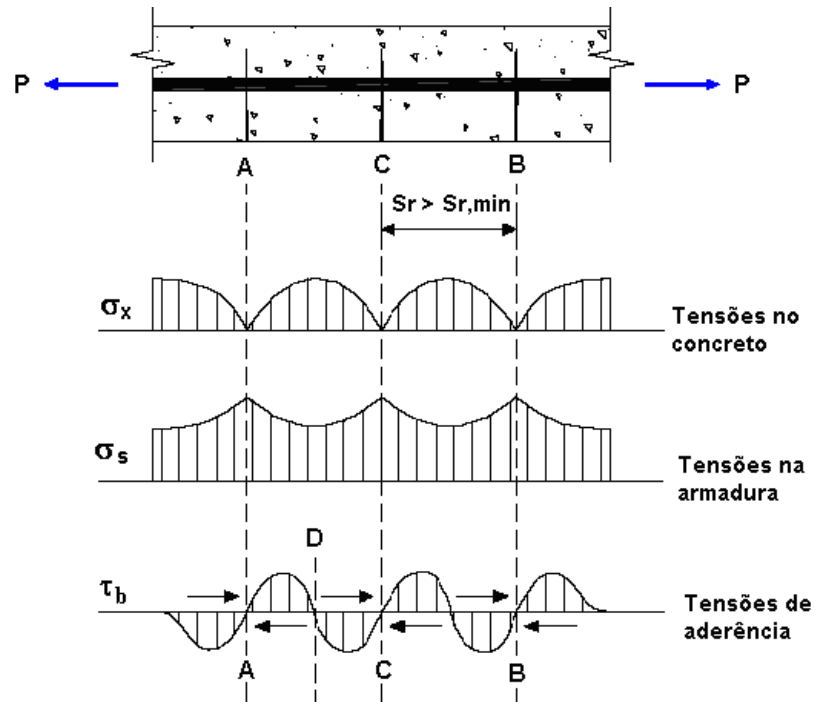


Figura 2.16: Fissuração estabilizada [adaptada de Fusco, 1995]

Este modelo é idealizado, ou seja, não são consideradas as microfissuras próximas da fissura principal, que provocam deslocamentos localizados, como mostra a figura 2.15. Em seu estudo, Goto (1971) mostrou que a força de tração atuante causa uma microfissuração no concreto que envolve a barra (microfissuras secundárias entre as principais), e conseqüentemente a perda de aderência. No caso de barras nervuradas, além destas microfissuras secundárias (transversais), mostradas na figura, ocorre uma microfissuração longitudinal, características do fendilhamento.

3 MODELO NUMÉRICO PARA A ADERÊNCIA

Neste capítulo é apresentado o modelo de transferência de tensões desenvolvido para simulação do fenômeno da aderência. Inicialmente é apresentada uma descrição geral sobre os modelos comumente utilizados para a análise da aderência aço-concreto via métodos dos elementos finitos. Em seguida, o modelo proposto neste trabalho é detalhado, sendo apresentada a formulação empregada e os parâmetros adotados. Por último, é descrita a implementação do modelo via método dos elementos finitos.

3.1 MODELOS PARA A ANÁLISE DA ADERÊNCIA

Para uma análise via métodos dos elementos finitos os modelos de aderência têm sido desenvolvidos, em função do objetivo da análise, em diferentes escalas. De acordo com Cox e Herrmann (1998), estes modelos podem ser genericamente classificados em três diferentes escalas: escala das nervuras (*rib-scale*), escala da barra (*bar-scale*) e escala do membro estrutural (*member-scale*), como mostra a figura 3.1.

Nos modelos denominados *rib-scale* as nervuras das barras de armadura são explicitamente discretizadas, sendo este tipo de modelo melhor indicado quando o objetivo da análise é um estudo microscópico do comportamento da interface aço-concreto. Neste tipo de análise a resposta depende, entre outros fatores, das propriedades materiais da pasta de cimento e agregados bem como da transferência de esforços entre eles. Entretanto, dados experimentais que definem estas propriedades são limitados. Considerando que os agregados do concreto podem ser maiores que o tamanho das próprias nervuras, se torna necessária a consideração da não-homogeneidade do concreto, o que também dificulta a análise. Além disso, a implementação de um modelo *rib-scale* requer a utilização de uma malha e sistema de solução mais sofisticados. O grau de refinamento da malha requerido para a discretização da zona de aderência não é apropriado para a modelagem de toda a estrutura, aumentando muito a complexidade e o custo computacional de uma análise a nível global. Como exemplos deste tipo de modelo podem ser citados os trabalhos de Ingraffea et al. (1984), Rots (1988), Ozbolt e Eligehausen (1992) e Brown et al. (1993).

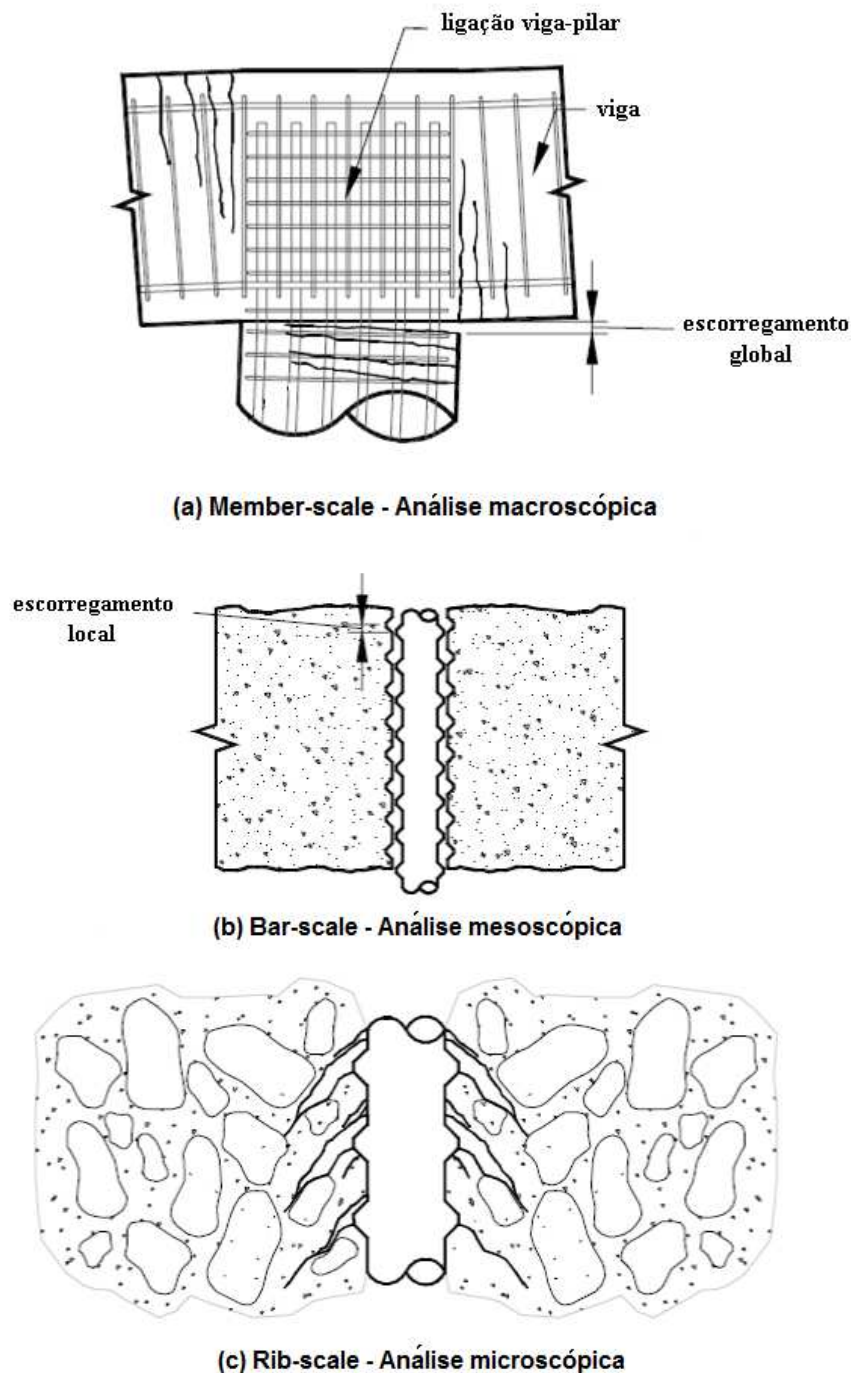


Figura 3.1: Diferentes escalas de análise da aderência [adaptado de Lowes, 2004]

No outro extremo estão os modelos chamados *member-scale* onde a armadura é modelada como um elemento unidimensional e a aderência é representada por uma simples relação entre a tensão tangencial e o escorregamento. Estes modelos podem ser aplicados para a caracterização da aderência em problemas de estruturas reais, porém a determinação da relação tensão de aderência x escorregamento, arbitrariamente em um determinado ponto da estrutura, pode ser um obstáculo para a análise. Os trabalhos de Malvar (1994), Rosetti et al.

(1995), Cosenza et al. (1995, 1997) e d'Avila (2003) são exemplos de modelos que adotam esta forma macroscópica de representação da aderência.

Em um nível intermediário estão os modelos *bar-scale* onde ambos o concreto e a armadura são tratados como contínuos e a interação mecânica entre os materiais é levada em conta indiretamente através de uma homogeneização da interface. Nestes modelos as nervuras das barras da armadura não são discretizadas e na região de contato entre os dois materiais são inseridos elementos de interface coesiva para os quais se aplicam as leis de aderência. Modelos nesta escala de discretização possuem a capacidade de capturar os diferentes mecanismos da aderência e, além disso, a implementação em um modelo de elementos finitos para a análise global é simples e computacionalmente viável. Assim, considerando que o objetivo deste trabalho é o desenvolvimento de um modelo que consiga representar os mecanismos de aderência na análise de membros estruturais, um modelo do tipo *bar-scale* foi adotado.

Um dos primeiros modelos de interface para aderência foi apresentado por Bresler e Bertero (1968), onde as propriedades elásticas da interface foram reduzidas para levar em conta a progressiva deterioração da aderência. Desde então outros modelos que tratam a região ao redor da barra de aço como contínua, sem a discretização da descontinuidade entre o aço e o concreto, foram propostos. Em muitos destes modelos leis de aderência definidas somente pela relação entre a tensão tangencial e o escorregamento são utilizadas e, em muitos casos, vários parâmetros materiais são necessários para a definição da lei de aderência, como por exemplo, no modelo apresentado por Mehlhorn e Keuser (1985). Entretanto, para uma completa caracterização dos mecanismos da aderência, modelos bi-dimensionais que relacionam as componentes normais e tangenciais das tensões na interface bem como seus respectivos deslocamentos são mais apropriados (De Groot et al. (1981) e Morita e Fugii (1985)). Mais tarde, modelos mais refinados foram apresentados. Akesson (1993), Cox (1994) e Lundgren (1999), desenvolveram modelos dentro da teoria da plasticidade, e Lowes et al. (2004) apresentou um modelo que adota uma técnica não local para capturar a dependência da tensão de aderência em relação ao nível de dano dos materiais aço e concreto.

O modelo adotado neste trabalho é um modelo de interface bidimensional que relaciona as componentes normais e tangenciais das tensões na interface bem como seus respectivos deslocamentos. Com poucos parâmetros de entrada, os diferentes mecanismos que governam

a aderência podem ser capturados. Assim, o modelo é capaz de representar as falhas por arrancamento e fendilhamento que ocorrem em função da perda da aderência. O modelo desenvolvido neste trabalho é baseado nos trabalhos apresentados por Cox (1994), Lundgren (1999) e Lowes et al. (2004).

Cabe salientar que a interação mecânica resultante da aderência é um processo bastante complexo. A deterioração da aderência pode incluir a microfissuração transversal originada na ponta das nervuras, fissuração longitudinal, esmagamento do concreto em frente das nervuras e falha por corte do concreto entre as nervuras. Obviamente, um modelo de interface para esta complexa interação é uma idealização pragmática dos mecanismos que na realidade ocorrem em uma região de espessura finita ao redor da barra. Neste processo de homogeneização é assumido que esta zona de aderência, de espessura real comparada ao diâmetro da barra, possa ser considerada como axissimétrica e contida em uma interface. Embora essa idealização tenha limitações, acredita-se que ela seja capaz de capturar os mecanismos básicos que governam a aderência. A figura 3.2 mostra esta idealização interfacial na qual o modelo foi desenvolvido.

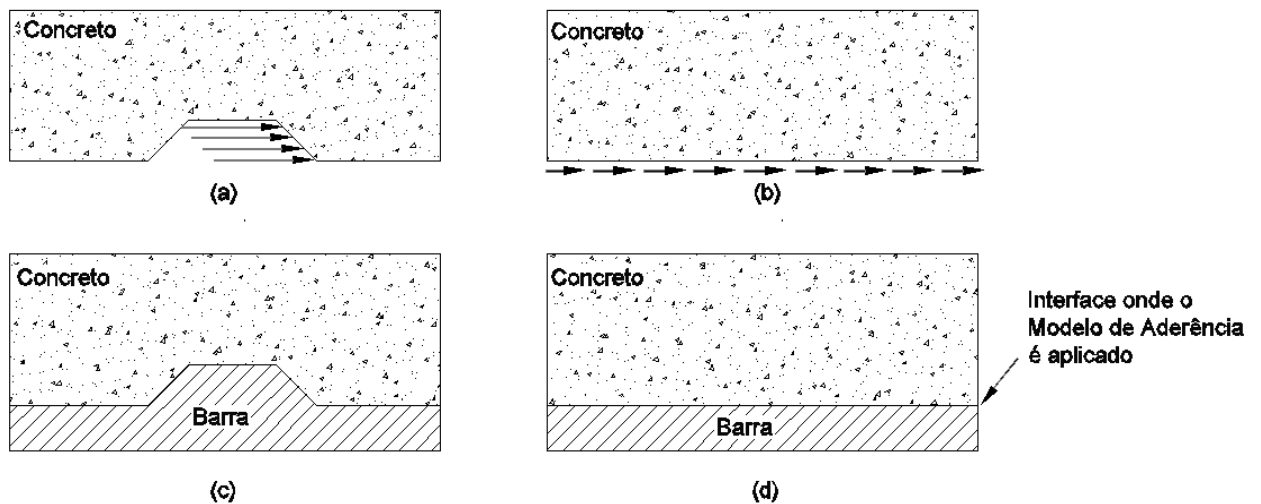


Figura 3.2: Idealizações do modelo: (a) e (c) distribuição de tensões e deformação da zona de aderência (real); (b) e (d) distribuição de tensões e deformação para um modelo de aderência interfacial.

3.2 DESCRIÇÃO DO MODELO DE ADERÊNCIA PROPOSTO

O modelo apresentado neste trabalho é um modelo de interface bidimensional que relaciona as componentes normais e tangenciais das tensões na interface, bem como seus respectivos deslocamentos. O modelo foi desenvolvido utilizando a teoria elastoplástica através da definição de uma resposta elástica, superfície de ruptura, sua evolução e regras de fluxo. São utilizados elementos de interface coesiva na região de contato entre os dois materiais, na qual se aplica o modelo de aderência. A interpretação física dos vetores tensões t_n e t_t , e dos deslocamentos, u_n e u_t , é mostrada na figura 3.3. Pela convenção de sinais adotada no modelo, à medida que ocorre a abertura da interface o deslocamento normal, u_n , é considerado positivo. Para o escorregamento, u_t , é adotado o sinal positivo quando este deslocamento se der na mesma direção da carga aplicada.

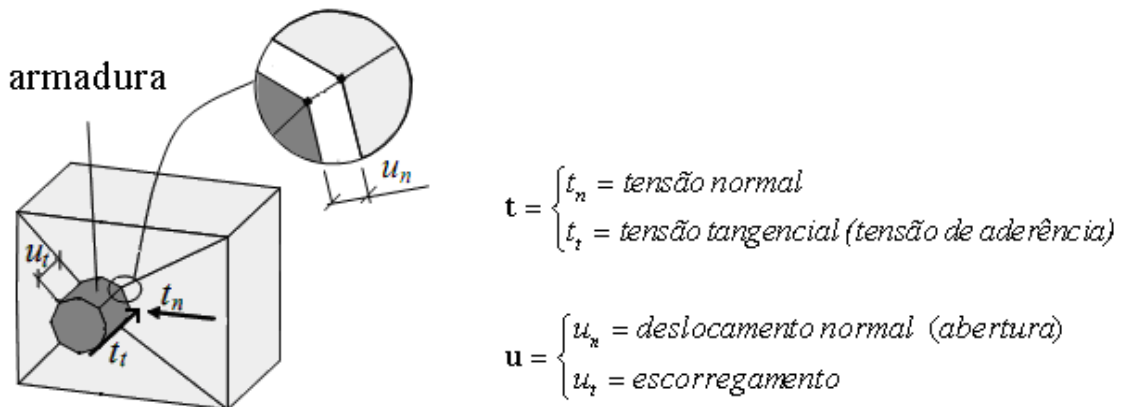


Figura 3.3: Interpretação física das variáveis t_n, t_t, u_n e u_t - [adaptado de Lundgren, 2005]

Tanto a abertura quanto o escorregamento podem ser divididos, de forma aditiva, em uma parcela elástica e uma parcela plástica: $u_n = u_n^e + u_n^p$ e $u_t = u_t^e + u_t^p$. No item seguinte são descritas as relações constitutivas elásticas e elasto-plásticas aplicadas no modelo.

3.2.1 Relação constitutiva elástica

A relação constitutiva elástica do modelo é definida por

$$\begin{bmatrix} t_n \\ t_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & \text{sgn}(u_t)K_{12} \\ 0 & K_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_n \\ u_t \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

onde os parâmetros K_{11} , K_{12} e K_{22} são definidos em função do comportamento do concreto entre nervuras, sob condições elásticas, através de calibração. Detalhes sobre a definição destes parâmetros serão apresentados no item 3.2.3.

3.2.2 Superfície de ruptura

Os limites elásticos do modelo são definidos por uma superfície de ruptura delimitada pelas funções F_1 e F_2 no espaço de tensões t_t, t_n , como mostra a figura 3.4. Estas funções representam, respectivamente, as parcelas do atrito e da interação mecânica provenientes do fenômeno da aderência. A parcela correspondente a adesão química, por ser muito pequena, foi desprezada.

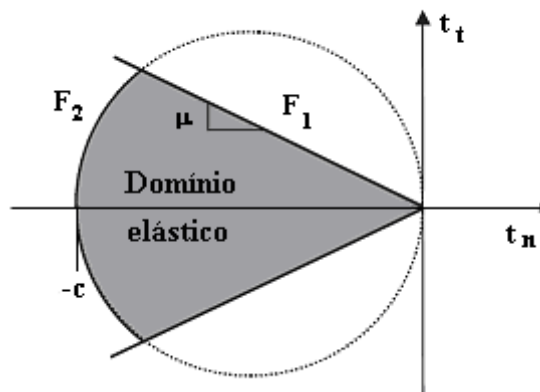


Figura 3.4: Superfície de ruptura.

A evolução da superfície de ruptura é determinada, segundo Cox (1994), através de uma variável interna definida por

$$d = \min \left(\frac{u_t^p}{l_k}, 1 \right) \quad (3.2)$$

onde u_t^p é a parcela plástica do escorregamento e l_k é a distância entre nervuras. A introdução do comprimento característico l_k reflete a dominância da interação mecânica na resposta e

sua dependência da geometria das nervuras. A equação 3.2 adota a hipótese de que o escorregamento progressivo da barra de aço leva ao esmagamento do concreto entre fissuras e/ou o seu deslocamento radial em relação à barra e, assim, somente a parcela do atrito permanece.

A função F_1 é definida através da lei de atrito de Coulomb por

$$F_1 = |t_t| + \mu^* t_n = 0 \quad (3.3)$$

onde μ^* representa o coeficiente de atrito corrigido entre as superfícies, e é definido em função da variável interna d e do estado de tensões do concreto ao redor da barra, conforme definido no item 3.2.3.

Se $F_1 > 0$, as tensões devem retornar para sobre a superfície de ruptura através de deslocamentos plásticos. Assumimos para a análise plástica uma regra de fluxo-não associada, ou seja, aparecem deslocamentos plásticos ou dissipativos, $d\mathbf{u}^p$, definidos como

$$d\mathbf{u}^p = d\lambda \frac{\partial G}{\partial \mathbf{t}} \quad (3.4)$$

$$G = \frac{|u_t|}{u_t} t_t + \eta t_n = 0 \quad (3.5)$$

onde G é a função potencial plástico, $d\lambda$ é um multiplicador plástico incremental e η é o coeficiente de dilatação. Uma interpretação física deste coeficiente será apresentada mais adiante.

A outra função, F_2 , descreve o limite superior da falha da aderência. Esta função é determinada a partir do equilíbrio das forças nos consoles de concreto entre duas fissuras transversais consecutivas, como ilustra a figura 3.5. A função c está relacionada com a resistência à compressão do concreto e é definida em função da variável interna d no item 3.2.3.

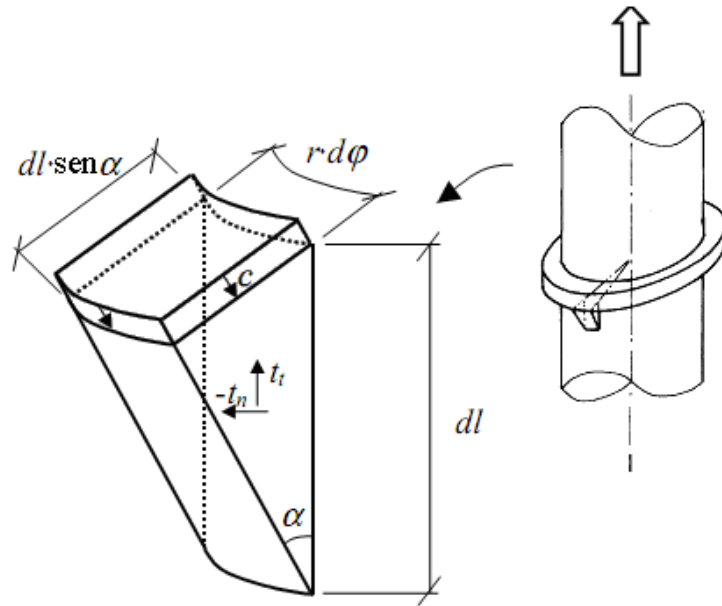


Figura 3.5: Determinação do limite da falha por arrancamento.

Observando a figura 3.5, por equilíbrio temos

$$\sqrt{t_n^2 + t_t^2} \cdot dl \cdot rd\varphi = c \cdot dl \operatorname{sen} \alpha \cdot rd\varphi \quad (3.6)$$

onde

$$\operatorname{sen} \alpha = \frac{-t_n}{\sqrt{t_n^2 + t_t^2}} \quad (3.7)$$

Substituindo a equação 3.7 em 3.6 chegamos a seguinte expressão

$$F_2 = t_n^2 + t_t^2 + ct_n = 0 \quad (3.8)$$

Se $F_2 > 0$, novamente deslocamentos plásticos se desenvolvem para trazer as tensões para sobre a superfície de ruptura. Neste caso, para a determinação da deformação plástica é empregada uma regra de fluxo associada, onde os deslocamentos plásticos são dados por

$$d\mathbf{u}^p = d\lambda \frac{\partial F_2}{\partial \mathbf{t}} \quad (3.9)$$

Para a região compreendida entre as duas funções é aplicada a regra de *Koiter*. Neste caso, a combinação das duas leis é usada, e a deformação plástica é definida por

$$d\mathbf{u}^p = d\lambda_1 \frac{\partial G}{\partial \mathbf{t}} + d\lambda_2 \frac{\partial F_2}{\partial \mathbf{t}} \quad (3.10)$$

A figura 3.6 mostra a superfície de ruptura, definida pelas funções F_1 e F_2 , bem como a orientação das deformações plásticas.

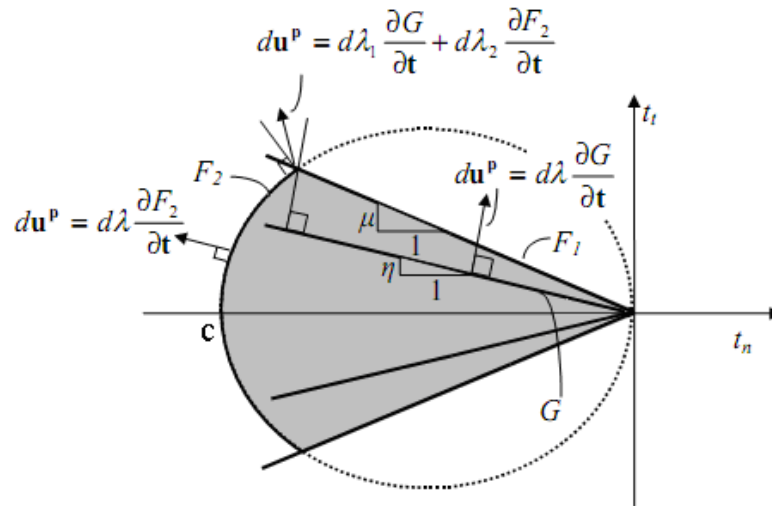


Figura 3.6: Superfície de ruptura e orientação das deformações plásticas - [adaptada de Lundgren e Gylltoft, 2000].

3.2.3 Parâmetros do modelo

O modelo apresenta seis diferentes parâmetros: os coeficientes K_{11} , K_{22} , K_{12} da equação 3.1, o parâmetro η presente na equação 3.5 e as funções μ e c , presentes nas equações 3.3 e 3.8. Estes parâmetros foram calibrados baseados em resultados experimentais de testes de arrancamento de barras de aço nervuradas padrão e concreto de resistência à compressão normal (em torno de 30 MPa). Para outras situações, como por exemplo, na utilização de barras com diferentes acabamentos superficiais e concretos de alta-resistência, é aconselhável se ter cautela na aplicação destes parâmetros e uma nova comparação com resultados experimentais é recomendada.

3.2.3.1 Coeficientes K_{11} , K_{22} , K_{12}

Os valores dos coeficientes K_{11} , K_{22} , K_{12} foram definidos conforme o apresentado em Lundgren (1999). Entretanto, estes valores forem recalibrados e generalizados para barras de

diferentes diâmetros. Em Lundgren, estes parâmetros foram calibrados para barras de diâmetro 16 mm.

A rigidez K_{11} é considerada função do deslocamento normal e no modelo pode ser considerada como um fator de penalização. Considerando que a tensão normal só existe quando há contato entre duas superfícies, e que a interpenetração não é permitida, a rigidez K_{11} deveria ser zero para valores positivos de deslocamento normal (abertura da interface) e infinito quando esse deslocamento fosse zero. Como tal definição da rigidez pode levar a problemas numéricos, para valores de deslocamento negativos foi definido um valor máximo para K_{11} e, à medida que ocorre a abertura normal da interface, o valor da rigidez vai diminuindo linearmente, conforme a curva da figura 3.7. Um valor residual de K_{11} existe para considerar o efeito coesivo do concreto entre nervuras

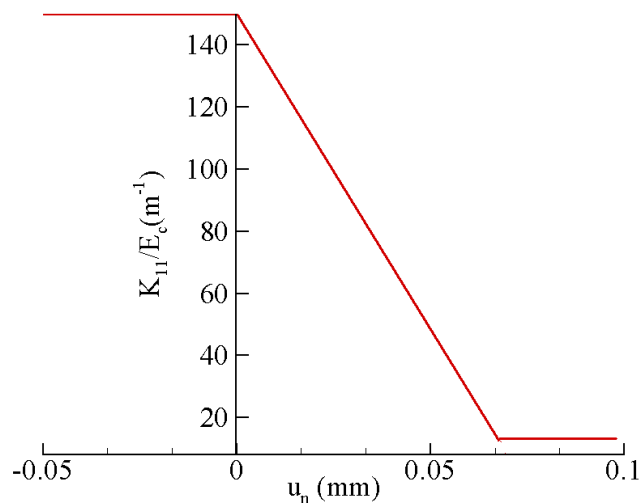


Figura 3.7: Relação entre o deslocamento normal e a rigidez K_{11} .

A rigidez K_{22} descreve a relação entre a parte elástica do escorregamento, u_t^e , e a tensão de aderência, t_t , de acordo com a seguinte equação

$$K_{22} = \frac{t_t}{u_t^e} \quad (3.11)$$

O valor máximo pode ser estimado considerando que toda a tensão de aderência é suportada por uma nervura e que a nervura vizinha atua como um apoio, como mostra a figura 3.8

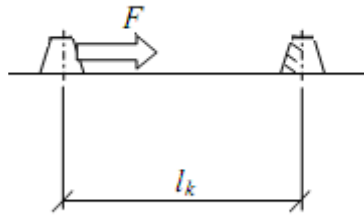


Figura 3.8: Hipótese para a estimativa do valor de K_{22} .

A parte elástica do escorregamento é dada por

$$u_t^e = \varepsilon l_k = \frac{\sigma}{E_c} l_k = \frac{l_k}{E_c} \frac{F}{A} = \frac{l_k}{E_c} \frac{t_t \pi \phi l_k}{2A' \sin \alpha} \quad (3.12)$$

onde $A' \sin \alpha$ é a área das nervuras projetada transversalmente, ϕ representa o diâmetro da barra, l_k a distância (longitudinal) entre os centros das nervuras e α é o ângulo de inclinação das nervuras em relação ao eixo longitudinal da barra.

Substituindo 3.12 em 3.11, chegamos a seguinte expressão

$$K_{22} = \frac{t_t}{u_t^e} = E_c \frac{2A' \sin \alpha}{\pi \phi l_k^2} \quad (3.13)$$

A figura 3.9 mostra a geometria da barra de aço utilizada para calibração do modelo.

