

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
ESCOLA DE ENGENHARIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO**

Cecília Brasil Biguelini

**FERRAMENTAS PARA MODELAGEM E
MONITORAMENTO DE CARACTERÍSTICAS DE
QUALIDADE DO TIPO TAXA**

Porto Alegre

2012

Cecília Brasil Biguelini

**Ferramentas para Modelagem e Monitoramento de Características de Qualidade do
Tipo Taxa**

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção da Universidade Federal do Rio Grande do Sul como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Engenharia de Produção, modalidade Acadêmica, na área de concentração em Sistemas de Qualidade.

Orientadora: Carla Schwengber ten Caten, Dr^a.

Porto Alegre

2012

Cecília Brasil Biguelini

**Ferramentas para Modelagem e Monitoramento de Características de Qualidade do
Tipo Taxa**

Esta dissertação foi julgada adequada para a obtenção do título de Mestre em Engenharia de Produção na modalidade Acadêmica e aprovada em sua forma final pelo Orientador e pela Banca Examinadora designada pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Prof. Carla Schwengber ten Caten, Dr^a.
Orientadora PPGEP/UFRGS

Prof. Carla Schwengber ten Caten, Dr^a
Coordenadora PPGEP/UFRGS

Banca Examinadora:

Professor Danilo Marcondes, Dr. (DEST/UFRGS)

Professora Liane Werner, Dr^a. (PPGEP/UFRGS)

Professor Lori Viali, Dr. (PUCRS)

Dedicatória

Dedico aos meus pais, Iarema e Vernei
Biguelini pelo exemplo de esforço e dedicação.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço a todos que contribuíram diretamente ou indiretamente na conclusão deste trabalho.

Agradeço à minha orientadora, Prof^ª. Carla Schwengber ten Caten, pela orientação, sugestões, paciência e confiança.

Agradeço aos membros da banca examinadora – professores Lori Viali, Danilo Marcondes e Liane Werner – pelas contribuições e críticas ao trabalho. Suas opiniões melhoraram significativamente esta dissertação.

Agradeço aos meus irmãos, Aloizio e Bruno, pelo carinho e estímulo.

Agradeço ao meu namorado Anderson Amaral pelo carinho e estímulo.

Agradeço às minhas grandes amigas Greice Laureano e Marilyn Agranonik pela amizade e grande parceria. Agradeço ao colega Danilo Pedrini pelas contribuições e sugestões.

Agradeço ao PPGE e à UFRGS por todo o apoio e a estrutura disponibilizada.

RESUMO

Esta dissertação apresenta a modelagem e o monitoramento de características de qualidade do tipo taxa, que apresentam valores restritos ao intervalo $[0, \infty)$. A motivação inicial é que a característica de qualidade do tipo taxa pode ser modelada pela distribuição Poisson e, geralmente, a modelagem e o monitoramento não utilizam tal distribuição. Os objetivos desta dissertação são: (i) Propor uma nova carta de controle (CC), Carta Poisson, para monitorar características de qualidade do tipo taxa, com adaptação no cálculo dos limites de controle utilizando a distribuição Poisson; (ii) Propor uma CC baseada em modelo de regressão utilizando a distribuição de Poisson para monitorar características de qualidade do tipo taxa em função das variáveis de controle do processo e (iii) Propor índices de capacidade $Cp_{MRPOISSON}$ e $Cpk_{MRPOISSON}$ para avaliar processos monitorados por CCs baseadas em modelos de regressão utilizando a distribuição de Poisson. As cartas de controle e os índices de capacidade propostos foram avaliados aplicando exemplos retirados da literatura. As cartas de controle foram comparadas através do número médio de amostras (NMA) via simulação de Monte Carlo. Concluiu-se que as cartas de controle propostas são adequadas para a modelagem e o monitoramento de características de qualidade do tipo taxa pois detectaram mais rapidamente todas as alterações induzidas, apresentando melhor desempenho em comparação com outras cartas similares encontradas na literatura.

Palavras-chave: Controle de Qualidade. Cartas de Controle. Taxa de defeitos. Distribuição de Poisson

ABSTRACT

This paper presents the modeling and monitoring of quality features like rate, which have values restricted to the interval $[0, \infty)$. The initial motivation is that the quality characteristic of the type rate can be modeled by the Poisson distribution, and generally, modeling and monitoring do not use such a distribution. The objectives of this dissertation are: (i) to propose a new control chart (CC), Poisson Charter, to monitor quality characteristics of the type rate, adapted to calculate the control limits using a Poisson distribution, (ii) propose a CC based on regression model using the Poisson distribution to monitor quality characteristics like rate as a function of the control variables of the process and (iii) Propose capability indices $Cp_{MRPOISSON}$ and $Cpk_{MRPOISSON}$ to evaluate processes and monitored by CCs based on regression models using the distribution of Poisson. The control charts and capability indices were estimated by applying the proposed examples from the literature. The control charts were compared using the average number of samples (NMA) via Monte Carlo simulation. It was concluded that the proposed control charts are suitable for modeling and monitoring of quality characteristics of the type detected faster rate because all the changes induced, showing better performance in comparison with other similar letters found in the literature.

Key words: Quality Control. Control Charts. Defect Rate. Poisson Distribution.

LISTA DE FIGURAS

ARTIGO 1

Figura 1: Distribuição das variáveis Y1, Y2 e Y3.....	29
Figura 2: Cartas de controle a variável Y1 com taxa de defeitos $\lambda = 3$	31
Figura 3: Cartas de controle a variável Y2 com taxa de defeitos $\lambda = 5$	31
Figura 4: Cartas de controle a variável Y3 com taxa de defeitos $\lambda = 7$	32

ARTIGO 2

Figura 1: Cartas de controle propostas por Hawkins (1991), Haworth (1996) e CCMP.....	53
---	----

ARTIGO 3

Figura 1: Identificação dos limites de especificações e constantes de intercepto	68
Figura 2: Histograma dos dados de número de quebras.....	71
Figura 3: Box-Plot do número de quebras.....	72
Figura 4: Resíduos do modelo utilizando Distribuição Normal.....	73
Figura 5: Resíduos do modelo utilizando Distribuição Poisson.....	73

LISTA DE TABELAS

ARTIGO 1

Tabela 1: Valores da constante w_1 e w_2 para a carta de controle Poisson.....	28
Tabela 2: Algumas estatísticas das três variáveis Y1, Y2 e Y3.....	30
Tabela 3: Limite das cartas das três variáveis Y1, Y2 e Y3.....	30
Tabela 4: Comparação entre os limites de controle de Shewhart, Chen e Cheng (1998), Cavalcanti e Cordeiro (2006) e Carta Poisson para diferentes taxas de defeitos (λ) e tamanhos de lote (n).....	33
Tabela 5: Comparação do NMA entre as cartas de controle de Shewhart, Chen e Cheng (1998), Cavalcanti e Cordeiro (2006) e Carta Poisson para $\lambda_0=1$, $n=30$, $k=30$ e $\lambda_0=2$, $n=30$, $k=100$	35

ARTIGO 2

Tabela 1: Resumo estatístico da CQ estudada.....	50
Tabela 2: Estimativas de média e variância dos resíduos padronizados, Studentizados e <i>deviance</i>	52
Tabela 3: Valores das constantes w utilizadas na análise de sensibilidade para os limites superior e inferior	56
Tabela 4: Resultado dos NMAs das cartas de controle de Hawkins (1991), Haworth (1996) e CCMP baseado em 10.000 simulações.....	56

ARTIGO 3

Tabela 1: Resumo estatístico da CQ estudada	71
---	----

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CC – Carta de Controle

CCMP – Carta de Controle baseada em Modelos Poisson

CQ – Característica de Qualidade

CEP – Controle Estatístico do Processo

GLM – Modelo Linear Generalizado (*Generalized Linear Model*)

QMR – Quadrado Médio dos Resíduos

NMA – Número Médio de Amostras

VC – Variável de Controle

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	12
1.1 Tema e Objetivos	13
1.2 Justificativa	13
1.2.1 Justificativa do Tema e Objetivos	13
1.3 Método do Trabalho	15
1.3.1 Classificação da Pesquisa.....	15
1.3.2 Etapas do Trabalho.....	15
2 ARTIGOS PROPOSTOS	18
2.1 Artigo 1	19
Carta de controle Poisson para monitoramento de características de qualidade do tipo taxa de defeitos por unidade.....	19
2.2 Artigo 2	38
Carta de controle baseadas em modelo de regressão para monitoramento de características de qualidade do tipo taxa.....	38
2.3 Artigo 3	61
Índice de Capacidade para Cartas de Controle baseadas em Modelos de Regressão utilizando a Distribuição de Poisson	61
3 CONSIDERAÇÕES FINAIS	78
3.1 Conclusões	78
3.2 Sugestões para pesquisas futuras	79
4 REFERÊNCIAS	80

1 INTRODUÇÃO

Nas últimas décadas as empresas têm buscado constantemente por uma maior eficiência e produtividade. Em função disto, a qualidade tem recebido atenção especial por parte da direção das empresas, pois qualidade, em todos os níveis e setores da organização, é o fator que vai garantir uma eficiência maior de toda a estrutura, bem como a manutenção e o aumento no número de clientes (PAGANI, 2006). Um indicador de desempenho monitorado, em uma empresa, é a taxa de defeitos sobre o total de unidades produzidas, pois a produção de defeitos pode acarretar desperdícios, má qualidade e insatisfação dos clientes.

O controle estatístico do processo (CEP) é um conjunto de ferramentas úteis para a resolução de problemas para o alcance da estabilidade do processo e aumento da capacidade através da redução da variabilidade (BONILLA, 1995; MONTGOMERY, 1996). Segundo Kume (1993), as cartas de controle (CC) introduzidas por Shewart e os índices de capacidade são ferramentas do CEP e tem diversas aplicações no meio industrial por sua simplicidade operacional. Uma CC representa uma característica da qualidade de um produto ou processo monitorada ao longo do tempo através de um gráfico com limites de controle.

Segundo Sant'Anna (2009), as CCs tem como objetivo distinguir as variações de um processo produtivo que são inerentes à tecnologia do processo (causas comuns) daquelas que resultam de falhas de operação (causas especiais). As causas comuns da variabilidade são utilizadas para calcular os limites de controle da carta de controle do CEP. A causa especial é evidenciada na carta de controle quando há um ponto fora dos limites de controle, neste caso esta causa especial no processo deve ser investigada.

Para a análise do desempenho das cartas de controle é calculado o número médio de amostras (NMA). Quando se utiliza modelos de regressão é utilizada a simulação de Monte Carlo para definir o NMA. Segundo Montgomery (2005), esta medida de desempenho depende dos parâmetros do projeto da carta de controle.

1.1 Tema e Objetivos

O tema desta dissertação contempla cartas de controle (CC) e índices de capacidade para o monitoramento de processos que mensuram características de qualidade do tipo taxa, que apresentam valores no intervalo $[0, \infty)$, considerando a distribuição de probabilidade e os modelos de regressão de Poisson. Este tema está inserido na área de engenharia de qualidade, concentrando-se em cartas de controle, modelos de regressão e índices de capacidade.

O objetivo principal deste trabalho é estabelecer ferramentas para modelar e monitorar características de qualidade do tipo taxa de defeitos com mensurações restritas ao intervalo $[0, \infty)$. Como decorrência do objetivo principal, pretende-se alcançar os seguintes objetivos específicos: (a) Propor uma nova CC, Carta Poisson, para monitorar características de qualidade do tipo taxa, com adaptação no cálculo dos limites de controle utilizando a distribuição Poisson; (b) Propor uma CC baseada em modelo de regressão utilizando a distribuição de Poisson (CCMP) para monitorar características de qualidade do tipo taxa em função das variáveis de controle (VC) do processo; (c) Propor índices de capacidade, os índices $Cp_{MRPOISSON}$ e $Cpk_{MRPOISSON}$ para cartas de controle baseadas em modelos de regressão utilizando a distribuição de Poisson.

1.2 Justificativa

Nesta seção, serão apresentadas as justificativas do tema e dos objetivos definidos.

1.2.1 Justificativa do Tema e Objetivos

Segundo Souza (2010), as empresas estão cada vez mais buscando por uma melhoria contínua dos seus produtos e processos através de alternativas eficientes para reduzir custos e variabilidade. Para Montgomery (2004) e Costa *et al.* (2005), os gráficos de controle são ferramentas para o monitoramento dos processos para verificar a variabilidade e indicar

causas especiais fora dos limites de controle e assim melhorar os processos (MONTGOMERY, 2004; COSTA *et al.*, 2005).

Assim como os gráficos de controle são importantes para distinguir as variações em um processo, os índices de capacidade comparam a variabilidade inerente ao processo (causas comuns) com as especificações. Segundo Jeang e Chung (2009), o processo pode estar sob controle, mas caso apresente variabilidade maior que a amplitude das especificações será considerada não capaz.

Embora as características de qualidade do tipo taxa de defeitos ou de não conformidade variam no intervalo $[0, \infty)$, sendo usualmente modeladas pela distribuição de Poisson, as cartas de controle c e u propostas por Shewhart utilizam a aproximação pela distribuição Normal para calcular os limites de controle. A aproximação da distribuição Poisson pela distribuição Normal no cálculo dos limites de controle pode não ser adequada para taxa de defeitos muito baixa, podendo gerar limites de controle negativos.

As novas cartas de controle propostas podem auxiliar a controlar a variação nas características de qualidade (CQ) em processos de produção com mais eficiência do que as cartas utilizadas normalmente.

Esta dissertação propõe utilizar a distribuição de Poisson no cálculo dos limites de controle da carta u , na modelagem de CQ do tipo taxa de defeitos por unidade em função das VC do processo e no cálculo dos índices de capacidade pois a mesma considera a restrição de valores no intervalo assimétrico $[0, \infty)$.

1.3 Delimitações do Trabalho

Esta pesquisa busca o desenvolvimento de novas propostas para a modelagem e o monitoramento de características de qualidade do tipo taxa, que apresentam valores restritos ao intervalo $[0, \infty)$.

Os modelos de regressão e cartas de controle propostos contemplam apenas uma característica de qualidade cuja distribuição é a Poisson, não sendo contemplados modelos de regressão e cartas de controle para processos multivariados.

A implementação das cartas de controle propostas em *software* assim como a avaliação do custo de implementação das cartas de controle propostas não farão parte do escopo desta pesquisa

Nesta pesquisa foi contemplado somente os índices de capacidade por atributos.

1.4 Método do Trabalho

O método deste trabalho é apresentado segundo dois aspectos: a caracterização do tipo de pesquisa e a descrição das etapas, técnicas e ferramentas que serão utilizadas para atingir os objetivos da pesquisa.

1.4.1 Classificação da Pesquisa

Segundo Gil (1991), pode-se classificar a pesquisa: *(i)* quanto à natureza, a pesquisa pode ser classificada como pesquisa aplicada, pois objetiva gerar conhecimentos para aplicação prática dirigidos à solução de problemas específicos; *(ii)* quanto à abordagem, a pesquisa pode ser classificada como pesquisa quantitativa, pois serão analisados bancos de dados estes requerem o uso de recursos e de técnicas estatísticas; *(iii)* quanto aos objetivos, a pesquisa pode ser classificada como pesquisa exploratória e experimental, pois visa proporcionar maior familiaridade com o problema com vistas a torná-lo explícito e a construir hipóteses; e *(iv)* quanto aos procedimentos, a pesquisa pode ser classificada como pesquisa bibliográfica, pois foi elaborada a partir de material já publicado na literatura e como pesquisa experimental, pois foram determinados os objetos de estudo, selecionadas as variáveis que foram capazes de influenciá-lo e definidas as formas de controle e de observação dos efeitos que a variável produz no objeto.

1.4.2 Etapas do Trabalho

O desenvolvimento do presente trabalho se realizou em quatro etapas: *(i)* revisão da literatura; *(ii)* proposta da carta de controle baseada na distribuição de Poisson; *(iii)* proposta carta de controle baseada em modelos de regressão utilizando a distribuição de Poisson e *(iv)*

proposta dos índices de capacidade para cartas de controle baseadas em modelos de regressão de Poisson.

A primeira etapa foi a da revisão bibliográfica onde foram identificados os procedimentos metodológicos encontrados na literatura, que serviram de base para as propostas dos artigos. Os temas buscados na literatura foram principalmente cartas de controle, cartas de controle baseadas em modelos de regressão e índices de capacidade baseados em modelos de regressão.

A segunda etapa foi propor a carta de controle baseada na distribuição de Poisson. Foi realizado um estudo aplicado com a carta de controle proposta e uma comparação com as demais cartas encontradas na literatura através de uma análise gráfica e da análise de sensibilidade.

A terceira etapa foi propor a carta de controle baseada em modelos de regressão utilizando a distribuição de Poisson. Nesta etapa foi apresentado um estudo aplicado com a carta de controle baseada em modelo de regressão proposta e uma comparação com as demais cartas encontradas na literatura através de uma análise gráfica e da análise de sensibilidade. Por fim, a quarta etapa foi propor os índices de capacidade para cartas de controle baseadas em modelos de regressão de Poisson. Nesta etapa foi apresentado um estudo aplicado e uma comparação com os índices de capacidade baseados na distribuição Normal.

Os objetivos desenvolvidos ao longo deste trabalho e os respectivos artigos estão apresentados no Quadro 1.

Estudo	Objetivos	Questões de pesquisa	Revisão teórica	Método de Pesquisa
Artigo 1	Propor uma nova CC, Carta Poisson, para monitorar características de qualidade do tipo taxa, com adaptação do cálculo dos limites de controle utilizando a distribuição	Q1: O cálculo dos limites de controle utilizando a distribuição de Poisson é mais adequado do que a aproximação pela distribuição Normal?	1. Carta de Controle de Atributos 2. Distribuições de Probabilidade 3. Análise de Desempenho de CC	Pesquisa de caráter Explicativa e Estudo Experimental
Artigo 2	Propor uma nova CC baseada em modelos de regressão utilizando a distribuição de Poisson para monitorar características de qualidade do tipo taxa em função das variáveis de controle do	Q1: O modelo de regressão de Poisson relaciona adequadamente a característica de qualidade do tipo taxa em função das VC?	1. Distribuições de Probabilidade 2. Modelos de regressão de Poisson 3. Cartas de Controle baseadas em Modelos de Regressão	Pesquisa de caráter Explicativa e Estudo Experimental
Artigo 3	Propor novos índices de capacidade para cartas de controle baseadas em modelos de regressão de Poisson	Q1: Existe diferença entre os resultados dos índices de capacidade utilizando modelos de regressão Normal e Poisson para características de qualidade do tipo taxa?	1. Modelos Lineares Generalizados 2. Cartas de Controle baseada em modelos de regressão 3. Índices de Capacidade Tradicionais 4. Índices de Capacidade para CCs baseadas em Modelos de Regressão de Poisson	Pesquisa de caráter Explicativa e Estudo Experimental

Quadro 1: Etapas desenvolvidas na pesquisa

Fonte: Autora

1.5 Estrutura do Trabalho

Esta dissertação está organizada em três capítulos principais. No primeiro capítulo deste trabalho estão relacionados o tema e os objetivos, com sua justificativa, o método do trabalho, as delimitações de escopo e a estrutura da dissertação.

No segundo capítulo são apresentados os três artigos que são contemplados na dissertação, descritos a seguir.

O artigo 1 - Carta de controle Poisson para monitoramento de características de qualidade do tipo taxa de defeitos por unidade - apresenta a proposta de uma carta de controle de Poisson para monitorar características de qualidade do tipo taxa de defeitos por unidade com os limites de controle calculados baseados na distribuição de Poisson. A carta de controle foi aplicada no monitoramento da taxa de defeitos de três exemplos simulados, e seus resultados foram comparados com as cartas propostas por Shewhart, Chen e Cheng (1998) e Cavalcanti e Cordeiro (2006). A análise comparativa permitiu avaliar que o uso da distribuição Poisson foi mais adequado, fornecendo limites de controle contidos no intervalo. A análise de sensibilidade demonstrou que a carta proposta possui um NMA_0 de 370 para processos sob controle e um menor NMA_1 para detecção de alterações induzidas no processo.

O artigo 2 – Carta de Controle baseada em Modelo de regressão utilizando a distribuição de Poisson - apresenta a proposta de uma carta de controle baseada em modelo de regressão de Poisson (CCMP) para monitorar CQ do tipo de taxa de defeitos por unidade em função das VC do processo. Esta carta de controle utiliza o modelo de regressão Poisson e monitora os resíduos *deviance* do modelo Poisson. A CCMP foi aplicada no monitoramento das CQ de um processo de fabricação de fios de tecelagem disponível no banco de dados de Tippett (1950). Foi realizada a análise de sensibilidade da CCMP e uma comparação com as cartas propostas por Hawkins (1991) e Haworth (1996).

