

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
ESCOLA DE ENGENHARIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL
TESE DE DOUTORADO**

**SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL DO
COMPORTAMENTO DE ESTRUTURAS DE AÇO
SOB INCÊNDIO**

Valdenir de Souza Junior

Tese de Doutorado, apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do Sul como requisito parcial para a obtenção do título de Doutor em Engenharia Civil.

Orientador: Prof. Dr. Guillermo Juan Creus

Porto Alegre, Agosto de 2004

Souza Junior, Valdenir de
Simulação Computacional do Comportamento de
Estruturas de Aço Sob Incêndio /
Valdenir de Souza Junior.
-- Porto Alegre, 2004.

Tese (doutorado).-- Universidade
Federal do Rio Grande do Sul. Escola de Engenharia.
Departamento de Engenharia Civil.
Área: Estruturas Metálicas.
Orientador: Guillermo Juan Creus.

1.Estruturas metálicas. 2.Elementos
finitos. 3.Incêndio. II Título

VALDENIR DE SOUZA JÚNIOR

**SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL DO
COMPORTAMENTO DE ESTRUTURAS DE AÇO
SOB INCÊNDIO**

Esta tese de doutorado foi julgada adequada para a obtenção do título de DOUTOR EM ENGENHARIA e aprovada em sua forma final pelo professor orientador e pelo Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Porto Alegre, 20 de agosto de 2004

Prof. Guillermo Juan Creus (UFRGS)

DSc. pela COPPE/Universidade Federal do Rio de Janeiro
Orientador

Prof. Américo Campos Filho (UFRGS)

DSc. pela Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Coordenador do PPGEC/UFRGS

BANCA EXAMINADORA

Ruy Carlos Ramos de Menezes

Dr. Techn, Universität Innsbruck, Áustria

Eduardo Miranda Batista

Ph.D., Université de l'Etat à Liège, Bélgica

Gilson Queiroz

DSc., Universidade Federal de Minas Gerais

À memória de meu pai e à minha querida mãe

AGRADECIMENTOS

Ao Professor Guillermo Juan Creus, pela orientação segura e experiente e pelo estímulo, a minha gratidão.

Ao Professor Jean-Claude Dotreppe, da Universidade de Liège, na Bélgica, por possibilitar a realização do trabalho de colaboração entre a Universidade de Liège e a Universidade Federal do Rio Grande do Sul; pelas sugestões e pelo interesse em meu trabalho.

Ao Professor Jean-Marc Franssen, da Universidade de Liège, por sua orientação e boa vontade em compartilhar conhecimentos.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – CNPq, à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – CAPES e à Pró-reitoria de Pesquisa – PROPESQ da UFRGS, pelo suporte financeiro.

Aos professores, funcionários e amigos do Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil da UFRGS, assim como a todos aqueles que colaboraram de alguma forma na realização deste trabalho, os meus sinceros agradecimentos e o meu reconhecimento.

RESUMO

A análise do comportamento estrutural sob incêndio constitui uma parte importante da engenharia de proteção contra incêndio, especialmente no caso de estruturas de aço, por sua alta condutividade térmica e relativa esbeltez das seções. As dificuldades econômicas e práticas, associadas à avaliação do comportamento estrutural, por meio de ensaios em escala real, têm estimulado o desenvolvimento e uso de métodos de simulação numérica.

Esta tese trata da simulação numérica do comportamento de estruturas de aço sob condições de incêndio e se divide em três partes. As duas primeiras partes foram desenvolvidas na Universidade de Liège, na Bélgica, usando-se o programa SAFIR como ferramenta numérica. A terceira parte foi desenvolvida de forma independente, na Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Na *primeira parte*, é feito um estudo comparativo entre o uso de elementos finitos de viga e de casca, na modelagem de vigas simplesmente apoiadas, sujeitas a flambagem lateral por torção. Os esforços de torção, presentes no caso de flambagem lateral, podem levar a uma plastificação da seção transversal e à conseqüente redução da rigidez à torção da seção. Da mesma forma, a degradação das propriedades do material, com o aumento da temperatura, leva à redução da rigidez à torção.

Havia dúvidas se o modelo com elementos de viga, com uma rigidez à torção constante, poderia fornecer uma resposta aceitável. O estudo mostrou que uma resposta com boa precisão pode ser conseguida, usando-se elementos de viga, desde que o módulo de elasticidade transversal seja ajustado para refletir seu valor correspondente à temperatura de falha. Isso implica um processo iterativo, uma vez que a temperatura de falha não é previamente conhecida. Por outro lado, a degradação da rigidez à torção, por efeitos de plastificação, pode ser ignorada.

Na *segunda parte*, é feita a comparação entre as modelagens bidimensional e tridimensional, de galpões industriais de um andar, sob incêndio. Comumente, a estrutura de galpões industriais é composta por pórticos-tipo, dispostos em paralelo. A análise desses galpões é comumente feita pela simulação no plano do pórtico de aço ou,

simplesmente, da treliça da cobertura. Na análise bidimensional, importantes efeitos fora do plano são ignorados, como a redistribuição de esforços devido à degradação do material ou à expansão térmica, ou instabilidade lateral dos elementos. A importância desses efeitos e a adequabilidade do modelo 2D para representar o comportamento real são discutidas.

Na *terceira parte*, um modelo numérico para a simulação tridimensional do comportamento de estruturas de aço sob incêndio é apresentado. O modelo é baseado no conceito de rótulas plásticas generalizadas, com modificações para melhor representar a formação e expansão da plastificação no elemento. A descrição cinemática adotada permite obter bons resultados, mesmo com o uso de poucos elementos. A determinação do vetor de esforços internos no elemento, incluindo os efeitos da temperatura, é detalhada. O procedimento foi validado por comparação com ensaios e com modelos numéricos mais sofisticados, como o programa SAFIR. Os resultados demonstram que o procedimento proposto pode ser usado como uma forma alternativa de análise 3D de estruturas sob incêndio, com precisão razoável e baixo esforço computacional.

ABSTRACT

The analysis of structural behaviour under fire is an important part of design for fire safety, especially for steel structures, due to their high thermal conductivity and relative slenderness of sections. The economical and practical difficulties associated with the evaluation of structural behaviour by full-scale fire testing have stimulated the development and application of numerical simulations methods.

This thesis deals with numerical simulations of the behaviour of steel structures under fire conditions and it is divided into three parts. The first two parts were carried out in the University of Liege, Belgium, using the program SAFIR as numerical tool. The third part was developed independently, at the Federal University of Rio Grande do Sul.

In the *first part* it is presented a comparative study between the using of shell and beam finite elements, in the modelling of simply supported beam, subjected to lateral torsional buckling. The torsional efforts, existent in the case of lateral buckling, can lead to the plastification of section and, consequently, to the reduction of its torsional stiffness. In the same way, degradation of material properties with temperature increase leads to torsional stiffness reduction.

There was an uncertainty whether the modelling with beam elements, with constant torsional stiffness, could give an acceptable response. The study showed that a reasonable response can be found using beam elements, provided that the elastic shear modulus of steel is adapted to reflect its value correspondent to failure temperature. This implies in an iterative process, as the failure temperature is not previously known. On other hand, the decrease of torsional stiffness created by plasticity can be ignored.

In the *second part* it is performed a comparison between the two- and three-dimensional modellings of a single storey industrial building, under fire. Commonly, portal frames, disposed in parallel, compose the structure of industrial buildings. The analysis of these buildings is frequently carried out either by simulation in the plane of the steel portal frame or, simply the roof truss. In the two-dimensional analysis, important out-of-plane effects are neglected, as redistribution of efforts due to material

degradation or due to thermal expansion, and lateral instability of members. The importance of these effects and the adequacy of the 2D model to represent the real behaviour are discussed.

In the *third part*, a numerical model for the three-dimensional simulation of the behaviour of steel structures under fire is presented. The model is based in the generalized plastic hinge concept, with modifications that allow a better representation of the progressive plastification process. The adopted kinematic description provides good results, even with coarse meshes. The determination of the element internal forces, including temperature effects, is detailed. The procedure was validated, by comparison with experimental results and with more refined models, like the program SAFIR. The results shown that the proposed procedure can be used as an alternative mean to analyse 3D frames under fire, with reasonable precision and low computational effort.

SUMÁRIO

Resumo	ii
Abstract	iv
Lista de Figuras	viii
Lista de Tabelas	xi
Lista de Símbolos	xii

Capítulo 1 **INTRODUÇÃO**

1.1 Considerações gerais	1
1.2 Desempenho do aço sob incêndio	9
1.3 Evolução dos modelos computacionais	16
1.4 Objetivos e descrição do trabalho.....	22

Capítulo 2 **FLAMBAGEM LATERAL DE VIGAS I SOB TEMPERATURAS ELEVADAS – COMPARAÇÃO ENTRE AS MODELAGENS COM ELEMENTOS DE VIGA E DE CASCA**

2.1 Introdução.....	25
2.2 Detalhes dos modelos	27
2.3 Viga à temperatura ambiente, restrita no plano.....	31
2.4 Viga com flambagem lateral, à temperatura ambiente	33
2.4 Vigas com flambagem lateral, a temperaturas elevadas.....	38
2.5 Conclusões.....	41

Capítulo 3 **MODELAGEM NUMÉRICA DE GALPÕES INDUSTRIAIS – COMPARAÇÃO ENTRE AS ANÁLISES 2D E 3D**

3.1 Introdução.....	39
3.2 Edifício analisado	40
3.3 Modelagem 2D e 3D do pórtico isolado.....	43
3.4 Modelagem do pórtico com as terças	50
3.5 Conclusões.....	54

Capítulo 4

DESENVOLVIMENTO DE UM MODELO NUMÉRICO PARA ANÁLISE DE ESTRUTURAS METÁLICAS SOB INCÊNDIO

4.1	Introdução.....	55
4.2	O modelo com rótulas plásticas.....	56
4.3	Simplificações assumidas.....	57
4.4	Relações cinemáticas.....	59
4.5	Matriz de rigidez do elemento.....	69
4.6	Critérios de escoamento.....	79
4.7	Aproximação dos efeitos da plasticidade distribuída.....	82
4.7.1	O conceito do módulo tangente.....	83
4.7.2	Degradação progressiva da rigidez.....	84
4.8	Determinação do vetor de forças internas incluindo os efeitos da temperatura.....	87
4.8	Detalhes computacionais.....	91
4.8.1	O método do controle do trabalho.....	91
4.8.2	Verificação da formação ou desativação de rótulas.....	96
4.8.3	Controle no afastamento da superfície de plastificação.....	97
4.8.4	Método de Newton-Raphson.....	99
4.8.5	Identificação da falha estrutural.....	101
4.9	Exemplos.....	102
4.9.1	Exemplo 1.....	102
4.9.2	Exemplo 2.....	104
4.9.3	Exemplo 3.....	105
4.9.4	Exemplo 4.....	106
4.9.5	Exemplo 5.....	107
4.9.6	Exemplo 6.....	109
4.9.7	Exemplo 7.....	110
4.10	Conclusões.....	112
	Referências Bibliográficas.....	113

LISTA DE FIGURAS

Capítulo 1

Figura 1.1 – Desenvolvimento de um incêndio em um compartimento.....	2
Figura 1.2 – Curva de incêndio-padrão	4
Figura 1.3 – Etapas da análise do comportamento estrutural sob incêndio.	6
Figura 1.4 – Diagrama tensão-deformação para o aço a temperaturas elevadas.....	9
Figura 1.5 – Fatores de redução da resistência para o aço	11
Figura 1.6 – Modelo para a relação tensão-deformação a altas temperaturas.....	12
Figura 1.7 – Fatores de redução para o aço adotados pelo Eurocode 3 (CEN, 1995b)..	13
Figura 1.8 – Alongamento térmico do aço em função da temperatura.....	14
Figura 1.9 – Calor específico do aço em função da temperatura	15
Figura 1.10 – Condutividade térmica do aço em função da temperatura	15

Capítulo 2

Figura 2.1 – Flambagem lateral de uma viga I.	26
Figura 2.2 – Viga simplesmente apoiada sujeita a um carregamento distribuído.	27
Figura 2.3 – Divisão da seção transversal em fibras.	28
Figura 2.4 – Condições de contorno impostas no modelo com elementos de viga.....	28
Figura 2.5 – Seção transversal para o modelo com elementos de casca.	29
Figura 2.6 – Condições de contorno impostas na extremidade esquerda no modelo com elementos de casca.	30
Figura 2.7 – Condições de contorno impostas na extremidade direita no modelo com elementos de casca.	30
Figura 2.8 – Resultados para uma análise à temperatura ambiente, com deslocamentos restringidos ao plano.....	31
Figura 2.9 – Comparação dos resultados para os modelos com elementos de viga e de casca, à temperatura ambiente.....	36
Figura 2.10 – Deformação da viga, com um fator de amplificação de 5, no último passo de carga, mostrando a região plastificada.....	37
Figura 2.11 – Comparação dos modelos com elementos de viga e de casca sob temperaturas elevadas.....	39

Capítulo 3

Figura 3.1 – Esquema da estrutura do galpão estudado.	40
Figura 3.2 – Esquema do pórtico-tipo usado no galpão.	41
Figura 3.3 – Contraventamentos do plano da cobertura.	41
Figura 3.4 – Elevação lateral com indicação do contraventamento vertical.	42
Figura 3.5 – Cargas aplicadas no banzo inferior.	43
Figura 3.6 – Comportamento para as diferentes classes de seções.	44
Figura 3.7 – Deformação do modelo 2D no momento de falha, com fator de amplificação de 5.	46
Figura 3.8 – Colapso da parede de alvenaria, provocado pela expansão térmica do pórtico.	47
Figura 3.9 – Restrições impostas no primeiro caso do modelo 3D. Nas posições P1 a P11 a translação fora do plano foi impedida.	48
Figura 3.10 – Deformação obtida para o primeiro caso com elementos 3D no momento de falha, com fator de amplificação de 20.	48
Figura 3.11 – Deformação obtida para o segundo caso com elementos 3D no momento de falha, com fator de amplificação de 20.	49
Figura 3.12 – Deformação obtida para o terceiro caso com elementos 3D no momento de falha, com fator de amplificação de 20.	49
Figura 3.13 – Modelo com o pórtico e a parte das terças entre os pórticos adjacentes.	51
Figura 3.14 – Deformação para o modelo com terças, no momento de falha, com fator de amplificação de 10.	52
Figura 3.15 – Estrutura de um galpão, deformada por ação de incêndio, onde os danos nas terças destacam-se.	53
Figura 3.16 – Mecanismo de falha em um galpão industrial sob incêndio.	54

Capítulo 4

Figura 4.1 – Relações tensão-deformação a temperaturas elevadas.	59
Figura 4.2 – Movimento de um corpo no espaço tridimensional.	60
Figura 4.3 – Elemento adotado, associado a sistemas de eixos locais e globais.	61
Figura 4.4 – Direções normais e principais de cada seção.	61
Figura 4.5 – Eixo de referência inicial em uma das extremidades do elemento.	62
Figura 4.6 – Determinação do ângulo α da seção.	64
Figura 4.7 – Ângulo α para o caso de elemento com eixo local x paralelo ao eixo global Y	64
Figura 4.8 – Giros numa das extremidades de um elemento.	66
Figura 4.9 – Giro de torção entre as extremidades 1 e 2 do elemento.	67
Figura 4.10 – Graus de liberdade nodais associados ao elemento de viga tridimensional adotado.	69
Figura 4.11 – Forças nodais associadas ao elemento de viga tridimensional adotado.	70
Figura 4.12 – Momentos fletores quasetangenciais: (a) M_y ; (b) M_z	72
Figura 4.13 – Momento de torção semitangencial.	73
Figura 4.14 – Superfície de plastificação de Kim.	81
Figura 4.15 – Superfície de plastificação de Orbison.	82
Figura 4.16 – Fator de redução da rigidez τ_1	83
Figura 4.17 – Fator de redução da rigidez τ_2	84

Figura 4.18 – Características do parâmetro GSP.....	94
Figura 4.19 – Afastamento da superfície de plastificação.....	98
Figura 4.20 – Correção do afastamento da superfície de plastificação.....	98
Figura 4.21 – Pórtico de Vogel, usado no exemplo 1	103
Figura 4.22 – Resultados para o exemplo 1	103
Figura 4.23 – Resultados para o exemplo 2	104
Figura 4.24 – Pórtico de Lee, usado no exemplo 3	105
Figura 4.25 – Resultados para o exemplo 3	106
Figura 4.26 – Pórtico tipo portal, usado no exemplo 4	106
Figura 4.27 – Resultados para o exemplo 4	107
Figura 4.28 – Pórtico de dois vãos, usado no exemplo 5	108
Figura 4.29 – Resultados para o exemplo 5	108
Figura 4.30 – Pórtico de três andares, usado no exemplo 6	109
Figura 4.31 – Resultados para o exemplo 6	110
Figura 4.32 – Pórtico tridimensional, usado no exemplo 7.....	111
Figura 4.33 – Resultados para o exemplo 7	111

LISTA DE TABELAS

Capítulo 2

Tabela 2.1 – Relação entre o módulo de resistência plástico de cada modelo e a carga de falha.

Tabela 2.2 – Comparação das temperaturas de falha para os modelos.

Capítulo 3

Tabela 3.1 – Especificação das partes do galpão.

LISTA DE SÍMBOLOS

Somente a notação de uso genérico é apresentada aqui. Símbolos utilizados uma vez e que são de natureza mais específica são explanados quando aparecem no texto.

- A = área da seção transversal;
- $\{b\}$ = vetor gradiente da função de plastificação;
- b = largura da seção;
- $[C]$ = matriz constitutiva;
- E = módulo de elasticidade;
- $\{F_{apl}\}$ = vetor de forças externas, aplicadas na estrutura;
- $\{F_{ref}\}$ = vetor de forças de referência, aplicadas na estrutura;
- $\{F_{int}\}$ = vetor de forças internas da estrutura;
- $\{F_{res}\}$ = vetor de forças desbalanceadas da estrutura;
- $\{f\}$ = vetor de forças nodais externas do elemento;
- $\{f_{int}\}$ = vetor de forças internas do elemento;
- f_y = resistência de escoamento a 20°C;
- G = módulo de elasticidade transversal;
- h = altura da seção;
- $iinc$ = contador de incrementos de carga;
- GSP = parâmetro de rigidez corrente;
- I_y, I_z = momentos de inércia da seção transversal, segundo os eixos locais y e z , respectivamente;
- $iiter$ = contador de iterações;

- J_t = constante de torção da seção transversal do elemento;
 $[K]$ = matriz de rigidez da estrutura;
 $[k]$ = matriz de rigidez do elemento;
 $k_{E,T}$ = fator de redução do módulo de elasticidade;
 $k_{y,T}$ = fator de redução da resistência de escoamento;
 L = comprimento do elemento;
 M_x = momento de torção;
 M_y, M_z = momentos de flexão segundo os eixos locais y e z , respectivamente;
 N = esforço normal;
 P_{Ni} = forças naturais do elemento ($i=1, 6$);
 $[p^{(i)}]$ = matriz de orientação da seção extrema i ($i=1, 2$);
 Q_y, Q_z = força cortante segundo os eixos locais y e z , respectivamente;
 $[r]$ = matriz de rotação do elemento;
 T = temperatura;
 t_f = espessura da mesa, em uma seção I;
 t_w = espessura da alma, em uma da seção I;
 tol = tolerância de convergência;
 $\{U\}$ = deslocamento total da estrutura;
 $\{u\}$ = vetor de deslocamentos do elemento
 V = volume do elemento;
 $W_{pl,y}, W_{pl,z}$ = módulo de resistência plástico, segundo os eixos locais x e y , respectivamente;
 X, Y, Z = coordenadas globais;
 x, y, z = coordenadas locais do elemento;
 $[\beta^{(i)}]$ = matriz de orientação no nó i ;
 Δ = prefixando um termo, denota um incremento;
 ΔA = constante de plastificação;

- δ = prefixando um termo, denota variação virtual;
- $\{\varepsilon\}$ = vetor de deformações;
- λ = fator multiplicador do carregamento;
- $\{\sigma\}$ = vetor de tensões;
- τ_1, τ_2 = fatores de redução da rigidez;
- ψ = função de plastificação
- $[\Delta\omega^{(i)}]$ = matriz de incrementos de rotações do nó i ;
- ∂ = prefixando um termo, denota diferenciação parcial;
- $\{ \}$ = denota vetor;
- $[\]$ = denota uma matriz;
- $\| \|$ = denota a norma euclidiana de um vetor;
- $'$ = denota derivada primeira, em relação ao eixo longitudinal do elemento;
- $''$ = denota derivada segunda, em relação ao eixo longitudinal do elemento

1 INTRODUÇÃO

1.1 CONSIDERAÇÕES GERAIS

Os objetivos da segurança contra incêndio podem ser resumidos em dois: assegurar a proteção à vida e minimizar os danos à propriedade e perdas financeiras. Evacuação segura, provida por meios de detecção e alarme eficientes, rotas de escape facilmente atingidas, instalações que evitem a geração e o acúmulo de fumaça podem ser classificados como medidas de proteção à vida. Como fatores influenciando a segurança da propriedade pode-se citar, como medida de proteção passiva, o uso de material de proteção contra incêndio na estrutura e, como medidas de proteção ativa, o uso de chuveiros automáticos.

Dentro do contexto desses dois objetivos, a norma brasileira NBR 14432 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS – ABNT, 2000) estabelece condições a serem atendidas pelos elementos estruturais e de compartimentação de uma edificação, de forma a possibilitar:

- fuga dos ocupantes em condições seguras;
- segurança das operações de combate a incêndio;
- minimização de danos a edificações adjacentes e à infra-estrutura pública.

As exigências da NBR 14432 são expressas em termos do chamado tempo requerido de resistência ao fogo (TRRF), com valores típicos de 30, 60, 90 e 120 minutos. Esses valores não significam o tempo até que o elemento estrutural entre em colapso no caso de um incêndio ou o tempo de evacuação dos ocupantes, mas fornecem uma representação escalar do desempenho dos elementos sob ensaios (INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION – ISO, 1992 e ABNT, 1980).

Os incêndios dentro de ambientes fechados têm comportamento diferente quando comparado com incêndios em ambientes abertos. A presença das paredes, e principalmente do teto, tem o efeito de aumentar o calor radiante retornado para a superfície do material combustível. O incêndio em um ambiente fechado apresenta três

fases distintas (Figura 1.1). A primeira fase é a fase inicial do crescimento do incêndio, onde há grandes diferenças de temperatura no ambiente. À medida que o incêndio aumenta, o teto e as paredes se aquecem, passando a irradiar calor de volta à superfície com material combustível. Na medida em que o nível de calor irradiado aumenta, a quantidade de vapores inflamáveis no ambiente e a temperatura atingem níveis críticos, ocorrendo uma aceleração súbita no crescimento do incêndio, conhecida como “*flashover*” e entra-se numa segunda fase, a do *inflamação generalizada*. DRYSDALE (1991) salienta que o *flashover* deve ser considerado não como um evento preciso, mas como a transição entre dois estados. Em outras palavras, o *flashover* é a transição entre a fase inicial do incêndio e a fase da inflamação generalizada, também chamada de pós-*flashover*, em correspondência aos termos em inglês “*post-flashover fire*” e “*fully-developed fire*” (BUCHANAN, 2001).

Durante a fase da inflamação generalizada, picos de temperatura são atingidos e a temperatura torna-se praticamente uniforme no ambiente. Grandes quantidades de gases combustíveis são produzidas, que se queimam onde houver a presença de oxigênio suficiente. Nessa fase, os fluxos de ar e gases de combustão tornam-se bastante turbulentos.

Quando a quantidade de material combustível disponível começa a cair, entra-se numa terceira fase, a do resfriamento.

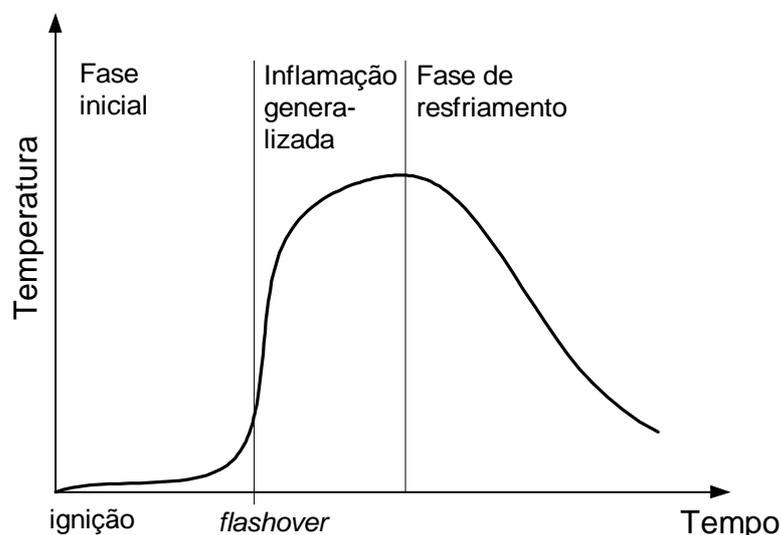


Figura 1.1 – Desenvolvimento de um incêndio em um compartimento

Se na primeira fase do incêndio as medidas de proteção ativas (ou seja, a detecção e as ações de combate com o uso das instalações de proteção contra incêndio) ainda são eficientes para se impedir maiores danos, uma vez que se atinge a fase da

inflamação generalizada, o incêndio deverá ser contido pelas medidas de proteção passiva. As paredes deverão funcionar como uma barreira de contenção do fogo ao ambiente incendiado e os elementos estruturais deverão ser projetados de forma a resistir por determinado tempo, impedindo a instabilidade e o colapso estrutural, evitando assim danos à vida ou perdas financeiras maiores.

Comumente, a fim de proteger a estrutura durante a fase da inflamação generalizada, o engenheiro estrutural faz uso de algum material isolante térmico. Dessa forma, o aquecimento é retardado e a estrutura mantém sua rigidez e resistência. No caso do uso do aço como material estrutural, o emprego de material de proteção contra incêndio na estrutura é mais freqüente, uma vez que seu aquecimento é favorecido por sua alta condutividade térmica e pela esbeltez relativa das seções em aço. Tais características têm motivado uma preocupação maior quanto ao desempenho das estruturas em aço sob condições de incêndio, o que tem levado a recomendações especiais para o projeto de estruturas de aço. Recomendações européias existem desde 1983 (EUROPEAN CONVENTION FOR CONSTRUCTIONAL STEELWORK – ECCS, 1983). O Eurocode 1 e o Eurocode 3 contêm capítulos separados para o projeto de estruturas de aço, levando em conta os efeitos do incêndio (EUROPEAN COMITTEE FOR STANDARDIZATION – CEN, 1995a e CEN, 1995b).

No Brasil, em 1999 a ABNT publicou a NBR 14323, que trata do dimensionamento de elementos estruturais em aço, considerando os efeitos de incêndios (ABNT, 1999), e em 2000, a NBR 14432, que estipula a resistência ao fogo, de elementos construtivos (ABNT, 2000).

O desenvolvimento das fases de um incêndio natural é difícil de se prever, sendo sensível a uma série de fatores, como a quantidade de material combustível no compartimento, condições de ventilação, tamanho e geometria do compartimento, tipo de material e área de superfície do combustível. Por conveniência, adota-se uma curva de incêndio-padrão (Figura 1.2), definida pela norma ISO-834 (ISO, 1992), que, no Brasil, tem correspondência na norma NBR 5628 (ABNT, 1980).

A avaliação da resistência ao fogo e o dimensionamento da proteção baseiam-se no ensaio de incêndio-padrão. O princípio do ensaio consiste em submeter os componentes, partes da estrutura ou toda a estrutura ao incêndio-padrão e determinar o tempo, até que determinada condição de falha seja atingida (ABNT, 1980). Os materiais de proteção são avaliados quanto aos critérios de capacidade de isolamento térmico e integridade. Os elementos estruturais são avaliados quanto à resistência mecânica e deformações.

