CAMILA ROBERTA FERRÃO RODRIGUES

POTENCIALIDADES E POSSIBILIDADES DO ENSINO DAS TRANSFORMAÇÕES GEOMÉTRICAS NO ENSINO FUNDAMENTAL

Dissertação apresentada como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Orientadora: Prof. Dra. Marilaine de Fraga Sant'Ana

PORTO ALEGRE

2012

CAMILA ROBERTA FERRÃO RODRIGUES

POTENCIALIDADES E POSSIBILIDADES DO ENSINO DAS TRANSFORMAÇÕES GEOMÉTRICAS NO ENSINO FUNDAMENTAL

Dissertação apresentada como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Orientadora: Prof. Dra. Marilaine de Fraga Sant'Ana

BANCA EXAMINADORA

____

Prof. Dr. Eduardo Henrique de Mattos Brietzke
Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS)

____

Prof. Dr. Vilmar Trevisan
Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS)

____

Prof. Dr. Rogério Ricardo Steffenon
Universidade do Vale do Rio dos Sinos (UNISINOS)

Porto Alegre, ____ de __________________ de 2012.

AGRADECIMENTOS

À professora Marilaine de Fraga Sant'Ana, por sua atenção e paciência e que, mesmo sem nunca ter sido minha professora, aceitou me guiar nessa jornada.

Àqueles professores do programa de Mestrado em Ensino de Matemática da UFRGS que souberam compartilhar seus conhecimentos no decorrer deste curso.

À Rosane Wolff, exemplo de pessoa e de professora de Matemática que influenciou meu modo de ser professora.

Ao professor Rogério Ricardo Steffenon, por seu incentivo para que esse aperfeiçoamento profissional fosse realizado.

Às colegas Andréa e Belissa, pela parceria ao longo do curso.

Às professoras e alunos da Escola Municipal Professor Emílio Meyer, pela disposição em participar dessa pesquisa.

À minha pequena família, pelo apoio e compreensão, principalmente ao meu sobrinho Guilherme que, nestes quatro anos de vida, me deu inúmeros motivos para querer ir além.

E, por fim, mas não menos importante, à minha avó Maria, minha grande incentivadora, que esteve comigo no ponto de partida dessa caminhada, mas que não pôde estar comigo e me ver chegar.

"No fim tudo dá certo, se não deu certo,
é porque ainda não chegou ao fim."
Fernando Sabino

RESUMO

Este estudo tem como objetivo examinar as possibilidades e potencialidades do ensino das Transformações Geométricas no Ensino Fundamental, assunto este pouco abordado nos currículos deste nível de ensino. Realiza um resgate histórico sobre o ensino da Geometria e constata que a introdução do tema das transformações se dá a partir do Movimento da Matemática Moderna. Identifica os Parâmetros Curriculares Nacionais como incentivador deste estudo, a partir do momento em que, devido a essas orientações, autores de livros didáticos passam a tratar do tema em suas coleções, mesmo que, em alguns casos, de forma tímida. Para verificar as potencialidades do estudo das Transformações Geométricas foram elaborados dois conjuntos de atividades, sendo um desenvolvido com professoras atuantes nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental e outro com uma turma de alunos do 6º ano desse nível de ensino, ambas em uma escola municipal da Rede Pública de Ensino da cidade de São Leopoldo, RS. Esta pesquisa de caráter qualitativo segue princípios da pesquisa-ação, adotando procedimentos de acompanhamento e controle da intervenção produzida. Da análise da aplicação da proposta, foi produzido um livro do tipo paradidático intitulado *Matemática das Transformações*, o qual trata o tema com aspectos lúdicos, de caráter artístico e que, pela linguagem nele utilizada, tem a pretensão de incentivar a leitura.

Palavras-chave: Transformações Geométricas; Matemática; Ensino-aprendizagem; Paradidático.

ABSTRACT

This study intents to examine the possibilities and potential of Geometric Transformations in teaching Elementary School, a few discussed subject in the curriculum of this educational level. Performs a historical survey about the teaching of geometry and notes that the introduction of the theme of change is given from the Movement of Modern Mathematics. Identifies how the National Curriculum Parameters for this study, from the time when, due to these guidelines, authors of textbooks come to address the issue in their collections, even though in some cases, so shy. To verify the potential of the study of Geometric Transformations were prepared two sets of activities, one developed with teachers working in early years of elementary school and another with a group of students from the 6th year of this level of education, both in a municipal school of the Network public Schools in the city of São Leopoldo, RS. This qualitative study follows the principles of action-research, adopting procedures for monitoring and control of the intervention produced. An analysis of the implementation of the proposal, was produced a textbook titled *Transformation's Mathematics* , which treats the subject with playful aspects of artistic character, and that the language used therein, intend to encourage reading.

Key-words: Geometric Transformations; Mathematics; Teaching-learning; textbooks.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

LISTA DE TABELAS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE GRÁFICOS

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

As primeiras indagações a respeito do conteúdo das transformações geométricas surgiram por ocasião do exame de seleção realizado para ingresso no curso de Mestrado Profissionalizante em Ensino de Matemática, da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, UFRGS. No processo seletivo de 2009, cujo foco eram questões relacionadas ao ensino básico, deparei-me com uma questão que tratava do tema das transformações geométricas, o que me deixou surpresa, uma vez que desconhecia que este tema fazia parte do ensino de Matemática na escola básica.

A questão[1] era a seguinte:

QUESTÃO 3

Dado um plano π orientado com sentido positivo anti-horário, define-se:

- A translação determinada por um vetor, fixo, como a transformação $T_{\vec{v}}: \pi \to \pi$, que leva cada ponto *A* do plano π no ponto $A' = A + \vec{v}$ desse plano;
- A reflexão em uma reta *r*, fixa, contida em π, como a transformação $S_r: \pi \to \pi$, que leva cada ponto *A* do plano π no ponto $A' = S_r(A)$ tal que a reta *r* é a mediatriz do segmento $\overline{AA'}$;
- A rotação com centro em um ponto *O*, fixo, do plano π e ângulo α, como a transformação $R_\alpha: \pi \to \pi$ que leva cada ponto *A* do plano π no ponto $A' = R_\alpha(A)$ tal que os segmentos $\overline{OA'}$ e $\overline{OA}$ sejam congruentes, $A\hat{O}A' = \alpha$ com o sentido de A para A'.

Observe a gravura de M.C. Escher (obtida no sítio http://www.mcescher.com) abaixo.

[1] Questão contida no exame escrito – edital de 2009. Disponível em: <http://www.mat.ufrgs.br/~ppgem/docs/prova_ppgensimat2009.pdf > Acesso em 04 nov. 2011. No apêndice 3, é apresentada uma solução para a questão.

É possível obter uma transformação do plano, mediante a composição das transformações definidas acima, tal que o objeto assinalado com a letra A seja levado, mediante esta transformação, no objeto assinalado com a letra B? Justifique sua resposta. Em caso positivo, apresente a transformação.

Não me recordo, durante toda minha trajetória escolar – do ensino básico – de ter estudado questões relativas ao tema. Na disciplina de Educação Artística tive a oportunidade de vivenciar uma atividade que envolvia simetria. No entanto, tal atividade limitou-se a uma pintura com tinta e dobradura de papel. Não houve nenhuma relação da mesma com estudo geométrico. No ensino superior, na disciplina de Álgebra Linear, este tema foi tratado com ênfase em procedimentos algorítmicos, sem qualquer preocupação sobre suas potencialidades para o ensino básico.

Em busca de maiores esclarecimentos foram examinados livros didáticos do ensino fundamental, no sentido de perceber se, de fato, este tema fazia parte dos programas dos mesmos. Em poucos deles, naquele ano, pude encontrar situações envolvendo transformações geométricas. Foi então que algumas questões começaram a me preocupar.

Por que este tema não fazia parte das coleções didáticas? Qual a potencialidade do estudo das Transformações Geométricas nos diferentes níveis de ensino? Por que este tema era/é tão pouco tratado na escola? Os cursos de formação de professores para os diferentes níveis da educação básica tratam do tema? As Transformações Geométricas são contempladas nos currículos escolares? Que contribuições as pesquisas em Educação Matemática podem oferecer para o estudo das Transformações Geométricas na escola?

Tais indagações foram motivadoras para a construção desta proposta de pesquisa, e a busca por algumas de suas respostas justificam a escolha do tema.

Para melhor compreender a situação do ensino da Geometria, no capítulo 1 é apresentado um resgate histórico relativo ao ensino da Matemática no Brasil, a partir do século XIX. Nesta abordagem, é possível verificar o papel de destaque que outrora a Geometria ocupou como uma unidade independente e, posteriormente, sua incorporação à disciplina de Matemática que, por sua vez, unificou Aritmética, Álgebra e Geometria. Nesse capítulo, também, busca-se compreender a influência do Movimento da Matemática Moderna, no século XX, no currículo da Matemática escolar, principalmente no ensino de Geometria, pois é a partir desse movimento que o tema das Transformações Geométricas surge nos programas escolares.

O capítulo 2 tem um caráter matemático onde são apresentadas definições relativas às Transformações Geométricas, tomando como referência os autores Ledergerber-Ruoff (1982), Lima (1992) e (1996), Rezende e Queiroz (2008) e Tannenbaum (2004).

Para investigar as possibilidades e viabilidade do estudo das Transformações Geométricas no Ensino Fundamental foram realizadas duas experiências de ensino: uma com professoras dos anos iniciais e outra com alunos do 6º ano do Ensino Fundamental. No capítulo 3, estão descritos os procedimentos utilizados, os sujeitos da pesquisa e a forma como os dados foram coletados.

Na continuidade, no capítulo 4, faz-se uma análise de livros didáticos de Matemática, relativos ao 6º ano do Ensino Fundamental, cujas coleções foram aprovadas pelo Plano Nacional do Livro Didático (PNLD) do ano de 2010, no que se refere à abordagem dada ao tema das Transformações Geométricas. Nessa análise, é possível verificar diferentes níveis de abordagem, desde coleções que sequer tratam do tema nesse "ano" de ensino, até outras que lhe garantam maior destaque.

Nos capítulos seguintes, de números 5 e 6, descrevem-se as propostas de estudo com as professoras e com os alunos, respectivamente. Além disso, são apresentados elementos das produções desses sujeitos. Assim é possível verificar, simultaneamente, a proposta e os resultados obtidos por meio da aplicação da mesma.

Ao final, é apresentada uma reflexão sobre as potencialidades e possibilidades do ensino das Transformações Geométricas no Ensino Fundamental.

Acompanha este volume o produto da pesquisa, trata-se de um livro paradidático voltado ao estudo das Transformações Geométricas cujas atividades e sequência didática resultaram da execução, análise e avaliação das propostas desenvolvidas com professores dos anos iniciais e alunos do 6º ano do Ensino Fundamental.

1 O ENSINO DE MATEMÁTICA NO BRASIL: DESAFIOS AO LONGO DOS TEMPOS

A escola, como instituição de ensino, vem sofrendo inúmeras mudanças ao longo do tempo. Seu papel perante a sociedade já ocupou posição de grande respeito e valorização, sendo ela um meio responsável por possibilitar a ascensão social do indivíduo. Da posição de prestígio a espaços de socialização e assistencialismo promovidos pelo governo, a instituição escolar tende de um extremo a outro.

Os professores que vivenciam esse movimento pendular também convivem com novos modelos de estruturação curricular. No caso particular da Matemática que, culturalmente, sempre foi uma das disciplinas “mais importantes” ensinadas na escola, atualmente, percebe-se um movimento no sentido de atenuar sua influência no currículo escolar como um todo. Um exemplo disso é a proposta para a isonomia total de carga horária, já incorporada em algumas redes públicas de ensino, ou seja, todas as disciplinas têm igual carga horária semanal, uma vez que todas são consideradas com mesmo grau de importância para a formação do indivíduo. Não se trata aqui de promover um movimento reacionário às mudanças, mas, ao contrário, de se promover uma discussão a respeito do papel da Matemática no processo de escolarização dos nossos alunos.

Para melhor compreensão de como se dá hoje o ensino de Matemática, é preciso voltar-se para o passado e perceber como esta foi se constituindo, ao longo dos tempos.

Este capítulo propõe-se a discutir as mudanças no ensino de Matemática percebidas no Brasil desde o século XIX e seus reflexos, tanto na escola quanto na sociedade, tendo também como objeto de discussão o ensino da Geometria.

1.1. DISCUSSÕES A RESPEITO DO PAPEL DA MATEMÁTICA ESCOLAR

Se olharmos hoje para o ensino de Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental e para o Ensino Médio, apesar das orientações dos documentos oficiais, ainda podemos verificar a pouca clareza, manifestada por professores, quanto aos conteúdos a serem estudados e sua finalidade. Em muitos casos, esta pouca clareza atribui-se ao fato de algumas escolas estarem voltadas exclusivamente à preparação dos jovens para o ingresso em escolas técnicas, ao final do Ensino Fundamental, ou para o ingresso na universidade, ao final do Ensino Médio. Devido aos exames seletivos, a escola acaba por abandonar determinados temas matemáticos que poderiam fazer parte da cultura geral do estudante para priorizar os tópicos exigidos em tais provas.

Desde o século XIX, no Brasil, não houve a preocupação da formação do "homem culto" em nível de escola secundária. Conforme Valente (2004, p.23), referindo-se à sociedade do século XIX, "o meio social brasileiro não reivindicava a formação de cultura geral, a formação do homem culto dado pelo bacharel saído dos estudos secundários".

É importante referir que a elite brasileira sempre teve como preocupação o ingresso de seus filhos no Ensino Superior, voltada para a formação do *doutor*, deferência social dada a todo aquele que tivesse cursado estudos superiores.

Diante dessa visão social do papel da escola, os conteúdos do secundário tiveram seu foco nos estudos preparatórios para ingresso no Ensino Superior. Essa influência persiste nos dias de hoje, no momento em que uma escola de Ensino Médio é considerada "boa", quando seu índice de aprovação em vestibulares é mais elevado.

Um foco discutido por Valente (1999) diz respeito aos conteúdos matemáticos estudados. Chama atenção o papel dado ao ensino da Geometria na escola de educação básica. Discutia-se, no início do século XIX, o que se ensinar de Geometria na escola primária: algo prático como medir terrenos ou uma Geometria construtiva com representação com régua e compasso. Por outro lado, a Geometria era também um pré-requisito para aqueles que pretendiam seguir os estudos jurídicos, pois era um meio de se trabalhar com a lógica e com o rigor.

Valente (1999) apresenta algumas discussões ocorridas na Câmara e no Senado do Império quando da criação dos cursos jurídicos no país e os pré-requisitos para ingresso nos mesmos. Nessa ocasião, Coutinho (apud VALENTE, 1999, p.116) pronunciou-se dizendo:

> [...] Estudem pois os rapazes como preparatórios Gramática Latina, Retórica e Geometria. Não pretendo que eles sejam geômetras gráficos, nem práticos, porque não os quero para medidores de terras, mas quero que por esse estudo exercitem a razão a tirar consequências precisas dos princípios postos.

Complementando a discussão, Coelho (apud VALENTE, 1999, p.116) é ainda mais enfático quando afirma que:

> O estudo da Geometria, por que tanto clamo, é unicamente para exercitar a razão ainda inexperta do rapaz, sem o que ele não poderá avançar nos estudos, da mesma maneira que o homem não poderá caminhar sem ter bem exercitados os seus membros.

Portanto, acreditava-se que o estudo e conhecimento da Geometria seria uma habilidade necessária ao jovem para avançar em seus estudos. Esse é um exemplo de como, gradativamente, a Matemática – no campo da Geometria – deixa de se constituir de um saber de aplicação e passa a fazer parte da cultura escolar geral.

Com a incorporação da Geometria nos estudos preparatórios, fez-se necessário a convocação, em 1828, de professores militares para lecionar aos jovens que pretendiam ascender aos cursos superiores. Diante disso, pode-se inferir que os procedimentos de sala de aula, assim como o material didático produzido ou traduzido por esses militares influenciaram, em grande parte, o modo de se conceber as aulas de Matemática no Brasil.

1.2. A NECESSIDADE DA FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA NO BRASIL

Até o início dos anos de 1930 não havia, no país, cursos para formação de professores de Matemática. Sendo assim, os responsáveis por ministrar essa disciplina eram engenheiros concursados, provenientes das escolas militares e politécnicas. O domínio de conteúdo era o que habilitava esse profissional a lecionar Matemática e o tradicional Colégio Pedro II, no Rio de Janeiro, era o modelo de instituição de ensino a ser seguido, "num Brasil sem escolas e com milhões de analfabetos" (VALENTE, 2005, p.05).

A discussão a respeito do ensino de Matemática na escola, embora atual, não é recente. Há pouco mais de um século, em Roma, surgiu um movimento internacional de reforma do ensino de Matemática, culminando, em 1908 em uma Comissão Internacional para o Ensino de Matemática, sendo esta presidida por Félix Klein.

No Brasil, coube ao professor de Matemática e diretor do Colégio Pedro II, Euclides Roxo, introduzir e implementar as recomendações dos Congressos Internacionais sobre a necessidade de reforma do ensino da Matemática.

Essa reforma propunha mudanças no ensino que, dentre outros fatores, deveria estar mais voltado ao aluno do que ao conteúdo; fazer uso de aplicações práticas que contribuíssem para a formação do aluno como cidadão; relacionar a Matemática com outras áreas de conhecimento. Além disso, um ponto importante é a unificação da Matemática, ou seja, acaba com sua subdivisão em áreas distintas: aritmética, álgebra e geometria.

Tais ideias renovadoras que, num primeiro momento, restringiam-se ao Colégio Pedro II, foram assumidas pelo Ministério da Educação e Saúde Pública para o ensino secundário do país, na Reforma Francisco Campos, de 1931.

No entanto, no Brasil, os reflexos dessa reforma foram pouco percebidos em sala de aula. As provas analisadas por Alvarez (2004), pertencentes ao período de 1931 a 1942 nos permitem verificar o alcance desse movimento de renovação. Os problemas ditos de contextualização, conforme recomendação da Reforma de 1931, apresentavam situações que não eram reais, mas que envolviam uma falsa realidade. Neste sentido, não havia mudança em relação às questões das provas de 1920 que, por sua vez, eram semelhantes no modo de contextualizar problemas.

Pode-se constatar também uma tendência de uso da linguagem algébrica para resolver problemas geométricos, mas o contrário não foi percebido, o que demonstra certa autonomia da Álgebra em relação à Geometria. Pelos enunciados das questões, também se pode verificar que o “ensino continuava por exigir o estudo sistemático de definições e propriedades” (ALVAREZ, 2004, p.104), apesar desta prática não ser recomendada pela Reforma. Portanto, pode-se dizer que os movimentos no sentido de acompanhar a Reforma foram bastante discretos.

Paralelamente à discussão referente ao ensino de Matemática, também surge o movimento no sentido de se preparar professores com formação específica para o ensino secundário, pois, se havia necessidade de renovação no modo de ensinar, também o perfil de quem ensinava deveria ser revisto.

Com a criação das Faculdades de Filosofia, em 1934 em São Paulo e 1939 do Rio de Janeiro, institui-se um modelo de formação de professor no qual três anos de estudo eram dedicados ao bacharelado em Matemática e um ano de curso de didática, para os que desejassem licenciar-se. Ou seja, as questões referentes à didática eram separadas daquelas referentes à formação específica do conteúdo. Neste sentido, salienta Valente (2005, p.14) que

> apesar da criação dos cursos para formação de professores secundários de Matemática, há muitas dificuldades em construir a especificidade dessa formação. Essas dificuldades parecem ter origem na própria concepção desses cursos, resumida na fórmula 3+1. É justamente o curso de Didática aquele que melhor revela os problemas de estabelecimento dessas novas escolas.

O desprezo pelas aulas de Didática e a ênfase nos conteúdos de Matemática, no decorrer da formação do professor, são marcas importantes que constituem a história da formação do professor de Matemática no Brasil.

1.3. AVANÇOS TECNOLÓGICOS E O ENSINO DA MATEMÁTICA

No contexto do pós-guerra, na década de 1960, as grandes potências – Estados Unidos e União Soviética – travavam disputas de poder e superioridade em termos econômicos e políticos. A concorrência tecnológica entre essas duas superpotências pode ser identificada pela corrida espacial, com os russos enviando o primeiro satélite ao espaço, em 1957, e os americanos se preparando para a conquista da Lua, que se efetivou em 1969.

A disputa entre essas nações desencadeou movimentos de reformulação no ensino, principalmente nos Estados Unidos, tendo em vista seu interesse em demonstrar superioridade em relação à nação rival. Havia uma preocupação do governo norte-americano com a reciclagem de professores, de modo que estes incorporassem, às aulas, conteúdos considerados requisitos necessários para a formação científica de seus estudantes, numa tentativa de desenvolver novos intelectuais que, por sua vez, viessem a contribuir para o crescimento do país.

Estimulado pela proposta norte-americana, no Brasil foi criado, em São Paulo, um Grupo de Estudos de Ensino de Matemática (GEEM) cuja proposta incluía, entre outros fatores, promover discussões referentes ao ensino de Matemática. O GEEM se propunha a modernizar o ensino de Matemática, revolucionando-o e tornando essa ciência acessível a todos, assumindo-a como de fácil compreensão.

> A matemática moderna, no discurso desenvolvido pelo GEEM, prometia a superação de uma dificuldade em aprender Matemática que era reconhecida pelos professores e pela sociedade, com um ensino mais eficiente, mais prazeroso, menos assustador. (BÚRIGO, 1989, p.116-17)

Contudo, o próprio GEEM apresentava um discurso ambíguo com relação a essa ideia. Ao mesmo tempo em que se pretendia facilitar o acesso ao ensino dessa ciência, seus integrantes defendiam que a Matemática a ser ensinada deveria ser aquela praticada nas universidades, a "Matemática superior". Essa ideia de aproximação da Matemática ensinada na escola secundária com a da universidade refletia o discurso do modelo norte-americano.

Cabe destacar a visão fundamentalista adotada por este movimento à Matemática, cujo intuito era unificar o ensino dos três campos fundamentais da Matemática – Aritmética, Álgebra e Geometria.

Segundo Miguel (1992),

> esta unificação não se daria, entretanto, por uma integração mecânica desses campos, nem simplesmente pela exclusão de velhos temas ou inclusão de novos, mas, sobretudo, pela introdução de elementos unificadores tais como a teoria dos conjuntos, as estruturas algébricas e as relações que, acreditava-se, constituiriam a base para a construção lógica do novo edifício matemático.

Embora podendo-se considerar a Matemática Moderna um movimento sem muito sucesso no Brasil, se levarmos em consideração suas propostas e o que de fato foi incorporado à prática escolar, este promoveu um grande impacto nos programas curriculares, alterando sua estruturação e deixando resquícios, até hoje percebidos, nos planos de estudos dos diferentes níveis de ensino, como, por exemplo, o estudo da teoria dos conjuntos.

Análises realizadas em livros didáticos produzidos no Brasil durante o Movimento da Matemática Moderna indicam pluralidades de propostas metodológicas para o ensino da

Geometria. Em 1963, livros didáticos, como o de autoria de Osvaldo Sangiorgi[2], foram lançados seguindo as orientações mínimas estipuladas, o que legitimou esse novo programa e o popularizou, tendo em vista que, durante uma década, esta foi a coleção de livros de Matemática mais vendida no país.

Pesquisadores como Leme da Silva (2008a), ao analisar livros didáticos de autores como Sangiorgi constata que este

> não abandona a geometria euclidiana, nem a dedutiva, mas acrescenta novos postulados, uma geometria exploratória. Também não se posiciona partidário da geometria desenvolvida pelas transformações geométricas, mas não deixa de reservar um espaço a tal abordagem (LEME DA SILVA, 2008a, p.91).

Ao analisar a coleção de livros de Benedito Castrucci[3], Leme da Silva (2008b) verifica que o referido autor não propôs alterações no ensino da Geometria, ou seja, sua obra manteve a abordagem euclidiana para a Geometria. Tal posicionamento confirma-se no prefácio de sua obra, quando este afirma que

> Há um movimento para a substituição do conteúdo geométrico no curso colegial e, talvez, no ginasial, por uma algebrização da Geometria, tratando-a como um capítulo de Álgebra Linear. Acreditamos que essa inovação preconizada por grandes matemáticos não possa ser feita imediatamente, pois a nosso ver seria, no momento, um passo ousado (CASTRUCCI, 1968, apud LEME DA SILVA, 2008b, p.692).

As duas situações apresentadas, referentes às análises de livros didáticos, ambos bastante difundidos no país, indicam que os ideários do Movimento da Matemática Moderna, no que diz respeito ao estudo das transformações geométricas, não se concretizaram nas propostas de ensino de Geometria.

No entanto, a divulgação dos ideais da Matemática Moderna, por meio dos livros didáticos, resultou num processo de naturalização de alguns conteúdos a serem estudados em Matemática, como a ênfase na Álgebra, por exemplo.

Há autores, como Pavanello (1993) que apontam o Movimento da Matemática Moderna como um dos responsáveis pelo deterioramento do ensino da Geometria em prol

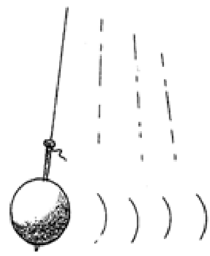
[2] Autor do livro *Matemática: curso moderno*, publicado em 1963 pela Companhia Editora Nacional.
[3] Autor do livro *Geometria: curso moderno*, publicado em 1968 pela Editora Nobel.

do da Álgebra. Segundo esta autora, como a perspectiva do ensino da Geometria sob o enfoque das transformações era desconhecida por muitos professores, estes optaram por deixar de ensiná-la sob qualquer um de seus enfoques e passaram a priorizar os conteúdos algébricos. Como consequência disso, Pavanello (1993, p. 16) afirma que

> a ausência do ensino de Geometria e a ênfase no da Álgebra pode estar prejudicando a formação dos alunos por privá-los da possibilidade do desenvolvimento integral dos processos de pensamento necessários à resolução de problemas matemáticos.

Além disso, a cultura da valorização da Álgebra vem formando professores que, por sua vez, também formam professores e adotam a Álgebra como principal modo de se fazer Matemática. Sendo assim, apesar da Matemática Moderna ter fracassado em termos de currículo de escola básica, é evidente sua forte influência nos cursos de formação de professores.

1.4. MOVIMENTOS NO ENSINO DE GEOMETRIA



Conforme visto anteriormente, a Geometria desempenhou destacado papel na constituição da Matemática como disciplina escolar, pois, por meio dela, a formação humanística e científica passou a compor a educação integral do cidadão brasileiro. A Geometria era o meio pelo qual, no início do século XIX, o indivíduo poderia desenvolver sua capacidade de estruturar o pensamento, utilizando a razão e o rigor, competências necessárias para a demonstração de teoremas e propriedades.

Por influência dos movimentos internacionais de discussão a respeito da Matemática escolar, os diferentes ramos da Matemática – Aritmética, Álgebra e Geometria – passam a constituir uma única disciplina escolar.

Nessa perspectiva, pode-se dizer que a Geometria perde o status de promotora do pensamento lógico matemático para se integrar aos demais ramos da Matemática. A Aritmética e a Álgebra passam a ser utilizadas na resolução de problemas geométricos, sendo que o contrário não acontece.

Segundo a análise de Alvarez (2004, p.116)

> [...] a Geometria exibia conexões com a Álgebra, valorizando assim a unificação dos ramos da Matemática, orientada pelas diretrizes da Reforma. Mas, por outro lado, a Álgebra permanecia autônoma, tornando questionável a noção do ideal de unificação para a nova disciplina.

Já o Movimento da Matemática Moderna da década de 1960, de acordo com Búrigo (2010, p.02), "é comumente lembrado ou associado, no Brasil, à introdução da teoria dos conjuntos no ensino secundário, a adoção de um certo formalismo na linguagem e à valorização das estruturas algébricas". Em outras palavras, a grande ênfase desse Movimento diz respeito à valorização do estudo da Álgebra em relação ao da Geometria que, por sua vez, passou a assumir características eminentemente algébricas. Nesse movimento pendular, pode-se identificar o abandono do ensino da Geometria na escola.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1997) produzidos ao longo da década de 1990 resgatam a importância do ensino da Geometria, porém não de forma tricotomizada: Aritmética *x* Álgebra *x* Geometria. Os PCN organizam os conteúdos de Matemática do Ensino Fundamental em três blocos articulados: Números, Geometria e Medidas.

Na tentativa de resgatar o ensino da Geometria, os professores têm traçado caminhos próprios para o tratamento didático do tema. Uma tendência que pode ser observada é aquela que pretende abordar a Geometria separadamente da disciplina de Matemática, numa tentativa de se garantir o estudo do tema. Ou seja, reivindicam que o ensino da Geometria se constitua numa disciplina escolar.

Nem sempre essas tendências são reconhecidas pela sociedade, pois ainda é muito forte a cultura do que é *aprender e ensinar Matemática*. Se a escola opta por um trabalho com projetos interdisciplinares, provavelmente, é avaliada como insatisfatória em Matemática, pois não centra seus procedimentos em algoritmos, fórmulas e longas listas de exercícios. Cabe aqui perguntar, qual a finalidade da Matemática ensinada na escola?

Ao refletirmos sobre essa questão, remetemo-nos à força do grupo que, segundo Chervel (1990) é o único limitador da liberdade pedagógica do professor. Em determinadas escolas, ou mais especificamente, em determinadas salas de aula, a ênfase do trabalho matemático pode assumir características diferentes. No caso da Geometria, o trabalho pode ser centrado em demonstrações ou em sua aplicação às artes, às profissões ou situações práticas de um modo geral. Mais uma vez nos deparamos com o papel das finalidades das disciplinas escolares e também da influência do grupo de alunos na constituição dessas disciplinas escolares.

Se a influência do grupo é o único limitador da liberdade pedagógica, são infrutíferas as tentativas de homogeneizar conteúdos, metodologias e finalidades para o ensino de Matemática, pois não existe *uma verdadeira finalidade* para o ensino desta disciplina, mas *inúmeras verdadeiras finalidades* que correspondam às expectativas de cada grupo social.

Tais movimentos de valorização, abandono e resgate da Geometria nos mostram a influência da sociedade na definição dos conteúdos escolares e no modo de abordá-los. Em suma, o exemplo da Geometria permite perceber as influências sofridas pelo ensino da Matemática ao longo de, pelo menos, dois séculos em nosso país. É interessante compreender que todos esses movimentos que, no decorrer dos anos, influenciaram a constituição da disciplina de Matemática concebida hoje, também influenciaram o nosso modo de sermos professores de Matemática.

1.5. O ESTUDO DAS TRANSFORMAÇÕES GEOMÉTRICAS

Um dos temas que passaram a fazer parte do currículo escolar, por influência do Movimento da Matemática Moderna, foi o das Transformações Geométricas. O objetivo do movimento era trazer para o âmbito escolar conhecimentos científicos produzidos em nível superior, ou seja, "aqueles provenientes do trabalho de Félix Klein para a Universidade de Erlangen" (LUZ, 2007, p.40), pois era intenção dos idealizadores desse movimento, além de reconstruir a Matemática, lhe dar uma unidade, tanto do ponto de vista dos seus conteúdos, como de sua linguagem.

A fim de examinar o alcance dessas ideias de reestruturação do ensino de Matemática, Luz (2007) examinou obras escritas e publicadas na fase inicial do Movimento da Matemática Moderna no Brasil.

Na obra de Osvaldo Sangiorgi, publicada em 1969, constatou que o tema das transformações geométricas é tratado no volume 3, destinado à 3ª série do curso ginasial, em um apêndice, no final do livro. "São apresentados temas como translações, rotações, simetria axial e simetria central, seguidos de uma proposta de dez exercícios para o aluno" (LUZ, 2007, p.65). No volume 4, apresenta a homotetia no capítulo em que estuda a semelhança e para a qual destina dois exercícios.

Da análise dessa obra, Luz (2007) constatou que

> quanto a dificuldades provenientes do estudo das transformações que considera as figuras como um conjunto de pontos, observa-se que rotações, translações ou reflexões são encaminhadas, na grande maioria dos exercícios, não enquanto transformações de figuras, mas como transformações de pontos (p.80).

Leme da Silva (2008a) aponta diferença metodológica no livro de Osvaldo Sangiorgi, publicado em 1969, quando comparado com a sua obra publicada em 1964. Segundo a autora, na obra de 1969 "o autor conversa com o aluno, convida-o a pensar, a buscar caminhos próprios, a explorar situações antes de formalizar os conceitos (2008, p.91,92), diferentemente do encontrado na obra de 1964, onde havia uma excessiva preocupação com a transmissão de conceitos prontos. A autora menciona, ainda, que Sangiorgi opta, em sua obra, por uma abordagem que segue uma tendência utilizada nos Estados Unidos e não por uma proposta de ensino de geometria pelas transformações geométricas, ligada a Klein.

Considerando que a obra de Sangiorgi teve grande circulação pelo país – e adesão por parte dos professores – e que esta, por sua vez, tratava do tema das transformações geométricas de forma bastante tímida, pode-se concluir que este foi um modelo para o ensino da geometria adotado no período.

Em meados da década de 1970, com a publicação do livro "O Fracasso da Matemática Moderna", de Morris Kline, o próprio Sangiorgi, em artigo do jornal do Estado de São Paulo aponta efeitos do Movimento da Matemática Moderna (MMM) no ensino da Matemática:

> 1. Abandono paulatino do salutar hábito de calcular (não sabendo mais tabuada em plena 5ª e 6ª séries!) porque as operações sobre conjuntos (principalmente com os vazios!) prevalecem acima de tudo; acrescenta-se ainda o exclusivo e prematuro

> uso das maquininhas de calcular, que se tornaram populares do mesmo modo que brinquedos eletrônicos;
> 2. Deixa-se de ensinar frações ordinárias e sistema métrico decimal – de grande importância para toda a vida – para se aprender, na maioria das vezes incorretamente, a teoria dos conjuntos, que é extremamente abstrata para a idade que se encontra o aluno;
> 3. Não se sabe mais calcular áreas de figuras geométricas planas muito menos dos corpos sólidos que nos cercam, em troca da exibição de rico vocabulário de efeito exterior, como por exemplo “transformações geométricas”;
> 4. Não se resolvem mais problemas elementares – da vida quotidiana – por causa da invasão de novos símbolos e de abstrações completamente fora da realidade, como: “O conjunto das partes de um conjunto vazio é um conjunto vazio?”, proposto em livro de 5ª série. (SANGIORGI apud LEME DA SILVA, 2009, p.12)

Ao examinar esse trecho, constata-se que o tema das transformações geométricas é apontado como um dos equívocos do MMM, no entanto, a análise de Leme da Silva (2009), a respeito das publicações no período da Matemática Moderna (de Osvaldo Sangiorgi, Castrucci e Bóscolo), evidencia que este tema foi tratado de forma muito discreta. Portanto,

> criticar o ensino de geometria ao tempo do MMM considerando como ponto central a proposta das transformações geométricas, é uma crítica ao ideário do MMM, mas não propriamente às práticas pedagógicas que o ensino de geometria incorporou (LEME DA SILVA, 2009, p.17).

Por outro lado, o Guia Curricular para o Ensino de 1º Grau[4]: Matemática, do estado de São Paulo, de 1975, indicava o papel central das estruturas matemáticas e a importância do conceito de relações e funções nesse nível de ensino. Os conteúdos propostos no Guia eram agrupados em quatro temas básicos: Relações e funções; Campos numéricos; Equações e Inequações; e Geometria.

Cabe destacar os conteúdos propostos para os alunos de 5ª e 6ª séries relativos ao tema de funções, que eram as noções de transformações geométricas e de translação. Os objetivos para o ensino das transformações, conforme o Guia, eram: relacionar a ideia de função à de transformação do plano nele mesmo; saber que a isometria é um tipo de transformação que conserva as distâncias; reconhecer figuras congruentes como figuras que se correspondem por uma isometria; determinar segmento correspondente a outro por

[4] Com a lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional 5692/71 o sistema educacional passa a ter uma nova estrutura dividida em dois segmentos: o ensino de 1º Grau com oito anos e o ensino de 2º Grau, com três anos.

meio de uma translação; associar o conceito de paralelogramo ao de translação (SÃO PAULO – Guias apud MABUCHI, 2000, p.71).

Para a 7ª série, o Guia indicava ainda o estudo da simetria axial, simetria central e translação. E, para a 8ª série, indicava a noção de homotetia.