O artigo 3 – Índice de Capacidade para Cartas de Controle baseadas em Modelos de Regressão utilizando a Distribuição de Poisson – apresenta os índices de capacidade propostos para as cartas de controle baseadas em modelos de regressão utilizando a distribuição de Poisson. Os índices propostos foram aplicados no monitoramento das CQ de um processo de fabricação de fios de tecelagem. Foi realizado um estudo comparativo entre

os índices de capacidade para cartas de controle baseadas em modelos de regressão Normal e Poisson.

No terceiro capítulo são apresentadas as considerações finais obtidas com o desenvolvimento dos artigos e sugestões para pesquisas futuras com relação aos assuntos analisados.

2 ARTIGOS PROPOSTOS

Neste capítulo, são apresentados os três artigos que compõem esta dissertação.

- 2.1 ARTIGO 1:** Carta de controle Poisson para monitoramento de características de qualidade do tipo taxa de defeitos por unidade. **19**
- 2.2 ARTIGO 2:** Carta de Controle baseada em Modelo de Regressão utilizando a Distribuição de Poisson **38**
- 2.3 ARTIGO 3:** Índice de Capacidade para Cartas de Controle baseadas em Modelos de Regressão utilizando a Distribuição de Poisson **61**

2.1 ARTIGO 1

CARTA DE CONTROLE POISSON PARA MONITORAMENTO DE CARACTERÍSTICAS DE QUALIDADE DO TIPO TAXA DE DEFEITOS POR UNIDADE

Cecília Brasil Biguelini

Carla Schwengber ten Caten

RESUMO

As cartas de controle c e u de Shewhart são empregadas no monitoramento de características de qualidade do tipo taxa, sendo que para o cálculo dos limites de controle assume-se que os dados seguem a distribuição normal. Este artigo propõe uma carta de controle de Poisson para monitorar características de qualidade do tipo taxa de defeitos por unidade calculando-se os limites de controle baseados na distribuição de probabilidade de Poisson. A carta foi aplicada no monitoramento da taxa de defeitos em três exemplos simulados e seus resultados foram comparados com as cartas propostas por Shewhart, Chen e Cheng (1998) e Cavalcanti e Cordeiro (2006). A análise comparativa permitiu avaliar que o uso da distribuição Poisson foi mais adequado, fornecendo limites de controle contidos no intervalo $[0, \infty)$. A análise de sensibilidade demonstrou que a carta de Poisson proposta possui um NMA_0 de 370 para um processo sob controle e um NMA_1 menor para a detecção de alterações induzidas no processo. Conclui-se que a carta Poisson apresentou melhor desempenho no monitoramento de variáveis do tipo taxa de defeitos por unidade entre as cartas de controle analisadas por apresentar limites de controle contidos no intervalo $[0, \infty)$ e permitir detectar mais rapidamente as alterações induzidas no processo.

Palavras-chave: distribuição Poisson, carta de controle, carta Poisson

POISSON CONTROL CHART FOR MONITORING THE QUALITY CHARACTERISTICS OF THE TYPE RATE OF DEFECTS PER UNIT

ABSTRACT

The control charts \bar{u} and \bar{c} are used by Shewhart monitoring the quality characteristics of the charge type, and for calculating the control limit is assumed that the data follows a normal distribution. This article proposes a Poisson control chart to monitor quality characteristics of the type of defects per unit rate by calculating the control limits based on Poisson probability distribution. The letter was applied in monitoring the rate of defects in three simulated examples and their results were compared with Shewhart charts proposed by Chen and Cheng (1998) and Cavalcanti and Lamb (2006). The comparative analysis allowed to evaluate the use of the Poisson distribution was more appropriate, providing control limits contained in the interval $[0, \infty)$. A sensitivity analysis showed that the card has a Poisson proposed NMA_0 of 370 for a process under control and NMA_1 reduced to detect changes induced in the process. It is concluded that the letter Poisson showed better performance in monitoring variables of type defect rate per unit of control charts analyzed by presenting control limits contained in the interval $[0, \infty)$ and able to detect quickly the changes induced in the process .

Keywords: Poisson distribution, control chart, chart Poisson

1 INTRODUÇÃO

O controle estatístico do processo (CEP) é considerado um conjunto de ferramentas para monitorar a qualidade de um processo. A carta de controle é a principal destas ferramentas e tem como objetivo monitorar a variabilidade do processo ao longo do tempo e identificar a presença de causas especiais que devem ser eliminadas.

Quando a carta de controle a ser monitorada é uma taxa de defeitos a literatura recomenda o uso da carta c para monitorar a contagem de defeitos, que exige um tamanho de amostra constante, e a carta u para monitorar o número médio de defeitos por unidade, que permite trabalhar com amostras de tamanho variável (CAVALCANTI e CORDEIRO, 2006). Tanto a carta c quanto a carta u calculam a média e o desvio padrão baseados na distribuição de Poisson. No entanto, os limites de controle superior e inferior são calculados pela média ± 3 desvios padrão, pois assume-se que a distribuição Poisson pode ser aproximada pela distribuição Normal (MONTGOMERY, 2004).

Segundo Montgomery (2004), a distribuição Poisson é usada na aplicação das cartas de controle de qualidade, sendo aplicada para modelar o número de defeitos ou não conformidades que ocorrem por unidade produzida. A aproximação da distribuição de Poisson pela distribuição Normal no cálculo dos limites de controle pode não ser adequada para uma taxa de defeitos muito baixa, pois pode gerar limites de controle negativos.

Chen e Cheng (1998) propuseram uma carta u modificada que ajusta os limites de controle da carta u de Shewart por termos de ordem n^{-1} , onde n é o tamanho da amostra de unidades de inspeção. Chen e Cheng (1998) mostraram que com ajustes muito simples dos limites de controle da carta u , pode-se melhorar a capacidade de monitoramento dos processos ao longo do tempo.

Cavalcanti e Cordeiro (2006) propuseram uma carta de controle u modificada na ordem de $n^{-3/2}$ para melhorar o monitoramento do número médio de defeitos por unidade. Os autores compararam sua proposta com a carta proposta por Chen e Cheng (1998), mas não conseguiram comprovar um melhor desempenho da sua proposta. No entanto, quando comparado com a carta u de Shewart, a carta proposta por Cavalcanti e Cordeiro (2006) apresentou um melhor desempenho.

Sendo assim, este artigo propõe uma carta de controle Poisson (Carta Poisson) para monitorar processos mensurados por características de qualidade (CQ) do tipo taxa de defeitos por unidade. Esta carta de controle propõe que, além da média e o do desvio padrão, também os limites de controle sejam calculados com base na distribuição de Poisson.

O trabalho realiza uma análise comparativa da carta de Poisson proposta com a carta u de Shewhart, a carta de Chen e Cheng (1998) e a carta de Cavalcanti e Cordeiro (2006) através de estudos aplicados. Foram calculados o número médio de amostras (NMA) para verificar a sensibilidade das cartas de controle comparadas anteriormente.

Na seção 2 será apresentada uma breve revisão de literatura sobre as distribuições de probabilidade e serão apresentadas as cartas de controle pesquisadas. Na seção 3 serão apresentados os procedimentos metodológicos utilizados no presente trabalho. Na seção 4 é apresentada a carta de Poisson proposta. Na seção 5.1 será apresentado um estudo aplicado; na seção 5.2 será apresentada uma comparação gráfica das cartas de controle e na seção 5.3 é apresentada a análise de sensibilidade das cartas de controle investigadas. Para concluir o trabalho, na seção 6 serão apresentadas as conclusões sobre o estudo desenvolvido neste artigo.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 *DISTRIBUIÇÃO DE PROBABILIDADE*

Uma distribuição de probabilidade descreve os valores que uma variável aleatória pode assumir ao longo de um espaço de valores, podendo ser variáveis discretas ou contínuas. Algumas distribuições discretas são: a Bernoulli, a Binomial, a Binomial Negativa, a Geométrica, a Hipergeométrica e a Poisson e algumas distribuições contínuas são: a Exponencial, a Gama, a Beta e a Normal (MAGALHAES, 2006). Neste trabalho é apresentada a distribuição de Poisson pois esta será utilizada na carta Poisson proposta.

A distribuição de probabilidade de Poisson é muito usada em cartas de controle, sendo aplicada para modelar o número de defeitos ou não conformidade que ocorrem por unidade produzida (MONTGOMERY, 2004). Essencialmente, isto requer que o número de

oportunidades ou o potencial de localizações para não-conformidades seja infinitamente grande e que a probabilidade de ocorrência de uma não-conformidade a qualquer localização seja pequena e constante (RUSSO, 2002).

Seja X uma variável aleatória discreta que pode assumir os valores $\{0, 1, 2, 3, \dots\}$, e cuja função de probabilidade é dada pela equação (1)

$$f(x) = P(X = x) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!} \quad x = 0, 1, 2, \dots \quad (1)$$

onde λ é uma constante positiva dada. Tal distribuição é chamada de distribuição de Poisson com parâmetro λ sendo que $\lambda > 0$. O parâmetro λ indica a taxa de ocorrência por unidade de medida (MAGALHÃES, 2006).

Segundo Montgomery (1994), uma variável X com distribuição Poisson apresenta a média e variância dada por, respectivamente, $E(X) = \lambda$ e $Var(X) = \lambda$. Segundo Montgomery (1999), como a média e a variância da variável aleatória Poisson são iguais e, conseqüentemente, a informação da variabilidade é facilmente obtida. Segundo Russo (2002) quando há diferença entre a média e a variância, isto é, o valor da variância excede à média diz-se que há uma super dispersão e quando o valor da variância for menor do que a média, indica uma subdispersão. Séries de contagem analisadas através de modelos de regressão de Poisson muitas vezes exibem super dispersão, de forma que a suposição de igualdade entre média e variância não é válida (WANG *et al.* (1996) apud RUSSO (2002)).

Existe uma relação entre as distribuições Normal e de Poisson. Pode-se demonstrar que X é a variável de Poisson e $(X-\lambda)/\text{raiz}(\lambda)$ é a correspondente variável aleatória padronizada, então

$$\lim_{\lambda \rightarrow \infty} P\left(a \leq \frac{X - \lambda}{\sqrt{\lambda}} \leq b\right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_a^b e^{-u^2/2} du \quad (2)$$

isto é, a distribuição de Poisson tende para a distribuição normal quando $\lambda \rightarrow \infty$, ou seja, $(X-\lambda)/\text{raiz}(\lambda)$ é assintoticamente normal (MONTGOMERY, 2004).

2.2 *CARTAS DE CONTROLE*

As CQ do tipo taxa de defeitos podem ser monitoradas pelas cartas c (número de defeitos ou não conformidades) que exigem tamanho de amostra constante ou carta u (número médio de defeitos por unidade) que permitem trabalhar com tamanhos de amostras variáveis (CORTIVO, 2005).

Segundo Mingoti (2008), os limites de controle da carta u tradicional de Shewhart para monitorar o número de defeitos por unidade são determinados pela equação (3), assumindo que o tamanho da amostra n é grande o suficiente para que a distribuição Poisson seja simétrica sob a média λ . Isso implica que a distribuição pode ser aproximada por uma distribuição normal.

$$LC = \lambda \pm w \sqrt{\frac{\lambda}{n}} \quad (3)$$

onde w é uma constante que define a largura dos limites de controle correspondente a uma região de controle $(1-\alpha)$ e um número médio desejado de amostras até o alarme falso (NMA_0). Segundo Rios e Alves (2009), utiliza-se o valor de w igual a 3, devido a aproximação pela distribuição Normal, correspondendo a uma região 0,9973 de controle ($\alpha = 0,0027$) e um valor de NMA_0 igual a 370. Segundo Russo (2002), o risco α para o limite de 3 sigmas não é alocado igualmente acima do LSC e abaixo do LIC, porque a distribuição de Poisson é assimétrica.

Devido a essa assimetria, Chen e Cheng (1998) propuseram os limites de controle para monitorar o número de defeitos ou não conformidades que ocorrem por unidade segundo a equação (4). A carta proposta pelos autores incluiu o termo de ordem n^{-1} na equação com objetivo de obter uma melhor aproximação pela distribuição Normal através de transformações não lineares.

$$LC = \lambda \pm Z_\alpha \sqrt{\frac{\lambda}{n}} + \frac{1}{6n} (Z_\alpha^2 - 1) \quad (4)$$

Cavalcanti e Cordeiro (2006) estenderam os limites de controle propostos por Chen e Chen (1998) incluindo os termos de ordem $n^{-3/2}$ em uma carta para monitorar o número de defeitos ou não conformidades que ocorrem em uma determinada unidade segundo a equação (5). A carta proposta pelo autor utilizou a expansão proposta por Cornish-Fisher dos quartis para se obter uma aproximação normal para distribuição Poisson.

$$LC = \lambda \pm Z_{\alpha} \sqrt{\frac{\lambda}{n}} + \frac{1}{6n} (Z_{\alpha}^2 - 1) + \frac{Z_{\alpha} (1 - Z_{\alpha}^2)}{72n\sqrt{\lambda n}} \quad (5)$$

Nota-se que as propostas de Chen e Cheng (1998) e Cavalcanti e Cordeiro (2006) aos limites de controle são aditivas com objetivo de melhorar a aproximação da distribuição de Poisson pela Normal sem interferir na forma da distribuição.

3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Inicialmente foi realizada uma busca na literatura sobre as cartas de controle já existentes para dados do tipo taxa, sendo que foram encontradas as cartas de controle de Shewhart, Chen e Cheng (1998) e Cavalcanti e Cordeiro (2006).

Na sequência foi proposta a Carta de Controle de Poisson que calcula os limites de controle baseados na distribuição de Poisson. A carta de Poisson será utilizada para monitorar processos mensurados por características de qualidade (CQ) do tipo taxa, os quais habitualmente seguem uma distribuição não-normal e assimétrica. Para calcular os limites de controle da Carta Poisson foram adotados valores da constante w que foram calculados em função da probabilidade ($\alpha = 0,0027$) de alarmes falsos das cartas de controle de Shewart. Para testar a viabilidade da carta de Poisson proposta foi realizada uma análise comparativa com as cartas de controle de Shewhart, Chen e Cheng (1998) e Cavalcanti e Cordeiro (2006) através da análise gráfica da adequabilidade das cartas em estudos aplicados.

As taxas de defeitos utilizadas para a comparação das cartas de controle foram gerados através de valores aleatórios da distribuição de probabilidade de Poisson no software estatístico R.2.11.1 atribuindo-se os valores 3, 5 e 7 para o parâmetro taxa de defeitos λ . A

distribuição Normal foi utilizada para gerar o tamanho de cada lote inspecionado, sendo utilizado como parâmetros uma média de 30 peças por lote inspecionado com um desvio padrão de 3 peças. A taxa de defeitos foi gerada a partir da divisão do número de defeitos pelo tamanho do lote inspecionado. Para a realização das análises foram utilizadas 200 simulações com semente aleatória de valor 100.

A análise de sensibilidade das cartas de controle de Shewhart, Chen e Cheng (1998), Cavalcanti e Cordeiro (2006) e da Carta Poisson foi realizada através do cálculo do NMA para um processo sob controle e outro fora de controle. No processo sob controle calcula-se o número médio de amostras até a presença de uma falsa causa especial (NMA_0). Quanto maior o valor de NMA_0 , menor a probabilidade de alarmes falsos. O NMA_0 pode ser escrito em função da probabilidade de erro do tipo I ou α , que é a probabilidade, em cada amostra, da carta indicar uma causa especial, quando o processo na verdade está sob controle (MONTGOMERY, 2004). Para o caso de um processo fora de controle calcula-se o NMA_1 , que consiste no número médio de observações desde a ocorrência de uma causa especial induzida até a detecção da mesma.

4 CARTA DE CONTROLE POISSON PROPOSTA

A Carta de Controle Poisson (CCP) proposta neste trabalho tem por finalidade monitorar processos mensurados por características de qualidade (CQ) do tipo taxa de defeitos, as quais habitualmente seguem distribuição não-normal e assimétrica. Esta Carta de Controle propõe a utilização da distribuição de probabilidade Poisson para o cálculo dos limites de controle. A Carta Poisson apresenta algumas vantagens em relação às outras CC para monitorar a variável taxa que apresente pequenos valores de λ e a distribuição de forma assimétrica.

Inicialmente calcula-se a média e o desvio padrão da taxa de defeitos do processo, conforme as equações (6) e (7), onde u_i representa o número de defeitos do lote i e o n_i representa o tamanho do lote i .

$$\mu = \frac{\sum u_i}{\sum n_i} \quad (6)$$

$$Var = \left(\frac{\sum u_i}{\sum n_i} \right) \left(\frac{1}{n_i} \right) \quad (7)$$

Os limites de controle da Carta Poisson baseados na distribuição de Poisson são calculados conforme a equação (8),

$$\begin{aligned} LIC &= \mu - w_1 \sqrt{Var} \\ LSC &= \mu + w_2 \sqrt{Var} \end{aligned} \quad (8)$$

onde w_1 e w_2 são constantes que definem a largura dos limites de controle correspondente a região de controle $(1-\alpha)$ e o número médio desejado de amostras até um alarme falso (NMA_0).

Para a Carta Poisson os valores das constantes w_1 e w_2 foram determinados admitindo-se a probabilidade $\alpha=0,0027$ de alarmes falsos no monitoramento do processo, baseada na Distribuição Poisson. Os valores das constantes w_1 e w_2 dos limites de controle da Carta Poisson são definidos a partir da Função de Distribuição Acumulada (FDA) da variável aleatória Y cuja função de probabilidade da Distribuição Poisson conforme a equação (9), tal como,

$$F(y) = P(Y \leq y) = \sum_0^y f(y; \lambda) \quad (9)$$

sendo $F(y) = \psi_{(y, \lambda)}$ uma função continua para todo valor y e acumulada quando $\psi_{(y, \lambda)} = \sum_0^{\infty} f(y; \lambda)$. Desta forma, os valores das constantes w_1 e w_2 dos limites de controle da Carta Poisson podem ser estimados a partir das expressões (10) e (11),

$$w_1 = \frac{\lambda - \psi_{\left(\frac{\alpha}{2}; \lambda\right)}}{\sqrt{s^2(\lambda)}} \quad (10)$$

$$w_2 = \frac{\psi_{\left(\left[1-\frac{\alpha}{2}\right]; \lambda\right)} - \lambda}{\sqrt{s^2(\lambda)}} \quad (11)$$

onde $\frac{\alpha}{2}$ e $\left[1-\frac{\alpha}{2}\right]$ representam os pontos que limitam a FDA da variável aleatória Y, correspondendo a região de controle desejada.

A Carta de Poisson proposta não está incluída em pacotes de softwares estatísticos disponíveis atualmente. A Tabela 1 apresenta alguns valores das constantes w_1 e w_2 em função da taxa de defeitos (λ) para auxiliar no cálculo dos limites de controle da carta Poisson. Como se pode verificar na Tabela 1 os valores das constantes w_1 e w_2 da Carta Poisson podem apresentar assimetria, conforme a taxa média de defeitos.