O ensaio de incêndio-padrão apresenta alguns inconvenientes: os incêndios naturais em edificações não seguem a curva de incêndio-padrão; os elementos estruturais em edificações reais raramente são utilizados isoladamente, havendo uma interação entre os mesmos. Fornos construídos com diferentes geometrias e tipos de materiais podem levar a resultados de ensaios diferentes, apesar de seguirem a curva de incêndio-padrão. Além do mais, a limitação do tamanho dos fornos empregados impede o ensaio de elementos de maiores dimensões, que poderiam representar melhor as condições reais. Some-se a isto, o alto custo envolvido em tais ensaios, que inviabiliza economicamente a condução de ensaios para as diferentes combinações de tamanho e forma de seção.

Os inconvenientes da avaliação da resistência ao fogo, por meio de ensaios, estimularam, desde cedo, o desenvolvimento de procedimentos de cálculo. Uma abordagem, proposta para dimensionar a proteção usada na estrutura, é impedir que a temperatura no elemento estrutural atinja 550°C , dentro de um tempo determinado por norma. Em tal nível de temperatura, o limite último de resistência do aço reduz-se quase pela metade. Dessa forma, a margem de segurança adotada no projeto poderia anular-se, o que poderia levar ao colapso do elemento. Baseado nesse conceito e no desempenho de materiais de proteção em ensaios de incêndio-padrão, fabricantes desses materiais publicam tabelas de dimensionamento, como o chamado “*yellow book*”, publicado pela *Association of Specialist Fire Protection Contractors and Manufacturers Limited – ASFPCM* e pelo *Steel Construction Institute – SCI* (ASFPCM/SCI, 1992). Embora esse método possa ser útil para um dimensionamento rápido, para problemas simples, ele constitui-se numa abordagem simplista do problema.

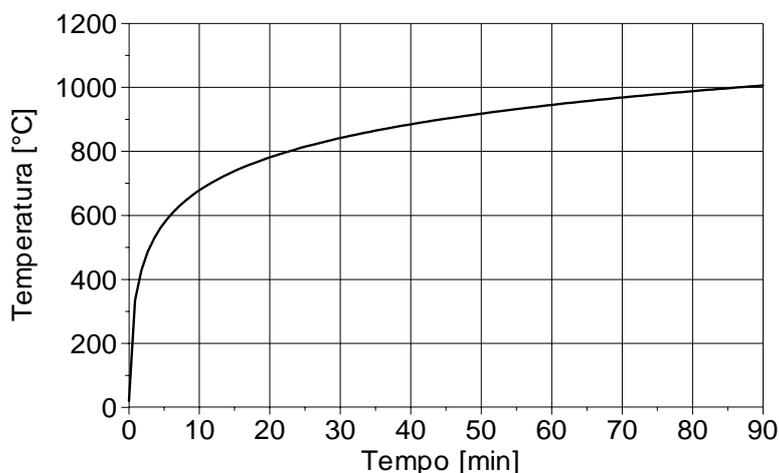


Figura 1.2 – Curva de incêndio-padrão

Uma evolução em relação a essa abordagem é apresentada pela norma brasileira NBR 14323 (ABNT, 1999) e pelo Eurocode (CEN, 1995b), em um procedimento chamado de *método simplificado de cálculo*, baseado no *método dos estados limites*. No método dos estados limites, coeficientes parciais de segurança são usados para majorar as cargas aplicadas e também para reduzir a resistência do material, para se obter a resistência de projeto dos elementos. As normas baseiam-se na suposição de que os incêndios são ações a que raramente as estruturas estarão sujeitas. É, portanto, baixa a probabilidade de que um incêndio ocorra, enquanto o edifício estiver com plena carga de projeto. Assim, uma diminuição no valor da carga é obtida, com a adoção de valores reduzidos para os coeficientes parciais de segurança, sob condições de incêndio. Os procedimentos de verificação dos elementos, sob temperaturas elevadas, são semelhantes aos usados para projeto à temperatura ambiente, mas usando-se redução nas propriedades do material, devido à degradação por efeito térmico.

O método simplificado de cálculo visa à aplicação corriqueira em escritórios de projetos. No entanto, ele incorpora, como o próprio nome sugere, simplificações da realidade, e a simples adoção dos procedimentos do método pode levar o projetista a incorporar medidas de proteção excessivas ou inadequadas, especialmente no caso de estruturas pouco convencionais.

Uma abordagem de dimensionamento mais racional consiste em avaliar os riscos da edificação, dentro dos conceitos da engenharia de segurança contra incêndio, fazendo-se uso de ferramentas computacionais para se avaliar, de forma mais próxima do real, o comportamento da estrutura, sob condições de incêndio. O uso dessas ferramentas, chamadas de *métodos avançados de dimensionamento*, é permitido pelas normas mais modernas, como o Eurocode (CEN, 1995a e CEN 1995b) e as normas brasileiras (ABNT, 1999 e ABTN, 2000).

A modelagem do comportamento estrutural sob incêndio envolve três partes distintas (Figura 1.3). Uma parte consiste em avaliar os possíveis cenários de incêndio e, para cada cenário, determinar a evolução do incêndio, a energia desprendida e os níveis de temperaturas atingidos. O estágio seguinte é a simulação da resposta dos elementos estruturais, submetidos a tais condições de aquecimento.

Para cada uma das etapas da análise, o uso dos métodos avançados, em lugar dos métodos simplificados, pode conduzir a uma melhor adequabilidade entre os riscos presentes e as medidas de proteção. Na análise do crescimento do incêndio, por exemplo, o incêndio-padrão, com níveis sempre crescentes de temperatura, não retrata o que ocorre em incêndios reais, onde, após a fase da inflamação generalizada, entra-se na

fase do resfriamento, uma vez que a quantidade de material combustível disponível começa a cair. A consideração de um incêndio real pode levar a soluções de projeto mais econômicas, principalmente no caso de edificações em que o tipo de ocupação é fixo e a concentração de material combustível, indicada pela chamada *carga de incêndio*, é baixa. Em muitos casos, a carga de incêndio presente na edificação não é suficiente para desenvolver elevadas temperaturas que ameaçariam a estabilidade estrutural, de forma que se pode diminuir, ou mesmo dispensar, o uso da proteção. KIRBY (1997a), por exemplo, mostra exemplos onde é empregada uma abordagem mais racional, aplicada em estádios esportivos, de forma a dispensar o uso de material de proteção estrutural e garantir níveis aceitáveis de segurança, em caso de incêndios.

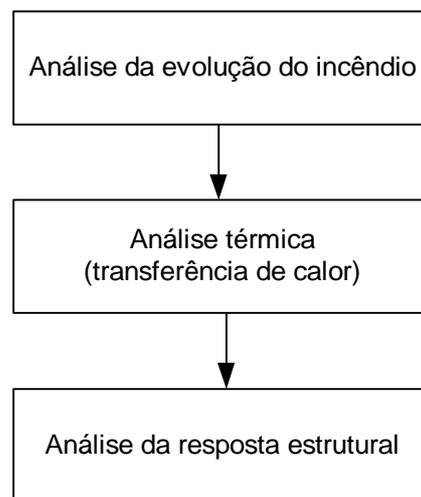


Figura 1.3 – Etapas da análise do comportamento estrutural sob incêndio.

As ferramentas numéricas para a determinação da curva de crescimento de incêndios dividem-se geralmente em duas categorias: *modelos por zona* (“*zone models*”) e os *modelos por campo* (“*field models*”). Nos modelos por zona, o compartimento de incêndio é dividido em camadas homogêneas ou zonas. São modelos baseados em simplificações da física e do movimento da fumaça, a partir da observação experimental de incêndios. Nos modelos por zona, são usadas equações de conservação para a massa, momento e energia em cada uma das zonas.

Os modelos por campo são mais sofisticados, baseados na dinâmica dos fluidos computacional, ou “*computational fluid dynamics*” (CFD). A complexidade dessa abordagem envolve um trabalho maior na preparação dos dados e análise dos resultados, além de exigir bem mais recursos computacionais. Além disso, sua aplicação na fase do incêndio da inflamação generalizada é dificultada pela excessiva turbulência

presente. Por isso, embora tenha um âmbito de aplicação maior que o modelo por zona, a abordagem do modelo por campo tem uso limitado (BUCHANAN, 2001).

Pesquisas no comportamento de incêndios reais têm sido feitas na Europa, com o apoio do *European Coal and Steel Community* – ECSC. Essas pesquisas visam uma melhor implementação do conceito de incêndios reais no Eurocode e o desenvolvimento de um modelo numérico baseado no modelo por zona (CADORIN & FRANSSEN, 2003) e incluem a realização de ensaios em escala real no laboratório de Cardington, do *Building Research Establishment* (LENNON & MOORE, 2003).

Com relação à análise térmica, a forma de se calcular a transferência de calor entre o ambiente incendiado e a estrutura, proposta pelo método de cálculo simplificado, assume que a condutividade térmica do aço tem valor infinito. Dessa forma, o método simplificado conduz a uma temperatura uniforme na seção transversal, ou pelo menos em partes diferentes da mesma, como por exemplo quando o cálculo é feito de forma separada para a alma e para as mesas do perfil. Para os casos onde se tem uma viga suportando uma laje, essa abordagem ignora a absorção de calor pela laje, resultando em temperaturas maiores que a realidade (FRANSSEN *et al.*, 1995). Em estudo de pilares aquecidos de forma não simétrica, em que resultados do método simplificado são comparados com simulações pelo método dos elementos finitos, FRANSSEN (1999) mostra que o método simplificado pode fornecer resultados contra a segurança, ou ainda, em alguns casos, fornecer resultados bastante conservadores.

Os programas de simulação computacional da transferência térmica são geralmente baseados no método dos elementos finitos ou no método das diferenças finitas. Como na fase do incêndio da inflamação generalizada as temperaturas no ambiente são uniformes, praticamente não há gradientes térmicos ao longo dos elementos. Assim, a análise térmica usando modelos bidimensionais fornece resultados satisfatórios para boa parte dos casos. Os modelos usados nesses programas normalmente não levam em conta os efeitos de transferência de massa, como o que ocorre no transporte de água ou vapor d'água através de materiais permeáveis. Efeitos como o encolhimento ou a perda de material por combustão nas superfícies diretamente expostas ao fogo não são comumente levados em conta diretamente nos modelos, mas podem ser considerados de forma indireta pela variação das propriedades do material com a temperatura (BUCHANAN, 2001).

Quanto à resposta estrutural sob altas temperaturas, um efeito importante, ignorado pelo método simplificado de cálculo, é a expansão térmica, ou as tensões criadas pela restrição da expansão térmica. Uma outra limitação, verificada no método

simplificado, é que o dimensionamento dos elementos estruturais é feito tomando-os de forma isolada, sem considerar a interação que ocorre entre os mesmos durante o incêndio. Nos projetos de proteção contra incêndio, procura-se fazer a compartimentação da edificação, que consiste em restringir a propagação do incêndio para outras partes da edificação, limitando os efeitos do fogo e da fumaça a certas partes. Assim, geralmente, apenas uma parte de toda a estrutura sofre a elevação de temperatura. Um dos efeitos disso, é que as partes aquecidas terão a expansão térmica restringidas pelas partes circunvizinhas, menos aquecidas. Isso aumentará a força de compressão nas partes sob altas temperaturas, o que pode ocasionar uma instabilidade em pilares, a uma temperatura menor do que se poderia supor numa análise isolada do elemento (NEVES, 1995, WANG, 1997, FARIS *et al.*, 1998, VALENTE & NEVES, 1999, FRANSSEN, 2000, RODRIGUES *et al.*, 2000).

Outro efeito, que ocorre em situações reais de incêndio, é uma redistribuição dos esforços das partes aquecidas para as partes não-aquecidas. Esse alívio de carga ocasionará um ganho na resistência da estrutura, se comparado com uma análise em que se consideram os elementos isoladamente. Além disso, a consideração da continuidade dos pórticos, em uma análise da formação de rótulas plásticas, e conseqüente formação de mecanismo de colapso, leva a um ganho de resistência, quando comparada com a análise de elementos isolados (NWOSU & KODUR, 1999).

Vários estudos têm sido feitos visando analisar o comportamento estrutural sob incêndio de forma global. O alto custo envolvido e os inconvenientes em se preparar as instalações para o ensaio de estruturas completas têm desestimulado a condução de experimentos nesse sentido. Uma série importante de estudos experimentais foi conduzida no laboratório de Cardington, Inglaterra, do *Building Research Establishment* (BRE), nos anos de 1995 e 1996, em um edifício em estrutura metálica de oito andares, construído em escala real (KIRBY, 1997b, O'CONNOR & MARTIN, 1998). Os resultados desses experimentos têm sido objeto de vários estudos.

Uma revisão dos estudos experimentais e numéricos do comportamento global da estrutura pode ser encontrada no trabalho de NWOSU & KODUR (1997). De forma geral, esses estudos evidenciam a diferença entre o comportamento de elementos isolados e da estrutura completa indicam que a resistência ao fogo dos elementos é melhorada quando eles são considerados como parte de um todo, levando-se em conta a interação entre as partes. Normalmente, os benefícios da continuidade do pórtico e da redistribuição de esforços se sobrepõem aos efeitos negativos de uma eventual restrição da expansão térmica.

A consideração desses e de outros fatores, como o comportamento das ligações (LAWSON, 1990, EL-RIMAWI *et al.*, 1995, LIU, 1996, LESTON-JONES *et al.*, 1997), o efeito diafragma proporcionado pela laje, (WANG, 2000, BAILEY *et al.*, 2000, ELGHAZOULI & IZZUDDIN, 2000) em uma análise mais próxima da realidade, leva a prováveis ganhos na resistência da estrutura ao fogo e economias no uso mais racional do material de proteção.

1.2 DESEMPENHO DO AÇO SOB INCÊNDIO

O aço mantém sua integridade básica ao ser submetido a altas temperaturas, diferentemente de materiais como a alvenaria e o concreto. Mas, sob elevação de temperatura, de forma semelhante ao que ocorre com outros materiais usados em construções, o aço sofre perda de resistência e rigidez, além de se expandir; suas propriedades mecânicas e térmicas irão variar com a elevação térmica.

A perda de resistência e rigidez pode ser ilustrada pela variação das curvas tensão-deformação, com o aumento da temperatura. A Figura 1.4 mostra essas curvas tensão-deformação, normalizadas em relação à tensão de escoamento à temperatura ambiente, suposta igual a 20°C.

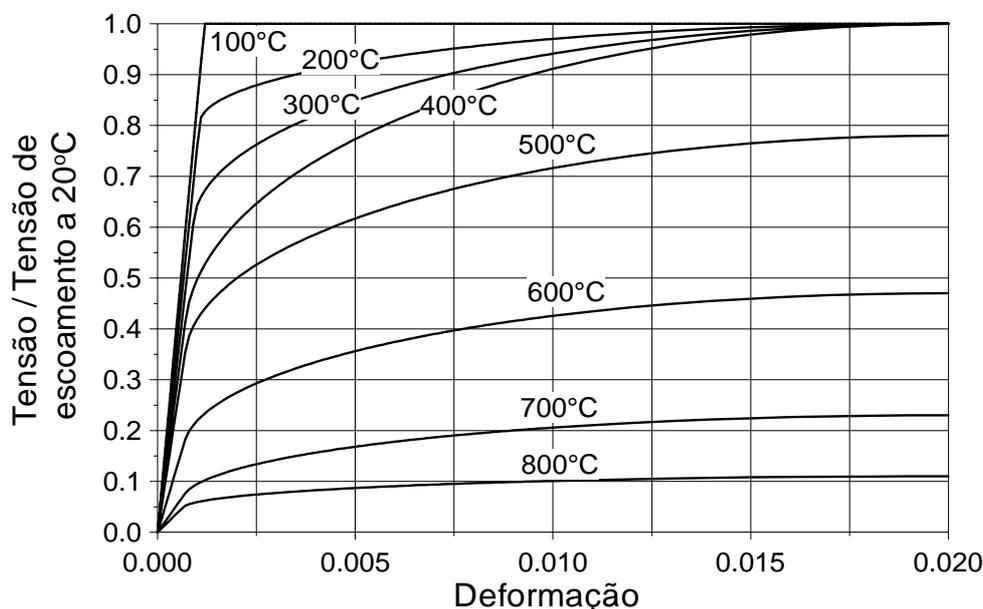


Figura 1.4 – Diagrama tensão-deformação para o aço a temperaturas elevadas

Vários estudos têm sido conduzidos para a determinação das curvas tensão-deformação, para o aço a altas temperaturas (como em BROCKENBROUGH, 1970, RUBERT & SCHAUMANN, 1985A, KIRBY & PRESTON, 1988, OUTINEN *et al.*,

1997, MÄKELÄINEN *et al.*, 1998). O comportamento do aço sob elevação térmica é influenciado pela taxa de aquecimento, devido a componente de fluência que aparece para temperaturas superiores a 450 °C. Como a fluência é dependente do tempo e complicada de ser incorporada nos procedimentos de cálculo e projeto, um esforço de pesquisa foi feito visando determinar a melhor forma de representar o comportamento do aço sob aumento térmico (LAWSON & NEWMAN, 1996). Concluiu-se que uma análise independente do tempo, onde as curvas tensão-deformação a temperaturas crescentes têm os efeitos da fluência implicitamente incluídos, é suficientemente precisa para modelar o comportamento do aço a altas temperaturas (WITTEVEEN & TWILT, 1973; SAAB & NETHERCOT, 1991). Isto é admissível somente para durações de exposição a altas temperaturas na ordem de magnitude entre alguns minutos e cerca de duas horas (FRANSSEN, 1999), o que deve ser reconsiderado para exposições muito longas a altas temperaturas. Os dados apresentados no Eurocode 3 (CEN, 1995b) e na NBR 14323 (ABNT, 1999) são válidos para taxas de aquecimento entre 2 e 50 °C por minuto.

Existem dois métodos de se determinar experimentalmente as curvas tensão-deformação a temperaturas elevadas:

Isotérmico ou não-transiente, em que a amostra é submetida a uma temperatura constante, com uma deformação aplicada a uma taxa constante. Esse tipo de ensaio tem sido usado tradicionalmente para aplicações em engenharia mecânica.

Anisotérmico ou transiente, em que a amostra é submetida a uma carga constante e a taxa de aquecimento é induzida em quantidades pré-determinadas. As deformações resultantes são medidas, descontando-se os efeitos das deformações térmicas, obtidos com a amostra sem carga, e sujeita às mesmas condições de temperatura. As curvas tensão-deformação, para determinadas temperaturas, são obtidas por interpolação, a partir de uma família de curvas com diferentes tensões. A taxa de aquecimento usada geralmente é de 10°C/min (LAWSON & NEWMAN, 1996).

Experimentos usando o método anisotérmico resultam em resistências mais baixas que o método isotérmico, mas são considerados mais realistas para aplicações em engenharia estrutural (KIRBY & PRESTON, 1988).

Como a relação tensão-deformação mostra um padrão claramente não-linear a altas temperaturas, a tensão de escoamento do material não é claramente definida, o que levou à especificação de uma deformação limite para definir o escoamento. A antiga recomendação do ECCS (1983) adotava uma deformação de 0,5% para definir o escoamento, para temperaturas acima de 400°C. A norma britânica BS5950, Parte 8

(BRITISH STANDARDS INSTITUTION – BSI, 1990) adota esse mesmo valor para pilares, mas elevou a deformação para 1,5% para o caso de vigas, com base em resultados de ensaios (LAWSON & NEWMAN, 1996). Como resultado de pesquisas conduzidas pela siderúrgica britânica British Steel, atualmente denominada Corus, e pela siderúrgica luxemburguesa Arbed, hoje parte do grupo Arcelor, um limite de deformação efetiva de 2% é usado no Eurocode 3 (LAWSON & NEWMAN, 1996). Uma comparação entre os fatores de redução da resistência de escoamento, relacionados às deformações, é mostrada na Figura 1.5.

Para representar as relações tensão-deformação para vários valores de temperatura, o Eurocode 3 adota o modelo linear-elástico-plástico, usado por RUBERT & SCHAUMANN (1985a), mostrado na Figura 1.6. Tomando uma deformação limite de 2% para definir o limite de escoamento, independentemente da temperatura, a curva é definida basicamente por três parâmetros: o módulo de elasticidade, o limite de proporcionalidade e a resistência de escoamento. A variação desses três parâmetros com a temperatura, dada por seus respectivos fatores de redução, é mostrada na Figura 1.7. Nesse modelo, assume-se para o material um comportamento idêntico em tração ou compressão. No caso de descarregamento, assume-se que o material segue a inclinação inicial da curva tensão-deformação, para a temperatura considerada.

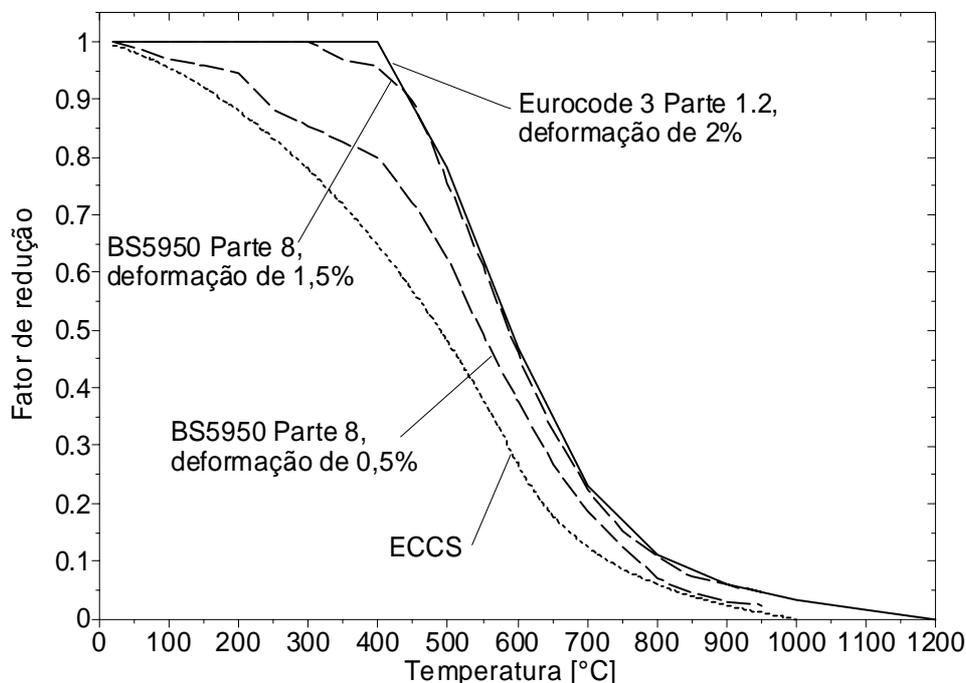


Figura 1.5 – Fatores de redução da resistência para o aço

Outra forma comumente usada para representar as curvas tensão-deformação, a altas temperaturas, é o modelo proposto por RAMBERG & OSGOOD (1943), adotado nos trabalhos de SAAB & NETHERCOT (1995) e MÄKELÄINEN *et al.* (1998), por exemplo. Nesse modelo, a tensão e a deformação são relacionadas por meio de uma equação da forma

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{A} + 0,01 \left(\frac{\sigma}{B} \right)^n, \quad (1.1)$$

onde os parâmetros A , B e n variam em função da temperatura.

Uma revisão dos trabalhos desenvolvidos para determinar as curvas tensão-deformação dos aços estruturais, submetidos a altas temperaturas, é dada por SILVA (1997).

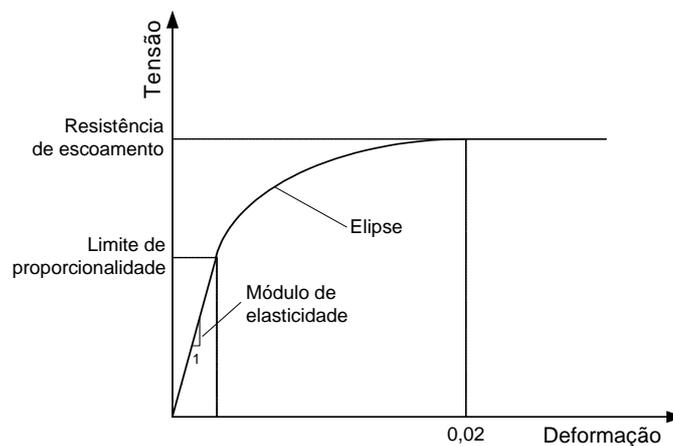


Figura 1.6 – Modelo para a relação tensão-deformação a altas temperaturas

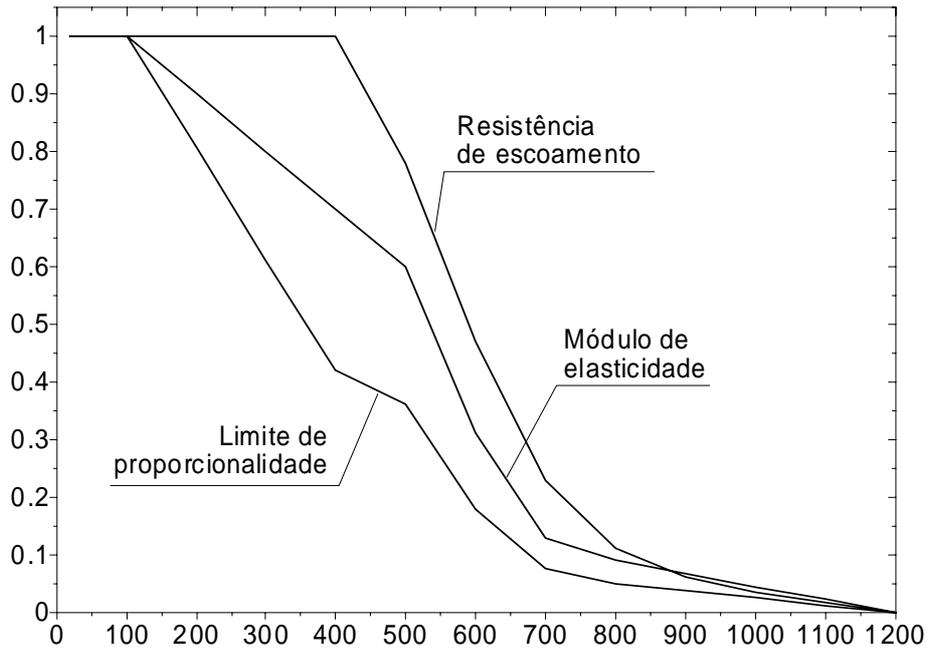


Figura 1.7 – Fatores de redução para o aço adotados pelo Eurocode 3 (CEN, 1995b)

O *alongamento térmico* do aço aumenta ligeiramente com a temperatura. A cerca de 730°C, o aço sofre uma mudança cristalográfica de fase, assumindo uma estrutura mais densa. Essa mudança provoca absorção de energia e muda a característica da expansão térmica, conforme ilustrado no gráfico da expansão térmica da Figura 1.8 (CEN, 1995b e ABNT, 1999).

O *calor específico* é definido como a quantidade de calor, em Joules, necessária para produzir um aumento de temperatura de 1°C em uma unidade de massa. A relação entre o calor específico e a temperatura no aço é dada na Figura 1.9 (CEN, 1995b e ABNT, 1999). Nota-se a mudança abrupta de valores do calor específico a cerca de 700°C, devido à mudança de fase citada. Essa mudança provoca um ligeiro atraso no aumento da temperatura do elemento em aço, quando submetido a incêndios.