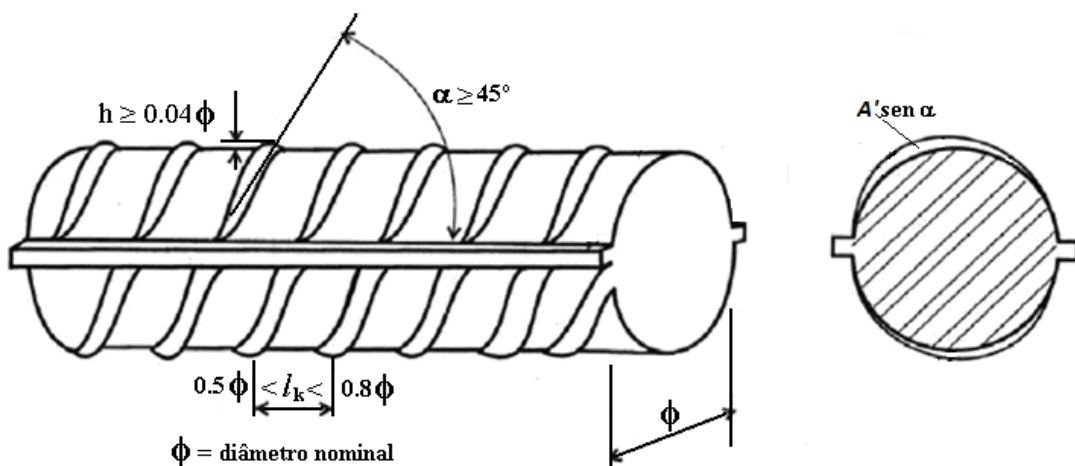


Figura 3.9: Geometria da barra de aço utilizada para calibração [NBR7480/2007].

Seguindo as especificações presentes na literatura (NBR7480/2007), as dimensões A' , l_k foram definidas em função do diâmetro da barra. Adotando os valores $l_k = 0,65\phi$, $A' = 1,27\phi$ e $\alpha = 60^\circ$, chegamos a seguinte expressão

$$K_{22} = \frac{t_t}{u_t^e} = E_c \frac{2,57\phi \operatorname{sen}\alpha}{\pi\phi(0,65\phi)^2} = E_c \frac{5,3}{\pi\phi^2} \quad [\text{mm}] \quad (3.14)$$

Considerando uma barra de aço de 16 mm de diâmetro e adotando a expressão acima, obtemos para esta rigidez o valor $K_{22} = 0,0065 E_c \text{mm}^{-1}$, valor este que condiz com o adotado por Lundgren (1999). Segundo esta autora, a rigidez K_{22} também é definida como a rigidez de descarga numa curva tensão de aderência x escorregamento sendo assim possível ser medida experimentalmente.

A rigidez K_{12} descreve a relação entre a parte elástica do escorregamento, u_t^e , e a tensão normal, t_n . Desta forma, ela descreve o quanto de tensão normal será causada por um dado escorregamento. Este valor é negativo, significando que o escorregamento em qualquer direção irá causar t_n negativo.

Da relação constitutiva elástica (equação 3.1) temos que

$$t_n = K_{11}u_n^e + K_{12}|u_t^e| \quad (3.15)$$

Considerando uma relação de atrito entre as componentes de tensão, no limite, pela lei de Coulomb podemos dizer que

$$t_n = -\frac{t_t}{\mu^*} \quad (3.16)$$

Substituindo 3.16 em 3.15 e usando 3.11, podemos admitir que

$$K_{12} > -\frac{K_{22}}{\mu^*} \quad (3.17)$$

onde μ^* representa o coeficiente de atrito corrigido entre as superfícies do aço e do concreto. Como esta é uma relação limite, emprega-se

$$K_{12} = -0,5 \frac{K_{22}}{\mu^*} \quad (3.18)$$

3.2.3.2 Parâmetro η

O parâmetro η define a variação nas tensões normais devido ao retorno plástico. Através de calibração este parâmetro foi escolhido constante e igual 0,04.

Um valor de η diferente de zero indica que deslocamentos plásticos (ou dissipativos) advêm também dos deslocamentos normais. Isto é válido apenas macroscopicamente, devido às irregularidades na superfície da barra. Microscopicamente, no entanto, a dissipação do atrito só pode ter origem no escorregamento, o que corresponde a η igual a zero.

3.2.3.3 Funções c e μ^*

As funções c e μ^* descrevem a evolução da superfície de ruptura do modelo. A função c , apresentada na figura 3.10, é definida em função da variável interna d e representa a variação da tensão nos consoles de concreto resultante da interação mecânica entre os materiais. Assim, através de calibração, seu valor máximo é adotado como sendo igual à resistência à compressão do concreto (f_c) e, à medida que o escorregamento entre os materiais aumenta, este valor é reduzido. A variação da função c com d segue a mesma função de f_c com a deformação em um ensaio de compressão (Van Mier, 1997)

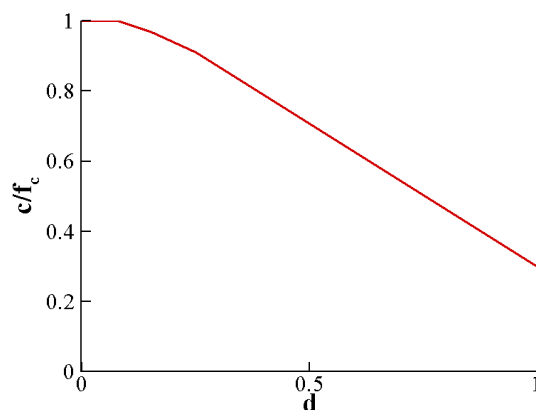


Figura 3.10: Variação da função c .

A função μ^* descreve como a relação entre a tensão normal e tangencial depende da variável interna d e do estado de tensões do concreto circundante à barra. No modelo esta função é definida pela seguinte relação

$$\mu^* = \mu / H \quad (3.19)$$

O parâmetro μ é definido através de resultados experimentais pela curva apresentada na figura 3.11. Autores como Tepfers e Olsson (1992) e Noghabai (1995) realizaram testes de arrancamento onde o cilindro de concreto era confinado por um tubo de aço. Eles mediram a deformação no tubo e utilizaram este valor para estimar a tensão normal e, a partir desta estimativa, a variação do coeficiente de atrito μ pode ser determinada. Já a variável H é um fator de amolecimento que representa a progressiva deterioração da aderência que ocorre em função do aparecimento de fissuras longitudinais.

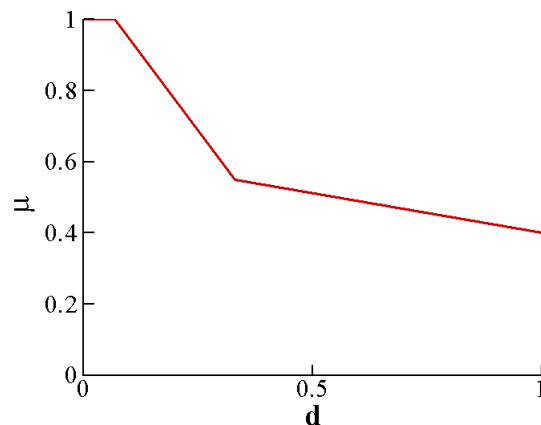


Figura 3.11: Variação do coeficiente μ em função da variável interna d .

Embora o modelo constitutivo volumétrico do concreto aqui empregado seja puramente elástico linear, o modelo proposto utiliza uma técnica não-local para a consideração do efeito da fissuração longitudinal que pode ocorrer no concreto e que leva a perda da aderência.

Em um modelo de elementos finitos axissimétricos, uma das formas convencionais de capturar este efeito é através da utilização de um modelo elásto-frágil. Neste caso, o concreto se comporta como elástico linear até a tensão de tração circunferencial exceder a resistência à tração do material e, após o critério de ruptura ser atingido, ocorre a redução total da tensão. Outra forma de análise é através da aplicação da mecânica da fratura não-linear, na qual a energia de fratura do material é levada em conta, e o número de fissuras longitudinais é

definido a priori (Rots (1988), Lundgren (2005)). Neste trabalho, para capturar o efeito da fissuração longitudinal que leva a perda da aderência por fendilhamento, foi adotado um modelo não-local que captura o estado de tensões do concreto circundante à barra e incorpora este efeito na relação constitutiva da interface.

Para simular o desenvolvimento das fissuras longitudinais ao longo do cobrimento da peça, Tepfers (1973) apresentou um modelo no qual este processo de fissuração pode ser tratado em três diferentes estágios: elástico não-fissurado, elástico parcialmente fissurado e plástico. Como discutido no item 2.3, a componente normal da tensão de aderência, t_n , atua como uma pressão hidrostática no concreto ao redor da barra, o que leva ao surgimento de uma tensão de tração circunferencial, σ_t . Esta tensão varia como a distância em relação ao eixo da barra, apresentando valores mais elevados na região próxima a armadura, como mostra esquematicamente a figura 3.12.

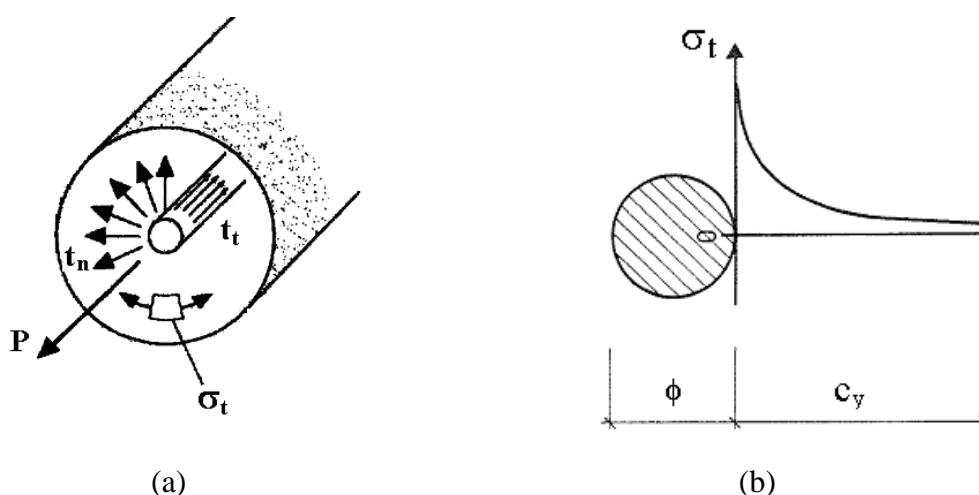


Figura 3.12: Tensão de tração circunferencial: (a) seção do cilindro do concreto, (b) variação ao longo do cobrimento de concreto [Tepfers, 1973]

No modelo elástico não-fissurado o comportamento do concreto é considerado puramente elástico, e a carga última de iniciação das fissuras longitudinais ocorre quando a máxima tensão de tração circunferencial excede a resistência à tração do material. A partir deste ponto, ocorre a redução total desta tensão (figura 3.13(a)). No modelo plástico, que representa a maior resistência do concreto à formação das fissuras longitudinais, assume-se que o cilindro não irá romper por fendilhamento enquanto a tensão de tração circunferencial não atingir a resistência à tração do material ao longo de todo o cobrimento (figura 3.13(c)).

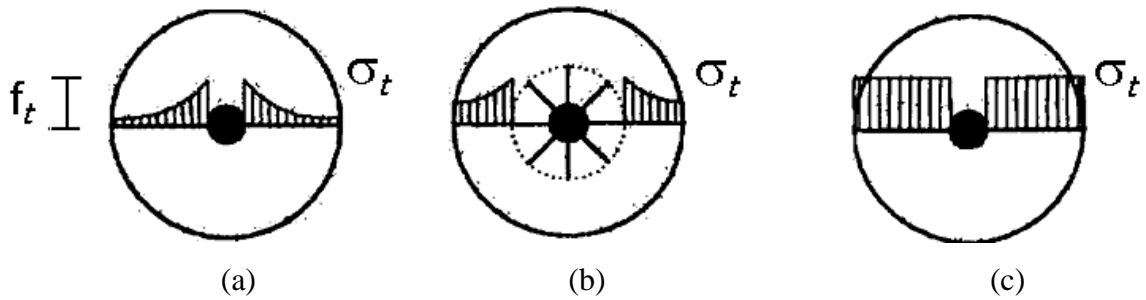


Figura 3.13: Modelos para a predição da fissuração longitudinal: (a) Elástico, (b) Elástico parcialmente fissurado e (c) Plástico [Tepfers, 1983].

No modelo elástico parcialmente fissurado, se o comportamento plástico do concreto é desconsiderado, a fissuração longitudinal irá iniciar quando σ_t atingir a resistência à tração do concreto. Entretanto, estas fissuras não irão se propagar ao longo de todo o cobrimento enquanto a capacidade de transferência de carga do cilindro de concreto não for alcançada (figura 3.13(b)). Ou seja, segundo Tepfers (1973), as fissuras permanecerão internas, sem prejuízo à capacidade de aderência, enquanto a extensão destas for menor ou igual a um valor crítico definido por

$$\left(e - \frac{\phi}{2} \right) = 0,486c_y - 0,257\phi \quad (3.20)$$

onde ϕ é o diâmetro da barra e c_y é o menor cobrimento da peça (ver figura 3.14). Quando esta extensão é excedida, a fissuração penetra através do cobrimento de concreto em direção às bordas, reduzindo a capacidade aderente da peça.

O modelo adotado neste trabalho é baseado no modelo elástico parcialmente fissurado apresentado por Tepfers. Após a extensão da fissuração longitudinal ultrapassar o valor crítico, definido pela equação 3.20, a degradação da aderência é capturada através do parâmetro de amolecimento H , que é um fator de redução do coeficiente de atrito (equação 3.19). Ao contrário do modelo de Tepfers, no qual após ser atingido o critério de ruptura ocorre a redução total da tensão circunferencial no concreto, no modelo aqui proposto esta redução é aplicada à lei de atrito da interface.

O uso de um modelo não-local requer a consideração de como estes dados serão transferidos para a interface durante a análise de elementos finitos. Os valores da tensão de tração

circunferencial nos nós dos elementos finitos de concreto são calculados e, em seguida, é realizada uma média entre estes valores. Posteriormente, este valor médio de tensão dos nós é transferido para os pontos de Gauss dos elementos de interface e, assim, se tornam acessíveis ao modelo de aderência. A figura 3.14 mostra como é feita esta transferência de dados nodais dos elementos finitos de concreto para os pontos de Gauss dos elementos de interface.

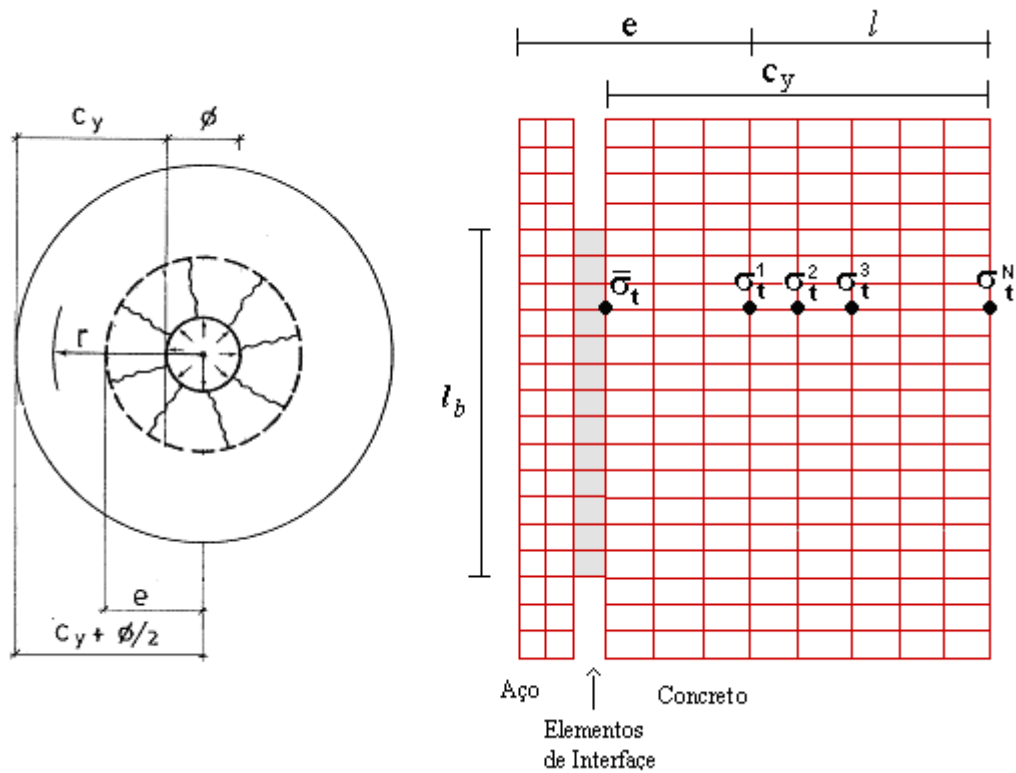


Figura 3.14: Determinação da tensão $\bar{\sigma}_t$ para cada ponto de Gauss dos elementos de interface.

Este valor resultante de tensão nos pontos de Gauss é incorporado na lei da interface através do parâmetro H . Com isso, é possível capturar a perda da tensão de aderência que ocorre em função do fendilhamento da peça, sem a necessidade de um modelo mais sofisticado de fissuração para o concreto.

O parâmetro H é definido pela seguinte relação

$$H = \exp\left\langle \frac{\bar{\sigma}_t - f_t}{3f_t} \right\rangle \quad (3.21)$$

Para a realização deste processo, primeiramente é preciso definir em que região se encontra o estado de tensões em relação à superfície de ruptura. Para isso, são definidas três regiões distintas nas quais o estado de tensões pode estar localizado, como mostra a figura 3.15.

Se o estado de tensões analisado está localizado na região 1, o retorno radial será feito sobre a superfície definida pela função F_1 , como está exemplificado na figura 3.15. Quando o estado de tensões estiver localizado na região 2, o retorno radial será feito sobre a superfície definida pela função F_2 . No caso de as tensões estarem localizadas na região 3, é aplicada a regra de Koiter, na qual o retorno das tensões é feito para o ponto de intercessão das funções F_1 e F_2 .

A seguir é descrito o processo de retorno radial (Bittencourt, 1999) para cada uma das regiões definidas acima.

3.2.4.1 Região 1

Nesta região, que representa através da função F_1 o efeito do atrito, não há escorregamento entre dois pontos enquanto o valor da tensão tangencial é menor que o produto entre o coeficiente de atrito entre as superfícies e o valor absoluto da tensão normal de contato. Caso contrário, haverá escorregamento. Logo,

$$|t_t| \geq \mu^* |t_n| \Rightarrow \text{escorregamento} \quad (3.23)$$

onde μ^* é o coeficiente de atrito. Os valores permitidos para as combinações de tensões são delimitados pelo cone da figura 3.15. Quando a combinação de tensões atinge a superfície o escorregamento começa. A zona fora do cone é inacessível. Quando a tensão tangencial atinge o valor $\mu^* |t_n|$ o escorregamento propriamente dito tem início. Além disto, neste caso, teremos as duas componentes de deslocamento na interface: uma parcela elástica e uma plástica

$$d\mathbf{u} = d\mathbf{u}^e + d\mathbf{u}^p \quad (3.24)$$

Considerando uma regra do fluxo não-associada para o cálculo da componente plástica e substituindo 3.5 em 3.4 obtemos

$$d\mathbf{u}^p = d\lambda \begin{Bmatrix} \eta \\ |\mathbf{u}_t| \\ \mathbf{u}_t \end{Bmatrix} \quad (3.25)$$

Considerando que apenas a parcela elástica dos deslocamentos gera tensões de contato

$$d\mathbf{t} = \mathbf{K}d\mathbf{u}^e \quad (3.26)$$

Substituindo 3.24 em 3.26

$$d\mathbf{t} = \mathbf{K}(d\mathbf{u} - d\mathbf{u}^p) \quad (3.27)$$

Da regra do fluxo não-associada

$$d\mathbf{t} = \mathbf{K} \left(d\mathbf{u} - d\lambda \frac{\partial G}{\partial \mathbf{t}} \right) \quad (3.28)$$

Para estabelecer uma relação *tensão x deslocamento*, é necessário ainda formularmos uma condição de consistência. Assim, para que o escorregamento ocorra, além de $F_1 = 0$, também \dot{F}_1 deve ser nula

$$\dot{F}_1 = \frac{\partial F_1}{\partial \mathbf{t}} d\mathbf{t} = 0 \quad (3.29)$$

Substituindo 3.28 em 3.29 temos \mathbf{K}

$$\frac{\partial F_1}{\partial \mathbf{t}} \mathbf{K} \left(d\mathbf{u} - d\lambda \frac{\partial G}{\partial \mathbf{t}} \right) = 0 \quad (3.30)$$

de onde é possível obter a expressão para $d\lambda$

$$d\lambda = \frac{\frac{\partial F_1^T}{\partial \mathbf{t}} \mathbf{K} d\mathbf{u}}{\frac{\partial F_1^T}{\partial \mathbf{t}} \mathbf{K} \frac{\partial G}{\partial \mathbf{t}}} \quad (3.31)$$

Desenvolvendo o numerador e denominador, chegamos às seguintes expressões

$$\frac{\partial F_1^t}{\partial \mathbf{t}} \mathbf{K} d\mathbf{u} = \frac{|u_t|}{u_t} K_{22} du_t + \mu^* K_{11} du_n + \mu^* K_{12} \frac{|u_t|}{u_t} du_t \quad (3.32)$$

$$\frac{\partial F_1^t}{\partial \mathbf{t}} \mathbf{K} \frac{\partial G}{\partial \mathbf{t}} = K_{22} + \mu^* K_{11} \eta + \mu^* K_{12} \quad (3.33)$$

Substituindo 3.32 e 3.33 em 3.31, chegamos à expressão final para $d\lambda$

$$d\lambda = \frac{\frac{|u_t|}{u_t} K_{22} du_t + \mu^* K_{11} du_n + \mu^* K_{12} \frac{|u_t|}{u_t} du_t}{K_{22} + \mu^* K_{11} \eta + \mu^* K_{12}} \quad (3.34)$$

Para o cálculo das tensões, recaímos sobre um algoritmo do tipo “Return Mapping”, onde o processo é separado em duas etapas: o **preditor elástico** e o **corretor plástico**

No **preditor elástico**, supomos que o valor de t_i não atinge o valor limite de $\mu^* t_n$, de modo que as tensões podem ser calculadas como (ver equações 3.1)

$$\begin{aligned} t_n^e &= K_{11} u_n + K_{12} \frac{|u_t|}{u_t} u_t \\ t_i^e &= K_{22} u_t \end{aligned} \quad (3.35)$$

Se os valores de tensão encontram-se dentro da superfície de ruptura, o material está elástico no ponto considerado. O processo então está terminado, de modo que as tensões valem

$$\begin{aligned} t_n^{t+\Delta t} &= K_{11} u_n + K_{12} \frac{|u_t|}{u_t} u_t \\ t_i^{t+\Delta t} &= K_{22} u_t \end{aligned} \quad (3.36)$$

Caso contrário, o material está plastificado e as tensões estarão fora da superfície de ruptura. Um processo de retorno das tensões para sobre a superfície será necessário. Esta etapa constitui o **corretor plástico** e pode ser definido como

$$\mathbf{t}^{t+\Delta t} = \mathbf{t}^e - \mathbf{t}^{corr} \quad (3.37)$$

onde \mathbf{t}^{corr} é a correção nas tensões. Esta correção pode ser calculada como uma tensão causada por deslocamentos plásticos, conforme a expressão abaixo

$$\mathbf{t}^{corr} = \mathbf{K} \int_t^{t+\Delta t} d\mathbf{u}^p dt \quad (3.38)$$

Substituindo 3.25 em 3.38, e considerando o método do retorno radial, onde a normal à superfície de ruptura é considerada constante e igual ao valor do preditor elástico, a equação 3.38 pode ser escrita como

$$\mathbf{t}^{corr} = \begin{bmatrix} K_{11} & \frac{|u_t|}{u_t} K_{12} \\ 0 & K_{22} \end{bmatrix} \left\{ \begin{array}{l} \eta \\ \frac{|u_t|}{u_t} \end{array} \right\} \int_t^{t+\Delta t} d\lambda dt \quad (3.39)$$

Como $d\lambda$ é dado por 3.34, então

$$\int_t^{t+\Delta t} d\lambda dt = \Gamma = \frac{\frac{|u_t|}{u_t} K_{22} \Delta u_t + \mu^* K_{11} \Delta u_n + \mu^* K_{12} \frac{|u_t|}{u_t} \Delta u_t}{K_{22} + \mu^* K_{11} \eta + \mu^* K_{12}} \quad (3.40)$$

Substituindo 3.40 em 3.39, obtemos uma expressão para as tensões normal e tangencial corrigidas

$$\begin{aligned} t_n^{corr} &= (K_{11} \eta + K_{12}) \Gamma \\ t_t^{corr} &= K_{22} \frac{|u_t|}{u_t} \Gamma \end{aligned} \quad (3.41)$$

Finalmente, substituindo as equações 3.41 e 3.35 em 3.37, chegamos às expressões finais para as tensões normais e tangenciais.

$$\begin{aligned} t_n^{t+\Delta t} &= K_{11} u_n + K_{12} \frac{|u_t|}{u_t} u_t - (K_{11} \eta + K_{12}) \Gamma \\ t_t^{t+\Delta t} &= K_{22} u_t - K_{22} \frac{|u_t|}{u_t} \Gamma \end{aligned} \quad (3.42)$$

3.2.4.2 Região 2

Considerando uma regra do fluxo associada para o cálculo da componente plástica e substituindo a equação 3.8 em 3.9 chegamos a

$$d\mathbf{u}^p = d\lambda \begin{Bmatrix} 2t_n^e + c \\ 2t_i^e \end{Bmatrix} \quad (3.43)$$

Se os valores de tensão encontram-se dentro da superfície de ruptura, o material está elástico no ponto considerado. Neste caso, as tensões são dadas pelas equações 3.35, e o processo então está terminado. Caso contrário, o material está plastificado e as tensões estarão fora da superfície, sendo que um processo de retorno das tensões para sobre a superfície será necessário.

Considerando que apenas a parcela elástica dos deslocamentos gera tensões de contato e substituindo a equação 3.9 em 3.27 chegamos a

$$d\mathbf{t} = \mathbf{K} \left(d\mathbf{u} - d\lambda \frac{\partial F_2}{\partial \mathbf{t}} \right) \quad (3.44)$$

Para estabelecermos uma relação *tensão x deslocamento*, é necessário ainda formularmos uma condição de consistência. Assim para que o escorregamento ocorra, além de $F_2 = 0$, também \dot{F}_2 deve ser nula

$$\dot{F}_2 = \frac{\partial F_2}{\partial \mathbf{t}} d\mathbf{t} = 0 \quad (3.45)$$

Substituindo (3.44) em (3.45) temos

$$\frac{\partial F_2}{\partial \mathbf{t}} \mathbf{K} \left(d\mathbf{u} - d\lambda \frac{\partial F_2}{\partial \mathbf{t}} \right) = 0 \quad (3.46)$$

de onde é possível obter a expressão para $d\lambda$

$$d\lambda = \frac{\frac{\partial F_2}{\partial \mathbf{t}} \mathbf{K} d\mathbf{u}}{\frac{\partial F_2}{\partial \mathbf{t}} \mathbf{K} \frac{\partial F_2}{\partial \mathbf{t}}} \quad (3.47)$$

Desenvolvendo o numerador e denominador, chegamos às seguintes expressões

$$\frac{\partial F_2^t}{\partial \mathbf{t}} \mathbf{K} d\mathbf{u} = (2t_n^e + c)K_{11} du_n + (2t_n^e + c)K_{12} \frac{|u_t|}{u_t} du_t + 2t_t^e K_{22} du_t \quad (3.48)$$

$$\frac{\partial F_2^t}{\partial \mathbf{t}} \mathbf{K} \frac{F_2}{\partial \mathbf{t}} = (2t_n^e + c)^2 K_{11} + (2t_n^e + c)K_{12} \frac{|u_t|}{u_t} 2t_t^e + 4(t_t^e)^2 K_{22} \quad (3.49)$$

Substituindo 3.48 e 3.49 em 3.47, chegamos à expressão final para $d\lambda$

$$d\lambda = \frac{(2t_n^e + c)K_{11} du_n + (2t_n^e + c)K_{12} \frac{|u_t|}{u_t} du_t + 2t_t^e K_{22} du_t}{(2t_n^e + c)^2 K_{11} + (2t_n^e + c)K_{12} \frac{|u_t|}{u_t} 2t_t^e + 4(t_t^e)^2 K_{22}} \quad (3.50)$$

A parcela de tensões corrigidas pode ser obtida substituindo 3.43 em 3.38. Logo,

$$t^{corr} = \begin{bmatrix} K_{11} & \frac{|u_t|}{u_t} K_{12} \\ 0 & K_{22} \end{bmatrix} \left\{ \begin{matrix} 2t_n^e + c \\ 2t_t^e \end{matrix} \right\} \int_t^{t+\Delta t} d\lambda dt \quad (3.51)$$

Integrando a equação 3.50 e substituindo em 3.51, obtemos as tensões normais e tangenciais corrigidas

$$t_n^{corr} = \left[K_{11} (2t_n^e + c) + K_{12} \frac{|u_t|}{u_t} 2t_t^e \right] \Gamma \quad (3.52)$$

$$t_t^{corr} = K_{22} 2t_t^e \Gamma$$

Finalmente, substituindo 3.52 e 3.35 em 3.37, chegamos às expressões finais para as tensões

$$t_n^{t+\Delta t} = K_{11} u_n + K_{12} \frac{|u_t|}{u_t} u_t - \left[K_{11} (2t_n^e + c) + K_{12} \frac{|u_t|}{u_t} 2t_t^e \right] \Gamma \quad (3.53)$$

$$t_t^{t+\Delta t} = K_{22} u_t - K_{22} 2t_t^e \Gamma$$

onde Γ é dado por

$$\Gamma = \int_t^{t+\Delta t} d\lambda dt = \frac{(2t_n^e + c)K_{11}\Delta u_n + (2t_n^e + c)K_{12}\frac{|u_t|}{u_t}\Delta u_t + 2t_t^e K_{22}\Delta u_t}{(2t_n^e + c)^2 K_{11} + (2t_n^e + c)K_{12}\frac{|u_t|}{u_t}2t_t^e + 4(t_t^e)^2 K_{22}} \quad (3.54)$$

3.2.4.3 Região 3

Para a região compreendida entre as duas funções é aplicada a regra de *Koiter*. Aqui, a combinação das duas leis é usada, e a parcela plástica dos deslocamentos é dada por

$$d\mathbf{u}^p = d\lambda_1 \frac{\partial G}{\partial \mathbf{t}} + d\lambda_2 \frac{\partial F_2}{\partial \mathbf{t}} \quad (3.55)$$

Considerando as equações (3.37) e (3.38) e substituindo (3.55) em (3.38) temos

$$\mathbf{t}^{corr} = \begin{bmatrix} K_{11} & \frac{|u_t|}{u_t} K_{12} \\ 0 & K_{22} \end{bmatrix} \left[\begin{matrix} \eta \\ \frac{|u_t|}{u_t} \end{matrix} \right] \left[\int_t^{t+\Delta t} d\lambda_1 dt + \begin{matrix} 2t_n^e + c \\ 2t_t^e \end{matrix} \int_t^{t+\Delta t} d\lambda_2 dt \right] \quad (3.56)$$

Logo, as tensões corrigidas são dadas por

$$\mathbf{t}_n^{corr} = [K_{11}\eta + K_{12}] \Gamma_1 + \left[K_{11}(2t_n^e + c) + K_{12}\frac{|u_t|}{u_t}2t_t^e \right] \Gamma_2 \quad (3.57)$$

$$\mathbf{t}_t^{corr} = K_{22}\frac{|u_t|}{u_t}\Gamma_1 - K_{22}2t_t^e\Gamma_2$$

onde

$$\int_t^{t+\Delta t} d\lambda_1 dt = \Gamma_1 \quad (3.58)$$

$$\int_t^{t+\Delta t} d\lambda_2 dt = \Gamma_2 \quad (3.59)$$

Para a determinação das integrais do multiplicador plástico $d\lambda_1$ e $d\lambda_2$, identificado pelas letras Γ_1 e Γ_2 , empregamos a definição das superfícies de ruptura. Como na configuração

$(t + \Delta t)$ o ponto está plastificado, o mesmo deve estar sobre as superfícies de escoamento. Logo,

$$F_2 = (t_n^2)^{t+\Delta t} + (t_t^2)^{t+\Delta t} + ct_n^{t+\Delta t} = 0 \quad (3.60)$$

Considerando que as tensões elásticas são dadas pelas equações 3.35 e os valores corrigidos por 3.57, as tensões na configuração $(t + \Delta t)$ são determinadas pelas seguintes expressões

$$t_n^{t+\Delta t} = t_n^e - (K_{11}\eta + K_{12})\Gamma_1 - \left[K_{11}(2t_n^e + c) + K_{12} \frac{|u_t|}{u_t} 2t_t^e \right] \Gamma_2 \quad (3.61)$$

$$t_t^{t+\Delta t} = t_t^e - K_{22} \frac{|u_t|}{u_t} \Gamma_1 - K_{22} 2t_t^e \Gamma_2$$

Finalmente, considerando $\Gamma = \Gamma_1 \cos^2 \beta$ e $\Gamma = \Gamma_2 \sin^2 \beta$, substituindo (3.60) em (3.61), obtêm-se Γ e com isso as tensões finais.