Tabela 1: Valores da constante w_1 e w_2 para a carta de controle Poisson

λ	w_1	w_2	λ	w_1	w_2	λ	w_1	w_2	λ	w_1	w_2	λ	w_1	w_2	λ	w_1	w_2
1	1,0000	4,0000	26	2,7456	3,3340	55	2,8316	3,2362	180	2,9069	3,1305	310	2,8966	3,0670	560	2,9580	3,0426
2	1,4142	3,5355	27	2,6943	3,2717	60	2,8402	3,2275	185	2,8673	3,0879	320	2,9069	3,0746	570	2,9320	3,0576
3	1,7321	3,4641	28	2,6458	3,2127	65	2,8528	3,1009	190	2,9019	3,1195	330	2,9176	3,0827	580	2,9481	3,0727
4	2,0000	3,5000	29	2,7854	3,1568	70	2,8685	3,1076	195	2,9361	3,0793	340	2,9286	3,0913	590	2,9642	3,0465
5	2,2361	3,5777	30	2,7386	3,2863	75	2,8868	3,1177	200	2,8991	3,1113	350	2,9399	3,0468	600	2,9394	3,0619
6	2,4495	3,6742	31	2,6941	3,2329	80	2,7951	3,1305	205	2,9334	3,0731	360	2,9515	3,0569	610	2,9557	3,0367
7	2,2678	3,4017	32	2,8284	3,1820	85	2,8201	3,1455	210	2,8983	3,1053	370	2,9113	3,0673	620	2,9318	3,0522
8	2,4749	3,5355	33	2,7852	3,1334	90	2,8461	3,1623	215	2,9326	3,0690	380	2,9240	3,0779	630	2,9482	3,0678
9	2,3333	3,3333	34	2,7440	3,2585	95	2,8727	3,1805	220	2,8991	3,1013	390	2,9369	3,0889	640	2,9646	3,0437
10	2,5298	3,4785	35	2,7045	3,2116	100	2,9000	3,1000	225	2,9333	3,0667	400	2,9500	3,0500	650	2,9417	3,0594
11	2,4121	3,3166	36	2,8333	3,1667	105	2,8301	3,1229	230	2,9013	3,0991	410	2,9138	3,0620	660	2,9583	3,0361
12	2,5981	3,4641	37	2,7948	3,2880	110	2,8604	3,1464	235	2,9355	3,0659	420	2,9277	3,0741	670	2,9361	3,0520
13	2,4962	3,3282	38	2,7578	3,2444	115	2,8908	3,0773	240	2,9047	3,0984	430	2,9417	3,0864	680	2,9528	3,0679
14	2,6726	3,2071	39	2,7222	3,2026	120	2,8299	3,1038	245	2,9388	3,0666	440	2,9557	3,0511	690	2,9313	3,0455
15	2,5820	3,3566	40	2,8461	3,1623	125	2,8622	3,1305	250	2,9093	3,0990	450	2,9227	3,0641	700	2,9481	3,0615
16	2,7500	3,2500	41	2,8111	3,1235	130	2,8943	3,1574	255	2,9433	3,0685	460	2,9374	3,0773	710	2,9648	3,0399
17	2,6679	3,3955	42	2,7775	3,2404	135	2,8402	3,0984	260	2,9148	3,1009	470	2,9521	3,0444	720	2,9442	3,0560
18	2,5927	3,2998	43	2,7450	3,2025	140	2,8735	3,1271	265	2,8872	3,0715	480	2,9212	3,0581	730	2,9609	3,0350
19	2,7530	3,2118	44	2,7136	3,1659	145	2,9066	3,0727	270	2,9212	3,1038	490	2,9364	3,0719	740	2,9409	3,0511
20	2,6833	3,3541	45	2,8324	3,1305	150	2,8577	3,1027	275	2,8945	3,0754	500	2,9516	3,0411	750	2,9577	3,0307
21	2,6186	3,2733	46	2,8014	3,2437	155	2,8916	3,1326	280	2,9283	3,1076	510	2,9225	3,0554	760	2,9382	3,0470
22	2,7716	3,1980	47	2,7714	3,2090	160	2,9251	3,0832	285	2,9025	3,0802	520	2,9381	3,0697	770	2,9551	3,0632
23	2,7107	3,3362	48	2,7424	3,1754	165	2,8804	3,1140	290	2,9361	3,0535	530	2,9537	3,0406	780	2,9361	3,0435
24	2,6536	3,2660	49	2,8571	3,1429	170	2,9145	3,0679	295	2,9111	3,0858	540	2,9263	3,0554	790	2,9530	3,0597
25	2,8000	3,2000	50	2,8284	3,1113	175	2,8725	3,0993	300	2,9445	3,0600	550	2,9422	3,0701	800	2,9698	3,0406

Fonte: Autora

5 ANÁLISE COMPARATIVA DAS CARTAS DE CONTROLE

5.1 DESCRIÇÃO DOS PROCESSOS ANALISADOS

Nesta seção são apresentados três processos simulados nos quais são monitoradas características de qualidade (CQ) do tipo taxa de defeitos. Os processos contemplam CQ com 3 valores de taxas de defeitos ($\lambda = 3$, $\lambda = 5$ e $\lambda = 7$).

O processo 1 consiste na variável Y1 que são valores aleatórios da Distribuição de Poisson, com $\lambda = 3$ e tamanho do lote (n) com valores arredondados que seguem Distribuição Normal $N(30,9)$ com semente aleatória de 100, ou seja, o Y1 consiste no quociente entre λ/n .

O processo 2 consiste na variável Y2 que são valores aleatórios da Distribuição de Poisson, com $\lambda = 5$ e tamanho do lote com valores arredondados que seguem Distribuição Normal $N(30,9)$ com semente aleatória de 150. O processo 3 consiste na variável Y3 que são valores aleatórios da Distribuição de Poisson com $\lambda = 7$ e tamanho do lote com valores arredondados que seguem Distribuição Normal $N(30,9)$ com semente aleatória de 200.

As variáveis Y1, Y2 e Y3 serão analisadas utilizando as cartas de controle propostas por Shewhart, Chen e Cheng (1998), Cavalcanti e Cordeiro (2006) e a Carta Poisson proposta.

A Figura 1 apresenta o histograma dos 200 valores simulados das variáveis Y1, Y2 e Y3. É possível observar a forma assimétrica da distribuição dos dados.

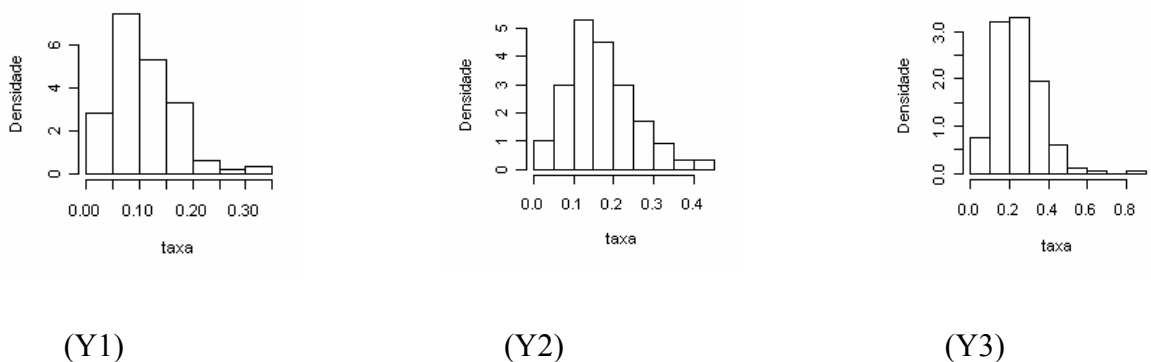


Figura 1: Distribuição das variáveis Y1, Y2 e Y3

A Tabela 2 apresenta algumas estatísticas das variáveis Y1, Y2 e Y3. Estas estimativas são utilizadas para calcular os limites de controle das cartas de controle analisadas.

Tabela 2: Algumas estatísticas das três variáveis Y1, Y2 e Y3.

Variáveis	Mínimo	Máximo	Média	Variância
Y1	0,0000	0,3214	0,1080	0,0036
Y2	0,0000	0,5217	0,1795	0,0073
Y3	0,0000	0,7143	0,2572	0,0126

Fonte: Autora

5.2 ANÁLISE COMPARATIVA DAS CARTAS DE CONTROLE

Esta seção apresenta uma comparação entre os limites de controle propostos para a Carta Poisson e os limites de controle propostos por Shewhart, Chen e Cheng (1998) e Cavalcanti e Cordeiro (2006) para as três variáveis Y1, Y2 e Y3.

Como os limites das cartas estudadas variam de acordo com o tamanho do lote, na Tabela 3 serão apresentados os valores médios do limite inferior e do limite superior das quatro cartas de controle. Como é possível observar, para as variáveis Y1, Y2 e Y3 os limites de controle inferiores (LIC) das cartas de controle de Shewhart, Chen e Cheng (1998) e Cavalcanti e Cordeiro (2006) apresentam valores negativos. No entanto, a Carta de Controle de Poisson apresenta limites de controle contidos no intervalo $[0, \infty)$ pois os valores de w_1 e w_2 foram calculados considerando a assimetria da distribuição de Poisson. A carta Poisson proposta apresenta a mesma praticidade e simplicidade operacional que a carta u de Shewhart, no entanto não apresenta LICs negativos.

Tabela 3: Limite das cartas das três variáveis Y1, Y2 e Y3.

	Y1 ($\lambda = 3$)		Y2 ($\lambda = 5$)		Y3 ($\lambda = 7$)	
	LIC	LSC	LIC	LSC	LIC	LSC
Shewhart	-0,0725	0,2875	-0,0592	0,3889	-0,0352	0,5048
Chen e Cheng	-0,1173	0,3323	-0,1047	0,4344	-0,0818	0,5514
Cavalcanti e Cordeiro	-0,1110	0,3260	-0,09947	0,4291	-0,0772	0,5468
Poisson	0,0036	0,3154	0,0022	0,4321	0,0307	0,5410

Fonte: Autora

As Figuras 2, 3 e 4 apresentam as cartas com os limites de controle propostos por Shewhart, Chen e Cheng (1998), Cavalcanti e Cordeiro (2006) e a Carta Poisson para as variáveis Y1, Y2 e Y3.

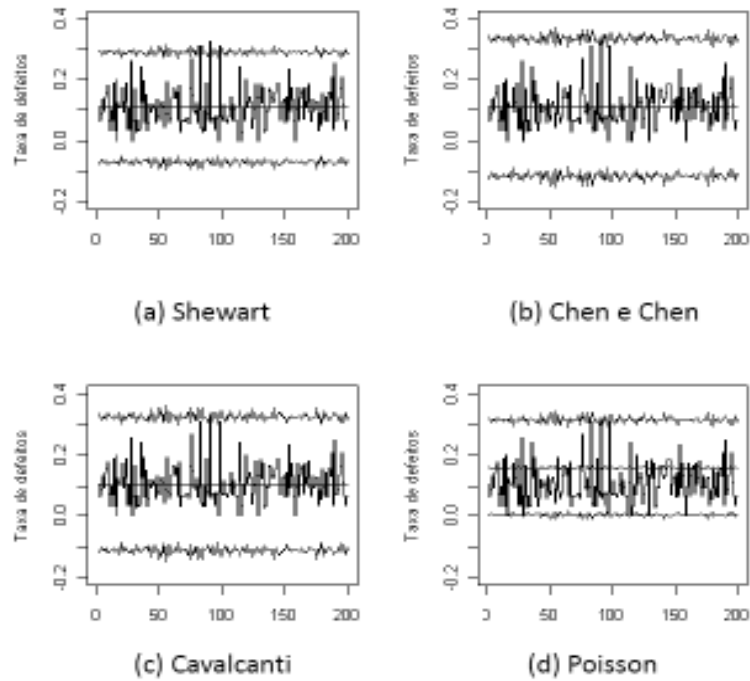


Figura 2: Cartas de controle a variável Y1 com taxa de defeitos $\lambda = 3$

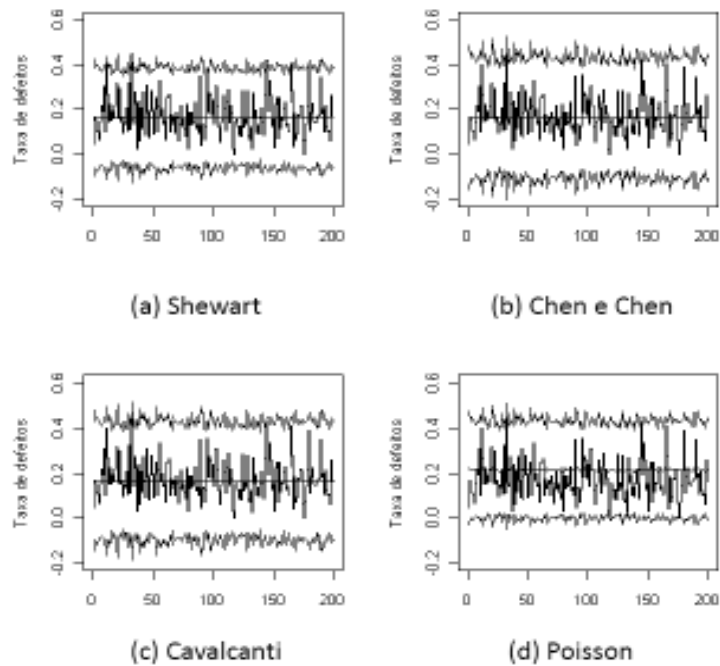


Figura 3: Cartas de controle a variável Y2 com taxa de defeitos $\lambda = 5$

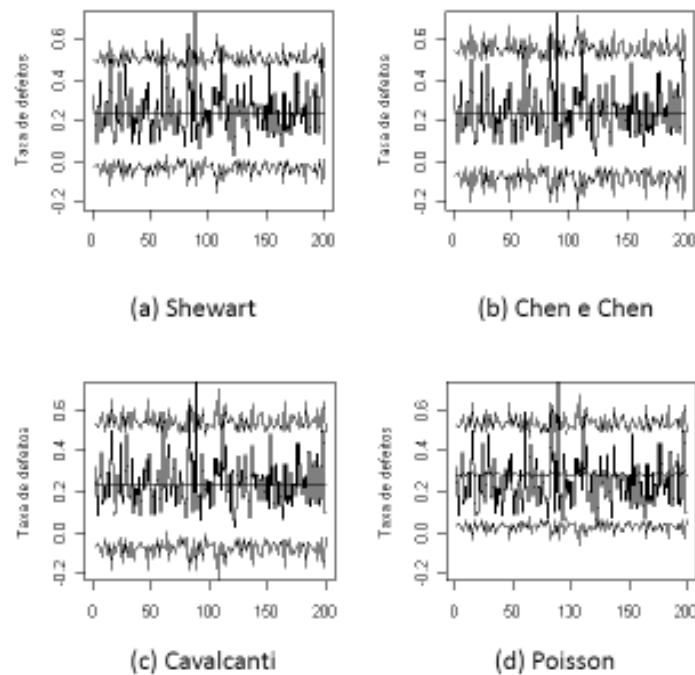


Figura 4: Cartas de controle a variável Y3 com taxa de defeitos $\lambda = 7$

Nas Figuras 2, 3 e 4 observou-se que os limites da Carta Poisson se tornaram mais estreitos em relação aos limites das outras cartas, o que pode demonstrar uma melhor eficiência na detecção de pontos fora de controle.

A Tabela 4 apresenta os limites inferiores e superiores das cartas de controle de Shewhart, Chen e Cheng (1998), Cavalcanti e Cordeiro (2006) e Carta Poisson para dez valores de taxa de defeitos $\lambda = 1, 2, 3, \dots, 10$ e três diferentes tamanhos de lote ($n=30, 50$ e 70).

Conforme se pode verificar na Tabela 4, as aproximações propostas por Shewhart, Chen e Cheng (1998), Cavalcanti e Cordeiro (2006) apresentam LCIs negativos para $n=30$ quando a taxa por unidade for até 0,27, 0,20 e 0,20 respectivamente. A carta Poisson apresenta limites de controle adequados para qualquer valor de taxa de defeitos (λ) e tamanho de lote, pois seus limites foram calculados de acordo com os coeficientes w_1 e w_2 que ajustam a assimetria da distribuição de Poisson.

Tabela 4: Comparação entre os limites de controle de Shewhart, Chen e Cheng (1998), Cavalcanti e Cordeiro (2006) e Carta Poisson para diferentes taxas de defeitos (λ) e tamanhos de lote (n).

Cartas de Controle			Shewhart		Chen e Cheng		Cavalcanti e Cordeiro		Poisson	
n	λ	(λ / n)	LIC	LSC	LIC	LSC	LIC	LSC	LIC	LSC
30	1	0.03	-0.0667	0.1333	-0.0222	0.1778	-0.0333	0.1667	0.0000	0.1667
30	2	0.07	-0.0748	0.2081	-0.0303	0.2525	-0.0382	0.2447	0.0000	0.2248
30	3	0.10	-0.0732	0.2732	-0.0288	0.3176	-0.0352	0.3112	0.0000	0.3000
30	4	0.13	-0.0667	0.3333	-0.0222	0.3778	-0.0278	0.3722	0.0000	0.3667
30	5	0.17	-0.0569	0.3903	-0.0125	0.4347	-0.0175	0.4297	0.0000	0.4333
30	6	0.20	-0.0449	0.4449	-0.0005	0.4894	-0.0050	0.4849	0.0000	0.5000
30	7	0.23	-0.0312	0.4979	0.0132	0.5424	0.0090	0.5382	0.0333	0.5333
30	8	0.27	-0.0162	0.5495	0.0283	0.5940	0.0243	0.5900	0.0333	0.6000
30	9	0.30	0.0000	0.6000	0.0444	0.6444	0.0407	0.6407	0.0667	0.6333
30	10	0.33	0.0171	0.6496	0.0616	0.6940	0.0580	0.6905	0.0667	0.7000
50	1	0.02	-0.0400	0.0800	-0.0133	0.1067	-0.0200	0.1000	0.0000	0.1000
50	2	0.04	-0.0449	0.1249	-0.0182	0.1515	-0.0229	0.1468	0.0000	0.1349
50	3	0.06	-0.0439	0.1639	-0.0173	0.1906	-0.0211	0.1867	0.0000	0.1800
50	4	0.08	-0.0400	0.2000	-0.0133	0.2267	-0.0167	0.2233	0.0000	0.2200
50	5	0.10	-0.0342	0.2342	-0.0075	0.2608	-0.0105	0.2578	0.0000	0.2600
50	6	0.12	-0.0270	0.2670	-0.0003	0.2936	-0.0030	0.2909	0.0000	0.3000
50	7	0.14	-0.0187	0.2987	0.0079	0.3254	0.0054	0.3229	0.0200	0.3200
50	8	0.16	-0.0097	0.3297	0.0170	0.3564	0.0146	0.3540	0.0200	0.3600
50	9	0.18	0.0000	0.3600	0.0267	0.3867	0.0244	0.3844	0.0400	0.3800
50	10	0.20	0.0103	0.3897	0.0369	0.4164	0.0348	0.4143	0.0400	0.4200
70	1	0.01	-0.0286	0.0571	-0.0095	0.0762	-0.0143	0.0714	0.0000	0.0714
70	2	0.03	-0.0320	0.0892	-0.0130	0.1082	-0.0164	0.1049	0.0000	0.0964
70	3	0.04	-0.0314	0.1171	-0.0123	0.1361	-0.0151	0.1334	0.0000	0.1286
70	4	0.06	-0.0286	0.1429	-0.0095	0.1619	-0.0119	0.1595	0.0000	0.1571
70	5	0.07	-0.0244	0.1673	-0.0054	0.1863	-0.0075	0.1842	0.0000	0.1857
70	6	0.09	-0.0193	0.1907	-0.0002	0.2097	-0.0022	0.2078	0.0000	0.2143
70	7	0.10	-0.0134	0.2134	0.0057	0.2324	0.0039	0.2306	0.0143	0.2286
70	8	0.11	-0.0069	0.2355	0.0121	0.2546	0.0104	0.2529	0.0143	0.2571
70	9	0.13	0.0000	0.2571	0.0190	0.2762	0.0175	0.2746	0.0286	0.2714
70	10	0.14	0.0073	0.2784	0.0264	0.2974	0.0249	0.2959	0.0286	0.3000

Fonte: Autora

5.3 ANÁLISE DE SENSIBILIDADE DAS CARTAS DE CONTROLE

Esta seção apresenta a análise de sensibilidade das cartas de controle de Shewhart, Chen e Cheng (1998), Cavalcanti e Cordeiro (2006) e Carta Poisson para um processo sob controle e outro fora de controle. Para o processo sob controle será calculado o número médio de amostras até a presença de uma falsa causa especial (NMA_0). Um maior valor de NMA_0 indica uma menor probabilidade de alarmes falsos no processo. O NMA_0 pode ser escrito em função da probabilidade do erro tipo I (α), que é a probabilidade de alarmes falsos no processo, ou seja, a probabilidade da carta de controle detectar indevidamente uma alteração no parâmetro de referencia monitorado quando o processo esta sob controle estatístico conforme a equação (12) (MONTGOMERY, 2005).

$$NMA_0 = \frac{1}{\alpha} \quad (12)$$

Onde α é a probabilidade de alarmes falsos, e definido conforme a equação (13),

$$\alpha = 1 - P[LIC < x < LSC | p = p_0] \quad (13)$$

Onde p_0 é a média da variável do tipo taxa de defeitos de um processo sob controle.

Para o processo fora de controle será calculado o número médio de amostras até a detecção de causas especiais induzidas no processo (NMA_1). O menor valor de NMA_1 representa maior rapidez na detecção da alteração induzida. O NMA_1 pode ser escrito em função da probabilidade do erro tipo II (β), que é a probabilidade da carta de controle não detectar uma alteração no parâmetro de referencia monitorado quando o processo está fora de controle estatístico conforme a equação (14) (MONTGOMERY, 2005).

$$NMA_1 = \frac{1}{[1 - \beta]} \quad (14)$$

Onde β é a probabilidade de alarmes verdadeiros conforme a equação (15)

$$\beta = P[LIC < x < LSC | p = p_1], \text{ com } p_1 = p_0 + \lambda_0 \quad (15)$$

Onde λ_0 é a alteração induzida no processo, p_1 é a média da variável do tipo taxa de defeitos em um processo fora de controle.