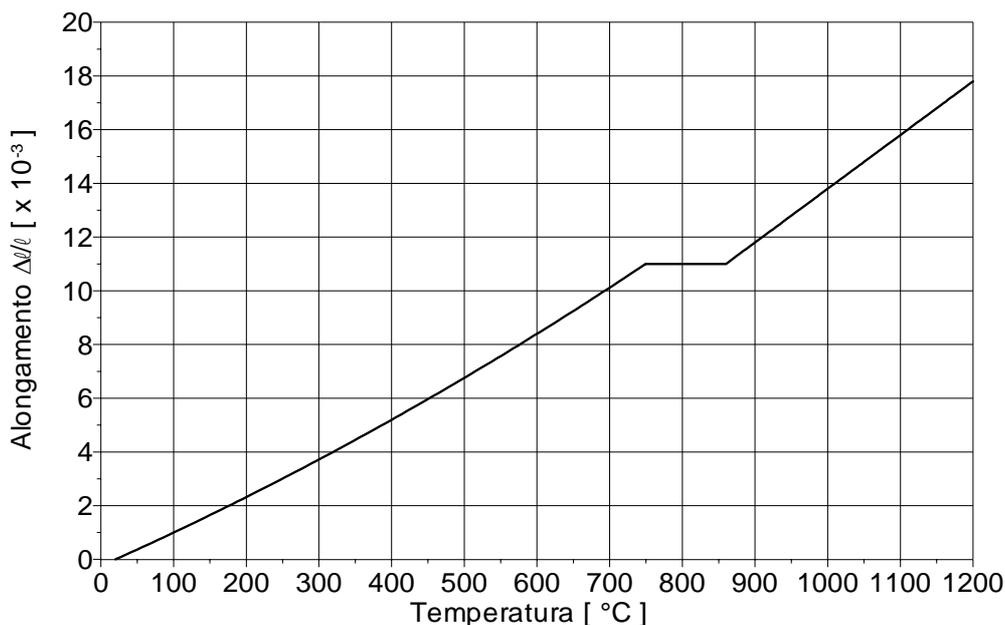


Figura 1.8 – Alongamento térmico do aço em função da temperatura

A *condutividade térmica* é definida como a taxa de fluxo de calor (em Joule por segundo = Watts) por unidade de área normal à direção do fluxo, quando se tem uma diferença de temperatura unitária por unidade de comprimento. A alta condutividade térmica do aço, comparada com condutividades de outros materiais, é muito importante, quando se considera o comportamento estrutural sob incêndios. À temperatura ambiente, o aço tem uma condutividade térmica de 54W/m°C, enquanto o concreto apresenta uma condutividade de 2W/m°C. Com o aumento da temperatura, a condutividade térmica do aço decresce a taxas constantes, até 800°C, quando cai para aproximadamente a metade, permanecendo nesse valor até 1200°C, conforme Figura 1.10 (CEN, 1995b e ABNT, 1999).

O *coeficiente de Poisson* e a *massa específica* são praticamente independentes da temperatura e podem ser tomados como 0.3 e 7850 kg/m³, respectivamente.

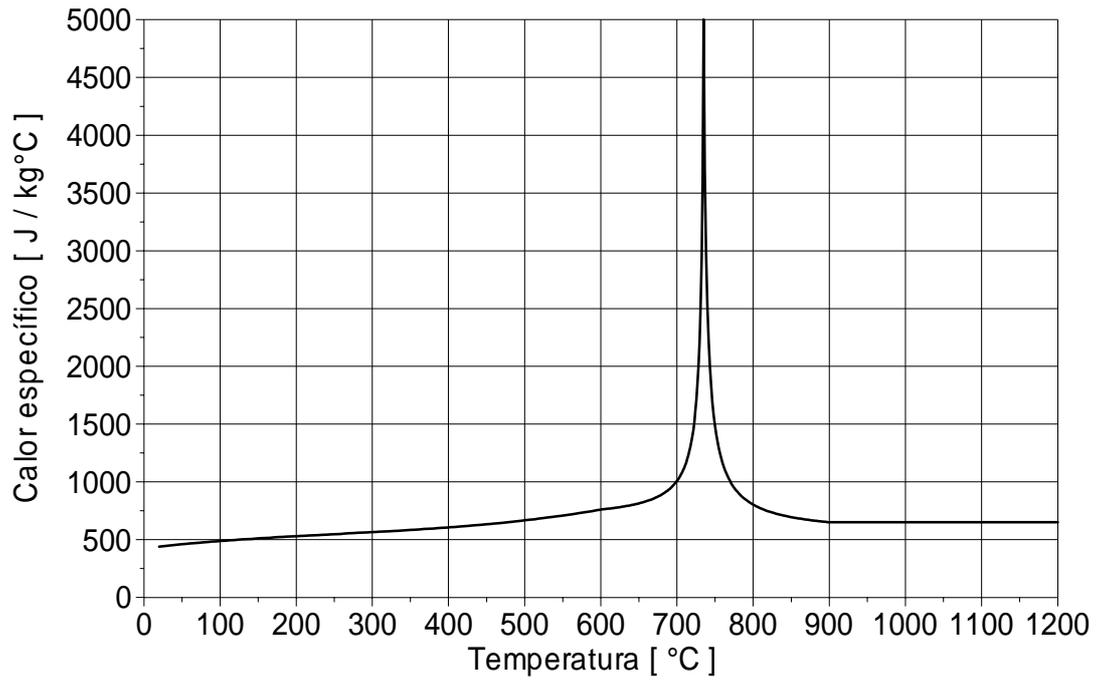


Figura 1.9 – Calor específico do aço em função da temperatura

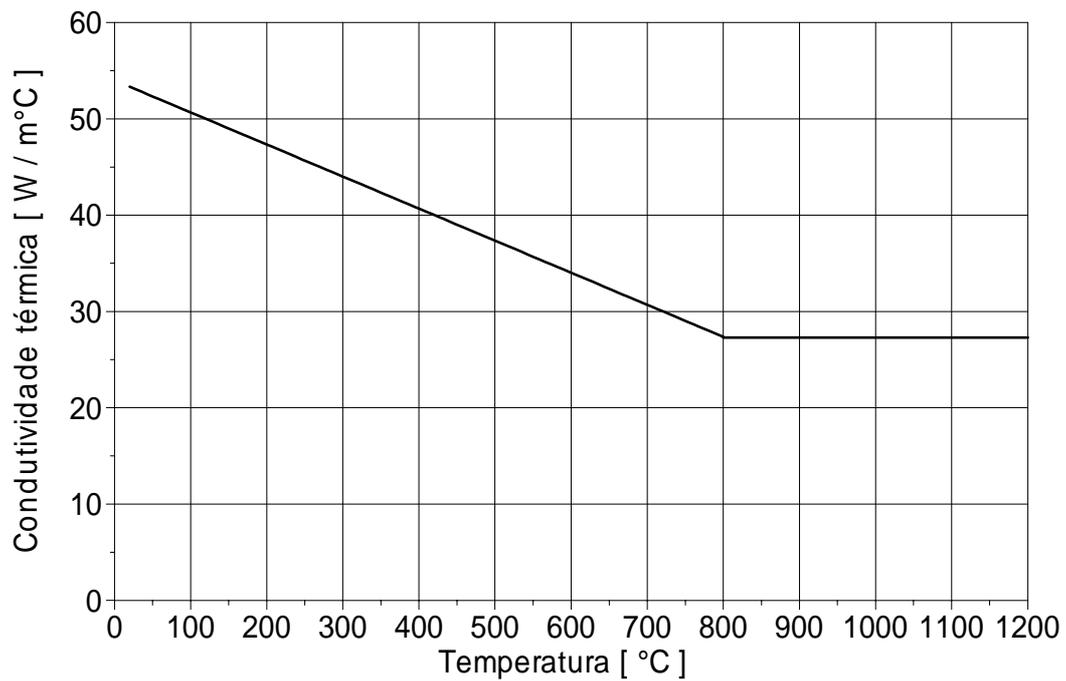


Figura 1.10 – Condutividade térmica do aço em função da temperatura

1.3 EVOLUÇÃO DOS MODELOS COMPUTACIONAIS

Dentre as etapas envolvidas na modelagem do desempenho de estruturas sob incêndio, o presente trabalho concentra-se na simulação da resposta mecânica da estrutura. A presente seção enfoca a evolução dos modelos ligados a essa etapa da análise. Maiores referências sobre outras ferramentas usadas na engenharia de proteção contra incêndio podem ser encontradas no trabalho de FRIEDMAN (1992), que conduziu um abrangente levantamento dos modelos computacionais nessa área. O trabalho de Friedman foi posteriormente atualizado por OLENICK & CARPENTER (1993). Nesse contexto, uma outra fonte de informações interessante é o levantamento apresentado por MILKE (1999).

Os inconvenientes, associados à avaliação do desempenho estrutural sob incêndio por meio de ensaios, estimularam o desenvolvimento de ferramentas de simulação computacional. Essas ferramentas evoluíram a partir de métodos simplificados de cálculo para modelos de simulação, usualmente baseados no método dos elementos finitos.

Um dos primeiros trabalhos para análise de elementos de aço sob altas temperaturas foi proposto por WITTEVEEN (1967) (apud BAILEY, 1995). Nesse trabalho, a temperatura de colapso de vigas era estimada por meio de uma análise plástica, na qual a tensão de escoamento variava em função da temperatura. Nessa análise, considerou-se a expansão térmica livre e a temperatura uniforme nos elementos.

Uma análise elasto-plástica de pórticos, considerando a degradação do módulo de elasticidade e da tensão de escoamento com a temperatura, foi apresentada por MARCHANT (1972). A análise incluía, também, uma variação linear da temperatura na seção e os efeitos da expansão térmica.

Usando as curvas tensão-deformação propostas por BROCKENBROUGH (1970) para altas temperaturas, Culver, Ossembrugen e Aggarwal (CULVER, 1972, CULVER *et al.*, 1973, OSSEMBRUGEN *et al.*, 1973) desenvolveram um método para a análise de flambagem de pilares metálicos. O procedimento proposto, baseado no método de integração numérica de Newmark, levava em conta a ocorrência de gradientes térmicos na seção transversal e no comprimento do elemento. Esse estudo resultou no desenvolvimento de fórmulas simplificadas para o cálculo da tensão de flambagem a altas temperaturas.

Cheng e Mak (CHENG & MAK, 1975, CHENG, 1983) apresentaram um programa de elementos finitos para a análise de estruturas de aço com não-linearidade

física e geométrica, com inclusão do efeito da fluência na formulação. A análise considerava a variação da temperatura na direção de um dos eixos da seção transversal. O modelo de Ramberg-Osgood foi usado para representar as relações tensão-deformação com elevação da temperatura. Usando a mesma teoria, mas com propriedades diferentes para o material, FURUMURA & SHINOHARA (1978) estudaram o comportamento de pilares isolados protegidos.

Um método numérico simplificado para determinar a temperatura crítica de elementos estruturais isolados foi apresentado por KRUPPA (1979), no *Centre Technique Industriel de la Construction Métallique – CTICM*, na França. O método era capaz de levar em conta variações de temperatura na seção e os efeitos da restrição da expansão térmica imposta pela parte não aquecida da estrutura.

Um programa usando o método dos elementos finitos para a análise de pórticos planos foi apresentado por Muzeau (MUZEAU, 1979, MUZEAU & LEMAIRE, 1980). O programa levava em conta os efeitos da não-linearidade geométrica e física, com uma relação tensão-deformação bilinear. O modelo era capaz de considerar temperaturas diferentes para as mesas e a alma de seções I.

Um programa de elementos finitos chamado FASBUS-II (*Fire Analysis of Steel Building Systems*), por meio do qual eram modelados o pórtico de aço e a laje, foi apresentado por IDING & BRESLER (1981); empregaram curvas tensão-deformação bilineares, elementos unidimensionais de dois nós para representar o pórtico e elementos bidimensionais de placa de três nós para a laje.

JAIN & RAO (1983) desenvolveram um programa em elementos finitos para análise de pórticos planos, que incluía o efeito da fluência em um modelo visco-plástico para o material, com variação das propriedades com a temperatura. Seu algoritmo incluía um esquema de marcação implícita de tempo e o modelo levava em conta a não-linearidade geométrica.

A importância de se levar em conta os efeitos da não-linearidade física foi ressaltada na análise em elementos finitos de BABA & NAGURA (1985), em que propriedades físicas derivadas de experimentos foram usadas para o material.

Na Universidade de Liège, na Bélgica, DOTREPPE (1980) apresentou um procedimento numérico para a análise da resistência ao fogo, de elementos fletidos em aço ou concreto armado, sem levar em conta os efeitos da não-linearidade geométrica. Em um trabalho posterior, em conjunto entre a Universidade de Liège e a siderúrgica ARBED, em Luxemburgo, foi desenvolvido um modelo em elementos finitos para análise plana de vigas mistas de aço e concreto (DOTREPPE *et al.*, 1985). Nesse

modelo, na integração das equações de equilíbrio, a seção transversal era subdividida em fibras com valores de temperatura, tensões e deformações variando de uma fibra para outra. Foram usadas relações tensão-deformação bilineares para o aço, e para o concreto foram usadas curvas não-lineares. Os efeitos da fluência foram considerados de forma implícita nas curvas tensão-deformação. O modelo, com não-linearidade física e geométrica, levava em conta os efeitos da expansão térmica. Além da análise estrutural, o programa possuía também uma parte para análise de transferência térmica. Essa versão do programa, chamada CEFICOSS (*Computer Engineering of the Fire design of Composite and Steel Structures*), teve posteriores melhorias por pesquisadores da ARBED, de forma independente.

Continuando a introduzir melhorias no CEFICOSS, FRANSSEN (1986) desenvolveu o programa SAFIR. Versões recentes do SAFIR permitem refinamentos na modelagem como: análise plana e tridimensional, com uso de elementos finitos de treliça, de viga e sólidos tridimensionais, além de elementos de casca (TALAMONA, & FRANSSEN, 2000); consideração dos efeitos dos grandes deslocamentos e da expansão térmica. A variação não linear das propriedades do aço e do concreto, definidas no Eurocode, já estão embutidas no programa e podem ser usadas diretamente; análise de estruturas pré-tensionadas; evolução dos deslocamentos, deformações, tensões em função da passagem de tempo; adaptação automática do incremento de tempo usado na análise (FRANSSEN *et al.*, 2002). As características até então implementadas permitem considerar o SAFIR como uma das mais potentes ferramentas existentes para a modelação do comportamento de estruturas sob condições de incêndios (FRANSSEN *et al.*, 1994). O SAFIR tem sido aceito como ferramenta de modelagem numérica em vários projetos patrocinados pela Comunidade Européia, para a elaboração e validação de normas de projetos (DOTREPPE, 1996).

A partir de um programa em elementos finitos, com elementos de placa para a análise à temperatura ambiente, com não-linearidade física e geométrica, Kaneko (SUZUKI & KANEKO, 1989; KANEKO, 1990) desenvolveu no CTICM, na França, o programa LENAS-PT (*Large deflection Elastoplastic Numerical Analysis of Structures – Plate in Transient state*). Além da versão com elementos de placa, Kaneko desenvolveu uma versão 3D com elementos de viga, chamada LENAS-MT (com MT significando “*Member in Transient state*”), que mais tarde recebeu melhorias pelos engenheiros do CTICM (DHIMA *et al.*, 1990).

Ainda na década de 80, na Universidade de Alberta, Canadá, EL-ZANATY & MURRAY (1983) apresentaram um programa para o estudo do comportamento de pórticos de aço no plano, chamado INSTAF. Nesse programa, houve a preocupação de

manter os termos de mais alta ordem na formulação, dando melhor tratamento à não-linearidade geométrica. O seu modelo inelástico também adotava a divisão da seção transversal em fibras, de forma a simular a expansão da plastificação na mesma. Na Universidade de Sheffield, Reino Unido, SHARPLES (1987) adaptou esse programa para a análise de pilares sujeitos a gradientes térmicos através de sua seção transversal e carregamentos excêntricos. No mesmo ano, no *Institut National des Sciences Appliquées de Rennes*, na França, Abdel Aziz (ABDEL AZIZ, 1987, ARIBERT & ABDEL AZIZ, 1987) apresentou um modelo numérico para a análise de pilares metálicos sob incêndio. A análise permitia representar os efeitos da restrição imposta pelo resto da estrutura à parte aquecida, por meio de esforços impostos às extremidades dos elementos.

OLAWALE & PLANK (1988) elaboraram uma análise por faixas de elementos finitos, usando o modelo de Ramberg-Osgood para representar as curvas tensão-deformação-temperatura. A análise levava em conta tensões residuais, carregamento excêntrico e flambagem local. Uma abordagem pelo Método da Rigidez Secante foi desenvolvida por El-Rimawi (BURGESS *et al.*, 1988) para a análise bidimensional de vigas a altas temperaturas. As curvas momento-curvatura-temperatura foram representadas por meio das equações de Ramberg-Osgood. Uma comparação com a abordagem pelo método incremental da rigidez tangente mostrou sua eficiência em termos de rapidez e precisão.

Continuando o desenvolvimento do INSTAF para análise a altas temperaturas, conduzido por Sharples, Saab (SAAB, 1990, SAAB & NETHERCOT, 1991) apresentou um programa para análise bidimensional de pórticos de aço. Também foram utilizadas as equações de Ramberg-Osgood para representar as relações tensão-deformação-temperatura. Seu trabalho incluía os efeitos de não-linearidade física e geométrica e variações de temperatura ao longo dos elementos e através da seção transversal. Foram analisados vários tipos de pórticos, verificando-se, também, a influência de várias formas de proteção no colapso de pórticos.

JEYARUPALINGAM & VIRDI (1992), a partir de um método numérico para análise inelástica de pilares à temperatura ambiente (VIRDI & DOWLING, 1973), desenvolveram um modelo para análise estrutural a altas temperaturas. O método baseia-se em estabelecer uma forma flexionada em equilíbrio, usando a relação momento-força normal-curvatura para cada incremento de carregamento, tempo ou temperatura. A partir desse modelo, desenvolveu-se, na City University, em Londres, um programa para análise tridimensional de pórticos mistos, com ligações semi-rígidas, chamado FAUST.

POH & BENNETS (1995a) apresentaram um modelo numérico para a análise de elementos estruturais sob altas temperaturas, que incluía não-linearidade física e geométrica. O modelo possibilitava a análise de seções transversais de formas variadas, com variações de temperatura na seção ou no comprimento do elemento. O modelo permitia, também, considerar tensões residuais ou o descarregamento do material. O programa foi usado para a análise de pilares sob elevação térmica (POH & BENNETS, 1995b)

No *Building Research Establishment* (BRE), foi desenvolvido um modelo computacional para a análise tridimensional de pórticos mistos sob incêndio (WANG & MOORE, 1995). O modelo inclui características como ligações semi-rígidas, não-linearidade geométrica, consideração de tensões residuais e dos efeitos da expansão térmica; distribuição de temperatura uniforme, ou não, pode ser considerada na análise.

Um modelo tridimensional, usando elementos finitos isoparamétricos de cascas de oito nós, foi apresentado por LIU (1996). O modelo foi usado para estudos do comportamento sob temperaturas elevadas de ligações entre vigas e pilares metálicos.

Uma aplicação de métodos numéricos na análise do comportamento global de estruturas metálicas sob ação de incêndios localizados foi apresentada por LIEW *et al.* (1998). Nesse trabalho, um programa usando elementos finitos é empregado na análise da evolução das temperaturas da estrutura. Embora não apresente grandes detalhes sobre as formulações usadas, a resposta estrutural é determinada usando-se um modelo com rótulas plásticas, considerando ligações semi-rígidas. As curvas momento-rotação, adotadas para as ligações, não levam em conta os efeitos térmicos, e os casos estudados limitam-se a exemplos no plano.

Um modelo para análise não-linear de pórticos planos foi apresentado por LI & JIANG (1999). Para cada temperatura considerada, foi adotada uma relação tensão-deformação bilinear. O conceito de plasticidade concentrada foi adotado e as expressões apresentadas para os esforços induzidos nos elementos por variação térmica não levavam em conta os efeitos de não-linearidade geométrica.

WONG (2001) apresentou um modelo simplificado para calcular a distribuição da temperatura no colapso de pórticos planos. O método é baseado no conceito de rótulas plásticas e usa um fator de multiplicação das temperaturas na estrutura, a ser aumentado incrementalmente até a formação do mecanismo de colapso. Por sua simplicidade, o método não permite a obtenção da trajetória de equilíbrio da estrutura.

Um modelo numérico, baseado no conceito de plasticidade concentrada, e outro, baseado em plasticidade distribuída, foram apresentados por TOH *et al.* (2001). Um

elemento de viga plano, com formulação corrotacional, foi usado em ambos os modelos. Os resultados de cada modelo foram comparados em três exemplos que incluíam, ainda, a análise elastoplástica de primeira ordem.

O desenvolvimento introduzido por Saab no programa INSTAF teve continuidade nos trabalhos de NAJJAR (1994) e BAILEY (1995). Najjar incluiu a análise tridimensional a altas temperaturas, procurando manter os termos de mais alta ordem da análise não-linear. O trabalho de Bailey estendeu sua capacidade para a análise com ligações semi-rígidas, inclusão dos efeitos de flambagem lateral por torção, e uso de elementos de casca para representar a laje; incluiu, ainda, um tratamento da reversão da deformação no resfriamento. Ao longo de seu desenvolvimento, o modelo da Universidade de Sheffield tem sido extensivamente validado, com o uso de resultados experimentais. O programa foi posteriormente nomeado como VULCAN. Cai (CAI *et al.*, 2002) incluiu no VULCAN a capacidade de trabalhar com seções assimétricas.

No Brasil, em 1994, o Corpo de Bombeiros da Polícia Militar do Estado de São Paulo publicou a Instrução Técnica IT-CB 02.33-94 (CBPMES, 1994), que trazia exigências especiais para a construção de edificações em aço, considerando os efeitos de incêndios. Essa instrução técnica, com vigência no Estado de São Paulo, um importante mercado, foi considerada bastante restritiva pelos setores interessados na promoção do uso do aço na construção civil, no país. Isso motivou a mobilização para a elaboração de normas com abrangência nacional, para o dimensionamento de estruturas em situação de incêndio.

As pesquisas, que tiveram início em 1995, contaram com a participação da Universidade Federal de Minas Gerais – UFMG, Universidade Federal de Ouro Preto – UFOP e da Universidade de São Paulo – USP (SILVA *et al.*, 1997). Esse trabalho resultou em uma série de publicações, podendo-se citar, como exemplo, SILVA & PIMENTA, (1995, 1996), SILVA *et al.*, (1997), PIMENTA *et al.* (1997), RODRIGUES *et al.* (1997), SILVA (1997), FAKURY *et al.* (1998).

Essas pesquisas, que culminaram com a aprovação das normas NBR 14323 (ABNT, 1999) e NBR 14432 (ABNT, 2000), estão mais relacionadas com os procedimentos do chamado método simplificado de dimensionamento. Com relação ao desenvolvimento de ferramentas de simulação numérica, para uso do método avançado de dimensionamento, SOUZA JUNIOR (1998) elaborou um programa de análise elástica não linear, considerando os efeitos da queda do módulo de elasticidade com o aumento da temperatura. Um programa para a análise da evolução térmica em perfis,

baseado no método dos elementos finitos, foi apresentado por SILVA & CALMON (2000). O programa permite obter a resposta térmica em domínios bidimensionais, em estruturas de concreto, aço e mistas. Um outro programa para a análise térmica de distribuição de temperatura, usando o método dos elementos finitos, foi desenvolvido por FIGUEIREDO JÚNIOR (2002).

LANDESMANN (2003) desenvolveu uma ferramenta numérica que inclui os módulos de análise térmica e de resposta estrutural. O módulo de análise térmica usa uma formulação com elementos finitos unidimensionais de condução de calor, levando em conta a variação das propriedades térmicas do aço, de acordo com o Eurocode 3 (CEN, 1995b). Diferentes curvas de crescimento de incêndio podem ser consideradas. Uma metodologia aproximada de seções equivalentes é usada na conexão entre as análises térmica e estrutural. A análise estrutural usa elementos de viga bidimensionais, empregando um modelo refinado de rótulas plásticas, com funções de estabilidade. O conceito de módulo tangente (LIEW *et al.*, 1993) é adotado no modelo numérico, de forma a considerar de modo implícito os efeitos de tensões residuais e imperfeições geométricas iniciais.

1.4 OBJETIVOS E DESCRIÇÃO DO TRABALHO

O presente trabalho é composto de três partes, divididas entre os três capítulos seguintes. As duas primeiras partes constituem-se em estudos realizados na Universidade de Liège, usando o programa SAFIR como ferramenta de modelagem computacional, descritos a seguir. Na terceira parte, é descrito o desenvolvimento de uma ferramenta de simulação numérica do comportamento estrutural sob incêndio.

Na *primeira parte*, é feita a comparação entre a modelagem usando elementos de viga e de casca, no estudo de flambagem lateral por torção de vigas I sob temperaturas elevadas (SOUZA JUNIOR & FRANSSSEN, 2002). Normalmente, o comportamento tridimensional de estruturas de aço é modelado usando-se elementos de viga espaciais. Essa abordagem é válida porque, usualmente, o esforço de torção nos elementos não é predominante. Nos casos em que esforços de torção são importantes, uma redução na rigidez à torção pode ocorrer, devido a plastificação da seção dos elementos. Esse efeito não é simulado adequadamente quando se usa elemento finito de viga que, via de regra, tem sua formulação baseada em sua tensão longitudinal. No caso em que se têm aumentos de temperatura, a rigidez à torção é reduzida, também, devido à degradação do módulo de elasticidade transversal.

No caso de vigas falhando por flambagem lateral, onde o elemento sofre deslocamentos de torção consideráveis, havia dúvida se a modelagem com elementos de viga, com rigidez à torção constante, poderia fornecer resultados confiáveis, embora essa abordagem tivesse sido usada em prévios estudos de flambagem lateral sob altas temperaturas (VILA REAL & FRANSSEN, 2000). Foi, então, realizado um estudo comparativo do modelo de vigas simplesmente apoiadas, com distribuição constante de carga, sob aumentos térmicos, com falha por flambagem lateral por torção, usando-se de um lado elementos de viga e, de outro, elementos de casca. Esse estudo é inédito e sua contribuição consiste em mostrar a validade do modelo de viga, numa abordagem em que o módulo de elasticidade transversal é adaptado para refletir seu valor à temperatura de falha, que resulta em um processo iterativo.

A *segunda parte* consiste na comparação entre a modelagem bidimensional e tridimensional de galpões industriais em aço (SOUZA JUNIOR, CREUS & FRANSSEN, 2002). Galpões industriais de um pavimento, com a estrutura composta por pórticos em paralelo, constituem um tipo de construção em estrutura metálica bastante comum. Normalmente, a avaliação do desempenho sob incêndio desse tipo de estrutura é feita com a modelagem no plano dos pórticos-tipo, ou simplesmente pela modelagem da treliça do telhado.

Contudo, a análise no plano não leva em conta as instabilidades fora do plano, nem os efeitos da redistribuição de esforços fora do plano. Um estudo comparativo é então desenvolvido, usando-se modelos bidimensionais e espaciais de um galpão industrial composto por pórticos em paralelo. A contribuição desse estudo consiste em discutir a importância dos efeitos fora do plano e a adequabilidade do modelo bidimensional para representar o comportamento real.

Na *terceira parte*, é desenvolvido um modelo computacional, para análise de elementos de pórticos de aço sob altas temperaturas. A contribuição do trabalho consiste em propor um método numérico simplificado para a análise tridimensional de pórticos metálicos sob altas temperaturas, com uma precisão aceitável e com baixo exigência de recursos computacionais.

O método foi desenvolvido usando-se o conceito de rótulas plásticas generalizadas, incluindo os refinamentos propostos por LIEW *et al.* (1993), com modificações para incluir os efeitos térmicos. Esses refinamentos permitem simular a expansão da plastificação no elemento, de forma mais próxima da realidade, do que na abordagem por rótulas plásticas tradicional. A descrição cinemática adotada é baseada no trabalho de ORAN (1973) e permite obter bons resultados com uso de menos

elementos. Uma expressão para a variação da força interna produzida pelo aumento da temperatura no elemento é deduzida, levando-se em conta a plasticidade e os efeitos térmicos, como o encolhimento da superfície de plastificação, expansão térmica e perda de rigidez.

A terceira parte desse trabalho tem sua importância evidenciada, quando se considera que a NBR 14323 permite o uso de ferramentas computacionais no chamado método avançado de dimensionamento, mas essas ferramentas não são facilmente disponíveis no país, no presente momento, o que impede a disseminação de seu uso.