3.2.5 Modelo constitutivo para a armadura

O modelo constitutivo utilizado para simular o comportamento das barras de aço que compõem a armadura é do tipo elastoplástico com endurecimento isotrópico, conforme o critério de escoamento de Von Mises:

$$F = \frac{1}{2} s_{ij} s_{ij} - \frac{1}{3} f_y \quad (3.62)$$

onde s_{ij} são as tensões desviadoras de Cauchy e f_y a tensão de escoamento do aço. Se $F \leq 0$ o comportamento é elástico. Se $F \geq 0$ ocorre um processo de retorno das tensões com o aparecimento de deformações plásticas. O processo é similar ao descrito no item 3.2.4. Detalhes podem ser encontrados em Bittencourt (1999).

Para definir f_y , a relação uniaxial tensão x deformação do aço deve ser conhecida. Neste trabalho consideramos o aço com amolecimento isotrópico linear, conforme indica a figura 3.16.

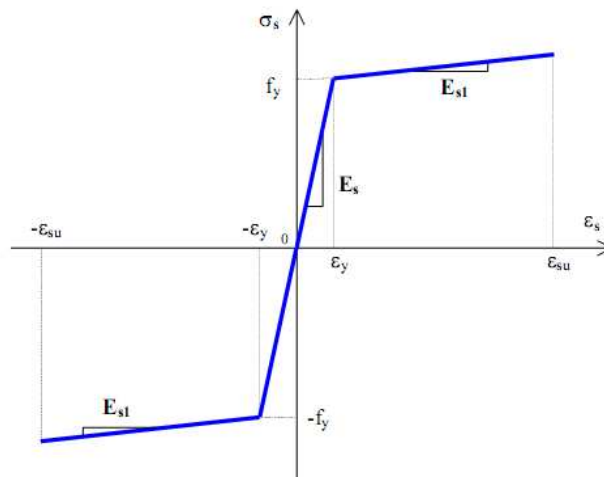


Figura 3.16: Modelo constitutivo do aço.

3.2.6 Modelo de aderência para barras lisas

Para barras lisas os mecanismos que governam a aderência são os mesmos que os das barras nervuradas, porém em intensidades diferentes. Assim, a principal diferença entre o modelo de aderência para barras nervuradas e para barras lisas é que, neste último caso, a adesão é levada em conta. No caso das barras nervuradas a contribuição da adesão é muito pequena e ocorre somente para níveis de escorregamentos muito baixos. Já para barras lisas, a parcela da interação mecânica é somente devida às irregularidades da superfície da barra e, dessa forma, a capacidade de criar tensão normal é muito menor. Conseqüentemente, a parcela da adesão não pode mais ser desprezada.

3.2.6.1 Superfície de ruptura

A relação constitutiva elástica para o modelo de barras lisas é dada pela equação 3.1, ou seja, é a mesma relação adotada para barras nervuradas. Já na definição da superfície de ruptura foi incluída a parcela devido à adesão.

A função F_1 , que descreve o atrito e inclui a parcela da adesão através da função f_a , é definida por

$$F_1 = |t_t| + \mu(t_n - f_a) = 0 \quad (3.63)$$

A outra função, F_2 , que descreve o limite superior da falha por arrancamento, é definida admitindo que a máxima tensão de tração permitida é f_a ,

$$F_2 = t_n^2 + t_t^2 + c(t_n - f_a) = 0 \quad (3.64)$$

A superfície de ruptura do modelo é apresentada na figura 3.17. Como no caso das barras nervuradas, para a região definida pela função F_2 consideramos uma regra de fluxo associada durante a análise plástica e para a função F_1 admitimos uma regra de fluxo-não associada, onde deslocamentos plásticos, $d\mathbf{u}^p$, são definidos como

$$d\mathbf{u}^p = d\lambda \frac{\partial G}{\partial \mathbf{t}} \quad (3.65)$$

$$G = \left| \frac{u_t}{u_n} \right| t_t + \eta(t_n - f_a) = 0 \quad (3.66)$$

onde G é a função potencial plástico, $d\lambda$ é um multiplicador plástico incremental e η é o coeficiente de dilatação.

Para a determinação das tensões na interface foi aplicado o método de retorno radial como descrito no item 3.2.4.

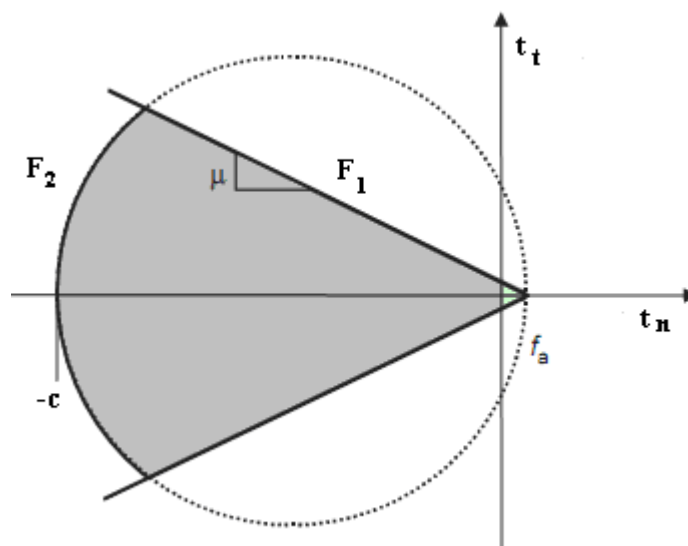


Figura 3.17: Superfície de ruptura para o modelo de barras lisas.

3.2.6.2 Parâmetros

Como mencionado anteriormente, o modelo de aderência foi calibrado para barras de aço nervuradas padrão e concreto de resistência à compressão normal. Desta forma, para aplicação do modelo para barras lisas uma nova calibração é necessária. Primeiramente foram utilizados os valores propostos por Bolmsvik e Lundgren (2006). Posteriormente, estes valores foram reajustados para uma melhor adequação da resposta do modelo com os resultados experimentais.

No modelo de barras nervuradas, a variável interna d reflete a dominância da interação mecânica na resposta e sua dependência da geometria das nervuras. No caso das barras lisas, o efeito da interação mecânica no fenômeno da aderência é muito menor, sendo o processo governado principalmente pelo atrito. Além disso, como não há nervuras, uma nova definição para d é necessária.

Aqui, d é definida como sendo igual ao escorregamento plástico da interface

$$d = u_t^p \quad (3.67)$$

A função f_a representa a parcela proveniente da adesão, como mostra a figura 3.18. Seu valor máximo é definido como igual à resistência a tração do concreto e, à medida que o escorregamento aumenta, este valor torna-se zero.

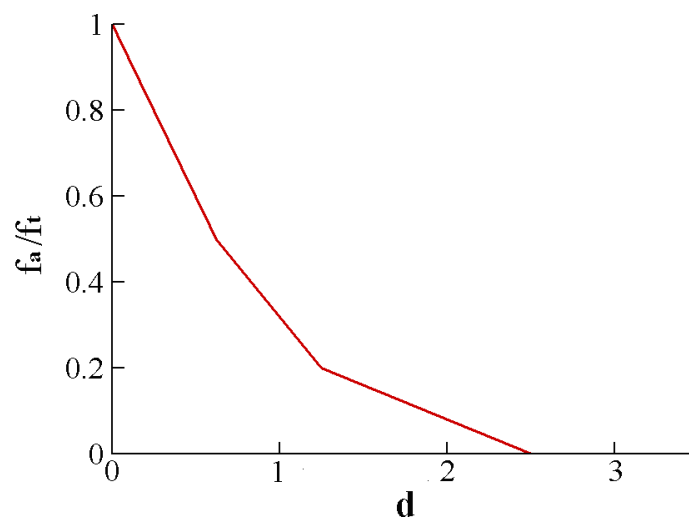


Figura 3.18: Variação da função f_a em função da variável interna d .

As funções c e μ^* são definidas pelas curvas apresentadas na figura 3.19.

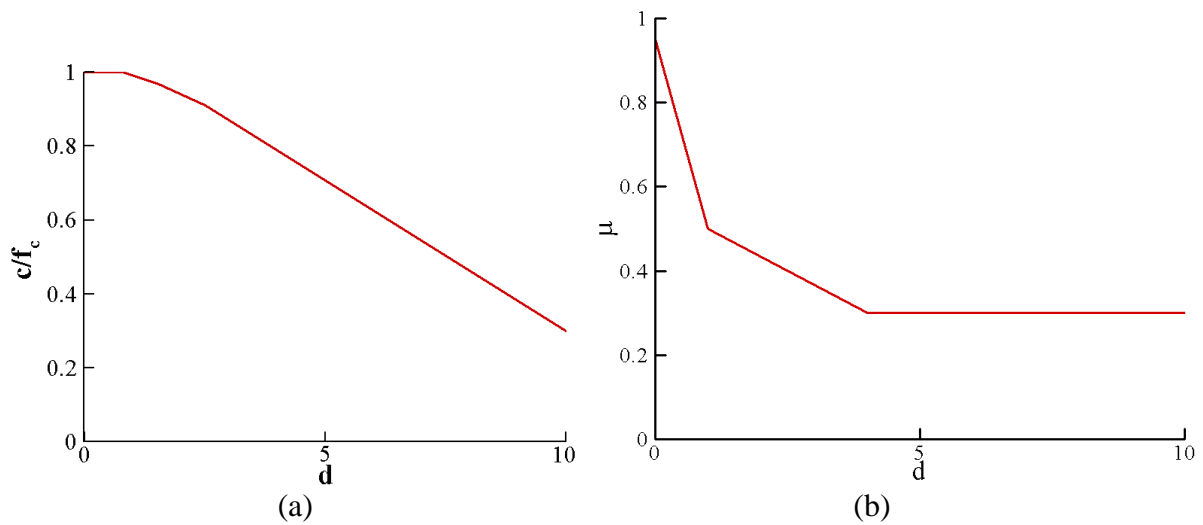


Figura 3.19: (a)Variação da função c , e (b) Variação da função μ , em função da variável interna d .

Para a rigidez K_{22} , que descreve a relação entre a parte elástica do escorregamento e a tensão de aderência, devido à ausência de nervuras, foi adotado um valor constante e igual a

$$K_{22} = 3E_c (m^{-1}) \quad (3.68)$$

Os valores adotados para a rigidez K_{11} e K_{12} foram os mesmos empregados para as barras nervuradas. A rigidez K_{11} é dada pela curva apresentada na figura 3.7, e a rigidez K_{12} é definida pela equação 3.14.

Como anteriormente, o parâmetro de dilatação η define a variação nas tensões normais devido ao retorno plástico. Para barras nervuradas este valor foi escolhido constante e igual 0,04. No caso das barras lisas, como a capacidade de criar tensão normal é reduzida, este valor passa a ser 0,015.

4 MODELO DE FISSURAÇÃO PARA O CONCRETO

Neste capítulo é apresentado o modelo de fissuração para o concreto empregado neste trabalho. Primeiramente é feita uma breve descrição dos modelos de fissuração existentes na literatura e, em seguida, o modelo aqui utilizado é apresentado. O objetivo é simular o processo de ruptura no concreto armado utilizando, em conjunto com o modelo elasto-plástico de aderência apresentado no capítulo anterior, um modelo capaz de representar a fissuração macroscópica da matriz de concreto.

4.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Historicamente, a representação da fissuração via elementos finitos apresenta três linhas distintas: a dos modelos de fissuras distribuídas, a dos modelos de fissura incorporada e a dos modelos de fissuras discretas.

Nos modelos de fissura distribuída (Rashid, 1968; Bazant e Cedolin, 1979 e 1980; Bazant e Oh, 1983; Vecchio, 1989; d'Avila, 2003; entre outros), a fissura é modelada através de uma alteração na relação constitutiva do contínuo nas vizinhanças da fissura. A topologia da malha não muda durante a análise, sendo necessário somente atualizar a relação tensão-deformação para considerar o dano devido à fissuração. Estes modelos são usados com sucesso na análise da maioria das estruturas de concreto armado. No entanto, detalhes das fissuras tais como número, orientação e abertura não podem ser obtidos.

Nos modelos incorporados (Grootenboer et al., 1981; Dvorkin et al., 1990; Oliver, 1990; Brisotto, 2006), a fissura é incorporada como descontinuidade dentro do elemento finito, podendo se propagar em qualquer direção, independente da topologia da malha. Este método se aplica a estruturas de concreto armado e simples, podendo as fissuras se propagarem em qualquer direção e os resultados obtidos são independentes da malha de elementos finitos utilizada. Como desvantagem, a ponta da fissura não é modelada. Logo, todas as singularidades associada a ela não são consideradas.

Já os modelos de fissura discreta tratam a fissura como uma entidade geométrica (Ngo e Scordelis, 1967; Ingraffea et al., 1984; Rots, 1988; entre outros). Cada fissura é representada individualmente como descontinuidade real da malha de elementos finitos através da separação dos lados dos elementos. Dentro desta proposta os modelos coesivos vêm sendo desenvolvidos desde o final dos anos 80 com grande aplicação na simulação de problemas de mecânica da fratura, permitindo a simulação do crescimento e ramificação das fissuras. A fundamentação teórica destes modelos coesivos baseia-se nos trabalhos de Dugdale (1960) e Barenblatt (1962), onde é proposta a existência de zonas coesivas e tensões coesivas na ponta da fissura. O método também não se restringe às aplicações elástico-lineares, podendo assim capturar as não-linearidades que caracterizam a fratura do concreto. A principal preocupação na simulação dos mecanismos de falha nos modelos coesivos é como caracterizar a interação entre as superfícies fraturadas. Esta interação pode ser representada de duas formas distintas: através dos modelos não-potenciais (por exemplo, Geubelle e Baylor (1998), Zhang e Paulino (2005)) e através da aplicação de modelos potenciais (Needleman (1987, 1990), Belz and Rice (1991), Xu e Needleman (1993)). Modelos não-potenciais são relativamente simples de se desenvolver, mas sofrem de falta de simetria do sistema de equações, o que pode elevar o custo computacional em uma análise de elementos finitos. Além disso, em algumas situações de fratura em modo misto, podem fornecer relações coesivas não-físicas.

Neste trabalho, será empregado o modelo potencial proposto por Park et al. (2009), aqui chamado de modelo PPR. O modelo é capaz de caracterizar diferentes energias de fratura, diferentes resistências coesivas e é aplicável a vários tipos de materiais e amolecimentos. A seguir, é feita uma descrição geral do modelo.

4.2 O MODELO POTENCIAL PPR

Nos modelos potenciais, a relação constitutiva é derivada de um potencial, o qual representa a distribuição da energia de fratura em relação à separação das superfícies fraturadas. Na literatura existem diversos modelos potenciais, os quais são aplicados a diferentes modos de fratura. A tabela 4.1 apresenta resumidamente estes modelos, incluindo o modelo PPR, com o respectivo tipo de função potencial na qual foram definidos. Entretanto, estes modelos apresentam algumas limitações como, por exemplo, a presença de parâmetros de difícil

determinação experimental, estar restringidos a relações específicas de energia em modo I e modo II e excessiva complância elástica.

Tabela 4.1: Modelos potenciais e respectivas relações coesivas.

Modelo potencial	Relação normal	Relação tangencial
Needleman (1987)	Polinomial	Linear
Needleman (1990)	Exponencial	Periódica
Beltz e Rice (1991)	Exponencial	Periódica
Xu e Needleman (1993)	Exponencial	Exponencial
Park et. al (2009)	Polinomial	Polinomial

O potencial unificado proposto por Park et al. (2008), e aplicado neste trabalho, consiste de uma função polinomial expressa em termos da separação normal (u_n) e tangencial (u_t) ao longo da interface, e é definido em função de condições de contorno simétricas e parâmetros macroscópicos.

As condições de contorno do modelo são definidas pelas seguintes condições:

- A falha completa na direção normal ($t_n = 0$) ocorre quando a separação normal ou tangencial alcança certo comprimento ($\delta_n, \bar{\delta}_t$), chamado de abertura normal final e abertura tangencial final conjugada, respectivamente. Assim,

$$t_n(\delta_n, u_t) = 0, \quad t_n(u_n, \bar{\delta}_t) = 0 \quad (4.1)$$

- A falha completa na direção tangencial ($t_t = 0$) ocorre quando a separação tangencial ou a separação normal alcança certo comprimento ($\bar{\delta}_n, \delta_t$), chamado de abertura normal final conjugada e abertura tangencial final, respectivamente. Logo,

$$t_t(\bar{\delta}_n, u_t) = 0, \quad t_t(u_n, \delta_t) = 0 \quad (4.2)$$

- A área sobre as curvas $t_n \times u_n$ e $t_t \times u_t$ fornece a energia de fratura normal e tangencial, respectivamente, ou seja,

$$\Phi_n = \int_0^{\delta_n} t_n(u_n, 0) \mathbf{d}u_n, \quad \Phi_t = \int_0^{\delta_t} t_t(0, u_t) \mathbf{d}u_t \quad (4.3)$$

- As tensões normal e tangencial atingem os valores máximos quando a abertura da fissura alcança os valores críticos $(\delta_{nc}, \delta_{tc})$,

$$\left. \frac{\partial t_n}{\partial u_n} \right|_{u_n=\delta_{nc}} = 0, \quad \left. \frac{\partial t_t}{\partial u_t} \right|_{u_t=\delta_{tc}} = 0 \quad (4.4)$$

- As tensões máximas correspondem às resistências coesivas $(\sigma_{\max}, \tau_{\max})$,

$$t_n(\delta_{nc}, 0) = \sigma_{\max}, \quad t_t(0, \delta_{tc}) = \tau_{\max} \quad (4.5)$$

- Os parâmetros de forma (α', β') são introduzidos para caracterizar o tipo de amolecimento do material. Com isto é possível representar diferentes tipos de comportamento: frágil, quasi-frágil ou ductil.

Em função destas condições descritas acima, a função potencial para fratura em modo misto é definida por

$$\psi(u_n, u_t) = \min(\Phi_n, \Phi_t) + \begin{bmatrix} \Gamma_n \left(1 - \frac{u_n}{\delta_n}\right)^{\alpha'} \left(\frac{m}{\alpha'} + \frac{u_n}{\delta_n}\right)^m + \langle \Phi_n - \Phi_t \rangle \\ \Gamma_t \left(1 - \frac{u_t}{\delta_t}\right)^{\beta'} \left(\frac{n}{\beta'} + \frac{u_t}{\delta_t}\right)^n + \langle \Phi_t - \Phi_n \rangle \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

Devido à natureza física do potencial, a primeira derivada da função potencial em relação à separação normal e tangencial fornece, respectivamente, a tensão normal e tensão tangencial ao longo das interfaces coesivas,

$$t_n(u_n, u_t) = \frac{\Gamma_n}{\delta_n} \begin{bmatrix} m \left(1 - \frac{u_n}{\delta_n}\right)^{\alpha'} \left(\frac{m}{\alpha'} + \frac{u_n}{\delta_n}\right)^{m-1} - \alpha' \left(1 - \frac{u_n}{\delta_n}\right)^{\alpha'-1} \left(\frac{m}{\alpha'} + \frac{u_n}{\delta_n}\right)^m \\ \Gamma_t \left(1 - \frac{|u_t|}{\delta_t}\right)^{\beta'} \left(\frac{n}{\beta'} + \frac{|u_t|}{\delta_t}\right)^n + \langle \Phi_t - \Phi_n \rangle \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

$$t_t(u_n, u_t) = \frac{\Gamma_t}{\delta_t} \left[n \left(1 - \frac{|u_t|}{\delta_t} \right)^{\beta'} \left(\frac{n}{\beta'} + \frac{|u_t|}{\delta_t} \right)^{n-1} - \beta' \left(1 - \frac{|u_t|}{\delta_t} \right)^{\beta'-1} \left(\frac{n}{\beta'} + \frac{|u_t|}{\delta_t} \right)^n \right] \\ \left[\Gamma_n \left(1 - \frac{u_n}{\delta_n} \right)^{\alpha'} \left(\frac{m}{\alpha'} + \frac{u_n}{\delta_t} \right)^m + \langle \Phi_n - \Phi_t \rangle \right] \frac{u_t}{|u_t|}$$

onde $\langle x \rangle = \begin{cases} 0, & \text{se } x < 0 \\ x, & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$

Os parâmetros do modelo $(\Gamma_n, \Gamma_t, m, n, \delta_n, \delta_t, \alpha', \beta')$ são determinados satisfazendo as condições de contorno descritas anteriormente. As constantes de energia (Γ_n, Γ_t) estão relacionadas às energias de fratura em modo I e modo II (equação 4.3) e são determinadas por

$$\Gamma_n = (-\Phi_n)^{\langle \Phi_n - \Phi_t \rangle / (\Phi_n - \Phi_t)} \left(\frac{\alpha'}{m} \right)^m, \quad \Gamma_t = (-\Phi_t)^{\langle \Phi_t - \Phi_n \rangle / (\Phi_t - \Phi_n)} \left(\frac{\beta'}{n} \right)^n \quad (4.8)$$

Quando as energias de modo I e modo II são iguais, as constantes de energia assumem a seguinte forma

$$\Gamma_n = (-\Phi_n) \left(\frac{\alpha'}{m} \right)^m, \quad \Gamma_t = \left(\frac{\beta'}{n} \right)^n \quad (4.9)$$

Os expoentes adimensionais (m, n) são definidos a partir da equação 4.4 e pelos indicadores de rigidez iniciais (λ_n, λ_t) ,

$$m = \frac{\alpha'(\alpha' - 1)\lambda_n^2}{(1 - \alpha'\lambda_n^2)}, \quad n = \frac{\beta'(\beta' - 1)\lambda_t^2}{(1 - \beta'\lambda_t^2)} \quad (4.10)$$

Os indicadores de rigidez inicial (λ_n, λ_t) são introduzidos para controlar o comportamento elástico do modelo. Valores baixos de λ_n, λ_t resultam em uma maior rigidez inicial e diminuem a deformação elástica artificial. Estes valores são determinados pela relação entre a abertura crítica da fissura e a abertura final, ou seja,

$$\lambda_n = \frac{\delta_{nc}}{\delta_n}, \quad \lambda_t = \frac{\delta_{tc}}{\delta_t} \quad (4.11)$$

Os parâmetros δ_n e δ_t representam a abertura normal e tangencial final das fissuras. Estes valores são determinados pelas condições de contorno definidas nas equações 4.3 e 4.5,

$$\delta_n = \frac{\Phi_n}{\sigma_{\max}} \alpha' \lambda_n (1 - \lambda_n)^{\alpha'-1} \left(\frac{\alpha'}{m} + 1 \right) \left(\frac{\alpha'}{m} \lambda_n + 1 \right)^{m-1} \quad (4.12)$$

$$\delta_t = \frac{\Phi_t}{\tau_{\max}} \beta' \lambda_t (1 - \lambda_t)^{\beta'-1} \left(\frac{\beta'}{n} + 1 \right) \left(\frac{\beta'}{n} \lambda_t + 1 \right)^{n-1}$$

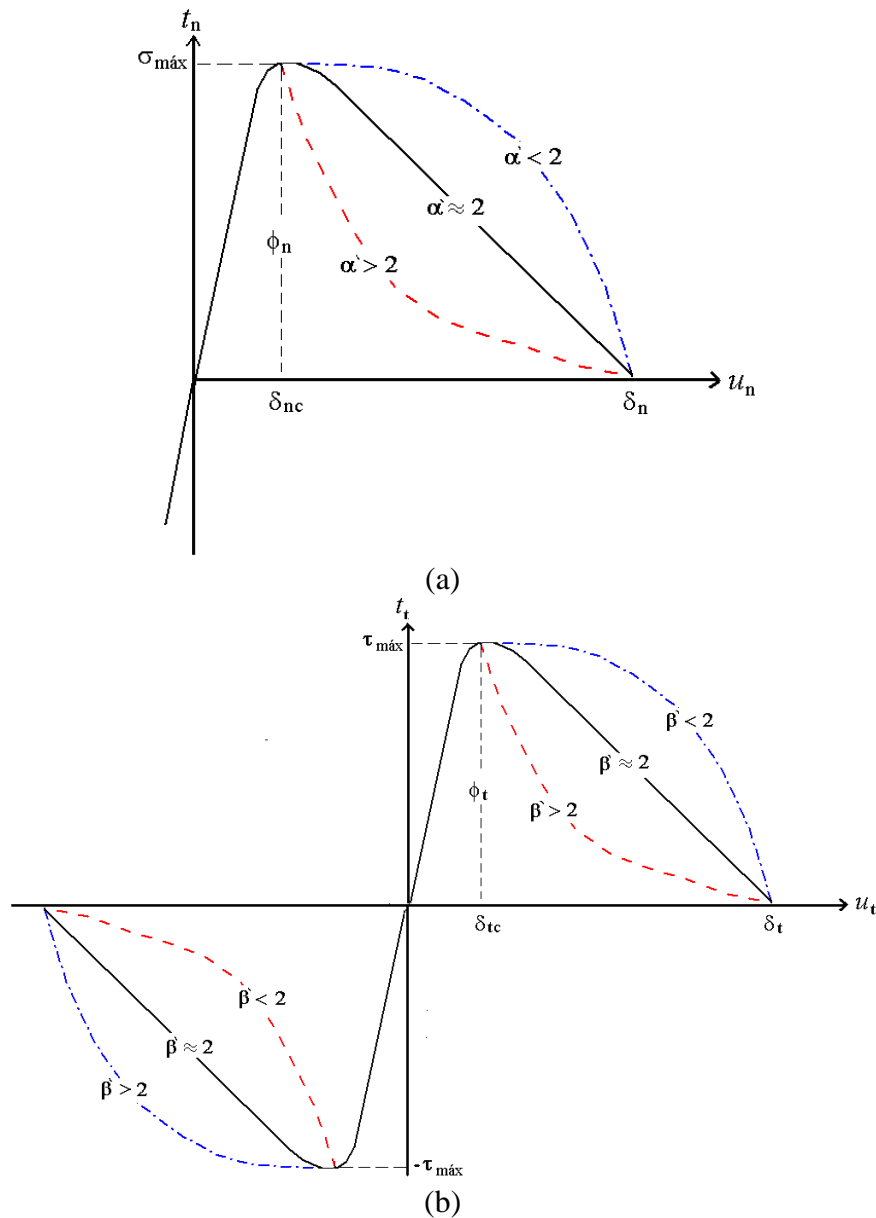


Figura 4.1: Relações coesivas do modelo potencial PPR: (a) Normal; (b) Tangencial

Os parâmetros de forma adimensionais (α', β') são introduzidos para capturar a influência da forma da curva que representa a relação constitutiva nos resultados (figura 4.1). Quando estes parâmetros assumem um valor igual a dois, a ordem da função potencial é aproximadamente igual a zero e, conseqüentemente, o trecho de amolecimento das curvas coesivas apresenta uma relação quase linear. Se estes parâmetros forem menores do que dois o gradiente do potencial apresenta a forma côncava e, no caso destes parâmetros serem maiores que dois, assume a forma convexa.