Embora as recomendações anteriormente citadas, no sentido da introdução do tema das transformações geométricas no 1º Grau, a análise de livros didáticos relativos aos anos 70, produzida por Luz (2007, p.112) destaca a opção dos autores de "retardar o tratamento funcional dado ao estudo das transformações". Segundo Luz (2007), o tema das transformações geométricas aparece nos livros de 7ª série com o estudo das noções de pontos simétricos e de simetria axial e na 8ª série, no estudo sobre homotetias.

A Proposta Curricular para o Ensino de Matemática: 1º Grau, do estado de São Paulo, de 1986, segundo Mabuchi (2000, p.74)

> sugeria introduzir noções de simetria em figuras planas e não planas no ciclo básico[5], para alunos de 7 e 8 anos, por meio de observação intuitiva em jogos utilizando o próprio corpo, cortes ou dobraduras em figuras planas, espelhos etc. Para as demais séries não havia propostas sobre transformações geométricas.

Na década de 1990, no período em que os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) estão em fase de elaboração, alguns autores de livros didáticos como José Antônio Lopes Bigode incluem, em suas obras, o tema das transformações geométricas para alunos de 6ª, 7ª e 8ª séries. O enfoque dado pelo autor ao tema aproxima-se da abordagem da Educação Artística e do Desenho Geométrico, quando da ampliação e redução de figuras geométricas. O autor trata também da simetria e dos movimentos capazes de produzir figuras simétricas, as quais seriam, de acordo com sua obra, reflexão, rotação e translação. O tema é, por vezes, relacionado à Arte e a diferentes culturas.

Em 1998, com a publicação dos PCN o tema das transformações geométricas passa a fazer parte do bloco de conteúdos denominado *Espaço e Forma*, sendo sugerida uma

[5] Os quatro anos iniciais do 1º Grau foram organizados em dois ciclos de dois anos cada.

abordagem gradual do tema desde o primeiro ciclo[6] do Ensino Fundamental, quando os alunos identificam se figuras são ou não simétricas.

Para o quarto ciclo do Ensino Fundamental, os PCN apresentam as seguintes orientações:

> O estudo dos conteúdos do bloco Espaço e Forma tem como ponto de partida a análise das figuras pelas observações, manuseios e construções que permitam fazer conjecturas e identificar propriedades. É importante também na exploração desse bloco desenvolver atividades que permitam ao aluno perceber que pela composição de movimentos é possível transformar uma figura em uma outra. Construindo figuras a partir da reflexão, por translação, por rotação de uma outra figura, os alunos vão percebendo que as medidas dos lados e dos ângulos, da figura dada e da figura transformada são as mesmas. As atividades de transformação são fundamentais para que o aluno desenvolva habilidades de percepção espacial e podem favorecer a construção da noção de congruência de figuras planas (isometrias). De forma análoga, o trabalho de ampliação e redução de figuras permite a construção da noção de semelhança de figuras planas (homotetias) (BRASIL, 1997, p.96)

Tais orientações nos levam a indagar qual o seu alcance na produção de livros didáticos no país, bem como, sua incorporação às práticas de sala de aula?

Considerando que faz mais de dez anos da publicação dos PCN, cabe examinar, nos próximos capítulos, no que consistem as transformações geométricas e qual o tratamento que os livros didáticos da década de 2010 dão ao tema.

[6] De acordo com os PCN, as oito séries do Ensino Fundamental estão agrupadas em quatro ciclos de duas séries cada.

2 TRANFORMAÇÕES GEOMÉTRICAS

Considerando que esta pesquisa remete-se ao estudo das transformações geométricas, cabe destacar, neste momento, algumas definições matemáticas necessárias a respeito das transformações no plano e de isometrias. Essas definições serão enunciadas conforme Ledergerber-Ruoff (1982), Lima (1992) e (1996), Rezende e Queiroz (2008) e Tannenbaum (2004).

2.1. TRANSFORMAÇÕES NO PLANO

O conceito de transformações geométricas no plano surge, primeiramente, considerando os movimentos rígidos dos corpos. Denomina-se *movimento rígido* o ato de deslocar um objeto de uma posição inicial a uma posição final sem alterar sua forma ou tamanho (TANNENBAUM, 2004), sendo esse movimento rígido também conhecido por *isometria*. Por outro lado, existem transformações geométricas que alteram o tamanho e/ou a forma dos objetos.

As transformações que não preservam as dimensões, porém mantêm a mesma forma, são denominadas de *homotetia* e apresentam por principal característica a semelhança entre a figura original e a transformada. Também é possível a ocorrência de transformações geométricas que alteram a forma do objeto, não havendo assim, semelhança entre a figura transformada e a original.

Neste estudo, será dada ênfase às transformações no plano cujo movimento é rígido, ou seja, às isometrias. Passemos a algumas definições:

Definição: Definimos uma transformação T no plano α como uma função bijetora $T\colon \alpha \longrightarrow \alpha$, isto é, uma função tal que:

(i) a pontos distintos P e Q de α, T associa imagens distintas $T(P)$ e $T(Q)$ de α;

(ii) para cada ponto Y de α, existe um único ponto X em α tal que Y = $T(X)$.

(iii) Se $\mathcal{F}$ é uma figura contida em α, a imagem de $\mathcal{F}$ pela transformação T é definida como $T(\mathcal{F}) = \{T(P),\ P \in \mathcal{F}\}$.

2.2. ISOMETRIAS

Denominamos de *isometrias* as transformações no plano que preservam distâncias, ou seja, em termos matemáticos, $T: \alpha \longrightarrow \alpha$ é uma isometria se para qualquer par de pontos A e B de α teremos $d\big(T(A), T(B)\big) = d(A, B)$ ou, simplesmente, $T(A)T(B) = AB$.

Uma isometria $T: \alpha \longrightarrow \alpha$ possui as seguintes propriedades[7]:

(i) T leva pontos colineares em pontos colineares, além de preservar a ordenação desses pontos;

(ii) T preserva as medidas de ângulos;

(iii) T transforma retas paralelas em retas paralelas.

Como isometrias, temos:

2.1.1. Translação

A noção de translação está relacionada com o conceito de vetor (do Latim "*vehere*" que significa transportar). Denominamos de *translação* a transformação em que a imagem de uma figura é obtida pelo deslocamento paralelo de todos os seus pontos a uma mesma distância, direção e sentido. Nesse movimento, são mantidos o tamanho e a forma da figura original, portanto, pode-se afirmar que a translação de um objeto no plano representa um movimento rígido, como podemos observar na ilustração que segue:

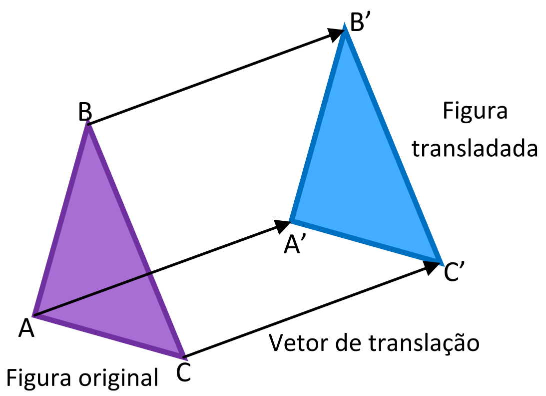


Figura 1: Movimento de translação.

---

[7] As demonstrações dessas propriedades são encontradas em REZENDE, Eliane Quelho Frota. QUEIROZ, Maria Lúcia Bontorim de. **Geometria euclidiana plana e construções geométricas**. 2ª ed. Campinas, SP: Editora da UNICAMP, 2008, p.214.

Definição: Sejam A e B pontos distintos do plano α. A translação $T_{AB}: \alpha \longrightarrow \alpha$ é a isometria no plano α, que leva um ponto X de α no ponto $T_{AB}(X) = X'$, tal que ABX'X é um paralelogramo, se A, B e X não são colineares. Se A, B e X são colineares, então T_{AB} é tal que $\overline{XX'}$ está na reta AB e os segmentos AX' e BX tem o mesmo ponto médio.

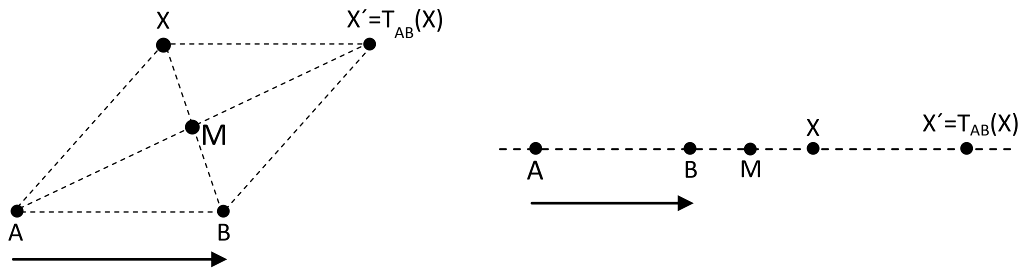


Figura 2: Translação no plano

Devemos observar o sentido de X para X', que é o mesmo de A para B, e que também no caso não colinear, $\overline{AX'}$ e $\overline{BX}$ têm o mesmo ponto médio M.

A translação $T_{BA}: \alpha \longrightarrow \alpha$ também pode ser considerada e definida da mesma maneira que T_{AB}, mas levando-se em conta o sentido oposto de T_{AB}. Nesse caso, M é o ponto médio dos segmentos BX' e AX e o paralelogramo é ABXX'.

2.1.2. Reflexão

Quando uma figura se sobrepõe a outra segundo um eixo, verificamos que a imagem fica refletida. Essa transformação é denominada como *reflexão*. Nesse movimento, são mantidos o tamanho e a forma da figura original, porém em sentido inverso.

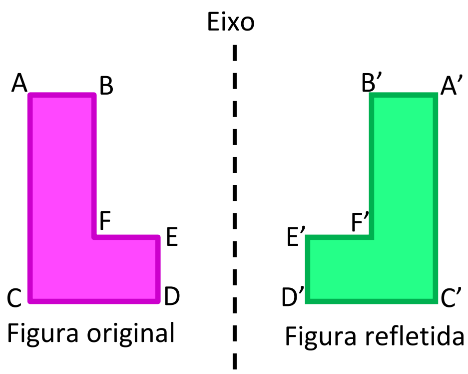


Figura 3: Movimento de reflexão.

Definição: Consideremos uma reta r. A isometria dada pela transformação, que leva cada ponto P do plano a seu simétrico P’ em relação à reta r é chamada de reflexão na reta r, sendo indicada por R_r. A reta r é chamada de eixo de reflexão de R_r.

Para determinarmos a imagem refletida de um ponto P não pertencente à reta r, em relação a essa reta, devemos traçar a reta s, perpendicular à r por P, e tomarmos P’ em s tal que P’Q=PQ, onde Q é o ponto de intersecção de r e s (Q=proj$_r$P). A reta e é a mediatriz de $\overline{PP'}$.

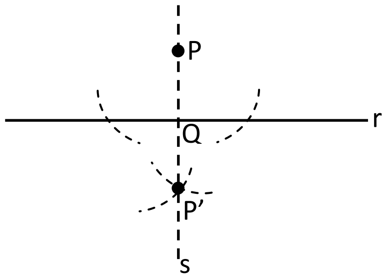


Figura 4: Reflexão no plano.

Em outras palavras, dado o eixo de reflexão, a imagem de um ponto genérico P é encontrada, desenhando-se uma linha sobre o ponto P tal que essa linha seja perpendicular ao eixo. O ponto P’ (refletido) será encontrado sobre a mesma linha desenhada, no lado oposto ao eixo e com distância equivalente a de P até o eixo.

Caso o ponto P esteja sobre o eixo, ele será um ponto fixo de reflexão, uma vez que sua distância até o eixo será nula. Também podemos determinar o eixo de reflexão, dados um ponto P e sua imagem refletida P’, unindo-se estes dois pontos, determinando-se o ponto médio entre ambos e traçando-se uma reta perpendicular ao segmento $\overline{PP'}$ que passe pelo ponto médio encontado.

É interessante observar que, repetindo-se duas vezes o mesmo ato de refletir a figura, cada ponto obtido é levado ao seu ponto original, ou seja, é como se o objeto não tivesse sido movido de sua posição inicial.

2.1.3. Rotação

Chamamos de *rotação* a transformação em que a imagem de uma figura é obtida ao girá-la em torno de um ponto fixo (centro de rotação ou rotocentro), percorrendo um ângulo no sentido horário ou anti-horário.

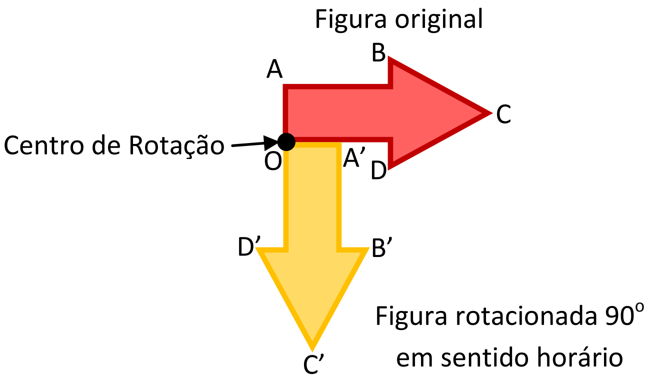


Figura 5: Movimento de rotação.

Para a definição matemática de rotação, necessitaremos da noção de ângulo orientado, sendo este um ângulo no qual estão bem determinados seu lado inicial, que é chamado origem do ângulo, e seu lado final, a extremidade.

Definição: Seja O um ponto do plano α e θ um ângulo com $0° \leq \theta < 360^o$. A *rotação* de centro O e ângulo θ é a isometria $\Delta_{O,\theta}: \alpha \to \alpha$, que deixa fixo o ponto O e leva o ponto X de α, $X \neq O$, no ponto $X' = \Delta_{O,\theta}(X)$, tal que OX=OX' e a medida do ângulo orientado $(\overrightarrow{OX}, \overrightarrow{OX'})$ é igual a θ, se $\theta \neq 0$ e $\theta \neq 180^o$. Além disso, OX=OX', sendo O o ponto médio de $\overline{XX'}$ se $\theta = 180^o$; e X'=X se $\theta = 0°$.

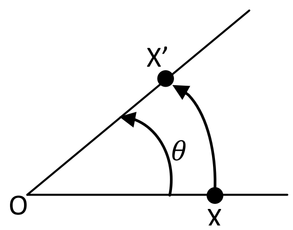


Figura 6: Rotação no plano.

As definições de translação, reflexão e rotação nos mostram uma interação entre conceitos geométricos e algébricos, uma das principais ideias defendidas pelo Movimento da Matemática Moderna. Cabe, no entanto, indagar se, atualmente, os conceitos referentes às isometrias são introduzidos no Ensino Fundamental e de que forma.

3 A PESQUISA

Esse estudo pretende discutir e analisar a inserção do tema das Transformações Geométricas na escola básica, assim, após uma abordagem histórica se ampliará o estudo com a análise de livros didáticos e da aplicação de uma proposta didático-pedagógica com vistas à introdução desse tema na escola de Educação Básica.

O ato de pesquisar, neste estudo, "é andar em torno do interrogado, buscando de modo sistemático e rigoroso pelo perguntado" (BICUDO, 1992, p.07). Nesse sentido, Wolff (2007, p.57) destaca que,

> para o professor realizar pesquisa, deve estar atento ao que ocorre em sala de aula. Para isso, ele deve perceber como os alunos interpretam e compreendem a Matemática e perceber-se a si próprio no ato de ensinar Matemática. Apesar dessa condição parecer ser o mínimo que se espera de um professor, é nesse movimento de conhecer o que acontece em sala de aula que o professor faz perguntas e traça uma possível trajetória para a pesquisa.

São apresentadas, a seguir, algumas das questões que orientaram a presente investigação, tendo como objeto de estudo o tema das transformações geométricas:

- Como vem se desenvolvendo esse tema na Escola Básica?
- Os documentos oficiais (PCN, Planos de Estudos, etc.) contemplam seu ensino em seus programas?
- De que forma os livros didáticos abordam o estudo das transformações geométricas?
- Os professores têm elegido este tema como conteúdo a ser ensinado nas aulas de Matemática?
- É possível inseri-lo na escola por meio de uma proposta diferenciada, com características lúdicas e artísticas?
- Que contribuições o estudo do tema pode trazer para a formação em Matemática dos estudantes da escola básica?
- De que modo professores e alunos da Educação Básica interagem com a temática das transformações geométricas?

Diante dessas indagações, a questão de investigação deste estudo pode ser assim formulada:

Quais as potencialidades e possibilidades do estudo das transformações geométricas no Ensino Fundamental?

3.1. CARACTERÍSTICAS DA PESQUISA

O estudo realizado apresenta caráter qualitativo, observando algumas características referentes à *pesquisa-ação, pois esta*

> é uma pesquisa eminentemente pedagógica dentro da perspectiva de ser o exercício pedagógico, configurado como uma ação que cientificiza a prática educativa, a partir de princípios éticos que visualizam a contínua formação e emancipação de todos os sujeitos da prática (FRANCO, 2005, p.483).

Para Tripp (2005, p.447) "pesquisa-ação é uma forma de investigação-ação que utiliza técnicas de pesquisa consagradas para informar a ação que se decide tomar para melhorar a prática". Nesse sentido, a pesquisa-ação pode ser interpretada como um modo de intervenção em sala de aula que se utiliza de procedimentos de acompanhamento e controle dessa intervenção, previamente planejados, seguindo princípios éticos e que buscam a qualificação do aprendizado dos alunos.

Ao mesmo tempo, cabe destacar que o professor-pesquisador, além de participante da pesquisa, também qualifica sua prática por meio dessa intervenção. "A pesquisa-ação envolve sempre um plano de ação, plano esse que se baseia em objetivos, em um processo de acompanhamento e controle da ação planejada e no relato concomitante desse processo" (ANDRÉ, 1999, p.33).

Tripp (2005, p.446) apresenta o seguinte diagrama para representar as fases do ciclo básico de uma investigação-ação:

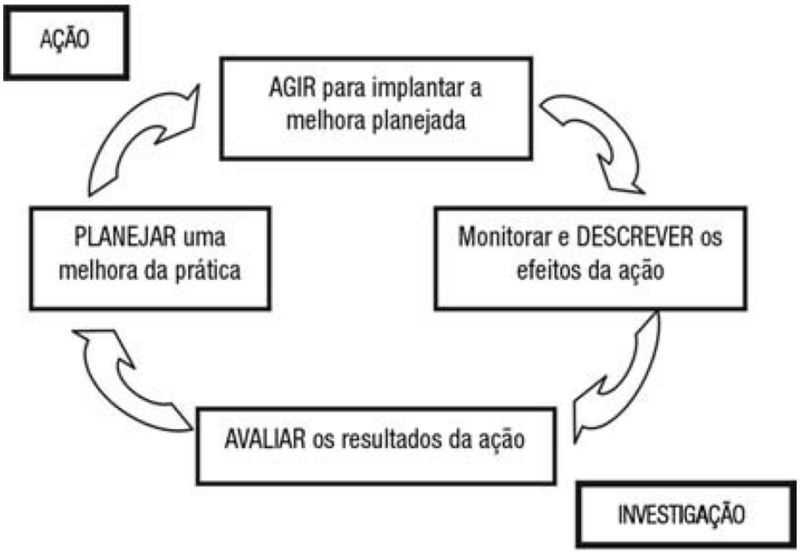


Figura 7: Representação das fases da investigação-ação conforme Tripp (2005, p.446)

A escolha por este modo de pesquisa se justifica, tendo em vista que este se situa entre a prática rotineira e a pesquisa acadêmica (TRIPP, 2005). Dessa forma, na condição de professora que pretende investigar a própria prática e, ao mesmo tempo, analisá-la e avaliá-la com fins de aprimorá-la, a pesquisa-ação é a modalidade de pesquisa que mais se aproxima de minhas necessidades e expectativas.

3.1. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

A pesquisa tratou do tema “Transformações Geométricas”, considerando os seguintes níveis de atuação: Anos Finais do Ensino Fundamental e Formação Continuada de Professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. A escolha por esses dois grupos teve como intenção avaliar as potencialidades da introdução do tema das transformações geométricas no Ensino Fundamental. A contribuição das professoras refere-se ao ensino deste tema dos anos iniciais, enquanto a dos alunos, diz respeito aos anos finais do Ensino Fundamental.

As atividades realizadas nesses dois níveis, além de elaboradas, foram executadas, aplicadas e descritas pela professora-pesquisadora, com o objetivo de acompanhar, interpretar e compreender o possível processo de construção de conhecimento envolvido a partir dessa intervenção.

3.2. SUJEITOS DA PESQUISA

Os sujeitos da pesquisa compunham dois grupos distintos: um formado por professoras atuantes nas séries iniciais (1º ao 5º ano) do Ensino Fundamental, que será aqui designado por *Grupo A* e, o outro, composto por uma turma de estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental, o *Grupo B*.

3.2.1. Grupo A

O Grupo A, formado por professoras dos anos inicias da Escola Municipal de Ensino Fundamental Professor Emílio Meyer, da rede pública de ensino do município de São Leopoldo, RS, foi constituído de forma voluntária, sendo que todas as professoras da escola, atuantes nesse nível de ensino, foram convidadas a participar.

Tratava-se de um grupo de 29 professoras com idades variando entre 31 e 58 anos e cuja idade média, com desvio padrão de 7,7 anos, era de 41 anos. Com exceção de duas integrantes do grupo que, naquele momento atuavam na supervisão escolar, todas as demais integrantes lecionavam em turmas regulares do 1º ao 5º ano do Ensino Fundamental, ou seja, vivenciavam e vivenciam o ensino de Matemática, em seus diferentes níveis, para alunos com idades entre 6 e 11 anos.

O tempo de atuação docente dessas professoras variava entre 4 e 32 anos, sendo assim distribuído:

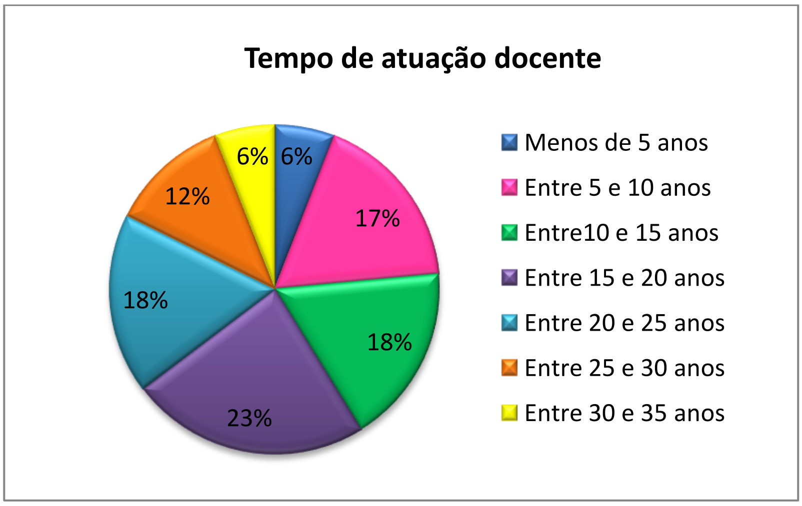


Gráfico 1: Tempo de atuação docente das integrantes do Grupo A

Com relação à sua formação, chama a atenção que há uma concentração em duas categorias: aquelas que possuem apenas o ensino médio (magistério) com 23% e aquelas que realizaram pós-graduação, com 47%, cujos estudos foram concentrados em áreas como Gestão Escolar e Psicopedagogia.

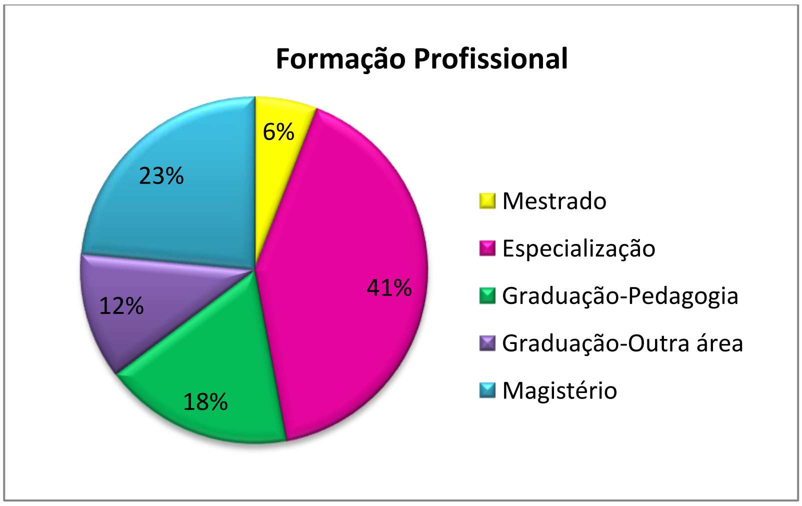


Gráfico 2: Nível de formação das integrantes do Grupo A

Em suma, a respeito do perfil das professoras participantes, pode-se afirmar que são experientes, no que diz respeito ao tempo de docência, e possuem formação adequada ao nível em que atuam, características que podem contribuir para a reflexão e discussão da proposta de introdução do estudo das transformações geométricas no Ensino Fundamental.

3.2.2. Grupo B

Este grupo era composto por estudantes, matriculados regularmente no 6º ano do Ensino Fundamental, no ano letivo de 2011, na Escola Municipal de Ensino Fundamental Professor Emílio Meyer.

Os alunos da turma 6A1 eram bastante agitados. Não indisciplinados ou desrespeitosos, mas bastante conversadores, a ponto da solicitação por conversas em tom de voz mais baixa ou a solicitação para que reiniciassem suas tarefas fossem pedidos constantes, não só durante a realização das atividades propostas nessa pesquisa, mas durante todo o ano escolar.

Apesar da conversa, os alunos eram bastante afetuosos e, também, bastante curiosos.

Tratava-se de 36 alunos, sendo 22 meninos e 14 meninas com idades entre 11 e 15 anos, sendo que 30% desses alunos já reprovaram em algum ano escolar.

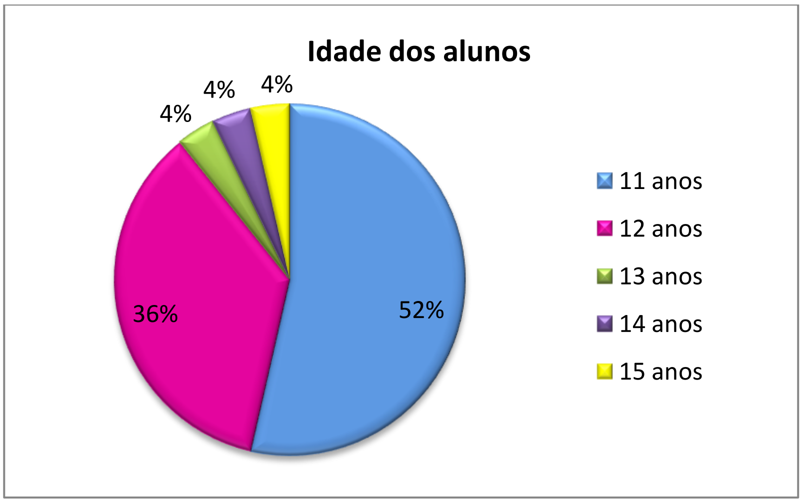


Gráfico 3: Faixas etárias referentes aos alunos do Grupo B

De acordo com o levantamento de dados feito na turma, 70% desses alunos disseram “gostar” ou “gostar muito” de Matemática.

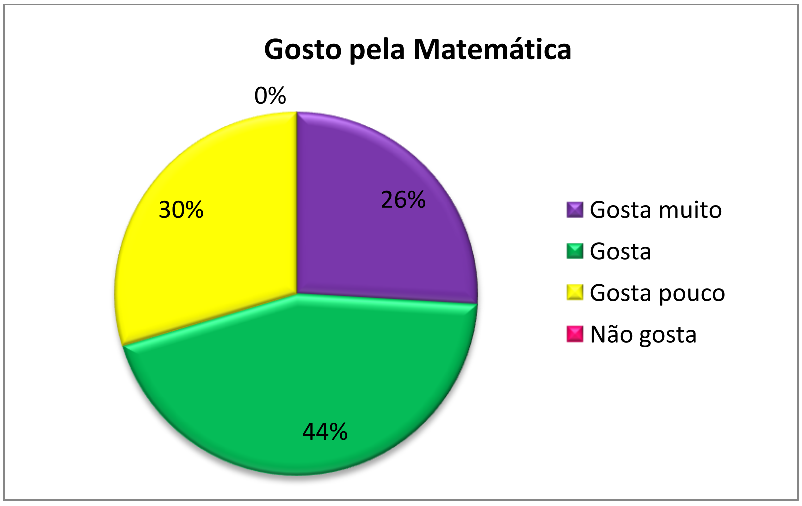


Gráfico 4: Sentimento a respeito do estudo de Matemática

Contudo, é interessante observar que a maior parte dos alunos, ao avaliar seu desempenho na disciplina de Matemática, julgou-o como “regular”. Alguns alunos, inclusive, antes de assinalar como seria seu desempenho, questionaram se poderiam apontá-lo como "muito bom", demonstrando algum embaraço com relação a sua auto-avaliação, pois esta trata-se de um procedimento pouco comum nesse nível escolar.

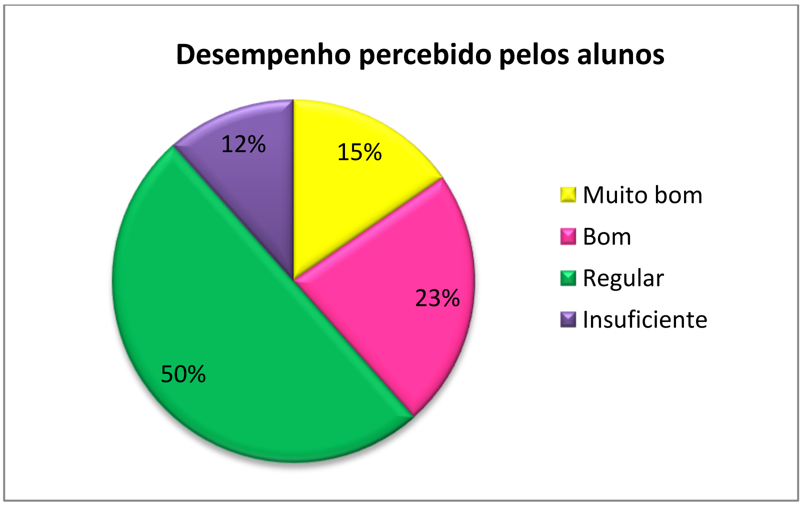


Gráfico 5: Percepção dos alunos quanto a seu desempenho em Matemática

3.3. APLICAÇÃO DA PROPOSTA

Para o Grupo A, a aplicação da proposta ocorreu na forma de um curso intitulado *"A Matemática das Transformações"*, sendo este organizado em três encontros, perfazendo um total de oito horas de formação didático-pedagógica. O curso ocorreu nos dias 26 de outubro, 16 e 30 de novembro de 2010, nas dependências da Escola Municipal de Ensino Fundamental Professor Emílio Meyer, no horário das 18h às 20h40min.

O fato da professora-pesquisadora fazer parte do corpo docente da mesma escola e, também, já ter ministrado oficinas de Matemática a este grupo, propiciou, entre pesquisadora e grupo, uma boa relação de convivência, favorecendo, assim, uma maior interação entre todos.

Com o Grupo B, a aplicação da proposta ocorreu durante o mês de agosto de 2011, entre os dias 04 e 26, nos horários das aulas de Matemática, uma vez que a professora-pesquisadora leciona esta disciplina a esse grupo de alunos. Cabe salientar que todas as aulas de Matemática dadas nesse mês foram reservadas à aplicação da proposta, perfazendo um total de 12 horas.

3.4. COLETA DE DADOS

A coleta de dados foi realizada de formas distintas com relação aos grupos A e B tendo em vista as diferentes circunstâncias nas quais ocorreram as práticas com estes grupos.

Todos os encontros realizados com o Grupo A foram registrados por meio de filmagens, fotografias, pequenos relatos escritos pelas integrantes do grupo ao final de cada encontro, e por relatórios realizados pela professora-pesquisadora, ao término de cada um.

A coleta de dados produzida pelo Grupo B deu-se por meio do recolhimento de todas as atividades escritas realizadas pelos alunos no decorrer das aulas, por meio de fotografias, pelo registro da fala espontânea de alguns alunos durante a realização das atividades e por relatórios descritivos realizados pela professora-pesquisadora, ao final de cada aula.

Tanto as professoras quanto os alunos tinham conhecimento de que estavam participando de uma pesquisa, assim como a direção da escola. No apêndice, constam os modelos de termos de consentimento, assinados pelas professoras participantes do Grupo A e pelos responsáveis dos alunos do Grupo B.

3.5. A PROPOSTA DE ENSINO

Para a elaboração da proposta de ensino, foram consultados documentos oficiais como os PCN e as Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino de Matemática, a fim de justificar a relevância do tema em questão. Além disso, trabalhos como os de Ledur (2009) e Barbosa (1993) e Ribeiro (2009) auxiliaram no planejamento e na organização das atividades que compõem a proposta.

Essa proposta de ensino adota como conteúdos mínimos, no ensino das Transformações Geométricas para alunos do 6º ano do Ensino Fundamental, a ampliação de figuras planas, a identificação dos movimentos de translação, reflexão e rotação, o reconhecimento de figuras simétricas e do eixo de simetria de algumas figuras geométricas, letras do alfabeto e algarismos arábicos, além de aplicações da Matemática à Arte.

Para o planejamento e elaboração das atividades, fez-se necessária a análise de livros didáticos. Portanto, na sequência deste estudo, encontram-se duas importantes etapas da pesquisa: a análise de livros didáticos e a aplicação da proposta.

4 ANÁLISE DE LIVROS DIDÁTICOS

Com a criação do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), em 1985, o livro didático no Brasil assume uma posição de maior destaque nas escolas públicas, tendo em vista o processo de avaliação e normatização a que é submetido. Paralelamente, a distribuição gratuita aos alunos da rede pública de ensino tornou o livro didático um meio acessível de aquisição de conhecimento. Além disso, como a escolha do livro didático é feita pelo próprio professor, este desempenha função de auxiliá-lo no planejamento e execução das aulas e também na avaliação da aprendizagem dos alunos (BRASIL, 2010).

Diante de tais considerações, o exame dos livros didáticos avaliados e aprovados pelo Ministério da Educação, por meio do PNLD, que compõem o Guia de Livros Didáticos - PNLD 2010 torna-se relevante para subsidiar essa pesquisa. As coleções indicadas cuja análise fará parte desse estudo são: *Matemática* (BIANCHINI, 2009), *A conquista da Matemática* (GIOVANNI JR e CASTRUCCI, 2009), *Aplicando a Matemática* (CARVALHO e REIS, 2009), *Matemática: ideias e desafios* (MORI e ONAGA, 2009), *Matemática: Imenes & Lellis* (IMENES e LELLIS, 2009), *Matemática e realidade* (IEZZI, DOLCE e MACHADO, 2009), *Matemática na medida certa* (CENTURIÓN e JACUBOVIK, 2010), *Projeto Radix: matemática* (RIBEIRO, 2011), *Tudo é Matemática* (DANTE, 2009) e *Vontade de saber matemática* (SOUZA e PATARO, 2009).

De cada uma das coleções indicadas, fará parte dessa análise o livro destinado ao 6º ano do Ensino Fundamental. A escolha por esse ano escolar se justifica pela intenção de se verificar as propostas de introdução do ensino de transformações geométricas nessa fase de ensino. Destaca-se também que é nessa fase que os alunos têm o primeiro contato com a Matemática constituída em forma de uma disciplina escolar, ministrada por um docente licenciado na área, diferentemente do que ocorre nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

A análise do livro didático do 6º ano precisa responder questões como: *Quais exemplares tratam do tema das transformações geométricas? Quais os níveis e forma de abordagem do tema? Em que sequência de conteúdos ele é apresentado? Como se caracteriza a linguagem empregada pelo(s) autor(es)?*

Para responder tais perguntas, cada exemplar foi examinado, bem como o manual do professor, com a intenção de compreender a proposta do(s) autor(es) do livro. A ordem estabelecida para disposição e apresentação da análise das coleções, nesse estudo, é a mesma disposta no Guia de Livros Didáticos – PNLD 2011. A seguir, são apresentadas as análises individuais de todos os dez livros anteriormente citados.