2

FLAMBAGEM LATERAL DE VIGAS I SOB TEMPERATURAS ELEVADAS – COMPARAÇÃO ENTRE AS MODELAGENS COM ELEMENTOS DE VIGA E DE CASCA

2.1 INTRODUÇÃO

Usualmente, o comportamento tridimensional de estruturas de aço é modelado usando-se elementos finitos de viga espaciais. Nesse caso, a rigidez à torção do elemento é comumente tomada como constante. Como normalmente o esforço de torção não é predominante nos elementos, essa abordagem permite obter uma resposta de boa precisão, com o emprego de um modelo relativamente simples e que exige pouco esforço computacional.

Em um elemento estrutural sujeito a esforços predominantemente de torção, as tensões criadas por esses esforços interagem com as tensões longitudinais, compondo o tensor de tensões a cada ponto, influenciando a formação e expansão da plastificação no elemento. A plastificação de algumas partes da seção leva à redução da rigidez à torção do elemento, o que pode acelerar o seu colapso.

No caso de elementos sujeitos a aumentos significativos de temperatura, a degradação das propriedades do material também leva a uma redução na rigidez à torção do elemento, podendo, também, antecipar sua falha.

Quando elementos finitos de casca são usados para modelar o comportamento de elementos sujeitos a esforços de torção, esses efeitos podem ser levados em conta de forma apropriada, uma vez que o modelo com casca adota uma relação constitutiva bidimensional.

Por outro lado, usando elementos finitos de viga, uma relação constitutiva unidimensional é adotada e normalmente as interações entre as tensões de torção e longitudinais não são levadas em conta. Além disso, como um valor constante é usado

para a rigidez à torção, uma eventual redução da rigidez devido à plastificação da seção ou à degradação das propriedades do material não é levada em conta de forma direta.

Em uma viga bi-apoiada falhando por flambagem lateral, as seções transversais próximas ao meio do vão sofrem uma rotação significativa, enquanto as seções das extremidades permanecem fixas (Figura 2.1). O elemento é, dessa forma, sujeito a esforços de torção e a validade do uso de elementos de viga, na modelagem da flambagem lateral de elementos de aço, pode ser questionada.

Este capítulo apresenta um estudo comparativo de uma viga simplesmente apoiada com carga distribuída, sujeita a falha por flambagem lateral, modelada por um lado com elementos de viga, com uma rigidez à torção constante, e por outro lado com elementos de casca. O estudo é limitado a um só tipo de seção transversal, sem flambagem local. O programa SAFIR (FRANSSEN, 1986; FRANSSEN *et al.*, 2002) foi usado em todos os modelos e os exemplos mostrados concentram-se em casos sob aumento de temperatura.

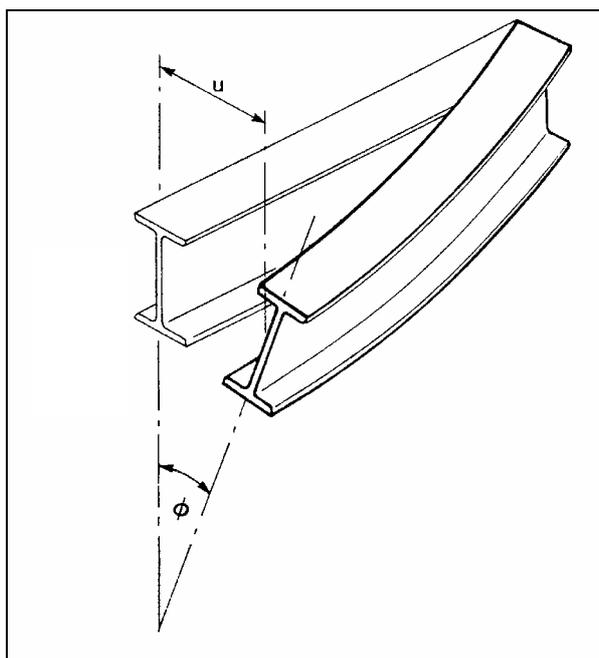


Figura 2.1 – Flambagem lateral de uma viga I (VILA REAL & FRANSSEN, 1999).

2.2 DETALHES DOS MODELOS

A viga simplesmente apoiada, mostrada na Figura 2.2, foi considerada em todos os casos estudados. A viga é sujeita a um carregamento uniformemente distribuído, aplicada em seu centro de cisalhamento. A seção transversal é constituída pelo perfil laminado IPE 220, com altura $h = 220$ mm, largura $b = 110$ mm, espessura da alma $t_w = 5,9$ mm, espessura da mesa $t_f = 9,2$ mm e raio de concordância entre a mesa e a alma $r = 12$ mm. O material é aço, considerado livre de tensões residuais, com um módulo de elasticidade $E = 210000$ MPa, coeficiente de Poisson $\nu = 0,3$ e uma tensão de escoamento $f_y = 355$ MPa.

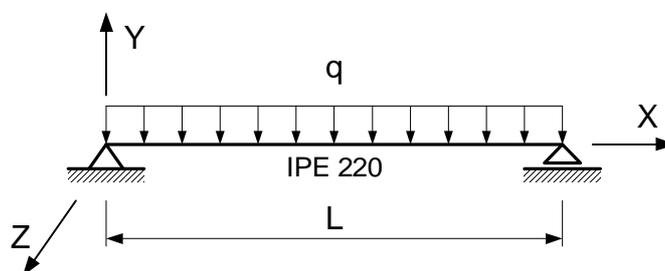


Figura 2.2 – Viga simplesmente apoiada sujeita a um carregamento distribuído.

Uma imperfeição lateral na direção do eixo z , indicado na Figura 2.2, foi considerada, com uma forma senoidal e de amplitude máxima igual a $L/1000$, no meio do vão da viga. A imperfeição foi considerada de tal forma que o eixo vertical local de cada elemento foi mantido vertical, com relação ao eixo vertical global. Isso implica que não foi considerada uma torção inicial na seção. Nas seções das extremidades da viga, a rotação ao redor do eixo longitudinal foi restringida, bem como os deslocamentos lateral e vertical; o empenamento nas seções não foi impedido.

O elemento de viga espacial usado no programa SAFIR adota a hipótese de Bernoulli-Euler na sua formulação, com uma descrição cinemática corrotacional. O elemento tem um nó em cada extremidade, com 7 graus de liberdade (3 translações, 3 rotações e um empenamento) e um nó intermediário, com um grau de liberdade de translação axial. O método de Gauss é usado nas integrações ao longo do comprimento do elemento, enquanto que a integração na seção transversal é baseada na sua divisão em fibras, conforme indicado na Figura 2.3. Conforme mostrado, o raio de concordância entre a mesa e a alma, presente na seção transversal, foi modelado por meio de uma fibra triangular, de área equivalente.

Para modelar a viga foram usados 20 elementos de igual comprimento. A Figura 2.4 mostra as condições de contorno impostas às extremidades do modelo com elementos de viga. O empenamento da seção não foi impedido.

No modelo com elemento de viga 3D do programa SAFIR, a rigidez à torção GJ é calculada previamente pelo programa, em uma análise separada. O valor encontrado é usado posteriormente como dado de entrada na análise estrutural, feita pelo programa. A mesma divisão da seção transversal usada no cálculo da rigidez GJ foi usada na análise estrutural.

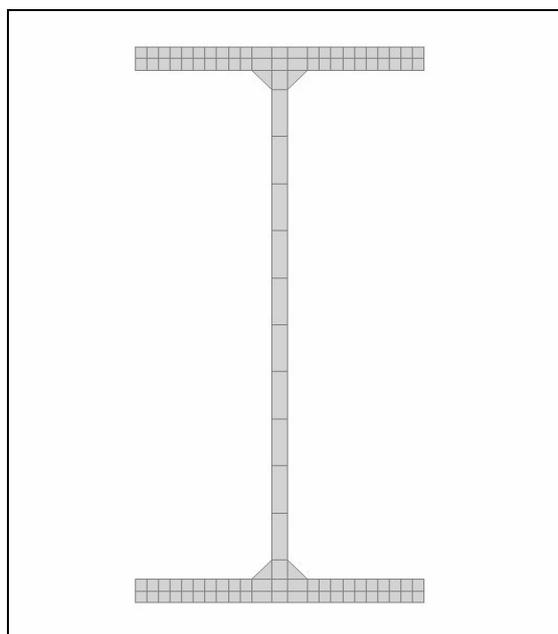


Figura 2.3 – Divisão da seção transversal em fibras.

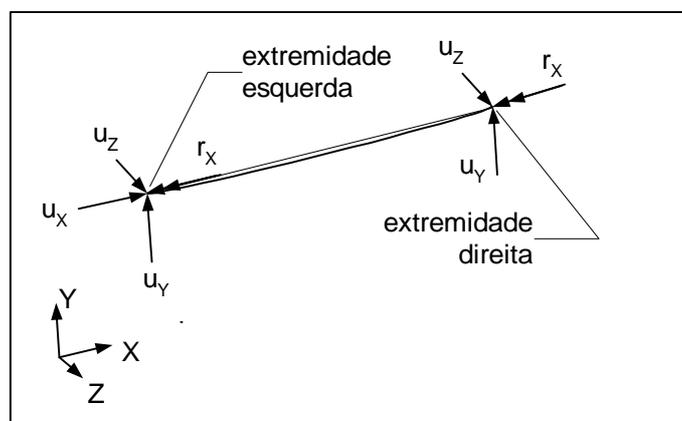


Figura 2.4 – Condições de contorno impostas no modelo com elementos de viga.

O elemento de casca usado no SAFIR (TALAMONA & FRANSSEN, 2000) é quadrangular, com quatro nós e 6 graus de liberdade por nó, sendo 3 translações e 3 rotações. A teoria de Kirchoff (ZIENKIEWICZ & TAYLOR, 1990) é adotada em sua formulação, com uma descrição corrotacional. Uma relação constitutiva bidimensional, com uma superfície de plastificação de von Mises, é empregada no modelo. O método de integração de Gauss é usado no elemento, com um esquema de 2 x 2 pontos na superfície e 4 pontos em sua espessura.

As mesas da seção transversal foram modeladas com o uso de 4 elementos de mesmo comprimento. Para a alma, foi adotada a divisão em elementos, mostrada na Figura 2.5. No sentido longitudinal foi usada uma quantidade de 30, 50 e 70 elementos, para vigas de 3, 5 e 7 metros de comprimento, respectivamente.

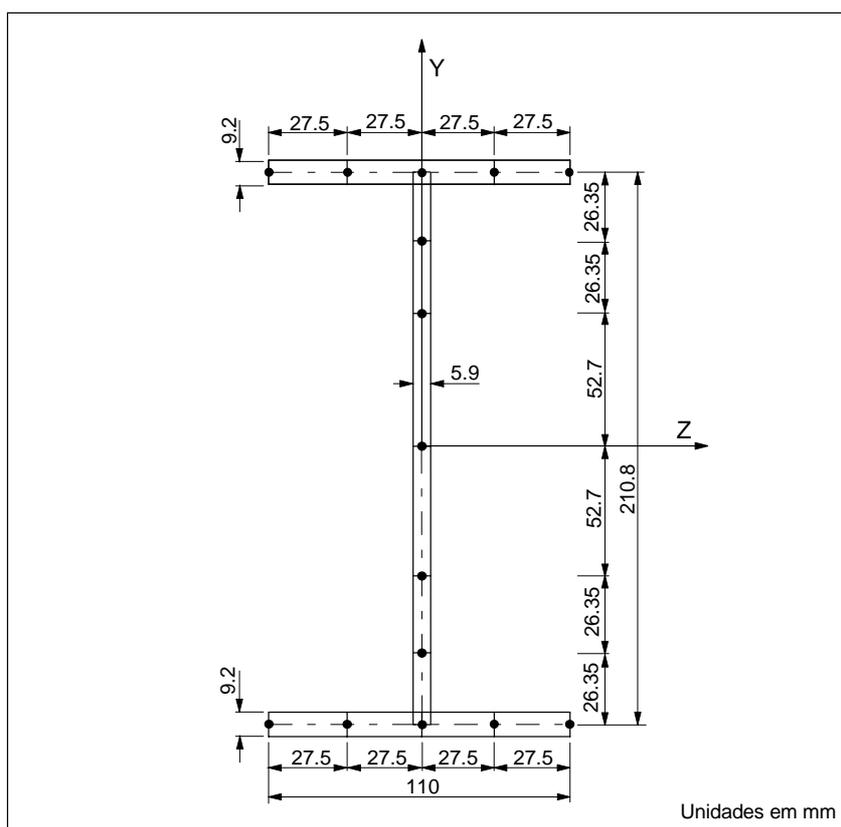


Figura 2.5 – Seção transversal para o modelo com elementos de casca.

As condições de contorno impostas no modelo com elementos de casca são mostradas na Figura 2.6 e na Figura 2.7, onde são indicados os nós que tiveram algum

grau de liberdade restringido. Tais condições de contorno impedem as rotações das seções das extremidades ao redor do eixo longitudinal, deixando o empenamento da seção livre.

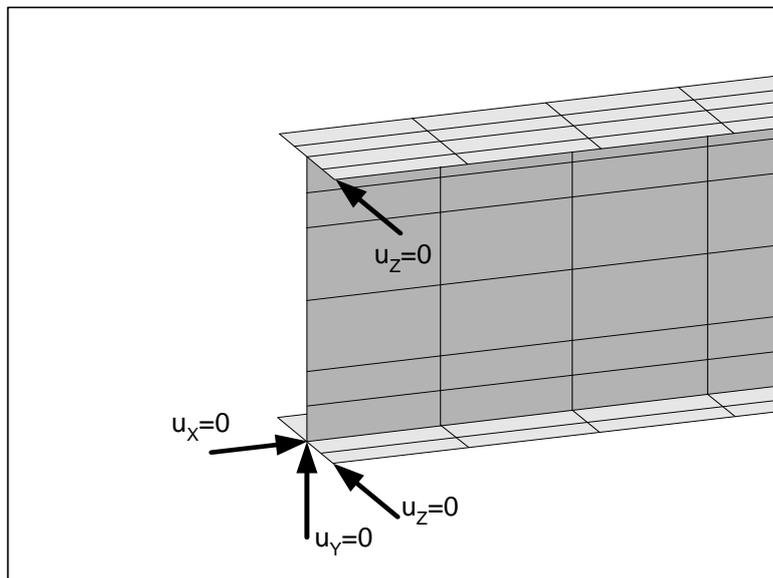


Figura 2.6 – Condições de contorno impostas na extremidade esquerda no modelo com elementos de casca.

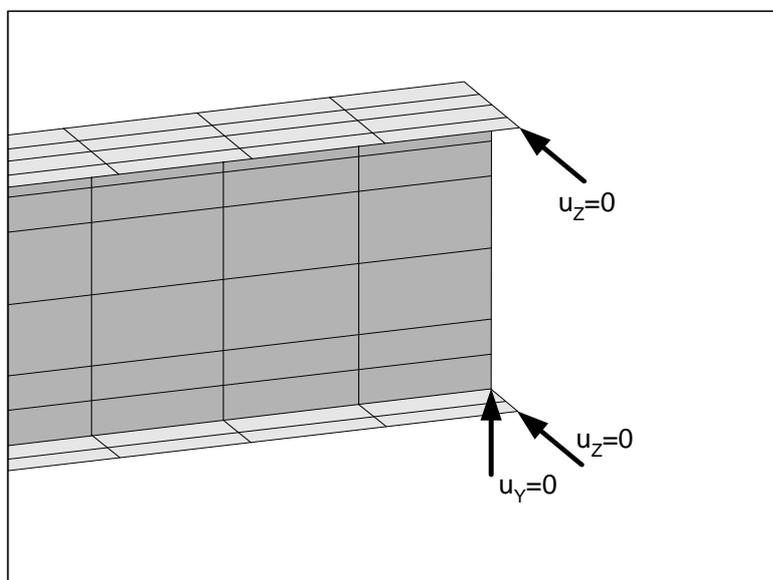


Figura 2.7 – Condições de contorno impostas na extremidade direita no modelo com elementos de casca.

2.3 VIGA À TEMPERATURA AMBIENTE, LIMITADA AO PLANO

O caso de uma viga simplesmente apoiada, carregada e flexionando no plano, à temperatura ambiente, foi inicialmente analisado. O objetivo desse exemplo é comparar os resultados obtidos em cada modelo, sob condições mais simplificadas. Uma viga de vão de 5 m foi modelada, como indicado na seção anterior, mas sem imperfeição lateral. A fim de limitar os deslocamentos ao plano, os deslocamentos laterais foram contidos em todos os nós da alma da viga.

Como no modelo com cascas o raio de concordância entre as mesas e a alma da seção não é considerado, dois modelos com elementos de viga foram considerados, um com o raio e outro sem o mesmo, com o objetivo de verificar como esse aspecto poderia afetar a aproximação entre o modelo com vigas e o com cascas. Em cada modelo, os incrementos de carga foram efetuados, até que a falha foi detectada pelo fato da matriz de rigidez deixar de ser positivo-definida. Os resultados encontrados são mostrados na Figura 2.8.

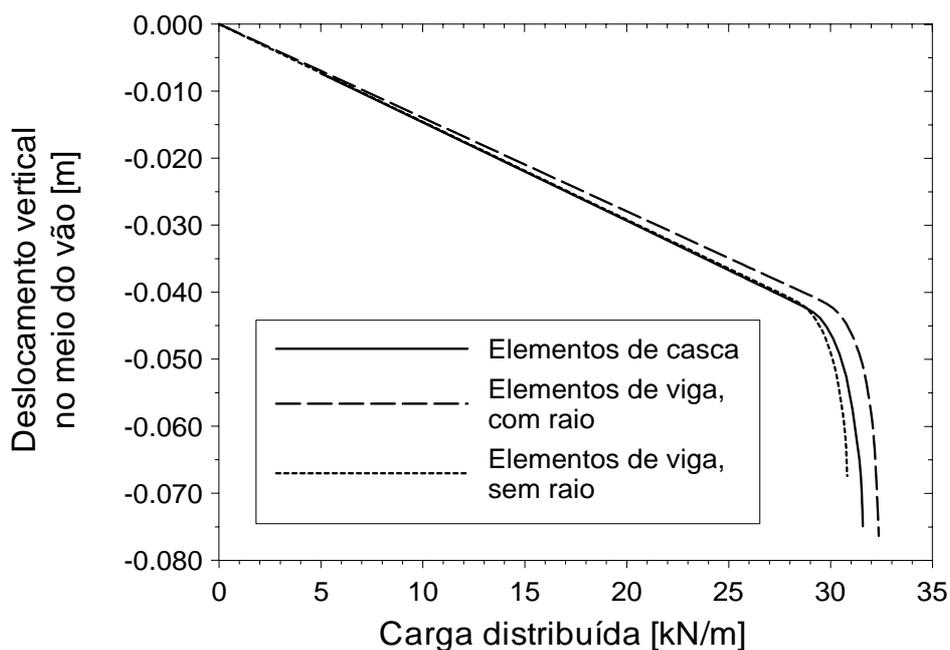


Figura 2.8 – Resultados para uma análise à temperatura ambiente, com deslocamentos limitados ao plano

As diferenças notadas no domínio elástico entre os modelos podem ser creditadas às diferenças na rigidez flexional de cada seção, devido à presença, ou não, do raio de concordância. Para o modelo com elemento de viga com raio, o momento de inércia calculado é $I_{\text{viga},r} = 2772 \times 10^{-8} \text{ m}^4$. Para a viga sem o raio, o valor encontrado é $I_{\text{viga}} = 2652 \times 10^{-8} \text{ m}^4$. A razão entre esses valores é:

$$\frac{I_{\text{viga},r}}{I_{\text{viga}}} = 1,045. \quad (2.1)$$

Na análise numérica, para uma carga de 25 kN/m^2 , as deflexões são $f_{\text{viga},r} = 0,03491 \text{ m}$, para o modelo com o raio de concordância, e $f_{\text{viga}} = 0,03647 \text{ m}$, para o modelo sem o raio, o que leva, exatamente, à mesma razão entre os valores.

Além da diferença de geometria adotada em cada modelo, a resposta dada pelo modelo com cascas é também influenciada pelo efeito das cargas transversais de cisalhamento. O momento de inércia calculado em torno do eixo horizontal da seção, para o modelo com cascas, considerando a geometria apresentada na Figura 2.5, é $I_{\text{casca}} = 2710 \times 10^{-8} \text{ m}^2$, ou seja, algo entre I_{viga} e $I_{\text{viga},r}$. Para a carga de 25 kN/m^2 , a deflexão dada por cálculos simplificados é:

$$f_{\text{casca,flexão}} = \frac{5qL^4}{384 EI} = \frac{5 \times 25000 \times 5^4}{384 \times 210 \times 10^9 \times 2710 \times 10^{-8}} = 0.03575 \text{ m}. \quad (2.2)$$

A deflexão adicional, devida aos efeitos do cisalhamento, é dada aproximadamente por (MASSONET, 1967):

$$f_{\text{casca,cis}} = \frac{qL^2}{8G \times (\text{Área da alma})} = \frac{25000 \times 5^2}{8 \times 81 \times 10^9 \times (5.9 \times 210.8 \times 10^{-6})} = 0.00078 \text{ m}. \quad (2.3)$$

Os cálculos simplificados dão, assim, uma deflexão total $f_{\text{casca}} = 0,03653 \text{ m}$ ($f_{\text{casca}} = 0,03672 \text{ m}$ por simulação), bem próxima do valor dado pelo modelo com elementos de viga sem o raio, onde o efeito da força cortante não é levado em conta.

Com relação à carga de falha verificada em cada modelo, a Tabela 2.1 mostra que os resultados estão diretamente ligados ao módulo de resistência plástico de cada geometria. A Tabela 2.1 mostra, também, que a resposta do modelo de cascas está entre os dois modelos de vigas.

Tabela 2.1 – Relação entre o módulo de resistência plástico de cada modelo e a carga de falha.

	Módulo de resistência plástico		Carga de falha	
	10^{-6} m^3	-	kN/m	-
Elemento de viga com raio	285,4	1,044	32,39	1,051
Elemento de casca	278,9	1,020	31,59	1,025
Elemento de viga sem raio	273,3	1,000	30,81	1,000

Esse exemplo indica que algumas diferenças na ordem de magnitude de algumas unidades percentuais existem mesmo à temperatura ambiente, numa situação bidimensional, tendo sido as razões para essas diferenças apontadas.

2.4 VIGA COM FLAMBAGEM LATERAL, À TEMPERATURA AMBIENTE

A mesma viga usada na seção anterior foi considerada à temperatura ambiente, sujeita a um carregamento monotonicamente crescente, agora modelada com uma imperfeição inicial, de forma a permitir que a flambagem lateral se desenvolva.

Considerando uma seção composta por elementos retangulares alongados, a constante de torção J_t é dada, de forma aproximada por (VLASSOV, 1961).

$$J_t = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^n d_i t_i^3, \quad (2.4)$$

onde d_i é o comprimento do i -ésimo elemento retangular e t_i sua espessura. Para uma seção I, a equação acima leva a

$$J_t = \frac{1}{3} \left\{ 2 \times b \times t_f^3 + (h - 2 \times t_f) \times t_w^3 \right\}. \quad (2.5)$$

A substituição das dimensões da seção IPE 220 na fórmula acima leva a uma constante $J_t = 7,09 \text{ cm}^4$, onde não foi levada em conta a presença do raios de concordância entre as mesas e a alma. O valor considerando a presença do raio é $J_t = 9,07 \text{ cm}^4$ (ARBED, 2001), o que representa uma variação de 27,9% no valor calculado.

A fim de verificar como a rigidez GJ influencia o modelo com elementos de viga, foram considerados os casos sem o raio de concordância e com o mesmo. Para cada um desses casos, a rigidez GJ calculada pelo programa SAFIR, para o modelo onde o raio foi adotado, é de $7666,5 \text{ N.m}^2$, o que representa uma variação de 32.8% sobre o valor sem o raio, de $5773,1 \text{ N.m}^2$. Essa variação é compatível com a variação de J_t mostrada.

Os valores de GJ em cada caso são calculados pelo programa SAFIR em uma análise prévia e os resultados são usados como dados de entrada na análise estrutural do programa. Dessa forma, para o modelo com elementos de viga, considerou-se ainda o

caso da seção modelada com o raio de concordância, mas com a rigidez à torção alterada para o mesmo valor da seção sem o raio.

Para o cálculo da rigidez à torção da viga modelada com elementos de casca, foi feita uma simulação numérica, usando uma viga reta, sem imperfeição lateral, sujeita a um esforço de torção elástico. Nesse caso, as condições de contorno usadas são as indicadas na Figura 2.9 e na Figura 2.10. Para um momento de torção de 100 N.m, aplicado no nó posicionado no centro de cisalhamento da seção da extremidade direita, obteve-se uma rotação ao redor do eixo X de 0,08665 radianos. A rigidez GJ é então dada pelo cálculo simplificado:

$$GJ = \frac{M_x \times L}{\text{rotação em torno do eixo } X} = \frac{100 \times 5}{0,08665} = 5770,3 \text{ N.m}^2 \quad (2.6)$$

Para cada caso, o carregamento foi aumentado de forma monotônica, até que o programa SAFIR interrompesse os cálculos, quando a matriz de rigidez deixou de ser positivo-definida. Os resultados obtidos são mostrados na Figura 2.11.

A mesma diferença na ordem de 5% foi encontrada para os deslocamentos verticais no trecho elástico, para o modelo com elementos de viga com e sem o raio de concordância, devido à diferença na rigidez flexional.

As cargas de falha verificadas em cada modelo estão coerentes com o valor de 12,1 kN/m, calculado pelo Eurocode 3 (CEN, 1992). As cargas de falha encontradas aqui representam uma redução considerável, quando comparadas com o exemplo no qual a viga foi forçada a se comportar de forma bidimensional.

Comparando o modelo com elementos de viga sem o raio e o modelo com o raio, mas com a rigidez à torção alterada para o mesmo valor, pode-se observar que foi obtida a mesma carga crítica e a mesma trajetória para os deslocamentos laterais e para a rotação ao redor do eixo longitudinal no meio do vão. Isso indica a influência da rigidez à torção nessa análise, para o modelo com elementos de viga.