Cabe salientar que as tensões coesivas são definidas em uma região retangular determinada pelas aberturas finais da fissuras $(\delta_n \text{ e } \delta_t)$ e pelas aberturas finais conjugadas $(\bar{\delta}_n \text{ e } \bar{\delta}_t)$ como mostra a figura 4.2. No caso da falha em modo I, a tensão coesiva t_n será zero quando a separação normal for maior que a abertura normal final $(u_n > \delta_n)$, ou quando a separação tangencial for maior que a abertura tangencial final conjugada $(u_t > \bar{\delta}_t)$. Este valor é obtido satisfazendo a condição $t_n(u_n, \bar{\delta}_t) = 0$. A introdução destes valores conjugados garante que um valor de tensão coesiva diferente de zero não irá ocorrer quando a capacidade de carga é perdida.

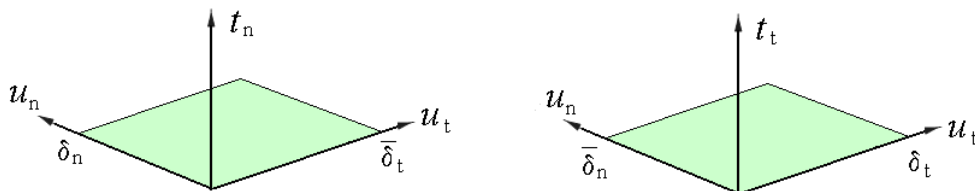


Figura 4.2: Região onde as tensões coesivas são definidas.

4.2.1 Influência do atrito

Um aspecto importante de muitas aplicações de modelos coesivos, em particular no concreto, é como representar o processo de fissuração levando em consideração a influência do atrito. Sob cargas de compressão, o escorregamento entre as faces da fissura produz efeitos de fricção, os quais têm uma importante função na determinação da propagação da fissura em modo II (Alfano e Sacco, 2006).

O valor de tensão normal para cargas compressivas foi determinado utilizando o método da penalidade. Num problema de contato, as seguintes condições devem ser respeitadas

$$\begin{aligned} u_n &\geq 0 \\ t_n &\leq 0 \end{aligned} \quad (4.13)$$

A primeira condição nos informa que não pode haver interpenetração entre as superfícies fraturadas, e a segunda indica que a tensão normal é sempre negativa. Além disso, podemos dizer que $t_n u_n = 0$, pois quando temos contato u_n é igual a zero, e quando não há contato t_n deve ser nulo.

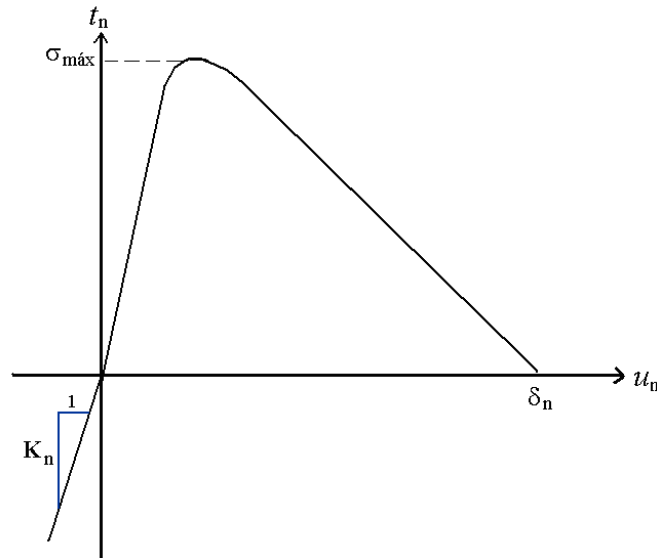


Figura 4.3: Definição do parâmetro k_n segundo o método da penalidade.

A primeira condição pode ser respeitada, de forma aproximada, pelo método da penalidade. Assim, podemos dizer que $t_n \cong k_n u_n$, onde k_n é um valor positivo grande, usualmente interpretado como a rigidez de uma mola. A aproximação advém do fato que u_n , neste caso, é admitido como sendo não nulo. Porém, este valor será tão próximo de zero quanto maior o valor de k_n , o que funciona como uma penalização do valor de u_n .

O valor de k_n é determinado pela inclinação inicial da curva $t_n \times u_n$ para $u_n > 0$ (figura 4.3).

Logo,

$$k_n = \frac{\partial t_n}{\partial u_n} = \left\{ -\Gamma_n \alpha' \left(\frac{m}{\alpha'} \right)^m \left[\Gamma_t \left(\frac{n}{\beta'} \right)^n m + \Gamma_t \left(\frac{n}{\beta'} \right)^n \alpha' + \langle \Phi_t - \Phi_n \rangle m + \langle \Phi_t - \Phi_n \rangle \alpha' \right] / \delta_n^{2/m} \right\} \quad (4.14)$$

Assim, a tensão normal para cargas compressivas é definida como

$$t_n = \left\{ -\Gamma_n \alpha' \left(\frac{m}{\alpha'} \right)^m \left[\Gamma_t \left(\frac{n}{\beta'} \right)^n m + \Gamma_t \left(\frac{n}{\beta'} \right)^n \alpha' + \langle \Phi_t - \Phi_n \rangle m + \langle \Phi_t - \Phi_n \rangle \alpha' \right] / \delta_n^{2/m} \right\} u_n \quad (4.15)$$

Primeiramente, a consideração do atrito foi feita com base no trabalho desenvolvido por Tvergaard (1990), onde a introdução da parcela do atrito é feita somente após a completa separação da interface. Um parâmetro adimensional, λ , é utilizado para quantificar esta separação. λ é definido por

$$\lambda = \left| \frac{u_t}{\delta_t} \right| \quad (4.16)$$

Quando $\lambda > 1$ ocorre a completa separação da interface, que não é mais capaz de suportar tensões, e a lei de atrito de Coulomb é introduzida no modelo. Neste caso, sob cargas compressivas ($t_n \leq 0$), o escorregamento irá ocorrer se $|t_t| \geq -\mu t_n$, e a tensão tangencial é dada por

$$|t_t| = \text{sgn}(u_t) \mu t_n \quad (4.17)$$

Para situações onde $|t_t| < -\mu t_n$ não existe escorregamento ($\dot{u}_t = 0$). Por conveniência numérica, nesta região da interface, é aplicada uma rigidez tangencial dada por $k_t = 4\mu|t_n|/\delta_t$. Nota-se que a condição de não escorregamento será satisfeita com precisão quando $k_t \rightarrow \infty$.

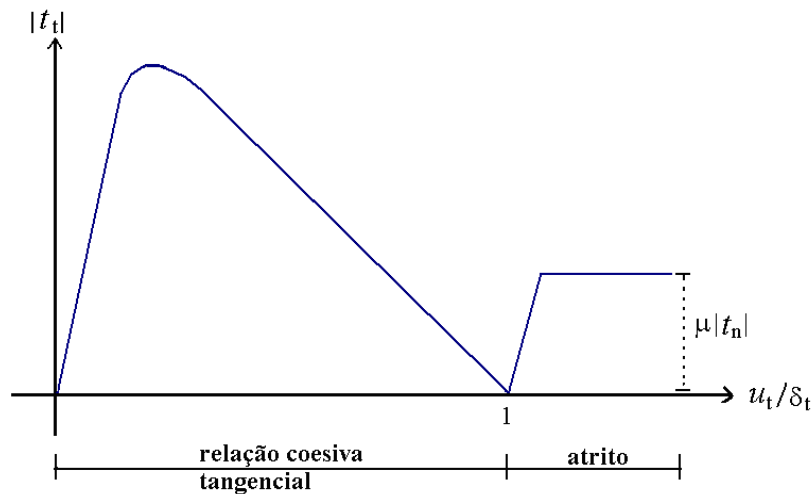


Figura 4.4: Comportamento tangencial da interface com a consideração do atrito, segundo o modelo de Tvergaard (1990).

Entretanto, observa-se que este modelo apresenta algumas inconsistências físicas. A rigidez tangencial desaparece quando a completa separação da interface ocorre. Entretanto, sob compressão, mesmo rompida a interface apresenta certa rigidez (pelo menos até a condição de escorregamento ser atingida). Para eliminar tal deficiência, ou seja, garantir a continuidade na degradação da rigidez na direção tangencial, o modelo foi modificado. Assim, o atrito passou a ser introduzido não somente após a completa ruptura da interface, mas sim desde o início da separação (Chaboche et al. (1997)). Um termo acoplado na definição da tensão tangencial (equação 4.18) introduz o atrito como uma rigidez, permitindo a continuidade e o subsequente Critério de atrito de Coulomb. Desta forma, a rigidez tangencial decresce, mas não desaparece quando a ruptura da interface ocorre como mostra a figura 4.5.

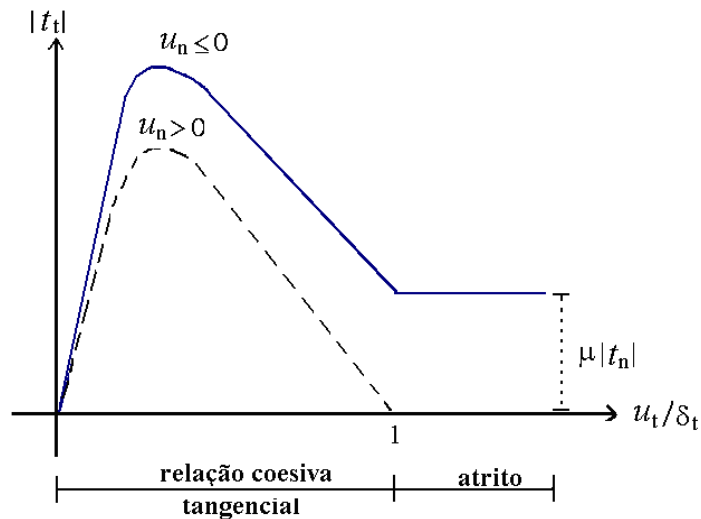


Figura 4.5: Comportamento da interface: Modelo PPR com atrito

Assim, a tensão tangencial passa a ser definida por:

$$t_t = \frac{\Gamma_t}{\delta_t} \left[n \left(1 - \frac{|u_t|}{\delta_t} \right)^{\beta'} \left(\frac{n}{\beta'} + \frac{|u_t|}{\delta_t} \right)^{n-1} - \beta' \left(1 - \frac{|u_t|}{\delta_t} \right)^{\beta'-1} \left(\frac{n}{\beta'} + \frac{|u_t|}{\delta_t} \right)^n \right] \quad (4.18)$$

$$\left[\Gamma_n \left(1 - \frac{u_n}{\delta_n} \right)^{\alpha'} \left(\frac{m}{\alpha'} + \frac{u_n}{\delta_n} \right)^m + \langle \Phi_n - \Phi_t \rangle \right] \frac{u_t}{|u_t|} + \boxed{t_f \frac{u_t}{\delta_t}}$$

onde

$$t_f = \mu |t_n| \operatorname{sgn}(u_t) \quad (4.19)$$

O termo em destaque na equação representa a contribuição do atrito antes da ruptura da

interface. Para evitar problemas numéricos, o valor de t_f é regularizado. Isso explica porque este valor é multiplicado por u_t / δ_t na equação 4.18.

Após a ruptura da interface ($\lambda > 1$), se a tensão normal é compressiva ($t_n \leq 0$) e existe escorregamento ($\dot{u}_t \neq 0$):

$$t_t = \mu |t_n| \operatorname{sgn}(u_t) \quad (4.20)$$

Caso contrário, se não existe escorregamento ($\dot{u}_t = 0$), por conveniência numérica, nesta região da interface, é aplicada uma rigidez tangencial dada por

$$t_t = 4\mu |t_n| \frac{u_t}{\delta_t} \quad (4.21)$$

5 IMPLEMENTAÇÃO VIA MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

Interfaces coesivas são elementos virtuais de ligação, entre as faces dos elementos finitos, que apresentam uma relação constitutiva que representa a coesão, seja na ponta de uma fissura ou na interface aço-concreto. Sua espessura é inicialmente nula.

Modelos numéricos necessitam uma discretização especial da malha de elementos finitos para empregar interfaces coesivas. Cada elemento deve ter o seu conjunto de nós que se mantém ligados nos demais elementos através de tensões coesivas.

O elemento de interface coesiva situa-se entre as faces dos elementos finitos volumétricos, como pode ser observado na figura 5.1, na qual n e t são as direções normais e tangenciais à interface coesiva.

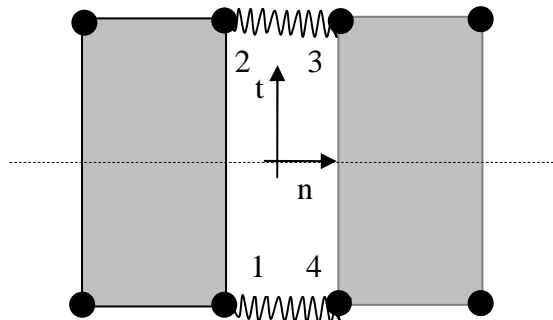


Figura 5.1: Desenho esquemático de uma interface coesiva.

O elemento de interface é composto de quatro nós, definidos no sentido horário, sendo que os dois primeiros nós devem pertencer a um mesmo elemento volumétrico, portanto no passo inicial há coincidência de coordenadas entre os nós 1 e 4, assim como entre os nós 2 e 3.

A implementação computacional das interfaces coesivas para o método dos elementos finitos caracteriza-se pela inclusão do termo (entre colchetes) referente ao trabalho interno da interface no Princípio dos Trabalhos Virtuais (PTV), como segue:

$$\int_{\Omega} \boldsymbol{\sigma} : \left(\frac{\partial \delta \mathbf{U}}{\partial \mathbf{x}} \right) dV + \left[\int_{\Gamma^I} \mathbf{t} \delta \mathbf{u} dS \right] = \int_{\Omega} \mathbf{B} \delta \mathbf{U} dV + \int_{\Gamma^F} \mathbf{F} \delta \mathbf{U} dS \quad (5.1)$$

onde, \mathbf{U} representa o vetor de deslocamentos ao longo do volume do corpo Ω (ver Figura 5.2), \mathbf{u} é o vetor de deslocamentos da interface, \mathbf{F} é o vetor de forças aplicadas no contorno Γ^F , \mathbf{B} representa o vetor de forças de volume, $\boldsymbol{\sigma}$ são as tensões de Cauchy e \mathbf{t} representa o vetor de tensões coesivas nas interfaces, aplicadas no contorno Γ^T da fissura ou no contorno da interface aço-concreto (ver figura 5.2). O símbolo δ define uma variação arbitrária e virtual. O vetor $\mathbf{t} = \{t_n, t_t\}$ é o vetor de tensões com as componentes normal e tangencial, e $\mathbf{u} = \begin{Bmatrix} u_n \\ u_t \end{Bmatrix}$ é o vetor de deslocamentos normal e tangencial da interface entre os elementos volumétricos que compartilham a mesma interface.

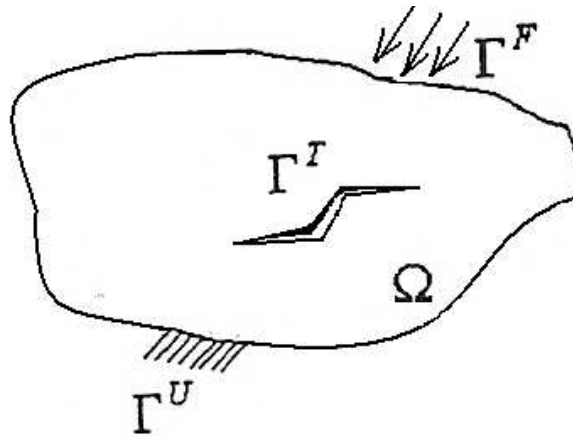


Figura 5.2: Corpo em estudo.

Na figura 5.2, observa-se que o perímetro do corpo em estudo é formado por duas parcelas ($\Gamma = \Gamma^U + \Gamma^F$), sendo que Γ^U refere-se ao contorno onde estão aplicados os deslocamentos prescritos e restrições, e Γ^F é a parcela de contorno onde são aplicadas as forças.

A equação 5.1 do PTV pode ser reescrita como a equação de equilíbrio do corpo, uma vez definido o modelo de elementos finitos para o corpo e eliminados os deslocamentos nodais virtuais, como segue

$$\mathbf{F}_{\text{int}} - \mathbf{F}_{\text{ext}} = 0 \quad (5.2)$$

onde \mathbf{F}_{int} e \mathbf{F}_{ext} representam as forças internas e externas atuantes nos nós dos elementos.

Considera-se nesta implementação a contribuição das interfaces coesivas através de uma parcela de força, correspondente às solicitações das interfaces, no vetor de forças internas.

As equações representadas em 5.1 formam um sistema de equações não-linear, cuja solução é obtida através da aplicação do método de Newton-Raphson. O termo entre colchetes na equação 5.1, correspondente aos elementos de interface, é integrado empregando uma quadratura de Gauss com quatro pontos de integração, tanto para o caso de elementos de fratura concreto-concreto, como para os elementos de interface aço-concreto.

6 RESULTADOS NUMÉRICOS

Neste capítulo diferentes exemplos numéricos são analisados. Estes exemplos estão divididos em três grupos. No item 6.1 são analisados testes de arrancamento com o objetivo de demonstrar que o modelo de aderência descrito no capítulo 3 é capaz de simular os diferentes modos de falha da aderência: arrancamento da barra de armadura, fendilhamento do concreto e escoamento do aço. No item 6.2, para verificar a implementação do modelo de fissuração descrito no capítulo 4, são analisados exemplos onde não há a presença de armadura. Por último, no item 6.3, é analisado um exemplo de tirante de concreto armado onde o modelo de aderência proposto é empregado juntamente com o modelo de fissuração PPR.

6.1 TESTES DE ARRANCAMENTO

Nesta seção diferentes testes de arrancamento foram analisados. As propriedades materiais do concreto, quando não fornecidas, são calculadas de acordo com as expressões contidas no Código Modelo CEB-FIP 1990, CEB (1993), a partir do valor da resistência à compressão do material, f_c . Para o aço, quando não fornecido, é adotado para o módulo de elasticidade (E_s) o valor de 200 GPa.

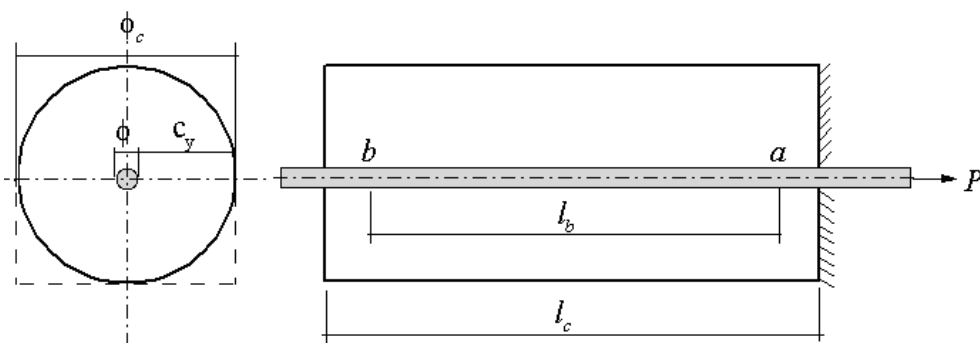


Figura 6.1: Geometria dos testes de arrancamento.

Nos casos analisados nesta seção a barra de aço está envolta por um maciço de concreto e é puxada por um dos lados (ver figura 6.1). Em alguns dos casos a seção transversal do volume de concreto não é circular. Nessas situações o cobrimento de concreto, c_y , somado ao raio da

armadura é usado como o raio de um cilindro de concreto fictício. Portanto, em todas as simulações uma geometria axissimétrica é empregada. Devido à simetria, somente metade do problema é discretizado com elementos finitos axissimétricos. No concreto são aplicados elementos finitos triangulares constantes, enquanto que no aço elementos quadriláteros lineares.

Embora a distribuição de tensões na interface varie ao longo do comprimento aderente, esta distribuição pode ser considerada aproximadamente constante para pequenos comprimentos de aderência. Nas curvas *tensão de aderência x escorregamento* apresentadas aqui é indicado este valor médio desta tensão, definido por

$$\tau_b = \frac{P}{\pi \cdot \phi \cdot l_b} \quad (6.1)$$

onde P é a carga aplicada, ϕ é o diâmetro da barra e l_b é o comprimento aderente.

Primeiramente são apresentados os resultados obtidos em situações onde a barra da armadura é do tipo nervurada. São analisados, respectivamente, exemplos de falha por escoamento do aço, arrancamento da armadura e fendilhamento do concreto. Por último, exemplos com a aplicação de barras lisas são analisados.

As propriedades elásticas da interface (K_{11}, K_{12}, K_{22}) e as demais propriedades plásticas (μ^*, c, η) seguem os valores sugeridos no capítulo 3, exceto quando mencionado diferente.

6.1.1 Ruptura por escoamento do aço

Nos testes de arrancamento realizados por Magnusson (2000) a armadura está localizada no centro da estrutura de concreto com um raio de 200 mm, altura de 480 mm e comprimento aderente longo o suficiente para provocar o escoamento da barra de aço. Dois destes testes são analisados. Em um deles, onde o comprimento aderente é de 220 mm, a falha ocorre pelo arrancamento da barra de aço logo após o escoamento da armadura. No outro caso, com comprimento aderente de 360 mm, a falha ocorre pela ruptura da barra de aço. A armadura empregada possui um diâmetro de 16 mm e tensão de escoamento de 580 MPa. As propriedades do concreto utilizado nas duas situações são apresentadas na tabela 6.1.

Tabela 6.1: Dados do concreto utilizado na análise.

Comprimento aderente (mm)	f_c (MPa)	f_t (MPa)	E_c (GPa)
360	27.6	2.2	30.2
220	30.6	2.4	31.3

A figura 6.2 apresenta a geometria da peça e a malha empregada na análise, onde os pontos A e B indicam os limites da zona de interface entre o concreto e a armadura. Nesta região são inseridos elementos de interface para os quais se aplica o modelo de aderência.

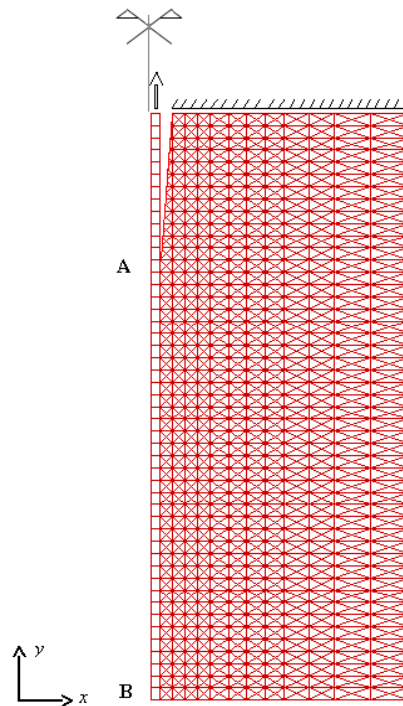


Figura 6.2: Malha empregada na análise via MEF.

Na figura 6.3 são apresentadas as curvas carga x escorregamento obtidas pelo modelo, bem como os resultados experimentais apresentados por Magnusson (2000). Os resultados numéricos apresentam uma boa concordância com os valores experimentais. Para os dois comprimentos aderentes analisados, até um carga de aproximadamente 116 kN ocorre o aumento da carga com o aumento do escorregamento. Após este ponto, a carga fica praticamente constante com o aumento do deslocamento relativo entre os materiais, o que indica que a barra de armadura entrou em escoamento. No caso da barra com comprimento aderente de 220 mm, este patamar de escoamento é menor comparado com a barra de 360 mm em virtude do arrancamento da barra de armadura que ocorre após o escoamento do aço.

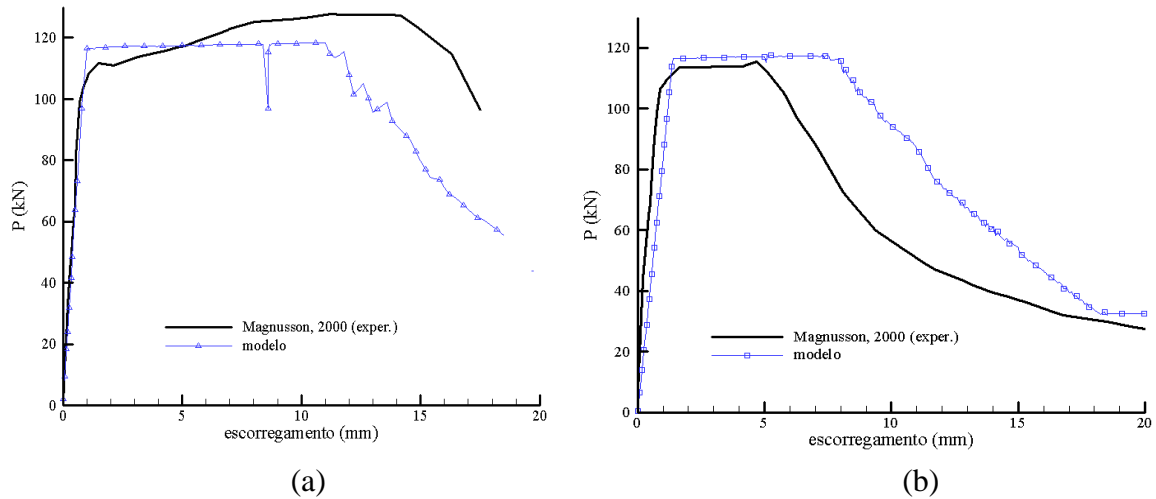


Figura 6.3: Carga aplicada x escorregamento: (a) comprimento aderente de 360 mm; (b) comprimento aderente de 220 mm.

A figura 6.4 mostra a relação *tensão de aderência x escorregamento* em um ponto da interface onde a barra entrou em escoamento, para o caso com comprimento aderente de 360 mm. Quando o patamar de escoamento é alcançado, ocorre a queda brusca da tensão de aderência pela perda da capacidade de transferência de tensões entre os materiais. Devido ao efeito Poisson, a contração da barra aumenta significativamente durante o escoamento e, assim, a tensão normal entre os materiais é perdida.

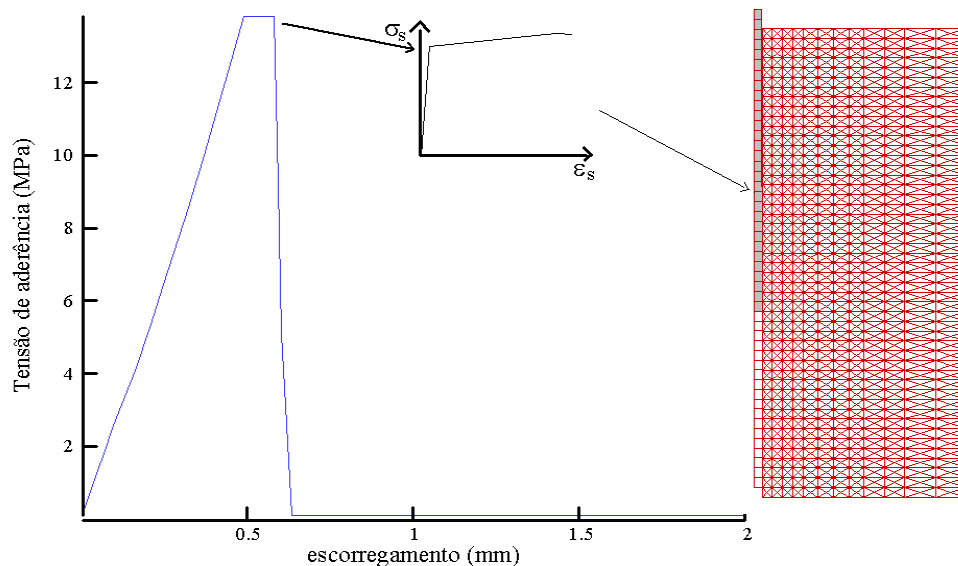
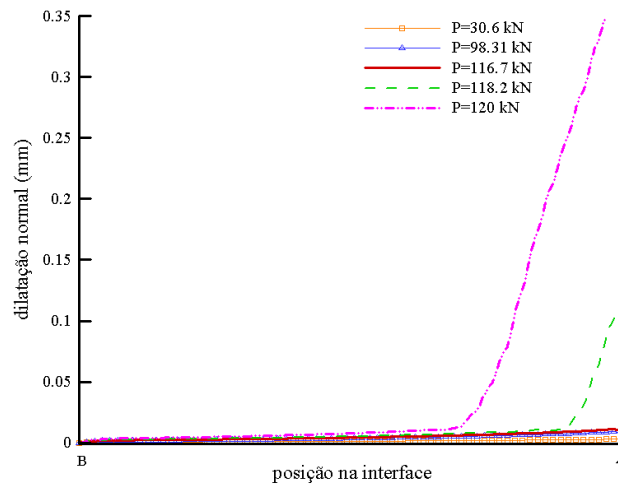
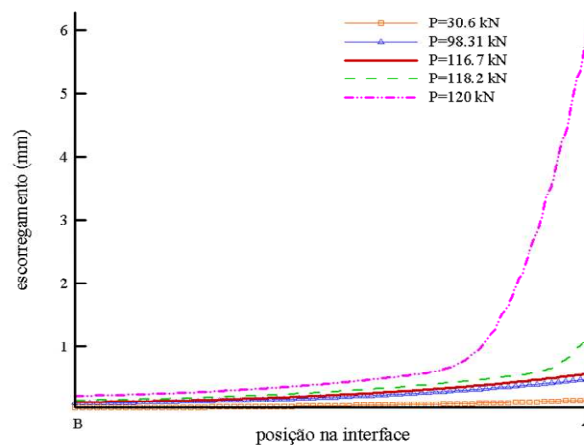


Figura 6.4: Tensão de aderência x escorregamento em um ponto de Gauss da interface (comprimento aderente de 360 mm).