4.1. COLEÇÕES E ANÁLISE REALIZADA

4.1.1. Coleção: Matemática[8]

Figura 8: capa do livro do 6º ano

Esta coleção não contempla, no 6º ano do Ensino Fundamental, o estudo das transformações geométricas sob qualquer enfoque. Contudo, conforme descrição apresentada no Guia do Livro Didático do PNLD 2011, esse tema é tratado a partir do 7º ano do Ensino Fundamental.

4.1.2. Coleção: A Conquista da Matemática[9]

[8] BIANCHINI, Edwaldo. *Matemática*. 6º ano. 6. ed. São Paulo: Moderna, 2009.
[9] GIOVANNI JR, José Ruy; CASTRUCCI, Benedito. *A conquista da matemática*. 6º ano. 1. ed. São Paulo: FTD, 2009.

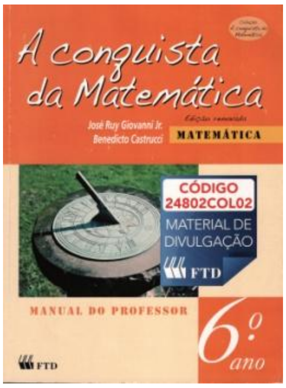


Figura 9: capa do livro do 6º ano

Conforme análise da obra, apresentada no Guia do Livro Didático do PNLD 2011, nesta coleção “as transformações geométricas são tratadas em textos complementares e projetos interdisciplinares” (BRASIL, 2010, p.44). Em análise realizada no próprio exemplar, pôde-se constatar que o tema das transformações geométricas não é tratado no 6º ano.

4.1.3. Coleção: Aplicando a Matemática[10]

Figura 10: capa do livro do 6º ano

Este livro está organizado em dez unidades, sendo que duas dessas unidades contemplam o tema das Transformações Geométricas. A unidade de número 2, composta por 28 páginas, e intitulada *Da Vida para a Matemática* reserva 21 páginas – não consecutivas – ao estudo da *Simetria*. Intercalado a isso, propõe o estudo de padrões, giros e ângulos em que surgem os movimentos de translação, reflexão e rotação.

[10] CARVALHO, Alexandre Luis Trovon; REIS, Lourisnei Fortes. *Aplicando a Matemática.* 6º ano. 1. ed. Casa Publicadora Brasileira, 2009.

A unidade é iniciada com a partitura da música *Primavera*, de Vivaldi, e com a letra do poema *Canção do Exílio*, de Gonçalves Dias, poema este que ressalta as belezas da natureza. Nesse contexto, os autores mencionam que a natureza, assim como é fonte de inspiração para músicos, poetas e pintores, também pode ser inspiradora para o estudo da Matemática.

Os autores apresentam a ideia de simetria a partir da imagem de uma estrela de mar na qual uma "linha escura divide a estrela em duas partes idênticas. Além disso, se pudéssemos dobrá-la ao longo dessa linha, o lado esquerdo coincidiria exatamente com o lado direito" (p.51).

Esta "linha escura" é denominada pelos autores como *linha de simetria*. Chamam a atenção para o fato de que nem sempre uma linha que divide uma figura em duas partes iguais é considerada uma linha de simetria.

A seguir são propostos 19 exercícios que envolvem reconhecimento de figuras, letras e algarismos simétricos, assim como a contagem do número de linhas simétricas contidas em determinadas figuras. Cabe destacar a proposta interdisciplinar da unidade, quando esta aborda o exame dos palíndromos (palavras, números ou frases que são iguais quando lidos de frente para trás e de trás para frente) e da simetria na música.

Na continuação da unidade, há um item denominado *Simetrias nos mosaicos e pavimentações* que incentiva os alunos a observar mosaicos, sendo alguns simétricos e outros não. Partindo dessa observação, são propostas 15 atividades, envolvendo aplicação do conceito de simetria em pavimentações.

Por fim, sugerem a análise de obras do artista M.C. Escher, que se utiliza da técnica da pavimentação por meio de módulos para criar efeitos artísticos interessantes em suas composições. O aluno é incentivado a utilizar a técnica de Escher, criando seu próprio módulo para pavimentação do plano.

A unidade 2 é antecedida pela unidade designada como *Uma visita ao mundo dos números,* que aborda os temas de sistema de numeração, operações com números naturais e soma e subtração de decimais e sucedida pela unidade *Explorando frações.*

A última unidade do livro – de número 10 – intitulada *Montando sua galeria de arte* é subdividida em dois itens, sendo um deles denominado *Ampliando e reduzindo figuras*, que se desenvolve ao longo de 7 páginas. São propostos 17 exercícios que exploram, ao ampliar e reduzir as imagens, a noção de escala.

A última unidade é antecedida pela intitulada: *Analisando informações*, que contempla o tratamento de informações.

O manual do professor sugere que este tema referente ao segundo capítulo do livro seja estudado no decorrer de duas semanas, porém não faz referência ao número de horas-aula que corresponderiam a esse tempo. Os autores destacam que o conceito de simetria será aprofundado em anos subsequentes, com o estudo dos movimentos de translação e rotação.

Com relação à seção contida no capítulo dez, os autores sugerem que o estudo tenha duração média de uma semana. Destacam que o plano cartesiano, embora não sendo objeto de estudo desse ano escolar, pode ser introduzido e utilizado na ampliação e redução de figuras.

4.1.4. Coleção: Matemática: ideias e desafios[11]

Figura 11: capa do livro do 6º ano

Esta obra está organizada em 11 capítulos (unidades), sendo a unidade 7 voltada para o estudo de *Polígonos*. Esta é ainda subdividida em quatro itens, sendo o último deles

[11] MORI, Iracema; ONAGA, Dulce Satiko. *Matemática:* ideias e desafios. 6º ano. 15. ed. São Paulo: Saraiva, 2009.

denominado *Polígonos e simetria*. O capítulo 7 é composto por 13 páginas, sendo apenas uma página e meia reservada para o estudo de simetria.

O conceito de figuras simétricas é apresentado a partir de uma imagem refletida em um espelho d'água e de um polígono que apresenta um eixo de simetria, também relacionado a um espelho. A partir desses dois exemplos, são propostas atividades envolvendo triângulos e um losango, perfazendo um total de quatro atividades.

O tema é explorado de maneira vaga, pouco atrativa e com pouca interação com o leitor. A seção do manual do professor inclui em seus objetivos explorar a simetria em polígonos convexos. Na parte voltada a conceitos e procedimentos traz a identificação de polígonos simétricos e seus eixos de simetria, contudo, o conteúdo do livro não oferece material suficiente para alcançar tal objetivo.

4.1.5. Coleção: Matemática: Imenes & Lellis[12]

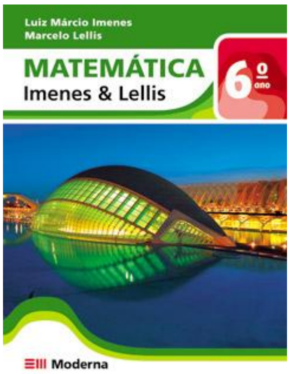


Figura 12: capa do livro do 6º ano

O livro é composto por quinze capítulos, sendo o de número 13 destinado, integralmente, ao tema *Simetria*. Este capítulo é constituído por 16 páginas e está organizado em duas seções: simetria nas formas e simetria nos números.

Para introduzir a ideia de simetria, fazem uso do espelho que, inclusive, é indicado no manual do professor (Guia e recursos didáticos) como recurso a ser levado à sala de aula e explorado com os alunos. Para que o aluno compreenda a ideia de simetria, os autores

[12] IMENES, Luiz Márcio; LELLIS, Marcelo. *Matemática*. 6º ano. 1. ed. São Paulo: Moderna, 2009.

propõem a seguinte situação: “se você imaginar a figura sobre uma folha de papel e dobrar a folha na linha do eixo, o lado esquerdo da figura cai justinho no lado direito” (p.226).

Logo após, são apresentadas situações em que se identifica simetria na natureza, em artefatos produzidos pelo homem e nas figuras geométricas planas, assim como também são apresentadas imagens onde não há simetria, ou seja, assimétricas. Na continuidade, são explorados os eixos de simetria de figuras geométricas planas. O estudo da simetria também é proposto por meio da técnica de dobraduras e recortes, dando um caráter prático e artístico ao tema.

A coleção é inovadora por introduzir o conceito de Números Simétricos no 6º ano, assunto que, em geral, é reservado ao 7º ano. Para isso, utiliza a escala numérica dos termômetros, mostrando que a necessidade de se registrar temperaturas abaixo de zero fez com que fossem criados os números negativos. Assim, a cada marca registrada no termômetro, é possível identificar uma marca simétrica, equidistante do zero, considerado o eixo de simetria.

O capítulo apresenta grande variedade de imagens, com textos curtos e linguagem voltada à faixa etária de alunos do 6º ano. São propostos, ainda, 26 problemas e exercícios, acrescidos de mais três atividades práticas.

O capítulo *Simetria* é antecedido pelo de *Áreas e Perímetros* e sucedido pelo de *Generalizações*. É necessário destacar que, no capítulo 7, referente às *Construções Geométricas*, são realizadas transformações em figuras (ampliação e redução), utilizando-se, para isso, malhas quadriculadas. No entanto, este estudo se restringe a três páginas. Segundo os autores – seção do Guia e recursos didáticos – este se constitui em “um trabalho de base que contribui para desenvolver as noções de proporcionalidade e semelhança” (p.48)

4.1.6. Coleção: Matemática e Realidade[13]

[13] IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; MACHADO, Antônio dos Santos. *Matemática e realidade*. 6º ano. 6. ed. São Paulo: Saraiva, 2009.

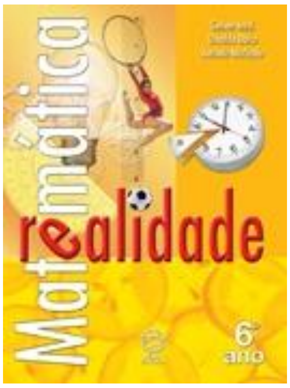


Figura 13: capa do livro do 6º ano

De acordo com a listagem de conteúdos descrita no sumário desse livro, esta coleção não propõe o estudo das transformações geométricas sob qualquer enfoque. Conforme os avaliadores da obra, ao analisarem-na, destacam que nesta "não se explora a visualização espacial nem se focalizam a ampliação/redução de figuras geométricas" (BRASIL, 2010, p.68).

4.1.7. Coleção: Matemática na Medida Certa[14]

Figura 14: capa do livro do 6º ano

Este livro está organizado em sete capítulos, sendo o de número 2 destinado ao estudo de *Geometria*. Este capítulo é composto por 40 páginas, sendo 6 delas reservadas à simetria axial, último tema do capítulo.

A ideia de simetria é apresentada por meio de uma figura retangular que é dobrada conforme os pontos médios dos lados paralelos. O texto dos autores utiliza linguagem

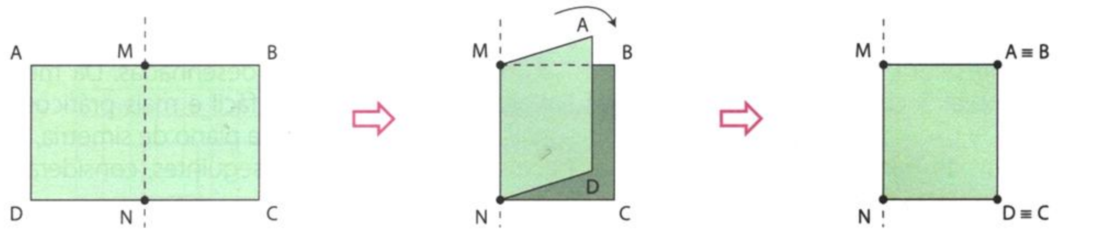
[14] CENTURIÓN, Marília; JACUBOVIK, José. *Matemática na medida certa*. 6º ano. 11. ed. São Paulo: Scipione, 2010.

bastante abstrata ao explicar simetria e eixos de simetria para esse nível escolar. A simetria axial é apresentada como “uma característica presente em algumas figuras geométricas, objetos e seres vivos”. O termo axial é explicado como “ao que tem eixo”(p.89).

Frases como “o lado $\overline{AD}$ do retângulo cai justinho sobre o lado $\overline{BC}$” (p.89) mostram uma preocupação em adequar à linguagem do referido tema a alunos do 6° ano. No entanto, percebe-se, na estrutura da seção, uma concepção de ensino que pouco considera o processo de construção do conhecimento dos estudantes nessa fase, pois primeiro são apresentados os conceitos para depois identificá-los em situações cotidianas. Sequencialmente são apresentadas oito atividades nas quais os alunos devem identificar eixos de simetria em letras, polígonos, objetos ou seres vivos.

No manual do professor (Assessoria Pedagógica) os autores salientam que “mais necessário que fazer exercícios é a leitura e interpretação do texto de apresentação” (p.17). Tendo em vista a importância que os autores dão a este texto, segue abaixo um fragmento do mesmo (p.89), para ilustrar o modo de abordagem adotado:

Desenhamos o retângulo ABCD no papel. Marcamos os pontos M e N e depois dobramos o papel na reta $\overleftrightarrow{MN}$. Veja o que acontece:



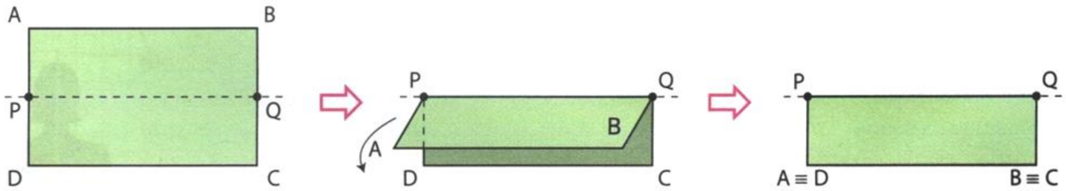
O lado $\overline{AD}$ do retângulo cai justinho sobre o lado $\overline{BC}$. Além disso, $\overline{AM}$ e $\overline{MB}$ também ficam superpostos, assim como $\overline{DN}$ e $\overline{NC}$. É claro que marcamos M bem no meio do lado $\overline{AB}$, isto é, dividindo o lado em dois segmentos de mesma medida. O mesmo foi feito com o ponto N.

Na situação mostrada, dizemos que:

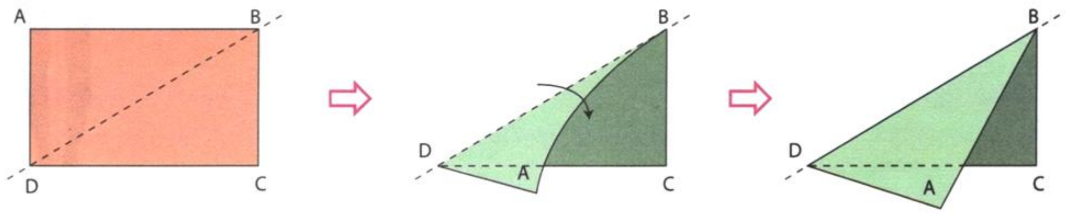
- a reta $\overleftrightarrow{MN}$ é **eixo de simetria** do retângulo;
- os vértices A e B são **simétricos**, assim como os vértices D e C;
- o retângulo tem simetria axial.

Figura 15: trecho extraído de CENTURIÓN, Marília; JACUBOVIK, José. *Matemática na medida certa*. 6º ano. 11. ed. São Paulo: Scipione, 2010. p.89.

O retângulo ABCD tem outro eixo de simetria, determinado pelos pontos médios dos lados $\overline{AD}$ e $\overline{BC}$.



Se uma reta é eixo de simetria de uma figura, dobrando-se o desenho no eixo, as duas partes devem ficar perfeitamente superpostas. Por isso, pode-se notar que a reta $\overleftrightarrow{BD}$ não é eixo de simetria do retângulo, apesar de dividi-lo em duas partes de mesmo tamanho:



Ilustrações: AVITS/Arquivo da editora

Figura 16: continuação do excerto extraído de CENTURIÓN, Marília; JACUBOVIK, José. *Matemática na medida certa*. 6º ano. 11. ed. São Paulo: Scipione, 2010. p.89.

Este capítulo de *Geometria* é antecedido pelo de *Números* Naturais, operações e resolução de problemas e sucedido pelo de *Múltiplos e Divisores*. Não foi identificada nenhuma outra situação, no decorrer da obra, em que o tema simetria seja utilizado. Além disso, cabe referir que o tópico simetria axial é apresentado posteriormente ao estudo de figuras geométricas espaciais, mas só é explorado nas figuras planas. Essa organização sequencial dos temas torna desconexo o estudo de simetria axial, ou seja, ele é um apêndice dentro do capítulo Geometria.

4.1.8. Coleção: Projeto Radix: matemática[15]

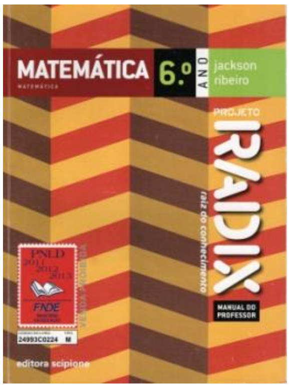


Figura 17: capa do livro do 6º ano

[15] RIBEIRO, Jackson da Silva. *Projeto Radix:* matemática. 6º ano. 1. ed. São Paulo: Scipione, 2011.

Esta obra é composta por vinte capítulos, sendo dois deles reservados ao estudo de transformações geométricas: capítulo 8, denominado *Simetria* e o de número 19, intitulado *Transformação de figuras*.

A introdução da ideia de simetria é feita por meio da sugestão da confecção de um molde para uma camiseta. As orientações para essa produção são dadas passo a passo, com ilustrações e um texto explicativo com linguagem acessível ao público-alvo. O autor apresenta a concepção de figura simétrica afirmando que “ao dobrarmos essa figura sobre a marca da dobra, as duas partes se coincidem, ou seja, uma fica exatamente sobre a outra” (p.98).

Feito isso, o autor apresenta uma sequência de atividades coerentes com a ideia apresentada de figura simétrica. A seguir, explora a simetria de figuras com relação a um eixo. O autor também chama a atenção do aluno para a diferença existente entre uma figura simétrica e simetria de reflexão, apresentando situações em imagens.

O capítulo apresenta, ainda, 11 atividades envolvendo o estudo da simetria. Ao final deste, o aluno encontra na seção “algo a mais” uma relação da simetria com a arte, mais especificamente, uma situação de pinturas nas paredes das casas de um povo africano.

No capítulo referente à *transformação de figuras*, o aluno depara-se com casos de ampliação e redução de imagens em malhas quadriculadas. São 12 atividades propostas envolvendo esse exercício de reduzir ou ampliar. O texto explicativo é de linguagem clara e as figuras coloridas são um convite à realização das atividades, apelo este indispensável aos estudantes de 6º ano.

O capítulo *Simetria* é antecedido pelo de *Múltiplos e divisores* e sucedido pelo de *Medidas de tempo*, sendo composto por sete páginas. Já o capítulo *Transformação de figuras* é antecedido pelo *Interpretando informações* e sucedido pelo *Medidas de massa*, sendo constituído por nove páginas.

O manual do professor (Assessoria Pedagógica) traz sugestões de outras atividades, como um quebra-cabeça simétrico ou ainda sugestões de trabalhos envolvendo recortes e colagens.

4.1.9. Coleção: Tudo é Matemática[16]

Figura 18: capa do livro do 6º ano

O livro está organizado em dez capítulos, sendo o capítulo 4 designado ao estudo de *Geometria: sólidos geométricos, regiões planas e contornos*. Este capítulo, por sua vez, é subdividido em sete seções, sendo a última delas reservada ao estudo de *Simetria*. Das 22 páginas que compõem o capítulo, pouco mais de duas páginas destinam-se a tratar de simetria.

O autor apresenta a noção de figura simétrica, afirmando que "uma figura é simétrica ou apresenta eixo de simetria quando é possível dobrá-la de modo que as duas partes coincidam. A 'dobra' é um eixo de simetria da figura" (p.112)

A seguir, são apresentadas figuras simétricas e algumas assimétricas. No caso das simétricas, é chamada a atenção do leitor para o fato de que algumas figuras simétricas podem ter mais de um eixo de simetria.

Na sequência, o autor apresenta simetria em relação a um eixo, fazendo referência à ideia de se pensar em um espelho e, na reflexão da imagem, obtendo uma simétrica da original. Além da proposição de sete atividades envolvendo eixos de simetria em/de figuras, traz uma sugestão de construção de faixas decorativas e de painéis, utilizando simetria. Em uma das atividades, sugere a discussão para o fato de, nas ambulâncias, a escrita ser de forma espelhada.

Esta obra traz ainda, no capítulo 8, intitulado *Geometria: ângulos, polígonos e circunferências*, uma seção denominada *Simetria e classificação dos triângulos quanto aos*

[16] DANTE, Luiz Roberto. *Tudo é Matemática*. 6º ano. 3. ed. São Paulo: Ática, 2009.

lados, na qual o aluno pode aplicar os conhecimentos de simetria na classificação de triângulos.

O capítulo cuja seção de *Simetria* está inserida é antecedido pelo de *Potenciação, raiz quadrada e expressões numéricas* e sucedido pelo de *Divisores e múltiplos de números naturais*.

No manual do professor (Manual Pedagógico do Professor) o autor apresenta uma forma de integração de simetria com as operações de números naturais, exemplificando com uma tabela cuja diagonal representa o eixo de simetria entre os resultados de multiplicações entre números naturais, conforme fragmento do texto do manual (p.63), ilustrado na figura abaixo:

Observe a simetria existente na tabela de multiplicação de números naturais ao lado.

Isso significa que:

$a \cdot b = b \cdot a$, com **a** e **b** números naturais quaisquer.

Ou seja, a multiplicação de números naturais possui a propriedade comutativa.

×	0	1	2	3	4	5
0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5
2	0	2	4	6	8	10
3	0	3	6	9	12	15
4	0	4	8	12	16	20
5	0	5	10	15	20	25

Figura 19: extraído de DANTE, Luiz Roberto. *Tudo é Matemática*. Manual Pedagógico do Professor. 6º ano. 3. ed. São Paulo: Ática, 2009. p.63

4.1.10. Coleção: Vontade de saber Matemática[17]

Figura 20: capa do livro do 6º ano

[17] SOUZA, Joamir; PATARO, Patrícia Moreno. *Vontade de saber matemática.* 6º ano. 1. ed. São Paulo: FTD, 2009.

Esse exemplar é composto por quinze capítulos, sendo o de número 13 destinado ao estudo da *Simetria*, o qual é tratado no decorrer de 7 páginas.

O tema da simetria é introduzido por meio de uma fotografia na qual uma imagem é refletida num lago. Além disso, traz uma "tirinha" do personagem *Menino Maluquinho*, de Ziraldo, que explora o espelho e a reflexão de uma forma divertida.

O conceito de figuras simétricas é apresentado por meio do traçado de segmentos de reta que dividem algumas figuras em duas partes. Segundo os autores, "o eixo de simetria divide a figura em duas partes, de maneira que, se dobrarmos essa figura ao longo desse eixo, as duas partes vão se sobrepor, isto é, uma fica exatamente sobre a outra" (p.248).

Para dar maior significado ao tema, os autores propõem uma dobradura com recorte. Neste caso, a dobra no papel representa o eixo de simetria e o resultado do trabalho é uma figura simétrica construída pelo próprio aluno.

Em seguida, são apresentadas dez atividades que envolvem reconhecimento de figuras simétricas e reflexão de figuras em relação a um eixo de simetria indicado.

No item: *refletindo sobre o capítulo*, os autores trazem uma discussão sobre o fato de ambulâncias e carros de bombeiros trazerem adesivos de identificação em seus veículos cujos escritos são invertidos.

Por fim, traz uma página de revisão do capítulo e testes, envolvendo, assim, mais 6 atividades.

Este capítulo é antecedido pelo de *Medidas de superfície* e sucedido pelo de *Medidas de capacidade e medidas de massa*.

No manual pedagógico (Orientações para o professor) os autores sugerem para o professor que este explore jornais e revistas na busca por figuras simétricas. Os autores também sugerem que os alunos pesquisem na *Internet* imagens de fractais para complementar o estudo de simetria. Além disso, incentivam ao trabalho interdisciplinar com Geografia, na análise de bandeiras, e na Língua Portuguesa, na identificação de letras que possuem eixos de simetria.

4.2. CONSIDERAÇÕES REFERENTES À ANÁLISE REALIZADA

A análise procurou verificar a presença do tema das transformações geométricas a partir do 6º ano do Ensino Fundamental, e a relevância dada ao mesmo. Entre as dez coleções examinadas, verificou-se que três delas não abordam esse tema em seus exemplares do 6º ano do Ensino Fundamental, sendo que duas delas sequer tratam do tema nos anos subsequentes.

Apesar dessa ausência, cabe ressaltar que a presença desse tema não é requisito necessário para a aprovação de uma coleção pelo PNLD. Segundo o Guia do Livro didático, é critério para eliminação de uma coleção, esta “deixar de incluir um dos campos da Matemática escolar, a saber, números e operações, álgebra, geometria, grandezas e medidas e tratamento da informação” (BRASIL, 2010, p.26). O tema das transformações geométricas faz parte do bloco de conteúdos de Geometria e este, por sua vez, é explorado sob outros aspectos nessas coleções.

Nas sete coleções que apresentam o tema no 6º ano, constatou-se que algumas dão maior e outras menor enfoque ao mesmo. Para isso, fez-se um levantamento do número de páginas e atividades ou exercícios propostos. Na tabela seguinte, pôde-se observar esses dados:

Coleção	Contempla o estudo das Trasnsf. Geométricas?	Parte física do livro destinada ao estudo[18]	Linguagem empregada	Nº de exercícios ou atividades propostas
Matemática	Não	---	---	---
A conquista da Matemática	Não	---	---	---
Aplicando a Matemática	Sim	${}^{28}/_{278} \approx 10\%$	Adequada	51
Matemática: ideias e desafios	Sim	${}^{1,5}/_{290} \approx 0,5\%$	Adequada	4
Matemática: Imenes & Lellis	Sim	${}^{19}/_{265} \approx 7\%$	Adequada	29
Matemática e realidade	Não	---	---	---
Matemática na medida certa	Sim	${}^{6}/_{239} \approx 2,5\%$	Excesso de nomenclatura	8

[18] Para essa contagem foram excluídas as páginas destinadas às respostas de exercícios, testes ou exercícios complementares e páginas referentes à bibliografia.

Projeto Radix: matemática	Sim	$^{16}/_{266} \approx 6\%$	Adequada	23
Tudo é Matemática	Sim	$^{3}/_{311} \approx 1\%$	Adequada	7
Vontade de saber matemática	Sim	$^{7}/_{286} \approx 2\%$	Adequada	16

Tabela 1: Síntese da análise dos livros didáticos analisados.

Enquanto uma obra destina em torno de 10% de seu conteúdo às transformações geométricas, quatro outras obras reservam menos de 2,5% a esse estudo no 6º ano. Além disso, pela análise realizada, constatou-se que, em muitas delas, o tópico referente a esse tema, na grande maioria dos casos, Simetria, é apresentado nos capítulos finais do livro ou ainda, se contido do capítulo Geometria, este aparece como um dos últimos subitens do capítulo. Cabe, no entanto, destacar, que a coleção *Aplicando a Matemática*, além de reservar maior espaço para estudo do tema, ainda é aquela que o apresenta entre os primeiros capítulos do livro.

Outro aspecto analisado refere-se à linguagem empregada pelos autores. Em uma das obras, *Matemática na Medida Certa*, a linguagem adotada, apesar da tentativa de amenizar os termos matemáticos, ainda emprega de forma excessiva nomenclaturas e simbologias. As demais obras procuram adequar-se à faixa etária dos estudantes de 6º ano, apresentando uma linguagem mais acessível, dialogada e com atrativos visuais. Uma das principais diferenciações de linguagem que se pôde perceber foi o uso do termo "linhas de simetria" na obra *Aplicando a Matemática*, enquanto nas demais o termo utilizado foi "eixos de simetria".

De forma geral, percebe-se que há um movimento para que o estudo das Transformações Geométricas seja introduzido já no 6º ano do Ensino Fundamental, uma vez que 70% das coleções aprovadas pelo PNLD 2011 contemplam este tema. Contudo, esse movimento ainda parece ser muito modesto, levando-se em consideração que o tema ainda recebe um tratamento desarticulado dos demais assuntos estudados em Matemática.

Uma prova disso é o fato de, em cada coleção, o tema localizar-se entre conteúdos diferentes, ora entre Medidas de superfície e Medidas de capacidade e de massa, ora entre Múltiplos e divisores e Medidas de tempo, ora entre Potenciação e raiz quadrada e Divisores e múltiplos, e assim por diante. Além disso, o caráter, muitas vezes, de "apêndice" dado ao tema, enfraquece a temática diante das demais, que recebem maior destaque e envolvimento de trabalho.

Diante do exposto, cabe indagar a respeito do espaço destinado ao estudo das Transformações Geométricas nos currículos escolares, o que justifica uma pesquisa sobre as potencialidades e possibilidades do estudo desse tema.

A seguir, será apresentada a sequência didática do estudo das Transformações Geométricas realizada nos grupos A e B com análise reflexiva sobre a produção dos sujeitos.

5 O ESTUDO DAS TRANSFORMAÇÕES GEOMÉTRICAS COM O GRUPO A

Este capítulo é composto pela sequência didática produzida e aplicada às professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental referente ao estudo das Transformações Geométricas.

Os objetivos estabelecidos às atividades que compõem essa sequência didática pretendem:

- Discutir a potencialidade do estudo do tema "Espaço e Forma" nos anos iniciais do Ensino Fundamental;
- Abordar conceitos geométricos básicos como: polígono, ângulo, sentido vertical e horizontal, unidades de medida não convencionais etc.;
- Retomar os conceitos de paralelismo e perpendicularismo;
- Rever a nomenclatura dos quadriláteros;
- Apresentar transformações geométricas que envolvam os movimentos de translação, reflexão e rotação;
- Produzir padrões a partir dos movimentos de translação e reflexão.
- Identificar a simetria a partir do movimento de reflexão;
- Reconhecer eixos de simetria em diferentes representações gráficas: letras, algarismos, polígonos etc.;
- Utilizar o conceito de simetria em jogos e atividades artísticas;
- Relacionar o campo da Matemática com outras áreas de conhecimento, como a Arte.

Para cada atividade, são apresentados alguns exemplos da produção das professoras participantes, assim como a análise da professora-pesquisadora relacionada a essa produção e considerações a respeito da viabilidade de estudo das transformações geométricas nos anos iniciais, campo de atuação desse grupo de professoras.

5.1. SEQUÊNCIA DIDÁTICA A

5.1.1. **Roteiro de Trabalho do Primeiro Encontro**

1º momento: TEMPESTADE DE IDEIAS

Inicialmente, foi proposta uma discussão a respeito do que se vem estudando em Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Para isso, foi solicitado que as professoras participantes se sentassem em duplas ou trios e reproduzissem, num pequeno cartaz, as três primeiras palavras ou imagens (espécie de *brainstorm*, ou seja, tempestade de ideias) que lhes viessem à cabeça, quando indagadas sobre o ensino de Matemática nesse nível de ensino. Cabe destacar que essas percepções deviam ser referentes ao ponto de vista do professor.

A intenção era verificar em que medida o tema "Espaço e Forma" era abordado nas aulas proporcionadas por esse grupo de professoras.

Análise do 1º momento:

A proposição do *brainstorm* tinha como intenção verificar até que ponto os conteúdos do bloco "Espaço e Forma" faziam/fazem parte da concepção do ensino de Matemática nas séries/anos iniciais para aquele grupo de professoras.

Foram questionadas: *"Quais são as três primeiras ideias que lhes vêm à cabeça quando se trata de ensinar Matemática hoje"*?

Das dezoito palavras/ideias escritas, nenhuma fez menção ao estudo da Geometria como fazendo parte do ensino de Matemática. Algumas palavras/ideias tiveram maior destaque, como *raciocínio* (27%), *lúdico/prazer/jogos* (27%), *aplicabilidade/interpretação/resolução de problemas* (27%). A concepção mais tradicional de Matemática, associada a *números/cálculos* foi apontada em apenas 13,5% das manifestações e a palavra *dificuldade* foi associada a apenas 5,5% dessas ideias a respeito do ensino de Matemática.

2º Momento: DISCUTINDO SOBRE DOCUMENTOS OFICIAIS

Foi proposta uma discussão a respeito dos objetivos e conteúdos indicados nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) referentes ao tema "Espaço e Forma", que, por sua vez, abordam dentre os tópicos de estudo, o ensino das transformações geométricas. A análise/discussão englobou também as Matrizes de Referência da Prova Brasil indicada para alunos de 4ª série/5ºano.

O material utilizado para subsidiar essa discussão segue abaixo:

Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática[19]

1º ciclo

Objetivos gerais:
Perceber semelhanças e diferenças entre objetos no espaço, identificando formas tridimensionais ou bidimensionais, em situações que envolvam descrições orais, construções e representações. (BRASIL, 1997, p.43)

Conteúdos:
• Dimensionamento de espaços, percebendo relações de tamanho e forma.
• Observação de formas geométricas presentes em elementos naturais e nos objetos criados pelo homem e de suas características: arredondadas ou não, simétricas ou não, etc. (BRASIL, 1997, p.47)

2º ciclo
Objetivos gerais:
Identificar características das figuras geométricas, percebendo semelhanças e diferenças entre elas, por meio de composição e decomposição, simetrias, ampliações e reduções. (BRASIL, 1997, p.52)

Conteúdos:
• Ampliação e redução de figuras planas pelo uso de malhas.
• Percepção de elementos geométricos nas formas da natureza e nas criações artísticas.
• Representação de figuras geométricas. (BRASIL, 1997, p.56)

[19] BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília: MEC-SEB, 1997. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_content&view=article&id=12640%3Aparametros-curriculares-nacionais1o-a-4o-series&catid=195%3Aseb-educacao-basica&Itemid=859> Acesso em 17 out. 2010.

Matrizes de Referência da Prova Brasil : 4ª série/5ºano[20]

Espaço e forma:
D5 – Reconhecer a conservação ou modificação de medidas dos lados, do perímetro, da área em ampliação e/ou redução de figuras poligonais usando malhas quadriculadas. (BRASIL, 2009, p.107)

Grandezas e Medidas:
D12 – Resolver problema envolvendo o cálculo ou estimativa de áreas de figuras planas, desenhadas em malhas quadriculadas. (BRASIL, 2009, p.107)

Quadro 1: Extrato dos PCN e das Matrizes de Referência da Prova Brasil

Na sequência, as professoras participantes foram questionadas a respeito da abordagem dos conteúdos do bloco espaço e forma em suas aulas. Aquelas que se sentissem dispostas, poderiam exemplificar de que forma esse bloco de conteúdos era trabalhado em suas aulas.

As professoras participantes foram então informadas que esse curso estaria relacionado a este bloco de conteúdos e objetivos.

Quanto à dinâmica das aulas, foi dito que seria solicitado que fizessem algumas atividades práticas, destacando o quanto essa realização seria importante para o bom andamento do curso, uma vez que, somente assim, teríamos a oportunidade de perceber se essas atividades estão/são adequadas para crianças dos anos iniciais.

Análise do 2º momento:

Não houve manifestação das professoras participantes com relação à proposta de discussão dos tópicos apresentados referentes aos PCN ou às diretrizes da Prova Brasil. Talvez um dos fatores que tenha contribuído para essa, digamos, inibição, tenha sido o fato de o encontro ser filmado e elas terem receio de uma possível exposição. Esta inibição foi sendo superada no decorrer do encontro, à medida que todas iam se habituando à câmera.

[20] BRASIL. **Matrizes de Referência da Prova Brasil:** 4ª série/5º ano. Brasília: MEC-SEB, 2009. Disponível em:< http://provabrasil.inep.gov.br/downloads > Acesso em 17 out. 2010.

3º momento: ATIVIDADES PRÁTICAS

Seguem as atividades práticas propostas no primeiro encontro do curso.