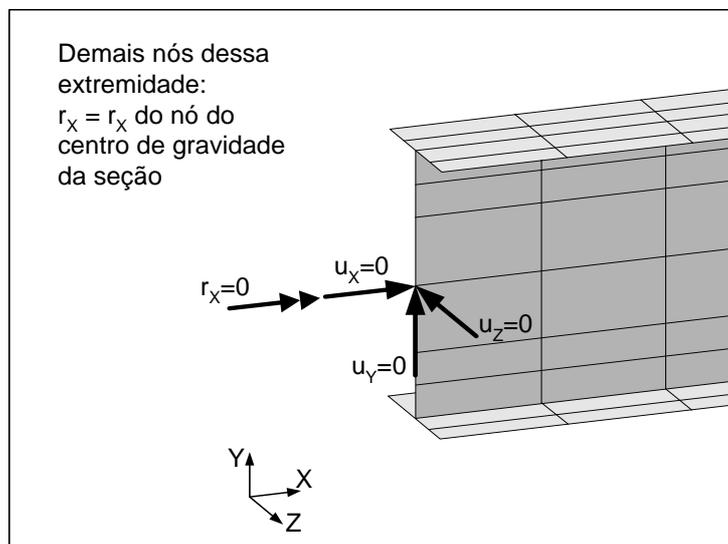


Figura 2.9 – Condições de contorno na extremidade esquerda da viga, para o cálculo da rigidez GJ

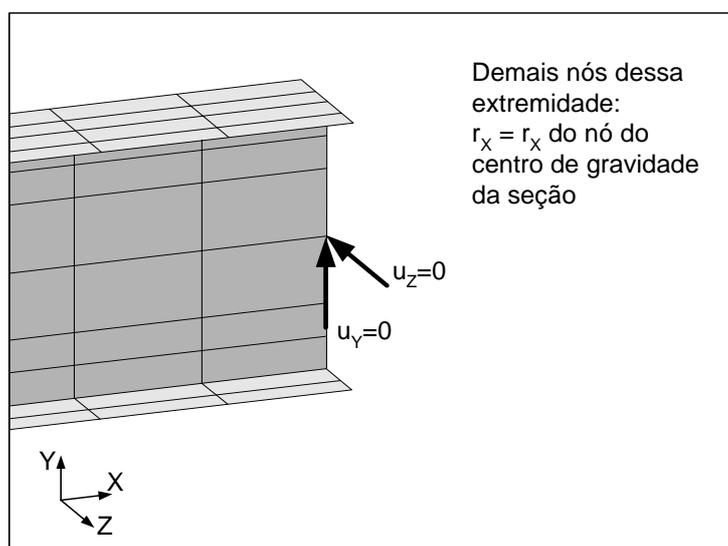


Figura 2.10 – Condições de contorno na extremidade direita da viga, para o cálculo da rigidez GJ

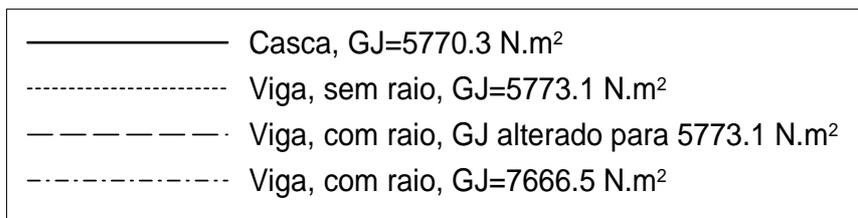
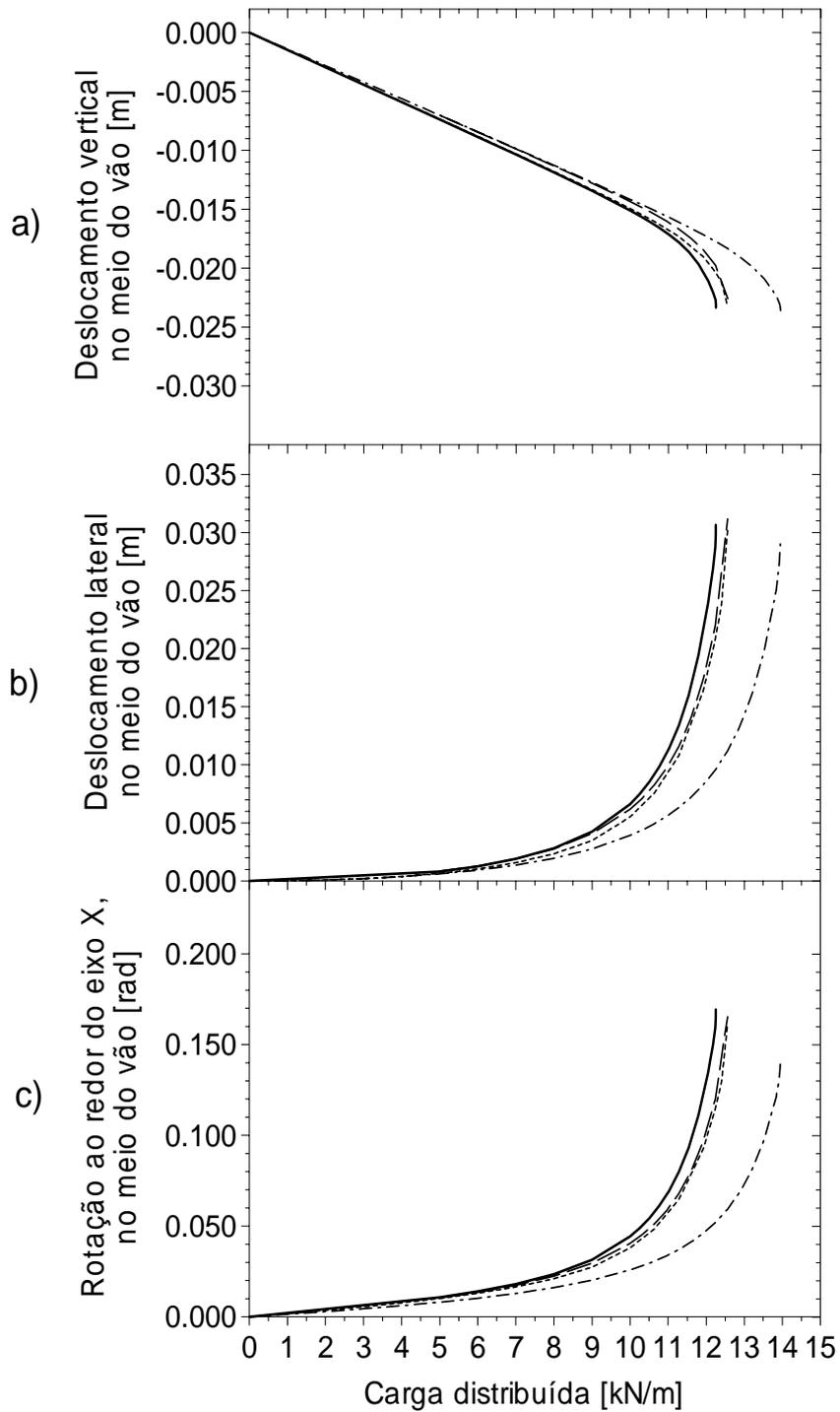


Figura 2.11 – Comparação dos resultados para os modelos com elementos de viga e de casca, à temperatura ambiente.

No modelo com elementos de casca, as trajetórias obtidas para os deslocamentos vertical e lateral e para a rotação ao redor do eixo X são próximas às obtidas no modelo com elementos de viga sem o raio de concordância e no modelo com o raio, mas com a rigidez GJ alterada para o valor sem o raio. Esse modelos com elementos de viga mostraram-se ligeiramente mais rígidos que o modelo com cascas, conforme mostrado na Figura 2.11.

Com o objetivo de verificar se a plastificação poderia estar mudando a rigidez à torção e, conseqüentemente, a resposta do modelo com elementos de cascas, foi feita uma verificação das tensões de von Mises. Observou-se que a plastificação inicia-se somente após um valor de carga de 12,1 kN/m e a região plastificada não é expressiva, conforme mostrado na Figura 2.12. Assim, nesse exemplo, a plastificação não desempenha um papel expressivo na redução da rigidez à torção e somente influencia a trajetória dos deslocamentos em seu trecho final.

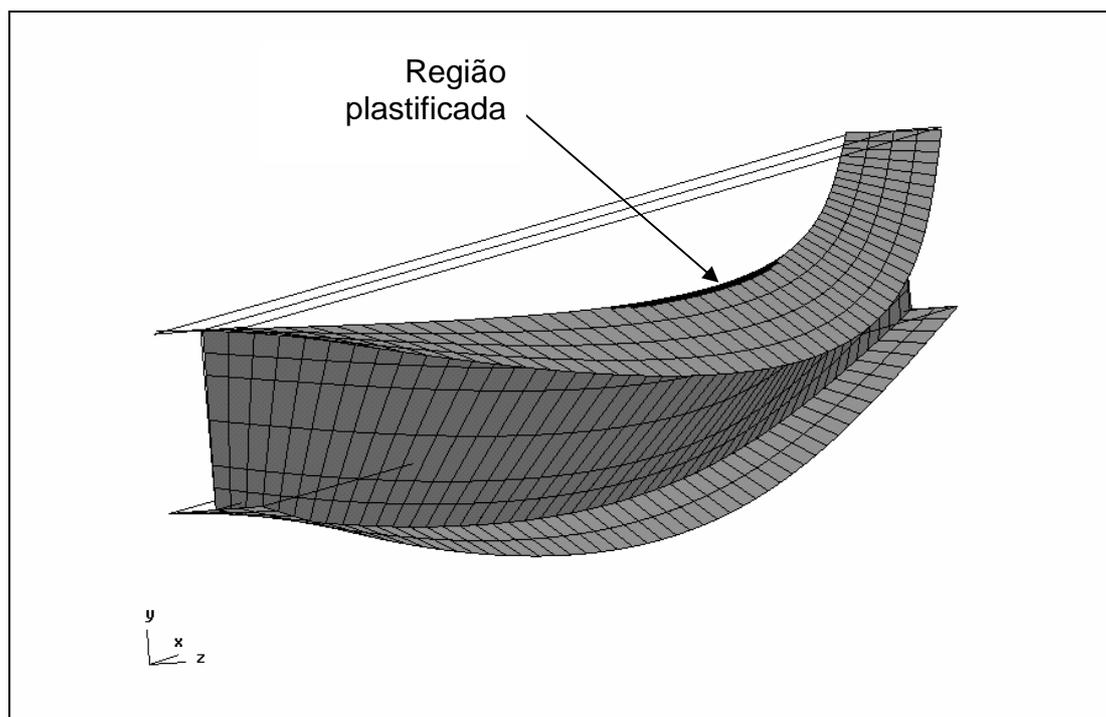


Figura 2.12 – Deformação da viga, com um fator de amplificação de 5, no último passo de carga, mostrando a região plastificada.

2.5 VIGAS COM FLAMBAGEM LATERAL, A TEMPERATURAS ELEVADAS

Sob aumento de temperatura, além do eventual decréscimo na rigidez à torção GJ , devido à plastificação da seção, ocorre uma redução dessa rigidez devido à degradação do módulo de elasticidade transversal por efeito térmico.

No modelo com elementos de casca, esse efeito é levado em conta diretamente, mas, no modelo com elementos de viga do programa SAFIR, um valor constante é usado para a rigidez à torção durante toda a análise. Nesse caso, para se evitar que a temperatura de falha seja superestimada, um procedimento alternativo é realizar uma análise prévia, para se obter uma estimativa inicial para essa temperatura. Uma nova análise é então realizada, agora usando a rigidez à torção multiplicada pelo fator de redução do módulo de elasticidade $k_{E,T}$ (CEN, 1995b; ABNT, 1999), correspondente à temperatura de falha obtida na análise prévia. Esse procedimento pode ser repetido até que seja atingida uma convergência entre os valores do fator de redução e da temperatura crítica encontrada.

A fim de verificar concordância entre o uso dessa abordagem no modelo com elementos de viga e o modelo com elementos de casca, a viga estudada no exemplo anterior foi considerada, submetida a uma carga constante de 5 kN/m, sujeita a uma elevação uniforme de temperatura. Para o modelo com elementos de viga com rigidez à torção reduzida foram considerados os casos da seção transversal, com o raio de concordância entre as mesas e alma, e sem o mesmo. O caso da viga sem a redução da rigidez à torção também foi considerado. Os resultados são apresentados na Figura 2.13.

Como se pode notar, quando a rigidez à torção no modelo com elementos de viga é reduzida, a rotação ao redor do eixo longitudinal é superestimada no estágio inicial. No estágio final, como a rigidez à torção no modelo com cascas diminui, há uma concordância melhor entre esses modelos. No modelo com elementos de viga, sem redução da rigidez à torção, a rotação é mais próxima do modelo com cascas, no estágio inicial, mas largamente subestimada no estágio final.

A temperatura de falha dada pelo modelo de cascas (560°C) apresenta boa concordância com o valor dado pelo modelo com elementos de viga sem o raio de concordância na seção (559°C), bem como pelo modelo de viga com o raio de concordância (574°C), ambos com a rigidez à torção reduzida. No modelo com elementos de viga sem a redução na rigidez à torção, a temperatura de falha (636°C) é significativamente superestimada, comparada com os outros modelos.

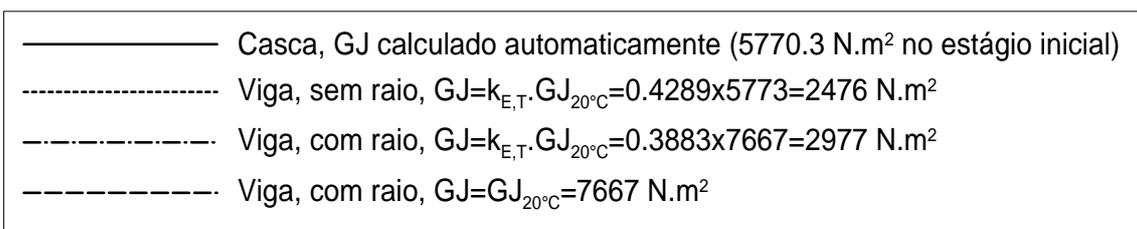
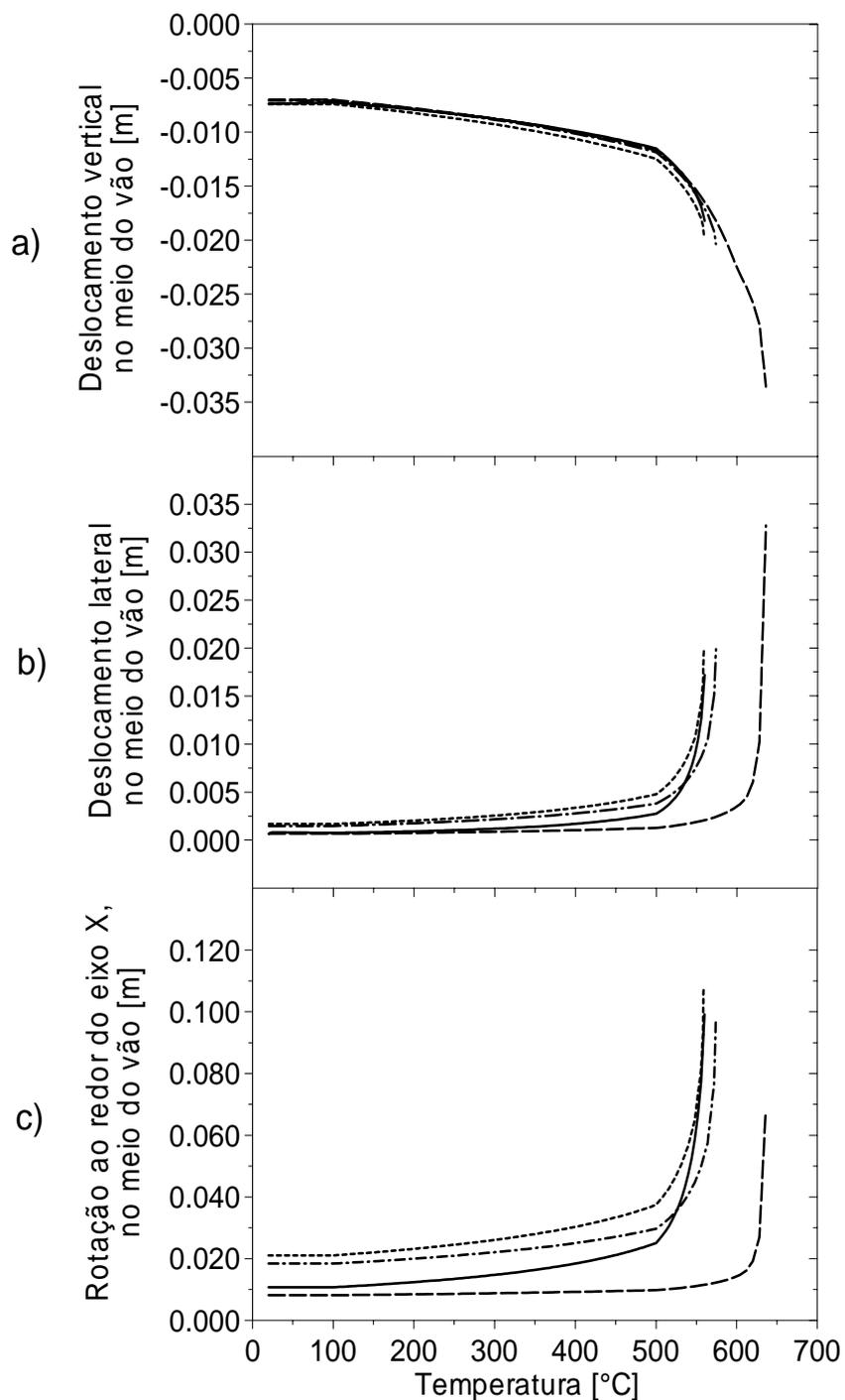


Figura 2.13 – Comparação dos modelos com elementos de viga e de casca sob temperaturas elevadas e carga constante de 5 kN/m

Visando verificar se esse comportamento se estenderia a outros casos, a viga simplesmente apoiada foi analisada para vãos de 3, 5 e 7 metros. Para cada vão foram considerados 4 diferentes casos de carregamento, correspondendo, aproximadamente, a 50, 30, 20 e 10% da carga de falha, determinada por simulação com elementos de viga à temperatura ambiente.

Uma vez que o modelo de viga com o raio de concordância representa mais apropriadamente um perfil laminado a quente e, como no exemplo anterior, a adoção do raio não causou grande variação na comparação com o modelo com elementos de casca, somente os casos de elementos de vigas com o raio foram considerados nos exemplos a seguir. A temperatura de falha dada para os casos estudados é apresentada na Tabela 2.2.

Como antes, pode-se notar que a abordagem usando elementos de viga, com redução na rigidez à torção, fornece uma boa aproximação com o modelo de cascas. O modelo com elementos de viga, sem redução na rigidez à torção, apresenta uma temperatura de falha significativamente superestimada.

Tabela 2.2 – Comparação das temperaturas de falha para os modelos.

L = 3 m	P = 6.5 kN/m		P = 13 kN/m		P = 20 kN/m		P = 30 kN/m	
	T _{falha}	Var. %						
Casca	702	-	624	-	564	-	475	-
Viga, com redução de GJ	728	3,7	638	2,2	577	2,3	508	6,9
Viga, sem redução de GJ	831	18,4	692	10,9	618	9,6	535	12,6
L = 5 m	P = 1.5 kN/m		P = 3 kN/m		P = 5 kN/m		P = 7 kN/m	
	T _{falha}	Var. %						
Casca	704	-	628	-	560	-	494	-
Viga, com redução de GJ	737	4,7	644	2,5	573	2,3	519	5,1
Viga, sem redução de GJ	890	26,4	729	16,1	636	13,6	569	15,2
L = 7 m	P = 0.5 kN/m		P = 1.0 kN/m		P = 1.7 kN/m		P = 2.5 kN/m	
	T _{falha}	Var. %						
Casca	735	-	642	-	570	-	506	-
Viga, com redução de GJ	766	4,2	658	2,5	584	2,5	528	4,3
Viga, sem redução de GJ	983	33,7	787	22,6	673	18,1	595	17,6

2.5 CONCLUSÕES

No caso de flambagem lateral por torção sob aumentos de temperatura, para os casos estudados, a degradação da rigidez à torção é mais influenciada pela degradação do módulo de elasticidade transversal do que pelos efeitos de uma eventual plastificação da seção. Dessa forma, é possível obter uma boa aproximação da solução real com um modelo com elementos de viga, contanto que a rigidez à torção da seção seja multiplicada pelo fator de redução do módulo de elasticidade $k_{E,T}$, dependente da temperatura de falha. Como esse fator de redução tem que ser calculado para a temperatura de falha, um processo iterativo faz-se necessário. Com esse procedimento, as diferenças obtidas entre o modelo com elementos de viga e o modelo com cascas são da mesma ordem de magnitude que as diferenças obtidas para a flexão no plano, à temperatura ambiente.

Por outro lado, nos casos estudados, o modelo com elementos de viga sem redução na rigidez à torção leva a uma temperatura de falha superestimada.

Essas conclusões suportam e validam o trabalho anterior de Vila Real (VILA REAL & FRANSSEN, 2000), onde elementos de viga com fator de redução da rigidez à torção dependente da temperatura foram usados.

3

MODELAGEM NUMÉRICA DE GALPÕES INDUSTRIAIS – COMPARAÇÃO ENTRE AS ANÁLISES 2D E 3D

3.1 INTRODUÇÃO

Galpões industriais de um andar, usados para abrigar fábricas ou depósitos, constituem um tipo bastante comum de construção em aço. O risco de vida em um galpão industrial, em caso de incêndio, é relativamente pequeno, porque geralmente a desocupação não impõe muitas dificuldades. O interesse pela pesquisa no comportamento desse tipo de edificação deve-se a características especiais: carga de incêndio elevada, propagação rápida do incêndio e risco relativamente alto de ocorrência de incêndio, associado a grandes perdas monetárias.

A estrutura desse tipo de edifício é comumente composta por vários pórticos do tipo portal, dispostos em paralelo. A análise do comportamento estrutural sob incêndio, por meio de simulações computacionais, chamada no Eurocode (CEN, 1995b) e na NBR 14323 (ABNT, 1999) de *método avançado de cálculo*, é normalmente realizada pela modelagem bidimensional da estrutura, usando o método dos elementos finitos. Dessa forma, no caso de galpões industriais de um andar, a análise é feita pela simulação no plano do pórtico de aço, ou simplesmente da treliça da cobertura.

Sob temperaturas elevadas, consideráveis efeitos fora do plano podem ocorrer, como a redistribuição de esforços, devido à degradação das propriedades do material e à expansão térmica, e instabilidade lateral dos elementos. Apesar de esses efeitos exercerem um papel importante no desempenho estrutural, eles não são levados em consideração numa simulação bidimensional. A importância desses efeitos e a adequabilidade do modelo 2D para representar uma estrutura real são discutidos, aqui, por meio de um estudo comparativo dos modelos bidimensional e tridimensional de um galpão com estrutura em aço, de pórticos tipo portal, sob temperaturas elevadas. O programa SAFIR (FRANSSEN, 1986; FRANSSEN *et al.*, 2002) foi usado em todas as simulações.

3.2 EDIFÍCIO ANALISADO

O galpão escolhido para os estudos é mostrado na Figura 3.1. Trata-se de um edifício de 20 m de largura por 48 m de comprimento. A cobertura é constituída por telha em aço galvanizado, que também forma o tapamento lateral.

O pórtico-tipo que compõe o sistema estrutural do edifício, mostrado na Figura 3.2, tem pilares constituídos por perfil I soldado e treliça da cobertura composta por perfis de chapa dobrada (tesoura treliçada). As ligações entre a treliça da cobertura e os pilares foram consideradas como rotuladas. A base do pilar foi considerada como engastada. Nos pilares do pórtico, foram fixadas as vigas do tapamento lateral, espaçadas de 1,5 m entre si. As terças foram fixadas nos banzos superiores da treliça da cobertura, com um espaçamento de 2,04 m entre si, conforme indicado na Figura 3.1 e na Figura 3.2. Todas as terças foram consideradas como simplesmente apoiadas sobre cada pórtico. Assim como para a treliça da cobertura, nas terças foi adotado um perfil de chapa dobrada. O contraventamento adotado na estrutura é mostrado na Figura 3.3 e na Figura 3.4. Uma especificação mais detalhada das partes que compõem o edifício é dada na Tabela 3.1.

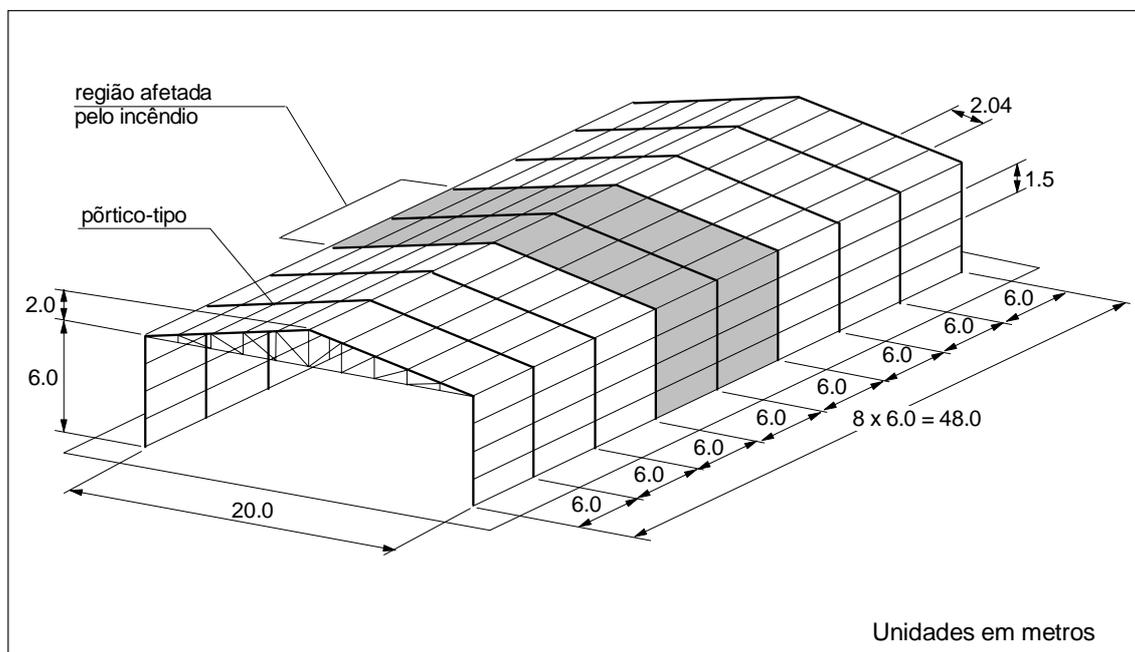


Figura 3.1 – Esquema da estrutura do galpão estudado.

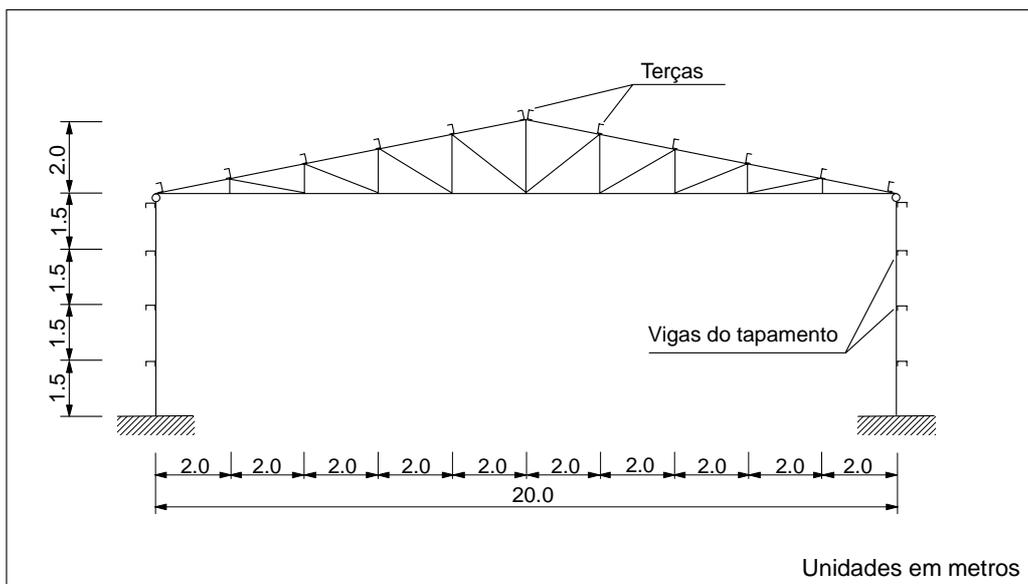


Figura 3.2 – Esquema do pórtico-tipo usado no galpão.

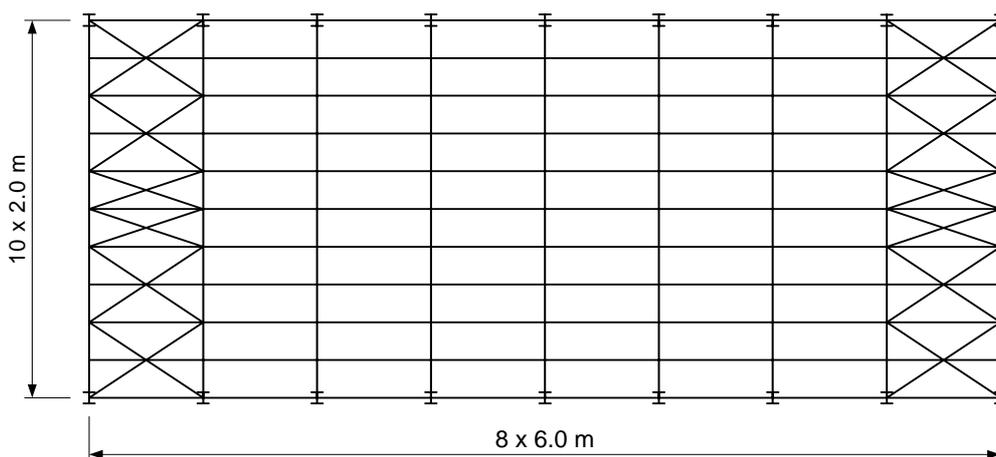


Figura 3.3 – Contraventamentos do plano da cobertura.