A figura 6.5 mostra a variação do escorregamento e dilatação ao longo da interface em vários estágios de carga para o comprimento aderente de 360 mm. Os diagramas são obtidos para cinco níveis diferentes de carga, a fim de obter a variação do comportamento da aderência ao longo de todo o carregamento. É considerada uma carga no regime elástico ($P=30,6$ kN), uma carga um pouco antes do escoamento da armadura ($P=98,3$ kN), a carga de escoamento ($P=116,7$ kN), uma carga logo após o patamar de escoamento ser alcançado ($P=118,2$ kN) e uma carga no fim do carregamento ($P=120$ kN).



(a)



(b)

Figura 6.5: Deslocamentos ao longo da interface: (a) Dilatação normal; (b) Escorregamento.

As curvas obtidas mostram que logo após a carga de pico ser alcançada ocorre um grande aumento da dilatação junto aos elementos de interfaces mais próximos do ponto de aplicação dos deslocamentos. Isto ocorre em virtude do patamar de escoamento da barra ser atingido, o que provoca uma acelerada diminuição do raio da barra da armadura devido ao efeito Poisson.

Os correspondentes valores de escorregamento mostram o mesmo comportamento, ou seja, após o escoamento da barra, aumentam na mesma proporção que a dilatação aumenta, devido à perda de aderência.

6.1.2 Ruptura por arrancamento da barra

Para investigar o processo de falha da aderência por arrancamento, testes realizados por Lundgren (2000), Balázs e Koch (1995) e Baena et al. (2009) são analisados. No primeiro caso, o confinamento da estrutura necessário para prevenir o fendilhamento da peça é garantido através do revestimento do cilindro de concreto por um tubo de aço e, na segunda situação, o cobrimento de concreto é grande o suficiente para evitar a propagação da fissuração longitudinal.

6.1.2.1 LUNGREN (2000)

Nos testes de arrancamento realizados por Lundgren a barra de armadura está localizada dentro de um cilindro de concreto e este, por sua vez, é revestido por um tubo de aço. A função deste revestimento externo é garantir o confinamento da estrutura uma vez que o cobrimento de concreto ($\cong 1,6\phi$) não é suficiente para prevenir o fendilhamento. O tubo de aço tem um diâmetro de 70 mm, altura de 100 mm e espessura de 1 mm. A armadura possui um diâmetro de 16 mm e tensão de escoamento de 580 MPa. O comprimento aderente da armadura no concreto é de 50 mm. As propriedades materiais do concreto empregadas durante a análise são: $f_c = 35,6MPa$, $f_t = 2,7MPa$ e $E_c = 30,3GPa$.

A figura 6.6 mostra a geometria e seção transversal do cilindro de concreto e a malha de elementos finitos empregada na análise. As seções A e B indicam os limites da zona aderente entre o concreto e a armadura. Nesta região são inseridos elementos de interface para os quais se aplica o modelo de aderência.

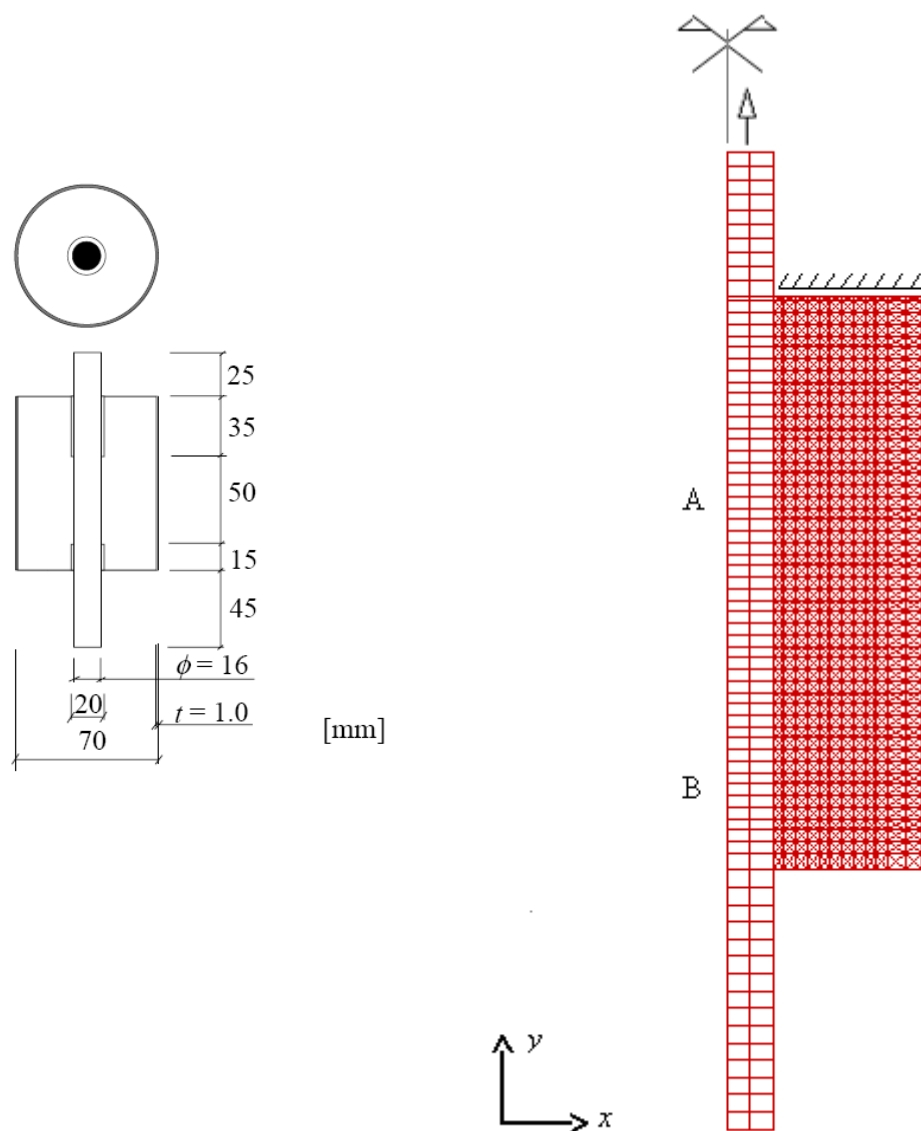


Figura 6.6: Geometria do corpo de prova e malha adotada para análise numérica.

As figuras 6.7 e 6.8 apresentam os resultados obtidos pela análise. Na figura 6.7 são apresentadas as curvas *carga x escorregamento* obtidas numericamente e experimentalmente. Observamos um bom ajuste entre os resultados. Já na figura 6.8, a variação da dilatação e escorregamento ao longo da interface para diferentes estágios do carregamento é mostrada. Como no exemplo anterior, os diagramas são obtidos para cinco níveis diferentes de carga. É considerada uma carga no regime elástico da interface ($P = 16.76$ kN), uma carga um pouco antes do pico ($P = 38.31$ kN), a carga máxima ($P = 44.7$ kN), uma carga após o pico ($P = 30.86$ kN) e uma carga no fim do processo ($P = 3.3$ kN).

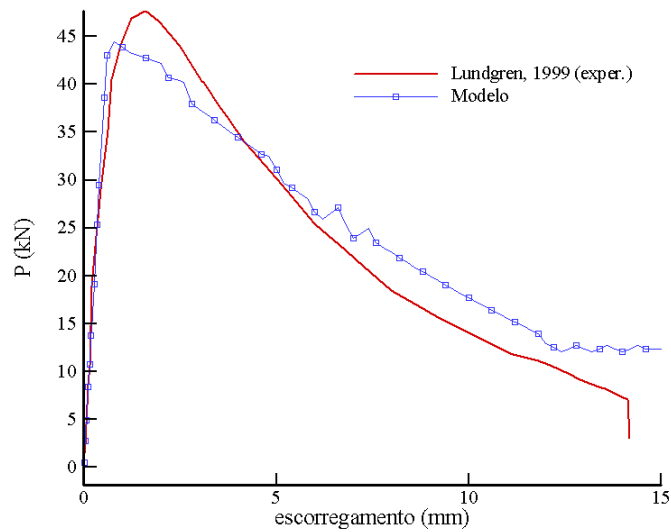


Figura 6.7: Carga aplicada x escorregamento.

Comparando a dilatação obtida na figura 6.8 com a do exemplo anterior (figura 6.5), observamos que no presente caso a dilatação da interface é quase duas ordens de grandeza menor. Isto ocorre devido ao confinamento aplicado à estrutura. Além disto, ocorre um aumento da dilatação perto da carga máxima e, após, uma queda deste valor. Isto está de acordo com o obtido experimentalmente nos testes de arrancamento realizados por Malvar (1992). Em relação ao escorregamento, o mesmo aumenta com o aumento do carregamento e é praticamente constante ao longo da interface, indicando um movimento de corpo rígido da barra. Este comportamento é típico da falha por arrancamento e é bem distinto do escorregamento encontrado no caso de escoamento da armadura (figura 6.5).

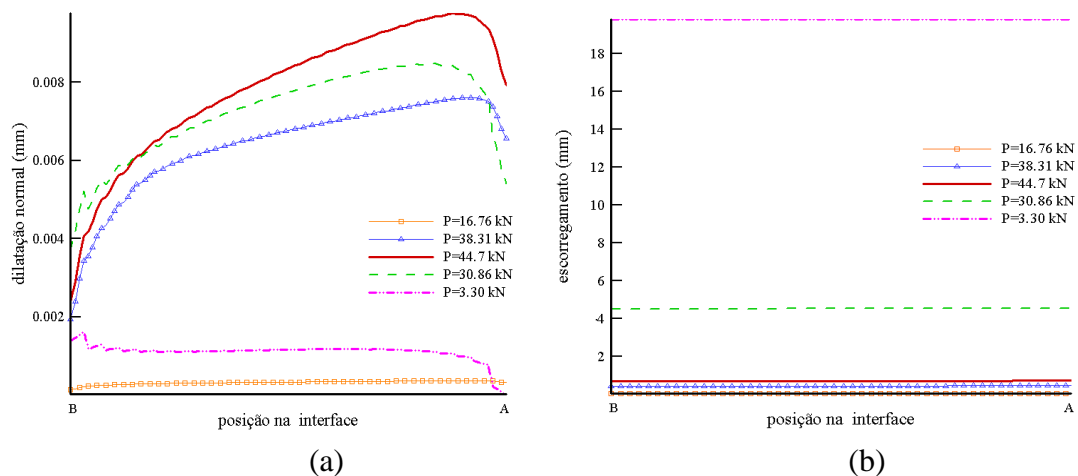


Figura 6.8: Deslocamentos ao longo da interface: (a) Dilatação normal; (b) Escorregamento.

A figura 6.9 apresenta o caminho percorrido por um ponto típico da interface no espaço de tensões ($t_t \times t_n$) para o exemplo em questão e para o exemplo anterior onde a ruptura ocorreu por escoamento da armadura. É possível observar a diferença de comportamento entre as duas situações. No caso da ruptura por escoamento do aço, uma vez que este tipo de falha é considerado um caso particular de fendilhamento onde a falha ocorre pela perda da capacidade de transferência de tensão normal, o processo de retorno radial é realizado para sobre a superfície de ruptura definida pela função F_1 . A função F_2 nunca é atingida. Para o exemplo de falha por arrancamento apresentado por Lundgren (2000), este retorno é feito para sobre a superfície F_2 e a resistência a compressão do concreto é o fator determinante da capacidade de aderência.

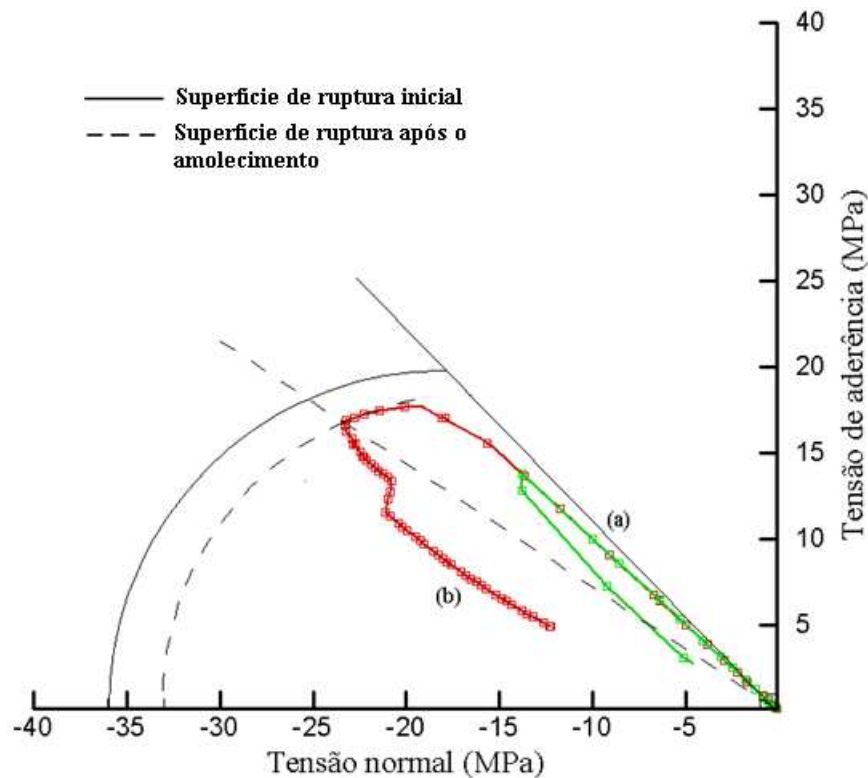


Figura 6.9: Espaço de tensões: (a) Escoamento do aço, e (b) Arrancamento.

Por fim, considerando o exemplo em questão, foi investigada a influência da malha de elementos finitos nos resultados do modelo. Com esse intuito, três malhas de elementos finitos foram propostas conforme a figura 6.10: uma grosseira, outra média e uma mais refinada. A malha grosseira é formada por um total de 12 elementos ao longo da interface aço-concreto, onde cada um destes elementos tem um comprimento característico de 4 mm na

direção desta interface. A malha média apresenta 25 elementos de interface e comprimento característico de malha de 2 mm. Já a malha refinada é formada por 50 elementos ao longo da interface e estes possuem comprimento característico de 1 mm.

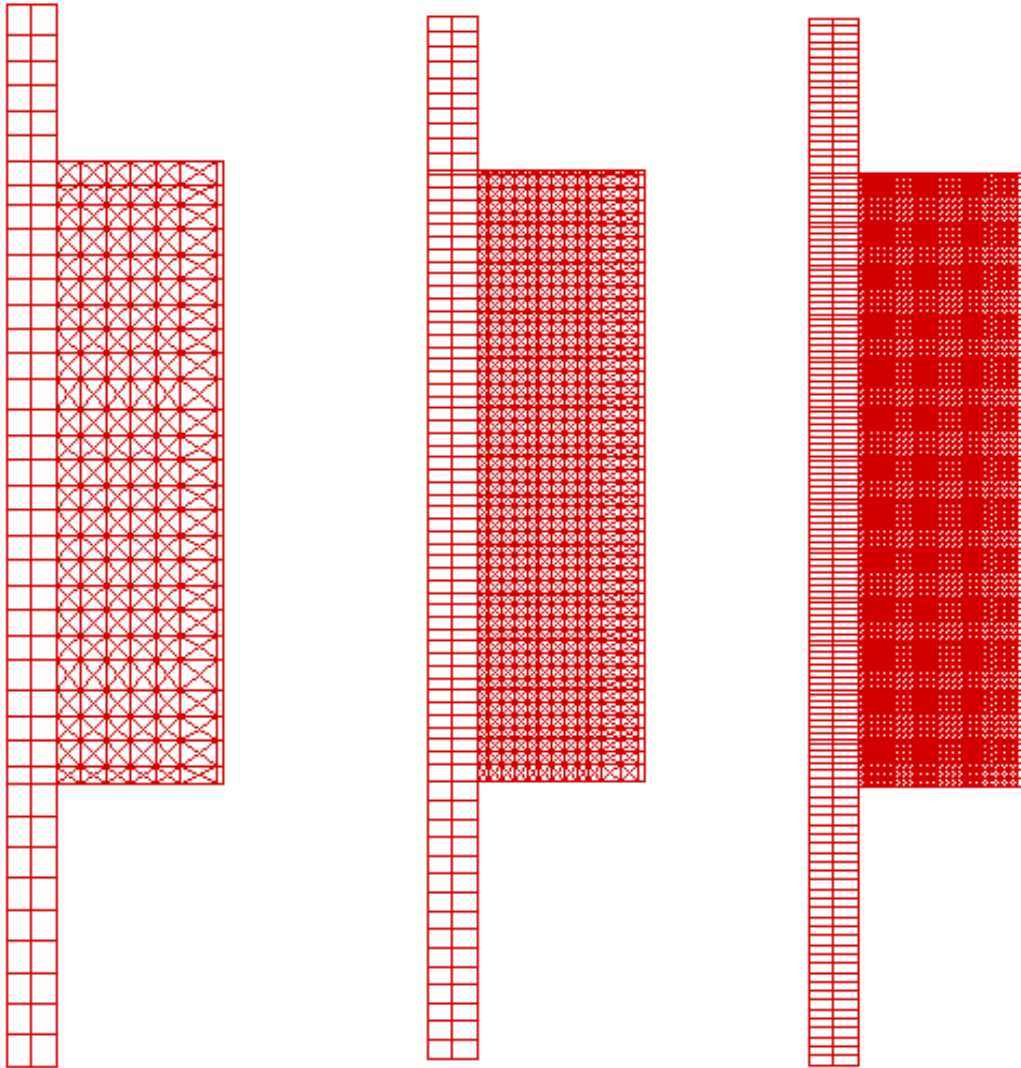


Figura 6.10: Malha de elementos finitos: (a) grosseira, (b) média e (c) refinada.

A figura 6.11 apresenta os resultados obtidos com as três diferentes malhas. Analisando os resultados podemos concluir que o modelo em questão se mostra independente da malha de elementos finitos aplicada.

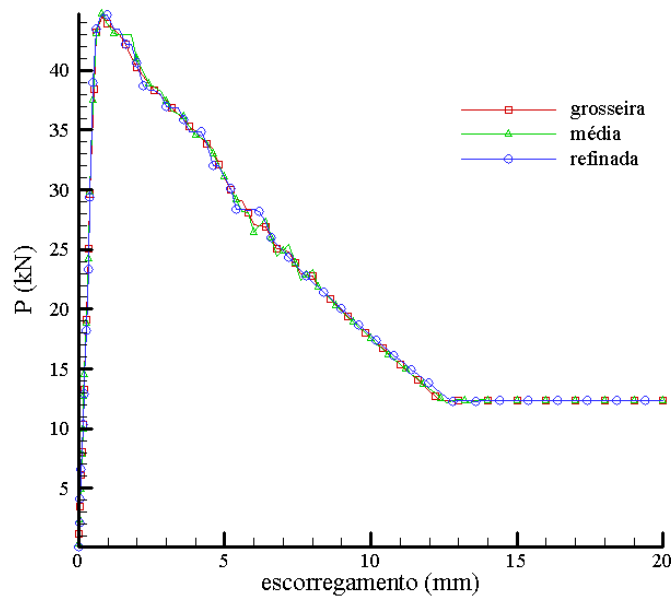


Figura 6.11: Carga aplicada x escorregamento para diferentes tipos de malha empregados.

6.1.2.2 Balázs e Koch (1995)

Nos testes de arrancamento executados por Balázs e Koch (1995) a armadura tem um comprimento aderente de 80 mm, e está inserida no centro de um prisma de concreto de seção 160 x 160 mm. A armadura empregada possui diâmetro de 16 mm e tensão de escoamento de 580 MPa, e o concreto apresenta as seguintes propriedades: $f_c = 25,5MPa$, $f_t = 2,0MPa$ e $E_c = 29,4GPa$.

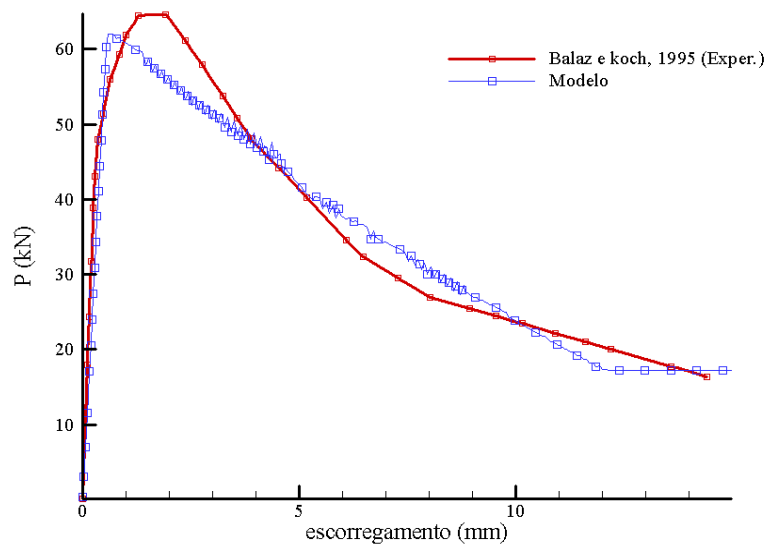


Figura 6.12: Carga aplicada x escorregamento.

Na figura 6.12 a curva *carga x escorregamento* resultante da análise numérica é comparada com a curva experimental. Observamos uma boa concordância de resultados. No exemplo em questão, o cobrimento do concreto é grande o suficiente para prevenir a propagação da fissuração longitudinal em direção às bordas do cilindro de concreto, o que garante o arrancamento da barra.

A figura 6.13(a) apresenta uma previsão para a extensão das fissuras longitudinais ao longo da peça, definida a partir dos valores da tensão de tração circunferencial (σ_t). O concreto é considerado aqui fissurado para valores de tensão circunferencial maiores que $f_t = 2$ MPa. Coerente com o resultado experimental que demonstra que a falha da aderência ocorre por arrancamento, essas fissuras permanecem internas ao cilindro de concreto, ou seja, a extensão destas fissuras está contida dentro do comprimento admissível $e = 0,486c_y - 0,257\phi + \phi/2 = 38,88mm$. Isto ocorre em função do confinamento da peça dado pelo cobrimento de concreto que é grande o suficiente para evitar a propagação destas em direção a borda. Desta forma, o parâmetro H (equação 3.21) que captura o efeito da fissuração longitudinal assume o valor 1 e o parâmetro μ^* (equação 3.19) é diretamente definido pela curva da figura 3.11. Tons em vermelho indicam valores de tensão acima da resistência à tração, o que indica fissuração.

A figura 6.13(b) mostra a distribuição da tensão de corte no concreto (σ_{12}) quando a carga atinge seu valor máximo. Observamos altas tensões de corte próximo da interface aço-concreto. Entretanto, o processo de homogeneização no qual o modelo foi desenvolvido elimina a concentração de tensões no topo das nervuras e seus efeitos diretos (fissuração transversal e não-linearidade dos materiais). Assim, esta distribuição de tensões não representa o real estado de tensões no concreto e somente dá uma visão generalizada desta distribuição.

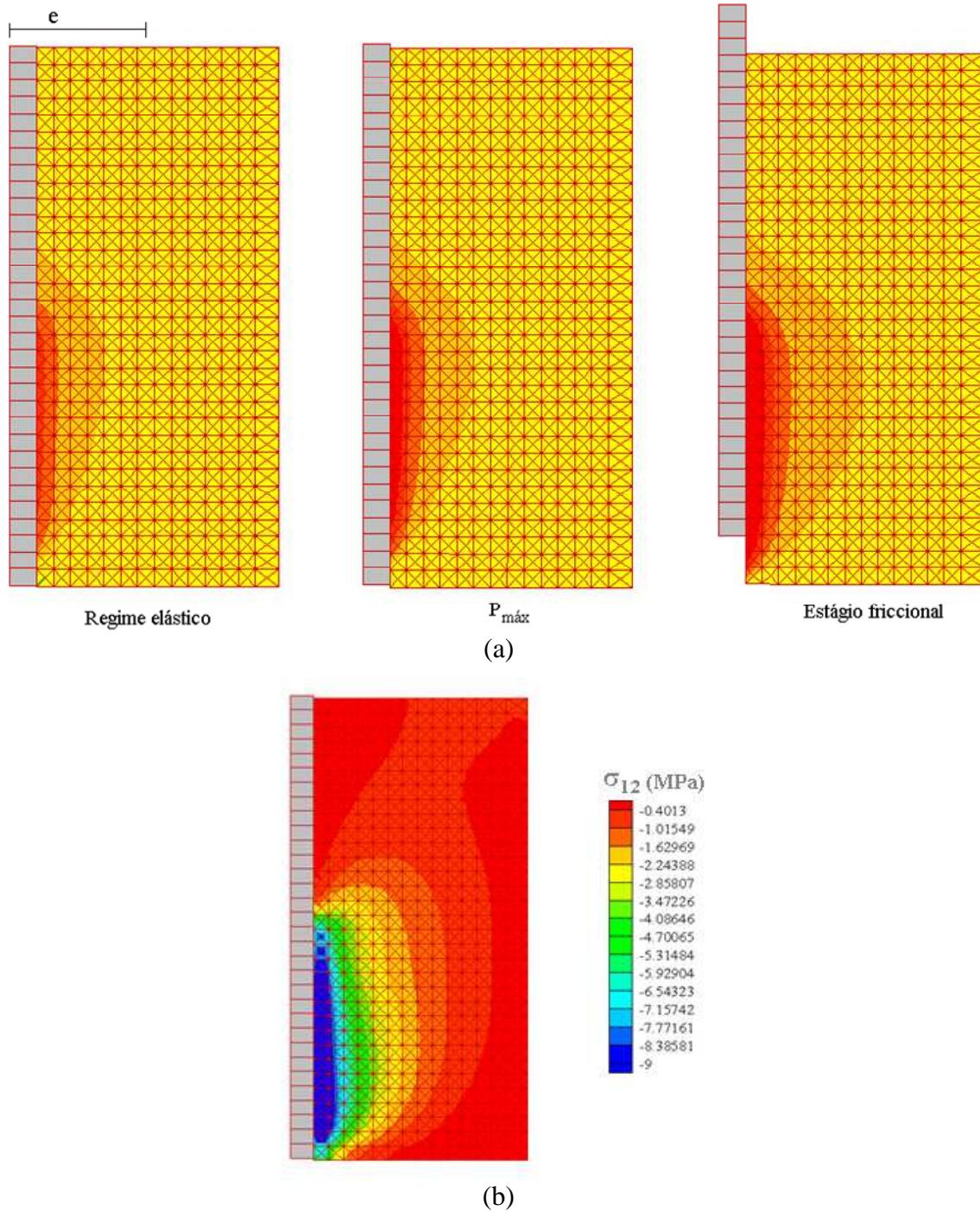


Figura 6.13: Estado de tensões no concreto: (a) Fissuração longitudinal em diferentes estágios de carregamento e, (b) Distribuição de tensão de corte no concreto.

6.1.2.3 Baena (2009)

Nos testes de arrancamento executados por Baena et al. (2009) a armadura possui um comprimento aderente de 5 vezes o diâmetro da barra de aço, e esta está inserida no centro de um cilindro de concreto de 100 mm de raio e 200 mm de altura. Diferentemente dos exemplos

anteriores, neste caso a armadura empregada possui diâmetro de 12 mm. A tensão de escoamento do aço é de 550 MPa e módulo de elasticidade de 200 GPa. O concreto apresenta as seguintes propriedades: $f_c = 26,5\text{MPa}$, $f_t = 2,68\text{MPa}$ e $E_c = 27.6\text{GPa}$. A figura 6.14 mostra a malha de elementos finitos empregada na análise.

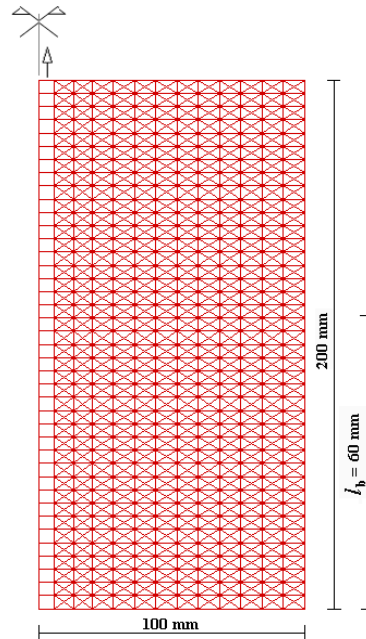


Figura 6.14: Malha de elementos finitos.

A figura 6.15 apresenta a curva *tensão de aderência média x escorregamento* obtida numericamente, bem como o resultado experimental. Observa-se um bom ajuste entre os resultados.

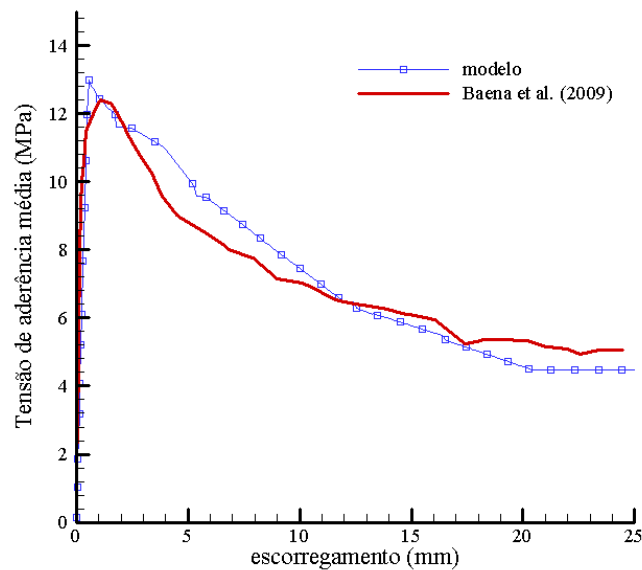


Figura 6.15: Tensão de aderência média x escorregamento.