A Tabela 5 apresenta os valores do NMA_0 e NMA_1 das cartas de controle de Shewhart, Chen e Cheng (1998), Cavalcanti e Cordeiro (2006) e Carta Poisson para dois cenários $\lambda_0=1$, $n=30$, $k=30$ e $\lambda_0=2$, $n=30$, $k=100$ com diferentes taxa de defeitos ($\lambda=1, 2, \dots, 5$) e é desejável que a carta de controle apresente um NMA_0 grande a fim de evitar alarmes falsos e um NMA_1 pequeno a fim de detectar rapidamente alterações no processo.

Tabela 5: Comparação do NMA entre as cartas de controle de Shewhart, Chen e Cheng (1998), Cavalcanti e Cordeiro (2006) e Carta Poisson para $\lambda_0=1, n=30, k=30$ e $\lambda_0=2, n=30, k=100$.

Shewhart																					
Dif	$\lambda_0 = 1$										Dif	$\lambda_0 = 2$									
$\lambda + \lambda_0$	k	n	λ	LIC	LSC	α	γ	NMA ₀	NMA ₁		$\lambda + \lambda_0$	k	n	λ	LIC	LSC	α	γ	NMA ₀	NMA ₁	
2	30	30	1	-0,0748	0,2081	0,0048		207			3	100	30	1	-0,0282	0,1615	0,0045		222		
3	30	30	2	-0,0732	0,2732		0,9782		46		4	100	30	2	0,0158	0,2842		0,8752		8	
4	30	30	3	-0,0667	0,3333		0,8141		5		5	100	30	3	0,0500	0,3500		0,5461		2	
5	30	30	4	-0,0569	0,3903		0,2822		1		6	100	30	4	0,0857	0,4143		0,1637		1	
6	30	30	5	-0,0449	0,4449		0,0086		1		7	100	30	5	0,1225	0,4775		0,0079		1	
Chen e Cheng																					
Dif	$\lambda_0 = 1$										Dif	$\lambda_0 = 2$									
$\lambda + \lambda_0$	k	n	λ	LIC	LSC	α	γ	NMA ₀	NMA ₁		$\lambda + \lambda_0$	k	n	λ	LIC	LSC	α	γ	NMA ₀	NMA ₁	
2	30	30	1	-0,0303	0,2525	0,0047		213			3	100	30	1	-0,0149	0,1749	0,0043		232		
3	30	30	2	-0,0288	0,3176		0,9525		21		4	100	30	2	0,0038	0,2229		0,8335		6	
4	30	30	3	-0,0222	0,3778		0,6036		3		5	100	30	3	0,0242	0,2691		0,3386		2	
5	30	30	4	-0,0125	0,4347		0,1881		1		6	100	30	4	0,0458	0,3142		0,0327		1	
6	30	30	5	-0,0005	0,4894		0,0074		1		7	100	30	5	0,0684	0,3582		0,0063		1	
Cavalcanti																					
Dif	$\lambda_0 = 1$										Dif	$\lambda_0 = 2$									
$\lambda + \lambda_0$	k	n	λ	LIC	LSC	α	γ	NMA ₀	NMA ₁		$\lambda + \lambda_0$	k	n	λ	LIC	LSC	α	γ	NMA ₀	NMA ₁	
2	30	30	1	-0,0382	0,2447	0,0045		220			3	100	30	1	-0,0159	0,0834	0,0042		239		
3	30	30	2	-0,0352	0,3112		0,9048		11		4	100	30	2	0,0029	0,1017		0,7956		5	
4	30	30	3	-0,0278	0,3722		0,4376		2		5	100	30	3	0,0234	0,1189		0,5643		2	
5	30	30	4	-0,0175	0,4297		0,0941		1		6	100	30	4	0,0451	0,1355		0,0819		1	
6	30	30	5	-0,0050	0,4849		0,0061		1		7	100	30	5	0,0677	0,1514		0,0053		1	
Poisson																					
Dif	$\lambda_0 = 1$										Dif	$\lambda_0 = 2$									
$\lambda + \lambda_0$	k	n	λ	LIC	LSC	α	γ	NMA ₀	NMA ₁		$\lambda + \lambda_0$	k	n	λ	LIC	LSC	α	γ	NMA ₀	NMA ₁	
2	30	30	1	0,0195	0,2552	0,0027		370			3	100	30	1	0,0350	0,1932	0,0027		370		
3	30	30	2	0,0423	0,3309		0,7239		4		4	100	30	2	0,0635	0,2461		0,0438		1	
4	30	30	3	0,0667	0,4000		0,3501		2		5	100	30	3	0,0925	0,2966		0,0169		1	
5	30	30	4	0,0921	0,4648		0,0339		1		6	100	30	4	0,1219	0,3456		0,0033		1	
6	30	30	5	0,1184	0,5266		0,0018		1		7	100	30	5	0,1517	0,3932		0,0016		1	

Fonte: Autora

Conforme Tabela 5, as cartas de Shewhart, Chen e Cheng (1998), Cavalcanti e Cordeiro (2006) e a Carta Poisson apresentam valores de NMA_0 para um processo sob controle iguais a 207, 213, 220 e 370 respectivamente. Os limites inferiores de controle da carta de Shewhart, Chen e Cheng (1998) e Cavalcanti e Cordeiro (2006), por apresentam valores negativos, são truncados no valor zero e desta forma geram uma região de controle mais estreita gerando um valor de NMA_0 menor que 370 ($\alpha=0,0027$) e maior frequência de alarmes falsos.

Observa-se na Tabela 5 que a Carta Poisson apresentou $NMA_0=370$ para um processo sob controle ($\alpha=0,0027$) e maior rapidez na detecção de alterações induzidas, pois apresenta menores valores de NMA_1 para os dois cenários testados quando comparados com as outras cartas investigadas.

6 CONCLUSÕES

Este artigo apresentou a proposta de uma carta de controle Poisson para monitorar processos mensurados por características de qualidade do tipo taxa de defeitos por unidade. Esta carta de controle assume a distribuição de probabilidade Poisson para o cálculo dos limites de controle. Foi apresentada uma tabela com os valores de $w1$ e $w2$ para ajudar na operacionalização da carta uma vez que ela não está implementada em *softwares*.

A carta Poisson foi aplicada no monitoramento de três processos utilizando valores simulados. A fim de realizar uma análise comparativa, aplicaram-se também as cartas de Shewhart, Chen e Cheng (1998) e Cavalcanti e Cordeiro (2006). Conclui-se que a carta de Poisson foi mais adequada, pois forneceu valores dos limites de controles mais estreitos e sempre restritos ao intervalo $[0, \infty)$, sendo que as cartas de controle de Shewhart, Chen e Cheng (1998) e Cavalcanti e Cordeiro (2006) apresentaram limites de controle positivos para $n=30$ somente quando $\lambda/n > 0,27$, $\lambda/n > 0,20$ e $\lambda/n > 0,20$ respectivamente.

A análise de sensibilidade das quatro cartas de controle analisadas consistiu no cálculo do NMA_0 e NMA_1 para um processo sob controle e outro fora de controle. Os resultados da análise indicaram que a carta Poisson apresentou um desempenho superior, pois apresentou um valor de NMA_0 conforme o valor nominal desejado ($NMA_0 = 370$) e um menor valor de NMA_1 do que as outras cartas de controle analisadas, detectando mais rapidamente todas as alterações induzidas.

A análise comparativa e a análise de sensibilidade permitiram comprovar que a carta Poisson que contempla o cálculo dos limites de controle pela Distribuição Poisson apresenta desempenho superior, pois gera limites de controle assimétricos sempre restritos no intervalo $(0, \infty)$, taxa de alarme falso desejada e maior rapidez na detecção de alterações no processo.

7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- 1- CAVALCANTI, A. B.; CORDEIRO, G. M. An improved u chart for attributes. **Brazilian Journal of Probability and Statistics**, 20, p. 133–140, 2006.

- 2- CHEN, G.; CHENG, S. W. The exact u chart can be obtained using simple adjustments. **Statistics and Probability Letters**, 37, p. 357-365, 1998.
- 3- CORTIVO, Z. D. **Aplicação do Controle Estatístico de Processo em Seqüências Curtas de Produção e Análise Estatística de Processo através do Planejamento Econômico**. 163 f. Dissertação de Mestrado - Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2005.
- 4- MAGALHÃES, M. N. **Probabilidade e variáveis aleatórias**. São Paulo. EDUSP, 2d, 2006. 428p.
- 5- MINGOTI, S. A.; YASUKAWA, F. R. S. Uma comparação de gráficos de controle para a média de processos autocorrelacionados. **Sistemas & Gestão**, 3: 1, 55-73, 2008.
- 6- MONTGOMERY, D.C. **Introdução ao controle estatístico da qualidade**. 4.ed. Rio de Janeiro: LTC, 2004. 514 p.
- 7- MONTGOMERY, D. C.; RUNGER, G. C. **Applied Statistics and Probability for Engineers**, pp. :Wiley-Interscience, 1999.
- 8- MONTGOMERY, D. C. **Introduction to Statistical Quality Technology**, 5^a ed., John Wiley & Sons, New York. 2005.
- 9- RIOS, V. C. & ALVES, G. B., Aplicação de cartas de controle e outras técnicas de inferência estatística na área de segurança do trabalho: avaliação de taxas de acidentes usando o ROAD MAP Seis Sigma, **Pesquisa Operacional para o Desenvolvimento**, v. 1, n. 3, p. 253-276, 2009.
- 10- RUSSO, S. L. **Gráficos de Controle para Variáveis Não-conformes Autocorrelacionadas**. Tese de Doutorado. Programa de Pós-graduação em Engenharia de Produção, UFSC. Florianópolis/SC. 2002.
- 11- WANG, P.; PUTERMAN, M. L.; COCKBURN, I.; LE, N. Mixed poisson regression models with covariate dependent rates. **Biometrics**. V.52 p. 381-400. 1996.

2.2 ARTIGO 2

CARTA DE CONTROLE BASEADAS EM MODELO DE REGRESSÃO PARA MONITORAMENTO DE CARACTERÍSTICAS DE QUALIDADE DO TIPO TAXA

Cecília Brasil Biguelini

Carla Schwengber ten Caten

RESUMO

As ferramentas para monitorar processos quando as características de qualidade (CQ) variam de acordo com uma ou mais variáveis de controle (VC) são as cartas de controle baseadas em modelos de regressão. Estas cartas normalmente utilizam o modelo de regressão múltipla, no entanto, este não é adequado para a modelagem de CQ para dados do tipo taxa, pois: (i) pressupõe que a taxa de defeitos seguem a distribuição Normal e (ii) possibilita a previsão de valores fora do intervalo $[0, \infty)$. Este artigo propõe uma extensão da carta proposta por Skinner *et al.* (2003) da carta de controle baseada em modelo de regressão de Poisson (CCMP) para monitorar a CQ do tipo de taxa em função das VC do processo. Esta carta de controle utiliza o modelo de regressão Poisson e monitora os resíduos *deviance* do modelo. A CCMP foi aplicada no monitoramento das CQ de um processo de fabricação de fios de tecelagem e foi realizado um estudo comparativo e uma análise de sensibilidade da CCMP e das cartas propostas por Hawkins (1991) e Haworth (1996). Concluiu-se que a CCMP apresenta melhor desempenho para monitorar CQ do tipo taxa entre as cartas de controle analisadas.

Palavras-chave: Distribuição de Poisson. Carta de Controle. Modelo de Regressão.

CONTROL CHARTS BASED ON REGRESSION MODEL FOR MONITORING THE QUALITY CHARACTERISTICS OF COUNTING

ABSTRACT

The process as tools to monitor the quality (CQ) vary in accordance with one or more control variables (VC) are the control charts based on regression models. These cards typically use multiple regression model, however, this is not suitable for modeling data types QC to rate because: (i) depends on the rate of defects follow the normal distribution and (ii) enables the prediction values outside the range $[0, \infty)$. This paper proposes an extension of the letter proposed by Skinner *et al.* (2003) of the control chart based on Poisson regression model (CCMP) to monitor the CQ-type rate as a function of the VC process. This control chart uses the Poisson regression model and monitors waste deviance of the model. The CCMP was applied in monitoring the QC of a manufacturing process of yarns and weaving was carried out a comparative study and sensitivity analysis of the CCMP and letters proposed by Hawkins (1991) and Haworth (1996). It was concluded that the CCMP provides better performance to monitor CQ-type rate among control charts analyzed.

Keywords: Poisson Distribution. Control Chart. Regression Model.

1. INTRODUÇÃO

O controle estatístico do processo (CEP) tem sido utilizado para monitorar a qualidade dos produtos em diversos processos industriais, devido principalmente a simplicidade operacional (SANT'ANNA, 2009). A utilização das cartas de controle requer que os dados monitorados sejam independentes e identicamente distribuídos em torno de um parâmetro de referência com média constante. Muitas vezes as características de qualidade (CQ) variam em função das alterações do ajuste de uma ou mais variáveis de controle (VC) do processo, fazendo com que a média do processo seja diferente para cada novo ajuste das VC, dificultando a operacionalização do CEP, pois gera a necessidade de monitorar uma CC para cada novo ajuste do processo.

Segundo Sant'Anna (2009), as cartas de controle baseadas em modelos de regressão inicialmente realizam a previsão do valor da CQ por um modelo de regressão em função do seu relacionamento com as VC do processo. Estas cartas de controle baseadas em modelos de regressão monitoram os resíduos entre as CQ observadas e as CQ previstas pelo modelo, ao invés de monitorar a média das CQ.

As CC baseadas em modelos de regressão apresentam algumas vantagens: (i) simplicidade de operacionalização da carta de controle; (ii) identificação da influência das VC; (iii) monitoramento baseado nos resíduos do modelo de regressão que usualmente são não-correlacionados no tempo e (iv) permite monitorar alterações do valor médio da CQ dado um valor das VC (SANT'ANNA, 2009).

A estratégia de monitorar uma CQ que está relacionada a uma VC foi inicialmente proposta por Mandel (1969), chamada de CC de regressão. Hawking (1991) propôs a carta de controle de ajustamento de regressão estendendo a proposta de Mandel para monitorar processos com múltiplas VC. Hayworth (1996) propôs limites de controle baseados na estatística t-student para a CC proposta por Hawkins. Wade e Woodal (1993) apresentam uma revisão sobre CC de seleção de causas desenvolvida por Zhang (1985) e propõem intervalos de predição para os limites de controle.

Pedrini (2010) propôs um método para monitoramento de processos através de um gráfico de controle para resíduos de modelos de regressão. O método proposto foi aplicado no

monitoramento da taxa de corrosão em tubulações de aço carbono, em função das variáveis de processo.

As CC propostas pelos autores Hawkins (1991) e Hawoth (1996) utilizam os modelos de regressão linear múltipla para a previsão das CQ, o que requer que as mesmas sejam normalmente distribuídas e homoscedásticas. Estas suposições muitas vezes não podem ser satisfeitas na prática, como, por exemplo, na modelagem e monitoramento de CQ's do tipo atributos (SANT'ANNA, 2009).

Segundo Kieschnick e McCullogh (2003), o uso do modelo de regressão linear múltipla na modelagem de atributos como fração de produtos não conformes não é adequado, pois pressupõe que a CQ segue a distribuição normal, possibilitando a previsão de valores fora do limite do intervalo $[0, \infty)$. Sant'Anna (2009) propôs a Carta de Controle baseada em Modelo Beta (CCMB) para a modelagem de fração de produtos não conformes utilizando a distribuição Beta.

Uma alternativa para modelagem da CQ do tipo dados de contagem é o modelo de regressão Poisson, que se baseia na suposição que os dados seguem a distribuição Poisson e, assim, suas mensurações assumem valores restritos ao intervalo $[0, \infty)$.

Dessa forma, Skinner *et al.* (2003) propuseram a carta de controle baseada em modelos que seguem a distribuição de Poisson para monitorar processos com CQ do tipo taxa. Skinner *et al.* (2004) estendem a aplicação do método para monitorar CQ com distribuição de Poisson e superdispersão.

Este artigo propõe uma CC baseada em modelo Poisson (CCMP) para monitorar CQ do tipo taxa em função das VC do processo. Foi realizada uma análise de sensibilidade para comparar a carta proposta com as demais CC baseadas em modelos propostos na literatura. Esta CC utiliza o modelo de regressão de Poisson e monitora os resíduos *deviance* do modelo. A CCMP proposta é uma extensão da carta proposta por Skinner *et al.* (2003), acrescentando modelos com mais de uma variável de controle e a interações entre estas.

A análise de comparativa das CC será dividida em duas fases. Na fase I será analisado o processo e estimados os parâmetros a serem usados para determinar os limites de

controle para a Fase II. Já na fase II, será assumido que os valores dos parâmetros são conhecidos e os dados a serem monitorados seguem a mesma distribuição que os da Fase I.

A CCMP proposta foi aplicada no monitoramento de CQ do tipo taxa de quebras de fio de uma empresa de tecelagem (TIPPETT, 1950). A fim de realizar uma análise comparativa, aplicaram-se também as cartas propostas por Hawkins (1991) e Haworth (1996) nas CQ monitoradas pela CCMP. Para concluir, foi realizado um estudo de simulação para avaliar a sensibilidade das cartas comparadas anteriormente.

Este artigo está dividido em seis seções: Na seção 1 é apresentada uma introdução do que será abordado no artigo. Já na seção 2, é apresentada uma breve revisão sobre a distribuição de probabilidade Poisson, modelos de regressão de Poisson e gráficos de controle baseados em modelos de regressão. Na seção 3 serão apresentados os procedimentos metodológicos deste trabalho. Ao passo que na seção 4, são apresentados os conceitos e as etapas da CCMP. Na seção 5, é apresentada a aplicação da CCMP e a comparação entre as cartas de controle. Na seção 6 será apresentado um estudo de simulação e o cálculo do valor do indicador de desempenho de Número Médio de Amostras (NMA). Finalmente, na seção 7, são apresentadas as conclusões sobre o estudo desenvolvido nesse artigo.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

2.1. DISTRIBUIÇÃO POISSON

Segundo Magalhães (2001), a distribuição de Poisson é uma distribuição discreta de probabilidade, aplicável à ocorrência de um evento em um intervalo especificado. A função de distribuição de probabilidade Poisson é dada pela equação (1), apresentada abaixo:

$$f(x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!} \quad (1)$$

A variável aleatória x é o número de ocorrências do evento em um intervalo, que pode ser, por exemplo, tempo, distância, área, volume ou outra unidade análoga. A média e a

variância de uma distribuição de Poisson são iguais a λ , que é conhecido como o parâmetro da distribuição de Poisson. Quanto maior o valor λ maior o achatamento da curva e o deslocamento da mesma para a direita. Ao passo que para valores grandes de λ , a distribuição é aproximadamente normal.

Quando a distribuição possui média igual à variância, diz-se que possui igual dispersão. Quando a variância é maior do que a média, diz-se que há uma superdispersão. Na prática, é muito raro distribuições com média igual à variância.

2.2. MODELO DE REGRESSÃO DE POISSON

Os modelos de regressão têm sido muito utilizados em diversos campos das engenharias nas últimas décadas através de experimentos para a melhoria de produtos e processos. Muitos experimentos industriais envolvem variáveis que não apresentam distribuição normal e os Modelos Lineares Generalizados (*Generalized Linear Models - GLM*) são uma alternativa útil os métodos tradicionais de análise dos dados que necessitam de transformações. Os GLM desempenham um papel importante na estatística, pois generalizam o modelo tradicional de regressão normal linear, abrindo o leque de opções para a distribuição da variável resposta e dando maior flexibilidade para a ligação entre a média e a parte sistemática do modelo (NELDER E WEDDERBURN, 1972; PAULA, 1997).

O modelo de regressão de Poisson (MRP) é um dos modelos mais usados dos GLM e é aplicado quando a resposta é uma contagem, como, por exemplo, o número de eventos ocorridos em um determinado espaço de tempo (DEAN & LAWLESS, 1989).

Segundo Cordeiro (1992), o modelo de regressão de Poisson é um tipo específico de GLM, cujos parâmetros podem ser estimados usando-se o método da máxima verossimilhança. A função de verossimilhança para um modelo de regressão Poisson é dada pela equação (2):

$$L(\lambda) = P(X_1 = x_1, X_2 = x_2, \dots, X_n = x_n) = \prod_{i=1}^n P(X_i = x_i) = \frac{\lambda^{\sum_{i=1}^n x_i} e^{-n\lambda}}{\prod_{i=1}^n x_i!} \quad (2)$$

onde a função de máxima verossimilhança é determinada pela expressão (3)

$$\ln(L) = \ln \left(\frac{\lambda^{\sum_{i=1}^n x_i} e^{-n\lambda}}{\prod_{i=1}^n x_i!} \right) = \left(\sum_{i=1}^n x_i \right) \ln \lambda - n\lambda - \ln \left(\prod_{i=1}^n x_i! \right) \quad (3)$$

A utilização da função de ligação log assegura que os valores ajustados estarão contidos no intervalo $[0, \infty]$. O modelo de regressão de Poisson com ligação log é algumas vezes chamado de modelo log-linear (McCULLAGH & NELDER, 1989; SCHAFER, 1997).