Embora os perfis de chapa dobrada não possuam boa resistência ao fogo, devido à sua esbeltez, essa configuração foi escolhida de forma a representar um tipo comum de galpão usado no Brasil.

Devido às dimensões relativamente grandes, incêndios em edifícios industriais evoluem de tal forma que somente uma parte do edifício é tomada pelo incêndio, a cada tempo. Para o caso aqui estudado, foi considerado um incêndio na parte central do edifício, conforme indicado na Figura 3.1, afetando o pórtico nessa posição e a parte das terças que liga esse pórtico aos pórticos adjacentes. Para os elementos aquecidos, considerou-se um aquecimento uniforme, sem gradientes térmicos.

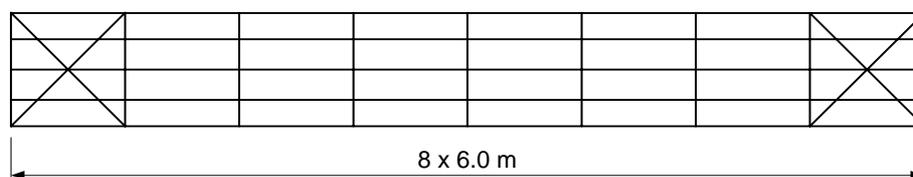


Figura 3.4 – Elevação lateral com indicação do contraventamento vertical.

Tabela 3.1 – Especificação das partes do galpão.

Elemento estrutural	Carga devido peso próprio	Especificação	Descrição
Pilares	380,6 [N/m]	CS200X39	Perfil I soldado, com $b=200\text{mm}$, $h=200\text{mm}$, $t_w=6,3\text{mm}$, $t_f=9,5\text{mm}$
Banzo superior e inferior da tesoura	104,0 [N/m]	HAT 150X100X25#3,00	Perfil chapéu, com $b=100\text{mm}$, $h=150\text{mm}$, $e=3,0\text{mm}$. No banzo superior a abertura é voltada para baixo; no banzo inferior a abertura é voltada para cima.
Montantes e diagonais da tesoura	81,8 [N/m]	2 U75X40#3,75	Dois perfis U, com as aberturas voltadas um para o outro, com $b=40\text{mm}$, $h=400\text{mm}$, $e=3,75\text{mm}$
Terças e vigas do tapamento lateral	99,9 [N/m]	U150X60X20#4,76	Perfil U enrijecido, com $b=60\text{mm}$, $h=150\text{mm}$, $e=4,76\text{mm}$, largura do enrijecedor =20mm. As vigas do tapamento têm a seção com abertura voltada para baixo. As terças do banzo superior à esquerda têm abertura voltada para a esquerda; no banzo superior à direita a abertura é voltada para a direita.
Tirantes e contraventamento	9,7 [N/m]	$\varnothing 1/2''$	Barra com diâmetro de 12,7mm
Telha do tapamento lateral e cobertura	50 [N/m ²]	CTL 25	Telha de aço galvanizado, com seção trapezoidal.
Simbologia usada: b = largura da seção, h = altura da seção, t_w = Espessura da alma, t_f = espessura da mesa, e = espessura da chapa que compõe o perfil.			

3.3 MODELAGEM 2D E 3D DO PÓRTICO ISOLADO

Como ponto de partida de comparação entre as análises bidimensional e tridimensional, considerou-se o pórtico-tipo isoladamente, modelado com elementos 2D e 3D.

Para as cargas, além do peso-próprio dos elementos, foi aplicada uma carga concentrada de 1,2 kN, no banzo inferior, aplicada nas posições indicadas na Figura 3.5. Essa foi uma carga estimada, correspondente às instalações elétricas, de iluminação e hidráulica.

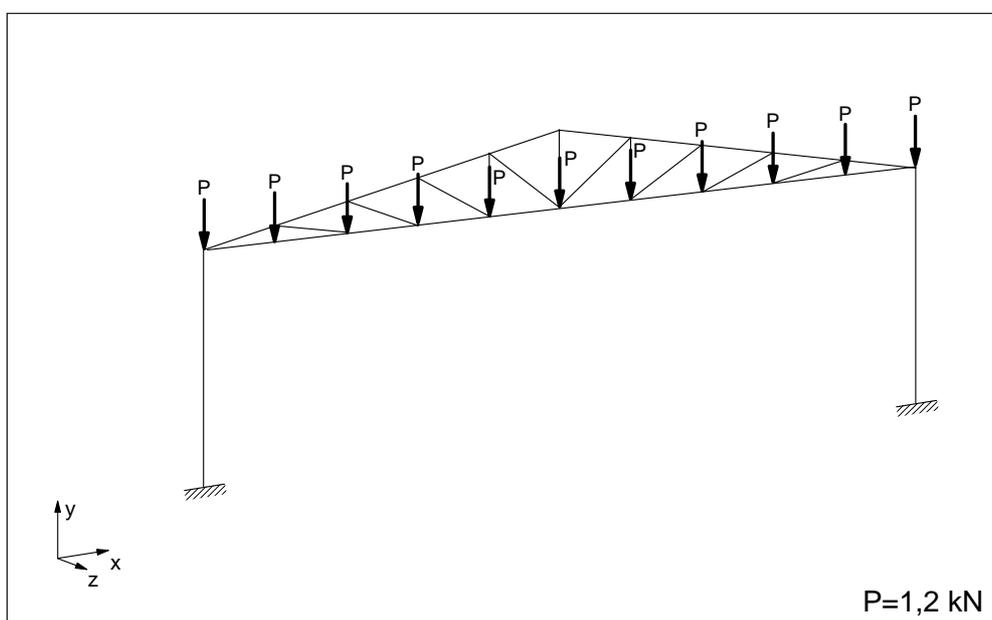


Figura 3.5 – Cargas aplicadas no banzo inferior.

Com relação ao tipo de seções transversais usadas, a norma brasileira NBR 8800 (ABNT, 1986) e o Eurocode 3, Parte 1.1 (CEN, 1992) classificam as seções em 4 tipos diferentes, dependendo da relação b/t , entre a largura e a espessura de seus elementos componentes, sujeitos à compressão, da seguinte forma:

Classe 1: Seções que permitem que seja atingido o momento de plastificação e a subsequente redistribuição de momentos fletores (QUEIROZ & MATA, 2000).

Classe 2: Seções que permitem que seja atingido o momento de plastificação, mas não a redistribuição de momentos fletores (capacidade de giro limitada).

Classe 3: Seções cujos elementos componentes não sofrem flambagem local no regime elástico, podendo, entretanto, sofrer flambagem inelástica.

Classe 4: Seções cujos elementos componentes podem sofrer flambagem local no regime elástico.

A Figura 3.6 mostra as curvas momento fletor-deflexão no meio do vão de uma viga simplesmente apoiada, de acordo com a classificação de sua seção. A norma americana do AISC (AMERICAN INSTITUTE OF STEEL CONSTRUCTION, 1994) adota critérios semelhantes para classificar as seções, distinguindo-as entre *compactas*, *não-compactas* e *esbeltas*. Nessa categorização, considera-se que as seções, geralmente classificadas como classe 2, têm capacidade de rotação suficiente para permitir a redistribuição plástica de momentos, exceto para solicitações sísmicas e para tubos de seção circular. Dessa forma, as seções classe 1 e classe 2 são agrupadas na classe das seções compactas.

Adotando como material para todos os perfis um aço com módulo de elasticidade $E = 210000$ MPa e tensão de escoamento $f_y = 355$ MPa, de acordo com a relação b/t , as seções empregadas no pórtico recebem a classificação como classe 3.

O elemento finito de viga, usado no programa SAFIR, não leva em conta a ocorrência de flambagem local. Assim, em princípio, esse elemento somente pode ser usado para simular elementos estruturais com seções classe 1 e classe 2, que podem atingir o momento de plastificação, antes que ocorra flambagem local.

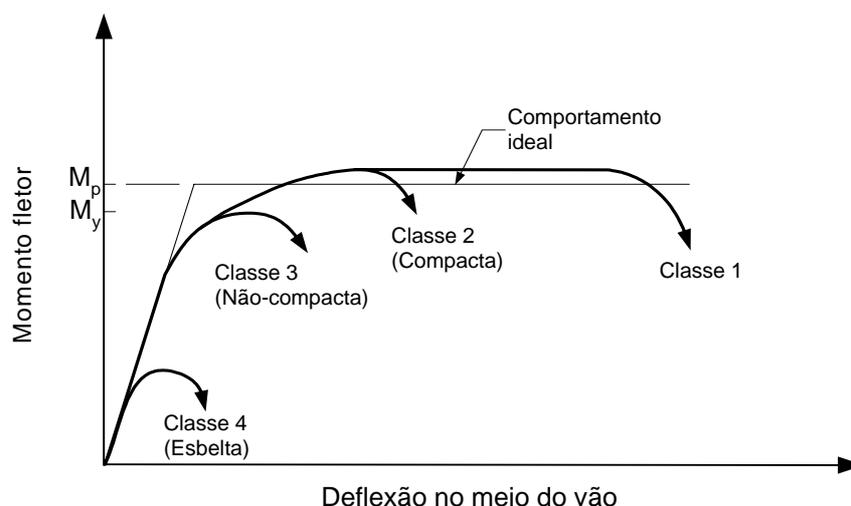


Figura 3.6 – Comportamento para as diferentes classes de seções.

Conforme mostrado no Capítulo 1, o Eurocode 3 (CEN, 1995b) recomenda, para o método avançado de cálculo, um modelo linear-elíptico-plástico para as curvas tensão-deformação. Como, sob temperatura elevada, o patamar de escoamento não é bem definido, esse modelo para a relação tensão-deformação é baseado em um limite de deformação, o qual geralmente corresponde a um valor de 2 %.

Uma abordagem alternativa para modelar elementos com seções classe 3 é considerar um limite de deformação mais baixo, de forma a induzir uma redução na resistência das seções do elemento. Essa abordagem foi adotada aqui para modelar os elementos do pórtico, com curvas tensão-deformação baseadas em um limite de deformação de 0,2 %. Essa restrição foi obtida por meio da redução da resistência de escoamento, conforme recomendado para o critério de deformação do Eurocode 3. No caso das terças, uma análise da seção usando o critério da NBR 8800 levaria à classificação como classe 1. A relação b/t para essa seção encontra-se dentro do limite estabelecido pela NBR 14762 (ABNT, 2001). Assim, foi adotada uma deformação limite de 2 % para as terças.

Nas análises 2D e 3D, o pórtico mostrado na Figura 3.2 foi modelado usando elementos finitos de viga. Foram usados 8 elementos em cada coluna, 10 elementos em cada banzo superior e 20 elementos no banzo inferior. Nos montantes e diagonais da treliça da cobertura, foram usados 2 elementos por barra.

Em todos os casos, a carga foi primeiramente aplicada e, então, a estrutura foi uniformemente aquecida, sem gradientes térmicos. A temperatura foi elevada, até que a matriz de rigidez da estrutura deixasse de ser positivo-definida, quando, então, os cálculos pelo programa SAFIR são interrompidos. A última temperatura para a qual o equilíbrio foi atingido é considerada a temperatura de falha da estrutura.

Para o modelo 2D, a temperatura de falha encontrada foi de 675°C. A falha foi causada pela plastificação nas extremidades laterais da tesoura, onde ocorre uma concentração de tensões. A deformação da estrutura, desenhada sobre sua configuração inicial, é mostrada na Figura 3.7.

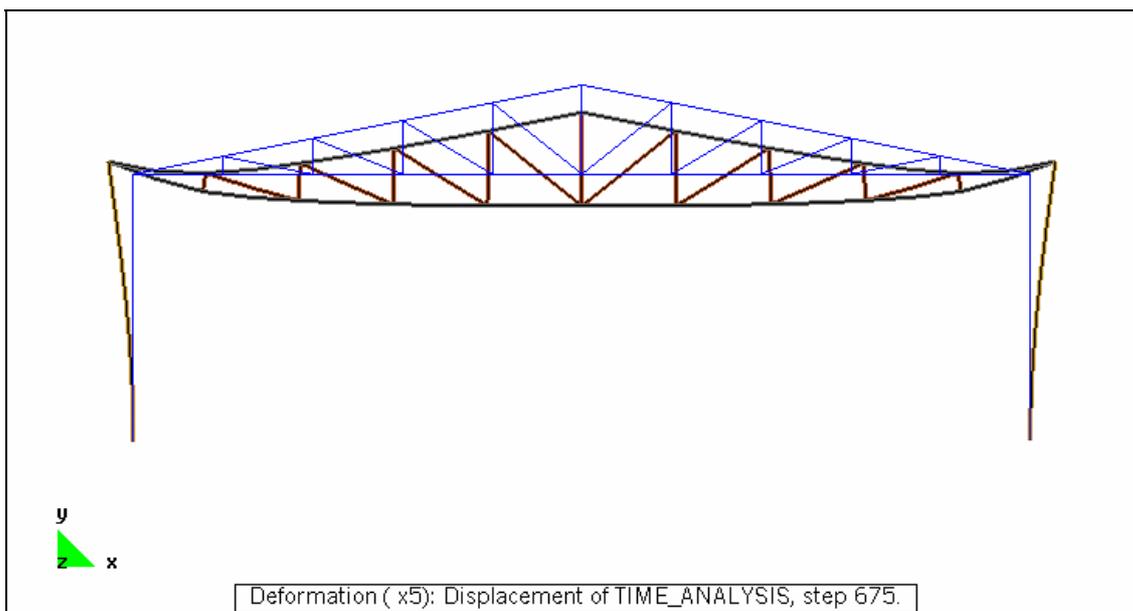


Figura 3.7 – Deformação do modelo 2D no momento de falha, com fator de amplificação de 5.

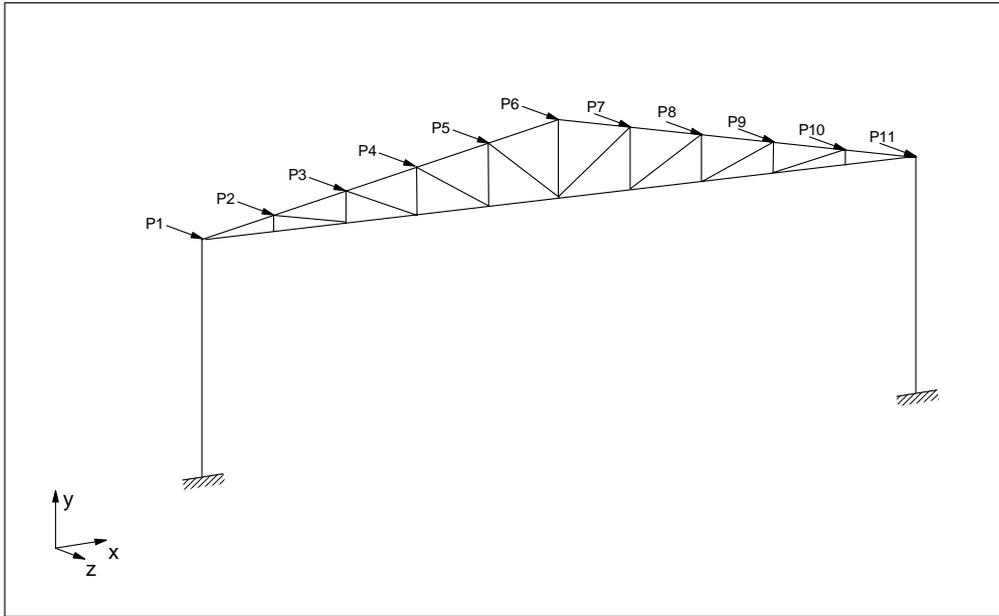
A expansão térmica da tesoura, mostrada na Figura 3.7, provoca o deslocamento dos pilares na direção externa ao galpão. Em incêndios reais, esse comportamento leva ao colapso do tapamento de alvenaria, nas laterais da edificação, conforme mostrado na Figura 3.8. O posterior colapso da estrutura da cobertura no interior da edificação provoca uma reversão no deslocamento dos pilares.

Visando ter uma indicação da importância da restrição fora do plano na temperatura crítica atingida pelo pórtico, três diferentes níveis de restrições fora do plano foram considerados na análise tridimensional. No primeiro caso, as translações fora do plano foram impedidas em todas as posições correspondentes aos pontos de apoio das terças na tesoura, ou seja, nas posições P1 a P11, mostradas na Figura 3.9. No segundo caso, as translações fora do plano foram restringidas nas posições indicadas como P1, P3, P6, P9 e P11. Como um último caso, foram consideradas restrições na cumeeira e nas extremidades laterais da tesoura, o que corresponde aos pontos P1, P6 e P11.

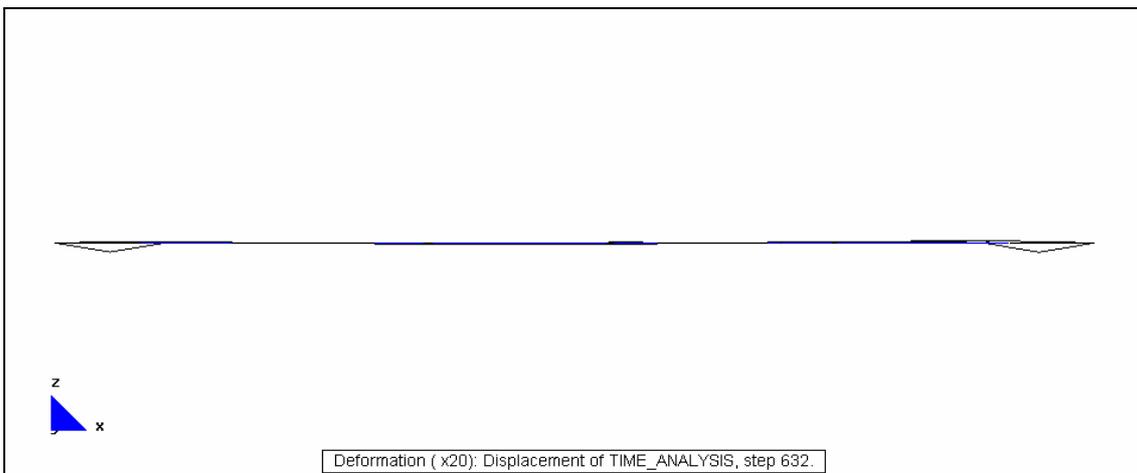


Figura 3.8 – Colapso da parede de alvenaria, provocado pela expansão térmica do pórtico (O’MEAGHER *et al.*, 1990).

No primeiro caso, foi obtida uma temperatura de falha de 632°C , ligeiramente inferior à temperatura obtida com a análise 2D. A falha foi provocada por uma flambagem fora do plano, nos banzos superiores, nos vãos das extremidades, conforme mostrado na Figura 3.10. No segundo caso, uma flambagem fora do plano também teve início nos vãos das extremidades da tesoura, nos banzos superiores; porém, ocorreram, também, deslocamentos fora do plano, em outras partes da tesoura (Figura 3.11), e a temperatura de falha baixou para 626°C . No terceiro caso, onde as translações fora do plano foram impedidas apenas em três partes, os deslocamentos fora do plano tiveram início a temperaturas mais baixas, de forma que a temperatura de falha foi reduzida para 514°C (Figura 3.12).



**Figura 3.9 – Restrições impostas no primeiro caso do modelo 3D.
 Nas posições P1 a P11 a translação fora do plano foi impedida.**



**Figura 3.10 – Deformação obtida para o primeiro caso com elementos 3D
 no momento de falha, com fator de amplificação de 20.**

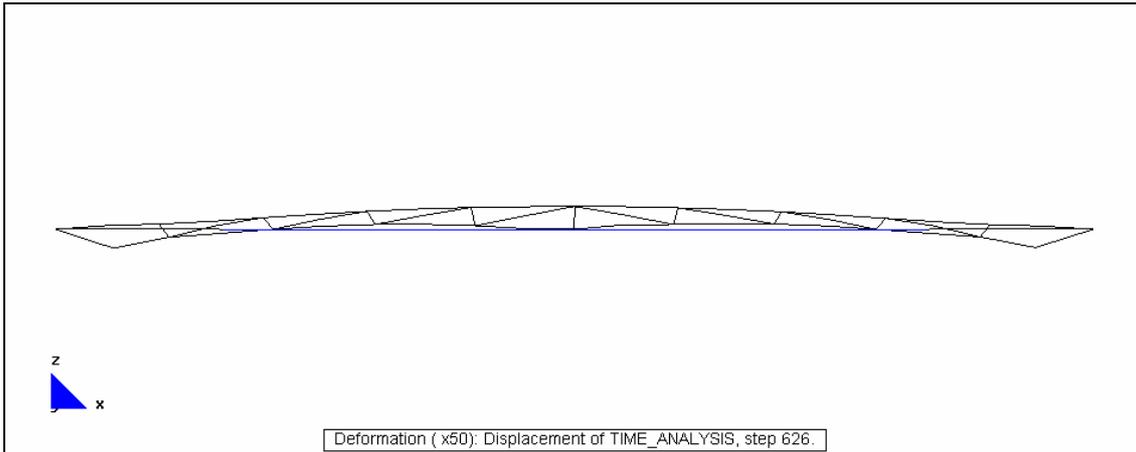


Figura 3.11 – Deformação obtida para o segundo caso com elementos 3D no momento de falha, com fator de amplificação de 20.

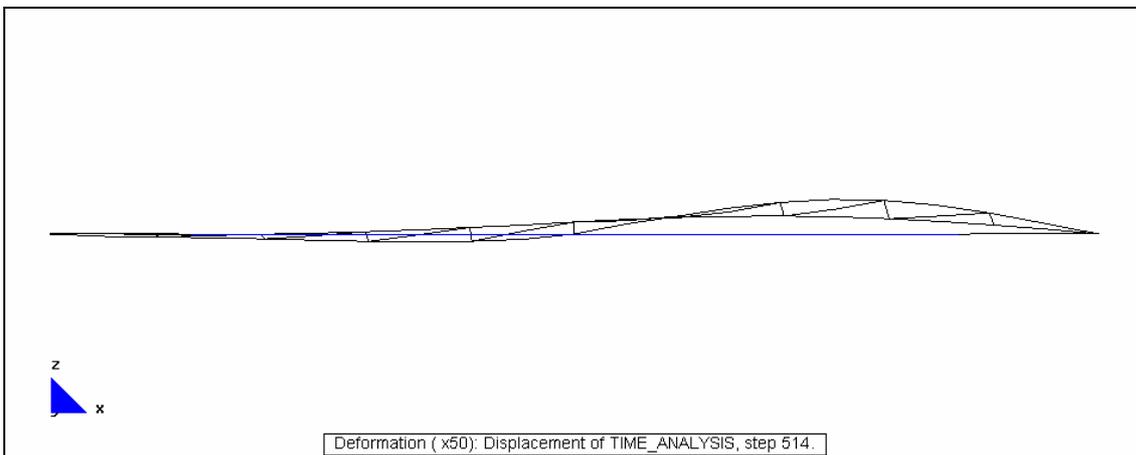


Figura 3.12 – Deformação obtida para o terceiro caso com elementos 3D no momento de falha, com fator de amplificação de 20.

Com relação à flambagem fora do plano dos elementos, uma abordagem comumente usada, quando uma análise 2D é conduzida, é verificar a possibilidade de sua ocorrência por meio de cálculos simplificados de norma e, se necessário, impedi-la. Contudo, essa abordagem é um tanto irrealista, uma vez que, nos métodos simplificados de cálculo, os elementos são considerados de forma isolada, sem levar em conta a interação entre os mesmos, e os esforços originados da expansão térmica são ignorados.

A análise mostrou, de qualquer forma, que prover restrição lateral, de forma a reduzir o comprimento de flambagem, é uma maneira bastante eficiente de prevenir deslocamentos fora do plano, reduzindo a temperatura de falha do pórtico.

Com relação a esse aspecto, pode-se dizer que a análise 2D apresenta uma resposta não conservadora, uma vez que o pórtico é modelado como totalmente restringido no plano. Em um galpão, a estabilidade fora do plano é dada pelo sistema de contraventamento, o que inclui a ação das terças. Na seção a seguir, as terças foram incluídas no modelo com o objetivo de simular, de forma mais realista, a restrição fora do plano, imposta ao pórtico.

3.4 MODELAGEM DO PÓRTICO COM AS TERÇAS

Visando verificar a interação entre o pórtico e as terças, durante a evolução do incêndio, considerou-se o pórtico no meio do galpão e a parte das terças ligando-o aos pórticos adjacentes.

Para o pórtico, foi adotada a mesma divisão em elementos usada anteriormente. Cada uma das terças foi modelada com 12 elementos de viga. Conforme indicado no esquema apresentado na Figura 3.13, considerou-se, nas terças, a existência de tirantes, dividindo seu comprimento de flambagem ao meio. Para as barras dos tirantes, foi considerada uma seção transversal circular, com 1,27 cm de diâmetro. Uma vez que a estrutura circunvizinha a cada barra do contraventamento pode impor restrições à sua expansão térmica, o que pode ocasionar sua flambagem, essas barras foram modeladas por meio de dois elementos de viga para cada vão, no lugar de um único elemento de treliça. As extremidades das barras dos tirantes foram consideradas como ligadas umas às outras na cumeeira, de forma que suas translações foram consolidadas. Os tirantes foram considerados sem travamento junto ao beiral.

As ligações entre as terças e o pórtico foram consideradas de tal forma que as 3 translações e a rotação ao redor do eixo z foram consolidadas entre os nós coincidentes entre as terças e o pórtico, conforme indicado na Figura 3.13.

A parte da estrutura não modelada na análise impõe, ainda, certa restrição à translação longitudinal nas extremidades das partes modeladas das terças. Essa restrição será ainda maior se a ação do contraventamento na estrutura for considerada. Esse efeito poderia ser modelado de forma apropriada, com o uso de elementos de mola nas extremidades das terças, mas a falta de informação sobre o valor da rigidez, imposta pela estrutura a essas translações, torna seu uso inadequado.

Dessa forma, a translação longitudinal das terças foi modelada como totalmente restringida, sendo considerada a opção restante mais próxima da realidade. Assim, nas extremidades das terças, as translações e as rotações ao redor do eixo z foram impedidas, conforme indicado na Figura 3.13.

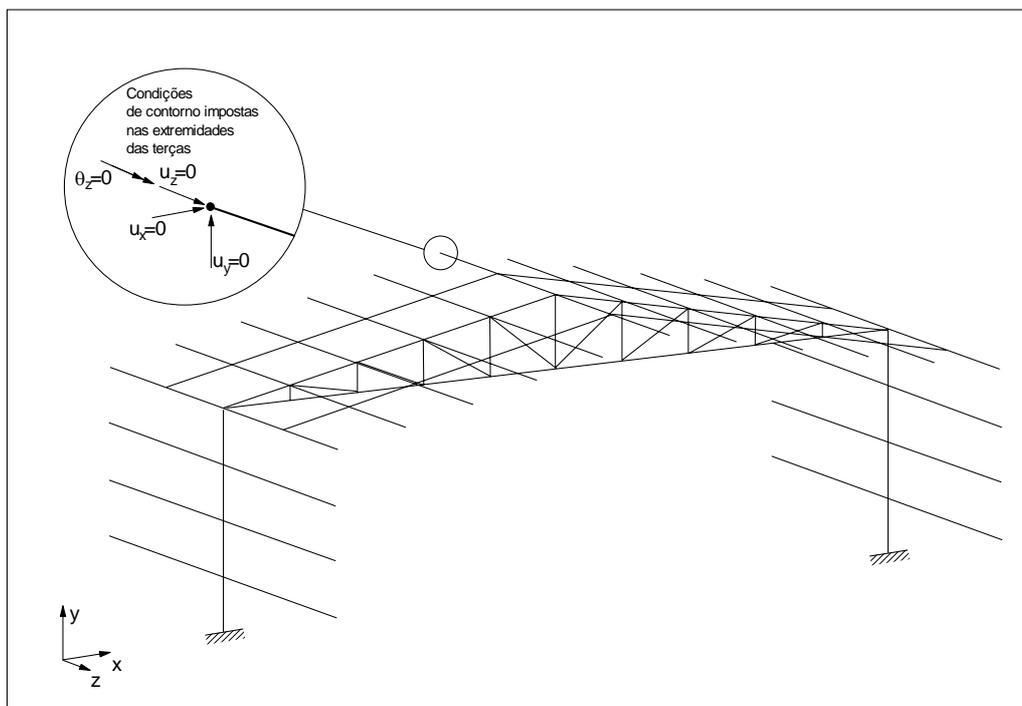


Figura 3.13 – Modelo com o pórtico e a parte das terças entre os pórticos adjacentes.