Atividade 1: TRABALHANDO COM O GEOPLANO

Foi solicitado para que cada dupla ou trio de professoras criasse uma figura no Geoplano, de forma criativa, utilizando exatamente cinco atilhos. A seguir, as professoras receberam papel quadriculado onde deveriam transpor para esse papel a figura criada com atilhos, considerando suas propriedades, ou seja, mantendo as medidas proporcionais e os ângulos iguais. Coube retomar, nesse momento, o significado de proporcionalidade e o conceito de ângulo.

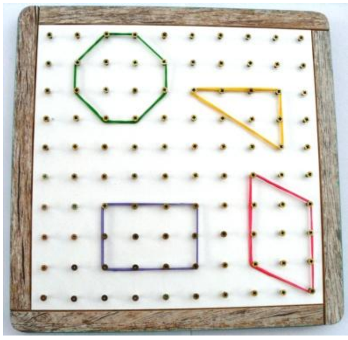


Figura 21: Geoplano

Análise da atividade 1:

A proposta do trabalho com o Geoplano foi de imediato aceita. Embora sendo um material bastante conhecido, algumas professoras mencionaram o fato de nunca haverem trabalhado com ele em sala de aula. O recurso do Geoplano não é disponível na escola em questão, o que, de fato, contribui para seu “não uso” nas aulas.

Embora experientes na docência, a atividade com o Geoplano se mostrou inovadora para algumas professoras. Algumas delas, inclusive, demonstraram certa dificuldade em reproduzir para a malha quadriculada, a figura por elas criada no Geoplano, tendo de refazer a figura até que a reprodução representasse, com as mesmas características, o desenho feito com atilhos.

Algumas produções:

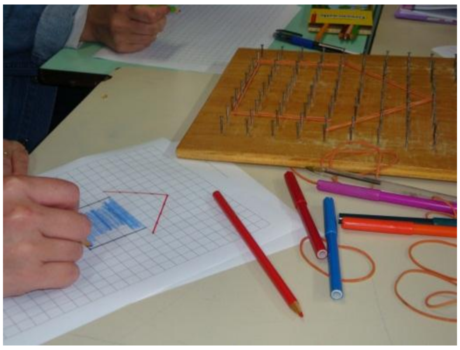
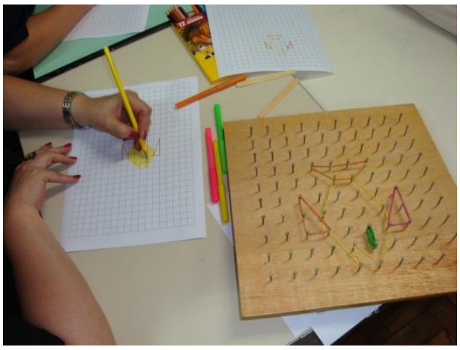
 

Figura 22: Representações no Geoplano e suas reproduções em papel quadriculado

Não houve questionamentos a respeito do porquê do uso de exatamente cinco atilhos para a composição da figura, mas justifico essa escolha pelo fato de que, provavelmente, se o número de atilhos fosse qualquer, teríamos, talvez, grupos que fizessem apenas um triângulo e grupos que fizessem superproduções, o que distoaria bastante na relação de tempo para realização e reprodução para a malha quadriculada.

Atividade 2: RELEITURA DE OBRAS DE ARTE

Ainda trabalhando em pequenos grupos, as professoras receberam diferentes reproduções de obras do artista Romero Britto. Foi apresentada uma breve biografia, às professoras, do artista em questão.

Romero Britto[21]

Nascido em Pernambuco, em 1963, começou a mostrar interesse pelas artes aos oito anos de idade. Aos quatorze anos vendeu sua primeira obra a uma organização americana. Com muita imaginação e criatividade, pintava em sucatas, papelão e jornal. Sua família o ajudava a desenvolver seu talento natural, dando-lhe livros de arte para estudar.

Quadro 2: Breve biografia do artista Romero Britto.

[21] BRITTO, Romero. *Site oficial*. Disponível em: <http://romerobritto.com.br/index2.htm> Acesso em 23 out. 2010.

Foi pedido que fizessem uma releitura de algumas de suas obras, utilizando, para isso, o Geoplano. A seguir, a figura do Geoplano deveria ser reproduzida no papel quadriculado.

As obras selecionadas foram:


Striped Fish


Borboleta


Cachorro


Flower Power Amarelo


South Miami Art Festival


Cat


Saúde

Figura 23: Conjunto de obras do artista Romero Britto

Com as reproduções feitas, foi solicitado que as professoras, utilizando papel manteiga (devido à sua transparência) destacassem e recortassem as diferentes figuras geométricas que compuseram suas obras. Essas figuras, posteriormente, seriam classificadas conforme o número de lados, de modo a rever, assim, a nomenclatura referente a alguns polígonos.

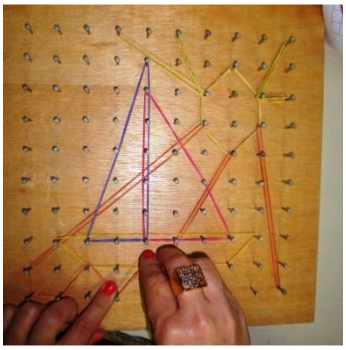
Análise da atividade 2:

Trabalhar com as obras de Romero Britto foi uma boa decisão. Seu jeito de desenhar, envolvendo formas e cores vibrantes motivou as professoras para o trabalho.

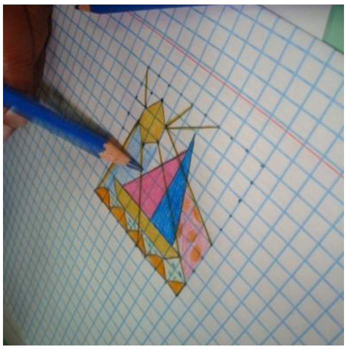
Reproduzir suas obras no Geoplano foi uma tarefa que se mostrou complicada para alguns grupos, principalmente quando se tratava de desenhar/representar curvas. Essa atividade abrangeu um tempo bem maior de realização do que o planejado, fazendo com o que algumas mudanças no plano original de aula fossem realizadas.

Algumas releituras das professoras participantes referentes às obras de arte:

South Miami Art Festival



Releitura no Geoplano



Transposição para a malha

Striped Fish

Borboleta

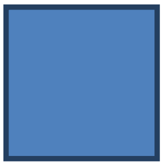
Flower Power Amarelo

Figura 24: Conjunto de releituras, no Geoplano, das obras selecionadas

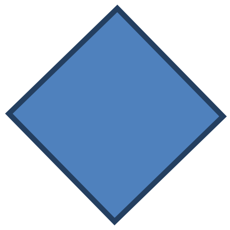
Conforme o plano de ensino, após a transposição das releituras do Geoplano para o papel quadriculado, as professoras, utilizando a versatilidade do papel manteiga, destacariam as figuras geométricas obtidas em suas releituras e estas, por sua vez, seriam classificadas quanto ao número de lados. Essa atividade não foi realizada dessa forma.

Em vez disso, foi solicitado que as professoras observassem suas releituras e apontassem quais formas geométricas foram encontradas nelas. Fiquei bastante surpresa ao constatar que a nomenclatura de algumas figuras básicas era desconhecida por um grande número de professoras, como o trapézio por exemplo. A relação entre o nome das figuras conforme suas características, causou certo desconforto a elas que não aceitaram, por exemplo, que um quadrado é um losango.

No decorrer da discussão, ao mudar uma figura quadrada de posição (nesse caso o Geoplano) obtive como resposta das professoras que agora aquela figura representava um losango, e não mais um quadrado.



Quadrado

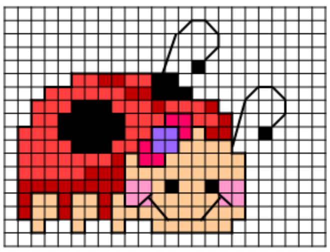


Losango (não era mais um quadrado!)

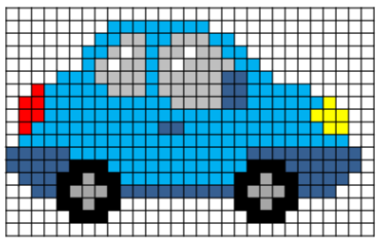
Certamente, essa questão da nomenclatura quanto às características das figuras precisava ser retomada, pois foi sentido que, mesmo após uma breve explicação, algumas não se convenceram de que algumas de suas “certezas” estavam sendo colocadas em dúvida naquele momento.

Atividade 3: TRANSFORMANDO FIGURAS

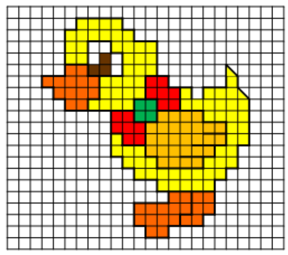
Cada trio ou quarteto de professoras recebeu uma figura desenhada em malha quadriculada. As figuras eram:



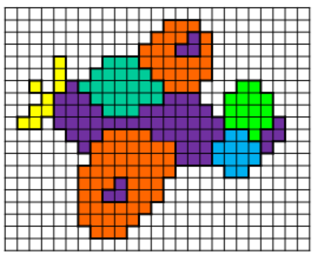
Joaninha



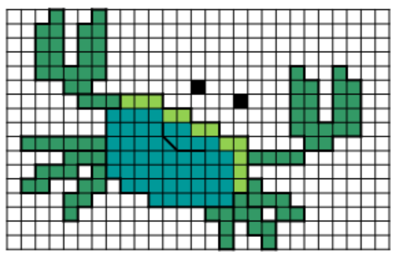
Carro



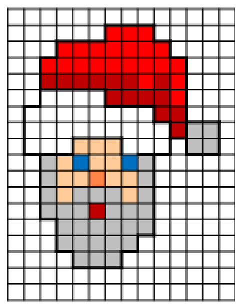
Patinho



Avião



Siri



Papai Noel

Figura 25: Conjunto de figuras a serem transformadas

Cada uma dessas figuras deveria sofrer uma das seguintes transformações, que foram indicadas, conforme sorteio, para cada componente do grupo:

Dobrar a medida da unidade na vertical e manter a medida da unidade na horizontal.	*Dobrar a medida unidade na horizontal e manter a medida da unidade na vertical.*
Dobrar a medida da unidade na vertical e dobrar a medida da unidade na horizontal.	*Manter a medida da unidade na horizontal e triplicar a medida da unidade na vertical.*

Quadro 3: Instruções para realização da transformação.

Realizadas as transformações, os pequenos grupos deveriam compartilhar com os demais suas produções, analisando os “resultados” encontrados.

Da mesma forma, foi discutida a questão da redução de figuras, na qual se deve ter o cuidado de escolher figuras cujas medidas dos lados sejam divisíveis por quanto se deseja reduzir. Nesse encontro não foi proposta nenhuma redução de figuras, ficando opcional e à vontade de cada participante, realizar como “tarefa de casa” uma redução qualquer.

Análise da atividade 3:

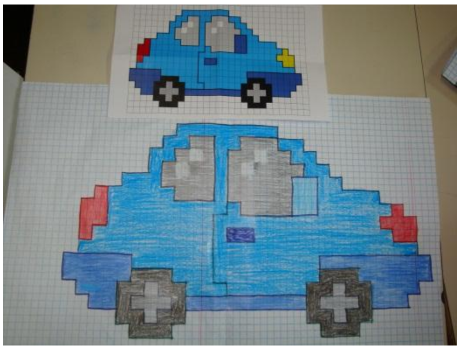
Diante da tarefa de dobrar ou triplicar medidas, poucas professoras fizeram um planejamento de como iniciar a transformação da figura de modo que esta coubesse na folha de papel quadriculado. Cabe lembrar que, por ocasião do meu planejamento, tomei o cuidado de propor figuras que, submetidas às transformações, coubessem nessa malha quadriculada.

Ora, se não houve planejamento por parte das professoras, em alguns casos as figuras transformadas não couberam em uma folha. Sendo assim elas tinham duas alternativas: emendar outra folha quadriculada ou reiniciar o processo de transformação, porém, agora, raciocinando a respeito das medidas, das limitações do papel e do melhor ponto para se iniciar o desenho. Quanto a este fato, cabe destacar que em todos os casos em que houve este “problema”, as professoras optaram por reiniciar seus desenhos. Esse tipo de situação pode ser considerado um problema de matemática, diferente daquele modelo que tradicionalmente é considerado um *problema matemático*, ou seja, aquele tipo de problema em que são fornecidos os dados e o sujeito deve decidir que operações utilizar.

Nessa situação, as professoras tiveram de buscar quais eram os dados relevantes, uma vez que esses não eram fornecidos diretamente.

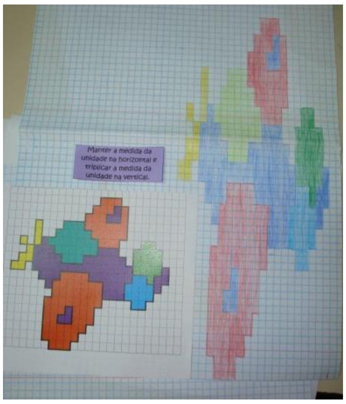
Exemplos de transformações de figuras:

Dobrar a medida unidade na horizontal e manter a medida da unidade na vertical.

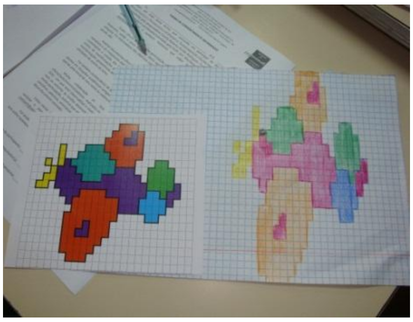


Dobrar a medida da unidade na vertical e dobrar a medida da unidade na horizontal.

Dobrar a medida da unidade na vertical e dobrar a medida da unidade na horizontal.



Manter a medida da unidade na horizontal e triplicar a medida da unidade na vertical.



Dobrar a medida da unidade na vertical e manter a medida da unidade na horizontal.

Figura 26: Conjunto de figuras transformadas

Outro aspecto a ser considerado nessa atividade, foi a questão da multiplicação por 2 e por 3, tema de estudo das séries/anos iniciais, potencialidade esta que foi reconhecida durante a atividade.

Chamou atenção a dificuldade relativa aos traçados que não acompanhavam o quadriculado, ou seja, na diagonal. Por exemplo, na figura da Joaninha, representar seu sorriso e suas antenas foi um grande desafio no momento de aplicar as transformações indicadas.

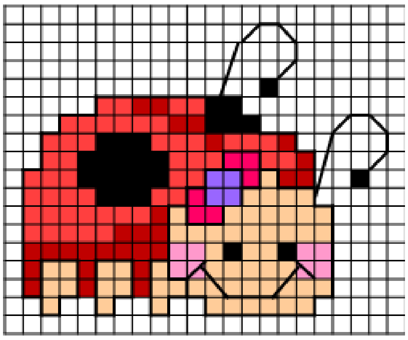


Figura 27: Joaninha

Ou seja, por exemplo, a diagonal de um quadrado 2x2, após a transformação, deveria ser a diagonal de um retângulo 2x6. Chegar a esta constatação demandou uma boa discussão para este grupo de professoras.

Atividade 4: Avaliação do Primeiro Encontro

Ao final do conjunto de atividades, procedemos a uma avaliação deste primeiro encontro. Esse momento foi uma oportunidade para que as professoras avaliassem sua participação e apresentassem uma opinião sobre as atividades realizadas e seu possível emprego em sala de aula. Além disso, o espaço foi aberto para dúvidas, sugestões e proposição de novas atividades.

Foi solicitado às professoras que respondessem o seguinte questionário:

UFRGS UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL

Universidade Federal do Rio Grande do Sul – UFRGS

Instituto de Matemática

Programa de Pós- Graduação em Ensino de Matemática

Mestrado Profissionalizante em Ensino de Matemática

INSTITUTO DE ppgensimat MATEMÁTICA UFRGS

Avaliação do 1º Encontro – 26/10/2010

Como foi sua participação neste encontro?

Acredita que as atividades estão adequadas aos anos iniciais? Justifique.

Que sugestões você tem para nosso próximo encontro?

Quadro 4: Questionário proposto às professoras ao final do primeiro encontro.

Aspectos referentes à avaliação do 1º encontro:

Segundo avaliação realizada pelas professoras participantes ao final do encontro, pôde-se constatar que as atividades foram, de fato, motivadoras. Todas as professoras avaliaram de forma positiva sua participação, sendo essa qualificada como “ativa”, “interessada”, “emocionante”, “alegre” etc. Contudo, a partir de seus registros, há indícios de alguma resistência quanto à potencialidade do estudo deste tema nos anos iniciais, o que pode ser constatado na manifestação escrita da professora: “*As atividades não estão adequadas aos anos iniciais pois são bastante difíceis. São adequadas a partir da 8ª série* [9º ano]”.

Por outro lado, várias delas sugeriram que, adaptando-se a atividade ao ano/série em que lecionam, isto é, com a proposição de figuras mais simples ou “menos complicadas” como sugeriu uma professora, a aplicação desta atividade seria válida, pois, de acordo com esta, “tais atividades estimulam o raciocínio e a criatividade, desenvolvendo habilidades”.

5.1.2. **Roteiro de Trabalho do Segundo Encontro**

1º momento: RETOMANDO CONCEITOS

Considerando as dificuldades manifestadas pelas professoras participantes no encontro anterior, sentiu-se a necessidade de retomar alguns conceitos geométricos como paralelismo, perpendicularismo e nomenclatura de quadriláteros.

Os conceitos de paralelismo e perpendicularismo foram retomados por meio da visualização de algumas imagens e sua posterior análise.

As imagens utilizadas foram:

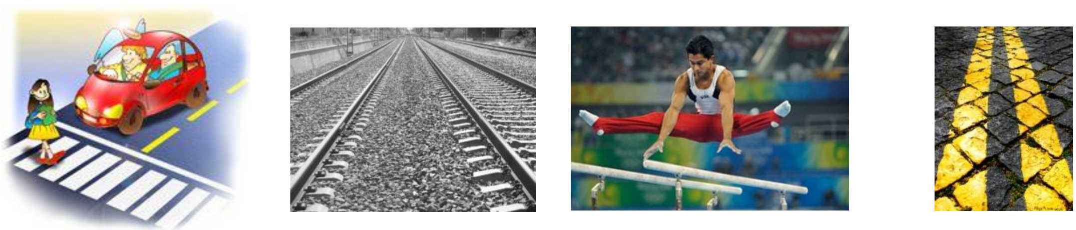


Figura 28: Conjunto de imagens que ilustram a ideia de paralelismo

Foi, então, apresentada a definição referente às retas paralelas.

Retas paralelas: são aquelas que pertencem ao mesmo plano e que não têm nenhum ponto em comum, em outras palavras, essas retas nunca se cruzam.

A seguir, foram apresentadas as seguintes imagens:

Figura 29: Conjunto de imagens que ilustram a ideia de perpendicularismo

Do mesmo modo, foi apresentada a definição referente às retas perpendiculares:

Retas perpendiculares: são retas que se cruzam formando um ângulo reto. O ângulo reto mede 90°, o que corresponde a ¼ de volta.

Observação: a gravura envolvendo nado sincronizado pode ser visto sob dois aspectos: os braços dos nadadores são paralelos entre si, enquanto cada braço, ao mesmo tempo, está perpendicular ao corpo do atleta ou ao nível da água.

Análise do 1º momento:

Por meio da visualização de imagens, pretendia-se retomar os conceitos de retas paralelas e perpendiculares. Algumas professoras se sentiram seguras para se manifestar em relação às imagens que estavam sendo expostas, identificando que se tratavam de linhas, no entanto, não dominavam a nomenclatura. Diante de minha intervenção, muitas professoras disseram conhecer os termos “paralelas” e “perpendiculares”, mas tiveram dificuldade em explicar o que estes significavam. Depois de explicitados os conceitos, passamos para a próxima atividade.

2º momento: ESTUDANDO QUADRILÁTEROS

Às professoras participantes, foi distribuído um pequeno mapa das ruas da cidade fictícia de "*Emiliandópolis*[22]" e um roteiro de atividades com instruções. De acordo com as características de cada quadrilátero – exibidas no roteiro – as professoras deveriam identificar, recortar do mapa e colar nesse roteiro as figuras correspondentes.

Roteiro:

QUADRILÁTEROS

Quadrilátero é um polígono que tem quatro lados. Os quadriláteros são agrupados de acordo com o paralelismo apresentado entre seus lados: paralelogramos, trapézios e quadriláteros quaisquer.

PARALELOGRAMO

É todo quadrilátero que possui dois pares de lados paralelos. Nos paralelogramos as medidas dos lados opostos são iguais.

O paralelogramo que apresenta todos os ângulos retos é denominado **Retângulo**.

Cole aqui

Losango é o paralelogramo que tem todos os lados com medidas iguais.

Cole aqui

[22] Fazendo referência ao nome da escola: E.M.E.F. Prof. Emílio Meyer

Quadrado é o paralelogramo que tem todos os lados com medidas iguais e todos os ângulos retos. Por isso, o quadrado é um caso particular de losango e retângulo.

Cole aqui

Há paralelogramos que não podem ser classificados como retângulo, losango ou quadrado. Estes são denominados apenas por **Paralelogramos**.

Cole aqui

TRAPÉZIO

É todo quadrilátero que tem somente um par de lados paralelos.

Cole aqui

O quadrilátero que não apresenta nenhum par de lados paralelos é denominado por **Quadrilátero Qualquer**.

Cole aqui

Quadro 5: Roteiro de estudos sobre quadriláteros.

Foi destacado às professoras que essa atividade poderia integrar a Matemática com outras áreas de conhecimento. Com seus alunos, poderiam fazer uma descrição da cidade apresentando características de seus moradores, do clima, da fauna e flora existentes, etc.

Análise do 2º momento:

Devido à constatação, no encontro anterior, de que havia restado dúvidas quanto às características e nomenclatura de quadriláteros por parte das professoras participantes, foi desenvolvida uma atividade com vistas ao esclarecimento dessas dúvidas. A atividade foi muito bem aceita, mas as professoras ainda demonstraram dificuldade no reconhecimento de alguns dos quadriláteros, mesmo com o auxílio de um roteiro que apresentava as características de cada um.

As maiores dificuldades de reconhecimento foram quanto à representação dos trapézios e losangos, uma vez que algumas professoras tinham uma única imagem fixada para cada uma dessas figuras e qualquer alteração na forma contida no mapa das ruas, fazia com que não as reconhecessem mais.

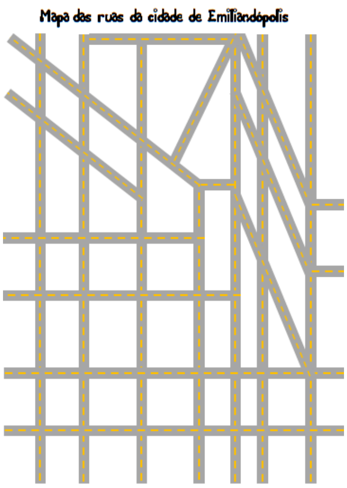


Figura 30: Estudo dos quadriláteros por meio do mapa das ruas da cidade de *Emiliandópolis*

Em síntese, apesar de algumas dificuldades, a proposta de identificar quadriláteros no mapa de uma cidade, mesmo que fictícia, foi adequada à abordagem que se desejava dar ao tema.

3º momento: MOVIMENTOS E TRANSFORMAÇÕES GEOMÉTRICAS

Atividade 1: MOVIMENTO DE TRANSLAÇÃO

Foram distribuídas às professoras participantes tiras de papel em formato retangular e fichas, também de papel, em formato retangular. Uma das dimensões da ficha de papel era igual à largura da tira e o comprimento desta tira representava um valor múltiplo da outra dimensão da ficha.

Exemplo:

Figura 31: Exemplo da execução da atividade envolvendo o movimento de translação.

Nessa ficha de papel, foi solicitado que fossem feitos pelo menos três recortes, tomando-se o cuidado para que não fossem retirados lados inteiros da ficha.

Exemplo de recorte:

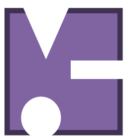


Figura 32: Molde

Essa ficha, uma vez recortada, serviria como uma espécie de carimbo. Dando sequência à atividade, as professoras participantes colocaram, sobre a tira de papel, o carimbo produzido, fazendo coincidir a medida de mesma dimensão. A seguir, deveriam pintar, na tira de papel, os espaços vazados.

Figura 33: Pintura referente a primeira ação de posicionamento do "carimbo"

De maneira semelhante, o carimbo deveria ser deslocado, nesse caso para a direita, e os espaços vazados deveriam ser pintados novamente. Esse procedimento deveria ser repetido até o final da tira de papel.

O padrão construído, neste caso, ficaria:

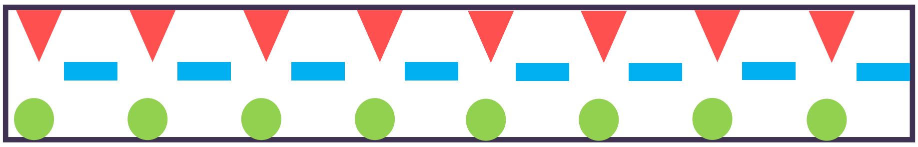
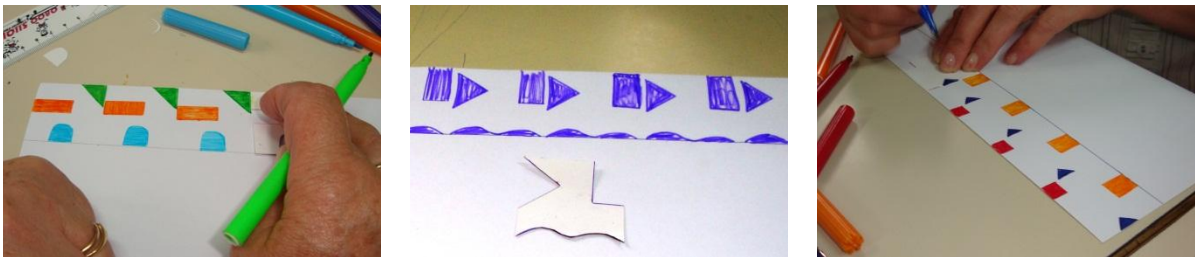


Figura 34: Padrão obtido após o término do movimento de translação do "carimbo".

Definiu-se o movimento de TRANSLAÇÃO como a transformação em que a imagem de uma figura é obtida pelo deslocamento paralelo de todos os seus pontos a uma mesma distância, direção e sentido. Nesse movimento, são mantidos o tamanho e a forma da figura original.

Análise da atividade 1:

O movimento de translação foi assimilado rapidamente pelas professoras, que, após construírem seus moldes, saíram reproduzindo cópias transladadas do mesmo, trabalho que ficou mais interessante devido à complementação com pinturas coloridas realizadas por elas.



Movimento de translação por meio do uso do molde

Atividade 2: Flor Transladada

Foram distribuídas figuras em malha quadriculada e solicitado para que, a partir de um ponto dado como referência, as professoras realizassem a translação das mesmas:

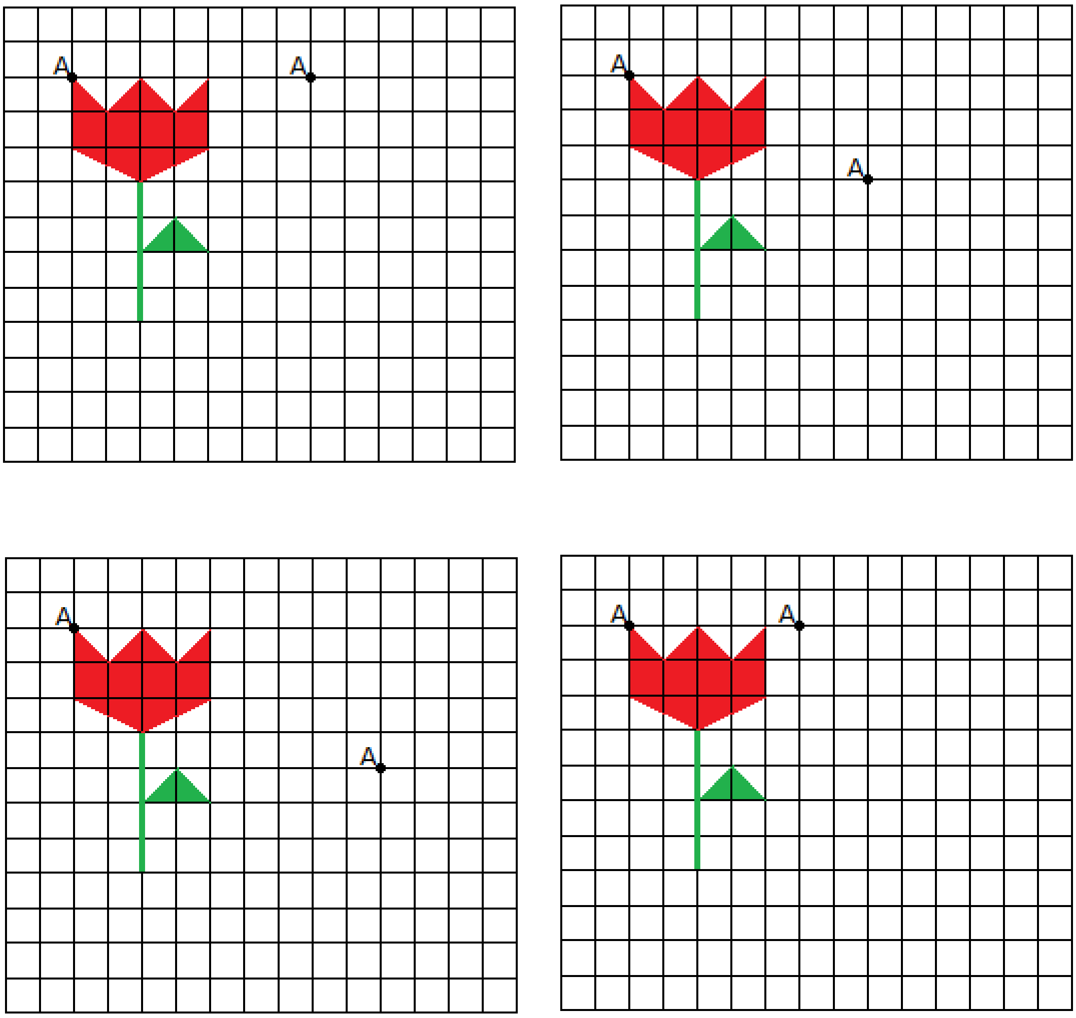


Figura 35: Flor a ser transladada de acordo com ponto de orientação

Análise da atividade 2:

Na atividade, envolvendo o movimento de translação, foi possível detectar que quando o ponto de referência para início do novo desenho pertencia à mesma linha do desenho original, a representação foi feita com sucesso por todas as participantes.

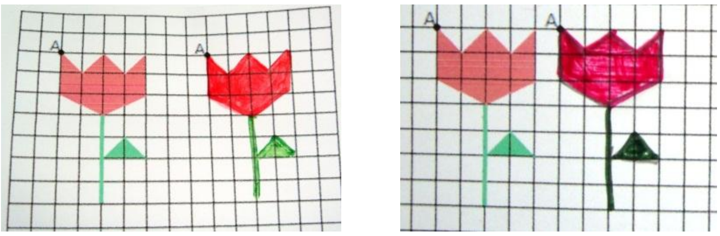


Figura 36: Flores transladadas “1”

No entanto, o fato do ponto de referência para início do novo desenho estar deslocado à direita e abaixo simultaneamente fez com que muitas professoras acabassem solicitando outra malha por terem realizado o desenho de forma “errada”, ou seja, ao tentarem transladar a figura, acabavam deformando-a.

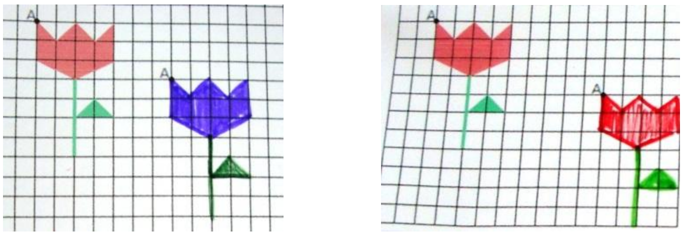


Figura 37: Flores transladadas “2”

Depois de algumas tentativas, todas as professoras conseguiram realizar o movimento de translação.

Atividade 3: Movimento de Reflexão

Utilizando o mesmo carimbo da atividade anterior, trabalhou-se com o movimento de reflexão. Imaginando a existência de um espelho (eixo de reflexão), o carimbo deveria sofrer um movimento de tal modo que sua imagem ficasse refletida segundo este eixo. Por exemplo, um ponto que estava a 2cm à esquerda do espelho, após a reflexão, ficaria 2 cm à direita do espelho.

Figura 38: Posição inicial do molde ou “carimbo” para que seja aplicado o movimento de reflexão.

Imagem refletida:

Figura 39: Primeira reflexão obtida a partir do posicionamento inicial do molde.

Continuando a refletir as imagens, esta tira ficaria:

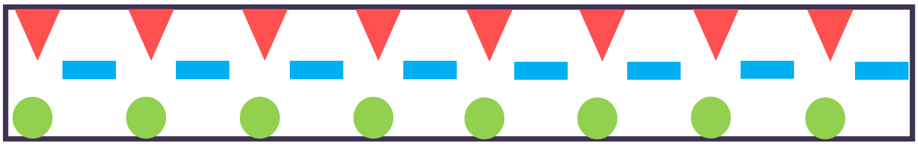


Figura 40: Padrão obtido ao término do movimento de reflexão com o "carimbo"

Se uma figura se sobrepõe a outra segundo um eixo (espelho ou dobra no papel), verificamos que a imagem fica refletida. Essa transformação é denominada como REFLEXÃO. Nesse movimento, são mantidos o tamanho e a forma da figura original, porém em sentido inverso.

Análise da atividade 3:

Da mesma forma como foi realizado com o movimento de translação, o estudo do movimento de reflexão deu-se através do uso do molde.

Figura 41: Movimento de reflexão por meio do uso do molde

As professoras demonstravam gostar dos padrões que iam encontrando, ao realizarem o movimento de reflexão, uma vez que os espaços recortados do molde iam se completando, dando origem a novas formas.

Atividade 4: Trapézio Refletido

Cada professora participante recebeu uma imagem, reproduzida em malha quadriculada, sendo que esta imagem deveria ser refletida, segundo dois diferentes eixos, já destacados no material entregue.

Imagem a ser refletida e seu respectivos eixos de reflexão:

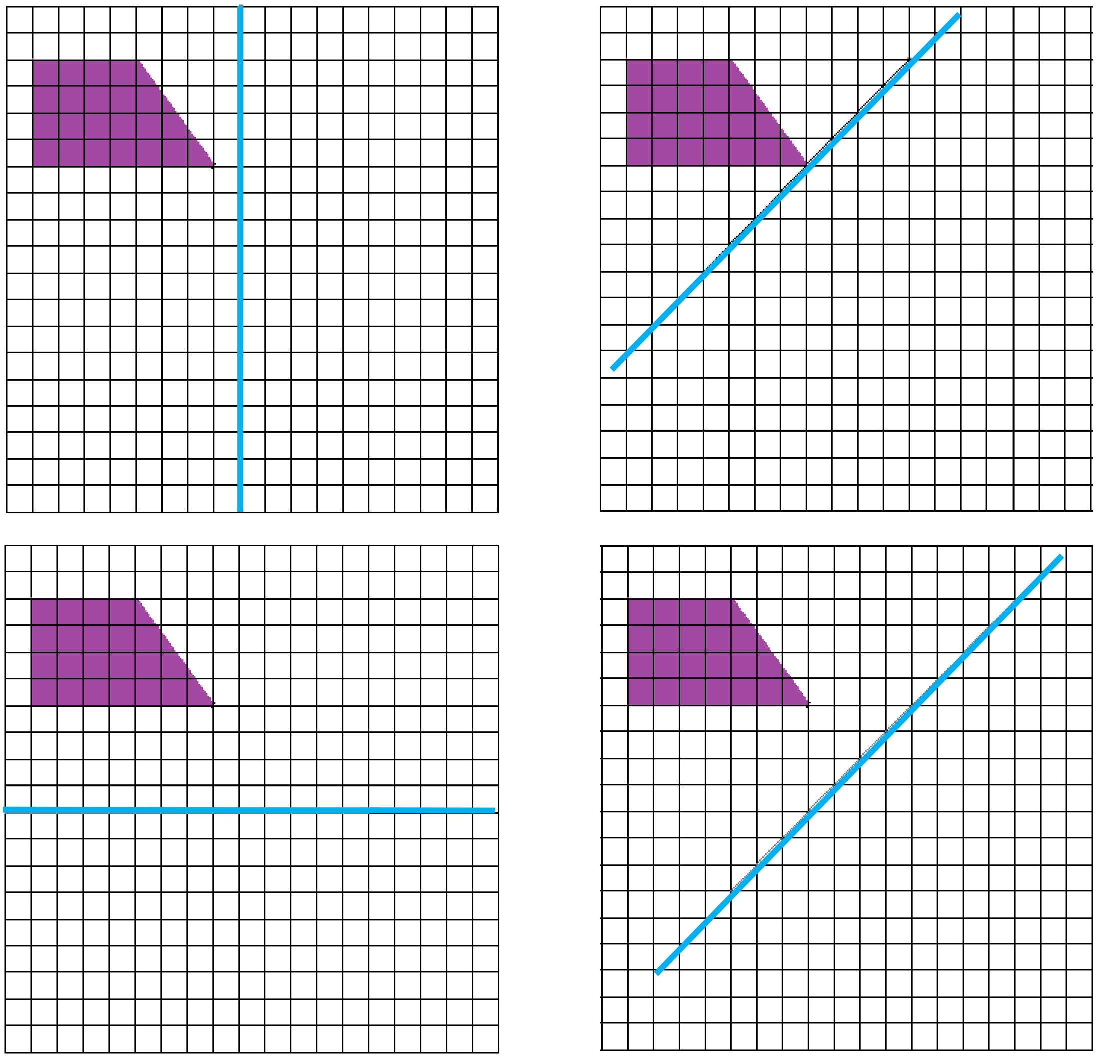


Figura 42: Trapézio a ser refletido conforme diferentes eixos

Análise da atividade 4:

Foram entregues, para cada professora participante, duas folhas quadriculadas com a imagem de um trapézio em cada uma e um eixo marcado em relação ao qual deveriam fazer a reflexão desses trapézios.