Conforme Bockenholt (1999), transformando a função de ligação log obtém-se a seguinte expressão para a variável resposta $r = e^{\beta_0 + \beta_1 x_1 + \dots + \beta_k \beta_k}$ onde βx_i^T é a função linear, x_i é o vetor de covariáveis para a observação i e β é o parâmetro desconhecido.

Os modelos clássicos de regressão de Poisson não levam em consideração uma possível dependência entre as observações, entretanto, para dados coletados no tempo é necessário levar em consideração esta dependência para se obter uma análise estatística correta (ZEGER & LIANG, 1986).

Cox (1981) estudou a autocorrelação em dados de contagens, caracterizando duas classes de modelos dependentes no tempo: modelos condicionados a observações passadas e modelos baseados em processos latentes. Na primeira classe, pode-se considerar os modelos autorregressivos e os modelos de função de transferência, onde a distribuição condicional da série é especificada em função das observações passadas. Estudos de modelos lineares generalizados com modelos condicionados são encontrados em Zeger e Qaqish (1988). Na segunda classe, os modelos baseados em processos latentes, a autocorrelação é introduzida através de um processo latente, onde a série depende de um erro não observável. Um modelo baseado em processos latentes, que permite incorporar estruturas de dependências entre séries de contagens, foi sugerido por Zeger (1988). Na maioria das situações práticas, estas condições não serão exatamente satisfeitas, já que o número de oportunidades para a ocorrência de não-conformidades pode ser finito, ou a probabilidade de ocorrência de não-conformidades pode não ser constante.

2.3. GRÁFICO DE CONTROLE BASEADO EM MODELOS DE REGRESSÃO

O gráfico de controle de regressão foi proposto por Mandel (1969) que consiste na combinação das técnicas de gráfico de controle e modelos de regressão linear. Segundo Mandel (1969), o objetivo do gráfico de controle de regressão é controlar uma variação média da característica de qualidade, que ocorre pela variação frequente das variáveis de controle do processo e não controlar uma média constante do processo como é usualmente feito nos gráficos de controle clássicos.

Haworth (1996) modificou o gráfico de controle de regressão proposto por Mandel (1969) monitorando os resíduos do modelo de regressão ao invés do monitoramento da característica de qualidade diretamente, tornando possível monitorar processos com mais de uma variável de controle. Loredó *et al.* (2002) utilizaram o gráfico de controle de regressão para medidas individuais que aplica os resíduos de um modelo de regressão linear múltipla utilizando a média da amplitude móvel dos resíduos para estimar o desvio padrão a ser utilizado no gráfico.

Pedrini (2010) propôs um método para monitoramento de processos através de um gráfico de controle que permite monitorar diretamente a característica de qualidade nas unidades originais. Propôs também uma carta de extrapolação que permite identificar quando as variáveis de controle extrapolam o intervalo de investigação utilizado na modelagem da característica de qualidade em função das variáveis de controle.

O gráfico de controle proposto por Olin (1998) utiliza modelos de regressão não linear e propõe o uso de modelos lineares generalizados (MLG) para o monitoramento de processos. Skinner, Montgomery e Runger (2003) propuseram a utilização de gráfico de controle para resíduos *deviance* para o monitoramento de contagem de não conformidades com distribuição de Poisson enquanto que Jeakpaporn *et al.* (2003) propuseram a utilização de gráficos de controle para resíduos *deviance* com distribuição Gama. Sant'Anna (2009) propôs um gráfico de controle para resíduos *deviance* de modelos de regressão utilizando a distribuição Beta para a modelagem de fração de produtos não conformes.

Skinner (2003) propôs um gráfico de controle para resíduos de modelos de regressão utilizando a distribuição Poisson. O gráfico de controle proposto contempla apenas e uma variável de controle. Os resultados foram mais eficazes utilizando a distribuição de Poisson

do que utilizando a distribuição Normal quando a característica de qualidade é do tipo taxa de defeitos. Posteriormente, Skinner *et al.* (2004) estenderam a aplicação do método para monitorar CQ com distribuição de Poisson e superdispersão.

3. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Inicialmente foi realizada uma busca na literatura sobre as CC baseadas em modelos de regressão, sendo encontradas as CC propostas por Hawkins (1991) e Haworth (1996) para modelos de regressão utilizando a distribuição Normal.

Na sequência foi proposta CC baseada em modelo de regressão utilizando a distribuição de Poisson (CCMP). A CCMP será utilizada para monitorar processos mensurados por CQ do tipo taxa, as quais habitualmente seguem distribuição não-normal e assimétrica. Para testar a viabilidade da CCMP proposta foi realizada uma análise comparativa com as CC propostas por Hawkins (1991) e Haworth (1996) através da análise gráfica da adequabilidade das cartas em estudos aplicados.

A análise comparativa das CC utilizou o banco de dados de Tippett (1950) de um processo de tecelagem de fios. A característica a ser monitorada no processo investigado é o número de quebras no fio durante a tecelagem onde um tear corresponde a um comprimento fixo de fio (Y). As variáveis de controle deste processo são o tipo de lã (A ou B) e o nível de tensão (L ou M).

A análise de sensibilidade das CC propostas Hawkins (1991) e Haworth (1996) e a CCMP foi realizada através do cálculo do NMA para um processo sob controle e outro fora de controle. No processo sob controle calcula-se o número médio de amostras até a presença de uma falsa causa especial (NMA_0). Já para o processo fora de controle, calcula-se o NMA_1 que consiste no número médio de observações desde a ocorrência de uma causa especial induzida até a detecção da mesma. O software utilizado foi o R.2.11.1.

4. CARTA DE CONTROLE BASEADA EM MODELO POISSON

A CCMP proposta neste trabalho tem por finalidade monitorar processos com CQ's mensuradas em dados do tipo contagem as quais, habitualmente, seguem distribuições não normais e assimétricas. A CCMP utiliza modelo de regressão de Poisson para estimar a CQ do tipo fração em função das VC, ao passo que o método de estimação de máxima verossimilhança utiliza os resíduos *deviance* gerados pelo modelo de regressão de Poisson. Os resíduos são plotados na CC com objetivo de monitorar o comportamento do processo e detectar mudanças devido a causas especiais.

A CCMP apresenta algumas vantagens em relação às outras CC, como: (i) a CQ prevista é restrita ao intervalo $[0, \infty)$; (ii) os resíduos *deviance* monitorados são não-correlacionados e (iii) o procedimento de estimação dos coeficientes admite relação não-linear entre as variáveis de interesse. Segundo Jeakpaporn *et al.* (2005), quando o modelo de regressão é mal ajustado, este pode afetar o desempenho das CC no monitoramento do processo.

Suponha um conjunto de s variáveis aleatórias y_1, y_2, \dots, y_s , com distribuição Poisson, em função de um conjunto de k variáveis de controle x_1, x_2, \dots, x_k , onde há $k+1$ coeficientes desconhecidos b_1, b_2, \dots, b_k . Assumindo que uma função de ligação log relaciona as variáveis anteriormente citadas, tem a equação (4) representa o modelo de regressão de Poisson sendo Y_j as variáveis aleatórias Poisson distribuídas com média $\mu_j = E(Y_j)$.

$$Y_j \approx POISSON[\log(\mu_j) = \beta_{jt} X_t] \quad \text{com } j = 1, \dots, s; t = 0, \dots, k \quad (4)$$

Observa-se que a relação entre as variáveis Y_j em um dado conjunto de VC X_t é independente e muitas vezes não-linear. O método proposto monitora de forma univariada a mudança na taxa média das variáveis aleatórias Y_j dado uma mudança em qualquer ajuste das VC X_j através do resíduo *deviance* baseado na estatística de verossimilhança (SANT'ANNA, 2009).

Os resíduos *deviance* seguem a distribuição normal assintótica, segundo Pierce e Schafer (1986). Já Ferrari e Cribari-Neto (2004) discutem que a distribuição dos resíduos

deviance do modelo Poisson possui propriedades similares aos resíduos *deviance* dos modelos lineares generalizados. Ao passo que Skinner *et al.* (2004) afirmam que os resíduos *deviance* são sensíveis aos efeitos de diferentes tipos de mudança na média ou na variabilidade imposta aos dados. Esta característica dos resíduos proporciona vantagens no monitoramento e controle de processos quando são utilizadas cartas de controle baseada em modelos de regressão.

O resíduo *deviance* (r_d) para os j modelos de regressão Poisson é estimado pela equação (5), apresentada abaixo:

$$r_{d_{ij}} = \text{sign}(y_{ij} - \hat{\mu}_{ij}) \left\{ 2 \left[\Phi \left(\frac{\log y_{ij}}{1 - y_{ij}} \right) - [\delta(\hat{\mu}_{ij} \Phi) - \delta(1 - \hat{\mu}_{ij} \Phi)] \right] \right\}^{1/2} \quad (5)$$

onde, a estatística de verossimilhança é utilizada como uma medida de ponderação para os resíduos ordinários ($y_{ij} - \hat{\mu}_{ij}$).

Os resíduos *deviance* são plotados em j cartas de controle univariadas de Shewart, com limites de controle estatísticos calculados a partir da média $\overline{r_{d_j}}$ e variância $s^2(\overline{r_{d_j}})$ amostral dos resíduos. Desta forma, os limites de controle superior, linha central e limite inferior da CCMP são dados pelas equações (6), (7) e (8).

$$LSC_j = \overline{r_{d_j}} + w\sqrt{s^2(\overline{r_{d_j}})} \quad (6)$$

$$LC_j = \overline{r_{d_j}} \quad (7)$$

$$LIC_j = \overline{r_{d_j}} - w\sqrt{s^2(\overline{r_{d_j}})} \quad (8)$$

onde w é uma constante que define a largura dos limites de controle correspondente ao nível desejado do número médio de amostras até o alarme falso (NMA_0) e $j = 1, \dots, s$. O (NMA_0) determina o número de amostras até a ocorrência de um alarme falso quando o processo está sob controle. Uma vez determinado os limites de controle, as CCMP com resíduos *deviance* podem ser utilizadas para monitorar as CQ mensuradas em por taxas restritas no intervalo $[0, \infty)$.

4.1. ETAPAS PARA APLICAÇÃO DA CCMP

A implantação da CCMP deve ser dividida em duas fases: a fase de análise retrospectiva (Fase I) e a fase de monitoramento do processo (Fase II).

Na fase I se busca analisar o processo e estimar os parâmetros a serem usados para determinar os limites de controle para a Fase II. Já na fase II, deve-se assumir que os valores dos parâmetros são conhecidos e os dados a serem monitorados seguem a mesma distribuição que os da Fase I.

As etapas de execução da Fase I consistem em:

- (1) Coleta das j CQ (Y_j) e VC (x_j) do processo industrial;
- (2) Análise exploratória dos dados históricos;
- (3) Ajuste dos j MRP que relacionam as j CQ com as t VC. O ajuste dos j MRP deve considerar a escolha da função de ligação mais adequada e dos critérios de diagnóstico;
- (4) Obtenção dos resíduos *deviance* dos j MRP a partir da equação (5);
- (5) Cálculo dos limites de controle das j CCMP segundo estimativas de média e variância amostral dos resíduos *deviance* dos j MRP conforme as equações (6), (7) e (8);

As etapas de execução da Fase II consistem em:

- (6) Coleta de novas observações das j CQ (Y_j) e VC (x_j);
- (7) Estimativa dos novos resíduos *deviance* dos j MRP a partir da equação (5);
- (8) Monitoramento dos resíduos *deviance* em j CCMP. Qualquer ponto fora dos limites de controle indica a presença de causas especiais no processo.

5. APLICAÇÃO DA CCMP

A CCMP foi aplicada a um processo de tecelagem de fios. Os dados utilizados na estimação dos j MRP foram obtidos através do banco de dados de Tippett (1950) realizado em uma empresa de tecelagem. A característica a ser monitorada no processo investigado é o número de quebras no fio durante a tecelagem onde um tear corresponde a um comprimento fixo de fio (Y). As VC deste processo são o tipo de lâ (A ou B) e o nível de tensão (L, M). Retirou-se medidas em cinco teares com 4 tipos de urdideira (AL, AM, BL e BM). O banco

de dados foi dividido para ser analisado em cada uma das fases na implantação da CCMP. A primeira parte do banco de dados contou com 20 observações e a segunda com 16. O experimento possibilitou conhecer a relação entre as j CQ com as VCs e construir um modelo de regressão de Poisson que descreve tal relação. A Tabela 1 apresenta um resumo estatístico da CQ estudada.

Tabela 1: Resumo estatístico da CQ do estudada

Variável	Mínimo	Máximo	Média	Desvio Padrão	Coefficiente de Variação
Número de quebras	12	70	28,10	14,16	50,39%

A equação (20) apresenta o MRP estimado para a CQ em questão contendo as VCs que apresentaram significância estatística para explicar a CQ, ao nível de significância de 5%, baseado no teste estatístico de Wald. O MRP y_1 estimado apresenta distribuição Poisson com função de ligação log e foi utilizado o método de estimação por máxima verossimilhança. Para diagnosticar a eficiência da modelagem foram utilizados o critério de informação de Akaike (AIC) e o critério de informação Bayesiano (BIC), que são indicadores do tipo menor-é-melhor. Os valores de AIC=182,719 e BIC=186,702 estimados demonstram que o modelo se ajusta satisfatoriamente, conforme a equação (9).

$$Y_1 = Poisson[\exp(3,346 - 0,381b_1 - 0,185c_1 + 0,933b_1c_1)] \quad (9)$$

A partir do modelo de regressão de Poisson estimado para CQ em estudo obteve-se os resíduos *deviance* do modelo, a partir da equação (9) e as estimativas de média e da variância amostral dos resíduos.

As estimativas de médias e variâncias dos resíduos *deviance*, apresentadas na Tabela 7, são utilizadas para calcular os limites de controle e linha central da CCMP proposta. O valor da constante w foi adotado para garantir a mesma probabilidade $\alpha = 0,0027$ de alarmes falsos no monitoramento do processo para todas as cartas analisadas. Para a carta de Hawkins(1991) foi adotado $w = 3$ baseado na distribuição Normal; para a carta de Haworth (1996) foi utilizado a distribuição de Student para definir o valor de $w = 3,15$ e para a CCMP foi utilizada a distribuição de Poisson, com valores de $w_1 = 2,81$ para o limite inferior e $w_2 = 3,18$ para o limite superior. A escolha destes valores da constante w permite a comparação gráfica entre a CCMP e as cartas propostas por Hawkins (1991) e Haworth (1996).

5.1. ANÁLISE COMPARATIVA ENTRE AS CARTAS DE CONTROLE

A CCMP proposta para a CQ é comparada com as CC baseadas nos modelos propostos por Hawkins (1991) e Haworth (1996). Foram construídos modelos de regressão para a CQ estudada, observando-se a qualidade do ajuste dos modelos aos dados. Em seguida foram gerados os resíduos padronizados para a carta proposta por Hawkins (1991) e os resíduos student para a CC proposta por Haworth (1996) utilizando o modelo normal.

A equação 10 apresenta o modelo de Regressão normal estimado contendo as VC que apresentaram significância estatística, para explicar a CQ, ao nível de significância de 5%, baseado no teste t-student para cada um coeficientes.

$$Y_1 = Normal[28,40 - 9,00b_1 - 4,80c_1 + 0,26,40b_1c_1] \quad (10)$$

O modelo de regressão estimado apresenta distribuição Normal, função de ligação identidade e foi utilizado o método de estimação por mínimos quadrados ordinários (MQO). O critério de informação de Akaike (AIC) e o critério de informação Bayesiano (BIC) foram: AIC = 2542,357 e BIC = 2546,340, estes resultados demonstram que o modelo apresentou um ajuste moderado. O R^2 foi de 34,44% para o ajuste das variáveis no modelo.

A partir do modelo de regressão Normal estimado obtem-se os resíduos padronizados (r_{pi}) e Studentizados (r_{si}) de cada modelo, a partir das equações 11 e 12, e respectivas estimativas de média e desvio-padrão amostral dos resíduos.

$$r_{pi} = \frac{(y_i - \hat{\mu})}{\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{\mu})^2}{n-t}}} \quad (11)$$

$$r_{si} = \frac{(y_i - \hat{\mu})}{\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{\mu})^2}{n-t} \cdot (1 - [X_t'(X'X)^{-1}X_t])}} \quad (12)$$

onde, $X't$ é um vetor de VC da t-ésima observação e X a matriz de vetores de VC.

As estimativas de médias e variâncias dos resíduos padronizados e student apresentadas na Tabela 2 são utilizadas para calcular os limites de controle superior, linha

central e limite inferior das cartas propostas por Hawkins (1991) e Haworth (1996), conforme as expressões (13), (14), (15) e (16), (17) e (18) respectivamente.

Tabela 2: Estimativas de média e variância dos resíduos padronizados, Studentizados e *deviance*

Modelo de Regressão	Resíduos	Média	Variância
Normal	Padronizado	0	0,800
Normal	Student	0	1,067
Poisson – log	<i>Deviance</i>	-0,075	2,889

$$\text{Hawkins (1991)} \quad LSC_j = \bar{r}_{pj} + 3\sqrt{s^2(\bar{r}_{pj})} \quad (13)$$

$$\text{Hawkins (1991)} \quad LC_j = \bar{r}_{pj} \quad (14)$$

$$\text{Hawkins (1991)} \quad LIC_j = \bar{r}_{pj} - 3\sqrt{s^2(\bar{r}_{pj})} \quad (15)$$

$$\text{Haworth (1996)} \quad LSC_j = \bar{r}_{sj} + t\left(\frac{\alpha}{2}; n-t\right)\sqrt{s^2(\bar{r}_{sj})} \quad (16)$$

$$\text{Haworth (1996)} \quad LC_j = \bar{r}_{sj} \quad (17)$$

$$\text{Haworth (1996)} \quad LIC_j = \bar{r}_{sj} - t\left(1 - \frac{\alpha}{2}; n-t\right)\sqrt{s^2(\bar{r}_{sj})} \quad (18)$$

Onde $t(\alpha/2; n-t)$ é uma constante que define a largura dos limites de controle correspondente ao número médio de amostras desejado até o alarme falso (NMA_0).

Após estabelecer os limites de controle das cartas propostas por Hawkins (1991), Haworth (1996) e CCMP (com função de ligação log) utilizou-se a segunda parte do banco de dados com 16 novos dados da CQ e das VCs proveniente do processo de tecelagem de fios. Os resíduos padronizados, student e *deviance* são calculados e monitorados a partir dos novos dados. Os limites de controle superior e inferior dos resíduos dos modelos de regressão nas três cartas analisadas foram aproximadamente três uma vez que estes tendem a distribuição Normal.

A Figura 1 apresenta as CC propostas por Hawkins (1991), Haworth (1996) e CCMP para a CQ. Verifica-se que as CC apresentam similaridade no monitoramento da variabilidade de cada CQ. Observa-se que nas cartas a), b) e c) não há pontos fora de controle, caracterizando que o processo está sob controle estatístico.