6.1.3 Ruptura por fendilhamento do concreto

Para demonstrar a falha da aderência por fendilhamento do concreto, testes de arrancamento realizados por Malvar (1992) são analisados. As séries n.01 e n.02 referenciadas pelo autor são aqui consideradas. Da série n.02, os testes 2 e 5 são analisados e, da série n.01, o teste P0 é investigado. Estes testes foram realizados com diferentes valores de pressão de confinamento, P_t , conforme tabela 6.2. A figura 6.16 apresenta as principais características geométricas dos corpos de prova testados, bem como a malha de elementos finitos empregada na análise. Na tabela 2, também são indicadas as propriedades mecânicas do concreto utilizadas durante a análise. O diâmetro da barra de aço empregada é 20 mm.

Tabela 6.2: Dados do concreto utilizado na análise para os diferentes níveis de confinamento.

Teste	f_c (MPa)	f_t (MPa)	P_t (MPa)
P0	44,2	4,98	0
2	40,2	4,92	10,3
5	40,2	4,92	31

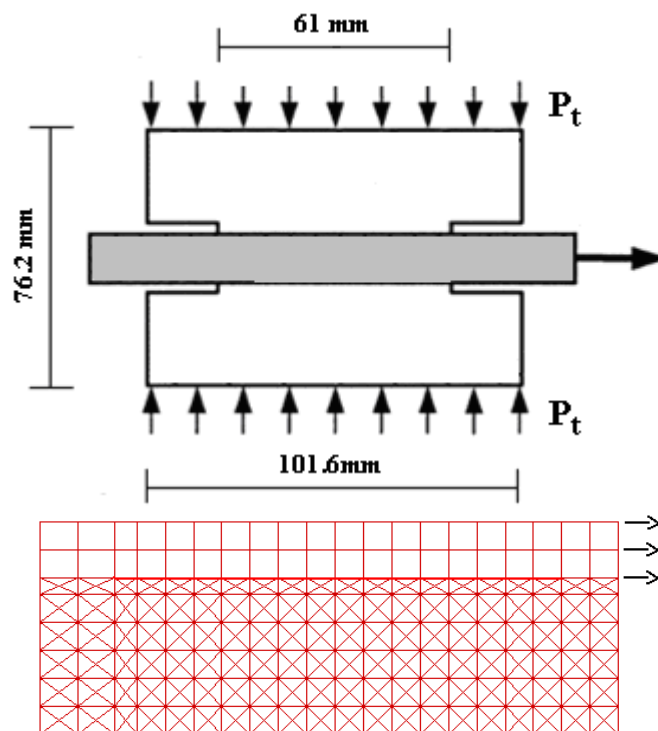


Figura 6.16: Geometria do corpo de prova e malha adotada para análise numérica.

As curvas *tensão de aderência média x escorregamento* obtidas com o modelo proposto e experimentalmente são apresentadas nas figuras 6.17 e 6.18. Como demonstram os resultados experimentais e os obtidos numericamente, a tensão de aderência aumenta significativamente com a tensão de confinamento aplicada, o que indica a importância de se considerar o efeito das tensões normais no modelo. Se o adequado confinamento não é fornecido, a falha da aderência ocorre tão logo às fissuras longitudinais se propagam em direção ao cobrimento, levando ao fendilhamento da peça. Assim, através desta análise é possível se ter uma aproximação do processo de fendilhamento que ocorre em função do nível de confinamento.

Para o teste P0, onde nenhum confinamento externo foi aplicado, a perda da tensão de aderência ocorreu de forma abrupta devido à propagação da fissuração longitudinal até as bordas do cilindro de concreto. Desta forma, o valor da tensão de aderência obtido é menor do que para as situações onde o confinamento externo foi aplicado.

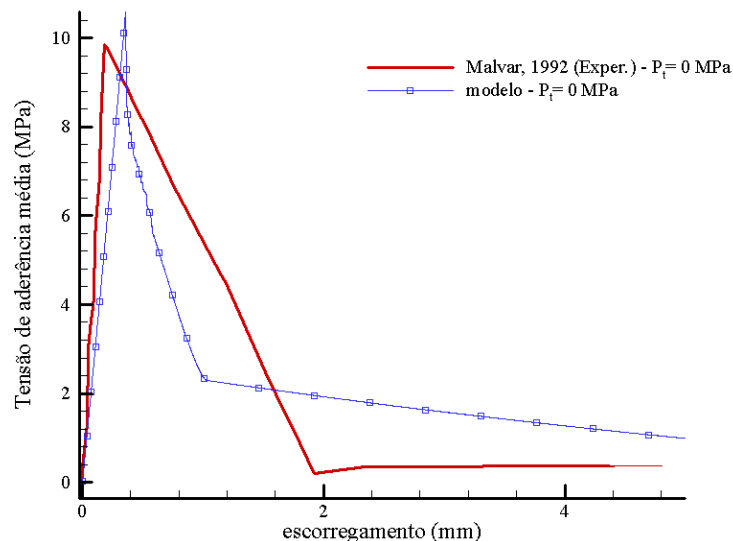


Figura 6.17: Tensão de aderência média x escorregamento.

À medida que a tensão de confinamento aumenta, ocorre um acréscimo significativo da tensão máxima de aderência. Para o teste 5 a tensão de aderência máxima é quase 2.5 vezes maior que para o teste P0 (figura 6.18). Neste caso, a tensão de aderência descreve até que o escorregamento é aproximadamente igual ao espaçamento entre as nervuras. A partir deste ponto, o comportamento se torna puramente friccional. Cabe salientar aqui que, para altos níveis de confinamento, estudos mostram a existência de um limite no valor de confinamento a partir do qual a aderência não é mais melhorada (Untraurer e Henry, 1965).

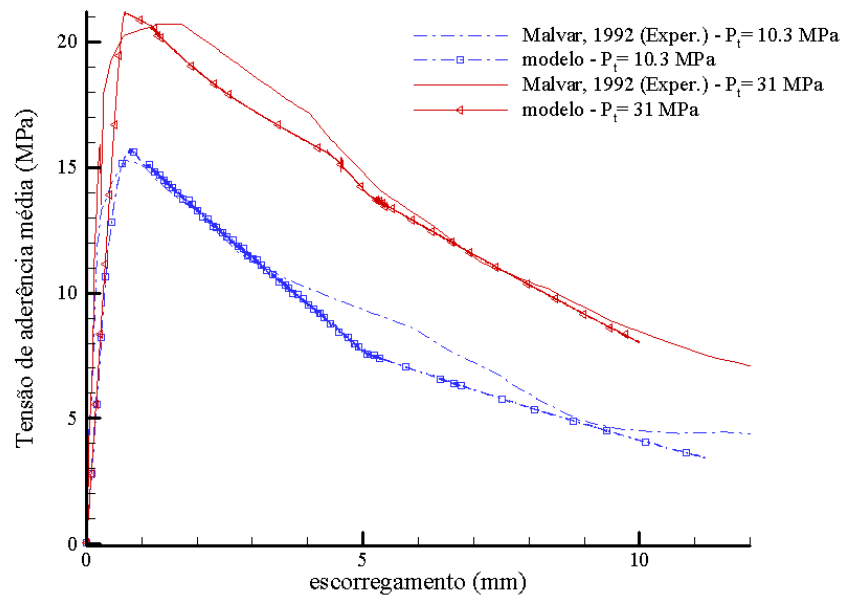


Figura 6.18: Tensão de aderência média x escorregamento.

A figura 6.19 apresenta uma previsão da extensão das fissuras longitudinais no concreto, quando a carga atinge seu valor máximo, para os três níveis de confinamento. Esta previsão é determinada a partir da distribuição da tensão de tração circunferencial (σ_t) ao longo do cobrimento de concreto. Tons em vermelho indicam valores de tensão acima da resistência à tração, o que indica fissuração. A figura também indica o valor do comprimento admissível e . Como era esperado, à medida que o nível de confinamento cresce, a propagação da fissuração longitudinal é restringida, o que leva ao aumento da capacidade de carga da peça. Para o caso 5 as fissuras longitudinais permanecem internas ao comprimento e , indicando que a ruptura da aderência se dá por arrancamento da barra.

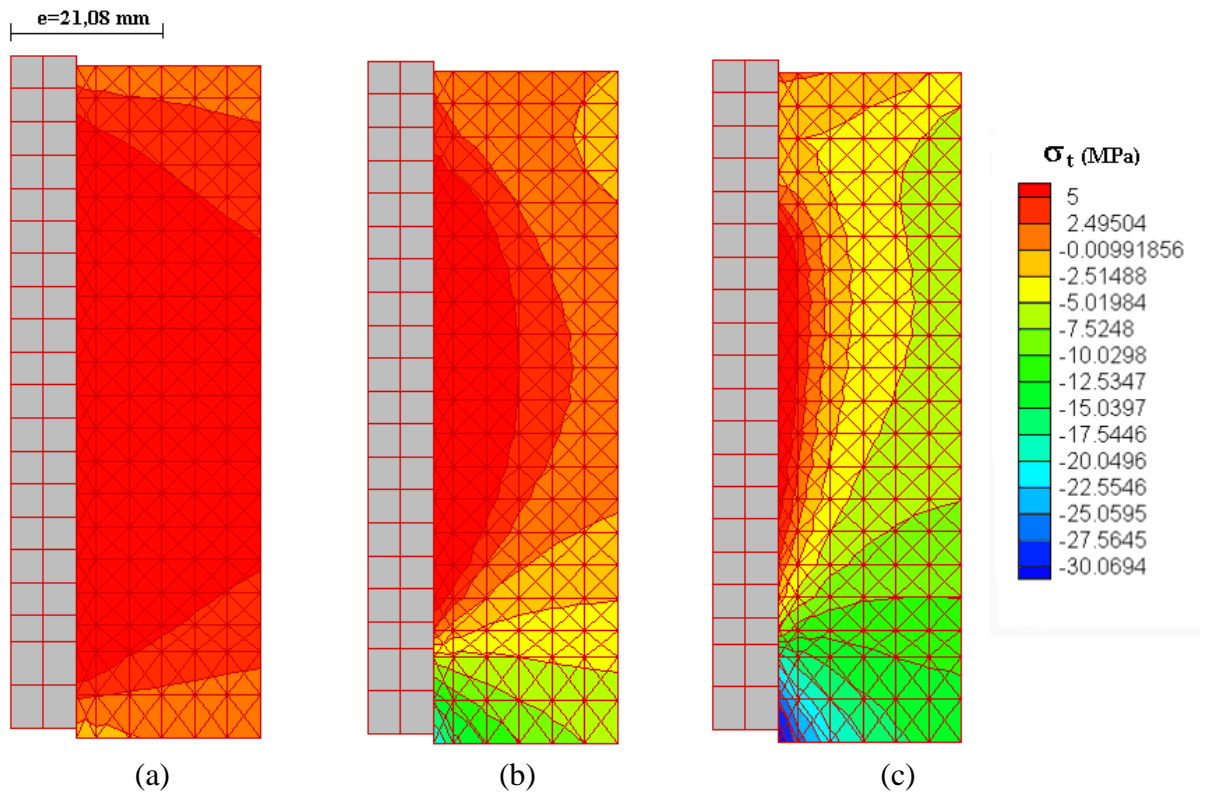


Figura 6.19: Fissuração longitudinal: (a) Sem confinamento, (b) $P_t = 10 \text{ MPa}$ e, (c) $P_t = 31 \text{ MPa}$.

Finalmente a figura 6.20 mostra o caminho das tensões no espaço $t_t \times t_n$ para um ponto de Gauss da interface no caso do teste P0. Observa-se que a superfície F_2 nunca é atingida, sendo o processo de ruptura determinado pela função F_1 . Neste caso, esta função sofre forte amolecimento devido ao fator de correção H (equação 3.21)

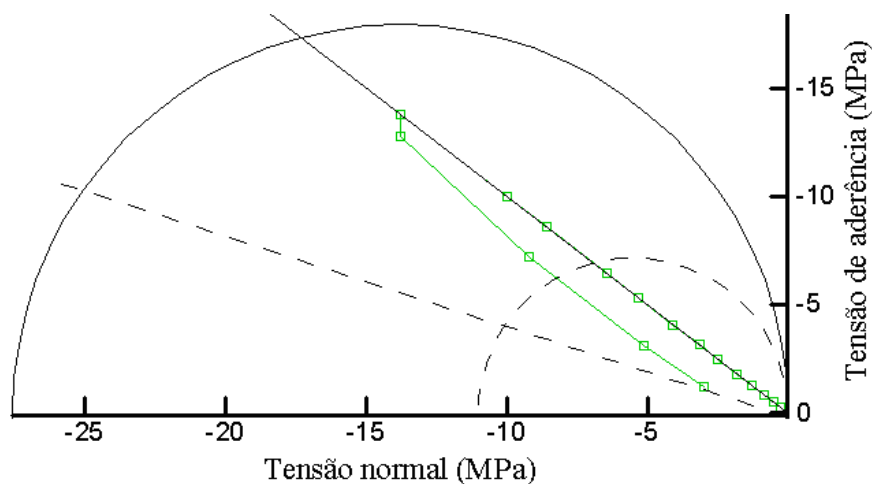


Figura 6.20: Espaço de tensões para o teste P0.

6.1.4 Arrancamento versus fendilhamento

Para melhor investigar a influência do nível de confinamento no modo de falha da aderência, o teste de arrancamento apresentado por Magnusson (1997) é analisado com e sem a presença de uma pressão transversal externa. Neste teste a armadura tem um comprimento de ancoragem de 40 mm e está inserida no centro de um cilindro de concreto de 300 mm de diâmetro. A armadura empregada possui diâmetro de 16 mm e tensão de escoamento $f_y = 500MPa$. As propriedades do concreto utilizadas nas análises são: $f_c = 27,5MPa$, $f_t = 2,2MPa$ e $E_c = 30GPa$.

Primeiramente é analisada a situação onde nenhuma pressão de confinamento externa é aplicada. Os resultados da análise sem a aplicação da pressão externa são comparados com os valores experimentais na figura 6.21, e observamos uma bom ajuste de valores. Nesta situação, o cobrimento do concreto é grande o suficiente para prevenir o fendilhamento no concreto, o que leva ao arrancamento da barra.

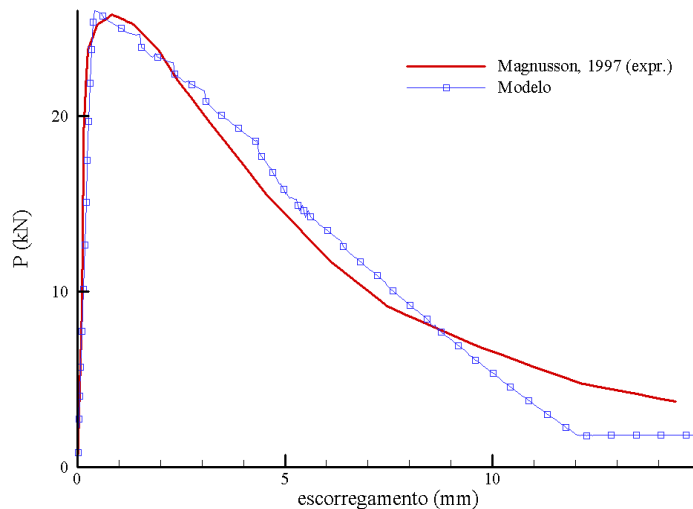


Figura 6.21: Carga aplicada x escorregamento sem pressão de confinamento.

Em seguida, para investigar a influência da pressão transversal externa nos resultados do modelo, o exemplo é analisado sob ação de uma pressão externa de 5 MPa. Esta pressão é mantida constante durante a aplicação da força de arrancamento.

Os resultados obtidos pelo modelo numérico, com e sem a aplicação da pressão externa, são comparados na figura 6.22. Enquanto a pressão externa é aplicada, o deslocamento normal

entre a barra de armadura e a matriz de concreto diminui, originando uma pressão normal. Isto significa que, quando o escorregamento entre a armadura e o concreto inicia, uma parcela de tensão normal já existe. Desta forma, o trecho inicial da curva carga x escorregamento apresenta um comportamento mais rígido com a aplicação da pressão externa. Entretanto, como o modo de falha nas duas situações se deu por arrancamento, a capacidade de carregamento não foi influenciada pela aplicação desta pressão de confinamento.

Caso contrário, em uma situação onde modo de falha seja por fendilhamento, a capacidade de aderência pode ser aumentada podendo ocorrer uma transição do modo falha de fendilhamento para arrancamento. Esse tipo de comportamento está de acordo com o que foi confirmado nos testes de Robins e Standish (1984) onde uma pressão externa transversal variando de 0 MPa a 28 MPa foi aplicada no concreto. Eles concluíram que a capacidade máxima de aderência pode aumentar em função do nível de confinamento, mudando o modo de falha de fendilhamento para arrancamento. Porém, quando o modo de falha se dá por arrancamento, o aumento do confinamento não tem influencia na capacidade máxima de aderência.

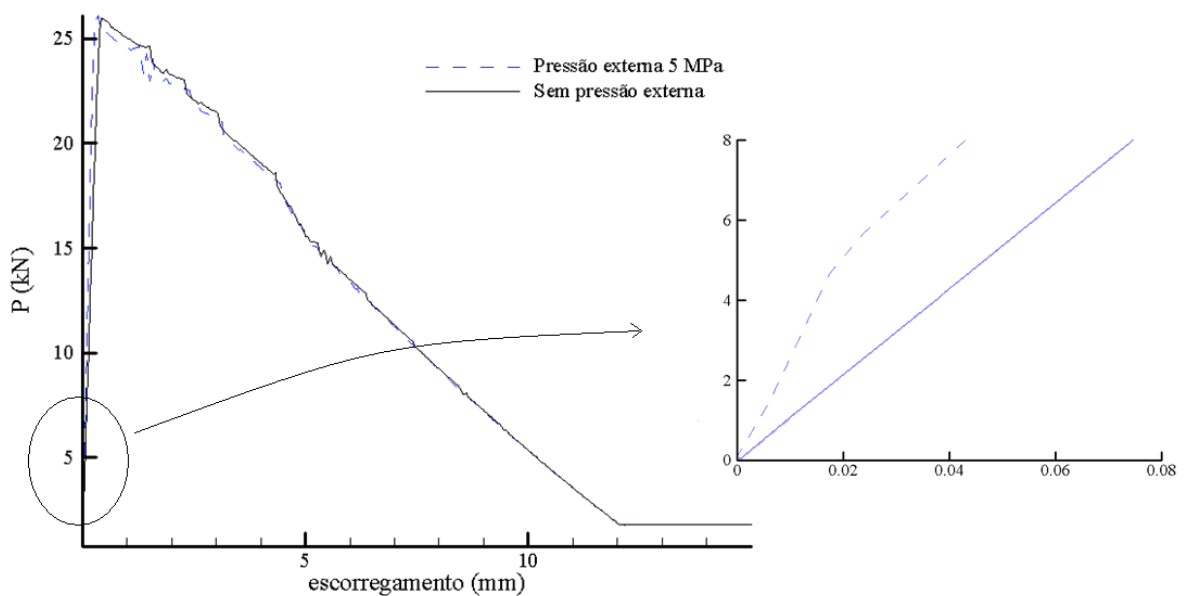


Figura 6.22: Resultados numéricos com e sem a aplicação de pressão de confinamento.

Para demonstrar que esta mudança no modo de falha pode ser capturado pelo modelo, o cobrimento de concreto é reduzido de 300 mm para 72 mm e, com esta nova configuração, é analisado com e sem a aplicação de pressão de confinamento externa. Sem a presença de

pressão externa ocorre o fendilhamento da peça devido à propagação da fissuração longitudinal. Com a aplicação de uma pressão externa de 5 MPa ocorre um aumento na capacidade de aderência, o que previne a propagação destas fissuras. Conseqüentemente, a falha da aderência se dá devido ao arrancamento da barra. A figura 6.23 mostra as curvas *carga x escorregamento* obtidas analiticamente para estas duas situações.

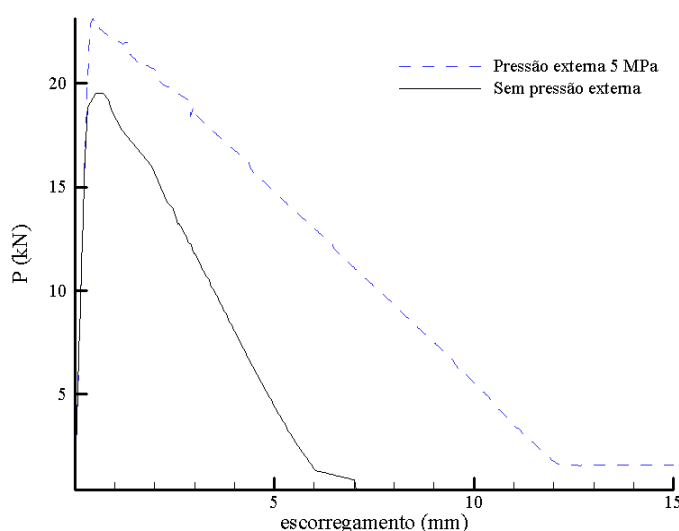


Figura 6.23: Resultados numéricos da análise do efeito da pressão externa no modo de falha da aderência.

6.1.5 Barras lisas

Com o objetivo de demonstrar que o modelo também é capaz de representar o comportamento da aderência de barras lisas, os exemplo de Lundgren (2007), Verderame et al. (2009) e Feldman e Bartlett (2005) são analisados.

6.1.5.1 Lundgren (2007)

Em relação às barras lisas, a literatura não oferece muitos resultados experimentais, especialmente comparações com o comportamento de barras nervuradas. Dessa forma, com o objetivo de analisar o comportamento de barras lisas em testes de arrancamento e comparar com o desempenho de barras nervuradas, os resultados numéricos apresentados por Lundgren (2007) são analisados. A geometria e a malha utilizadas nas análises são apresentadas na figura 6.24. A barra da armadura possui diâmetro de 20 mm. O concreto empregado apresenta uma resistência à compressão de 40 MPa, o módulo de elasticidade de 34,2 MPa e resistência à tração de 3 MPa.

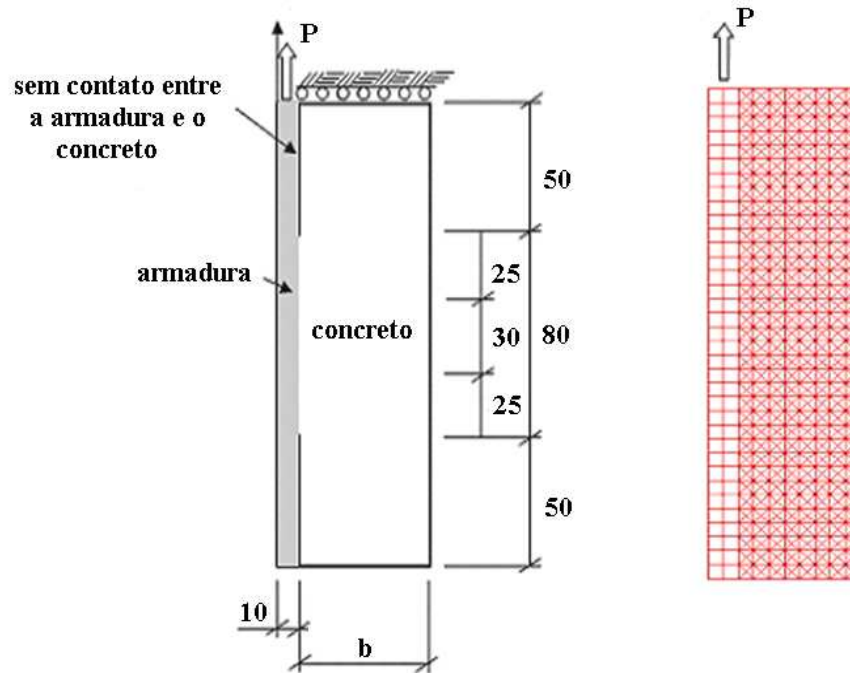


Figura 6.24: Geometria do corpo de prova e malha adotada para análise numérica.

A figura 6.25 apresenta a comparação entre os resultados obtidos pelo modelo e as curvas apresentadas por Lundgren (2007). No caso da barra nervurada, como o diâmetro da armadura é grande comparado com o cobrimento do concreto (relação cobrimento/diâmetro igual a 2) e não há nenhum confinamento externo ou presença de armadura transversal, a falha da aderência tende a ocorrer por fendilhamento. A ruptura neste caso se dá de forma frágil, com uma rápida queda nas tensões, para uma tensão de aderência de cerca de 15 MPa. Diferentemente da barra nervurada, a falha da aderência com o emprego da barra lisa se dá pelo arrancamento da barra de aço e a tensão máxima de aderência é de cerca de 5 MPa.

Considerando uma situação onde a falha da aderência ocorre por arrancamento da barra, a resistência a compressão do concreto é um fator determinante e a capacidade de aderência é diretamente relacionada a este valor para o caso das barras nervuradas. Nesta situação, a máxima tensão de aderência irá aumentar com o aumento da resistência do concreto (cerca de 50 a 60% de f_c), o que não é necessariamente verdade para as barras lisas. Neste caso, o que determina a máxima tensão de aderência é a capacidade de a interface criar tensão normal, o que é controlado pelo fator η . Para barras lisas, isso ocorre devido às rugosidades na superfície das barras, porém essa capacidade de criar tensão normal é muito menor em comparação a barras nervuradas. Assim, concluímos que embora os mesmos mecanismos

básicos de aderência estejam presentes tanto para barras nervuradas quanto para barras lisas, estes mecanismos atuam com diferentes intensidades nas duas situações.

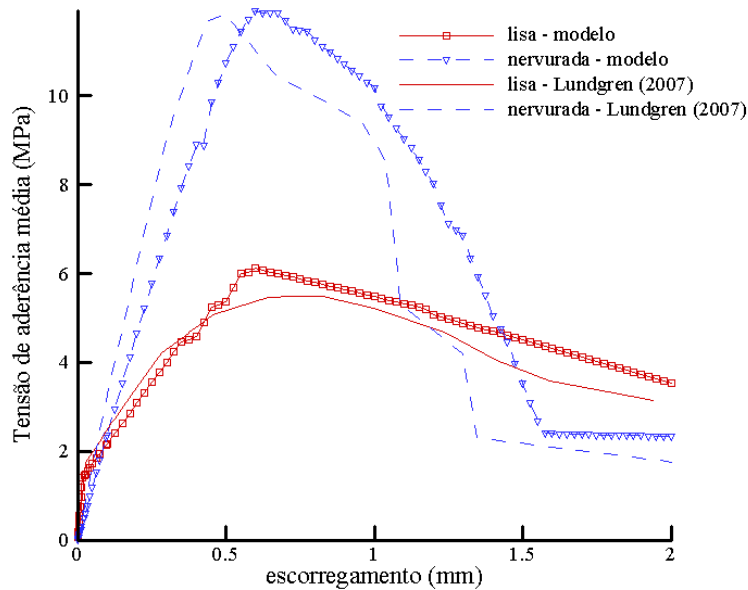


Figura 6.25: Tensão de aderência média x escorregamento. Comparação entre o comportamento da barras lisa e barra nervurada.

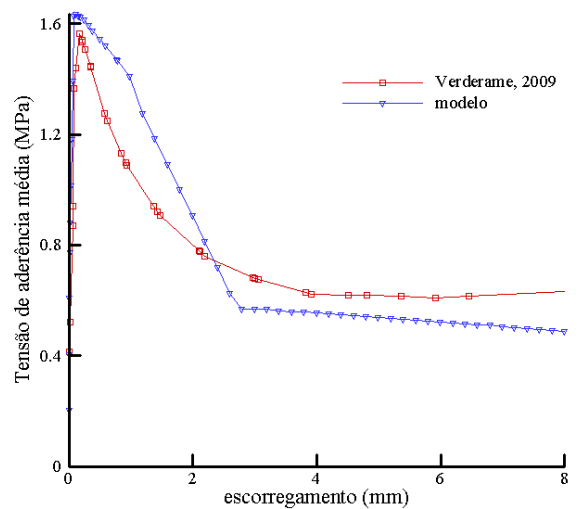
6.1.5.2 Verderame et al. (2009) e Feldman e Bartlett (2005)

O teste de arrancamento realizado por Verderame et al. (2009) consiste de um prisma de concreto de 160 x 160 x 235 mm com uma barra de aço de 12 mm de diâmetro e comprimento total de 500 mm inserida no concreto. A armadura possui um comprimento aderente de 120 mm (10 vezes o diâmetro da barra), tensão de escoamento de 330 MPa e módulo de elasticidade igual a 205 GPa. O concreto empregado apresenta resistência à compressão de 15,90 MPa. Já no teste executado por Feldman e Bartlett (2005) a barra de armadura tem um diâmetro de 32 mm e comprimento aderente de 768 mm. O cobrimento de concreto é de 84 mm e a resistência à compressão é de 13,5 MPa. A tabela 6.3 os dados empregados durante a análise.

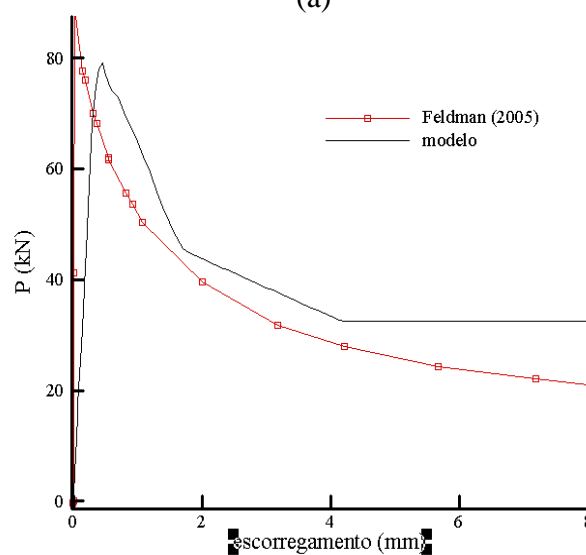
Tabela 6.3: Dados do concreto utilizado na análise.