Cada professora recebeu uma imagem com um eixo na horizontal ou vertical e outra malha com o eixo na transversal. A tarefa de refletir uma figura mostrou-se mais difícil para as professoras do que a de transladar.

Algumas recorreram a artifícios para realizar a reflexão do desenho. Como exemplo pode ser citado o caso no qual colocavam o papel contra a luz e o dobravam sobre o eixo para refletir a figura ou também o caso em que uma participante recorreu ao uso de um espelho para conseguir realizar sua tarefa.

Figura 43: Visualizando contra a luz

Figura 44: Uso do espelho

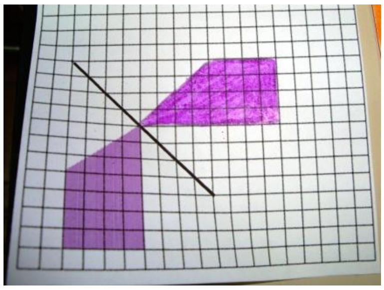


Figura 45: Imagem refletida

A reflexão em torno de um eixo transversal, em relação ao quadriculado, se mostrou uma tarefa árdua para algumas professoras, enquanto que a reflexão em torno de um eixo vertical ou horizontal se mostrou mais simples e rápida para ser concluída.

Atividade 5: Movimento de Rotação

Para trabalhar com o movimento de rotação, foram utilizados os seguintes materiais:

Pedaço de cartolina pequeno.

Alfinete, percevejo ou palito de dente.

Tesoura e fita adesiva ou cola.

Canudinho de refrigerante ou tira de papel.

Figura 46: Material utilizado para realização da atividade.

Foi solicitado que as professoras fizessem uma espécie de bandeirinha, utilizando o pedaço de cartolina. Essa bandeirinha poderia ter diferentes formatos e, depois de colorida, deveria ser recortada.

Figura 47: Exemplo de bandeirinha construída

Após, colaram uma haste para esta bandeirinha, utilizando, para isto, a fita adesiva e o canudinho de refrigerante.

Utilizando o alfinete, prenderam a ponta extrema do canudinho (a que não está colada na bandeira) a uma base, que poderia ser um pedaço de isopor, uma borracha escolar, massinha de modelar ou um pedacinho do retalho restante da cartolina.

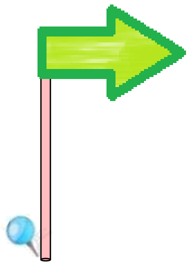


Figura 48: Bandeira posicionada para início do movimento de rotação

Na sequência da atividade, foi solicitado que contornassem a bandeirinha, juntamente com sua haste em uma folha. Segurando com uma das mãos o alfinete contra a base, a outra mão deveria movimentar a bandeirinha, realizando uma rotação, que poderia ser em sentido horário ou anti-horário.

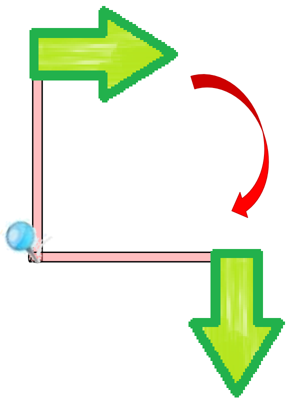


Figura 49: Bandeira rotacionada

Nesse exemplo, a figura sofreu uma rotação de $\frac{1}{4}$ de volta em relação ao alfinete, ou seja, a um ponto fixo.

A nova posição da bandeira foi representada, contornando-se a figura. Posteriormente, dois novos giros foram dados, sendo adotados os mesmos procedimentos de desenho.

Na continuidade, foi definido o movimento de rotação:

Chamamos de ROTAÇÃO a transformação em que a imagem de uma figura é obtida ao girá-la em torno de um ponto (neste caso o alfinete), percorrendo um ângulo no sentido horário ou anti-horário.

Análise da atividade 5:

Dos movimentos realizados nesse encontro, o de rotação foi de mais fácil compreensão e execução pelas professoras, tendo em vista que estas desenvolveram a atividade com certa autonomia.

Figura 50: Bandeirinhas contruídas e rotacionadas em relação a um ponto.

Surgiram dúvidas apenas a respeito de onde fixar o alfinete na folha, de modo que a bandeirinha, ao ser rotacionada, coubesse nesta. Para tanto, decidir o tamanho do “mastro” da bandeira, assim como a melhor posição para fixação do alfinete foi fundamental. A decisão a respeito desses parâmetros provocou debate e reflexão entre as participantes, o que denota a potencialidade da atividade.

Atividade 6: ROTAÇÃO ARTÍSTICA

Cada professora participante recebeu uma peça conforme a figura seguinte:

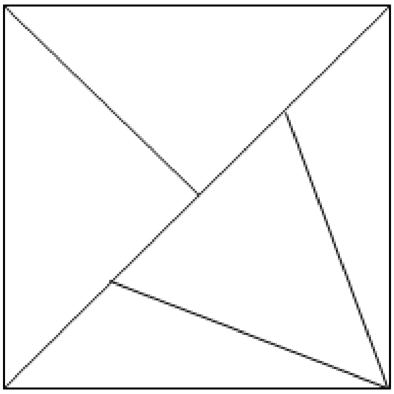


Figura 51: Molde para rotação

Essa peça deveria ser pintada com pelo menos três cores distintas. Após a pintura, cada participante escolheu um dos quatro vértices da peça quadrada para representar o ponto em torno do qual esta peça seria rotacionada.

Exemplo de pintura:

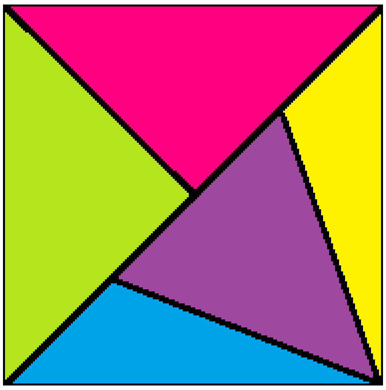


Figura 52: Molde colorido

Nessa atividade, todas as rotações deveriam ser de $\frac{1}{4}$ de volta, a fim de encaixar perfeitamente as peças, compondo um quadrado maior, resultante da união dos quatro giros promovidos na peça. Para auxílio e orientação, cada participante recebeu um quadrado maior, já com os quatro menores quadrados demarcados. Além do modo de colorir, a escolha do vértice para rotação era livre, o que acabou por promover diferentes composições com a mesma peça.

Exemplo de composição:

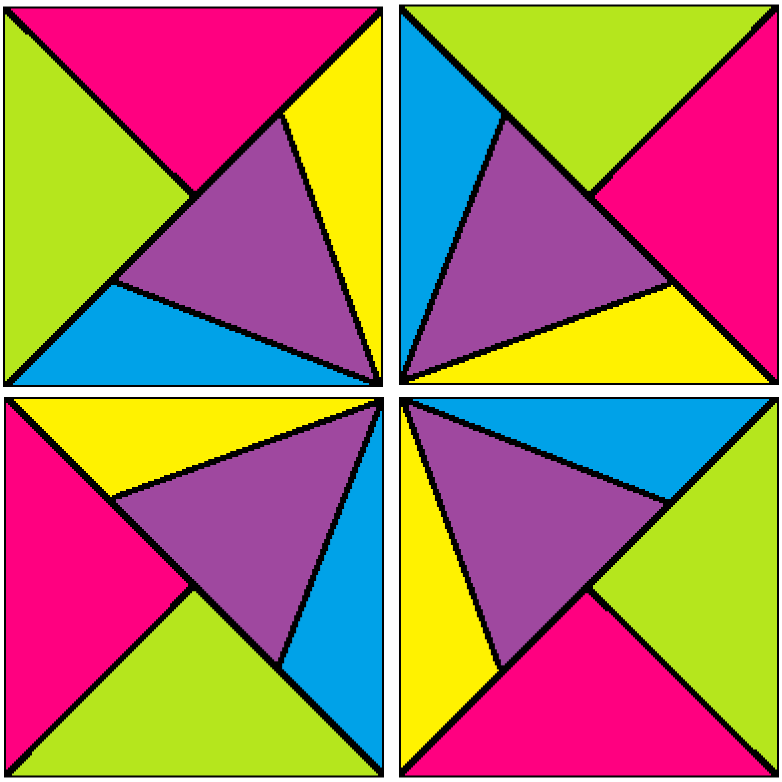


Figura 53: Composição 1, obtida a partir da rotação do molde colorido

Ou ainda:

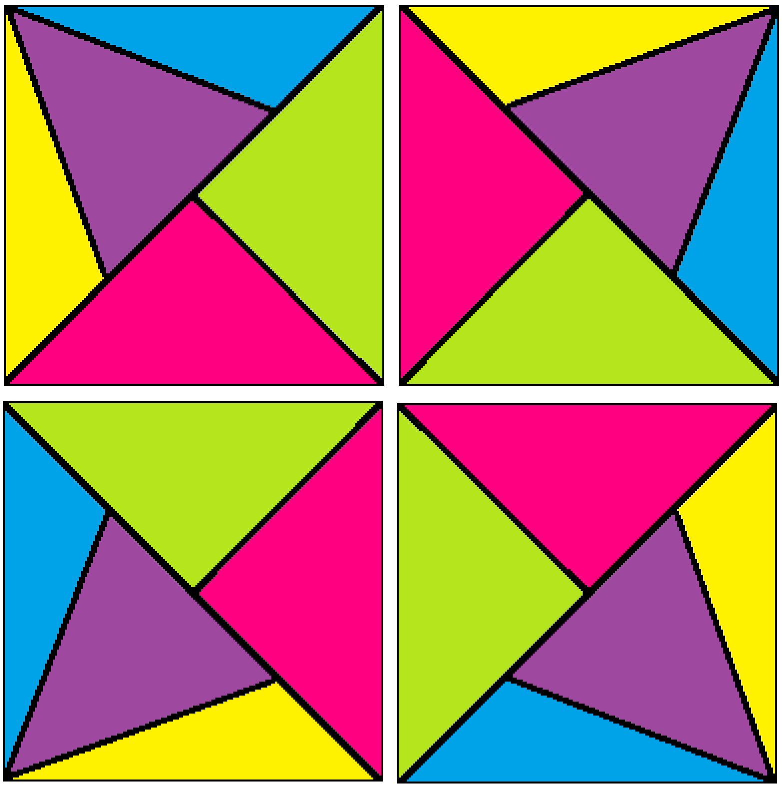


Figura 54: Composição 2, obtida a partir da rotação do molde colorido por outro vértice.

Essas composições puderam ser expostas ao grande grupo, para que todas pudessem apreciar a arte desenvolvida neste encontro.

Finalizando, foi importante destacar que este encontro foi dedicado ao estudo de ISOMETRIAS, ou seja, de transformações que não alteram as dimensões das figuras originais, diferentemente do primeiro encontro, quando foram estudadas transformações de figuras a partir da alteração de suas dimensões.

Análise da atividade 6:

Foi entregue um molde quadrado a cada professora participante e solicitado para que utilizassem, pelo menos, três cores diferentes para pintá-lo. Em seguida, receberam uma folha na qual deveriam reproduzir esse molde, rotacionando-o por meio de um ponto (vértice), quatro vezes, de modo que o molde se encaixasse dentro do quadriculado previamente desenhado na folha.

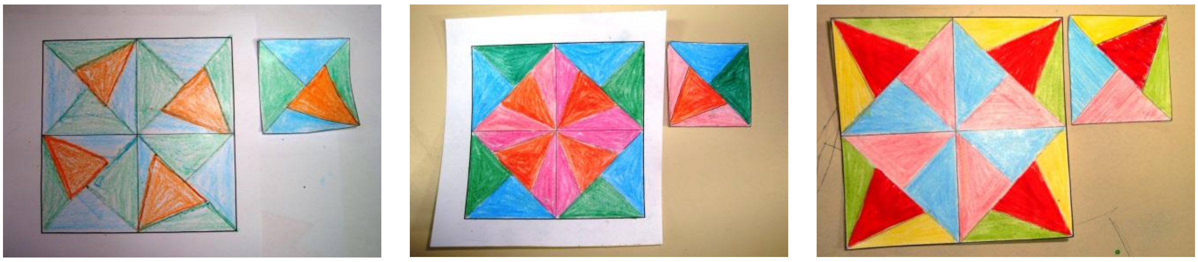


Figura 55: Diferentes efeitos encontrados de acordo com a escolha do vértice a ser rotacionado.

Ao realizarem a tarefa, as participantes ficaram admiradas com os resultados de suas composições. Identificaram movimentos nas imagens o que gerou questionamentos a respeito do fato das composições ficarem tão diferentes, apesar de resultantes de um mesmo molde.

Atividade 7: AVALIAÇÃO DO SEGUNDO ENCONTRO

Ao final do conjunto de atividades, foi procedida uma avaliação deste segundo encontro. Esse momento, mais uma vez, foi uma oportunidade para que as professoras avaliassem sua participação e apresentassem sua opinião sobre as atividades realizadas e seu possível emprego em sala de aula. Além disso, novamente o espaço foi aberto para dúvidas, sugestões e proposição de novas atividades.

Modelo de ficha a ser preenchido pelas professoras participantes:

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL – UFRGS
Instituto de Matemática
Programa de Pós- Graduação em Ensino de Matemática
Mestrado Profissionalizante em Ensino de Matemática

AVALIAÇÃO DO 2º ENCONTRO – 16/11/2010

1) O que você tem a destacar com relação a este segundo encontro? (sua participação, atividades, dificuldades, etc.)
2) Você já trabalhou com seus alunos com a ideia de simetria, mesmo sem mencioná-la? Em caso afirmativo, poderia comentar a atividade em poucas palavras?
3) Que sugestões você tem para nosso próximo encontro?

Quadro 6: Questionário realizado ao final do segundo encontro.

Aspectos referentes à avaliação realizada no 2º encontro:

Pela avaliação realizada pelas professoras participantes, pôde-se constatar que atividades dessa natureza não fazem parte do cotidiano da sala de aula, uma vez que 90% delas afirmaram nunca terem trabalhado com os movimentos de translação, reflexão e rotação com seus alunos. Contudo, algumas delas se manifestaram no sentido de tratar da temática futuramente, escrevendo: "*não nunca trabalhei, mas estou com grandes e maravilhosas ideias*"; ou ainda "*não trabalhei com meus alunos, mas com certeza sairei daqui estimulada para iniciar*".

Quanto à dinâmica das atividades, as professoras as avaliaram como interessantes, diversificadas, divertidas e desafiadoras.

Considerando as respostas dos questionários de avaliação, apenas 16% das professoras indicaram reconhecer esta temática como objeto de estudo da Matemática dos anos iniciais.

Com relação às sugestões propostas para o próximo encontro, a metade das professoras não respondeu à questão. As demais sugeriram que as atividades continuassem sendo realizadas em grupos e que continuassem sendo de caráter prático.

Roteiro de Trabalho do Terceiro Encontro

1º momento: REVISANDO MOVIMENTOS

Inicialmente, a intenção era retomar os movimentos de translação, reflexão e rotação trabalhados no encontro anterior, por meio de uma atividade considerada como espécie de ladrilhamento.

A cada professora participante foi entregue um molde, que simbolizava um azulejo. Junto com ele, um pedaço de papel, que representarava a parede a ser ladrilhada.

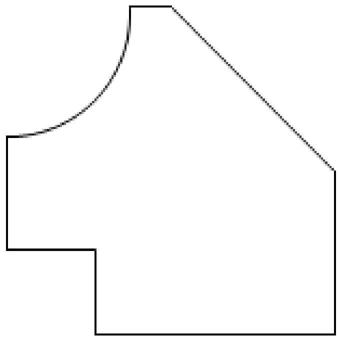


Figura 56: Molde para ladrilhamento

Cada participante teria liberdade para ladrilhar sua parede, realizando qualquer um dos movimentos estudados, na sequência que melhor lhes conviesse.

Exemplo de composição:

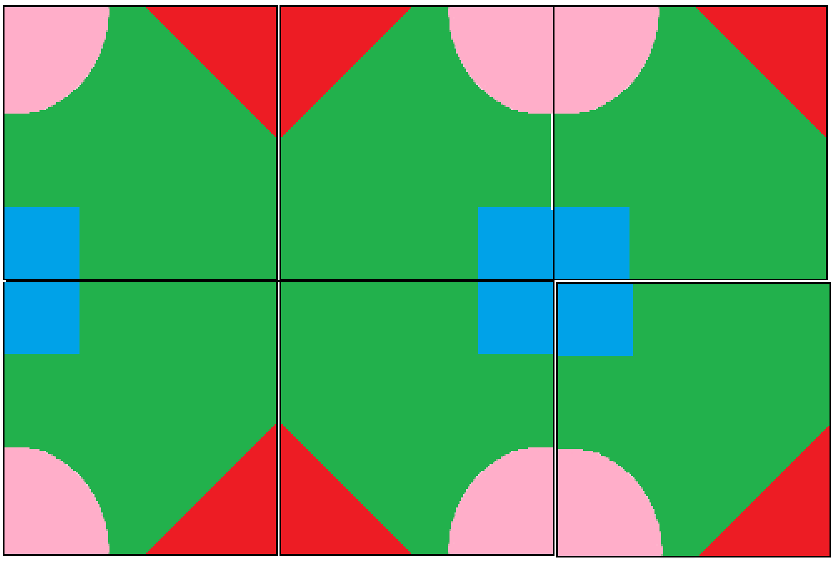


Figura 57: Exemplo de "parede" ladrilhada

Análise do 1º momento:

Iniciamos esse encontro revendo os movimentos estudados no encontro anterior: translação, reflexão e rotação. A partir de um molde e utilizando os movimentos estudados, foi realizada uma tarefa na qual deveriam dispor seus moldes como se fossem azulejos.

Algumas professoras optaram por aplicar movimentos aleatórios, sem preocupação com um padrão. Já outras faziam previsões dos desenhos resultantes dos movimentos. Algumas professoras não entenderam a proposta de misturar os movimentos e acabaram preenchendo linhas com os diferentes movimentos, um de cada vez.

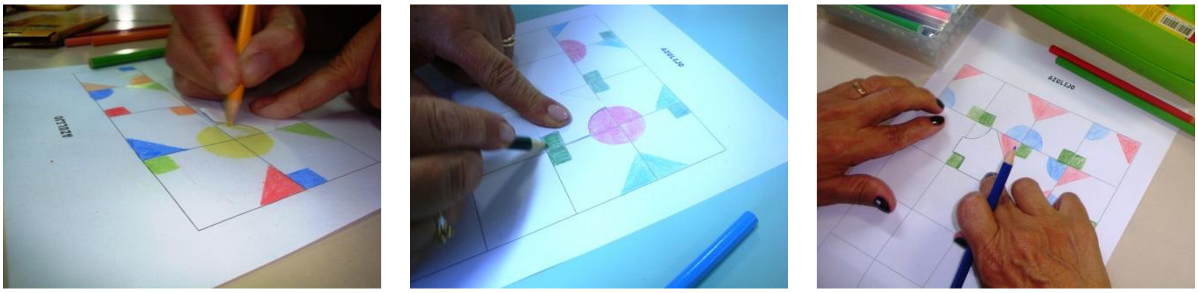


Figura 58: Misturando movimentos de translação, reflexão e rotação na atividade de ladrilhamento.

Enquanto realizavam a atividade, uma professora comentou – e as demais concordaram – que seus alunos iriam gostar de realizá-la, o que me deixou satisfeita, uma vez que ali já estavam projetando as atividades realizadas em nosso curso para suas salas de aula.

2º momento: Trabalhando com Simetrias

Para associar simetria com o movimento de reflexão de uma figura em torno de um eixo, a seguintes atividades foram propostas:

Atividade 1: Refletindo figuras

Completar as seguintes figuras imaginando a existência de um espelho sobre a linha vertical.

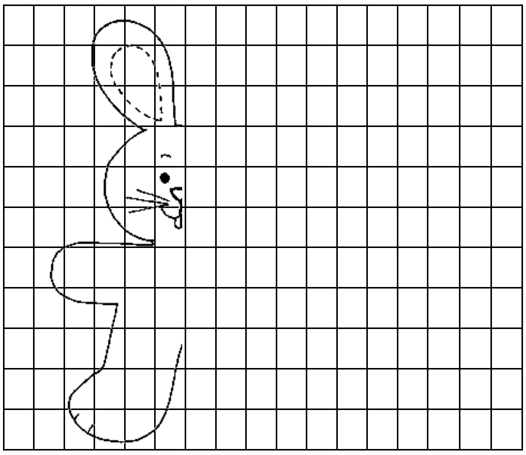
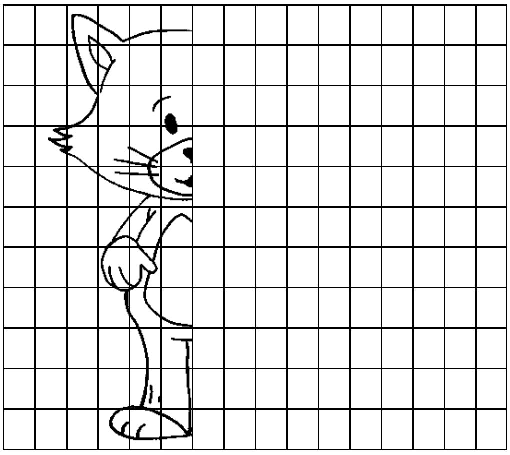



Figura 59: Imagens a serem refletidas

Análise da atividade 1:

Na hora de completar as figuras dadas, a figura do gato mostrou-se mais difícil do que a do coelho, pois nela havia mais detalhes a serem desenhados. Cada professora participante recebeu as duas figuras para completar.

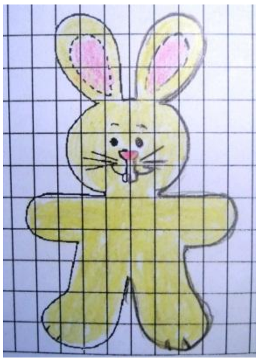


Figura 60: Coelho simétrico

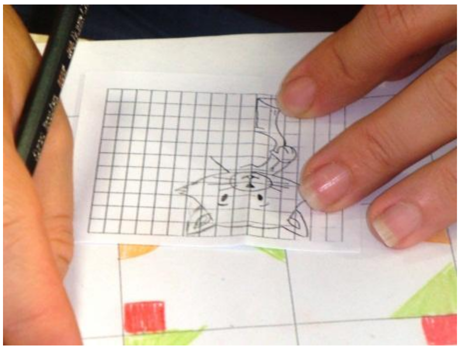


Figura 61: Gato sendo desenhado

Com o objetivo de facilitar o desenho do gato, as professoras tentaram utilizar o artifício de olhar a figura contra a luz, dobrando-a sobre o eixo. Contudo, o fato da folha não ser translúcida não permitiu que esse recurso fosse utilizado.

Figura 62: Artifícios utilizados pelas professoras

Uma das professoras, depois de muito tentar, desistiu de tentar fazer o gato. As demais colegas a animaram, sugerindo que continuasse a fazer, mas ela disse que não conseguiria e guardou sua figura. As demais professoras realizaram a atividade, porém, muitas reconheceram que suas figuras não haviam ficado simétricas, ficando com a tarefa então de rever em que parte sua figura não havia ficado refletida corretamente.

Atividade 2: MEU NOME...

Foi distribuído papel quadriculado às professoras participantes e solicitado para que nele escrevessem o próprio nome, preenchendo por inteiro cada quadradinho a fim de compor as letras do nome.

A seguir, foi solicitado para que traçassem uma linha horizontal, abaixo do nome e que, orientando-se por ela, realizassem a reflexão de seus nomes. Ou seja, deveriam imaginar que tal linha representava um espelho.

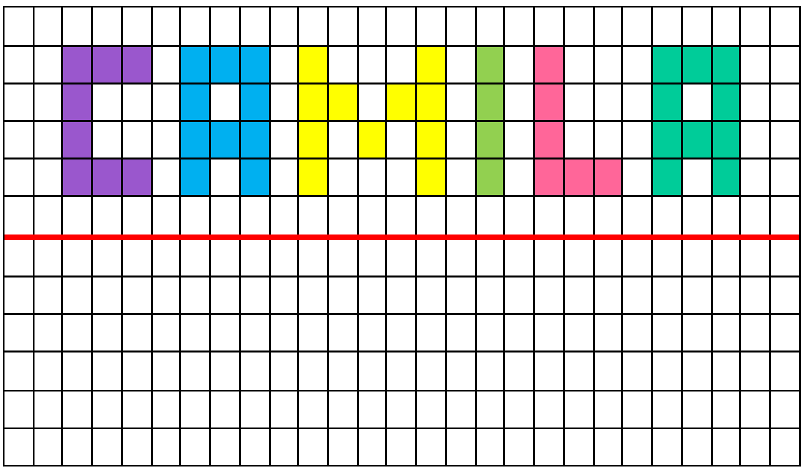


Figura 63: Exemplo da escrita de um nome

Análise da atividade 2:

Esta atividade, a princípio pensada para ocorrer de forma rápida, gerou mais discussões que o esperado. A proposição dessa tarefa foi motivada pelo fato das próprias professoras terem solicitado atividades que pudessem ser aplicadas com alunos pequenos. Contudo, a representação de algumas letras, como o V, N e o Z, por exemplo, mostrou-se bastante dificultosa.

Duas das dez professoras tiveram dificuldade em representar a letra E contida em seus nomes e necessitaram da ajuda de outras colegas ou mesmo recorreram a mim para obterem auxílio, o que foi surpreendente pelo fato de que letras como o E parecerem, aparentemente, simples de serem representadas em papel quadriculado.

Além da dificuldade inicial para a construção do nome, o trabalho de reflexão também se mostrou desafiador, pois exigia o domínio do conceito, que ainda não estava bem construído por todas as professoras. Contudo, ao final da tarefa, todas as professoras, mesmo que com auxílio, conseguiram realizar a tarefa.

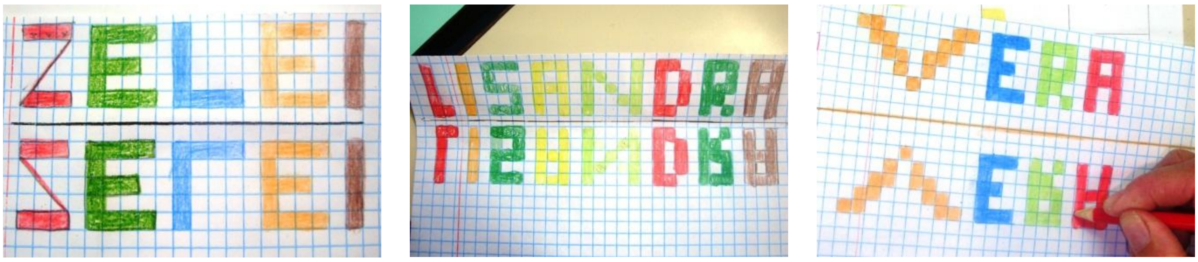


Figura 64: Refletindo seus nomes

Atividade 3: Dobraduras e Simetrias

Para melhor compreender a ideia de eixo de simetria, foi proposta uma atividade envolvendo dobradura. Cada participante recebeu uma folha quadrada que deveria ser dobrada em quatro partes iguais, sendo uma dobra na horizontal e outra na vertical.

Utilizando uma tesoura, deveriam fazer alguns recortes livremente de modo que os eixos de simetria não fossem recortados.

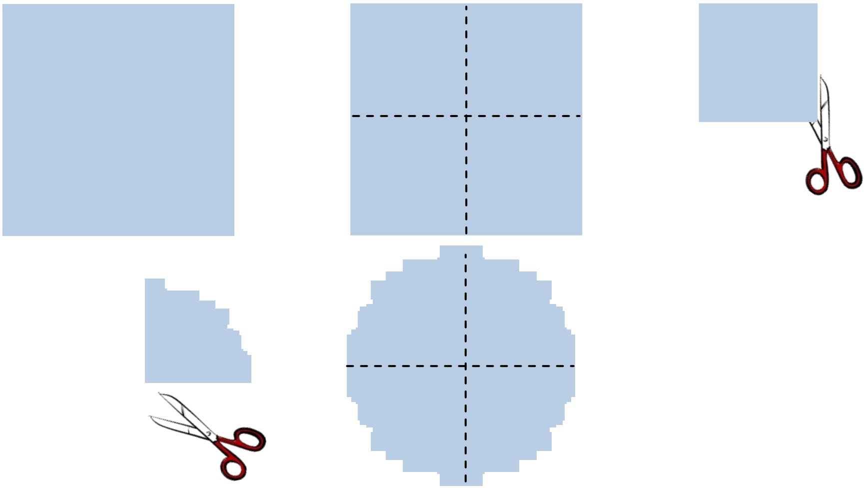


Figura 65: Sequência de passos realizados na atividade

Com esta atividade poderão ser destacados os diferentes eixos de simetria das figuras formadas.

Com isso, pode-se dizer que figuras, que se sobrepõem por reflexão, segundo um eixo, são denominadas simétricas.

Análise da atividade 3:

Esta atividade não apresentou dificuldade em sua realização por parte das professoras, com exceção de um caso, em que a professora, por ter recortado toda a lateral da dobradura, acabou ficando com figuras soltas. Fora isso, pudemos definir, então, que essas figuras encontradas, que se sobrepõem, segundo um eixo, são denominadas simétricas.

Figura 66: Simetria por meio de dobraduras e recortes.

Atividade 4: Quebra-Cabeça Simétrico

Foram distribuídas dezesseis peças de um quebra-cabeça para cada professora participante e solicitado que o montassem de modo que se obtivesse, como resultado, uma figura simétrica. Cabe destacar que há diferentes modos de organização das peças de modo a se obter simetria em seu produto final.

Quebra-cabeça[23]:

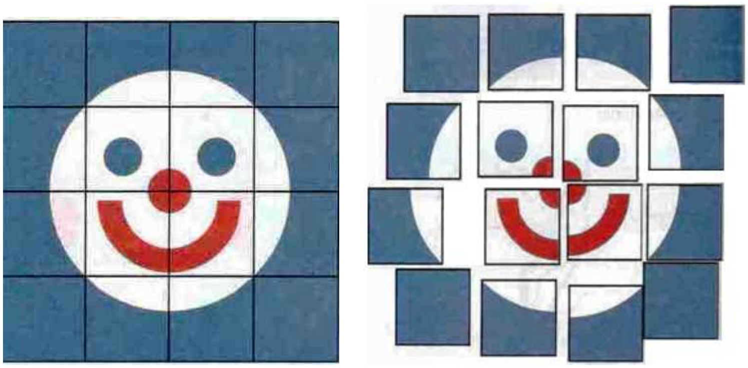


Figura 67: Modelo de quebra-cabeça

Possíveis montagens:

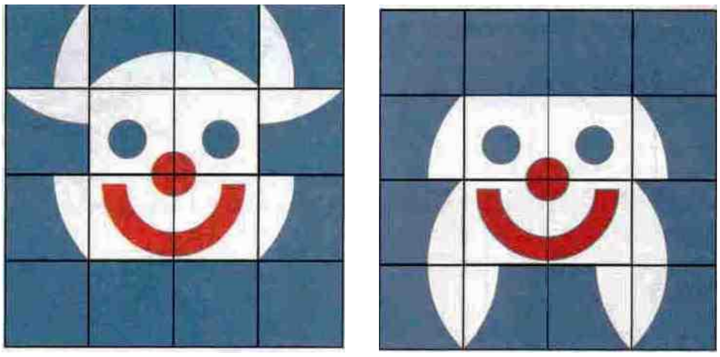


Figura 68: Quebra-cabeça montado de duas formas diferentes

Análise da atividade 4:

No quebra-cabeça simétrico, a primeira opção de montagem pelas professoras, mesmo sem conhecê-lo foi o modelo original, conforme a primeira figura apresentada abaixo. Desafiadas a montarem o quebra-cabeça, formando outras figuras simétricas, as professoras obtiveram novas imagens, conforme podem ser vistas nos demais exemplos. Esse foi um momento de descontração e entusiasmo com os resultados obtidos, pois identificaram potencialidades para o trabalho em sua sala de aula.

[23] Quebra-cabeça extraído de RIBEIRO, Jackson; SOARES, Elizabeth. **Construindo Consciências:** matemática. 5ª série. São Paulo: Scipione, 2006. p.98.

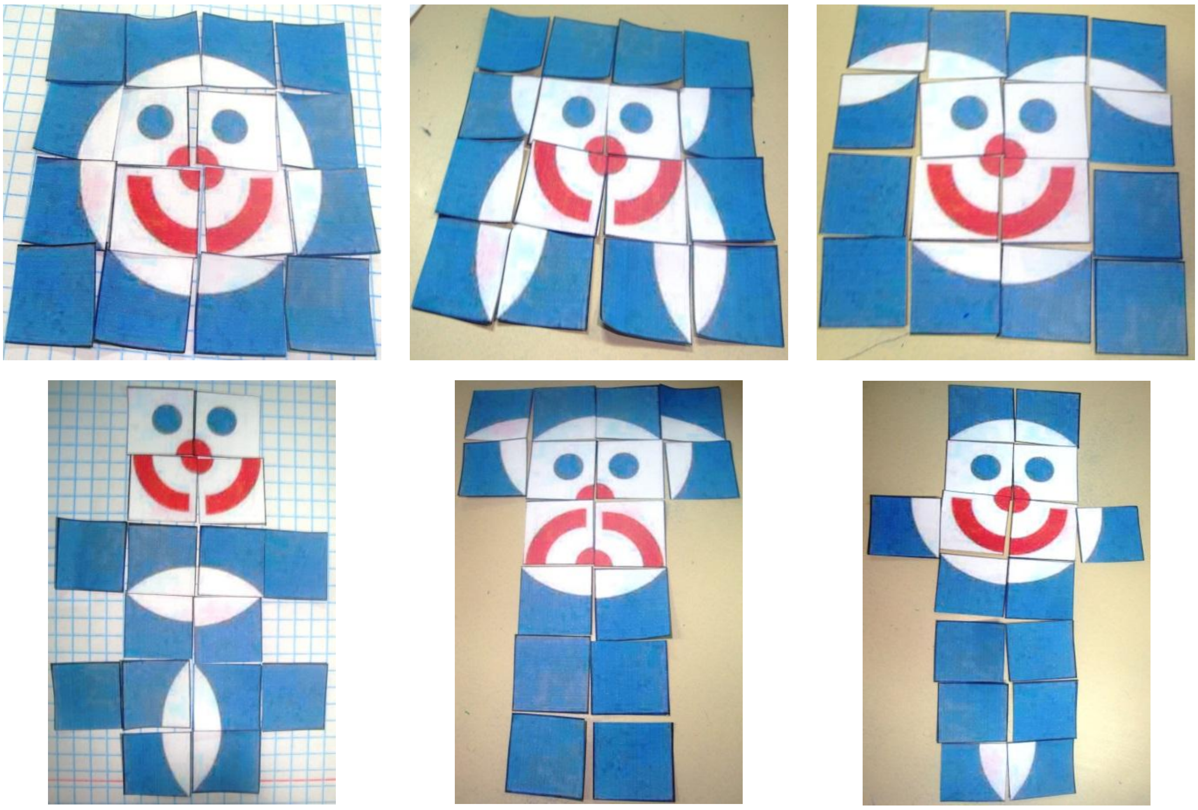


Figura 69: Diferentes modos de montar o quebra-cabeça simétrico

Atividade 5: Eixos de Simetria

O objetivo desta atividade era identificar os eixos de simetria existentes nas letras do alfabeto nos algarismos.