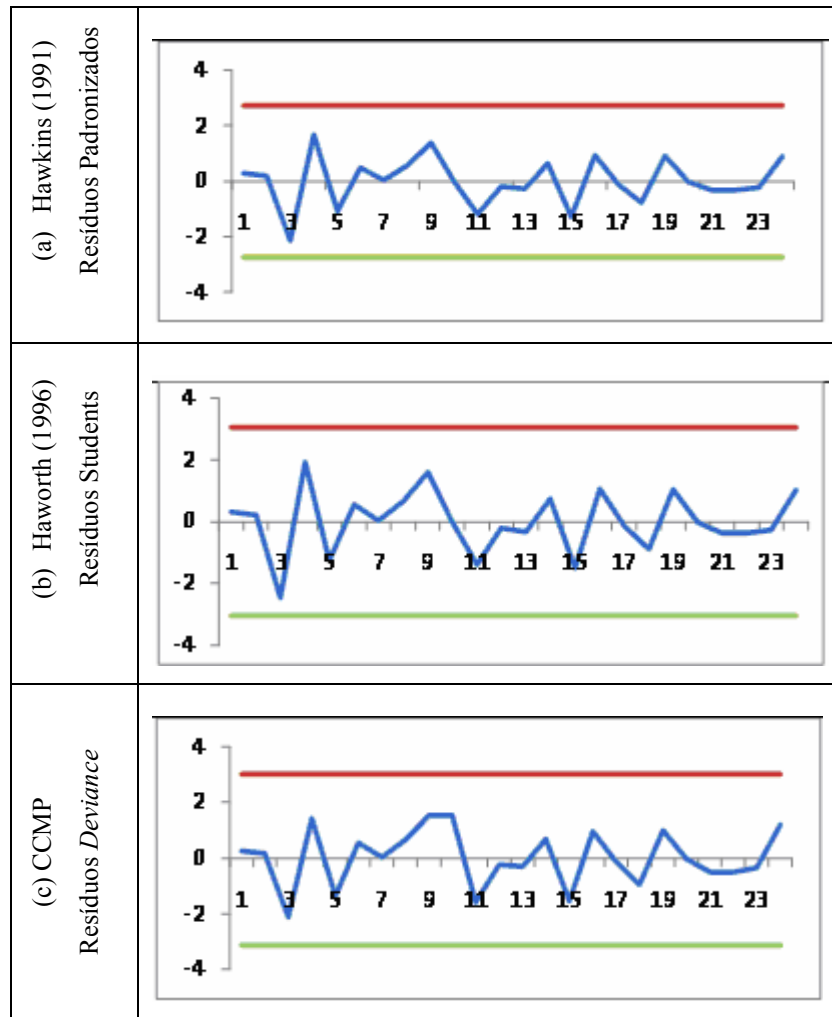


Figura 1: Cartas de controle propostas por Hawkins (1991), Haworth (1996) e CCMP
Fonte: Autora

Na análise de investigação da CQ do processo, detectou-se que não houve causas especiais e não foram obtidos alarmes falsos nas cartas analisadas. No entanto, os critérios de informação AIC e BIC evidenciaram que é mais adequado modelar e monitorar os dados pela distribuição é a Poisson.

6. ANÁLISE DE SENSIBILIDADE DAS CARTAS DE CONTROLE

Para analisar a sensibilidade das cartas propostas por Hawkins (1991), Haworth (1996) e CCMP foi realizado um estudo de simulação onde foram considerados um processo sob controle e outro fora de controle. Para o processo sob controle foi calculado o número médio de amostras até a presença de uma falsa causa especial (NMA_0). Segundo Montgomery

(2005), o valor de NMA_0 pode ser escrito em função da probabilidade de erro tipo I (α), que é a probabilidade da CC detectar uma alteração no modelo de referência monitorado quando o processo está sob controle estatístico.

No processo fora de controle foi induzido uma alteração do tipo aditiva nos coeficientes dos modelos de regressão segundo as equações (19), (20), (21) e (22) pois a equação da regressão de Poisson é em função exponencial.

$$\mu_j = \exp(\beta_{j0} + \beta_{j1}x_{j1} + \beta_{j2}x_{j2} + \dots + \beta_{jk}\beta_{jk}) \quad (19)$$

$$\mu_j = \exp((\beta_{j0} + \varphi) + \beta_{j1}x_{j1} + \beta_{j2}x_{j2} + \dots + \beta_{jk}\beta_{jk}) \quad (20)$$

$$\mu_j = \exp(\beta_{j0} + (\beta_{j1} + \varphi)x_{j1} + \beta_{j2}x_{j2} + \dots + \beta_{jk}\beta_{jk}) \quad (21)$$

$$\mu_j = \exp(\beta_{j0} + \beta_{j1}x_{j1} + (\beta_{j2} + \varphi)x_{j2} + \dots + \beta_{jk}\beta_{jk}) \quad (22)$$

Para a alteração aditiva foram considerados seis valores de constantes 0,5, 1, 1,5, 2,0, 2,5 e 3,0. Por exemplo, uma alteração aditiva com tamanho 1,5 indica que o coeficiente do modelo modifica μ_{yj} para $\mu_{yj} + 1,5$. Estes representam formas de alterações no processo produtivo, e objetivam avaliar o poder de detecção das cartas de controle no monitoramento.

No caso do processo fora de controle foi calculado o número médio de amostras até a detecção de causas especiais (NMA_1). Onde o menor valor de NMA_1 representa um menor número médio de amostras coletadas até a detecção da alteração induzida. Segundo Montgomery (2005), o NMA_1 pode ser escrito em função da probabilidade de erro tipo II (β), que é a probabilidade da carta de controle não detectar uma alteração no modelo de referência monitorado quando o processo está fora de controle estatístico.

O método utilizado para estimar os valores de NMA_0 e NMA_1 foi simulação de Monte Carlo realizada no *software* livre R®v.13.0. A simulação consistiu na geração de 10.000 observações das VC com distribuição uniforme e das CQ segundo as estimativas amostrais identificadas na fase de análise descritiva do experimento. Estes dados são utilizados para estimar os valores preditos a partir das equações (9) e (10) e respectivos resíduos *deviance*,

padronizados e studentizados a partir das equações (5), (11) e (12). Estes resíduos estimados são plotados nas respectivas cartas de controle.

A simulação do processo sob controle foi realizada 10.000 vezes, sendo computada a média dos percentis de pontos fora dos limites de controle estatísticos ($p_f(\%)$). O número médio de amostras até o falso alarme (NMA_0) para as j cartas CCMP, pode ser calculado através da equação (23).

$$NMA_0 = \frac{1}{[1 - (1 - \alpha)^j]} \quad (23)$$

Em que α é a probabilidade de alarmes falsos definido por $p_f(\%)$ (SKINNER, 2003).

A simulação de um processo fora de controle foi realizada 10.000 vezes, induzindo o tamanho das alterações propostas, sendo calculada a média do percentual de pontos entre os limites de controle até a detecção da causa especial ($p_s(\%)$). O número médio de amostras até a detecção da causa especial (NMA_1) para as j cartas CCMP pode ser expresso pela equação (24).

$$NMA_1 = \frac{1}{[1 - \beta^j]} \quad (24)$$

Em que β é a probabilidade de alarmes verdadeiros definido por $\bar{p}_f(\%)$. Esta fórmula foi gerada a partir da extensão da fórmula do NMA_0 proposta por Skinner (2003).

A simulação foi desenvolvida iniciando com um valor arbitrário para w ($w = 3$) e alterando até obter um NMA_0 desejado ($\alpha = 0,001$ e $j = 3$) para cada CQ. Os valores utilizados para constante w de cada CQ para o cálculo dos limites de controle das cartas investigadas são apresentados na Tabela 3. A CCMP apresentou diferença entre os valores da constante w dos limites inferior e superior devido a assimetria da distribuição de Poisson. Os valores da constante w para a distribuição de Poisson foram apresentados na tabela 1 do artigo 1.

Tabela 3: Valores das constantes w utilizadas na análise de sensibilidade para os limites superior e inferior

Limites	Hawkins (1991)	Haworth (1996)	CCMP
Inferior	3	3,1509	2,8099
Superior	3	3,1509	3,1764

A Tabela 4 apresenta os valores dos NMA_0 e NMA_1 das cartas de controle CCMP, Hawkins (1991) e Haworth (1996) segundo o tamanho da alteração. Nota-se que a CCMP apresentou um maior valor de NMA_0 (467,2728) para um processo sob controle quando comparado com as demais cartas.

Analisando os valores de NMA_1 para as situações de alterações para a VC, a CCMP apresenta maiores valores de NMA_1 dentre as cartas de controle investigadas. A CCMP não apresenta desempenho satisfatório, pois gerou maior valor de NMA_1 em todas as alterações induzidas de descontrole, quando comparado com as outras cartas estudadas.

Tabela 4: Resultado dos NMAs das cartas de controle de Hawkins (1991), Haworth (1996) e CCMP baseado em 10.000 simulações.

Tamanho da alteração	Tipo da Mudança	Carta Hawkins (1991)	Carta Haworth (1996)	Carta CCMP
Sem alteração		266,3491	428,6997	467,2728
0,5 σ	β_0	155,0004	241,0926	264,0110
	β_1	74,0574	114,7771	124,4270
	β_2	75,1953	116,5195	126,1962
1,0 σ	β_0	51,2713	79,0336	85,5492
	β_1	11,7498	15,4140	16,3559
	β_2	11,5764	15,8238	16,8065
1,5 σ	β_0	16,6210	24,0370	25,5749
	β_1	3,5905	4,2089	4,3492
	β_2	3,5662	4,1457	4,3094
2,0 σ	β_0	7,1144	9,3679	9,8419
	β_1	1,9904	2,1713	2,2118
	β_2	2,0164	2,2008	2,2465
2,5 σ	β_0	3,5813	4,3346	4,5085
	β_1	1,5372	1,6093	1,6271
	β_2	1,5405	1,6199	1,6361
3,0 σ	β_0	2,1643	2,4915	2,5749
	β_1	1,3094	1,3527	1,3642
	β_2	1,3163	1,3602	1,3680

7. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo deste artigo foi propor uma carta de controle baseada em modelo de regressão Poisson (CCMP) para monitorar processos que mensuram características de qualidade do tipo taxa com valores restritos ao intervalo $[0, \infty)$ e que dependem de frequentes alterações de ajustes nas VC. Inicialmente foi apresentado um referencial teórico sobre distribuição Poisson, modelo de regressão Poisson. Na sequência foi apresentada a proposta da CCMP e os passos para a sua implantação.

A CCMP foi aplicada no monitoramento da característica de qualidade número de quebras de fio. Com objetivo de realizar uma análise comparativa, aplicaram-se também as cartas propostas por Hawkins (1991) e por Haworth (1996) que utilizam o modelo de regressão utilizando a distribuição Normal nas CQ monitoradas. Acredita-se que a CCMP seja a mais adequada para modelar e monitorar as CQ do tipo taxa de defeitos.

Posteriormente, foi realizado um estudo de simulação de Monte Carlo para analisar a sensibilidade das cartas propostas por Hawkins (1991), por Haworth (1996) e a CCMP proposta. As simulações realizadas consistiram em um processo sob controle e outro fora de controle utilizando a alteração do tipo aditiva com seis tamanhos de alterações (0,5, 1,0, 1,5, 2,0, 2,5 e 3,0). Para cada alteração no processo, calculou-se respectivamente o NMA_0 e NMA_1 para cada uma das cartas de controle analisadas.

Os resultados da análise de sensibilidade indicaram que a CCMP apresenta desempenho satisfatório para o cálculo do NMA_0 , pois esta possui maior valor para a probabilidade de alarme falso quando comparado com as demais cartas de controle. No entanto para o cálculo do NMA_1 com as alterações induzidas, a CCMP não apresentou desempenho satisfatório em relação as demais CC estudadas pois apresentou um maior número de amostras até a detecção da verdadeira causa especial (NMA_1).

Conclui-se que a CCMP pode ser uma ferramenta adequada para o monitoramento de características de qualidade do tipo taxa, que apresentam valores restritos ao intervalo $[0, \infty)$, que não seguem distribuição Normal e dependem de frequentes ajustes nas variáveis de controle do processo.

8 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- 1- BÖCKENHOLT, U. Mixed INAR(1) Poisson regression models: analyzing heterogeneity and serial dependencies in longitudinal count data. **Journal of Econometrics**. v.89 p.317-338. 1999.
- 2- CORDEIRO, G. Introdução à teoria de verossimilhança. **Anais do 10º Simpósio Nacional de Probabilidade e Estatística**. UFRJ/ABE. Rio de Janeiro. 1992.
- 3- COX, D. R. Statistical analysis of time series, some recent developments. **Scand. Journal Statistical**. v.8 p. 93-115. 1981.
- 4- DEAN, C.; LAWLESS, J. F. Tests for detecting overdispersion in Poisson regressions models. **Journal of the American Statistical Association**. v.84, n.406 p. 467-471. 1989.
- 5- FERRARI, S.L. P & CRIBARI-NETO, F., Beta regression for modeling rates and proportions. **Journal of Statistics**. v. 31, p. p. 799-816, 2004.
- 6- HAWKINS, D. M. Multivariate quality control based on regression-adjusted variables. **Technometrics**. v. 33, n.1, p. 61-75, 1991.
- 7- HAWKINS, D. M. Regression adjustment for variables in multivariate quality control. **Journal of Quality Technology**, v. 25, n.3, p. 170-182, 1993.
- 8- HAWORTH, D. A. Regression control chart to manage software maintenance. **Journal of Software Maintenance**. v. 8. n. 1. p 35-48. 1996.
- 9- JEARKPAPORN, D.; MONTGOMERY, D. C.; RUNGER, G. C.; BORROR, C. M. Model-based process using robust generalized linear models. **International Journal of Production Research**. v.43, p. 1337-1354. 2005.
- 10- JEARKPAPORN, D.; MONTGOMERY, D. C.; RUNGER, G. C.; BORROR, C. M. Process monitoring for correlated gamma-distributed data using generalized-linear-modelbased control charts. **Quality and Reliability Engineering International**. v. 19. n. 6. p. 477-491. 2003.
- 11- JEARKPAPORN, D.; MONTGOMERY, D. C.; RUNGER, G. C.; BORROR, C. M. Process monitoring for mean shifts for multiple stage processes. **International Journal of Production Research**. v. 45. n. 3. p. 5547-5570. 2007.
- 12- KIESCHNICK, R., MCCULLOUGH, B. D. Regression analysis of variates observed on (0, 1): percentages, proportions and fractions. **Statistical Modelling**. v. 3. p. 193-213. 2003.

- 13- LOREDO, E.N., JERKPAPORN, D.; BORROR, C.M., Model-based Control Chart for Autoregressive and Correlated Data. **Quality and Reliability Engineering International**. v. 18. n. 6. p. 489-496. 2002.
- 14- MAGALHÃES, M. N.; LIMA, A. C. P. **Noções de Probabilidade e Estatística**. 3ª ed., São Paulo: Edusp. 2001.
- 15- MANDEL, B. J. The regression control chart. **Journal of Quality Technology**. v. 1. n. 1. p. 1-9. 1969.
- 16- MCCULLAGH, P.; NELDER, J. A. **Generalized Linear Models**. Second Edition. London: Chapman and Hall. 1989.
- 17- MONTGOMERY, D. C. **Introduction to Statistical Quality Technology**. 5ª ed.. John Wiley & Sons. New York. 2005.
- 18- MONTGOMERY, D. C.; RUNGER, G C. **Estatística aplicada e probabilidade para engenheiros**. Ed. Rio de Janeiro: Editora LTC. 463 p. 2003.
- 19- NELDER, J. A.; WDDERBURN, R. W. M. Generalized linear models. **Journal of Royal Statistical Society**: v135 p. 370-384. 1972.
- 20- OLIN, B. D. Regression control charts revisited: methodology and cases studies. New York: 42º Annual Fall Technical Conference. **Proceedings...** 1998.
- 21- PAULA, G. A. Estimação e testes em modelos de regressão com parâmetros restritos. **Anais da 5ª Escola de Modelos de Regressão**. IME-USP/ABE. Campos do Jordão. 1997
- 22- PEDRINI, D. C. ; SANTANA, A. M. O. ; CATEN, C.S. ; CAMPOS, M. S. Proposta de método para monitoramento de processos através de um gráfico de controle para resíduos de modelos de regressão. In: XXX Encontro Nacional de Engenharia de Produção, São Carlos. **Anais do XXX ENEGEP**. p. 1-12. 2010.
- 23- PIERCE, D. A.; SCHAEFER, D. W. Residuals in generalized linear model. **Journal of the American Statistical Association**. v. 81. p. 977-986. 1986.
- 24- SANT'ANNA, A. M. O. **Ferramentas para modelagem e monitoramento de características de qualidade do tipo fração**. Tese (Doutorado em Engenharia) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Brasil. 2009.
- 25- SCHAFER, J. L. **Analysis of incomplete multivariate data**. London. Chapman & Hall. 1997.
- 26- SKINNER, K. R.; MONTGOMERY, D. C.; RUNGER, G. C. Process monitoring for multiple count data using generalized linear model-based control charts. **International Journal of Production Research**. v. 41. n. 6. p. 1167-1180. 2003.

- 27- SKINNER K.R.; MONTGOMERY D.C.; RUNGER G.C., Generalized-linear model-based control charts for discrete semiconductor process data; **Quality and Reliability Engineering International**. n. 20. n. 8. 777-786. 2004.
- 28- SHU, L.; TSUNG, F.; TSUI, K.L., Run-length Performance of Regression Control Charts with Estimated Parameters. **Journal of Quality Technology**. v. 36. n. 3. p. 280-292. 2004.
- 29- SULLIVAN, J. H.; WOODALL, W. H. "A Comparison of Multivariate Quality Control Charts for Individual Observations". **Journal of Quality Technology**. 28. p. 398-408. 1996.
- 30- TIPPETT, L. H. C. **Technological Applications of Statistics**. John Wiley and Sons. New York. 1950.
- 31- TRIOLA, M. F. **Introdução à estatística**. 7ª ed., Rio de Janeiro: Editora LTC . 1999.
- 32- WADE, M. R.; WOODAL, W. H. A review and analysis of cause-selecting control charts. **Journal of Quality Technology**. v. 25. n. 3. p. 161-169. 2003.
- 33- WOODALL, W. H. Controversions and contradictions in statistical process control. **Journal of Quality Technology**. v. 32. n. 4. p. 341-350. 2000.
- 34- ZEGER, S. L.; LIANG, K-Y. Longitudinal data analysis for discrete and continuous outcomes. **Biometrics**. v. 42 p.121-130. 1986
- 35- ZEGER, S. L. A regression model for time series counts. **Biometrika**. v.75. p. 621-629. 1988.
- 36- ZEGER, S. L.; QAQISH, B. Markov regression models for time series; a quasilielihood approach. **Biometrics**. v. 44 p. 1019-1031. 1988.
- 37- ZHANG, Z. X. Cause-selecting control charts – a new type of quality control charts. **The QR Journal**. v. 12. p. 221-225. 1985.

2.3 ARTIGO 3

ÍNDICE DE CAPACIDADE PARA CARTAS DE CONTROLE BASEADAS EM MODELOS DE REGRESSÃO UTILIZANDO A DISTRIBUIÇÃO DE POISSON

Cecília Brasil Biguelini

Carla Schwengber ten Caten

RESUMO

Os índices de capacidade C_p e C_{pk} são técnicas de controle estatístico de qualidade utilizadas para comparar com a variação das causas comuns inerentes ao processo com o intervalo de especificação do processo. Uma vez que os índices de capacidade tradicionais são limitados às características de qualidade normalmente distribuídas, o objetivo deste artigo é propor e aplicar índices de capacidade $C_{p_{MRNORMAL}}$ e $C_{p_{MRPOISSON}}$ para cartas de controle baseadas em modelos de regressão utilizando a distribuição de Poisson - visando preencher uma lacuna observada na literatura. Os resultados dos índices propostos utilizando modelos de regressão de Poisson se mostraram eficazes em relação aos resultados utilizando regressão normal linear.

Palavras-Chave: Modelos de regressão, Índices de capacidade, Distribuição Poisson, Carta de Controle.

ABILITY INDEX CONTROL CHARTS BASED ON REGRESSION MODELS USING THE POISSON DISTRIBUTION

ABSTRACT

The capability indices C_p and C_{pk} are techniques of statistical quality control used to compare with the common causes of variation inherent in the process with the specification range of the process. Since the capability indices are limited to traditional quality features normally distributed, the objective of this paper is to propose and implement capacity indices $C_{p_{MRNORMAL}}$ and $C_{p_{MRPOISSON}}$ for control charts based on regression models using the Poisson distribution - aiming to fill a gap observed in the literature . The results of the proposed index using Poisson regression models were effective compared to results using normal linear regression.

Key-Words: Regression models, indexes of capacity, Poisson Distribution, Control Chart.

1. INTRODUÇÃO

Segundo Montgomery (2004), as técnicas de controle estatístico de qualidade, dentre elas os gráficos de controle e os índices de capacidade, são utilizadas para redução da variabilidade. Estas contribuem para a melhora da qualidade e confiabilidade, reduzindo custos associados à produção deficiente.

Mais recentemente foi desenvolvido o gráfico de controle de regressão que é utilizado quando a variável resposta (dependente) do processo varia em função de alterações frequentes nas variáveis de controle (independente), sendo necessário gerar um modelo de regressão que represente a relação existente entre estas variáveis (PEDRINI,2010). Neste tipo de gráfico de controle, monitora-se a diferença entre o valor observado no processo e o valor estimado pelo modelo de regressão.

Pedrini (2010) propôs um método para monitoramento de processos através de um gráfico de controle para resíduos de modelos de regressão

Sant'Anna (2009) propôs um gráfico de controle para resíduos de modelos de regressão utilizando a distribuição Beta para a modelagem de fração de produtos não conformes. Já Biguelini *et al.* (2012) propôs o gráfico de controle para resíduos de modelos de regressão utilizando a distribuição Poisson para a modelagem de taxa de defeitos.