Teste	Cobrimento (mm)	Comp. Aderente (mm)	ϕ (mm)	f_c (MPa)
Verderame et al. (2009)	160	120	12	15,9
Feldman e Bartlett (2005)	84	768	32	13,5

A figura 6.26 mostra as curvas tensão de aderência x escorregamento para o teste de Verderame et al. (2009) e as a curva carga x escorregamento para o exemplo de Feldman e Bartlett (2005). Observamos uma boa aproximação entre os resultados numéricos e experimentais. Como esperado para barras lisas, a tensão máxima de aderência (ou carga máxima) ocorre para baixos valores de escorregamento. Nesta fase a adesão química, o micro-engrenamento mecânico entre as rugosidades da barra e a pasta de cimento e o atrito contribuem para a aderência. No trecho pós-pico somente a parcela do atrito está presente e este valor se degrada progressivamente à medida que o escorregamento aumenta, até atingir um valor mínimo constante de cerca de 30% do valor da tensão máxima de aderência. Nos dois casos a ruptura da aderência se dá por arrancamento.



(a)



(b)

Figura 6.26: Resultados da análise: (a) Verderame et al. (2009) e, (b) Feldman e Bartlett (2005).

6.2 APLICAÇÃO DO MODELO DE FISSURAÇÃO

Para validar a implementação do modelo de fissuração PPR com o efeito do atrito foram analisadas três situações distintas. No primeiro exemplo foi analisada uma viga engastada-livre onde a fratura da peça se dá predominantemente em modo I. O segundo caso trata de uma viga entalhada horizontalmente onde a falha se dá em modo II puro. No terceiro, para analisar o efeito do atrito no modelo PPR, é estudado o caso de um bloco retangular com uma fissura a 45° sob carga de compressão.

6.2.1 Viga dupla engastada-livre

Para estudar o comportamento da fratura em modo I foi analisada uma viga dupla engastada-livre. A configuração da viga e as condições de contorno são definidas na figura 6.27. As dimensões empregadas são $b = 1,5$ mm, $a_0 = 30$ mm e $L = 100$ mm, onde a_0 representa o comprimento inicial do entalhe. Ao longo da linha pontilhada, que representa o caminho de propagação da fissura, são inseridos um total de 573 elementos de interface. A tabela 6.4 apresenta as propriedades utilizadas durante a análise. A análise foi realizada em EPD (estado plano de deformações).

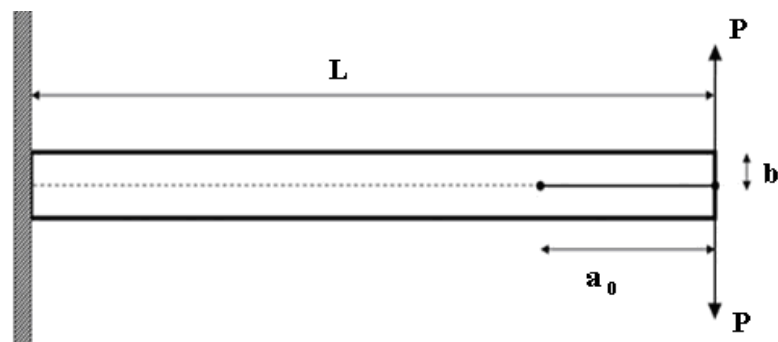


Figura 6.27: Geometria da viga.

Tabela 6.4: Propriedades utilizadas na análise numérica.

Módulo de elasticidade, E (GPa)	126
Energia de fratura em modo I, ϕ_n (N/m)	281
Resistência coesiva normal, σ_{\max} (MPa)	5,7
Coefficiente de Poisson	0.25

Os parâmetros de forma do modelo foram fixados em $\alpha = 5$ e $\beta = 5$, enquanto os indicadores

elásticos em $\lambda_n = 0,05$ $\lambda_t = 0,05$. Para garantir a fratura em modo I, foram adotados altos valores de energia de fratura e resistência coesiva em modo II (Φ_t e τ_{max}) comparados com os valores de energia e resistência normal (Φ_n e σ_{max}).

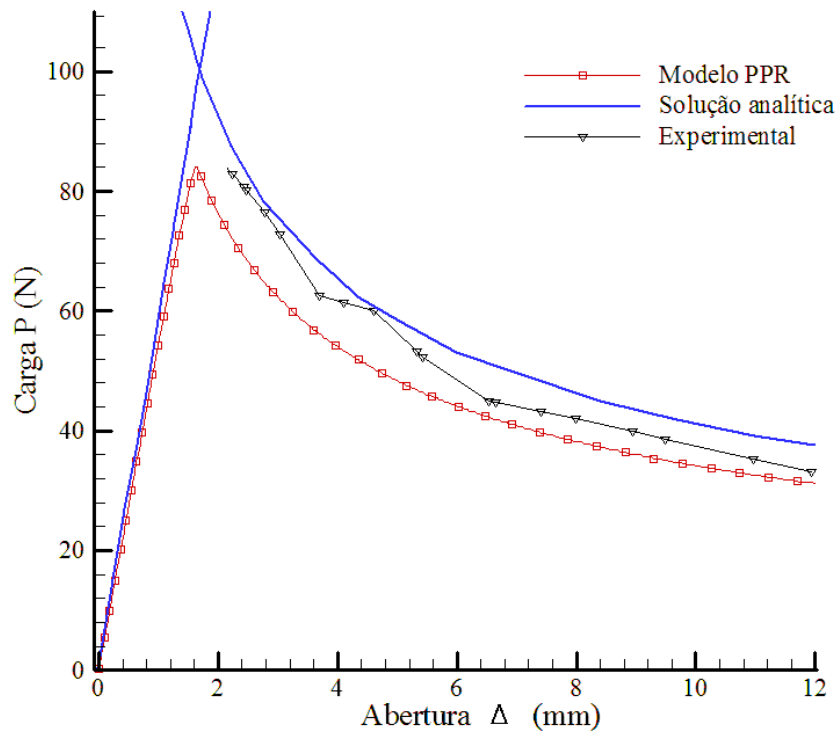


Figura 6.28: Curva carga aplicada x abertura obtida.

A Fig. 6.28 mostra os resultados obtidos durante a análise numérica. São apresentados também os resultados experimentais de acordo com Robinson e Song (1992), bem como a solução analítica do problema que pode ser vista em detalhes em Mi et al. (1998). Observa-se um bom ajuste entre os resultados. A figura 6.29 apresenta a deformada final da peça obtida via método dos elementos finitos.

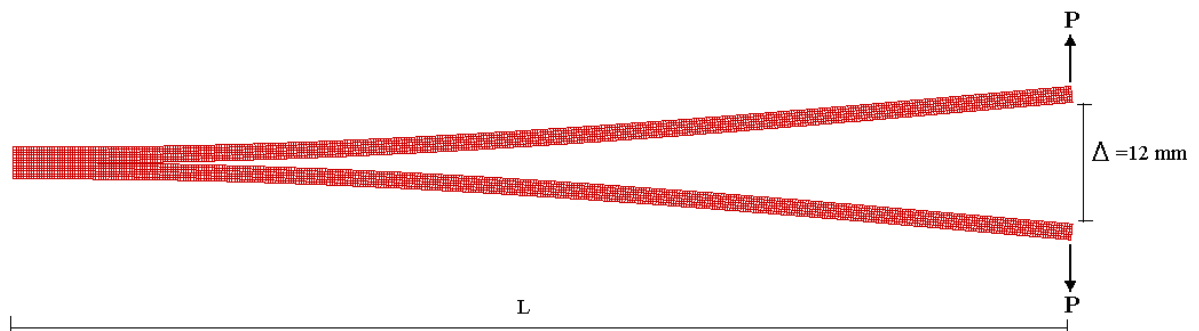


Figura 6.29: Deformada final.

6.2.2 Viga entalhada horizontalmente

Para estudar uma situação de fratura em modo II foi analisado o tradicional teste de uma viga entalhada horizontalmente. A configuração da viga e as condições de contorno são definidas na figura 6.30, e a tabela 6.5 apresenta as propriedades empregadas durante a análise numérica. As dimensões adotadas são $b = 1,5 \text{ mm}$, $a_0 = 30 \text{ mm}$ e $L = 50 \text{ mm}$, onde a_0 representa o comprimento inicial do entalhe. A análise foi realizada em EPD (estado plano de deformações).

Os parâmetros de forma do modelo foram fixados em $\alpha = 7$ e $\beta = 7$, enquanto os indicadores elásticos em $\lambda_n = 0,05$ e $\lambda_t = 0,05$. Para garantir a fratura em modo II, foram adotados altos valores de energia de fratura e resistência coesiva em modo I (Φ_n e σ_{\max}) comparados com os valores de energia e resistência em modo II (Φ_t e τ_{\max}).

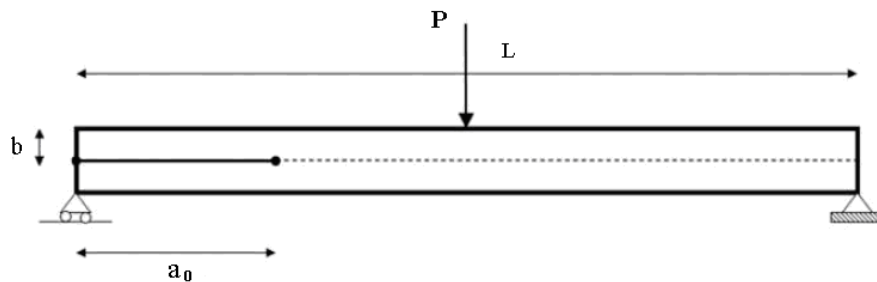


Figura 6.30: Geometria da viga.

Tabela 6.5: Propriedades utilizadas na análise numérica.

Módulo de elasticidade, E (GPa)	70
Energia de fratura em modo II, Φ_t (N/m)	1450
Resistência coesiva tangencial, τ_{\max} (MPa)	2,85
Coefficiente de Poisson	0.33

Ao longo da linha pontilhada, que representa o caminho de propagação da fissura, foram inseridos um total de 70 elementos de interface. Com o intuito de impedir a interpenetração das faces do entalhe, também foram inseridos elementos de interface ao longo do entalhe inicial. Para estes elementos é aplicado o método da penalidade (equação 4.15) e, na direção

tangencial é desconsiderado qualquer efeito, ou seja, a tensão tangencial é admitida como igual a zero ($t_t = 0$)

A Figura 6.31 mostra a comparação entre a solução analítica baseada na teoria de vigas e a solução numérica obtida pelo modelo PPR com e sem a consideração do atrito. O coeficiente de atrito foi escolhido arbitrariamente como $\mu=0,5$. Os detalhes da solução analítica podem ser visto em Mi et al. (1998). Neste exemplo, como se pode observar, o efeito do atrito não trouxe alteração significativa nos resultados. Este resultado vem de encontro com os estudos de outros autores, como por exemplo, Silva et al. (2006), que concluíram que o efeito do atrito entre as faces das superfícies coesivas fraturadas pode ser desprezado uma vez que as tensões compressivas estão confinadas na região adjacente ao suporte sob a fissura inicial, antes da propagação da fissura.

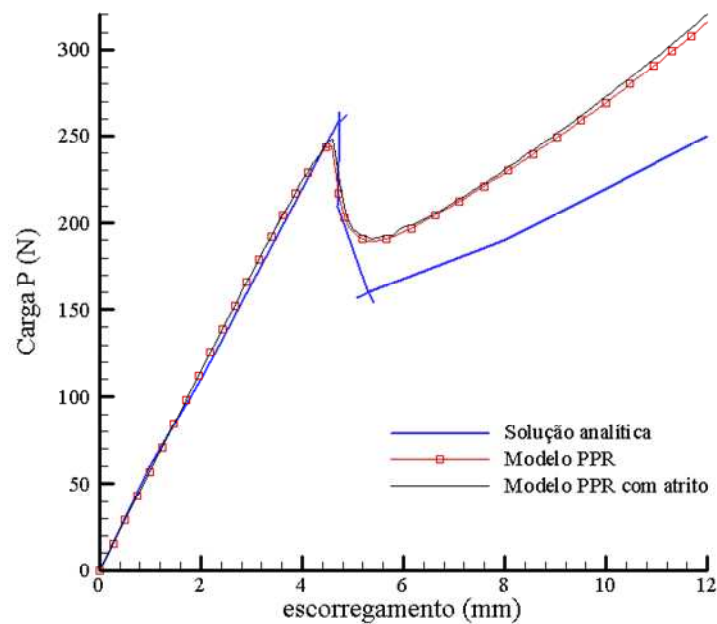


Figura 6.31: Curva carga aplicada x escorregamento.

A figura abaixo mostra a configuração final obtida através do modelo PPR com atrito, bem como a malha de elementos finitos empregada na análise.

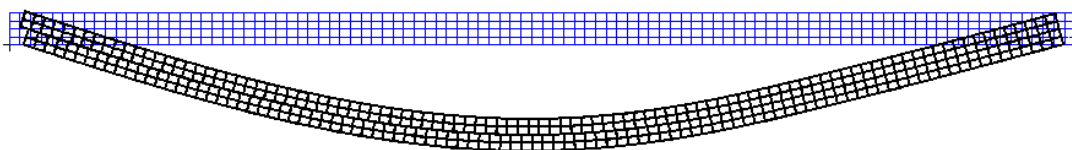


Figura 6.32: Deformada final.

6.2.3 Bloco retangular com fissura a 45 °

Neste estudo foi considerado o bloco retangular em EPD de dimensões 0,08m x 0,04m, engastado na base e contendo uma fissura a 45° estudado por Liu e Borja (2009). Considerando o canto esquerdo inferior do bloco situado nas coordenadas (0,0), as coordenadas laterais da fissura são (0, 0.01833) e as da ponta da fissura (0.0349, 0.05323). Foi adotado um modulo de elasticidade de $E = 10.000 \text{ MPa}$ e coeficiente de Poisson de 0.25. A fissura neste caso é puramente friccional com um coeficiente de atrito de $\mu=0.3$.

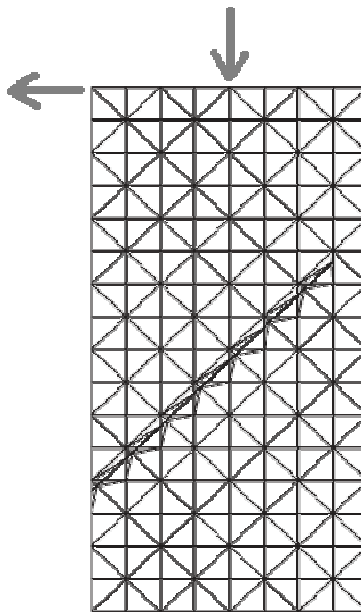


Figura 6.33: Configuração e malha empregada na análise.

A Figura 6.33 mostra a malha utilizada durante as análises. Um deslocamento prescrito para baixo de 0.01 m, combinado com um deslocamento lateral para a esquerda de 0.01 m, é aplicado. A Figura 6.34 mostra as deformadas obtidas pelo modelo PPR com e sem a consideração do atrito e também o resultado obtido por Liu e Borja (2009). Observa-se que a consideração do atrito no modelo coesivo tem grande importância nesta situação. No modelo PPR sem atrito ocorreu a abertura da fissura durante a análise, o que não corresponde à situação prevista.

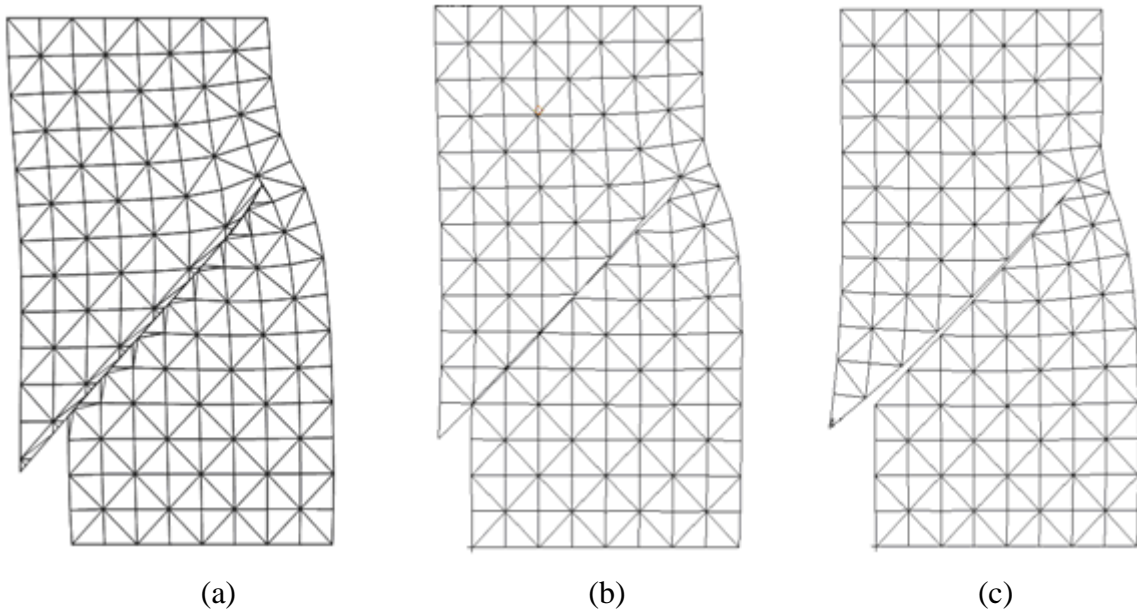


Figura 6.34: Deformadas: (a) Liu e Borja (2009); (b) Modelo PPR com atrito; (c) Modelo PPR sem atrito.

Posteriormente foi realizada a análise com uma malha de elementos finitos mais refinada. A figura 6.35 mostra os resultados obtidos. Como mostra a figura, com o uso de uma malha mais refinada, os resultados obtidos foram mais satisfatórios tanto com e sem a consideração do atrito. Entretanto, com a consideração do atrito no modelo PPR os resultados obtidos em todos os casos foram mais próximos dos resultados apresentados por Liu e Borja (2009).

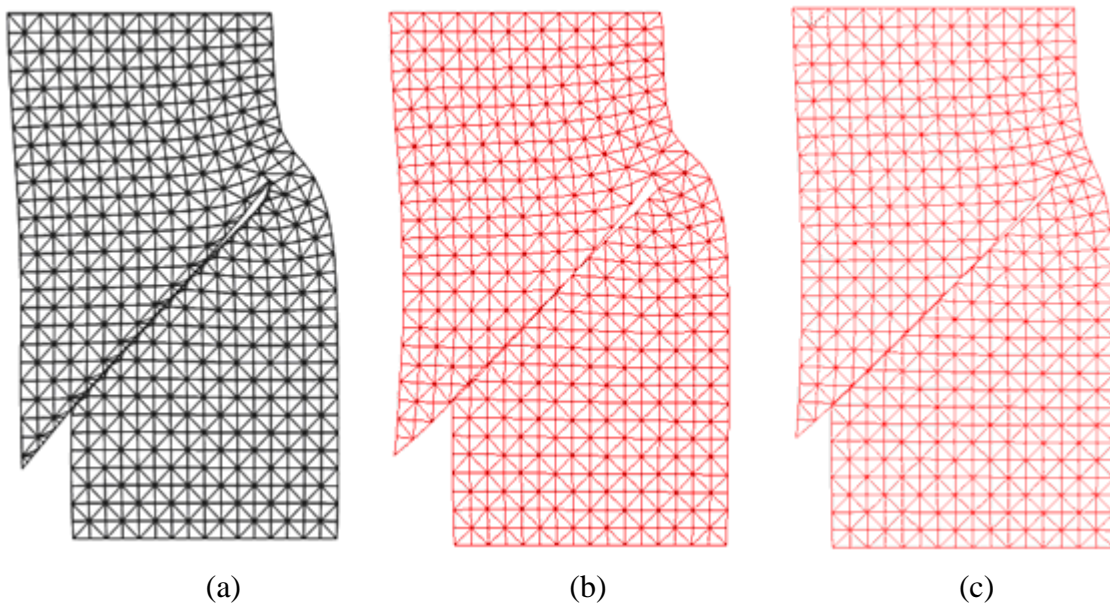


Figura 6.35: Deformadas: (a) Liu e Borja (2009); (b) Modelo PPR com atrito; (c) Modelo PPR sem atrito.

6.3 TIRANTE DE CONCRETO ARMADO

Nesta seção é realizada a análise de um exemplo onde o modelo de fratura do concreto é empregado juntamente com o modelo de aderência proposto neste trabalho. Para isto é analisado o teste realizado por Doerr (1980). Nestes testes a armadura está localizada no centro de um cilindro de concreto de 150 mm de diâmetro e 600 mm de comprimento. A barra de aço possui diâmetro de 16 mm e comprimento aderente de 500 mm. As dimensões da peça são apresentadas na figura 6.36 e as propriedades dos materiais utilizados são indicadas na tabela 6.6. A peça é sujeita a uma força de tração monotonicamente crescente aplicada em ambas extremidades da barra de aço. O carregamento é aplicado até que o aço atinja a tensão de escoamento. Para a análise numérica, devido a dupla simetria, somente um quarto da peça é modelado através de elementos finitos axissimétricos.

Tabela 6.6: Propriedades dos materiais utilizados na análise.

Concreto	
Módulo de elasticidade, E_c (GPa)	35
Resistência a compressão, f_c (MPa)	37.2
Resistência a tração, f_t (MPa)	2.7
Energia de fratura em modo I, Φ_n (N/m)	100
Coeficiente de Poisson	0.20
Aço	
Módulo de elasticidade, E_s (GPa)	200
Tensão de escoamento, f_y (MPa)	420
Coeficiente de Poisson	0.33

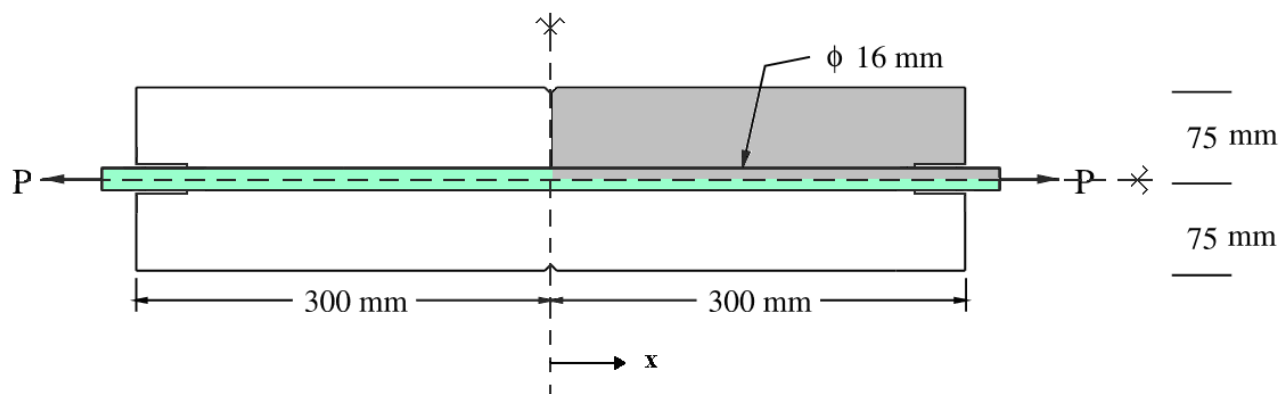


Figura 6.36: Geometria do corpo de prova.

Os parâmetros de forma empregados na definição da relação constitutiva da interface concreto-concreto foram fixados em $\alpha' = 3$ e $\beta' = 3$ de forma a capturar o comportamento frágil da ruptura do concreto. Para os indicadores elásticos foram selecionados valores pequenos ($\lambda_n = 0,005$; $\lambda_t = 0,01$), porém dentro dos limites de estabilidade numérica. Os valores aplicados para a energia de fratura e resistência coesiva em modo I foram, respectivamente, $\Phi_n = 100 \text{ N/m}$ e $\sigma_{\max} = f_t = 2,7 \text{ MPa}$. Já em modo II foram utilizados altos valores de energia de fratura e resistência coesiva ($\Phi_t = 1000 \text{ N/m}$; $\tau_{\max} = f_t = 27 \text{ MPa}$) de modo a eliminar este efeito uma vez que a abertura da fissura se dá exclusivamente em modo I.

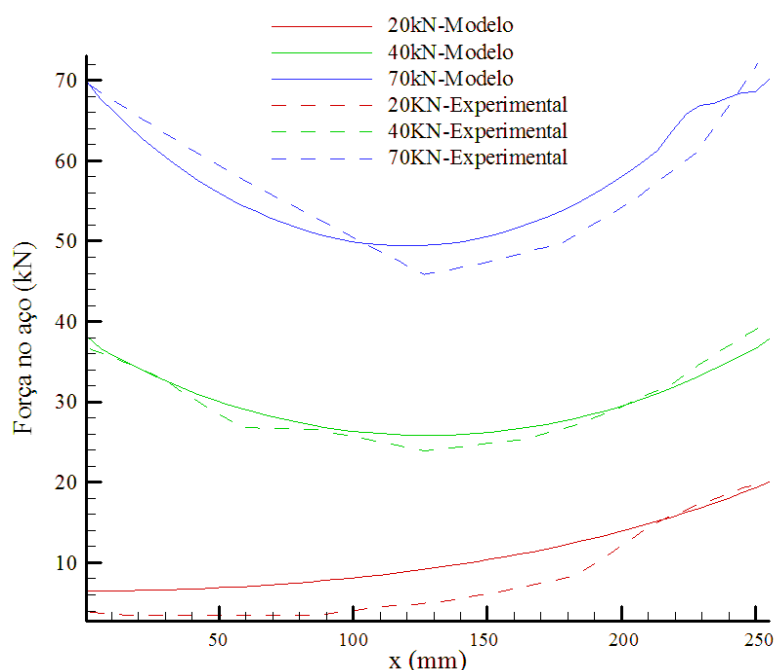


Figura 6.37: Distribuição da força no aço ao longo da peça.

Para a relação constitutiva da interface aço-concreto forem empregadas para os parâmetros $K_{12}, K_{22}, c, \mu^*, \eta$ as mesmas definições apresentadas no item 3.2.3. Em relação ao parâmetro K_{11} um ajuste neste valor foi realizado para um melhor acoplamento entre os modelos. A relação apresentada na figura 3.7 foi substituída por um valor constante e igual a $K_{11} = 50(m^{-1})$. Aplicando a definição presente no item 3.2.3, onde este parâmetro varia em função da abertura normal da interface, o processo de fissuração e transferência de tensões entre o aço e o concreto não é capturado corretamente. Na definição da tensão normal a parcela devido ao deslocamento normal ($K_{11} \times u_n$) se torna maior que a parcela devido ao

escorregamento ($\text{sgn}(u_t)K_{12} \times u_t$), levando a um valor positivo de tensão normal, o que não é coerente ao modelo de aderência apresentado.

A figura 6.37 apresenta a comparação entre os resultados da análise via método dos elementos finitos com resultados experimentais para três diferentes níveis da carga aplicada. As curvas mostram a distribuição da força no aço ao longo da peça para um nível carga inicial, depois da ocorrência da fissuração no centro da peça e para a carga de escoamento do aço. Os resultados numéricos mostram uma boa concordância com os valores experimentais.

Para o estágio de carga inicial (20 kN) a tensão (força) na barra de aço diminui a medida em que se aproxima do eixo de simetria, que aqui é considerado como uma das faces da fissura. Nesta região a tensão na armadura apresenta um valor reduzido e o concreto é o principal responsável por resistir às solicitações. Com o aumento da carga, aumenta o escorregamento na interface entre os dois materiais e o processo de fissuração no concreto tem início. Em torno de 40 kN, a ocorrência da fissura central ao longo da seção transversal do cilindro causa uma grande perda de rigidez do concreto no plano da fissura. Conseqüentemente, na fissura, toda a força de tração é suportada pela barra de armadura, o que leva a um aumento da tensão do aço nesta região. À medida que se aproxima da extremidade livre da barra as tensões são transferidas para o concreto com a correspondente diminuição da tensão no aço. A análise termina na carga de 70 kN quando a tensão no aço atinge o limite elástico provocando o escoamento da armadura.

A figura 6.38 mostra a distribuição da tensão de aderência t_t na interface aço-concreto para os três diferentes níveis de carga analisados. Para baixo níveis de cargas a tensão de aderência varia quase que linearmente em função da distância em relação à extremidade livre da barra, sendo zero no eixo de simetria e atingido o valor máximo ($\cong 2\text{MPa}$) na interface mais próxima do ponto de aplicação da carga. No instante de formação da fissura na seção central da peça ocorre uma redistribuição de tensões ao longo da interface, devido ao processo de transferência de tensões entre os materiais, incluindo a mudança do sinal do escorregamento entre $0 < x < 150$. Com isso, a tensão de aderência se anula em $x=150$ e assume praticamente a mesma distribuição nos trechos $0 < x < 150$ e $150 < x < 250$, porém com sinal contrário. À medida que o carregamento aumenta o valor da tensão de aderência também aumenta chegando a aproximadamente 15 MPa durante o escoamento da armadura. A aderência nula em $x \approx 125\text{mm}$ indica que as tensões no aço e concreto nesta seção são as mesmas, sendo esta a

provável seção onde uma segunda geração de fissuras primárias pode se formar. Este é o comportamento esperado para estes casos, conforme mostrado nas figuras teóricas 2.15 e 2.16.