Foi entregue a cada professora participante uma folha com a impressão das 26 letras do alfabeto e dos algarismos arábicos do 0 ao 9. Para identificação dos eixos, quando estes existirem, elas poderiam recortar e dobrar cada letra/algarismo ou mesmo utilizar uma régua e lápis para determinar o(s) eixo(s).

A	B	C	D	E	F
G	H	I	J	K	L
M	N	O	P	Q	R

S	T	U	V	W	X
Y	Z	0	1	2	3
4	5	6	7	8	9

Figura 70: Letras e algarismos analisados

Análise da atividade 5:

As professoras examinaram as letras do alfabeto e algarismos arábicos, determinando em quais deles havia eixos de simetria e quantos eram, fazendo uso da régua para definir os eixos, quando estes existiam.

De modo geral, conseguiram realizar a tarefa sem meu auxílio, apesar de haver a troca de ideias entre as colegas, durante todo o tempo.

Figura 71: Encontrando eixos de simetria nas letras e algarismos

No momento de determinar se na letra X havia dois ou quatro eixos de simetria, tivemos um empasse. Embora a possibilidade de recortar as letras e dobrá-las tivesse sido oferecida, nenhuma das professoras queria recortar sua folha. Os argumentos para o número de eixos de simetria do X não convenceram a todas, o que acabou fazendo com que uma professora iniciasse a recortar a letra X. Acabei ajudando no recorte e solicitei então que outra professora dobrasse a referida letra, imaginando que haveria um eixo na diagonal. Ao dobrar, as professoras perceberam que não havia eixos de simetria na diagonal, fazendo, portanto, com que concluíssem que a letra X havia apenas dois eixos de simetria.

Atividade 6: Simetria nos Quadriláteros

Nesta atividade, o objetivo era fazer uma análise de quais quadriláteros apresentam eixos de simetria e quantos são os eixos em cada um. Cada professora participante recebeu uma tira contendo alguns quadriláteros, nos quais deveriam detectar seus eixos de simetria, quando estes existissem.

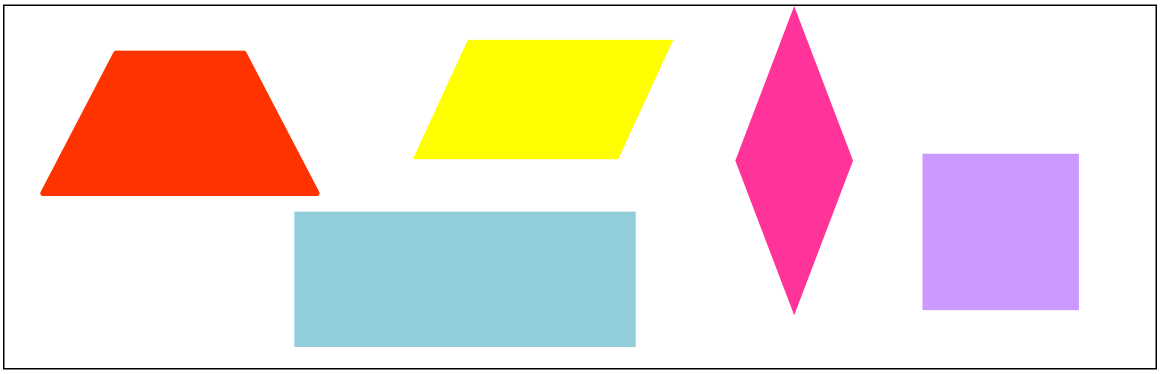


Figura 72: Quadriláteros analisados na atividade

Para constatar a existência de eixos, assim como foi realizado com as letras e algarismos, as professoras puderam recortar e dobrar as figuras ou utilizar régua e lápis.

Após, deveriam completar a tabela:

Nome do quadrilátero	Há eixos de simetria?	Quantos?

Tabela 2: Quadriláteros e seus possíveis eixos de simetria

Análise da atividade 6:

Embora tivesse sido realizada no encontro anterior uma atividade, envolvendo nome e características dos quadriláteros, algumas professoras ainda não se sentiam seguras o suficiente para determinar, com certeza, o nome de alguns deles, fazendo com que recorressem ao material entregue na aula anterior.

As professoras detectaram corretamente os eixos de simetria nos quadriláteros e sinalizaram o fato do paralelogramo – propriamente dito – não apresentar eixo de simetria.

Atividade 7: ARTE E SIMETRIA

Cada professora participante recebeu dois círculos de mesmo tamanho, porém de cores diferentes. Um dos círculos deveria ser dobrado em dezesseis partes. Com uma tesoura, deveriam ser feitos alguns recortes nas laterais da dobradura, retirando-se assim algumas de suas partes.

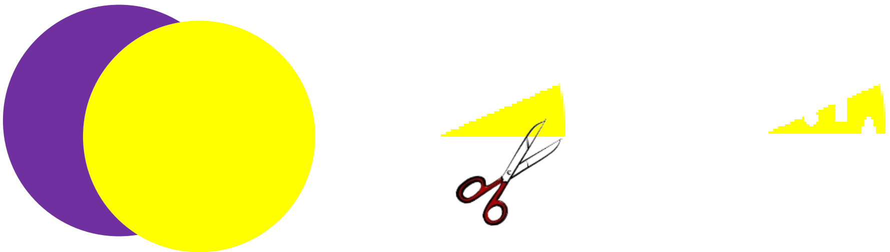


Figura 73: Sequência de passos para a realização da atividade

Em seguida, deveriam desdobrar o círculo que foi recortado, analisando os efeitos do recorte sobre ele. Para dar maior contraste, deveriam colar o disco recortado sobre outro de cor diferente, de modo que as cores sobrepostas realçassem a obra realizada.

Ter-se-á, nesse caso, uma obra de arte, envolvendo, pelo menos, oito eixos de simetria.

Abaixo, pode-se ver exemplos de situações do cotidiano, onde artesãos fazem uso da simetria para compor suas produções, neste caso, toalhas de renda.

Figura 74: Toalhas de renda[24] que possuem diversos eixos de simetria.

Análise da atividade 7:

Pela reação das professoras, certamente esta foi a atividade considerada mais interessante do encontro. Perceberam que o círculo apresentava muitos eixos de simetria e se mostraram bastante surpresas e animadas com os resultados obtidos.

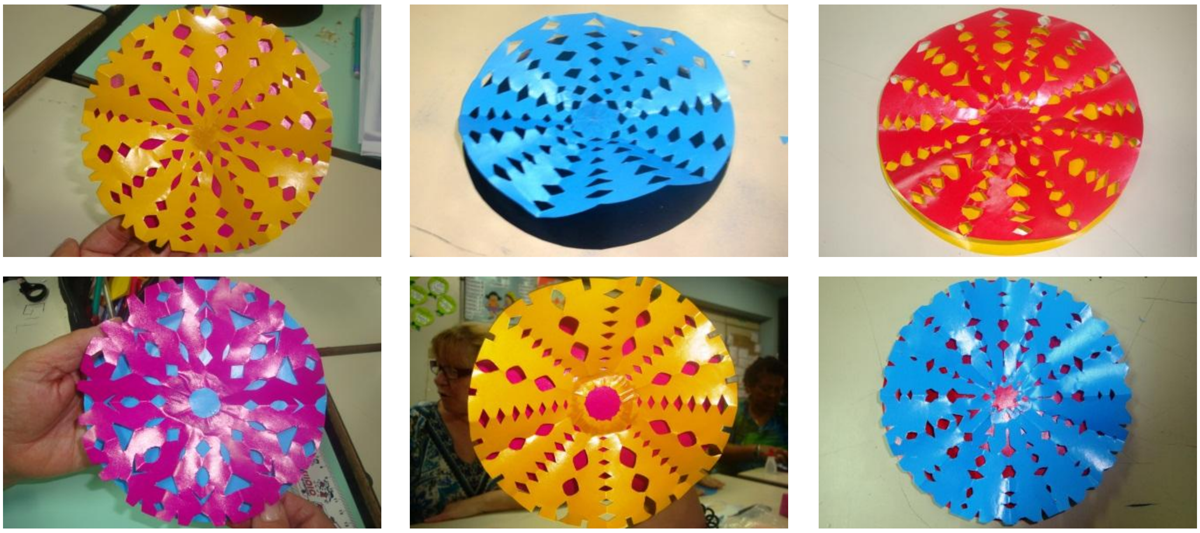


Figura 75: Obras de Arte com diversos eixos de simetria

O entusiasmo das professoras pode ter duas explicações. Uma por relacionar a atividade realizada com um produto de seu contexto cultural, ou seja, uma toalha de renda. E, a outra, devido ao fato de cada uma ter sido autora de uma produção estética diferenciada, isto é, protagonistas de sua própria construção. O protagonismo é uma dimensão fundamental para a produção do próprio conhecimento.

[24] Imagens disponíveis em http://crocheecia.blogspot.com. Acesso em 17 dez. 2010.

Atividade 8: JOGO TRAVERSE

O jogo Traverse, cujos direitos autorais pertencem à Glacier Games Company (EUA,1991) contempla dois temas estudados durante o decorrer dos nossos encontros: alguns quadriláteros e o estudo de simetria.

Figura 76: Tabuleiro do jogo

A palavra *Traverse* refere-se ao ato de atravessar, que é o principal objetivo do jogo: atravessar todas as suas peças de um lado para o outro do tabuleiro. Para realizar os deslocamentos no tabuleiro, o jogador deve coordenar os possíveis movimentos correspondentes a suas próprias peças, assim como as do seu adversário.

Além disso, prever futuras jogadas é uma competência necessária ao jogador que se envolve e tem por objetivo vencer o jogo.

As regras originais do jogo são:

TRAVERSE[25]

Descrição:

O jogo é constituído de um tabuleiro quadriculado de 10x10 cm e de 8 peças de cada cor (azuis, amarelas, vermelhas e verdes), sendo: 2 triângulos, 2 losangos, 2 círculos e 2 quadrados. Jogam 2 a 4 parceiros.

Objetivo:

Mover todas as peças de sua fileira inicial para o lado oposto do tabuleiro (fileira de destino).

Regras:

1) Cada jogador escolhe uma cor e coloca suas peças de um lado do tabuleiro (fileira inicial), na ordem que considerar conveniente, sem incluir os cantos;

2) As peças devem ser movidas de acordo com seu formato (losangos e triângulos devem apontar sempre para frente, o que facilita visualizar seus movimentos):

quadrados: movem-se vertical e horizontalmente;

losangos: têm movimentos diagonais para frente e para trás;

[25] Informações e regras do Jogo extraídas de SILVA, Aparecida Francisco. KODAMA, Helia Matiko Yano. **Jogos no Ensino da Matemática**. II Bienal da Sociedade Brasileira de Matemática, UFBa, 25 a 29 de outubro de 2004. Disponível em: <http://www.bienasbm.ufba.br/OF11.pdf> Acesso em 27 nov. 2010.

triângulos: movem-se nas diagonais somente para frente e na vertical para trás;

círculos: podem fazer movimentos em todas as direções.

3) As peças podem ser movidas um espaço de cada vez, em direção a um espaço vazio; ou com passes curtos ou longos (vide regras 4 e 5).

4) **Passes curtos:** O jogador pode **"pular"** por cima de qualquer peça, desde que essa seja vizinha à sua e a próxima casa, na direção da jogada, possa ser ocupada. As peças **"puladas**" não são capturadas nem voltam ao início do tabuleiro, servindo apenas como "**trampolim**" para o salto (exceção feita ao círculo – vide regra 7);

5) **Passes longos:** O passe pode ter longa distância, passando por cima de uma peça que não esteja adjacente à sua, desde que haja simetria entre os espaços vazios antes e depois da peça pulada, mais uma casa que a peça do jogador ocupará ao final do passe;

6) **Séries de pulos:** O jogador poderá fazer uma série de pulos consecutivos, contanto que cada passe esteja de acordo com as regras do jogo;

7) **O círculo**: se o jogador passar por cima do círculo de um adversário, deve colocá-lo na fileira inicial para que recomece sua travessia. Quando o jogador usar seu próprio círculo como trampolim, o círculo deve permanecer onde estava (antes da jogada)

8) Ao chegar na fileira de destino, as peças não podem mais voltar ao tabuleiro nem serem movidas na própria fileira de chegada;

9) O jogo termina quando um jogador conseguir chegar com suas oito peças no lado oposto do tabuleiro.

Quadro 7: Regras do jogo Traverse

Para esse encontro, o jogo Traverse foi adaptado, reduzindo-se o número de peças do tabuleiro para quatro por participante, sendo estas: um quadrado, um losango, um triângulo e um círculo. Consequentemente, o tabuleiro passou a ter dimensões 6x6, ou seja, contendo 36 casas.

O jogo foi realizado em duplas, de modo que as professoras participantes pudessem se familiarizar com as regras e estratégias desse jogo.

Após o jogo, deveriam responder aos seguintes questionamentos:

1) Qual a peça que tem maior mobilidade no jogo?
2) Por qual peça você iniciou suas jogadas? Por quê?

3) No decorrer do jogo, você elaborou estratégias ou preferiu adotar a técnica da experimentação?
4) Há chances do jogador, com as peças distribuídas, conforme a figura abaixo, ganhar a partida? Explique.

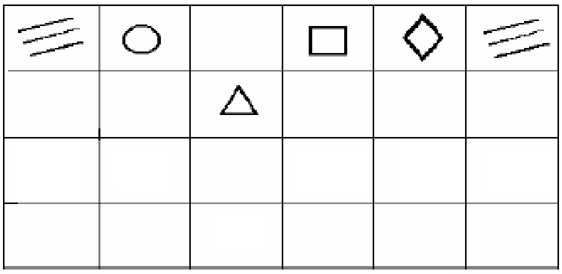


Figura 77: Análise de jogada

Análise da atividade 8:

Devido ao adiantado da hora, o Jogo Traverse, em sua versão adaptada, não chegou a ser realizado, utilizando-se de todos os seus recursos como os saltos longos e a particularidade do caso da peça circular.

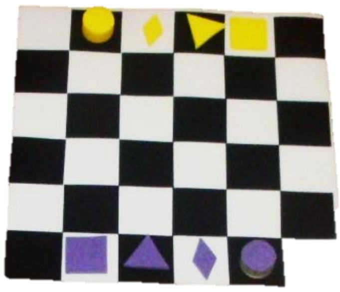


Figura 78: Tabuleiro adaptado e peças confeccionadas para aplicação

A atividade com o jogo limitou-se ao reconhecimento das formas e exercício de movimentação das peças, conforme as regras. As professoras participantes ensaiaram algumas jogadas e até atingiram o objetivo do jogo, que é o de realizar a travessia das peças, porém, poucas realizaram saltos curtos, que envolvia simetria.

Figura 79: Professoras realizando os movimentos de cada peça, conforme as regras do jogo.

O jogo é interessante e poderia ter sido mais explorado, isso se houvesse tido o tempo necessário para fazê-lo. Não chegamos a realizar a discussão sobre o jogo, assim como as professoras não responderem as questões previstas na atividade.

Atividade 9: AVALIAÇÃO DO TERCEIRO ENCONTRO

A cada professora participante, foi entregue uma ficha, conforme modelo abaixo, para que pudessem avaliar o curso.

Modelo de ficha a ser preenchido pelas professoras participantes:

UFRGS
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL – UFRGS
Instituto de Matemática
Programa de Pós- Graduação em Ensino de Matemática
Mestrado Profissionalizante em Ensino de Matemática

INSTITUTO DE MATEMÁTICA UFRGS
ppgensimat

AVALIAÇÃO DO CURSO

1) Comente sua aprendizagem no decorrer dos três encontros.
2) Aponte destaques dos nossos encontros.
3) Outras considerações.

Além disso, foi solicitado que respondessem a questão:

Qual sua formação, idade e tempo de magistério?

Aspectos referentes à avaliação do curso:

Nesse encontro pôde-se perceber as professoras mais animadas para a realização das tarefas. Talvez um dos possíveis motivos, para isso, seja o fato de que estas estavam se sentindo mais encorajadas a participar das atividades, sem a preocupação inicial da exposição pessoal de possíveis erros. Um depoimento que confirma essa percepção é: *"construí juntamente com as colegas conceitos já esquecidos, superei dia-a-dia minhas dificuldades".*

Em relação aos destaques dos encontros, as professoras apontaram o tema da simetria como um dos mais relevantes. Talvez esse fato se justifique pelo tema da simetria fazer parte dos conteúdos recomendados pelos PCN (1997) e não ser trabalhado em sala de aula, de acordo com a fala das próprias professoras.

5.2. CONSIDERAÇÕES A RESPEITO DA APLICAÇÃO DA PROPOSTA

O sentimento inicial, por parte das professoras, em relação ao estudo, era de muita curiosidade sobre a possibilidade de aprender algo novo, uma vez que estávamos diante de um grupo de professoras que, em média, tinham mais de quinze anos de atuação docente. Pelo mesmo motivo, eram grandes as expectativas da professora-pesquisadora no sentido de partilhar as novas ideias com profissionais experientes.

Considerando os objetivos propostos para o curso, pode-se salientar as dificuldades inesperadas demonstradas pelas professoras em relação: 1) à transposição de figuras do Geoplano para o papel quadriculado; 2) à transformação de figuras planas; 3) à identificação com nomenclatura de quadriláteros; 4) à realização de alguns movimentos. Constatou-se, também, que a habilidade quanto à orientação no espaço é uma competência pouco desenvolvida entre as professoras e delas com seus alunos.

Tais dificuldades podem ser justificadas pela formação recebida por essas professoras que frequentaram uma escola que priorizava a competência algébrica em detrimento da geométrica. Nesse sentido, pôde-se constatar que os ideários da Matemática Moderna pouco influenciaram a formação dessas professoras dos Anos Iniciais.

Apesar das dificuldades encontradas na realização de algumas tarefas, é preciso vê-las sob outra ótica, a de uma reação que, embora lenta, indica a possível inserção desse tema nos planos de estudos para o próximo ano escolar, tendo em vista as manifestações das professoras de que, adaptadas a outra faixa etária, muitas das atividades propostas no curso demonstravam potencial para serem aplicadas a seus alunos.

Pôde-se verificar, no decorrer do curso, mudanças nas concepções das professoras quanto ao modo de ver e fazer Matemática em sala de aula, conforme o depoimento de uma professora, quando esta diz que *"a Matemática não é só feita de cálculos exatos com o uso do caderno. Com certeza todas as propostas de tarefas enriquecerão minha docência".* Ou seja, foram capazes de identificar uma Matemática que não se restringe a algoritmos.

Esse trabalho "tocou" as professoras em diferentes dimensões, por um lado por expor algumas de suas dificuldades, e, por outro, pela percepção de que a Matemática também se manifesta em obras de Arte, em figuras coloridas etc.

Diante do exposto, da superação das dificuldades e do entusiasmo demonstrado, ao final do curso, considera-se que os principais objetivos traçados foram alcançados, principalmente em relação ao modo de ver e fazer Matemática em sala de aula nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

6 O ESTUDO DAS TRANSFORMAÇÕES GEOMÉTRICAS COM O GRUPO B

A sequência didática produzida para os participantes do Grupo B foi baseada na produzida para o Grupo A. Algumas atividades, tendo em vista suas potencialidades, foram aplicadas da mesma forma em ambos os grupos. Outras foram adaptadas, considerando-se as características dos alunos, que constituem o Grupo B. Além disso, foram inseridas novas atividades nessa segunda versão, bem como excluídas algumas, consideradas não adequadas aos alunos do 6º ano.

Com a finalidade de analisar a possibilidade do estudo de transformações geométricas no 6º ano do Ensino Fundamental, as atividades propostas têm como objetivo:

- Identificar figuras semelhantes e não-semelhantes por meio da transformação de medidas;
- Abordar o estudo das isometrias: translação, reflexão, rotação;
- Reconhecer figuras simétricas, identificando seus eixos de simetria;
- Aplicar os movimentos de translação, reflexão e rotação em produções artísticas;
- Avaliar, por meio da produção dos alunos, suas aprendizagens com relação ao estudo realizado.

Seguem, portanto, as 15 atividades realizadas com os alunos, juntamente com resultados produzidos por eles e análise referente a cada uma.

6.1. SEQUÊNCIA DIDÁTICA B

Atividade 1: TRANSFORMANDO FIGURAS

Os alunos receberam a imagem de um barquinho, conforme figura abaixo, em malha quadriculada cujas quadrículas tem 0,5 cm de lado. A seguir, foi proposto que reproduzisseam a mesma imagem em outra malha quadriculada, na qual cada quadrícula tinha 1 cm de lado. Esta atividade contribuiu para o desenvolvimento, dos alunos, da noção de semelhança.

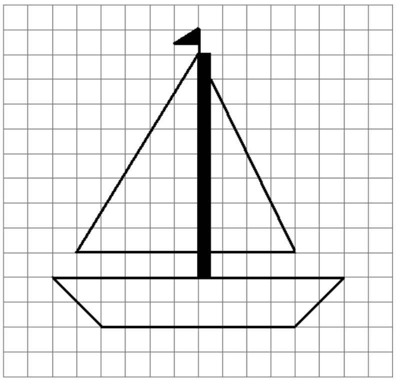


Figura 80: Barco

Para identificar e exercitar o traçado de algumas curvas, a figura seguinte, proposta igualmente a todos os alunos, foi:

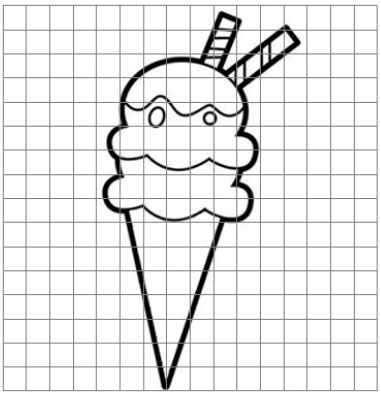


Figura 81: Sorvete

Análise da atividade 1:

Os alunos apresentaram alguma dificuldade, quanto à reprodução de figuras do papel quadriculado para outro, cujas quadrículas eram maiores. Estas se concentraram na contagem das quadrículas que compunham a figura original, como, por exemplo, a base da vela do lado direito, que na figura original, tinha 3,5 quadrículas, alguns alunos desenharam com 5; ou ainda, o mastro do barco original, que possuía 9 quadrículas de altura, foi desenhado com 6, 7 ou 8 quadrículas.

A metade dos alunos que realizaram a tarefa não conseguiu reproduzir a figura do barco original, composta apenas por segmentos retos. Por isso, a atividade foi refeita em casa, após terem sido marcadas, pela professora, as medidas não condizentes com a figura original. Mesmo assim, 10% dos alunos voltaram a representar seus barquinhos com medidas diferentes da original, porém agora em outras partes da figura, que antes estavam corretas.

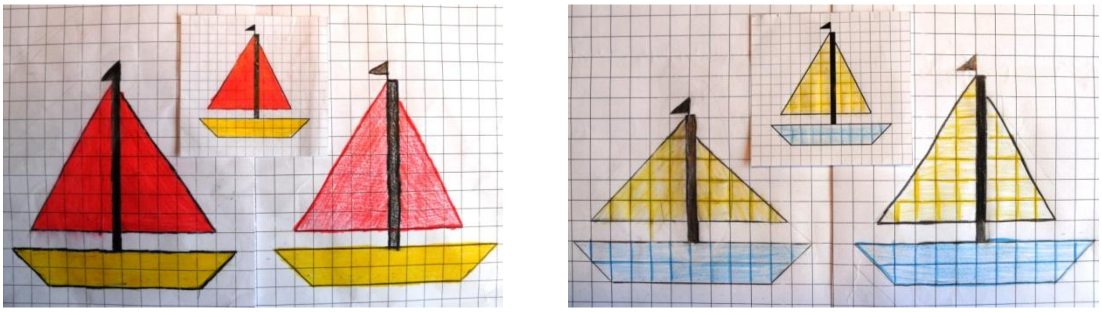


Figura 82: Primeiras e segundas versões da reprodução dos barquinhos.

A figura do sorvete, composta por traçados curvos, mostrou-se muito mais trabalhosa aos alunos. Diferentemente do barquinho, em que os alunos ligavam alguns pontos e os uniam com a régua, o sorvete teve de ser feito quase todo a mão livre. Este fato exigia muito mais concentração e observação dos alunos, quanto ao formato original da figura, o que levou 57% dos alunos a executarem a tarefa com medidas diferentes da original. Estes alunos refizeram seus trabalhos e assim mesmo, 25% deles ainda apresentavam medidas erradas.

Figura 83:Reproduções dos sorvetes.

Figura 84: Primeira e segunda versões da reprodução do sorvete por um aluno.
A segunda versão ainda apresenta erros, se comparada à figura original.

Atividade 2: AMPLIANDO SEGMENTOS DE RETA

Os alunos receberam papel quadriculado e foi solicitado que, dados alguns segmentos de reta, eles duplicassem o tamanho desses segmentos. O objetivo dessa atividade era familiarizar o aluno com a ampliação de segmentos, principalmente aqueles que não são paralelos ou perpendiculares aos lados das quadrículas.

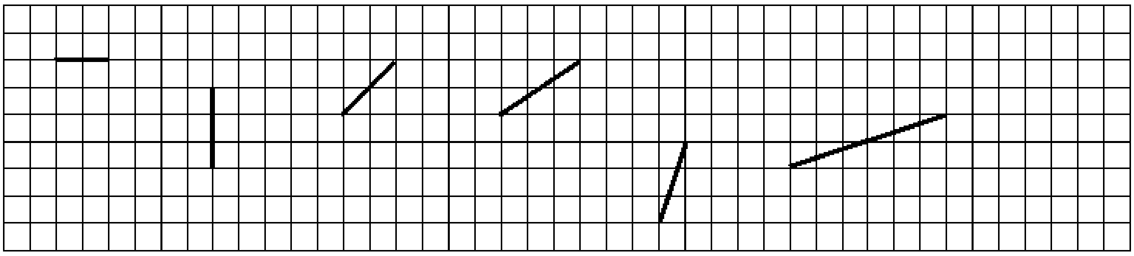


Figura 85: Segmentos de reta para ampliação

Análise da atividade 2:

Ampliar segmentos de reta, quando estes eram paralelos às linhas do papel quadriculado, ou ainda, quando estes representavam diagonais de quadrados, mostrou-se uma tarefa acessível aos alunos. Contudo, a ampliação de outros segmentos transversais, aqueles que representavam diagonais de retângulos não quadrados, causou maior dificuldade.

Esta consistia na não identificação de que a inclinação do segmento ampliado deveria ser a mesma do da figura original, ou seja, os alunos contavam quantas quadrículas haviam sido "atravessadas" pelo segmento original, dobravam essa medida e desenhavam outro segmento de forma que este "atravessasse" o dobro de quadrículas do anterior.

A figura abaixo ilustra o procedimento adotado pela maioria dos alunos para a duplicação de um segmento de reta transversal ao quadriculado.

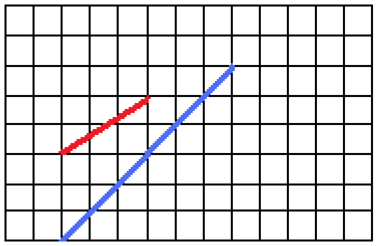


Figura 86: Representação utilizada por alguns alunos.

O argumento utilizado pelos alunos, para defender sua produção, era de que “na primeira figura três quadradinhos foram atravessados e, na segunda, seis, que é o dobro de três”.

O modo utilizado pela professora-pesquisadora, para que todos conseguissem realizar suas ampliações foi, primeiramente, traçar o retângulo cuja diagonal seria representada por aquele segmento e, dobrando-se as medidas dos lados no novo retângulo, desenhar outro maior e, então, traçar sua diagonal.

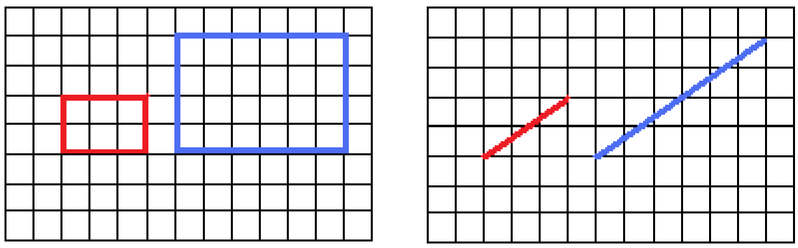


Figura 87: Representação do modo como foi explicado pela professora.

Esse mesmo procedimento foi adotado para justificar por que as representações iniciais estavam equivocadas. Por fim, todos os alunos conseguiram completar a atividade corretamente.

Atividade 3: Transformando Figuras Geométricas

Nesta atividade os alunos foram desafiados a transformar algumas formas geométricas, utilizando, para isso, papel quadriculado. A transformação ocorreu segundo as orientações que seguem abaixo:

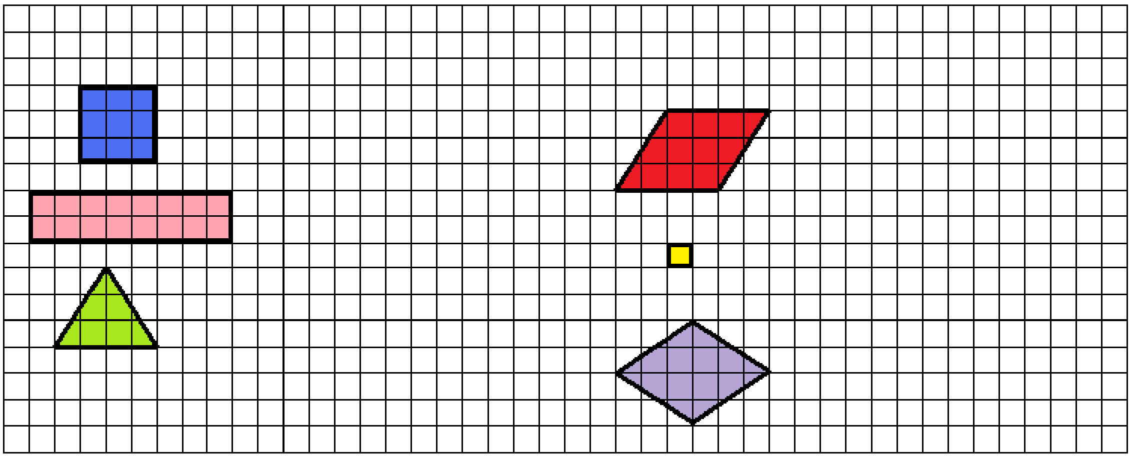


Figura 88: Conjunto de figuras geométricas planas a serem transformadas

- *Quadrado (3x3)*: dobrar as medidas dos lados;
- *Retângulo*: dobrar a medida da horizontal e manter a medida da vertical;
- *Triângulo*: triplicar a medida da horizontal e dobrar a medida da vertical;
- *Paralelogramo*: manter a medida da horizontal e dobrar a medida da vertical;
- *Quadrado (1x1)*: quadruplicar a medida da horizontal e dobrar a medida da vertical;
- *Losango*: transformação livre, registrando o que foi realizado.

Análise da atividade 3:

O primeiro obstáculo foi o fato dos alunos desconhecerem a nomenclatura das figuras geométricas planas básicas, assim como o vocabulário relativo à horizontal e vertical. A realização da atividade anterior, envolvendo ampliação de segmentos de reta, foi fundamental para que os alunos obtivessem maior sucesso nessa atividade, uma vez que os polígonos são formados por segmentos de reta. Todos os alunos conseguiram realizar a atividade corretamente.

Atividade 4: Transformando Figuras

Nesta atividade, os alunos receberam ilustrações de alguns objetos e malha quadriculada de mesmo tamanho em que estava a figura dada. Os alunos receberam instruções a respeito de como deveria ocorrer a transformação das figuras e, respeitando-as, deveriam realizar a atividade.

Figuras entregues aos alunos para serem transformadas:

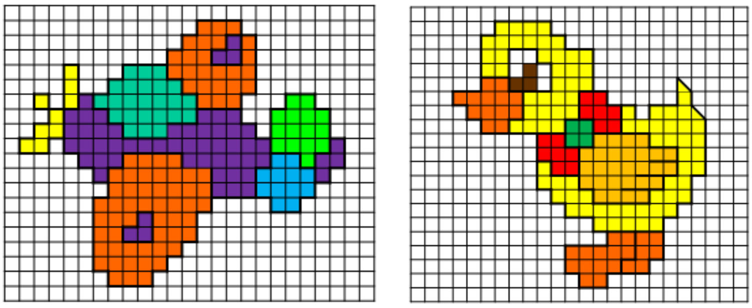


Figura 89: Imagens utilizadas para transformação

As transformações ocorreram de acordo com as seguintes instruções, distribuídas uma por figura:

- *Dobrar a medida da unidade na vertical e manter a medida da unidade na horizontal.*
- *Dobrar a medida da unidade na horizontal e manter a medida da unidade na vertical.*
- *Dobrar a medida da unidade na horizontal e dobrar a medida da unidade na vertical.*

Análise da atividade 4:

Essa atividade mostrou-se interessante do ponto de vista em que os alunos precisaram criar estratégias para a execução da mesma. Uma das mais utilizadas consistia em um aluno da dupla ir passando o lápis sobre o contorno da figura recebida e ir ditando as instruções ao outro colega da dupla que, simultaneamente, corria seu lápis sobre o papel quadriculado, já considerando as alterações nas medidas, conforme instrução recebida. Criaram uma espécie de pantógrafo, onde a fala conectava os movimentos de ambos.

Figura 90: Alunos realizando as transformações nas figuras.

86% das duplas realizaram a atividade de maneira satisfatória. Depois de observadas as figuras transformadas, muitos alunos ficaram intrigados com o fato de algumas terem ficado “espichadas” ou “esticadas”, segundo eles, e outras não.

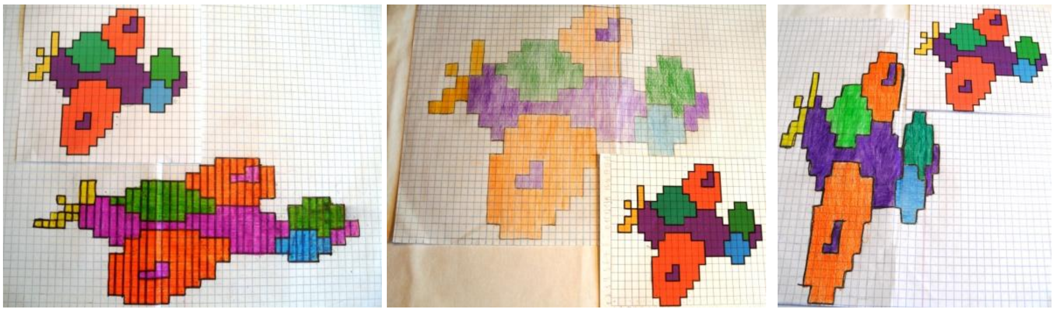


Figura 91: Figuras transformadas pelos alunos.

Para desvendar o motivo pelo qual havia ocorrido esse fato com algumas figuras, cada dupla, cuja figura havia sido “esticada”, leu as instruções que havia recebido para realizar a transformação. Estas consistiam em: “dobrar a medida da unidade na vertical e manter a medida da unidade na horizontal” e “dobrar a medida da unidade na horizontal e manter a medida da unidade na vertical”, enquanto aquelas figuras que não estavam “esticadas” tinham recebido a orientação para “dobrar a medida da unidade na horizontal e dobrar a medida da unidade na vertical”.