Da mesma forma que na seção anterior, a estrutura foi carregada à temperatura ambiente e, então, submetida a incrementos de temperatura. A 48°C , a instabilidade causada pela flambagem das terças, devido à expansão térmica, resultou em uma rigidez negativa da matriz de rigidez da estrutura. Essa rigidez negativa provocou a interrupção dos cálculos pelo programa SAFIR. A deformação da estrutura é mostrada na Figura 3.14.

A observação de incêndios reais mostra que as terças são bastante suscetíveis aos efeitos da elevação de temperatura (KIRBY *et al.*, 1986). Uma vez que as seções das terças são relativamente esbeltas, em incêndios reais elas tendem a se aquecer rapidamente. Como os pórticos restringem a expansão térmica das terças, elas tendem a falhar nos estágios iniciais do incêndio (v. Figura 3.15).

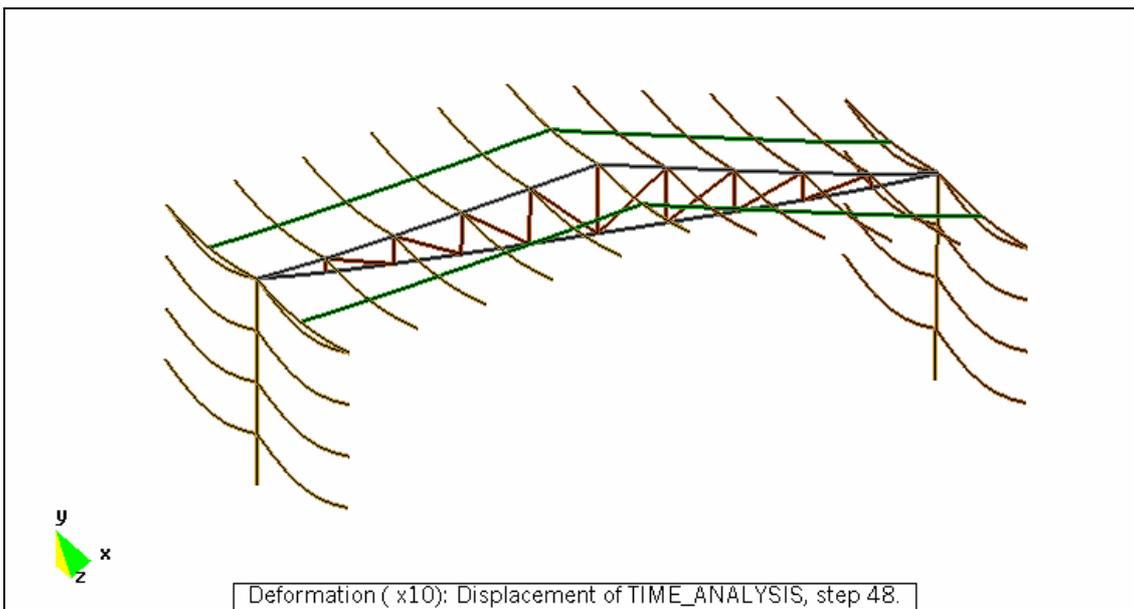


Figura 3.14 – Deformação para o modelo com terças, no momento de falha, com fator de amplificação de 10.

Contudo, apesar de a flambagem das terças ou mesmo das barras de contraventamento ameaçar momentaneamente a estabilidade do pórtico, isso não determina a falha da estrutura como um todo. Após sua falha, as terças tendem a se deformar na forma catenária, trabalhando sob tração. Espera-se que esse efeito possa contribuir, em um estágio seguinte do incêndio, para a estabilidade do pórtico, conforme mostrado na Figura 3.16, onde o contraventamento não é mostrado por simplificação (O’MEAGHER *et al.*, 1992).

A simulação com o SAFIR, do comportamento estrutural após a flambagem das terças, requer a implementação de estratégias numéricas, não presentes na versão usada. A temperatura e carga impostas à estrutura devem ser mantidas constantes e uma nova posição de equilíbrio deve ser encontrada. Na seqüência, um novo incremento de temperatura pode ser dado, continuando a análise. Um projeto de pesquisa teve início, financiado pela *European Coal and Steel Community* – ECSC, para implementar tal procedimento no SAFIR, cuja necessidade foi demonstrada pelo presente estudo.

Um procedimento alternativo, para superar o problema numérico causado pela flambagem de partes da estrutura, é simular o comportamento estrutural, até que a flambagem ocorra. A seguir, pode-se proceder à análise de um novo caso, onde a estrutura é modelada sem as partes que falharam. A trajetória inicial de deslocamentos da estrutura é considerada como aquela obtida com a primeira análise, até a flambagem. Após essa posição, a continuação da trajetória é aquela obtida com a análise da estrutura

sem os elementos flambados. Essa estratégia não é interessante no presente estudo, porque levaria à situação estudada anteriormente (v. seção 3.3).

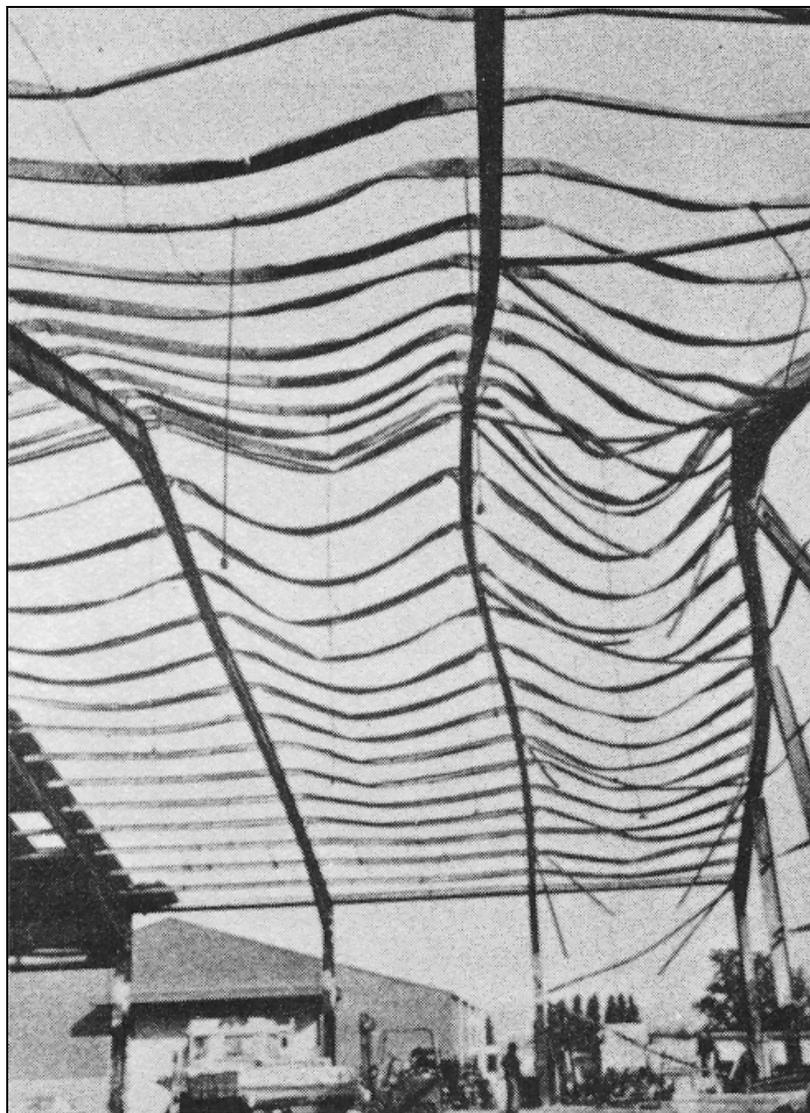


Figura 3.15 – Estrutura de um galpão, deformada por ação de incêndio, onde os danos nas terças destacam-se (KIRBY *et al.*, 1986)

A modelagem da estrutura completa provavelmente não resolveria o problema, uma vez que a estrutura circunvizinha às terças com expansão térmica também impõe uma restrição, que igualmente provocaria sua falha.

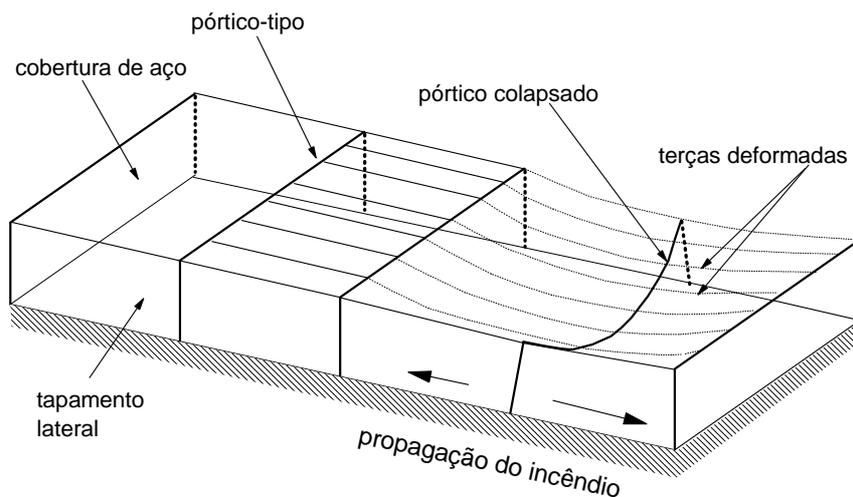


Figura 3.16 – Mecanismo de falha em um galpão industrial sob incêndio (O'MEAGHER *et al.*, 1992).

3.5 CONCLUSÕES

A simulação do comportamento estrutural de um galpão industrial de um andar, por meio de simulações bidimensionais, não é realista, uma vez que não leva em conta a instabilidade lateral do pórtico, que é modelado como totalmente restrito no plano. À temperatura ambiente, a estabilidade fora do plano do pórtico pode ser facilmente assegurada pelas terças e contraventamentos. Contudo, sob situação de incêndio, a falha das terças, causada por expansão térmica, pode comprometer essa estabilidade.

A modelagem do papel desempenhado pelas terças sob situação de incêndio, e sua interação pós-falha com os pórticos, requer a implementação de uma estratégia especial para superar o problema numérico, causado pela flambagem das terças, por efeitos térmicos. Essa modificação permitiria a simulação do comportamento de galpões industriais sob incêndio, de forma mais realista.

4

DESENVOLVIMENTO DE UM MODELO NUMÉRICO PARA ANÁLISE DE ESTRUTURAS METÁLICAS SOB INCÊNDIO

4.1 INTRODUÇÃO

Conforme mostrado no Capítulo 1, a necessidade de se avaliar o comportamento estrutural sob incêndio, como importante parte da engenharia de proteção contra incêndio, associada aos inconvenientes econômicos e práticos da avaliação por meio de ensaios, estimulou, desde cedo, o desenvolvimento de modelos numéricos.

A norma brasileira NBR 14323 (ABNT, 1999) e o Eurocode 3 (CEN, 1995b) permitem, com os chamados métodos avançados de dimensionamento, o uso de ferramentas computacionais de simulação, de forma a analisar o comportamento estrutural sob incêndio, de forma mais realista. Contudo, embora o desenvolvimento dessas ferramentas tenha começado há mais de três décadas, sua disponibilidade no Brasil ainda é limitada, o que restringe a disseminação de seu uso.

O objetivo do trabalho descrito neste capítulo é apresentar o desenvolvimento de um modelo numérico alternativo, para a análise aproximada do comportamento de estruturas metálicas sob incêndio, com precisão razoável e baixo custo computacional.

O conceito de rótulas plásticas generalizadas, comumente usado para análise inelástica de pórticos à temperatura ambiente, é estendido para incluir os efeitos térmicos. Refinamentos adicionais foram incluídos na abordagem tradicional por rótulas plásticas, de forma a melhor representar a expansão gradual da plastificação no elemento (LIEW *et al.*, 1993). A descrição cinemática adotada é baseada no trabalho de ORAN (1973), que permite obter bons resultados com o uso de uma quantidade menor de elementos finitos. A matriz de rigidez adotada é a proposta por ARGYRIS *et al.* (1979) e inclui a consideração de momentos semitangenciais, importantes em estruturas

espaciais. Uma expressão é desenvolvida para a variação da força interna no elemento, levando-se em conta os efeitos da variação térmica.

O programa foi desenvolvido a partir de uma formulação prévia (CREUS *et al.*,1984; MARQUES, 1990) e adota, para a análise com incrementos de carga, o método do controle do trabalho (YANG & KUO, 1994). Esse método permite a condução da análise em uma fase pós-crítica, quando aumentos de deslocamentos são obtidos, sob diminuição da carga aplicada. Para a análise sob incrementos térmicos, com carga constante, o método de Newton-Raphson é adotado como estratégia de solução não-linear.

Exemplos numéricos são apresentados para validar o modelo apresentado.

4.2 O MODELO COM RÓTULAS PLÁSTICAS

A análise inelástica de pórticos de aço usando elementos de viga se subdivide basicamente em dois tipos: o modelo com *plasticidade distribuída* e o modelo com *rótulas plásticas* (LIEW, WHITE & CHEN, 1993). No modelo com plasticidade distribuída, também chamado de *zona plástica* ou *modelo com fibras*, a seção transversal é dividida em várias fibras, durante o processo de integração para o cálculo da matriz de rigidez. Um exemplo de divisão em fibras, usada para uma seção I, é mostrado na Figura 2.3, no Capítulo 2.

No modelo com plasticidade distribuída, durante o processo de integração, a relação tensão-deformação é analisada para cada fibra. Dessa forma, é possível simular, de maneira mais próxima da realidade, a expansão gradual da plastificação no elemento. Essa abordagem permite, também, a consideração do encruamento do material, bem como levar em conta as tensões residuais existentes no material, que, no caso de perfis metálicos, são originadas durante o processo de fabricação. Esse modelo permite, também, que se considere, de forma mais realista, a existência de gradientes térmicos na seção, já que se pode considerar uma temperatura diferente em cada fibra, em cada etapa. Normalmente, a mesma divisão da seção usada na análise térmica é usada na análise mecânica, de forma que os resultados da análise precedente possam ser usados de forma direta. Por outro lado, o modelo com plasticidade distribuída mostra-se mais complexo e de um custo computacional mais elevado, comparado com o modelo de rótulas plásticas.

No modelo convencional de rótulas plásticas, o comportamento inelástico do elemento concentra-se nas posições das rótulas plásticas, geralmente nas extremidades

do elemento. Para as regiões fora das rótulas plásticas, assume-se um comportamento elástico. Se os esforços no elemento estão abaixo da capacidade plástica da seção transversal, considera-se que todo o elemento tem um comportamento elástico. Uma vez que a capacidade plástica da seção é atingida, considera-se a formação de rótulas plásticas, e a matriz de rigidez do elemento é ajustada para levar em conta a rótula formada. Normalmente assume-se que, uma vez formada a rótula, a seção plastificada tem um comportamento perfeitamente plástico, sem encruamento.

No modelo clássico de rótulas plásticas, apenas o momento atuante na seção é analisado, na verificação da formação da rótula. No presente trabalho, é verificada a interação entre os momentos na seção e o esforço normal, formando a chamada superfície de plastificação da seção, numa abordagem chamada de *rótulas plásticas generalizadas*. Embora a influência do momento de torção na formação da rótula plástica não tenha sido levada em conta no presente trabalho, a abordagem por rótulas plásticas generalizadas permite sua inclusão, o que se mostra uma vantagem sobre modelos com plasticidade distribuída, nos quais a plastificação é definida apenas pela tensão normal.

Além disso, outros refinamentos são adotados, como o *conceito de módulo tangente* e a *degradação progressiva da rigidez*, que permitem simular, de forma mais próxima da realidade, a formação e expansão da plastificação no elemento. Esses refinamentos foram implementados levando-se em conta os efeitos da elevação da temperatura na degradação da resistência e rigidez do material. Dessa forma, espera-se poder tomar proveito da relativa simplicidade e baixo custo computacional, inerentes ao modelo de rótulas plásticas generalizadas, para análise de pórticos metálicos sob incrementos de carga ou sob incrementos térmicos.

4.3 SIMPLIFICAÇÕES ASSUMIDAS

O modelo numérico é baseado nas seguintes simplificações gerais:

- i. A estrutura está sujeita a grandes deslocamentos e pequenas deformações.
- ii. Os elementos são inicialmente retos, prismáticos e com seção transversal duplamente simétrica.
- iii. A hipótese de Bernoulli-Euler, na qual a seção transversal continua plana e perpendicular ao eixo longitudinal, é considerada. Logo, as deformações por cisalhamento na seção são ignoradas. A torção não uniforme no elemento é também ignorada.

- iv. O carregamento é aplicado nos nós dos elementos e aumenta proporcionalmente (carregamento radial), e é independente da configuração. Na análise com incrementos térmicos, o carregamento mantém-se constante, enquanto a temperatura aumenta.
- v. Para as partes da estrutura com elevação térmica, considerou-se um aquecimento uniforme, sem gradientes térmicos na seção transversal ou ao longo do comprimento do elemento.
- vi. É adotada a *regra de fluxo associada*, da teoria da plasticidade, segundo a qual os incrementos de deformação plástica são normais à superfície de plastificação (LUBLINER, 1990).

Ainda com relação ao tipo de seção transversal usada, na presente análise, os efeitos da flambagem local são ignorados. Para a análise estrutural usando rótulas plásticas, admite-se, implicitamente, que as seções transversais são capazes de desenvolver o momento de plastificação, sem flambagem local, e mantê-lo, até que um número suficiente de rótulas plásticas se desenvolva na estrutura, formando um mecanismo de falha. Admite-se, ainda, que, uma vez atingido o momento de plastificação, as seções têm uma capacidade de giro suficiente para permitir a redistribuição de momentos fletores. Conforme detalhado no Capítulo 3, esse tipo de seção corresponde à seção classe 1, na classificação da NBR 8800 (ABNT, 1986) e do Eurocode 3, parte 1.1 (CEN, 1992).

É possível que, sob elevação de temperaturas, as seções mudem para classes menos favoráveis, com elementos mudando de classe 1 para classe 2, por exemplo (LAWSON & NEWMAN, 1996). No presente trabalho, admite-se que, nesses casos, a capacidade de giro do elemento é mantida em níveis aceitáveis.

Com relação ao comportamento do material, adotou-se uma relação tensão-deformação bilinear, conforme mostrado na Figura 4.1. A figura mostra curvas obtidas para alguns valores de temperatura, considerando-se uma tensão de escoamento a 20°C de 250 MPa e módulo de elasticidade inicial de 210000 MPa. Para o módulo de elasticidade e para a tensão de escoamento, relativa a uma deformação limite de 2 %, foram adotados os fatores de redução recomendados pela NBR 14323 e Eurocode 3, Parte 1.2.

Um valor constante de $1,4 \times 10^{-5} / ^\circ C$ é usado para o coeficiente de expansão térmica.

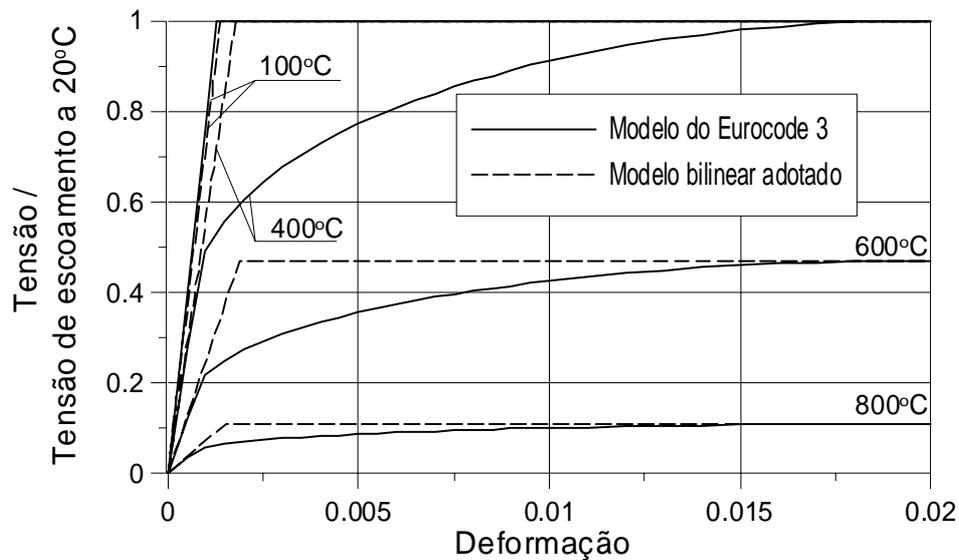


Figura 4.1 – Relações tensão-deformação a temperaturas elevadas

4.4 RELAÇÕES CINEMÁTICAS

No processo de deformação de uma estrutura, podem ser sempre escolhidas três configurações importantes, mostradas na Figura 4.2: a configuração inicial indeformada C_0 , a última configuração de equilíbrio calculada C_{t-1} e a configuração atual C_t . A presente análise é baseada numa descrição Lagrangeana atualizada do movimento, onde a última configuração de equilíbrio C_{t-1} é usada como referência para descrever o movimento da estrutura no passo incremental entre as configurações C_{t-1} e C_t .

Conforme indicado na Figura 4.3, o elemento finito adotado na presente análise tem suas coordenadas nodais referidas a um sistema de eixos globais X - Y - Z e a ele está associado um sistema de eixos locais x - y - z . O eixo local x tem o eixo coincidindo com a linha que passa pelos centróides das seções transversais das extremidades do elemento, enquanto os eixos y e z são inicialmente paralelos às direções principais da seção transversal.

Em qualquer configuração, a posição, no espaço, de cada ponto nodal é definida pelas translações dos mesmos ao longo das direções X , Y e Z . No entanto, após a deformação, as seções transversais nas extremidades do elemento normalmente não permanecem paralelas entre si, e seria necessária a adoção de eixos locais transversais,

com direções diferentes em cada extremidade do elemento, para definir o sistema local x - y - z .

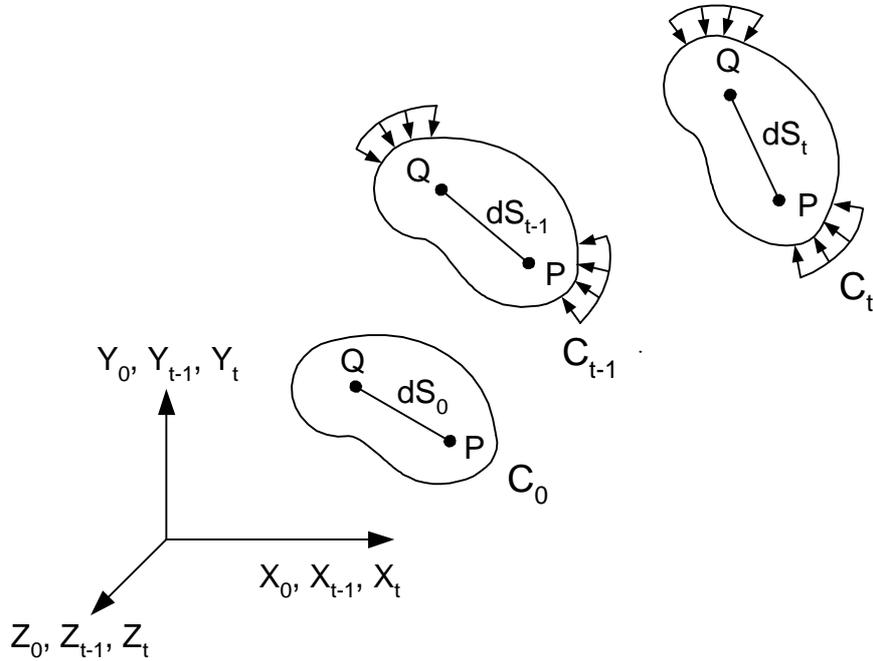


Figura 4.2 – Movimento de um corpo no espaço tridimensional

Uma aproximação de razoável precisão é considerar os eixos locais do elemento y e z como paralelos às direções principais de uma seção transversal média do elemento. Em cada etapa da análise, para a determinação da posição de uma seção média do elemento, é preciso atualizar, apropriadamente, as rotações ocorridas nas extremidades do elemento e para isto é adotada a abordagem proposta por ORAN (1973).

Nessa abordagem, a orientação dessas seções das extremidades, após a deformação, é descrita por meio de três vetores unitários, orientados segundo as direções normal e principais da seção transversal, em cada extremidade do elemento, conforme indicado na Figura 4.4. Dispondo os cossenos diretores desses vetores nas colunas de uma matriz 3×3 , define-se a matriz $[p^{(i)}]$, chamada de *matriz de orientação da seção extrema*, onde o superescrito i ($i = 1, 2$) indica a extremidade tomada:

$$[p^{(i)}] = \left[\begin{array}{c} \{p_1^{(i)}\} \\ \{p_2^{(i)}\} \\ \{p_3^{(i)}\} \end{array} \right]. \quad (4.1)$$

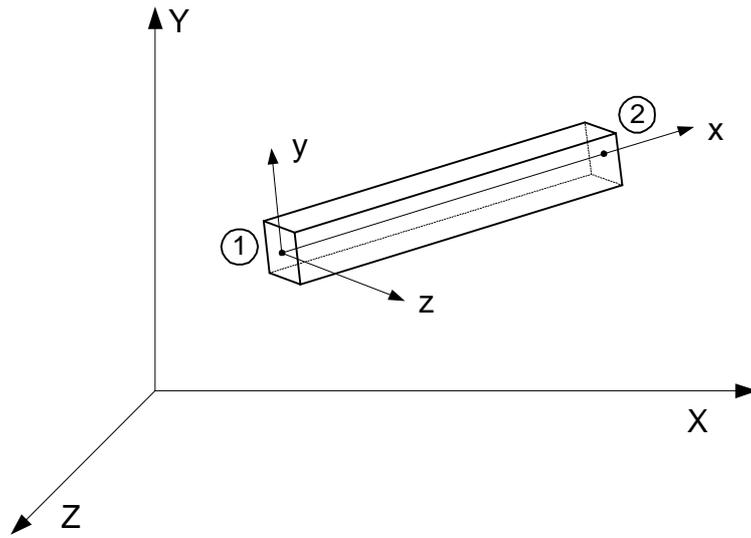


Figura 4.3 – Elemento adotado, associado a sistemas de eixos locais e globais

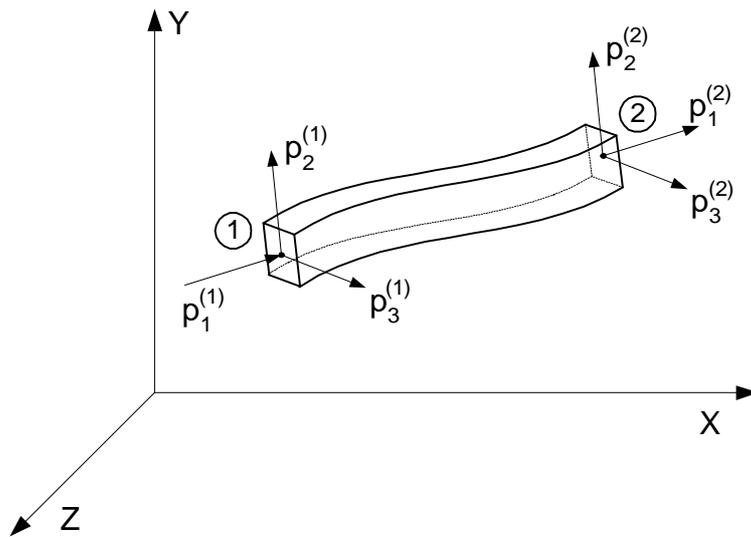


Figura 4.4 – Direções normais e principais de cada seção

Para definir a orientação de cada nó deformado, admita-se agora um sistema de eixos $\bar{x}-\bar{y}-\bar{z}$, definido por meio de três vetores unitários, mutuamente perpendiculares entre si e rigidamente conectados ao nó. Por conveniência, esses vetores são inicialmente tomados como paralelos aos eixos globais, conforme indicado na Figura 4.5. Dispondo os cossenos diretores desses vetores, em relação ao sistema de eixos global em colunas, numa matriz 3×3 , define-se a matriz $[\beta^{(i)}]$, chamada de *matriz de*

orientação do nó, onde o superescrito i indica o nó tomado. Como os eixos do sistema de eixos $\bar{x}-\bar{y}-\bar{z}$ são inicialmente paralelos aos respectivos eixos X, Y e Z do sistema global, a matriz $[\beta^{(i)}]$ de cada nó é inicialmente dada por uma matriz identidade.