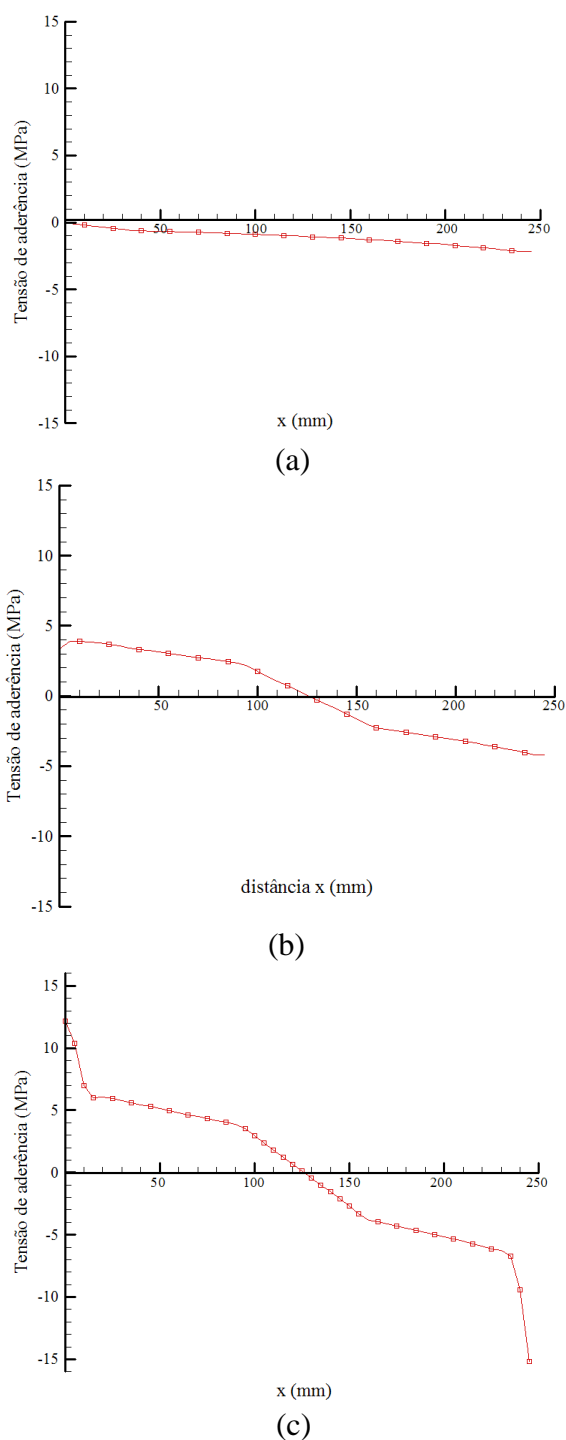


Figura 6.38: Distribuição da tensão de aderência ao longo da interface aço-concreto.

O problema em questão também foi analisado considerando-se a hipótese de aderência perfeita (sem escorregamento) entre o concreto e a armadura (ver figura 6.39). Neste caso, observa-se que o processo de transferência de tensões entre o aço e o concreto não é capturado e a armadura é solicitada somente próxima da extremidade livre da barra e da face da fissura. Com isso, observa-se que os valores da força no aço são fortemente dependentes das condições de aderência entre os materiais e dessa forma um modelo adequado para capturar esse fenômeno é necessário. Neste caso o concreto fica mais solicitado, havendo a formação da primeira geração de fissuras bem antes dos valores experimentais.

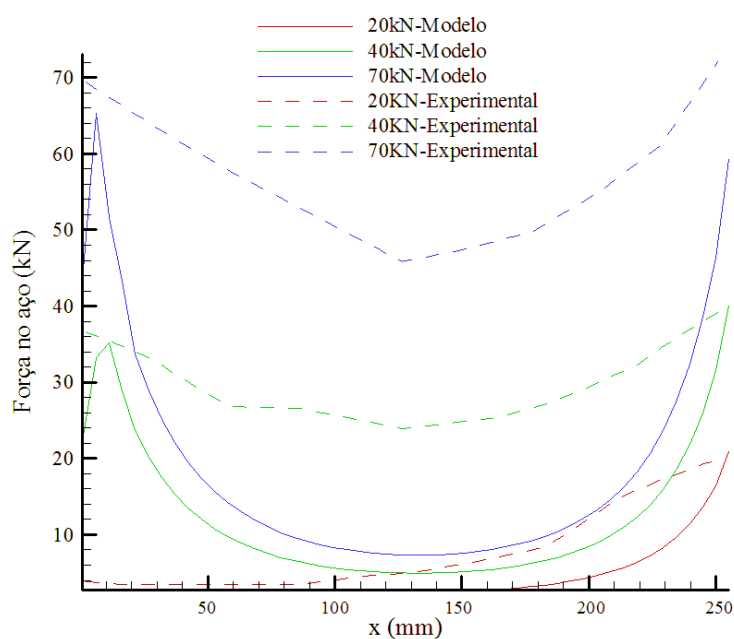


Figura 6.39: Distribuição da força no aço ao longo da peça na condição de aderência perfeita.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste capítulo são apresentadas as principais conclusões obtidas ao longo desta pesquisa, bem como as sugestões para os trabalhos futuros.

7.1 CONCLUSÕES

Neste trabalho, o fenômeno da aderência em peças de concreto armado foi analisado empregando um modelo de transferência de tensões bidimensional, onde o concreto e o aço são tratados como contínuos e a interação mecânica entre os materiais é levada em conta indiretamente através da homogeneização da interface. As nervuras das barras de aço não são discretizadas, e na região de contato entre os dois materiais são inseridos elementos de interface coesiva para os quais se aplicam as leis de aderência.

A formulação elasto-plástica apresentada em Lundgren-Gylltoft (2000) para a interface aço-concreto foi adaptada para ser aplicada a barras de diferentes diâmetros e também para incorporar os aspectos tridimensionais da falha da aderência (desenvolvimento de fissuras longitudinais), viabilizando a utilização de um modelo de fissura discreta no concreto. Para isto, dois parâmetros de dano (plásticos) foram introduzidos (d , H). O último torna a formulação da interface não-local. Com a introdução desta abordagem não-local, também é possível reproduzir o efeito da presença de confinamento externo no mecanismo de aderência de forma satisfatória. Outra vantagem do modelo é o fato de permitir um melhor entendimento do processo de falha na interface aço-concreto sem a discretização explícita das nervuras, possibilitando entender com mais detalhes o efeito das variáveis envolvidas no processo.

Embora a presente metodologia seja mais preditiva que as em que a relação tensão de aderência x escorregamento é definida a priori, alguns ajustes ainda precisam ser feitos para melhor definir os parâmetros do modelo. Na faixa dos materiais aqui analisados (concreto de resistência à compressão normal e reforçado com barras de aço), para o mesmo conjunto de parâmetros utilizados, o modelo foi capaz de capturar a transição entre os modos de falha da

aderência automaticamente. Entretanto, com a mudança nas condições de contorno e no tipo de material, recomenda-se uma nova calibração dos parâmetros elásticos através de comparação com resultados experimentais.

Para a representação da fissuração macroscópica do concreto, um modelo de fratura discreta foi implementado, o qual tem a vantagem de permitir uma reprodução mais detalhada do processo de falha no concreto armado (quantidade de fissuras, abertura, etc).

De forma resumida podemos dizer que as principais conclusões do trabalho foram:

- O modelo é capaz de capturar os diferentes tipos de falha da aderência (fendilhamento e arrancamento) sem a necessidade do conhecimento prévio do comportamento da interface;
- Através do parâmetro de dano H , que é um fator de redução do coeficiente de atrito (equação 3.21), é possível capturar o efeito da fissuração longitudinal que ocorre no concreto em função da perda da aderência (fendilhamento), bem como da influência do confinamento externo no comportamento aderente;
- Os resultados obtidos mostram que o modelo não é dependente da malha de elementos finitos;
- Com os mesmos parâmetros de entrada no modelo, diferentes curvas tensão de aderência x escorregamento podem ser obtidas e aplicadas para barras de armadura de diferentes diâmetros;
- A falha por fendilhamento associado com o escoamento do aço, que é acompanhada de uma considerável abertura normal da interface e perda repentina da aderência localmente, também é capturada;
- O modelo foi capaz de capturar o desenvolvimento de fissuras macroscópicas por um modelo de fissuração discreto (Modelo PPR), e seu efeito sobre a aderência;

7.2 TRABALHOS FUTUROS

A partir da abordagem apresentada nesta tese, abre-se a possibilidade de algumas investigações que podem ser realizadas de modo a contribuir para o melhor entendimento e representação do fenômeno da aderência.

Em virtude das suas propriedades, o uso de barras de fibras de polímeros (FRP) como reforço em estruturas de concreto tem sido considerado como uma alternativa ao uso de barras aço em determinadas situações, como por exemplo, em estruturas expostas à corrosão. Nos modelos experimentais de arrancamento pode-se perceber a influência das propriedades mecânicas e da conformação superficial das barras de FRP no comportamento da aderência. Entretanto, estas propriedades mecânicas são de difícil determinação, pois variam significativamente com o tipo de resina e fibra, orientação da fibra, processo de fabricação e conformação superficial. Além disso, o comportamento mecânico dos compósitos de FRP é diferente do comportamento mecânico das barras de aço. Estas barras possuem maior resistência longitudinal do que transversal, menor módulo de elasticidade, menor resistência à compressão e ao cisalhamento, apresentando menores resistências de aderência quando comparadas às barras de aço de diâmetro similar. Por essa razão, uma análise detalhada desse tipo de material e dos parâmetros que influenciam suas propriedades se faz necessário, para posterior análise de seu comportamento em conjunto com o concreto.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABNT/NBR 7480. **Aço destinado a armaduras para estruturas de concreto armado – Especificações**. Rio de Janeiro, 2007.

ABRAMS, D. A. **Tests of Bond Between Concrete and Steel**. University of Illinois, Bulletin n. 71, 1913.

ACI COMMITTEE 408. Abstract of: State of the art report: Bond Under Cyclic Loads. **ACI Materials Journal**, v. 88, n. 6, p. 669-73, Nov./Dec. 1991.

ACI Committee 408, “ACI 408R-03, Bond and Development of Straight Bars in Tension, Report by ACI Committee 408,” **American Concrete Institute**, Farmington Hills, Michigan, November, 2003.

ÅKESSON, M. **Fracture Mechanics Analysis of the Transmission Zone in Prestressed Hollow Core Slabs**. Licentiate Thesis. Division of Concrete Structures, Chalmers University of Technology, Publication 93:5, Göteborg, 1993.

ALFANO, G.; SACCO, E. Combining interface damage and friction in a cohesive-zone model. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, v. 68, n. 5, p.542-582, 2006.

ALMEIDA FILHO, F. M. **Contribuição ao estudo da aderência entre barras de aço e concretos auto-adensáveis**. Tese (Doutorado em Engenharia – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, USP, São Carlos, 2006.

AURICH, M.; CAMPOS FILHO, A. Modelo de aderência para análise através do método dos elementos finitos de vigas de concreto armado reforçadas. **Teoria e Prática na Engenharia Civil**, n. 3, p. 3-14, jun. 2003.

BAENA, M.; TORRES, L.; TURON, A. e BARRIS, C.. Experimental study of bond behavior between concrete and FRP bars using a pull-out test. **Composites: Part B**, v. 40, p784-797, 2009.

BALÁZS G. e KOCH R. Bond characteristics under reversed cyclic loading. **Otto Graf Journal**, v. 6, n. 1, p.47–62, 1995.

BARENBLAT, G.I. The mathematical theory of equilibrium of crack in brittle fracture. **Advances in Applied Mechanics**, v. 7, p. 55-129, 1962.

BAZANT, Z.P.; CEDOLIN, L. Blunt Crack Band Propagation in Finite Element Analysis. **Journal of the Engineering Mechanics Division**, ASCE, v. 105, p. 297-315, 1979.

BAZANT, Z.P.; CEDOLIN, L. Fracture mechanics of reinforced concrete. **Journal of the Engineering Mechanics Division**, ASCE, v. 106, p. 1287-1306, 1980.

BAZANT, Z.P.; OH, B. Crack band theory for fracture concrete. **Journal & Constructions**, ASCE, v. 93, p. 155-177, 1983.

BELTZ, G.E. e RICE, J.R. **Dislocation nucleation versus cleavage decohesion at crack tips**. In: Lowe, T.C., Rollett, A.D., Follansbee, P.S., Daehn, G.S. (Eds.), *Modeling the Deformation of Crystalline Solids Presented. The Minerals, Metals & Materials Society (TMS), Harvard University, Cambridge, MA, USA*, p. 457-480, 1991.

BITTENCOURT, E. **Tratamento de Problemas não-Lineares na Mecânica dos Sólidos**, PPGEC-UFRGS, Porto Alegre, 1999.

BOLMSVIK, R. e LUNDGREN K. Modelling of bond between three-wire strands and concrete. **Magazine of Concrete Research**, v. 58, n. 3, p.123-133, 2006.

BRESLER, B.; BERTERO, V. Behavior of reinforced concrete under repeated load. **ASCE, Journal of the Structural Division**, v. 94, n. ST6, p. 1567-1590, jun. 1968.

BRISOTTO, D.S. **Um modelo de fissura incorporada para a análise da fissuração em peças de concreto armado fletidas via Método dos Elementos Finitos**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, UFRGS, Porto Alegre, 2006.

BROWN, C. J.; DARWIN, D. e MCCABE, S. L. **Finite element fracture analysis of steel - concrete bond**. Report n. 36, Department of Civil Engineering, University of Kansas, Lawrence, 1993.

CAETANO, L.F. **Estudo do Comportamento da Aderência de Elementos de Concreto Armado em Condições Extremas**. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, UFRGS, Porto Alegre, 2008.

CASTRO, C. M. **Concreto de alto desempenho: Estudo da aderência com a armadura sob ações cíclicas**. Dissertação (Mestrado em Engenharia – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, USP, São Carlos, 2002.

CHABOCHE, J.L.; GIRARD R.; SCHAFF A. Numerical analysis of composite systems by using interphase/interface models. **Computational Mechanics**, v. 20, n.1-2, p.3-11, 1997.

CHANA, P.S. A test method to establish realistic bond stress. **Magazine of Concrete Research**, v. 42, n. 151, p.83-90, 1990.

CHOI, O. C.; LEE, W. S. Interfacial bond analysis of deformed bars to concrete. **ACI Structural Journal**, v. 99, n. 6, p. 750-756, nov./dec. 2002.

CLARK, A. P. Comparative bond efficiency of deformed concrete reinforcing bars. **Journal of the American Concrete Institute**, v. 18, n. 4, p. 381-400, dez. 1946.

CLARK, A. P. Bond of concrete reinforcing bars. **ACI Journal**, Proc. v. 46, p. 161-184, nov. 1949.

COMITE EURO-INTERNATIONAL DU BETÓN. **CEB-FIP Code Model 1990**. Bulletin d'Information n.213/214, Lausanne: CEB, Mar, 1993.

COSENZA, E.; MANFREDI, G. e REALFONZO, R. **Analytical modeling of bond between FRP reinforcing bars and concrete. Non-metallic (FRP) reinforcement for concrete structures**, FRPRCS-2, L. Taerwe, ed., University of Ghent, Belgium, p.164-171, 1995.

COSENZA, E.; MANFREDI, G. e REALFONZO, R. Behavior and modeling of bond of FRP rebars to concrete. **J. Compos. Constr.**, n. 1, v. 2, p.40-51, 1997.

COX, J. V. **Development of a Plasticity Bond Model for Reinforced Concrete –Theory and Validation for Monotonic Applications**. Naval Facilities Engineering Service Centre, Port Hueneme, USA, 1994.

COX, J.V.; HERRMANN, L.R. Development of a plasticity bond model for steel reinforced. **Mechanics of Cohesive-Frictional Materials**, v. 3, p.155 -180, 1998.

D'AVILA, V.M.R. **Estudo sobre Modelos de Fissuração de Peças de Concreto Armado via Método dos Elementos Finitos**. Tese (Doutorado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, UFRGS, Porto Alegre, 2003.

DE GROOT, A.K.; KUSTERS ,G.M.A. e MONNIER T. **Numerical Modeling of Bond-Slip Behavior**, Heron, Vol. 26-1b I.B.B.C. Institute TNO, Delft, Netherlands, 1981.

DOERR, K. **Ein Beitrag zur Berechnung von Stahlbetonscheiben unter besonderer Berücksichtigung des Verbundverhaltens**. Dissertation, presented to Technischeltoch Schale, in Darmstadt, Germany, in partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Philosophy, 1980.

DVORKIN, E. N.; CUITIÑO, A. M.; GIOIA, G. Finite Elements with Displacement Interpoled Embedded Localization Lines Insensitive to Mesh Size and Distortions. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, v. 30, p. 541-564, 1990.

DUCATTI, V. A. **Concreto de elevado desempenho: Estudo da aderência com a armadura**. Tese (Doutorado em Engenharia) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, USP, São Paulo, 1993.

DUCATTI, V. A. **Aderência em concreto de elevado desempenho: Emenda por transpasse na armadura de vigas submetidas à flexão**. Tese (Livre Docência). Faculdade de Engenharia Civil da Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2001.

DUGDALE, D.S. Yielding of steel sheets containing slits. **Journal of Mechanics and Physics of solids**, v. 8, p.100–108, 1960.

ELIGEHAUSEN, R.; POPOV, E. P.; BERTERO, V. V. **Local Bond Stress-Slip Relationships of Deformed Bars under Generalized Excitations**. Report n. UCB/EERC 83/23, University of California, Berkeley, oct. 1983.

FANG, C. ET AL. Corrosion influence on bond in reinforced concrete. **Cement and Concrete Research**, v. 34, n. 11, p.2159–2167, 2004.

FELDMAN, L.R. e BARTLETT, F.M. Bond strength variability in pullout specimens with plain reinforcement. **ACI Structural Journal**, v. 102, n. 6, p.860–867, 2005.

FERNANDES, R. M. **A influência de ações repetidas na aderência aço-concreto**. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, USP, São Paulo, 2000.

FIB (2000). Bond of Reinforcement in concrete, Bulletin d'Information de la Federation Internationale du Beton, n.10, 2000.

FUSCO, P. B. **Técnica de armar as estruturas de concreto armado**. Editora Pini, cap. 6, p. 135 – 195. São Paulo, 1995.

GAMBAROVA, P. G.; ROSATI, G. P. e ZASSO, B. Steel-to-Concrete Bond After Concrete Splitting: Test Results. **Materials and Structures**, v. 22, n. 127, p. 35-47, 1989.

GEUBELLE, P. H.; BAYLOR, J. S. Impact-induced delamination of composites: A 2D simulation. **Composites Part B:Engineering**, v. 29, n. 5, p. 589–602, 1998.

GOTO, Y. Cracks formed in concrete around deformed tension bars. **ACI Journal**, Proc. v. 68, p. 244-251, apr. 1971.

GROOTENBOER, H. J.; LEIJTEN, S. F. C. H.; BLAAUWENDRAAD, J. **Numerical Models for Reinforced Concrete Structures in Plane Stress**. HERON, v. 26, n. 1C, 1981.

HAMAD, B.S. Bond strength improvement of reinforced bars with specially designed rib geometries. **ACI Structural Journal**, v. 92, n. 1, p.3–13, 1995.

HARAJLI, M.H. Numerical Bond Analysis Using Experimentally Derived Local Bond Laws: A Powerful Method for Evaluating the Bond Strength of Steel Bars. **Journal of Structural Engineering**, New York: ASCE, v. 133, n. 5, may 2007.

INGRAFFEA, A.R.; GERSTLE, W.H.; GERGELY, P. e SAOUMA, V. Fracture mechanics of Bond in Reinforced Concrete. **Journal of Structural Engineering**. New York: ASCE, v. 110, n. 4, p. 871-890, apr. 1984.

JENDELE, L.; CERVENKA, J. Finite element modelling of reinforcement with bond. **Computers & Structures**, v. 84, p. 1780-1791, 2006.

LEONHARDT, F.; MONNIG, E. **Construções de concreto: Princípios básicos do dimensionamento de estruturas de concreto armado**. 1.ed. Rio de Janeiro, Interciência, v.1, 1977.

LIU, F. e BORJA, R. I. Finite deformation formulation for embedded frictional crack with the extended finite element method. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, v. 82, p. 773–804, 2010.

LOWES, L. N. **Finite Element Modeling of Reinforced Concrete Beam-Column Bridge Connections**. Thesis, University of California, Berkeley, Calif., 2004.

LOWES, L. N.; MOEHLE, J. P.; GOVINDJEE, S. Concrete-steel bond model for use in finite element modeling of reinforced concrete structures. **ACI Structural Journal**, v. 101, n. 4, p. 501-511, july/aug. 2004.

LUNDGREN, K. **Modelling of Bond: Theoretical Model and Analyses**. Report 99:5, Chalmers University of Technology, Division of Concrete Structures, Göteborg, 1999.

LUNDGREN, K. Effect of corrosion on the bond between steel and concrete: an overview. **Magazine of Concrete Research**, v. 59, n. 6, August, p.447–46, 2007.

LUNDGREN K. Pull-out tests of steel-encased specimens subjected to reversed cyclic loading. **Materials and Structures**, v. 33, n. 231, p. 450–456, 2000.

LUNDGREN, K. Bond between ribbed bars and concrete. Part 1:Modified model. **Magazine of Concrete Research**, v.57, n.7, p.371–382, sept. 2005.

LUNDGREN, K. e GYLLTOFT, K. A model for the bond between concrete and reinforcement. **Magazine of Concrete Research**, v. 52, p. 53–63, 2000.

LUTZ, L. A.; GERGELY, P. Mechanics of bond and slip of deformed bars in Concrete. **ACI Journal**, Proc. v. 64, p.711-721, nov. 1967.

MACHADO, M.A.; TRAUTWEIN, L.M.; CAMPOS FILHO, A.; BITTENCOURT, T.N. **Modelos de fissuração em estruturas de concreto armado via Método dos Elementos Finitos**. Anais CMNE 2007/XXVIII CILAMCE, v.1, p.1-18, Porto, Portugal 2007.

MAINS, R. M. Measurement of the distribution of tensile and bond stresses along reinforcing bars; **ACI Journal**, Proc. v. 48, November, p. 225-252, 1951.

MAGNUSSON, J. **Bond and Anchorage of Deformed Bars in High-Strength Concrete**. Licentiate Thesis. Publication 97:1, n.1113, Göteborg, nov. 1997.

MAGNUSSON J. **Bond and Anchorage of Ribbed Bars in High-Strength Concrete**. PhD thesis, Division of Concrete Structures, Chalmers University of Technology, Goteborg, 2000.

MALVAR, L. J. Bond of reinforcement under controlled confinement. *ACI Journal*. v 89, p. 593-601, 1992.

MALVAR, L. J. **Bond stress-slip characteristics of FRP rebars**. Technical Rep. TR-2013-SHR, Naval Facilities Engineering Service Center, Port Hueneme, Calif., 1994.

MARINS NETO, J. **Análise numérica não-linear de estruturas de concreto armado considerando o fenômeno da aderência entre o aço e o concreto**. Tese (Doutorado em Engenharia), Universidade Estadual de Campinas, UNICAMP, Campinas, 2007.

MEHLHORN, G. e KEUSER, M. **Isoparametric contact elements for analysis of reinforced concrete structure**, in Proc. Japan—".S. Seminar on Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Structures, ASCE, p. 329-347, 1985.

MI Y.; CRISFIELD M.A.; DAVIES G.A.O. e HELLWEG H.B. **Progressive delamination using interface elements**. *Journal of Composite Materials*, v. 32, n. 14, p. 1246-1272, 1998.

MORITA, S. e FUJII, S. **Bond-slip models in finite element analysis**, in Proc. Japan—".S. Seminar on Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Structures, ASCE, p. 348-363, 1985.

NEEDLEMANN, A. A continuum model for void nucleation by inclusion debonding. *Journal of Applied Mechanics*, v. 54, p. 525-531, 1987.

NEEDLEMAN, A. An analysis of tensile decohesion along an interface. *J. Mech. Phys. Solids*, v. 38, n. 3, p. 289-324, 1990.

NGO, D.; SCORDELIS, A. C. Finite element analysis of reinforced concrete beams. *ACI Journal*, Proc. v. 64, p. 152-163, mar. 1967.

NOGHABAI, K. **Splitting of Concrete in the Anchoring Zone of Deformed Bars: A Fracture Mechanics Approach to Bond**. Licentiate Thesis. Division of Structural Engineering, Luleå University of Technology, 1995.

OLIVER, J. **Modelado da Fissuración in Estructuras di Hormigon**. Barcelona: Centro Internacional de Metodos Numericos em Engenharia, Publicação Interna, mar, 1990.

ORANGUN, C. O.; JIRSA, J. O.; BREEN, J. E. A reevaluation of test data on development length and splices. *ACI Journal*, Proceedings. v. 74, n.3, p 144-122, mar. 1977.

OZBOLT, J. e ELIGEHAUSEN, R. **Numerical simulation of cycling bond-slip behavior**. Bond in Concrete, Proc. Int Conf., CEB, p. 1227-1233, 1992.

PARK, K.; PAULINO, G.H.; ROESLER, J.R. A Unified Potential-Based Cohesive Model of Mixed-Mode Fracture. **Journal of the Mechanics and Physics of Solids**, v. 57, p. 891-908, 2009.

RASHID, Y.R. Ultimate Strength Analysis of Prestressed Concrete Pressure Vessels. **Nuclear Engineering and Design**, v. 7, p. 334-344, 1968.

REHM, G. **The basic principles of the bond between steel and concrete**. C&CA Library Translation n.134, 1961.

REYNOLDS, C. G.; BEEBY, A. W. Bond strength of deformed bars. Bond in Concrete, P. Bartos, ed., **Applied Science Publishers**, p. 434-445, Londres, 1982.

RIBEIRO, J.L.D. **Análise experimental dos fatores que influenciam a aderência de barras nervuradas**. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, UFRGS, Porto Alegre, 1985.

ROBINS, P. J. e STANDISH, I. G. The influence of lateral pressure upon anchorage bond. **Magazine of Concrete Research**, v. 36, p.195–202, 1984.

ROBINSON, P.; SONG, D.Q. A modified dcb specimen for mode I testing of multidirectional laminates. **Journal of Composite Materials**, v. 26, p. 554-577, 1992.

ROSETTI, V. A.; GALEOTA, D. e GIAMMATTEO, M. M. Local bond stress-slip relationships of glass fiber reinforced plastic bars embedded in concrete. *Mater. Struct.*, v.28, n. 180, p. 340–344, 1995.

ROTS, J.G. **Computational modeling of concrete fracture**. Doctoral Thesis, Delft University of Technology, Delf, Netherlands, 1988.

ROTS, J.G.; BLAAUWENDRAAD, J. **Crack Models for Concrete: Multi-directional or Rotating**. *HERON*, v. 34, n. 1, 1989.

SILVA, M.A.L.; DE MOURA M.F.S.F.; MORAIS, J.J.L. Numerical analysis of the ENF test for mode II wood fracture. **Composites A**, v. 37, p. 1334–1344, 2006.

SORETZ, S.; HOLZENBEIN, H. Influence of rib dimensions of reinforced bars on bond and bendability. **ACI Structural Journal**, v. 76, n. 1, p. 111-127, jan. 1979.

SOROUSHIAN, P.; CHOI, K. B. Local bond of deformed bars with different diameters in confined concrete. **ACI Materials Journal**, v. 86, n. 2, p. 217-222, mar/april 1989.

SOROUSHIAN, P et al. Bond of deformed bars to concrete: effects of confinement and strength of concrete. **ACI Materials Journal**, v. 88, n. 3, p. 227-232, may/june, 1991.

TASSIOS, T. P. **Properties of bond between concrete and steel under load cycles idealizing seismic actions**. AICAP-CEB symposium, v. 1. State of art reports - CEB-Buletin d'information n. 131, p. 67-122, Roma, 1979.

TEPFERS R. **A Theory of Bond Applied to Overlapped Tensile Reinforcement Splices for Deformed Bars**. Division of Concrete Structures, Chalmers University of Technology, Publication 73:2, Göteborg, 1973.

TEPFERS, R. Cracking of concrete cover along anchored deformed reinforced bars. **Magazine of Concrete Research**, v. 31, n. 106, p.3-12, mar. 1979.

TEPFERS, R e OLSSON, P. **Ring test for evaluation of bond properties of reinforcing bars**. Bond in Concrete, Proc.Int. Conf., CEB, p. 1.89-1.99, 1992.

TVERGAARD, V. Effect of fibre debonding in a whisker-reinforced metal. **Materials Science and Engineering**, n. 125, p. 203-213, 1990.

UNTRAUER, R.E. e HENRY, R. L. Influence of Normal Pressure on Bond Strength. **ACI Journal**, v. 62, p. 577-586, 1965.

VAN MIER, J. G. M.; SHAH, S. P.; ARNAUD, M.; BALAYSSAC, J. P.; BASCOUL, A.; CHOI, S.; DASENBROCK, D.; FERRARA, G.; FRENCH, C.; GOBBI, M. E.; KARIHALOO, B. L.; KÖNIG, G.; KOTSOVOS, M. D.; LABUZ, J.; LANGE-KORNBÄK, D.; MARKESET, G.; PAVLOVIC, M. N.; SIMSCH, G.; THIENEL, K-C.; TURATSINZE, A.; ULMER, M.; VAN GEEL, H. J. G. M.; VAN VLIET, M. R. A.; ZISSOPOLOS, D. Strain softening of concrete in uniaxial compression. **Materials and Structures**, RILEM, v. 30, May, 1997.

VERDERAME, G.M.; RICCI, P.; DE CARLO, G.; MANFREDI, G. Cyclic bond behaviour of plain bars. Part I: Experimental investigation. **Constr Build Mater**, v. 23, n. 12, 2009.

VECCHIO, F.J. Nonlinear Finite Element Analysis of reinforced Concrete Membranes. **ACI Structural Journal**, p. 26-35, jan/fev 1989.

VIEIRA, F.M.P. **Estudo do Comportamento da Aderência das barras de aço no concreto de alta resistência com adição de microssílica**. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, UFRGS, Porto Alegre, 1994.

VIWATHANATEPA, S.; POPOV, E. P. e BERTERO, V. V. **Effects of Generalized Loadings on Bond of Reinforcing Bars Embedded in Confined Concrete Blocks**, Report UCB/ EERC-79/ 22, EERC, University of California, Berkeley, Calif., 1979.

WATSTEIN, D. Bond stress in concrete pull-out specimens. **ACI Journal**, Proc. v. 38, p. 37-50, sept. 1941.

XU, X.P. e NEEDLEMAN, A. Void nucleation by inclusion debonding in a crystal matrix. **Modelling Simulation Mater. Sci. Eng.**, v. 1, n. 2, p.111–132, 1993.

YANKELEVSKY, D. Z. New finite element for bond-slip analysis. **Journal of Structural Engineering**, New York: ASCE, v. 111, n. 7, p. 1533-1542, jul. 1985.

ZHANG, Z.; PAULINO, G.H. Cohesive zone modeling of dynamic failure in homogeneous and functionally graded materials. **Int. J. Plasticity**, v. 21, n. 6, p.1195–1254, 2005.