Ao comparar as orientações recebidas, um dos alunos rapidamente se manifestou, dizendo “para não ficar ‘esticado’ não se pode mexer diferente na figura. Se dobrar uma medida tem que dobrar a outra também”. Assim, a ideia de proporcionalidade foi se tornando mais clara para os alunos.

Atividade 5: Movimento de Translação

Foram distribuídas aos alunos tiras de papel em formato retangular e fichas, também de papel, em formato quadrado. Uma das dimensões da ficha de papel era igual à largura da tira e o comprimento desta tira era um valor múltiplo da outra dimensão da ficha.

Exemplo:

Figura 92: Exemplo da execução da atividade envolvendo o movimento de translação.

A ficha de papel, entregue aos alunos, tinha alguns recortes, previamente realizados pela professora.

Exemplo de recorte:

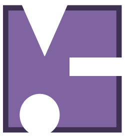


Figura 93: Molde

Esta ficha serviu como uma espécie de carimbo. Dando sequência à atividade, os alunos colocaram, sobre a tira de papel, o "carimbo" recebido, fazendo coincidir a medida de mesma dimensão. A seguir, pintaram, na tira de papel, os espaços vazados.

Figura 94: Pintura referente a primeira ação de posicionamento do "carimbo"

O carimbo foi sendo deslocado, nesse caso para a direita, e os espaços vazados, de maneira semelhante, continuaram sendo pintados. Esse procedimento foi repetido até o final da tira de papel.

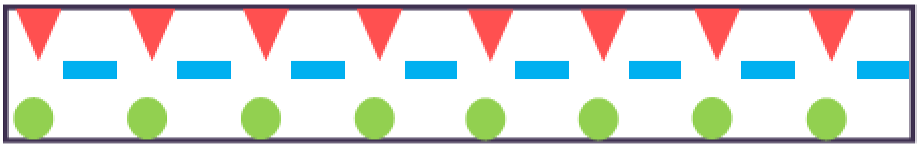


Figura 95: Padrão obtido por meio da translação do carimbo.

Definiu-se o movimento de TRANSLAÇÃO como a transformação em que a imagem de uma figura é obtida pelo deslocamento paralelo de todos os seus pontos a uma mesma distância, direção e sentido. Nesse movimento, são mantidos o tamanho e a forma da figura original.

Uma variação dessa atividade seria deixar que cada aluno criasse seu próprio "carimbo", a partir de recortes na ficha quadrada. A opção em se entregar a ficha, previamente recortada, deveu-se ao fato de este ser um primeiro contato dos alunos com o movimento de translação. Cada aluno teve a opção de colocar sua ficha da maneira que mais lhe conviesse sobre a tira.

Atividade 6: MOVIMENTO DE REFLEXÃO

Utilizando o mesmo carimbo da atividade anterior, trabalhamos com o movimento de reflexão. Imaginando a existência de um espelho (eixo de reflexão), o carimbo deveria sofrer um movimento de tal modo que sua imagem ficasse refletida, segundo este eixo. Por exemplo: um ponto que estava a 2cm à esquerda do espelho, após a reflexão, ficaria 2 cm à direita do espelho.

Figura 96: Posição inicial do molde ou "carimbo" para que seja aplicado o movimento de reflexão.

Imagem refletida:

Figura 97: Primeira reflexão obtida a partir do posicionamento inicial do molde.

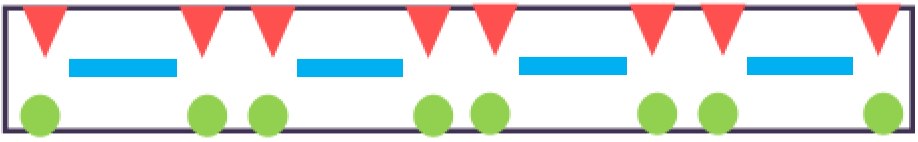


Figura 98: Padrão obtido após a reflexão do carimbo.

Se uma figura se sobrepõe a outra, segundo um eixo (espelho ou dobra no papel), verificamos que a imagem ficou refletida. Essa transformação é denominada como REFLEXÃO. Nesse movimento, são mantidos o tamanho e a forma da figura original, porém em sentido inverso.

Análise sobre as atividades 5 e 6:

A proposição de trabalhar com uma espécie de "carimbo" foi motivadora. A execução dos movimentos, primeiramente de translação e, posteriormente, de reflexão, foi rapidamente assimilada pelos alunos. Alguns deles faziam previsões de como ficariam suas produções, baseando-se na antecipação do resultado final do trabalho.

Todos os alunos realizaram corretamente ambos os movimentos. Durante a realização da atividade que envolvia o movimento de translação, ouviu-se muitas vezes, de diferentes alunos, a expressão "arrastar o carimbo no papel". Assim foi traduzido esse movimento pelos alunos do 6º ano.

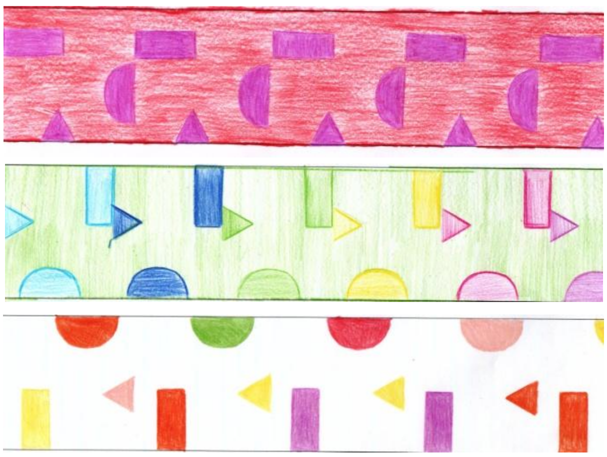


Figura 99: Produções realizadas pelos alunos por meio do movimento de translação.

O movimento de reflexão foi associado à ideia de um espelho. Os alunos realizaram o movimento de modo muito preocupado, segundo eles, para não "perder a linha" do carimbo. Alguns alunos hesitavam em desencostar o carimbo do papel com receio de que não o conseguissem colocar exatamente na posição “correta” posteriormente. Assim, durante a realização da tarefa, não podiam desencostar o carimbo da folha na qual estavam executando a atividade. A “linha” a que se referiam, na verdade, era o eixo de reflexão.

Figura 100: Produções realizadas pelos alunos por meio do movimento de reflexão.

Ao final da atividade, os alunos compararam suas produções e perceberam que muitas delas, embora possuíssem colorações distintas, eram semelhantes. Os alunos ficaram interessados em saber quantas representações diferentes haviam aparecido a partir do movimento de reflexão.

Realizamos a separação e contagem das obras e verificamos que três padrões diferentes haviam surgido. “Mas deveriam ser quatro! *Né,* sora?”, questionou um aluno. Quando solicitado que explicasse sua conclusão aos colegas, ele simplesmente disse “claro, tem quatro jeitos diferentes de colocar o carimbo no papel da primeira vez”.

Figura 101: Diferentes maneiras de posicionar o carimbo no papel.

Atividade 7: MOVIMENTO DE ROTAÇÃO

Utilizando, ainda, o mesmo carimbo da atividade anterior, trabalhamos com o movimento de rotação. Uma das "pontas" do carimbo foi fixada por um alfinete. Este ponto foi nosso centro de rotação. A seguir, os alunos pintaram as partes vazadas do carimbo e, em torno do ponto fixo, realizaram giros de $\frac{1}{4}$ de volta.

Exemplo:

Figura 102: Peça em estado inicial

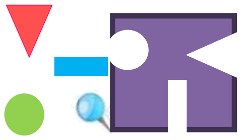


Figura 103: Peça rotacionada ¼ de volta à direita

Realizando os quatro movimentos, teremos, nesse caso:

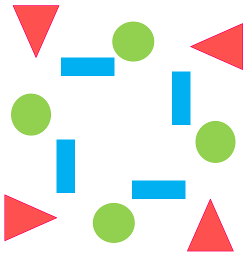


Figura 104: Resultado obtido por meio do movimento de rotação da peça

Chamamos de ROTAÇÃO a transformação em que a imagem de uma figura é obtida ao girá-la em torno de um ponto (neste caso o alfinete), percorrendo um ângulo no sentido horário ou anti-horário. Como o estudo de ângulos não havia sido tratado formalmente para esta turma, adotou-se o termo "giro" para comunicar essa ideia.

Análise da atividade 7:

Rotacionar a peça que representava o carimbo mostrou-se uma tarefa com maior grau de dificuldade. 42% dos alunos não conseguiram executar a tarefa completamente correta. No entanto, cabe destacar que o erro, predominantemente, ocorreu em apenas um dos giros, sendo os outros três, executados de forma correta.

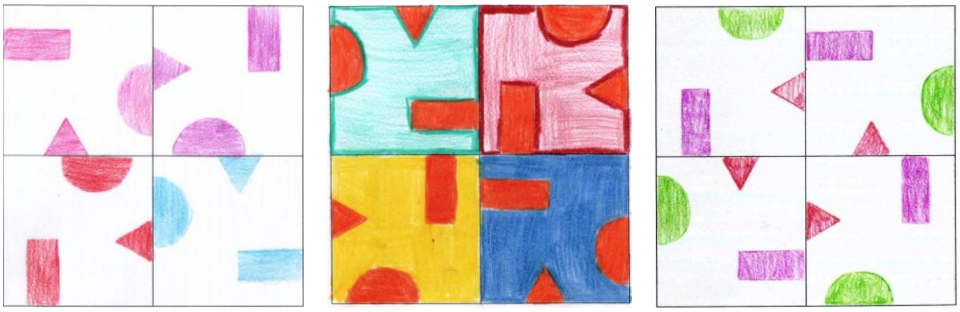


Figura 105: Produções realizadas pelos alunos por meio do movimento de rotação.

Atividade 8: ROTAÇÃO ARTÍSTICA

Cada aluno recebeu uma peça, conforme a figura abaixo:

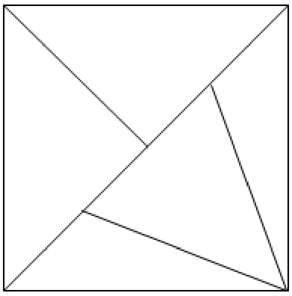


Figura 106: Molde para rotação artística

Segundo orientação dada aos alunos, eles deveriam pintá-la com três cores distintas. Após a pintura, cada aluno escolheu um dos quatro vértices da peça quadrada para representar o ponto em torno do qual esta peça foi rotacionada.

Nesta atividade, todas as rotações foram de um quarto de volta, a fim de encaixar perfeitamente as peças, compondo um quadrado maior, resultante da união dos quatro giros promovidos na peça. Para auxílio e orientação, cada aluno recebeu um quadrado maior (2x2), já com os quatro menores quadrados demarcados. Além do modo de colorir, a escolha do vértice para rotação foi livre, o que promoveu diferentes composições com a mesma peça. Esta tarefa também poderia ser realizada com moldes na forma de triângulos equiláteros ou hexágonos regulares, cujos ângulos internos também se encaixam perfeitamente.

Finalizando, foi importante destacar aos alunos que estes movimentos realizados (translação, reflexão e rotação) representavam ISOMETRIAS, ou seja, transformações que não alteram as dimensões das figuras originais, diferentemente das transformações que fizemos em figuras nas quais alteramos suas dimensões.

Análise da atividade 8:

Diferentemente da atividade anterior, em que os alunos rotacionavam o molde e, por meio dele, identificavam os espaços que deveriam ser coloridos, esta envolvia duas habilidades, pois, além da rotação, os alunos tinham de desenhar a peça posicionada, após o movimento realizado, colorindo-a posteriormente de acordo com as cores escolhidas para o molde.

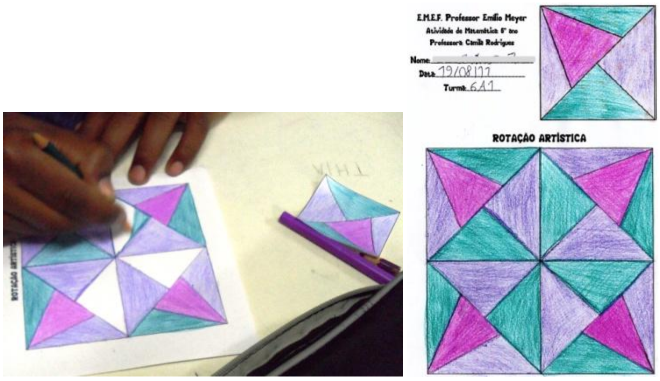


Figura 107: Produção de um aluno envolvendo o movimento de rotação.

Embora na atividade anterior uma grande parcela dos alunos tenha cometido algum engano, nesta, apenas 6% dos alunos que realizaram a atividade apresentaram equívocos de execução que, em geral, correspondiam a um quarto dos giros a serem realizados.

Apesar da segunda tarefa de rotação exigir maior habilidade, pôde-se inferir que a primeira foi essencial para o sucesso desta.

Atividade 9: Revisando Movimentos

O intuito da atividade era revisar o nome dos movimentos realizados em atividades anteriores, por meio de uma atividade considerada como uma espécie de ladrilhamento.

A cada aluno foi entregue um molde, que simbolizava um azulejo. Junto com ele, um papel em formato retangular (3x4), que representava a parede a ser ladrilhada.

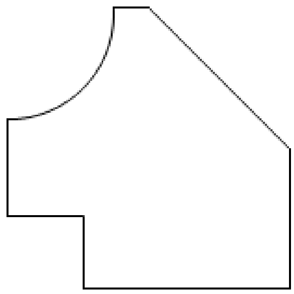


Figura 108: Molde para o ladrilhamento

Cada participante teve liberdade para ladrilhar sua parede, realizando qualquer um dos movimentos estudados, na sequência que melhor lhes conviesse. Após a atividade, os alunos responderam a questões como, por exemplo:

Observe a pintura realizada a partir da primeira peça que você colocou. Que movimento você fez, a partir desta, para obter a pintura estampada:

a) no segundo quadrado da primeira fileira
b) no terceiro quadrado da primeira fileira
c) no primeiro quadrado da segunda fileira
d) no último quadrado da segunda fileira

Análise da atividade 9:

Alguns alunos preocuparam-se em criar um padrão, prevendo o desenho que obteriam a partir da movimentação de seus moldes. Outros alunos optaram por movimentos livres e algumas combinações que gerassem formas conhecidas, como o círculo, o triângulo ou o quadrado, sem se preocupar com o contexto todo.

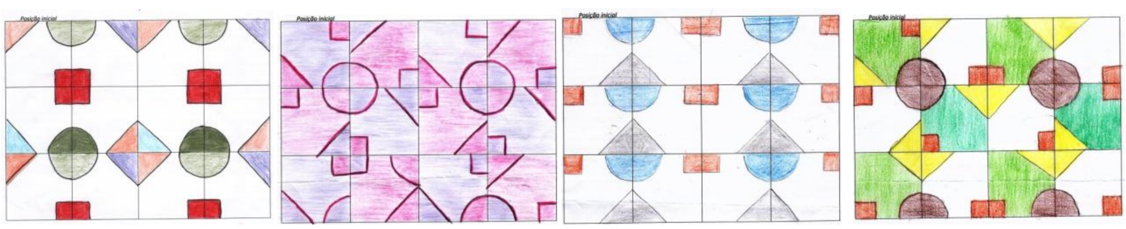


Figura 109: “Azulejos” produzidos a partir da combinação de movimentos.

Quanto ao questionário, realizado juntamente com a atividade, os alunos demonstraram muita habilidade em identificar translações e reflexões produzidas a partir do molde. No entanto, foi bastante difícil dimensionar as rotações, quando estas apareciam por meio de um movimento composto de reflexão e rotação.

Mesmo sem terem estudado frações no ano anterior (5º ano) e, tampouco no 6º ano, os alunos se expressavam, utilizando termos como, por exemplo, um quarto de volta para a direita. Essa noção foi desenvolvida na atividade de Rotação e, posteriormente, Rotação Artística, onde cada peça do molde, “girava” quatro vezes. Assim sendo, os alunos observaram que, depois de quatro “giros”, uma peça retornava ao seu estado inicial. A partir de então, expressões como “meia volta” ou “um quarto de volta” passaram a fazer parte do vocabulário utilizado nas aulas.

Atividade 10: Eixo de Simetria

Para essa atividade, foi necessário apenas uma folha de papel e cola colorida. Ela teve o objetivo de oportunizar ao aluno uma melhor visualização e percepção do significado de um eixo de simetria em uma figura.

Cada aluno recebeu um pedaço de papel. Nesta folha, deveria fazer uma única dobra, onde desejasse.

Em uma das metades em branco (nos casos em que a dobra não separou a folha em duas partes de mesmo tamanho, os alunos foram orientados a utilizar inicialmente a menor porção da folha) fizeram alguns pingos ou pequenos desenhos com a cola. A seguir, com a tinta ainda úmida, realizaram a mesma dobra, conforme feito no início da atividade e pressionaram a folha, espalhando a cola com o movimento das mãos. Feito isso, abriram suas folhas novamente, que foram colocadas para secar. Com a pintura seca, exploramos as figuras obtidas.

Dizemos que esta é uma imagem simétrica, cujo eixo de simetria, nesse caso, foi representado pela dobra no papel.

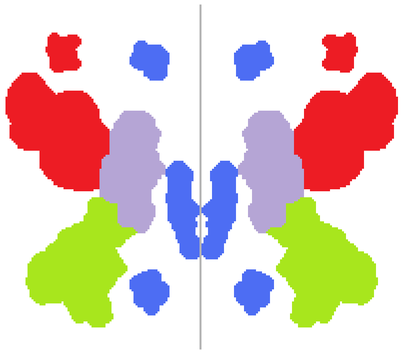


Figura 110: Figura simétrica

Na continuidade, os alunos marcaram alguns pontos em suas figuras e, com o auxílio de uma régua graduada, verificaram a distância desse ponto até o eixo de simetria (dobra).

A seguir, partindo do eixo, verificaram a distância entre o ponto assinalado e o ponto que coincidia com este, ao se realizar a dobra no papel. Foi necessário tomar o cuidado para que a régua se mantivesse perpendicular ao eixo de simetria.

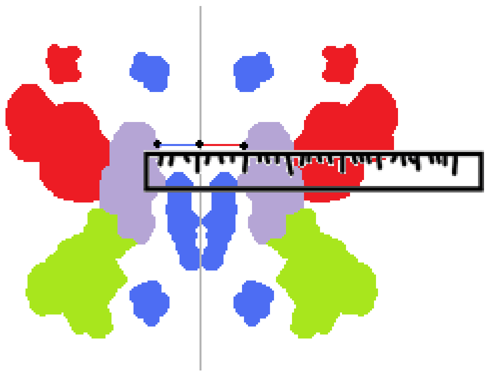


Figura 111: Medição da distância entre pontos

Assim, concluímos em grupo que, em uma figura simétrica, cada ponto da figura possui um simétrico equidistante do eixo de simetria.

Análise da atividade 10:

A primeira parte da atividade, que consistia em escolher três cores de tinta e pingar sobre o papel foi, sem dúvida, uma das realizadas com maior entusiasmo pela turma. Os alunos ficaram surpresos ao verem o produto obtido, pois, em suas manifestações, indicavam que não haviam antecipado o resultado da atividade. Inclusive, muitos alunos pediram para repetir o procedimento, a fim de confirmarem esse resultado, proveniente da ação, que "estampava" uma figura igualmente em ambos os lados do eixo de simetria.

Na continuação da atividade, que exigia o uso da régua graduada, os alunos de 6º ano demonstraram falta de habilidade em sua utilização. Havia muitas dúvidas com relação ao início da medição, se esta deveria partir do "zero", do "um" ou da extremidade física da régua, anterior ao zero. Fora isso, a atividade ocorreu sem maiores problemas. Os alunos realizaram as medições para comprovar que a distância entre os pares de pontos destacados, com relação ao eixo, era igual e que, portanto, eram simétricos.

Atividade 11: FIGURAS SIMÉTRICAS

Com o auxílio da régua graduada, os alunos traçaram o simétrico das figuras dadas, com relação ao eixo demarcado:

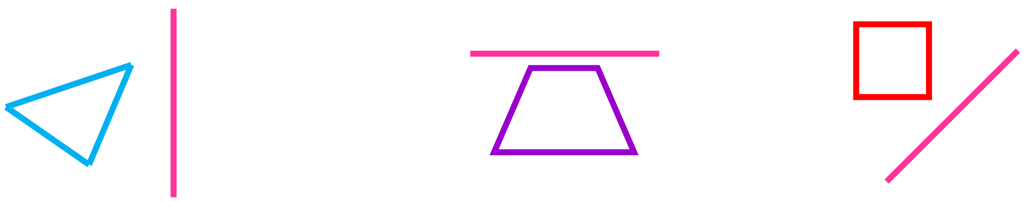


Figura 112: Conjunto de figuras planas para que sejam encontradas suas simétricas correpondentes

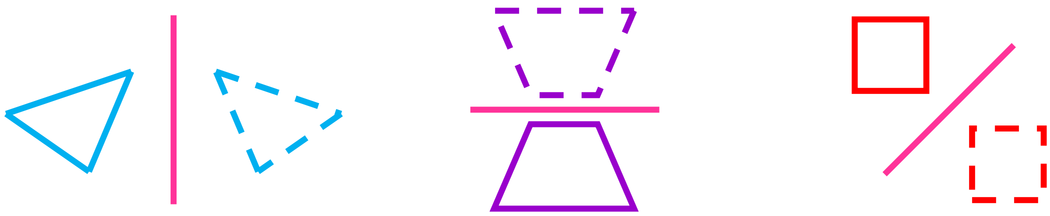


Figura 113: Obtenção das figuras simétricas

Análise da atividade 11:

Houve certa dificuldade, por parte dos alunos, em reproduzir figuras simétricas às originais, tendo em vista que, sem o recurso do papel quadriculado, a localização e demarcação de alguns pontos eram feitas sem muita precisão com relação à preservação das distâncias. Outro fator que dificultou o traçado foi a não utilização de esquadros pelos alunos, uma vez que este recurso não estava disponível.

Sem o esquadro, uma alternativa seria justapor, ao eixo de simetria dado com a figura, o lado da régua perpendicular ao que possui a numeração da mesma e, então, medir e demarcar alguns pontos. Esta “alternativa” proposta não surtiu efeito, tendo, inclusive, um efeito prejudicial ao andamento da tarefa, pois, com a régua justaposta ao eixo, os alunos não conseguiam verificar as distâncias entre o eixo e o ponto que desejavam marcar. Esse fato ocorria devido ao fato de haver um espaço entre o início da régua até a demarcação do número zero.

Tendo em vista a dificuldade no manuseio da régua, outras formas para a realização da atividade foram surgindo. Alguns alunos optaram por trabalhar em duplas, fazendo uso de duas réguas. Assim, enquanto um aluno segurava uma das réguas justaposta ao eixo de simetria, o outro deslizava sua régua por cima da primeira, fazendo coincidir o traço referente ao número zero com o eixo de simetria para, então, realizar as medidas e marcações.

Outros alunos dobraram suas folhas de papel sobre o eixo de simetria e riscaram o verso de suas folhas, exercendo uma forte pressão sobre o papel, fazendo surgir o traçado simétrico. Alguns, ainda, traçaram segmentos de retas partindo de cada vértice da figura dada, primeiramente, sem qualquer preocupação com as medidas. Após, mediam as distâncias originais e as reproduziam sobre os segmentos traçados, obtendo novos pontos que, unidos, representavam a figura “simétrica” da original. Novamente, a falta de recursos como o esquadro foi sentida, uma vez que boa parte dos segmentos traçados não era, exatamente, perpendicular ao eixo de simetria dado.

Atividade 12: MEU NOME...

Foi distribuído papel quadriculado aos alunos e solicitado que nele escrevessem o próprio nome, preenchendo por inteiro cada quadradinho a fim de compor as letras do seu nome.

A seguir, foi solicitado que traçassem uma linha horizontal, abaixo do nome e que, orientando-se por ela, realizassem a reflexão de seus nomes. Ou seja, deveriam imaginar que tal linha representava um espelho.

Após, os alunos dobraram seu papel quadriculado sobre o eixo de simetria, e puderam verificar que cada letra coincidia com sua reflexão.

Por fim, foram analisadas cada uma das letras dos nomes dos alunos (cada aluno trabalhou com as letras do seu nome), e os alunos tiveram de responder: *Quais dessas letras do seu nome apresentam eixo de simetria?*

Análise da atividade 12:

A atividade foi realizada corretamente por todos os alunos que, demarcando um eixo de simetria, refletiram seus nomes sem muitas dificuldades. Quanto à percepção sobre em quais letras haveria eixo de simetria, houve uma pequena discussão a respeito da letra B pois, um dos alunos o havia feito simétrico e outro não.

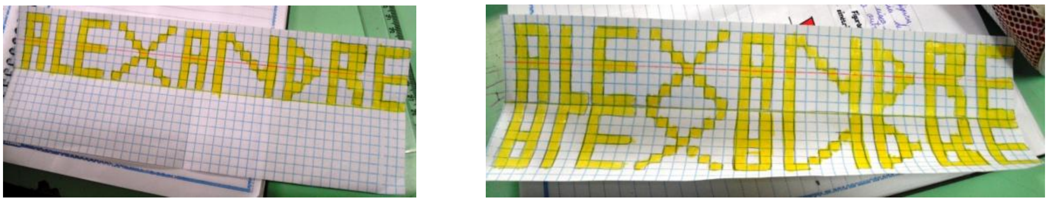


Figura 114: Nome refletido.

Alguns escritos tiveram de ser refeitos, uma vez que, tendo o nome do aluno mais de sete letras e, devido ao não planejamento inicial da escrita, o tamanho da folha de papel quadriculado disponibilizada não era suficiente.

Atividade 13: Simetria nas Figuras Geométricas

Nesta atividade, foi feita uma análise de quais das figuras abaixo apresentavam eixos de simetria e quantos seriam os seus eixos.

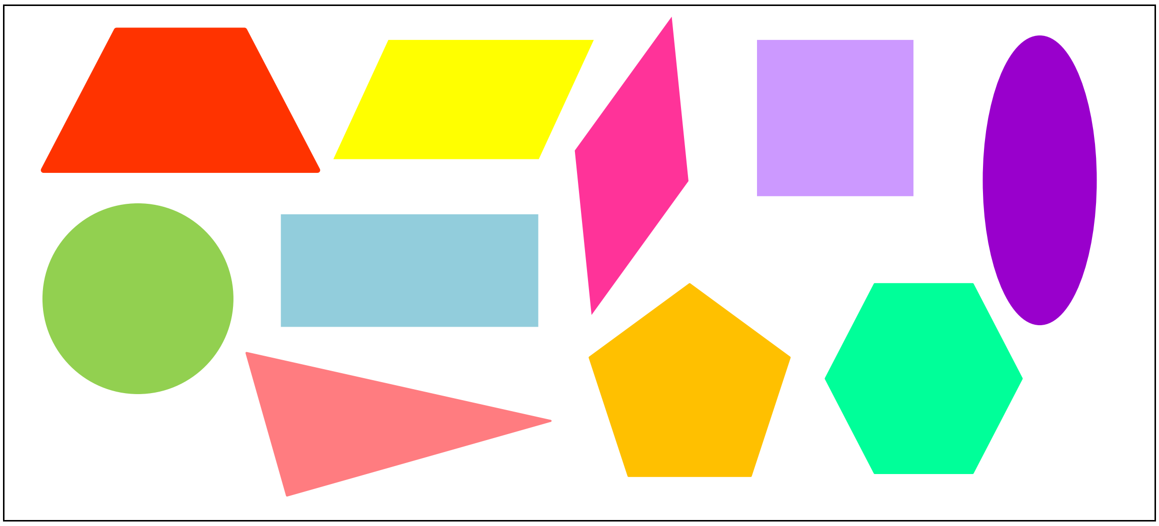


Figura 115: Conjunto de figuras para a detecção de eixos de simetria

Para constatar a existência de eixos os alunos puderam utilizar artifícios como recortar e dobrar as figuras dadas ou utilizar a régua graduada e lápis.

Posteriormente, os alunos deveriam completar a tabela:

Nome da figura	Há eixos de simetria?	Quantos?
	(...)	

Tabela 3: Algumas figuras e seus eixos de simetria

Análise da atividade 13:

A atividade foi iniciada em aula e concluída como tarefa de casa. Os alunos, em grande maioria, visualizaram e demarcaram corretamente os eixos de simetria de quase todas as figuras geométricas dadas. Houve discordância de resposta pelos alunos nas figuras do hexágono e do círculo, onde haviam sido demarcados, para o círculo, dois e quatro eixos e, para o hexágono, dois, quatro e seis eixos de simetria. Ambas as figuras foram reproduzidas em tamanho maior, para que toda a turma pudesse visualizá-las, e, por meio de dobraduras, os eixos foram sendo demarcados, primeiramente com o hexágono.

Com relação ao círculo, após algumas dobraduras, os alunos chegaram à conclusão de que muitas dobras poderiam ser feitas, embora não soubessem afirmar quantas. A ideia de um número infinito de dobras mostrou-se difícil para alguns deles que, ainda, recorrem ao concreto para justificar suas afirmações.

Outro fator relevante é o desconhecimento da nomenclatura de figuras planas básicas, como o triângulo e alguns quadriláteros, mais uma vez manifestada pelos alunos.

Atividade 14: SIMETRIA NAS OBRAS DE ARTE

Separados em seis grupos, os alunos receberam algumas figuras, conforme ilustração:

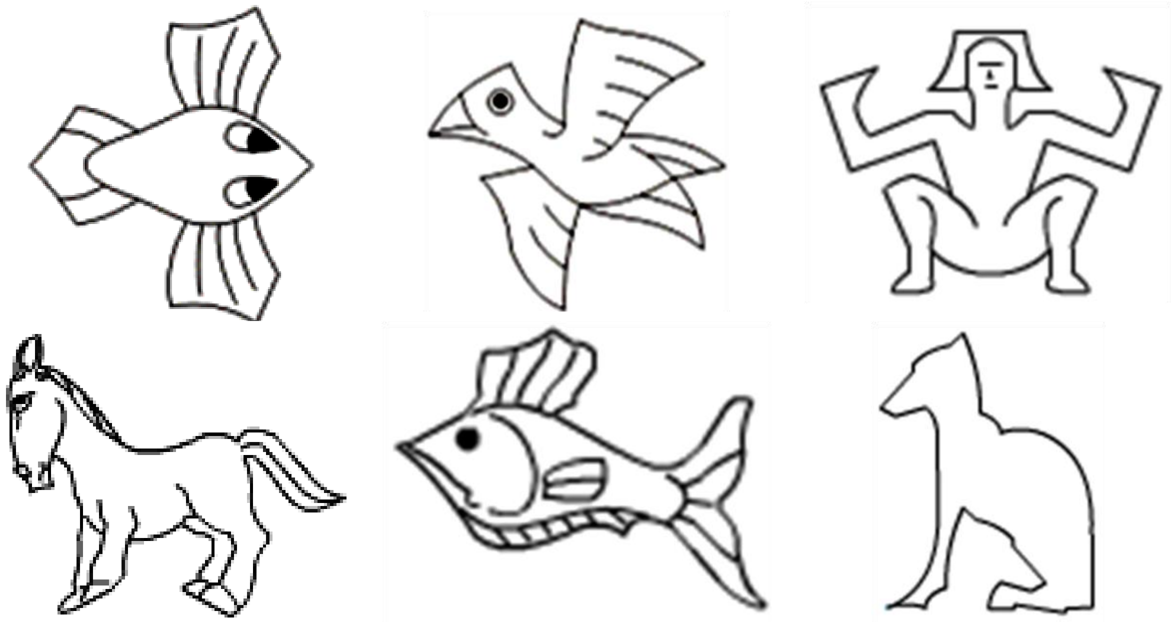


Figura 116: Conjunto com imagens[26] selecionadas para a atividade.

Cada grupo de alunos recebeu apenas uma das figuras acima. Cada aluno do grupo deveria pintar, com a mesma cor, três exemplares iguais. Estes, por sua vez, seriam recortados e reservados. Com todas as figuras em mãos, o grupo deveria fazer uma composição artística com as mesmas. Esta produção poderia ser realizada encaixando-se as

[26]Disponível em: < http://mdmat.mat.ufrgs.br/anos_iniciais/objetos/simetrizador.htm>. Acesso em 27 nov. 2010.

peças recortadas e colando-as. Espaços em branco, nessa atividade, também poderiam fazer parte da composição.

Esta sistemática de trabalho com módulos foi bastante utilizada por Maurits Cornelis Escher (1898-1972), artista holandês, que, mesmo sem muito conhecimento matemático prévio, mas, por meio de experimentações, conseguiu obter todos os tipos de combinações isométricas em suas obras.

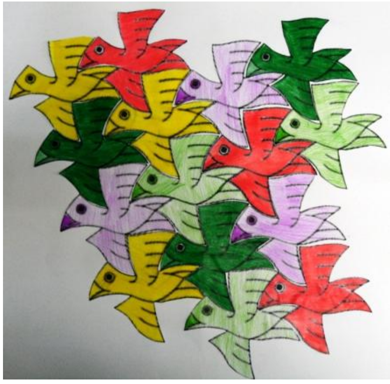
Algumas das obras de M.C. Escher:

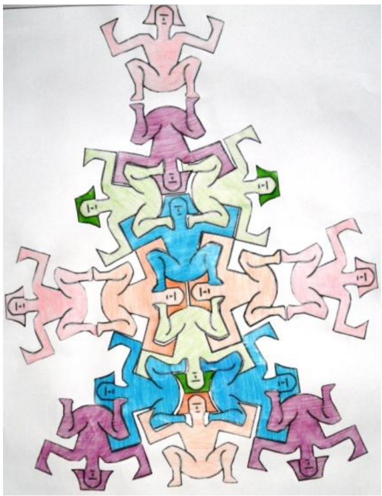
Figura 117: Conjunto de obras selecionadas de: ESCHER, M.C. The official website. Picture Gallery. Disponível em: <http://www.mcescher.com/> Acesso em 27 nov. 2010.

Análise da atividade 14:

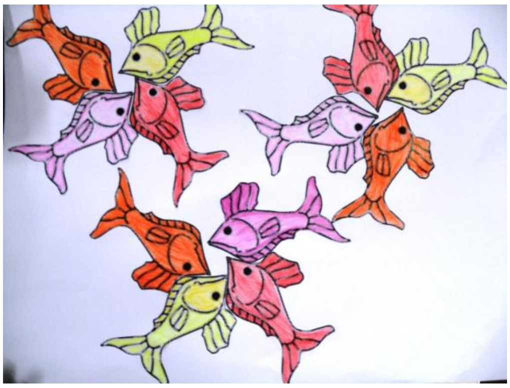
A atividade foi muito bem aceita pela turma. Os alunos ficaram surpresos ao saber que obras de arte, como as de Escher, poderiam ser criadas a partir “da Matemática” conforme disse um dos alunos.

A turma, que geralmente é bastante agitada, neste dia trabalhou de forma calma e concentrada. Todos os alunos interagiram na atividade, dando suas contribuições para a construção da mesma. Alguns alunos, inclusive, questionaram se eles também ficariam “famosos” com a realização daquelas obras.









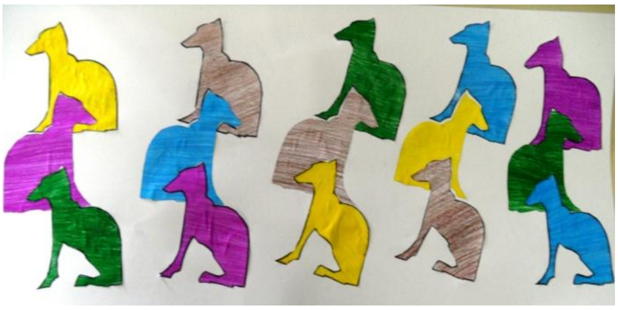



Figura 118: Produções artísticas realizadas pelos alunos, baseadas na obra de M.C.Escher.

Durante a atividade, a professora-pesquisadora foi passando pelos grupos e questionando quais dos movimentos estudados que eles identificavam em suas composições. Um dos grupos identificou apenas um movimento, enquanto todos os demais identificaram, corretamente, mais de um movimento realizado em suas peças na confecção da obra.