De acordo com Souza *et al.* (2010), uma lacuna observada na literatura é a falta de índices de capacidade empregados especificamente nos gráficos de controle baseados em modelos de regressão. Souza *et al.* (2010) propuseram índices de capacidade para gráficos de controle baseados em modelos de regressão baseados na distribuição Normal.

O objetivo deste artigo é propor e aplicar os índices de capacidades $Cp_{MRPOISSON}$ e $Cpk_{MRPOISSON}$ para cartas de controle baseados em modelos de regressão utilizando a distribuição de Poisson.

Na seção 2, será apresentada uma breve revisão teórica sobre modelos lineares generalizados, gráficos de controle, índices de capacidades tradicionais e índices de capacidade para cartas de controle baseadas em modelos de regressão. Na seção 3 serão apresentados os procedimentos metodológicos deste trabalho. Na seção 4, serão apresentados

os índices de capacidade Cp e Cpk propostos e as etapas da sua aplicação. Na seção 5, serão apresentados os resultados da aplicação dos índices de capacidade propostos e posteriormente na seção 6 serão apresentadas as conclusões do presente artigo.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

O referencial teórico deste trabalho está dividido em quatro partes, modelos lineares generalizados utilizando distribuição de Poisson, gráficos de controle utilizando modelos de regressão de Poisson, indicadores de capacidade Cp e Cpk e índices de capacidade para gráficos de controle utilizando modelos de regressão.

2.1. MODELOS LINEARES GENERALIZADOS UTILIZANDO DISTRIBUIÇÃO DE POISSON

Os dados do tipo contagem são analisados através de modelos de regressão de Poisson que muitas vezes têm superdispersão de defeitos ou não-conformidades, de modo que o pressuposto da igualdade entre média e variância geralmente não é válida. Quando existe uma diferença nos parâmetros, ou seja, o valor da variância é muito maior que o valor da média, considera-se que existe uma superdispersão, quando o valor da variância é menor que o valor da média, considera-se uma subdispersão (COSTA, 2003).

Os modelos de regressão de Poisson são um tipo específico dos modelos lineares generalizados (MLG), sendo utilizado o método da máxima verossimilhança para estimar os parâmetros do modelo de regressão de Poisson (MCCULLAGH, NELDDER, 1989). A função de verossimilhança, para um modelo de regressão Poisson, é dada pela equação (1) e a equação do modelo de regressão é dada pela equação (2) onde cada Y_j são variáveis aleatórias Poisson distribuídas com média μ_j .

$$L(\lambda) = P(X_1 = x_1, X_2 = x_2, \dots, X_n = x_n) = \prod_{i=1}^n P(X_i = x_i) = \frac{\lambda^{\sum_{i=1}^n x_i} e^{-n\lambda}}{\prod_{i=1}^n x_i!} \quad (1)$$

$$Y_j \approx \text{POISSON}[\log(\mu_j) = \beta_{jt} X_t] \quad \text{com } j = 1, \dots, s; t = 0, \dots, k \quad (2)$$

A função de ligação utilizada no modelo de regressão de Poisson é a função log, uma vez que seu uso assegura que os valores ajustados pertencem ao intervalo $[0, \infty)$. O modelo de regressão de Poisson com ligação log é também chamado de modelo loglinear (MCCULLAGH, NELDDER, 1989; SCHAFER, 1997).

2.2. GRÁFICO DE CONTROLE BASEADO EM MODELOS DE REGRESSÃO

O gráfico de controle de regressão foi proposto por Mandel (1969) que consiste na combinação das técnicas de gráfico de controle e modelos de regressão linear. Segundo Mandel (1969), o objetivo do gráfico de controle de regressão é controlar uma variação média da característica de qualidade, que ocorre pela variação frequente das variáveis de controle do processo e não controlar uma média constante do processo como é usualmente feito nos gráficos de controle clássicos.

Haworth (1996) modificou o gráfico de controle de regressão proposto por Mandel (1969) monitorando os resíduos do modelo de regressão ao invés do monitoramento da característica de qualidade diretamente, tornando desta forma, possível monitorar processos com mais de uma variável de controle. Loredó *et al.* (2002) utilizaram o gráfico de controle de regressão para medidas individuais que aplica os resíduos de um modelo de regressão linear múltipla utilizando a média da amplitude móvel dos resíduos para estimar o desvio padrão a ser utilizado no gráfico.

Pedrini (2010) propôs um método para monitoramento de processos através de um gráfico de controle que permite monitorar diretamente a característica de qualidade nas unidades originais. Propôs também uma carta de extrapolação que permite identificar quando as variáveis de controle extrapolam o intervalo de investigação utilizado na modelagem da característica de qualidade em função das variáveis de controle.

O gráfico de controle proposto por Olin (1998) utiliza modelos de regressão não linear e propõe o uso de MLG para o monitoramento de processos. Skinner, Montgomery e Runger (2003) propuseram a utilização de gráfico de controle para resíduos *deviance* para o monitoramento de contagem de não conformidades com distribuição de Poisson enquanto que Jeakpaporn *et al.* (2003) propuseram a utilização de gráficos de controle para resíduos *deviance* com distribuição Gama. Sant'Anna (2009) propôs um gráfico de controle para resíduos *deviance* de modelos de regressão utilizando a distribuição Beta para a modelagem de fração de produtos não conformes.

2.3. ÍNDICES DE CAPACIDADE

Segundo WU *et al.* (2009), os índices são medidas adimensionais usadas para quantificar a relação entre o desempenho do processo e os limites de especificação, sendo que esta quantificação é essencial para o sucesso das melhorias. Segundo Montgomery (2004), os índices de capacidade são utilizados para servir de base para tomadas de decisões em empresas, tanto gerenciais quanto operacionais.

Os quatro índices básicos mais conhecidos e difundidos são: C_p , C_{pk} , C_{pm} , C_{pmk} , representados pelas equações (3), (4), (5) e (6), respectivamente (KOTZ E JONHSON, 2002). Estes índices são utilizados para os casos em que o valor alvo é igual à metade do comprimento do intervalo de especificação e para dados normalmente distribuídos (SOUZA,2010).

$$C_p = \frac{LSE - LIE}{6\sigma} \quad (3)$$

$$C_{pk} = \min\left(\frac{\mu - LIE}{3\sigma}, \frac{LSE - \mu}{3\sigma}\right) \quad (4)$$

$$C_{pm} = \frac{LSE - LIE}{6\sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}} \quad (5)$$

$$C_{pmk} = \min\left(\frac{\mu - LIE}{3\sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}}, \frac{LSE - \mu}{3\sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}}\right) \quad (6)$$

Onde o limite superior de especificação e o limite inferior de especificação são representados, respectivamente, por LSE e LIE. Já o desvio padrão, a média e o valor alvo do processo são representados, respectivamente, por σ , μ e T (SOUZA,2010).

Segundo Werner e Belleza (2011), os índices de capacidade tradicionais são utilizados quando a suposição de normalidade é satisfeita, quando esta suposição for violada é necessário utilizar alternativas para soluções, sendo que duas formas de se trabalhar com a não normalidade dos dados são: (i) a transformação dos dados para obtenção de dados que apresentam distribuição normal e posterior cálculo dos índices convencionais e (ii) o cálculo de índices que abordam distribuições não normais de dados (CLEMENTS, 1989; PEARN; CHEN, 1997; CHEN; DING, 2001).

Clements (1989) propôs um método simples, baseado em percentis, para a obtenção dos índices de capacidade do processo. O método é aplicável para qualquer tipo de distribuição dos dados, fazendo uso da família de curvas de Pearson. Ele apresenta vantagens, como por exemplo, não serem necessárias as transformações nos dados, a similaridade do índice com relação ao índice convencional (distribuição normal) e a facilidade de cálculo (WERNER e BELLEZA,2011).

O índice C_p de Clements (1969) é definido pela equação (7) onde LSE e LIE são referentes ao limite superior e ao limite inferior de especificação, já F_α é o percentil localizado na α -ésima posição.

$$C'_p = \frac{LSE - LIE}{F_{99,865} - F_{0,135}} \quad (7)$$

O índice de capacidade C'_p considera apenas a variabilidade natural do processo, sem haver preocupação com a posição na qual o processo está situado em relação aos limites de especificação. Para isso, existe o índice C'_{pk} de Clements, que é definido pela equação (8). Onde M é o ponto mediano da distribuição dos dados estudados, e os denominadores dos índices C_{pki} e C_{pkj} são substituições de 3σ em relação ao índice convencional de capacidade quando a distribuição é Normal (WERNER e BELLEZA, 2011).

$$C'_{pk} = \min(C_{pki}, C_{pkj}) = \min \left\{ \frac{M - LIE}{M - F_{0,135}}, \frac{LSE - M}{F_{99,865} - M} \right\} \quad (8)$$

2.4. ÍNDICES DE CAPACIDADE PARA CARTAS DE CONTROLE BASEADAS EM MODELOS DE REGRESSÃO

Souza (2010) propôs o desenvolvimento dos índices de capacidade aplicados aos gráficos de controle baseados em modelos de regressão linear onde intercepto do alvo do limite superior e do limite inferior são representados por b_{0T} , b_{0S} e b_{0I} , respectivamente. Na maioria dos casos, admite-se que o limite central (LC), limite superior de especificação (LSE) e limite inferior de especificação (LIE) são paralelos, logo, $b_{kT} = b_{kI} = b_{kS} = b_k$, conforme pode ser visualizado na Figura 1.

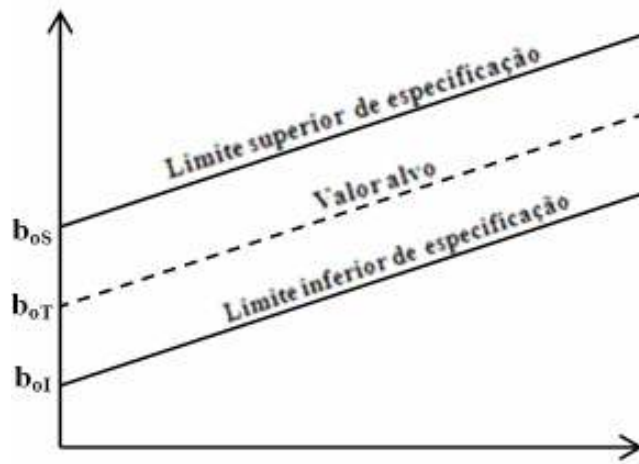


Figura 1: Identificação dos limites de especificações e constantes de intercepto.

Os indicadores de capacidade para cartas de controle baseadas em modelos de regressão $Cp_{MRNORMAL}$ e $Cpk_{MRNORMAL}$, propostos por Souza (2010), são apresentados nas equações (9) e (10), respectivamente. Onde b_{0s} e b_{0l} são os interceptos das equações dos modelos de regressão do limite superior e do limite inferior respectivamente.

$$Cp'_{MRNORMAL} = \frac{b_{0s} - b_{0l}}{6\sqrt{\frac{\sum (Y_j - \hat{Y}_j)^2}{n}}} \quad (9)$$

$$Cpk'_{MRNORMAL} = \min(C_{pki}, C_{pkj}) = \min \left\{ \frac{\sum (Y_j - LIE_j)}{3\sqrt{\frac{\sum (Y_j - \hat{Y}_j)^2}{n}}}, \frac{\sum (LSE_j - Y_j)}{3\sqrt{\frac{\sum (Y_j - \hat{Y}_j)^2}{n}}} \right\} \quad (10)$$

3. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Inicialmente foi realizada uma busca na literatura sobre os índices de capacidade aplicados aos gráficos de controle baseados em modelos de regressão, sendo encontrados os índices propostos por Souza (2010) para cartas de controle baseadas em modelos de regressão utilizando a distribuição Normal.

No presente trabalho se apresentou os índices de capacidade $Cp_{POISSON}$ e $Cpk_{POISSON}$ para cartas de controle baseados em modelos de regressão utilizando a distribuição de Poisson. Para testar a viabilidade do índice proposto foi realizada uma análise comparativa entre os índices de capacidade aplicados aos gráficos de controle utilizando modelo de regressão linear propostos por Souza (2010) e os índices propostos neste artigo para modelo de regressão de Poisson, utilizando-se o banco de dados de Tippett (1950) de um processo de tecelagem de fios.

A característica a ser monitorada no processo investigado é o número de quebras no fio durante a tecelagem onde um tear corresponde a um comprimento fixo de fio (Y). As variáveis de controle deste processo são o tipo de lã (A ou B) e o nível de tensão (L, M e H). Primeiramente foi realizada uma análise descritiva e gráfica dos dados. Em um segundo momento foram realizadas as análises de regressão linear e regressão de Poisson com o banco de dados através dos modelos lineares generalizados. Os percentis utilizados para a aplicação dos índices de capacidade propostos foram de 98,65% para o limite superior de especificação e 1,35% para o limite inferior de especificação pois estes equivalem a 99,73% associados ao intervalo de 6σ da distribuição Normal.

Foram estimados os interceptos dos modelos de regressão para posteriormente utilizá-los nos índices de capacidade aplicados aos gráficos de controle baseados em modelos de regressão. Na sequência foram calculados e comparados os índices de capacidades $Cp_{Poisson}$ e $Cpk_{Poisson}$ propostos. O software utilizado nas análises foi o SPSS 16.0.

4. ÍNDICES DE CAPACIDADE PARA CARTAS DE CONTROLE BASEADAS EM MODELOS DE REGRESSÃO UTILIZANDO A DISTRIBUIÇÃO DE POISSON

O índice de capacidade para cartas de controle baseadas em modelos de regressão utilizando a distribuição de Poisson consiste na adaptação dos índices de capacidade C_p e C_{pk} para modelos de regressão baseados na distribuição Normal propostos por Souza (2010). Uma vez que esses índices de capacidade foram baseados na distribuição Normal, foram utilizados seis desvios padrão para estimar a variabilidade natural do processo. Nos índices de capacidade propostos neste artigo, $C_{p_{MRPOISSON}}$ e $C_{pk_{MRPOISSON}}$ serão utilizados os percentis da distribuição dos dados propostos por Clements (1989).

Os índices de capacidades $C_{p_{MRPOISSON}}$ e $C_{pk_{MRPOISSON}}$ são apresentados nas equações (11) e (12), respectivamente onde os percentis são representados por $p_{(0,5)}$, $p_{(1-\alpha)}$ e $p_{(\alpha)}$, respectivamente. Como o modelo de regressão de Poisson tem função de ligação log, os interceptos dos modelos foram elevados na exponencial.

$$C_{p_{MRPOISSON}} = \left(\frac{e^{b_{0s}} - e^{b_{0t}}}{p_{(1-\alpha)} - p_{(\alpha)}} \right) \quad (11)$$

$$C_{pk_{MRPOISSON}} = \min \left(\left(\frac{p_{0,5} - e^{b_{0t}}}{p_{0,5} - p_{(\alpha)}} \right); \left(\frac{e^{b_{0s}} - p_{0,5}}{p_{(1-\alpha)} - p_{0,5}} \right) \right) \quad (12)$$

Os percentis $p_{(1-\alpha)}$ e $p_{(\alpha)}$ utilizados no cálculo dos índices de capacidade propostos foram de 98,65% e 1,35%, que equivalem a 99,73% associados ao intervalo de 6σ da distribuição Normal. O percentil $p_{(0,5)}$ equivale à mediana dos dados. Os índices propostos por Clements (1989) corrigem a assimetria da distribuição através destes percentis.

5. APLICAÇÃO DOS ÍNDICES DE CAPACIDADE

A comparação dos índices de capacidade para cartas de controle baseado em modelos de regressão utilizando a distribuição de Poisson foi realizada através do banco de dados citado anteriormente. Foram utilizadas medidas em nove teares para cada uma das combinações dos fatores tipo de lã (A ou B) e nível de tensão (Light (L), Médio (M) e High (H)). As estatísticas descritivas do processo de tecelagem de fio e o histograma dos dados estão apresentados na Tabela 1 e Figura 2 respectivamente.

Tabela 1: Resumo estatístico da CQ estudada

Variável	Mínimo	Máximo	Média	Desvio Padrão	Coefficiente de Variação
Número de quebras	10	70	25,53	12,67	49,62%

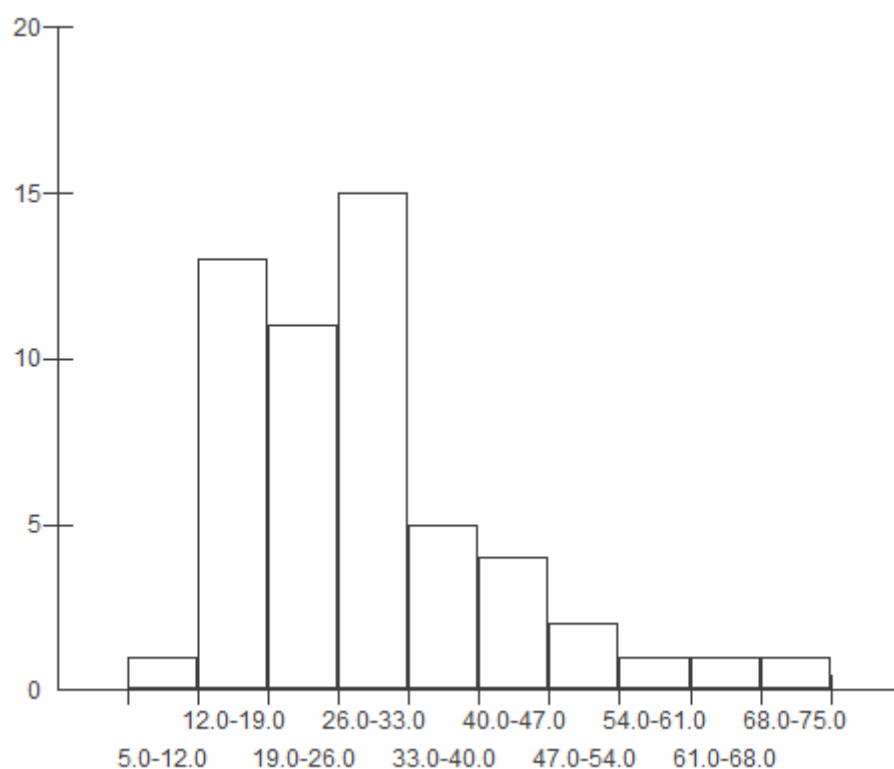


Figura 2: Histograma dos dados de número de quebras

Como é possível perceber na Figura 2, a grande parte das quebras de fios de tecelagem está concentrada entre 10 a 30. Na Figura 3 é apresentado o Box-Plot para cada um dos tipos de lã.

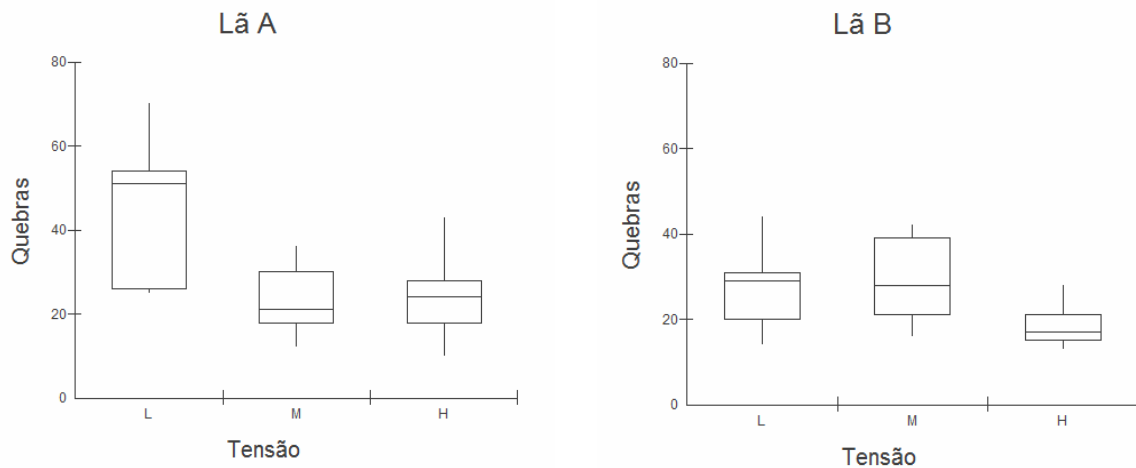


Figura 3: Box-Plot do número de quebras

Como se pode perceber na Figura 3, o número de quebras do nível de tensão L é em parte maior no tipo de lã A e o número de quebras do nível de tensão H é em parte menor no tipo de lã B.