Ao término da atividade, cada grupo expôs aos demais colegas sua produção, que puderam observar e constatar quais foram os movimentos utilizados pelos colegas.

Atividade 15: AVALIAÇÃO DE APRENDIZAGEM

Uma das maneiras de averiguar a possibilidade do ensino das Transformações Geométricas é verificar, por meio da realização de instrumentos de avaliação, a aprendizagem dos alunos.

Os alunos, durante toda essa etapa de trabalho, realizaram atividades, na maior parte do tempo, em grupos. Todas as atividades realizadas serviram como instrumentos de avaliação. Também, foi proposta uma avaliação individual para que o aluno pudesse expressar o que aprendeu e o que ainda não pôde entender. O instrumento utilizado continha doze atividades, divididas em oito questões. Estas envolviam desde ampliação de figuras até o reconhecimento de eixos de simetria e de movimentos de translação, rotação e reflexão.

De acordo com o sistema de avaliação vigente nas escolas da rede pública municipal de ensino de São Leopoldo, RS, desde 2006, alunos que atingem entre 0% e 49% de aproveitamento nas avaliações têm rendimento insatisfatório (I), aqueles com aproveitamento entre 50% e 79% tem rendimento satisfatório (S) e, por fim, alunos com aproveitamento igual ou superior a 80% tem rendimento muito satisfatório (MS).

A seguir, ver-se-á a análise da avaliação realizada, questão por questão:

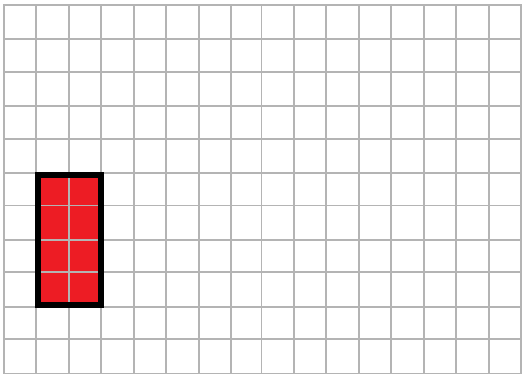
Questão 1:

Realize uma transformação na figura abaixo, da seguinte forma:

Dobre o valor da medida da vertical e quadruplique o valor da medida da horizontal.

Depois responda:

Houve distorção na figura após sua transformação? Por quê?



75% dos alunos realizaram a transformação indicada corretamente. Com relação à questão proposta, 65% dos alunos indicaram ter havido distorção da figura após sua transformação. Para justificar o fato da distorção, alunos afirmaram: "*houve distorção porque era um retângulo e virou um quadrado*", "*sim, porque dobrei o valor da vertical e quadrupliquei o valor da horizontal*" ou ainda "*sim, porque, antes, a figura não tinha o tamanho dos lados iguais e depois teve*".

Questão 2:

Observe as letras da palavra:

GATO

Quais delas apresentam eixo de simetria? Quantos são os eixos de cada letra?

Nesta questão, 38% dos alunos identificaram, corretamente, os eixos de simetria contidos nas letras A, T e O; 31% dos alunos identificaram eixos em apenas duas letras, sendo, na maioria dos casos, nas letras A e O; 25% dos alunos, embora tenham identificado eixos de simetria de forma correta em alguma letra, apontaram também a letra G como tendo um eixo de simetria; 6% dos alunos não responderam à questão.

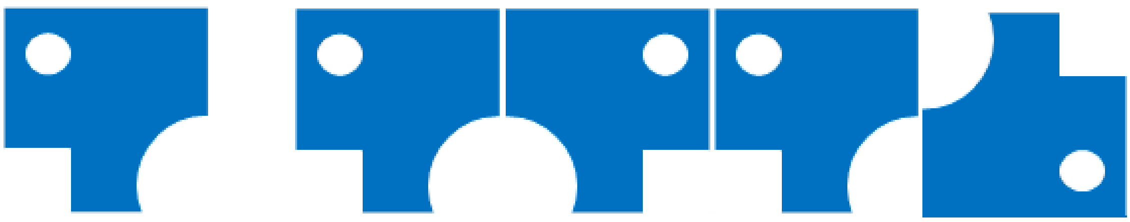
Questão 3:

Apresente um número que tenha pelo menos um eixo de simetria. Mostre onde está o eixo!

91% dos alunos conseguiram apresentar um número que tivesse eixo de simetria. Entre esses alunos, 48% indicaram o algarismo 8, 45% o algarismo 3 e 7% apontaram o 0. Por outro lado, apenas três alunos não conseguiram apresentar tal número, sendo que, dentre esses, um indicou o algarismo 5, outro indicou o algarismo 3, porém escrito de forma espelhada e outro deixou a questão em branco.

Questão 4:

Observe o carimbo confeccionado por um aluno e alguns movimentos realizados por ele:



Carimbo Posição 1 Posição 2 Posição 3 Posição 4

Agora responda:

a) Que movimento foi realizado na peça da posição 1 para a posição 2?

b) Que movimento foi realizado na peça da posição 1 para a posição 3?

c) Que movimento foi realizado na peça da posição 3 para a posição 4?

Com relação a esta questão, verificou-se que 66% dos alunos reconheceram de forma correta o movimento de reflexão, ou seja, o movimento realizado na peça da posição 1 para a posição 2.

66% dos alunos indicaram que o movimento realizado na peça da posição 1 para a posição 3 era o de translação, enquanto 31% afirmaram que o movimento seria de reflexão. Realizando-se uma análise isolada da peça da posição 1 para a 3, verifica-se que ela foi transladada, resposta esta esperada pela pesquisadora, ao propor a questão.

No entanto, o fato de alguns alunos terem indicado que este movimento seria de reflexão, despertou o interesse. Questionados a respeito desse fato, os alunos justificaram dizendo que a peça, da posição 1 para a posição 3, havia sido refletida duas vezes. Sendo assim, ambas as respostas foram aceitas como certas.

Com relação ao último item da questão, 78% dos alunos identificaram o movimento como sendo de rotação, tendo, inclusive, alunos que arriscaram escrever o quanto a peça havia sido rotacionada e para qual direção.

Questão 5:

Trace os eixos de simetria da figura abaixo:

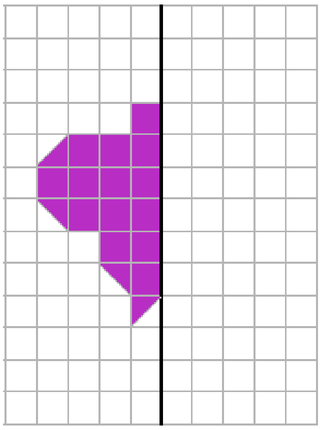
Qual o nome dessa figura geométrica?

Quantos são os eixos de simetria?

90% dos alunos identificaram corretamente a figura, enquanto 94% reconheceram os dois eixos de simetria existentes na mesma.

Questão 6:

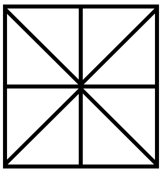
Desenhe o simétrico da figura abaixo:



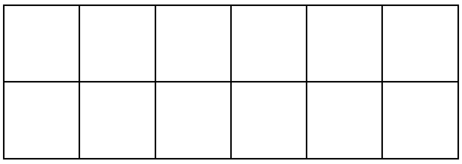
78% dos alunos refletiram corretamente a imagem dada. Os erros existentes concentraram-se, principalmente, na última quadrícula, que envolvia a reflexão de um segmento diagonal.

Questão 7:

Escolha **duas** cores diferentes para pintar a peça:



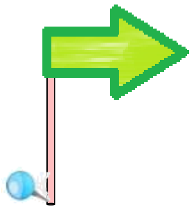
Agora, faça o movimento de TRANSLAÇÃO com sua peça, completando a faixa abaixo:



80% dos alunos realizaram de maneira correta a tarefa, transladando sua peça na faixa inferior. Quanto aos demais alunos, 15% realizaram o movimento de reflexão com sua peça na faixa, enquanto 5% dos alunos não realizaram a questão.

Questão 8:

Como ficaria a figura abaixo, se sofresse o movimento de rotação de um quarto de volta para a direita?



56% dos alunos souberam representar como ficaria a figura, após realizado o movimento indicado. 28% dos alunos realizaram um movimento de rotação, porém não o solicitado, enquanto 16% deles deixaram a questão em branco.

De um modo geral, 90% dos alunos obtiveram conceito[27] satisfatório (S) ou muito satisfatório (MS) nesse instrumento de avaliação, o que também evidencia, juntamente com as demais atividades, que este tema pode ser abordado com alunos a partir do 6º ano do Ensino Fundamental.

6.2. CONSIDERAÇÕES A RESPEITO DA APLICAÇÃO DA PROPOSTA

A primeira reação dos alunos, no início da aplicação da proposta, foi de estranheza, afinal de contas, eles não reconheciam aquelas atividades como fazendo parte do conteúdo de Matemática. Durante seis anos de trajetória escolar, a Matemática que lhes havia sido ensinada até aquele momento era resumida, basicamente, em algoritmos e pequenas expressões numéricas.

Chervel (1990) destacou a força do grupo como sendo único limitador da liberdade pedagógica do professor, conforme já mencionado anteriormente. Nesse sentido, a reação de estranheza dos alunos poderia ter se constituído numa barreira para o avanço da proposta.

Aos poucos, conforme as atividades iam sendo realizadas, os alunos passaram a identificar elementos que reconheciam como sendo "matemáticos" e a ressaltá-los para o

[27] Conceito atribuído de acordo com as orientações estabelecidas pela Secretaria Municipal de Educação de São Leopoldo.

grupo, como pequenos cálculos de multiplicação, contagem de quadrículas em papel quadriculado, determinação de medidas, tamanho dos giros etc.

A estranheza inicial, aos poucos, cedeu espaço a um processo de naturalização aos alunos, tanto quanto ao tema em estudo quanto às aulas e às atividades propostas que não se baseavam mais na cópia e resolução de exercícios no caderno.

Quando questionados, em grupo, a respeito de sua maior aprendizagem nesse período das aulas, alguns alunos disseram: *"vimos a Matemática de um jeito diferente"*, manifestando-se positivamente quanto a esse fato. É interessante comentar que alguns desses estudantes, no ano letivo anterior, eram alunos de professoras que compunham o Grupo A dessa pesquisa e que, devido a isso, tinham vivenciado a experiência da realização de uma das atividades propostas nessa sequência. Na ocasião, sua professora reproduziu, em sala de aula, a atividade vista no curso, porém, na época não fizeram relação direta com a Matemática.

O tema das tranformações geométricas abriu possibilidade para o "pensar diferente", ou seja, um pensar com estratégias diferenciadas para atingir o resultado desejado. Por exemplo, ao realizar a tranformação do patinho ou do avião, as duplas desenvolveram um algoritmo próprio, com pontos de partida diferenciados, com organização prévia do papel planejada ou não, com maneiras diversas para orientar o colega da dupla no traçado etc. Portanto, os alunos se permitiram usar modos diferentes para resolver um problema, atitude essa diferente daquela que usualmente é adotada frente às atividades matemáticas.

Nesse sentido, a proposta de trabalho com as Transformações Geométricas parece contemplar a "possibilidade de desenvolvimento integral de processos de pensamento necessários para resolução de problemas de matemática" (PAVANELLO, 1993, p.16).

Os alunos do 6º ano demonstraram habilidade com movimentos de translação, reflexão e rotação, sendo que alguns deles, inclusive, experimentavam a composição de diversos movimentos. Essa habilidade, por eles demonstrada, nos leva a refletir sobre a importância de se explorar o espaço nessa perspectiva, pois quando os PCN (1997) indicam um bloco de conhecimentos denominado *Espaço e Forma* há de se perguntar como explorar o espaço se nele vivemos, e essa atividade matemática explora o espaço vivido pelo aluno. Por isso, muitas vezes, o corpo era utilizado para simular os movimentos desejados.

O período dedicado às atividades foi considerado, pela professora-pesquisadora, consideravelmente curto, uma vez que algumas atividades poderiam ter sido melhor exploradas, tendo em vista seu potencial. No entanto, as 12 horas relativas à aplicação equivaleram a um mês inteiro das aulas de Matemática para os alunos dessa turma. Ou seja, a relatividade da questão temporal pode ser interpretada de diferentes maneiras, ficando a cargo de cada professor estipular o tempo adequado de aplicação às suas turmas.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A intenção deste estudo esteve relacionada ao exame das possibilidades e potencialidades do estudo das Transformações Geométricas no Ensino Fundamental. Como referido anteriormente, a escolha deste tema nasceu em virtude da realização da prova de seleção para esse curso de mestrado, pois, como professora com três anos de docência, naquela época, não reconhecia esse tema como fazendo parte do currículo de Matemática da escola. Por que esse tema não era por mim reconhecido como sendo de Matemática?

Assim, passei a investigar aspectos históricos que me mostraram que a ideia do estudo deste tema – na escola – foi introduzida por meio do Movimento da Matemática Moderna, mas que até a década de 80 não foi incorporada aos currículos, tendo em vista que autores de livros didáticos da época tratavam-no com caráter de apêndice, o que não valorizava seu estudo.

Analisando documentos como os Parâmetros Curriculares Nacionais, publicados ao final da década de 90, pude constatar um movimento de estímulo ao estudo das Transformações Geométricas no Ensino Fundamental, o que se manifestou, de forma bastante tímida, nos livros didáticos publicados a partir da publicação desses parâmetros. Uma análise mais detalhada das coleções aprovadas pelo Programa Nacional do Livro Didático para o triênio 2011-2013 comprovam que o tema das Transformações Geométricas ainda não é reconhecido como relevante para todos os autores de livros didáticos, pois em algumas coleções o tema é sequer explorado. Tais constatações justificam, de certa forma, o desconhecimento e o não reconhecimento das transformações como tema de estudo de Matemática.

A fim de examinar as potencialidades e possibilidades do estudo das Transformações Geométricas na escola, foi planejado, elaborado, executado e avaliado um conjunto de atividades para introduzir o tema na escola básica.

Para discutir essa inserção nos anos iniciais do Ensino fundamental, a proposta foi implementada com professoras desse nível de ensino. Estas manifestaram alguma dificuldade em termos de nomenclatura, realização de movimentos e exploração espacial, o que pode ser atribuído à sua formação profissional, com pouca ênfase em Matemática. No entanto, identificaram muitas potencialidades na proposta de trabalho a elas apresentada, uma vez que reconheceram relações desse tema com outros tratados usualmente em suas salas de aula. Também destacaram o caráter estético da proposta, tendo em vista o uso de cores, figuras e formas, como sendo uma nova abordagem da Matemática. Trata-se, portanto, do reconhecimento de uma outra racionalidade, que, segundo Santos (2000) pode ser designada de racionalidade estético-expressiva, um contraponto à racionalidade técnica, característica da ciência moderna.

Outro conjunto de atividades foi desenvolvido e aplicado com uma turma de alunos do 6º ano do Ensino Fundamental. Esse grupo, inicialmente, não reconheceu aquela proposta como relacionada ao estudo da Matemática. Era muito forte a concepção técnica de Matemática, ou seja, percebiam-na restrita a um conjunto de procedimentos algorítmicos. Este pensamento foi um limitador da proposta e, quebrá-lo, foi um desafio a ser superado.

Por outro lado, a superação do modo tradicional de ver a Matemática fez com que parte dos alunos que não apresentavam bom desempenho na disciplina alterasse esse *status*. O trabalho com as transformações permitiu que se estabelecesse um outro modo de pensar Matemática, mais flexível, mais criativo e, principalmente, com maior autonomia. E isso se refletiu na continuidade do trabalho em Matemática com outros conteúdos no decorrer do ano letivo. Essa nova relação estabelecida dos alunos com o conhecimento mostrou ser uma potencialidade do estudo das Transformações Geométricas. A partir disso, para esse grupo de alunos, a Matemática não se restringe mais a contas com papel e lápis, ela, agora, inclui movimentos, deformações, ampliações, desenhos, arte... Ou seja, algo mais dinâmico que quebrou a rigidez da Matemática e que permitiu que ela *tocasse* os estudantes.

Como resultado dos conjuntos de atividades desenvolvidas com professores dos Anos Iniciais e alunos do 6º ano do Ensino Fundamental, foi produzido um livro intitulado "Matemática das Transformações" que pode ser utilizado em paralelo ao livro didático, ou seja, um *paradidático*. Este paradidático tem o objetivo de ensinar um conteúdo científico – o das Transformações Geométricas – com um caráter diferenciado devido à linguagem que emprega em diálogo com o leitor e ao tipo de atividades sugeridas que incentivam a participação efetiva do aluno. Além disso, pretende desenvolver competências relacionadas à exploração do espaço, bem como a criatividade e a sensibilidade artística.

Este paradidático mostra-se como uma das possibilidades para o estudo introdutório das Transformações Geométricas na escola. Está voltado aos alunos do Ensino Fundamental, preferencialmente, aos dos 5º e 6º anos, sendo um recurso para complementar as aulas de Matemática e também pode ser mais um incentivo à leitura.

O trabalho com este paradidático, numa proposta interdisciplinar, torna o objeto de estudo mais rico e significativo, desafio que aqui se lança aos professores desse nível de ensino.

Como últimas palavras, cabe salientar que, assim como o tema Transformações Geométricas vinha sendo por mim ignorado, certamente outros temas de estudo com rica possibilidade de exploração estejam sendo deixados de lado em nome de uma Matemática técnica, árida e insípida, que vem afastando os estudantes dessa disciplina. Sendo assim, parece importante que os professores se mantenham em constante processo de atualização para que possam tomar em suas mãos o processo de educar em Matemática os seus alunos.

REFERÊNCIAS

ALVAREZ, Tana Giannasi. A Reforma Campos em ação no Ginásio da Capital de São Paulo. In: ______ . **A Matemática da Reforma Francisco Campos em ação no cotidiano escolar.** São Paulo, 2004. Dissertação (Mestrado) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Disponível em: <http://www.pucsp.br/pos/edmat/ma/dissertacoes_2004.html >.

ANDRÉ, Marli. **Etnografia da prática escolar.** 3ª ed. Campinas, SP: Papirus, 1999.

BARBOSA, Ruy Madsen. **Descobrindo padrões em mosaicos.** São Paulo: Atual, 1993.

BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. Relação entre a pesquisa em Educação Matemática e a Prática Pedagógica. **Bolema:** Boletim de Educação Matemática. Ano 7, nº8, p. 7-14. Rio Claro, SP: UNESP, 1992.

BRASIL. Guia de livros didáticos: PNLD 2011: Matemática. – Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2010. Disponível em <http://www.fnde.gov.br/index.php/pnld-guia-do-livro-didatico/2349-guia-pnld-2011> Acesso em 19 jul. 2011.

BRASIL. **Matrizes de Referência da Prova Brasil :** 4ª série/5ºano**.** Brasília: MEC-SEB, 2009. Disponível em:< http://provabrasil.inep.gov.br/downloads > Acesso em 17 out. 2010.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais:** Matemática / Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BÚRIGO, Elisabete Z. A introdução do movimento da matemática moderna em São Paulo. In: ______ . **Movimento da matemática moderna no Brasil: estudo da ação e do pensamento de educadores matemáticos nos anos 60**. Porto Alegre, 1989. Dissertação (Mestrado) – UFRGS. p.101-145. Disponível em <http://www.biblioteca.ufrgs.br/bibliotecadigital/> Acesso em 10 jun. 2010.

BÚRIGO, Elisabete Z. Tradições modernas: reconfigurações da matemática escolar nos anos 60. **Bolema**, 35b, 2010.

CHERVEL, André. História das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa. **Teoria & Educação**, Porto Alegre, n. 2, 1990. p. 177-229.

FRANCO, Maria Amélia Santoro. **Educação e Pesquisa.** Pedagogia da Pesquisa-Ação**.** São Paulo, v. 31, n. 3, p. 483-502, set./dez. 2005. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/ep/v31n3/a11v31n3.pdf>. Acesso em 02 mar. 2010.

LEDERGERBER-RUOFF, Erika Brigita. **Isometrias e Ornamentos no Plano Euclidiano**. São Paulo: Atual, 1982.

LEDUR, Berenice Schwan. et al. Matemática colorida. In: **Matemática nos Anos Iniciais:** Compromisso com o Ensino e a Aprendizagem. Ministério da Educação. Universidade do Vale do Rio dos Sinos. Núcleo de Formação Continuada de Profissionais da Educação. São Leopoldo: UNISINOS; Brasília: MEC, 2009.

LEME DA SILVA, Maria Célia. A Geometria Escolar e o Movimento da Matemática Moderna: em busca de uma nova representação. In: VII Seminário Temático: o Movimento da Matemática Moderna nas Escolas do Brasil e Portugal. Florianópolis: UFSC, 2009. **Anais eletrônicos**. Disponível em: <http://www.smmmfloripa.ufsc.br/LemedaSilva_art.pdf> Acesso em 02 out. 2011.

LEME DA SILVA, Maria Célia. A geometria escolar moderna de Osvaldo Sangiorgi. In: VALENTE, W.R. (org.). **Osvaldo Sangiorgi – um professor moderno**. São Paulo: Editora Annablume, Brasília: CNPq; Osasco: GHEMAT, p.69-93, 2008a.

LEME DA SILVA, Maria Célia. Que geometria moderna para as escolas do Brasil e de Portugal? **Revista Diálogo Educacional**, Curitiba, v.8, n.5, p.689-699, set./dez. 2008b.

LIMA, Elon Lages. **Coordenadas no Plano:** geometria analítica, vetores e transformações geométricas. 2ª ed. Rio de Janeiro: SBM, 1992.

LIMA, Elon Lages. **Isometrias.** Rio de Janeiro: SBM, 1996.

LUZ, Vania de Andrade. **Um estudo sobre o ensino de transformações geométricas:** da reforma da Matemática Moderna aos dias atuais. 2007. 197 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Programa de Pós Graduação em Educação Matemática. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, PUC, São Paulo, 2007. Disponível em: < http://www.sapientia.pucsp.br//tde_busca/arquivo.php?codArquivo=4533 > Acesso em 02 mar. 2010.

MABUCHI, Setsuko Takara. **Transformações geométricas:** a trajetória de um conteúdo ainda não incorporado às práticas escolares nem a formação de professores. 2000. 259 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Programa de Pós Graduação em Educação Matemática. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, PUC, São Paulo, 2000. Disponível em: <http://www.sapientia.pucsp.br//tde_busca/arquivo.php?codArquivo=5040 >. Acesso em 02 mar. 2010.

MIGUEL, Antônio; FIORENTINI, Dario; MIORIM, Maria Ângela. **Álgebra ou Geometria**: para onde Pende o Pendulo? Pro-Posições, Campinas, v.3, n.1 [7], mar.1992.

PAVANELLO, Regina Maria. O abandono do ensino da geometria no Brasil: causas e consequências. **Zetetiké**, Campinas, ano 1, n.1, p. 07-17, mar. 1993.

REZENDE, Eliane Quelho Frota. QUEIROZ, Maria Lúcia Bontorim de. **Geometria euclidiana plana e construções geométricas.** 2ª ed. Campinas, SP: Editora da UNICAMP, 2008.

RIBEIRO, Jackson da Silva. **Projeto Radix:** matemática. 6º ano. 1. ed. São Paulo: Scipione, 2011.

SANTOS, Boaventura de Souza. **Pela mão de Alice:** o social e o político na pós-modernidade. 7.ed. São Paulo: Cortez, 2000.

TANNENBAUM, Peter. **Excursions in Modern Mathematics**. 5. ed. California: Pearson Education, 2004.

TRIPP, David. Pesquisa-ação: uma introdução metodológica. **Educação e Pesquisa**, São Paulo, v.31, n.3, p.443-466, set./dez. 2005.

VALENTE, W. R. Do engenheiro ao licenciado: subsídios para a história da profissionalização do professor de matemática no Brasil. **Diálogo Educacional**, Curitiba, v. 5, n. 16, 2005.

VALENTE, Wagner R.. A matemática escolar no tempo dos preparatórios. In: ____ , org. **O nascimento da matemática do ginásio.** São Paulo: Annablume/FAPESP, 2004. p.17-29.

VALENTE, Wagner R.. A matemática: de saber técnico para cultura geral escolar. In: ____. **Uma história da matemática escolar no Brasil (1730-1930)**. São Paulo: Annablume, 1999. p.109-128.

WOLFF, Rosane. **A formação inicial de professores de matemática:** a pesquisa como possibilidade de articulação entre teoria e prática. 2007. 178f. Tese (Doutorado em Educação) – Programa de Pós Graduação em Educação. Universidade do Vale do Rio dos Sinos, São Leopoldo, RS, 2007.

COLEÇÕES DIDÁTICAS ANALISADAS

BIANCHINI, Edwaldo. **Matemática**. 6º ano. 6. ed. São Paulo: Moderna, 2009.

CARVALHO, Alexandre Luis Trovon; REIS, Lourisnei Fortes. **Aplicando a Matemática**. 6º ano. 1. ed. Casa Publicadora Brasileira, 2009.

CENTURIÓN, Marília; JACUBOVIK, José. **Matemática na medida certa**. 6º ano. 11. ed. São Paulo: Scipione, 2010.

DANTE, Luiz Roberto. **Tudo é Matemática**. 6º ano. 3. ed. São Paulo: Ática, 2009.

GIOVANNI JR, José Ruy; CASTRUCCI, Benedito. **A conquista da matemática**. 6º ano. 1. ed. São Paulo: FTD, 2009.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; MACHADO, Antônio dos Santos. **Matemática e realidade**. 6º ano. 6. ed. São Paulo: Saraiva, 2009.

IMENES, Luiz Márcio; LELLIS, Marcelo. **Matemática**. 6º ano. 1. ed. São Paulo: Moderna, 2009.

MORI, Iracema; ONAGA, Dulce Satiko. **Matemática:** ideias e desafios. 6º ano. 15. ed. São Paulo: Saraiva, 2009.

RIBEIRO, Jackson da Silva. **Projeto Radix:** matemática. 6º ano. 1. ed. São Paulo: Scipione, 2011.

SOUZA, Joamir; PATARO, Patrícia Moreno. **Vontade de saber matemática**. 6º ano. 1. ed. São Paulo: FTD, 2009.

OBRAS CONSULTADAS

ROXO, Euclides. A matemática e o curso secundário. In: VALENTE, W.R, org. **Euclides Roxo e a modernização do ensino da matemática no Brasil**. Brasília: UnB, 2004.

VALENTE, W. R. O movimento internacional de reforma do ensino da matemática: reflexos na educação brasileira. In: ______, org .**O nascimento da matemática do ginásio.** São Paulo: Annablume/FAPESP, 2004. p. 101-104.

ITACARAMBI, Ruth Ribas; BERTON, Ivani da Cunha Borges. **Geometria, brincadeiras e jogos:** 1º ciclo do ensino fundamental. São Paulo: Livraria da Física, 2008.

APÊNDICE 01 – Termo de consentimento informado – Grupo A

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA
Av. Bento Gonçalves, 9500 - Agronomia - 91509-900 - Porto Alegre - RS
Fone/Fax: (051) 3308.6212
mat-ppgensimat@ufrgs.br http://www.mat.ufrgs.br/~ppgem

TERMO DE CONSENTIMENTO INFORMADO

Eu, ____, R.G. _________________, declaro, por meio deste termo, que concordei em participar da pesquisa intitulada *Potencialidades e Possibilidades do Ensino de Transformações Geométricas na Escola Básica*, desenvolvida pela pesquisadora Camila Roberta Ferrão Rodrigues. Fui informado(a), ainda, de que a pesquisa é coordenada/orientada pela Profª. Drª. Marilaine de Fraga Sant'Ana, a quem poderei contatar a qualquer momento que julgar necessário, através do e-mail AAAAA@mat.ufrgs.br.

Tenho ciência de que minha participação não envolve nenhuma forma de incentivo financeiro, sendo a única finalidade desta participação a contribuição para o sucesso da pesquisa. Fui informado(a) dos objetivos estritamente acadêmicos do estudo, que, em linhas gerais, são:

Analisar documentos oficiais e livros didáticos a fim de obter informações a respeito da relevância e do tratamento dado ao tema em estudo; Elaborar sequências de atividades que contemplem o estudo das transformações geométricas; Conhecer as potencialidades do ensino de transformações geométricas no Ensino Fundamental; Incentivar o estudo das transformações geométricas desde os anos iniciais do Ensino Fundamental; Aplicar e avaliar atividades de ensino do tema.

Fui também esclarecido(a) de que os usos das informações oferecidas por mim serão apenas em situações acadêmicas (artigos científicos, palestras, seminários etc.), identificadas apenas pela inicial de meu nome ou codinome e pela idade, caso necessário.

Minha colaboração se fará por meio da participação em oficina/aula/encontro/palestra - realizados no período de 26 de outubro a 30 de novembro de 2010 - em que serei observado(a) e minha produção analisada, sem nenhuma atribuição de nota ou conceito às tarefas desenvolvidas. No caso de filmagens e fotos, obtidas durante minha participação, autorizo que sejam utilizadas em atividades acadêmicas, tais como artigos científicos, palestras, seminários etc. Minha colaboração se iniciará apenas a partir da entrega desse documento assinado.

Estou ciente de que, caso eu tenha dúvida, ou me sinta prejudicado(a), poderei contatar a pesquisadora responsável pelo telefone (XX) XXXX-XXXX ou e-mail XXXXX@YYYYY.com.br.

Fui ainda informado(a) de que posso me retirar dessa pesquisa a qualquer momento, sem sofrer quaisquer sanções ou constrangimentos.

São Leopoldo, 26 de outubro de 2010.

Assinatura do participante: ____

Assinatura do(a) pesquisador(a): ____

Assinatura do(a) Orientador(a) da pesquisa:____

APÊNDICE 02 – Termo de consentimento informado – Grupo B

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA
Av. Bento Gonçalves, 9500 - Agronomia - 91509-900 - Porto Alegre - RS
Fone/Fax: (051) 3308.6212
mat-ppgensimat@ufrgs.br http://www.mat.ufrgs.br/~ppgem

TERMO DE CONSENTIMENTO INFORMADO

Eu, ____, R.G. __________________, responsável pelo(a) aluno(a) _______________________________, turma 6XX declaro, por meio deste termo, que autorizei sua participação na pesquisa intitulada *Potencialidades e Possibilidades do Ensino de Transformações Geométricas na Escola Básica*, desenvolvida pela professora Camila Roberta Ferrão Rodrigues. Fui informado(a), ainda, de que a pesquisa é coordenada/orientada pela Profª. Drª. Marilaine de Fraga Sant'Ana, a quem poderei contatar a qualquer momento que julgar necessário, através do e-mail AAAAA@mat.ufrgs.br.

Tenho ciência de que sua participação não envolve nenhuma forma de incentivo financeiro, sendo a única finalidade desta participação a contribuição para o sucesso da pesquisa. Fui informado(a) dos objetivos estritamente acadêmicos do estudo, que, em linhas gerais, são:

Analisar documentos oficiais e livros didáticos a fim de obter informações a respeito da relevância e do tratamento dado ao tema em estudo; Elaborar sequências de atividades que contemplem o estudo das transformações geométricas; Conhecer as potencialidades do ensino de transformações geométricas no Ensino Fundamental; Incentivar o estudo das transformações geométricas desde os anos iniciais do Ensino Fundamental; Aplicar e avaliar atividades de ensino do tema.

Fui também esclarecido(a) de que os usos das informações oferecidas pelo(a) aluno(a) serão apenas em situações acadêmicas (artigos científicos, palestras, seminários etc.), identificadas apenas pela inicial de seu nome ou codinome e pela idade, caso necessário.

Sua colaboração se fará por meio da participação nas aulas - realizadas no mês de agosto de 2011. No caso de filmagens e fotos, obtidas durante sua participação, autorizo que sejam utilizadas em atividades acadêmicas, tais como artigos científicos, palestras, seminários etc.

Estou ciente de que, caso eu tenha dúvida, ou sinta que o(a) estudante foi prejudicado(a), poderei contatar a pesquisadora responsável pelo telefone (XX) XXXX-XXXX ou e-mail XXXXX@YYYYY.com.br.

São Leopoldo, ____ de agosto de 2011.

Assinatura do(a) responsável pelo aluno(a): ____

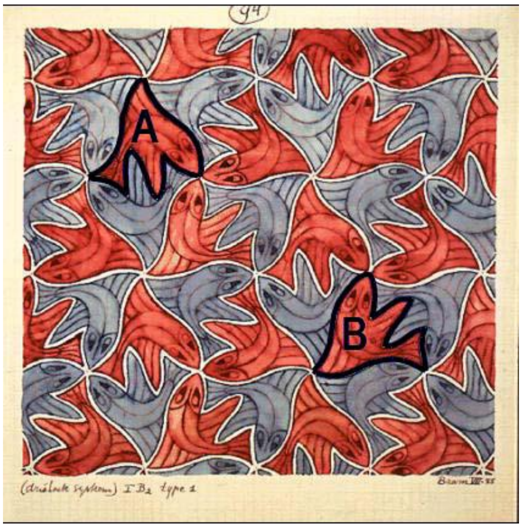
Assinatura do(a) pesquisador(a): ____

Assinatura do(a) Orientador(a) da pesquisa:____

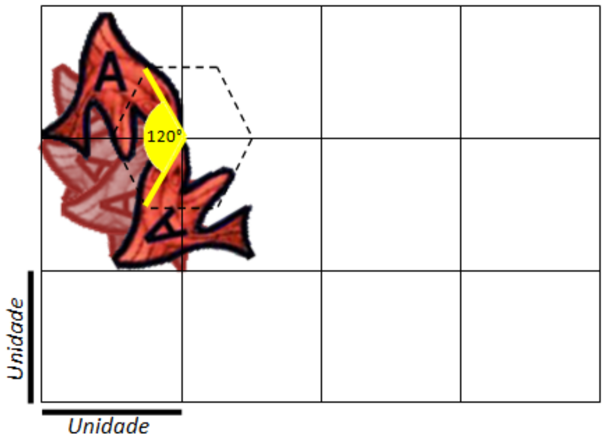
APÊNDICE 03 – Solução da questão proposta nas páginas 16-17

A seguir, é apresentada uma possível solução para a questão apresentada na introdução dessa dissertação, questão esta desencadeadora da pesquisa.

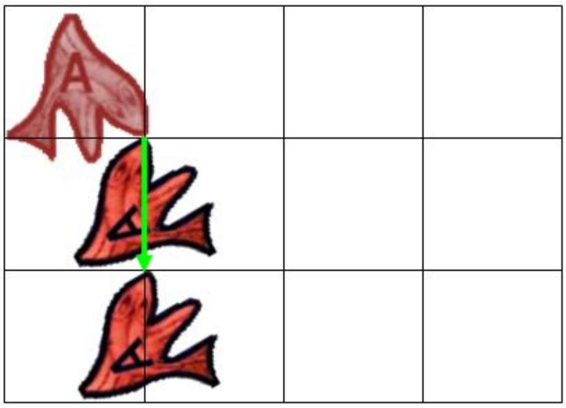
“É possível obter uma transformação do plano, mediante a composição das transformações definidas acima, tal que o objeto assinalado com a letra A seja levado, mediante esta transformação, no objeto assinalado com a letra B? Justifique sua resposta. Em caso positivo, apresente a transformação”.



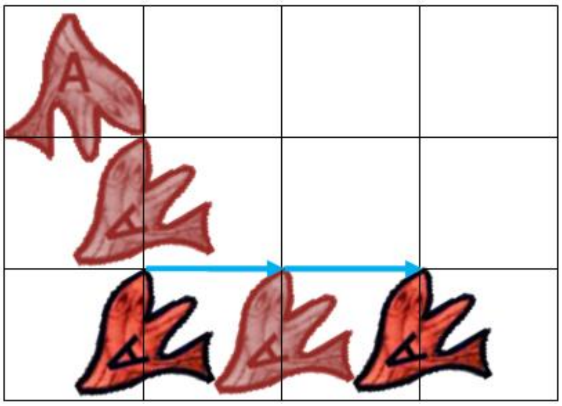
Sim, é possível obter tal transformação. Observe que, primeiramente, a figura A é rotacionada 120° em sentido anti-horário.



A seguir, é transladada uma unidade para “baixo” (sentido vertical)



e duas unidades para a “direita” (sentido horizontal).



Levando-se, assim, por meio da composição das transformações geométricas, o objeto assinalado com a letra A no assinalado com a letra B.