Em um primeiro momento foi realizada a análise do modelo de regressão utilizando modelos lineares generalizados considerando a variável resposta com Distribuição Normal e função de ligação identidade. As equações (13), (14) e (15) apresentam os limites de controle e a linha central do gráfico de controle utilizando modelos de regressão com Distribuição Normal.

$$LIE = 12,889 - 3,333L\tilde{a}A - 7,111TenH - 0,333TenL + 7,444L\tilde{a}ALenH + 15,778L\tilde{a}ATenL \quad (13)$$

$$LCE = 28,778 - 4,778L\tilde{a}A - 10,000TenH - 0,556TenL + 10,556L\tilde{a}ALenH + 21,111L\tilde{a}ATenL \quad (14)$$

$$LSE = 44,667 - 6,222L\tilde{a}A - 12,889TenH - 0,778TenL + 13,667L\tilde{a}ALenH + 26,444L\tilde{a}ATenL \quad (15)$$

No segundo momento foi realizada a análise do modelo de regressão de Poisson utilizando os modelos lineares generalizados considerando a variável resposta com Distribuição Poisson e função de ligação log. Os limites de controle e a linha central do gráfico de controle de regressão Poisson são apresentados nas equações (16), (17) e (18):

$$LIE = 2,556 - 0,299L\tilde{a}A - 0,802TenH - 0,026TenL + 0,837L\tilde{a}ALenH + 0,988L\tilde{a}ATenL \quad (16)$$

$$LCE = 3,360 - 0,182L\tilde{a}A - 0,427TenH - 0,019TenL + 0,450L\tilde{a}ALenH + 0,638L\tilde{a}ATenL \quad (17)$$

$$LSE = 3,799 - 0,150L\tilde{a}A - 0,340TenH - 0,018TenL + 0,360L\tilde{a}ALenH + 0,529L\tilde{a}ATenL \quad (18)$$

Os resíduos dos modelos utilizando Distribuição Normal e Distribuição Poisson são apresentados nas Figuras 4 e 5, respectivamente. Como se pode perceber, os resíduos do modelo utilizando Distribuição Poisson são consideravelmente menores do que os do modelo utilizando Distribuição Normal, demonstrando um melhor ajuste.

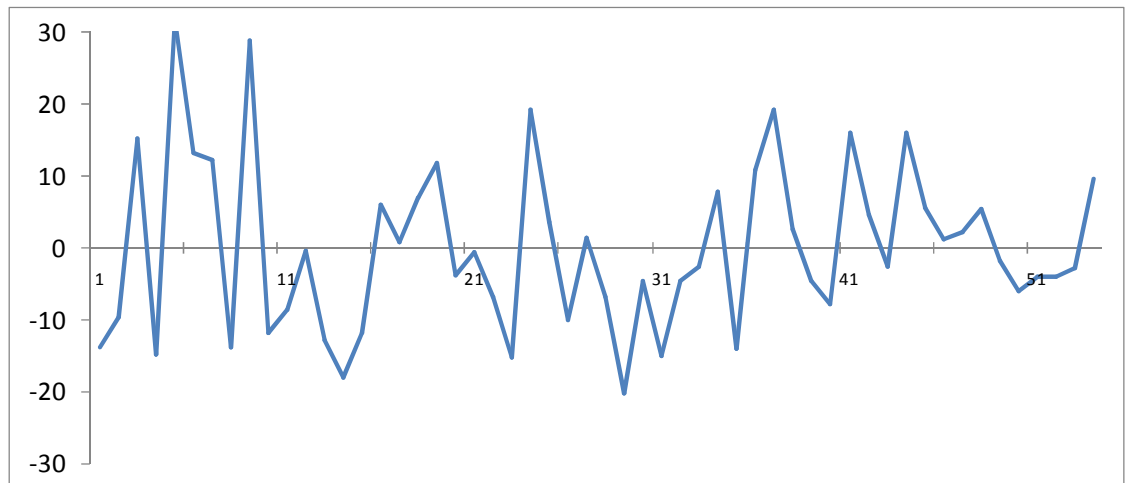


Figura 4: Resíduos do modelo utilizando Distribuição Normal

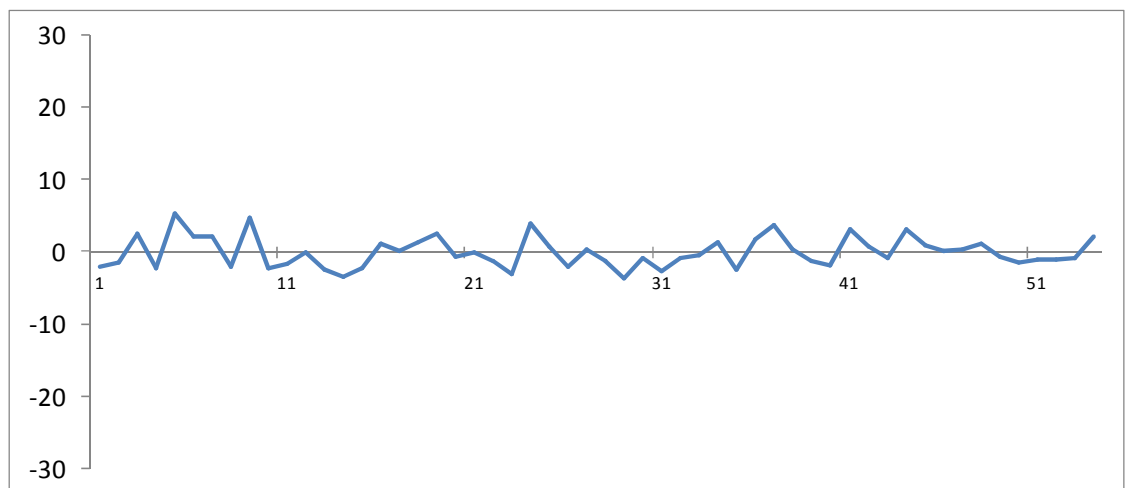


Figura 5: Resíduos do modelo utilizando Distribuição Poisson

O cálculo do $Cp_{MRNORMAL}$ e $Cp_{MRPOISSON}$ apresentados nas equações (9) e (11) para o número de quebras é apresentado nas equações (19) e (20).

$$\text{Percentil} \quad C_{p_{MRNORMAL}} = \left(\frac{b_{0s} - b_{0l}}{6\sigma} \right) = \frac{44,667 - 12,889}{66,62} = 0,48 \quad (19)$$

$$0,135\% \text{ e } 99,865\% \quad C_{p_{MRPOISSON}} = \left(\frac{e^{b_{0s}} - e^{b_{0l}}}{p_{(1-\alpha)} - p_{(\alpha)}} \right) = \frac{44,65 - 12,88}{70 - 10} = 0,53 \quad (20)$$

O cálculo do índice de capacidade $Cpk_{MRNORMAL}$ e $Cpk_{MRPOISSON}$ para cartas de controle baseado em modelos de regressão utilizando a distribuição Normal e distribuição de Poisson são apresentados nas equações (21) e (22).

$$\begin{aligned} Cpk_{MRNORMAL} &= \min \left(\left(\frac{p_{0,5} - b_{0l}}{3\sigma} \right); \left(\frac{b_{0s} - p_{0,5}}{3\sigma} \right) \right) = \\ \text{Percentil} \quad &\min \left(\left(\frac{26 - 12,889}{33,31} \right); \left(\frac{44,667 - 26}{33,31} \right) \right) = \min(0,39; 0,56) = 0,39 \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} Cpk_{MRPOISSON} &= \min \min \left(\left(\frac{p_{0,5} - e^{b_{0l}}}{p_{0,5} - p_{(\alpha)}} \right); \left(\frac{e^{b_{0s}} - p_{0,5}}{p_{(1-\alpha)} - p_{0,5}} \right) \right) = \\ 0,135\% \text{ e } 99,865\% \quad &\min \left(\left(\frac{26 - 12,88}{26 - 10} \right); \left(\frac{44,65 - 26}{70 - 26} \right) \right) = \min(0,82; 0,42) = 0,42 \end{aligned} \quad (22)$$

Os resultados obtidos pelos índices de capacidade propostos $Cp_{MRPOISSON}$ e $Cpk_{MRPOISSON}$ para variável resposta do tipo taxa de defeitos foram mais adequados do que $Cp_{MRNORMAL}$ e $Cpk_{MRNORMAL}$ utilizando a distribuição Normal. Esta diferença entre os Cp e Cpk utilizando a distribuição Poisson e a distribuição Normal se dá devido à correção de assimetria do modelo de regressão de Poisson realizada pela utilização dos percentis propostos por Clements (1989).

6. CONCLUSÕES

O presente trabalho teve como objetivo propor e aplicar os índices de capacidade $Cp_{MRPOISSON}$ e $Cpk_{MRPOISSON}$ para cartas de controle baseadas em modelos de regressão utilizando a distribuição de Poisson. Estes Índices propostos foram desenvolvidos a partir dos

índices de capacidade para cartas de controle baseado em modelos de regressão utilizando a distribuição Normal propostos por Souza (2010) e utilizando os percentis propostos por Clements (1989).

Para a aplicação dos índices de capacidade dos gráficos de controle baseados em modelos de regressão foi utilizado o banco de dados de Tippett (1950) de um processo de tecelagem de fios. A característica monitorada no processo investigado foi o número de quebras no fio durante a tecelagem.

Os resultados apresentaram diferença entre os índices $Cp_{MRPOISSON}$ e $Cpk_{MRPOISSON}$ utilizando modelos de regressão com distribuição Poisson em relação aos modelos de regressão linear. Esta diferença ocorreu devida a utilização dos percentis propostos por Clements (1989) que corrigem a assimetria do modelo de regressão de Poisson.

Conclui-se que os índices $Cp_{MRPOISSON}$ e $Cpk_{MRPOISSON}$ podem ser ferramentas adequadas para o monitoramento de variabilidade do processo quando as características de qualidade são do tipo taxa de defeitos por unidade, que apresentam valores restritos ao intervalo $[0, \infty)$ e não seguem distribuição Normal.

7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- 1- BIGUELINI, C. B.; CATEN, C. S.; PEDRINI, D. C. e MARCONDES, D. Carta de controle baseadas em modelo de regressão para monitoramento de características de qualidade do tipo taxa. 2012. A ser submetido para **Gestão e Produção**.
- 2- CHEN, J.P.; DING, C.G., A new process capability index for non-normal distributions. **International Journal of Quality & Reliability Management**. v. 18. n. 7. 762-770. 2001.
- 3- CLEMENTS, J. A. Process capability calculations for non-normal distributions. **Quality Progress**. v. 22. n. 9. p. 95-100. 1989.
- 4- COSTA, S. C. **Modelos lineares generalizados mistos para dados longitudinais**. Tese de doutorado. Estatística e Experimentação Agronômica, Escola superior de agricultura “Luiz de Queiroz” – USP. Piracicaba, 110 p. 2003.

- 5- HAWORTH, D.A., Regression control charts to manage software maintenance. **Software Maintenance: Research and Practice**. v. 8. n. 1. 35-48. 1996.
- 6- JEARKPAPORN, D.; MONTGOMERY, D. C.; RUNGER, G.C.; BORROR, C.M. Process monitoring for correlated gamma-distributed data using generalized-linear-model based control charts. **Quality and Reliability Engineering International**. v. 19. n. 6. p. 477-491. 2003.
- 7- JEARKPAPORN, D.; MONTGOMERY, D. C.; RUNGER, G.C.; BORROR, C.M. Process monitoring for mean shifts for multiple stage processes. **International Journal of Production Research**. v. 45. n. 3. p. 5547-5570. 2007.
- 8- KOTZ, S.; JOHNSON, N.L. Process capability index – a review, 1992-2000. **Journal of Quality Technology**. v. 34. n. 1. p. 2-19. 2002.
- 9- LOREDO, E.N., JERKPAPORN, D.; BORROR, C.M., Model-based Control Chart for Autoregressive and Correlated Data. **Quality and Reliability Engineering International**. v. 18. n. 6. p. 489-496. 2002.
- 10- MANDEL, B. J. The Regression Control Chart. **Journal of Quality Technology**. v. 1. n.1, p. 1-9. January. 1969.
- 11- MCCULLAGH, P.; NELDER, J. A. **Generalized Linear Models**. Second Edition. London: Chapman and Hall. 1989.
- 12- MONTGOMERY, D.C. **Introdução ao controle estatístico da qualidade**. 4.ed. Rio de Janeiro: LTC, 514, 2004.
- 13- OLIN, B. D. Regression control charts revisited: methodology and cases studies. New York: 42° Annual Fall Technical Conference. **Proceedings...** 1998.
- 14- PEARN, W.L.; CHEN, K.S. Capability indices for non-normal distributions with an application in electrolytic capacitor manufacturing. **Microelectronics Reliability**. v. 37. n.12. 1853-1858. 1997.
- 15- PEDRINI, D. C.; SANTANA, A. M. O. ; CATEN, C.S. ; CAMPOS, M. S. Proposta de método para monitoramento de processos através de um gráfico de controle para resíduos de modelos de regressão. In: XXX Encontro Nacional de Engenharia de Produção, São Carlos. **Anais do XXX ENEGEP**, 2010. p. 1-12. 2010.
- 16- SANT'ANNA, A. M. O. **Ferramentas para modelagem e monitoramento de características de qualidade do tipo fração**. Tese (Doutorado em Engenharia) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Brasil. 2009.

- 17 - SCHAFER, J. L. **Analysis of incomplete multivariate data**. London. Chapman & Hall. 1997.
- 18- SHU, L.; TSUNG, F.; TSUI, K.L. Run-length Performance of Regression Control Charts with Estimated Parameters. **Journal of Quality Technology**. v. 36. n. 3. 280-292. 2004
- 19- SKINNER, K. R.; MONTGOMERY, D. C.; RUNGER, G. C. Process monitoring for multiple count data using generalized linear model-based control charts. **International Journal of Production Research**. v. 41. n. 6. p. 1167-1180. 2003.
- 20- SOUZA, F. S. **Índices de Capacidade para Gráficos de Controle baseados em Modelos de Regressão**. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Brasil. 2010.
- 21- TIPPETT, L. H. C., **Technological Applications of Statistics**. John Wiley and Sons. New York. 1950.
- 22- WERNER, L. ; BELLEZA, M.R. Framework para análise capacidade do processo: foco em dados não-normais. In: XLIII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, Ubatuba - SP. XLIII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional. **Anais...** Rio de Janeiro - RJ: Sociedade Brasileira de Pesquisa Operacional. 2011.
- 23- WU, C.W.; PEARN, W.L.; KOTZ, S. An overview of theory and practice on process capability indices for quality assurance. **International Journal of Production Economics**. v.117. 338-359. 2009.
- 24- ZHANG, Z. X. Cause-selecting control charts – a new type of quality control charts. **The QR Journal**. v. 12. p. 221-225. 1985.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este capítulo apresenta inicialmente as conclusões da dissertação e posteriormente serão apresentadas sugestões para pesquisas futuras.

4.1 CONCLUSÕES

A dissertação versou sobre a modelagem e monitoramento de características de qualidade do tipo taxa de defeitos em processos industriais através da proposta de cartas de controle, cartas de controle baseadas em modelos de regressão e índices de capacidade para cartas de controle baseadas em modelos de regressão utilizando a distribuição de Poisson.

Em relação ao objetivo específico propor uma **Carta de Controle Poisson para monitoramento de características de qualidade do tipo taxa de defeitos por unidade**, o artigo 1 apresentou a proposta de uma carta de controle de Poisson onde foram calculados os limites de controle baseados na distribuição de Poisson.

A carta proposta foi aplicada no monitoramento da taxa de defeitos de três exemplos simulados, e seus resultados foram comparados com as cartas propostas por Shewhart, Chen e Cheng (1998) e Cavalcanti e Cordeiro (2006). A análise comparativa permitiu avaliar que o uso da distribuição de Poisson foi mais adequado, fornecendo limites de controle contidos no intervalo $[0, \infty]$. A análise de sensibilidade demonstrou que a carta proposta possui um NMA_0 de 370 para processos sob controle e um menor NMA_1 para detecção de alterações induzidas no processo.

Em relação ao objetivo específico **propor uma Carta de Controle baseada em modelo de regressão utilizando a distribuição de Poisson**, o artigo 2 apresentou a proposta de uma carta de controle baseada no modelo de regressão de Poisson (CCMP) para monitorar as características de qualidade do tipo de taxa de defeitos por unidade em função das variáveis de controle do processo. Esta carta de controle utiliza o modelo de regressão de Poisson e monitora os resíduos *deviance* do modelo Poisson.

A CCMP foi aplicada no monitoramento das características de qualidade de um processo de fabricação de fios de tecelagem. Foi realizada a análise de sensibilidade da CCMP e comparada com as cartas propostas por Hawkins (1991) e Haworth (1996).

Em relação ao objetivo específico **propor índices de capacidade para cartas de controle baseadas em modelos de regressão utilizando a distribuição de Poisson**, o artigo

3 apresentou os índices de capacidade propostos para as cartas de controle baseadas em modelos de regressão utilizando a distribuição de Poisson.

Os índices de capacidade $Cp_{MRPOISSON}$ e $Cpk_{MRPOISSON}$ propostos foram aplicados no monitoramento das características de um processo de fabricação de fios de tecelagem. Foi desenvolvido um estudo comparativo entre os índices de capacidade para as cartas de controle baseadas em modelos de regressão utilizando as distribuições Normal e Poisson. Os índices de capacidade utilizando distribuição de Poisson foram mais adequados do que os utilizando distribuição Normal, pois corrigem a assimetria da distribuição Poisson através da utilização dos percentis.

Com isso conclui-se que as cartas de controle e índices de capacidade utilizando a distribuição de Poisson poderão auxiliar a controlar de forma mais adequada a variação dos processos monitorados por características de qualidade do tipo taxa de defeitos por unidade.

4.2 SUGESTÕES PARA PESQUISAS FUTURAS

Este trabalho apresentou a possibilidade de utilizar a distribuição de probabilidade Poisson na modelagem e no monitoramento de características de qualidade do tipo taxa de defeitos por unidade com valores restritos ao intervalo $[0, \infty)$.

Os estudos de modelagem e de monitoramento aqui propostos não se esgotam com a conclusão desta dissertação. Sugere-se como complemento ao trabalho desenvolvido a realização de pesquisas futuras relacionadas aos seguintes temas: (i) Propor cartas de controle para processos multivariados com características de qualidade cuja distribuição é a de Poisson; (ii) Propor cartas de controle utilizando modelos de regressão para processos multivariados com características de qualidade cuja distribuição é a de Poisson; (iii) Implementação das cartas de controle e dos índices de capacidade propostos em softwares.

5 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- 1- BONILLA, J.A. **Métodos quantitativos para qualidade total na agricultura**. 2.ed. Contagem: Littera Maciel, 250p. 1995.
- 2- CAVALCANTI, A. B.; CORDEIRO, G. M. An improved u chart for attributes. **Brazilian Journal of Probability and Statistics**. 20, 133–140, 2006.
- 3- CHEN, G.; CHENG, S. W. The exact u chart can be obtained using simple adjustments. **Statistics and Probability Letters**, 37, 357-365, 1998.
- 4- COSTA, A. F.; EPPRECHT, E. K.; CARPINETTI, L. C. R. **Controle Estatístico de Qualidade**. Atlas, 2a Edição. 2005.
- 5- GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. São Paulo: Atlas, 1991.
- 6- KUME H. **Métodos estatísticos para melhoria da qualidade**. São Paulo: Ed. Gente; p.98-148. 1993.
- 7- HAWKINS, D. M. Multivariate quality control based on regression-adjusted variables. **Technometrics**. v. 33, n.1, 61-75, 1991.
- 8- HAWORTH, D. A. Regression control chart to manage software maintenance. **Journal of Software Maintenance**. v. 8, n. 1, 35-48, 1996.
- 9- MONTGOMERY, D.C. **Introduction to statistical quality control**. 5.ed. New York: John Wiley & Sons, 677p, 1996.
- 10- MONTGOMERY, D.C. **Introdução ao controle estatístico da qualidade**. 4.ed. Rio de Janeiro: LTC, 2004. 514
- 11- MONTGOMERY, D. C. **Introduction to Statistical Quality Technology**. 5ª ed., John Wiley & Sons, New York. 2005
- 12- PAGANI, R. N.; RESENDE, L. M.; GUERREIRO, E.; HIGACHI, H. Y. Uma análise do controle de qualidade utilizado pelas empresas do setor de Móveis de Metal e Sistemas de Armazenagem e Logística de Ponta Grossa, PR. XXVI ENEGEP. **Anais...** Fortaleza. Brasil. 2006.
- 13- SANT'ANNA, A. M. O. **Ferramentas para modelagem e monitoramento de características de qualidade do tipo fração**. Tese (Doutorado em Engenharia) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Brasil. 2009.

14- SOUZA, F. S. **Índices de Capacidade para Gráficos de Controle baseados em Modelos de Regressão**. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Brasil. 2010.

15- TIPPETT, L. H. C., **Technological Applications of Statistics**,. John Wiley and Sons, New York, 1950.