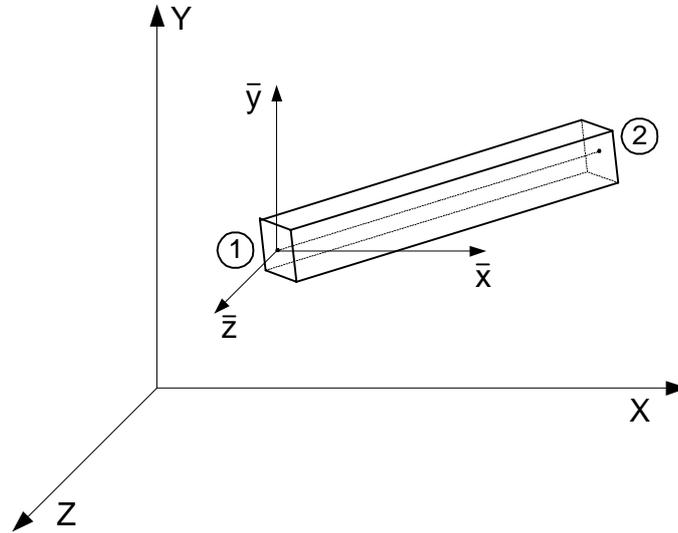


Figura 4.5 – Eixo de referência inicial em uma das extremidades do elemento.

Por definição, a matriz de rotação do elemento, de coordenadas locais $x-y-z$ para coordenadas globais $X-Y-Z$, tem em suas linhas os cossenos diretores dos eixos $x-y-z$ em relação aos eixos $X-Y-Z$. De forma análoga, a rotação de coordenadas $\bar{x}-\bar{y}-\bar{z}$ para coordenadas $X-Y-Z$ é dada pela matriz que contém em suas linhas os cossenos diretores dos eixos $\bar{x}-\bar{y}-\bar{z}$ em relação aos eixos $X-Y-Z$. Essa matriz corresponde à transposta da matriz $[\beta^{(i)}]$, onde os cossenos diretores estão dispostos em colunas.

Assim como os vetores unitários que definem $[\beta^{(i)}]$, as seções das extremidades são rigidamente conectadas aos respectivos nós. Dessa forma, o uso da matriz $[\beta^{(i)}]$ como matriz de rotação, atualizada para uma configuração deformada qualquer C_t , aplicada sobre os vetores de $[p^{(i)}]$ na configuração inicial conduz à obtenção desses vetores nessa configuração C_t , referidos ao sistema global $X-Y-Z$:

$$\left[\left\{ p_1^{(i)} \right\} \quad \left\{ p_2^{(i)} \right\} \quad \left\{ p_3^{(i)} \right\} \right]_t = [\beta^{(i)}]_t \left[\left\{ p_1^{(i)} \right\} \quad \left\{ p_2^{(i)} \right\} \quad \left\{ p_3^{(i)} \right\} \right]_0. \quad (4.2)$$

Na configuração indeformada, as linhas da matriz de rotação $[r]$ contêm os componentes dos vetores de $[p^{(i)}]$, referidos ao sistema de eixos $\bar{x}-\bar{y}-\bar{z}$, ou seja

$$([r]_0)^T = [p^{(i)}]_0, \quad (4.3)$$

onde $[r]_0$ é a matriz de rotação do elemento na configuração indeformada e o superescrito T indica transposto.

A substituição de (4.3) em (4.2) leva a

$$[p^{(i)}]_t = [\beta^{(i)}]_t ([r]_0)^T. \quad (4.4)$$

A matriz de rotação inicial $[r]_0$ de um elemento espacial, cujo eixo local x não seja paralelo ao eixo global Y , é dada por (GERE & WEAVER, 1965)

$$[r]_0 = \begin{bmatrix} c_x & c_y & c_z \\ \frac{-c_x c_y \cos \alpha - c_z \sin \alpha}{\sqrt{c_x^2 + c_z^2}} & \sqrt{c_x^2 + c_z^2} \cos \alpha & \frac{-c_y c_z \cos \alpha + c_x \sin \alpha}{\sqrt{c_x^2 + c_z^2}} \\ \frac{c_x c_y \sin \alpha - c_z \cos \alpha}{\sqrt{c_x^2 + c_z^2}} & \sqrt{c_x^2 + c_z^2} \sin \alpha & \frac{c_y c_z \sin \alpha + c_x \sin \alpha}{\sqrt{c_x^2 + c_z^2}} \end{bmatrix}, \quad (4.5)$$

onde

c_x, c_y e c_z = cossenos diretores do eixo local x com relação aos eixos globais X, Y e Z .

α = menor ângulo formado entre o plano formado pelos eixos x e Y (Figura 4.6) e o eixo principal y da seção transversal do elemento. O ângulo α tem sinal positivo, se o giro do plano xY para o eixo y for anti-horário.

No caso em que o eixo local x do elemento seja inicialmente paralelo ao eixo global Y , o ângulo α é determinado conforme indicado na Figura 4.7 e a matriz de rotação inicial é dada por (GERE & WEAVER, 1965)

$$[r]_0 = \begin{bmatrix} 0 & c_y & 0 \\ -c_y \cos \alpha & 0 & \sin \alpha \\ c_y \sin \alpha & 0 & \cos \alpha \end{bmatrix}, \quad (4.6)$$

onde c_y vale +1, se a extremidade 2 do elemento estiver acima da extremidade 1 e, em caso contrário, vale -1.

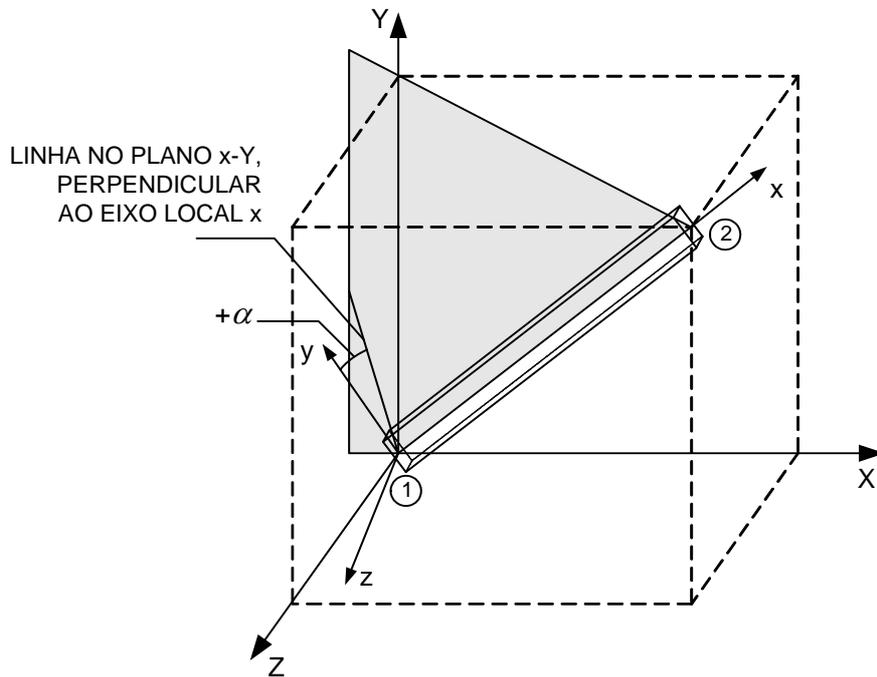


Figura 4.6 – Determinação do ângulo α da seção

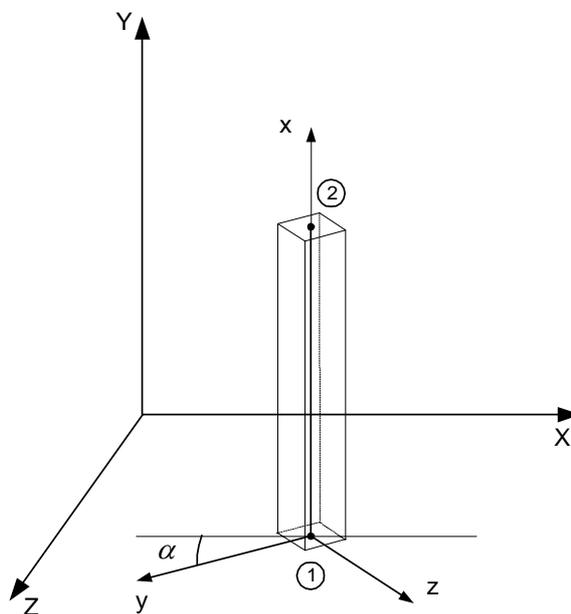


Figura 4.7 – Ângulo α para o caso de elemento com eixo local x paralelo ao eixo global Y

A fim de determinar a forma como a matriz $[\beta^{(i)}]$ é atualizada a cada mudança de configuração, admita-se que ao passar da configuração C_{t-1} para a configuração C_t , os

eixos \bar{x} , \bar{y} e \bar{z} sofram pequenos incrementos de rotações $\Delta\omega_x$, $\Delta\omega_y$ e $\Delta\omega_z$ em torno dos respectivos eixos globais X , Y e Z . Nesse caso, verifica-se que nessa nova configuração C_t os cossenos diretores dos eixos \bar{x} , \bar{y} e \bar{z} são dados por (MARQUES, 1990):

Eixo \bar{x} :

$$\beta_{11} + \beta_{31}\Delta\omega_y - \beta_{21}\Delta\omega_z, \quad \beta_{21} + \beta_{31}\Delta\omega_x + \beta_{11}\Delta\omega_z, \quad \beta_{31} + \beta_{21}\Delta\omega_x - \beta_{11}\Delta\omega_y; \quad (4.7a)$$

Eixo \bar{y} :

$$\beta_{12} + \beta_{32}\Delta\omega_y - \beta_{22}\Delta\omega_z, \quad \beta_{22} + \beta_{32}\Delta\omega_x + \beta_{12}\Delta\omega_z, \quad \beta_{32} + \beta_{22}\Delta\omega_x - \beta_{12}\Delta\omega_y; \quad (4.7b)$$

Eixo \bar{z} :

$$\beta_{13} + \beta_{33}\Delta\omega_y - \beta_{23}\Delta\omega_z, \quad \beta_{23} + \beta_{33}\Delta\omega_x + \beta_{13}\Delta\omega_z, \quad \beta_{33} + \beta_{23}\Delta\omega_x - \beta_{13}\Delta\omega_y, \quad (4.7c)$$

onde β_{kl} ($k, l = 1, 2, 3$) são os termos da matriz $[\beta^{(i)}]$ na configuração C_{t-1} .

Expressando $[\beta^{(i)}]$ para a configuração C_{t-1} na forma matricial, tem-se

$$[\beta^{(i)}]_t = \begin{bmatrix} \beta_{11} + \beta_{31}\Delta\omega_y - \beta_{21}\Delta\omega_z & \beta_{12} + \beta_{32}\Delta\omega_y - \beta_{22}\Delta\omega_z & \beta_{13} + \beta_{33}\Delta\omega_y - \beta_{23}\Delta\omega_z \\ \beta_{21} + \beta_{31}\Delta\omega_x + \beta_{11}\Delta\omega_z & \beta_{22} + \beta_{32}\Delta\omega_x + \beta_{12}\Delta\omega_z & \beta_{23} + \beta_{33}\Delta\omega_x + \beta_{13}\Delta\omega_z \\ \beta_{31} + \beta_{21}\Delta\omega_x - \beta_{11}\Delta\omega_y & \beta_{32} + \beta_{22}\Delta\omega_x - \beta_{12}\Delta\omega_y & \beta_{33} + \beta_{23}\Delta\omega_x - \beta_{13}\Delta\omega_y \end{bmatrix}, \quad (4.8)$$

que, decomposto em partes, fica

$$[\beta^{(i)}]_t = \begin{bmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} & \beta_{13} \\ \beta_{21} & \beta_{22} & \beta_{23} \\ \beta_{31} & \beta_{32} & \beta_{33} \end{bmatrix}_{t-1} + \begin{bmatrix} 0 & -\Delta\omega_z & \Delta\omega_y \\ \Delta\omega_z & 0 & \Delta\omega_x \\ -\Delta\omega_y & \Delta\omega_x & 0 \end{bmatrix}_t \begin{bmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} & \beta_{13} \\ \beta_{21} & \beta_{22} & \beta_{23} \\ \beta_{31} & \beta_{32} & \beta_{33} \end{bmatrix}_{t-1}. \quad (4.9)$$

Definindo a *matriz de incrementos de rotações do nó i, em coordenadas globais*

$$[\Delta\omega^{(i)}]_t = \begin{bmatrix} 0 & -\Delta\omega_z & \Delta\omega_y \\ \Delta\omega_z & 0 & \Delta\omega_x \\ -\Delta\omega_y & \Delta\omega_x & 0 \end{bmatrix}_t, \quad (4.10)$$

pode-se escrever

$$[\beta^{(i)}]_t = [\beta^{(i)}]_{t-1} + [\Delta\omega^{(i)}]_t [\beta^{(i)}]_{t-1}. \quad (4.11)$$

Para determinar na configuração C_{t-1} os giros de flexão e de torção em cada extremidade do elemento, subtraídos das rotações de corpo rígido, considere-se, nessa configuração, o vetor unitário $\{r_1\}_t$, paralelo ao eixo local x , conforme mostrado na Figura 4.8. Os cossenos diretores de $\{r_1\}_t$ são calculados por meio das coordenadas dos pontos nodais do elemento e correspondem, por definição, à primeira linha da matriz de rotação do elemento, $[r]_t$.

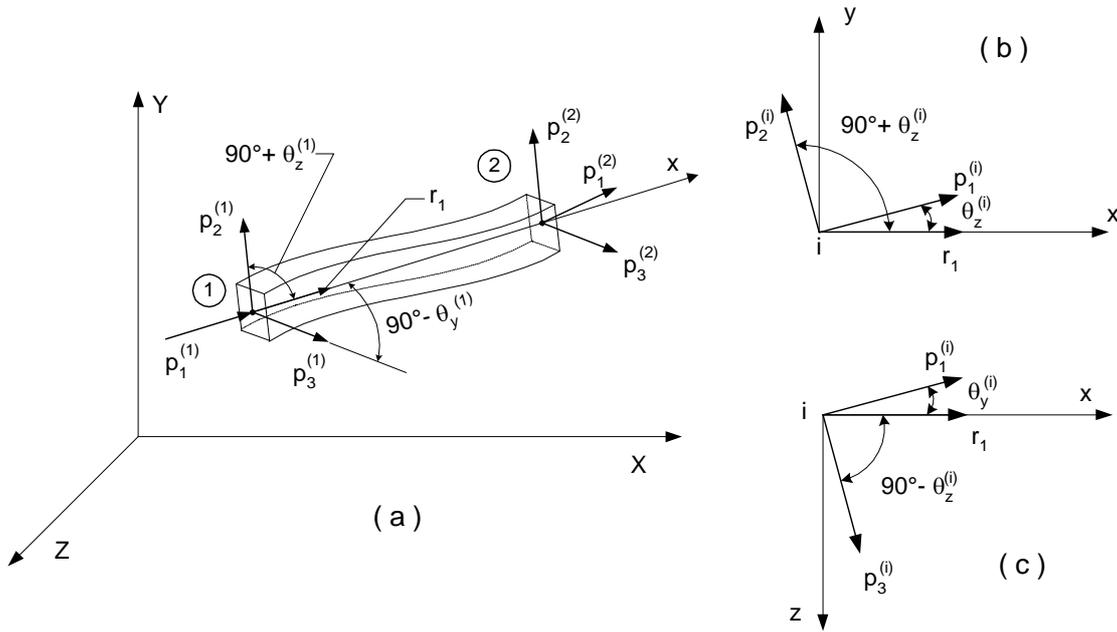


Figura 4.8 – Giros numa das extremidades de um elemento.

Observando-se na Figura 4.8 os vetores unitários e os giros na extremidade 1 do elemento, pode-se escrever

$$\{p_1^{(1)}\}^T \{r_1\} = \cos\theta_z^{(1)} \cong 1, \quad (4.12a)$$

$$\{p_2^{(1)}\}^T \{r_1\} = \cos(90^\circ + \theta_z^{(1)}) = -\text{sen}\theta_z^{(1)} \cong -\theta_z^{(1)}, \quad (4.12b)$$

$$\{p_3^{(1)}\}^T \{r_1\} = \cos(90^\circ - \theta_y^{(1)}) = \text{sen}\theta_y^{(1)} \cong -\theta_y^{(1)}, \quad (4.12c)$$

onde $\theta_y^{(1)}$ e $\theta_z^{(1)}$ correspondem, respectivamente, aos giros de flexão em torno dos eixos locais y e z, descontados da rotação de corpo rígido. As equações em (4.12) podem ainda ser escritas como

$$[P^{(1)}]_t^T [r_1]_t = \begin{Bmatrix} 1 \\ -\theta_z^{(1)} \\ \theta_y^{(1)} \end{Bmatrix}. \quad (4.13)$$

De forma análoga, tem-se para a extremidade 2 do elemento

$$[P^{(2)}]_t^T [r_1]_t = \begin{Bmatrix} 1 \\ -\theta_z^{(2)} \\ \theta_y^{(2)} \end{Bmatrix}. \quad (4.14)$$

Para um giro de torção θ_x positivo, entre as seções transversais das extremidades do elemento, tem-se, conforme indicado na Figura 4.9,

$$\{P_3^{(1)}\}^T \{P_2^{(2)}\} = \cos(90^\circ - \theta_x) = -\text{sen}(-\theta_x) \cong \theta_x. \quad (4.15)$$

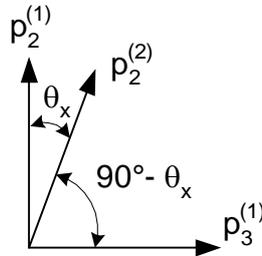


Figura 4.9 – Giro de torção entre as extremidades 1 e 2 do elemento

Uma vez que na configuração C_t o comprimento do elemento L_t é facilmente determinado por meio das coordenadas nodais atualizadas, o deslocamento entre as extremidades do elemento u_x é dado por

$$u_x = L_t - L_0, \quad (4.16)$$

onde L_0 é o comprimento do elemento na configuração indeformada.

As equações (4.13), (4.14), (4.15) e (4.16) caracterizam, numa dada configuração C_t o estado de deformações no elemento, subtraídas das rotações de corpo rígido, definindo o chamado *vetor de deformações naturais do elemento*, escrito como

$$\{u_n\}_t^T = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ \theta_y^{(1)} \ \theta_z^{(1)} \ u_x \ 0 \ 0 \ \theta_x \ \theta_y^{(2)} \ \theta_z^{(2)}]. \quad (4.17)$$

Conforme mostrado na Figura 4.8 (b) e (c), os cossenos diretores dos eixos locais x , y e z , com relação às direções definidas por $\{p_1^{(i)}\}$, $\{p_2^{(i)}\}$ e $\{p_3^{(i)}\}$, são dados de forma aproximada por

$$\text{Eixo } x: \quad 1, -\theta_z^{(i)}, \theta_y^{(i)} \quad (4.18a)$$

$$\text{Eixo } y: \quad \theta_z^{(i)}, 1, 0 \quad (4.18b)$$

$$\text{Eixo } z: \quad -\theta_y^{(i)}, 0, 1 \quad (4.18c)$$

Dispondo esses cossenos diretores nas colunas de uma matriz, tem-se

$$[q^{(i)}]_t = \begin{bmatrix} 1 & \theta_z^{(i)} & -\theta_y^{(i)} \\ -\theta_z^{(i)} & 1 & 0 \\ \theta_y^{(i)} & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (4.19)$$

Lembrando que a matriz $[p^{(i)}]$ tem em suas colunas os cossenos diretores de $\{p_1^{(i)}\}$, $\{p_2^{(i)}\}$ e $\{p_3^{(i)}\}$ em relação aos eixos globais X , Y e Z , o produto $[p^{(i)}][q^{(i)}]$ resulta numa matriz, cujas colunas contêm os cossenos diretores de x , y e z , referidos em relação ao sistema global X - Y - Z .

Considerando que essa matriz resultante dá, para cada extremidade do elemento, a orientação dos eixos locais em relação ao sistema de eixos globais, a matriz de rotação do elemento pode ser obtida, de forma aproximada, pela média dos resultados obtidos nessas extremidades:

$$[r]_t^T = \frac{1}{2}[p^{(1)}]_t[q^{(1)}]_t + \frac{1}{2}[p^{(2)}]_t[q^{(2)}]_t. \quad (4.20)$$

4.5 MATRIZ DE RIGIDEZ DO ELEMENTO

Conforme indicado na Figura 4.10, a cada nó da extremidade do elemento adotado estão associadas três translações e três rotações, resultando num vetor de deslocamentos com doze graus de liberdade (Figura 4.11):

$$\{u\} = [u^{(1)} \quad v^{(1)} \quad w^{(1)} \quad \varphi^{(1)} \quad \chi^{(1)} \quad \psi^{(1)} \quad u^{(2)} \quad v^{(2)} \quad w^{(2)} \quad \varphi^{(2)} \quad \chi^{(2)} \quad \psi^{(2)}]^T. \quad (4.21)$$

A cada grau de liberdade estão associadas forças nodais dadas por

$$\{f\} = [N^{(1)} \quad Q_y^{(1)} \quad Q_z^{(1)} \quad M_x^{(1)} \quad M_y^{(1)} \quad M_z^{(1)} \quad N^{(2)} \quad Q_y^{(2)} \quad Q_z^{(2)} \quad M_x^{(2)} \quad M_y^{(2)} \quad M_z^{(2)}]^T. \quad (4.22)$$

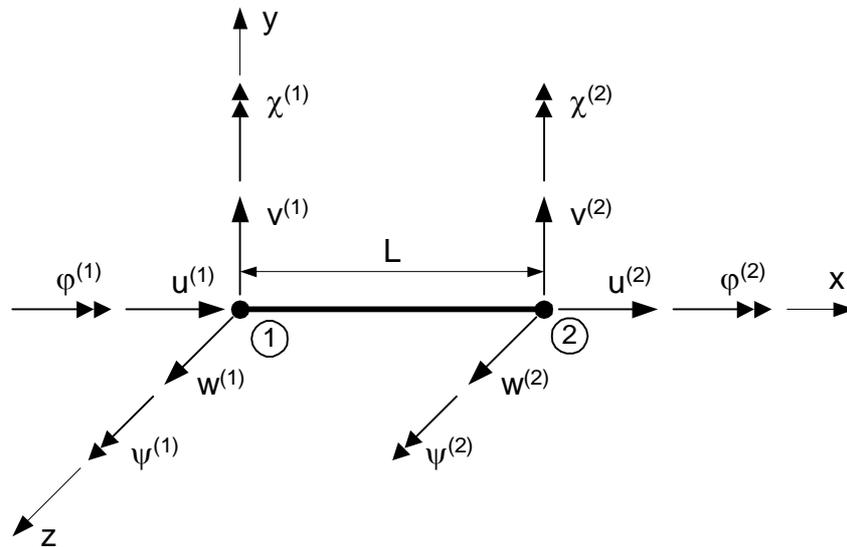


Figura 4.10 – Graus de liberdade nodais associados ao elemento de viga tridimensional adotado

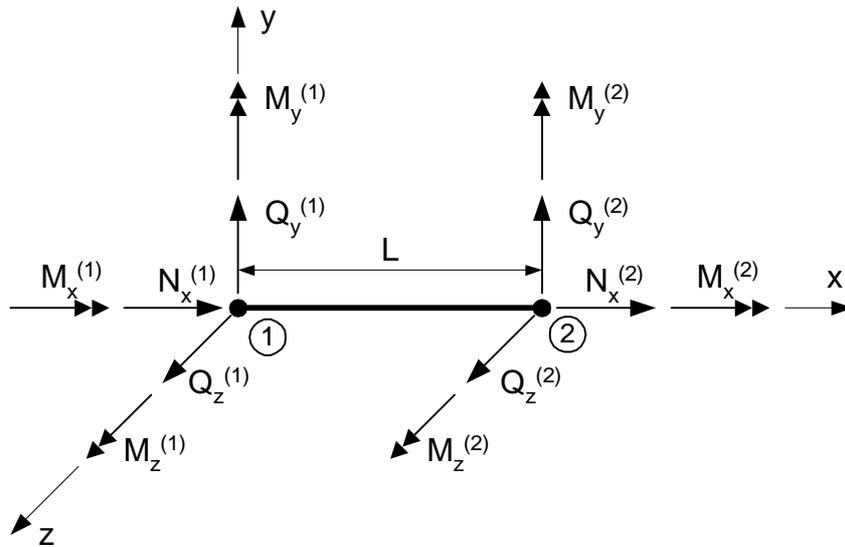


Figura 4.11 – Forças nodais associadas ao elemento de viga tridimensional adotado

A matriz de rigidez do elemento pode ser obtida via princípio dos trabalhos virtuais, expresso pela equação

$$\int_V \{\delta\varepsilon\}^T \{\sigma\} dV = \{\delta u\}^T \{f\}, \quad (4.23)$$

onde $\{\delta\varepsilon\}$ é o vetor de deformações virtuais, cinematicamente compatíveis com os deslocamentos nodais virtuais do vetor $\{\delta u\}$ e $\{\sigma\}$ o vetor de tensões estaticamente compatíveis com as forças nodais em $\{f\}$ (v., por exemplo, ZIENKIEWICZ & TAYLOR, 1989).

Tratando-se de deslocamentos finitos, usualmente, o vetor de deformações é dividido da forma

$$\{\varepsilon\} = \{\varepsilon_L\} + \{\varepsilon_Q\}, \quad (4.24)$$

onde $\{\varepsilon_L\}$ contém os termos lineares dos componentes de deformação, enquanto $\{\varepsilon_Q\}$ contém os termos quadráticos.

Adotando funções de interpolação adequadas, os deslocamentos no elemento são descritos em termos dos valores nodais. Agrupando essas funções de interpolação apropriadamente nas matrizes $[A]$ e $[B]$, as partes lineares e quadráticas do vetor de deformações são, então, expressas pelas relações matriciais

$$\{\varepsilon_L\} = [A]\{u\} \quad (4.25)$$

e

$$\{\varepsilon_{Qij}\} = \frac{1}{2}\{u\}^T [B_{ij}]\{u\}, \quad (4.26)$$

onde $\{\varepsilon_{Qij}\}$ representa a parte quadrática da componente de deformação relacionada com as direções i e j . As equações (4.25) e (4.26) resultam no vetor de deformações da forma

$$\{\varepsilon_{ij}\} = [A]\{u\} + \frac{1}{2}\{u\}^T [B_{ij}]\{u\}, \quad (4.27)$$

de onde se obtém a expressão das deformações virtuais dada por

$$\{\delta\varepsilon_{ij}\} = [A]\{\delta u\} + \{u\}^T [B_{ij}]\{\delta u\}. \quad (4.28)$$

A relação entre a tensão e a deformação é dada pela matriz constitutiva $[C]$:

$$\{\sigma\} = [C]\{\varepsilon\}. \quad (4.29)$$

A substituição da expressão para o vetor de deformações virtuais em (4.28) e da relação constitutiva em (4.29) na equação do princípio dos trabalhos virtuais permite obter a equação de equilíbrio da forma

$$([k_L] + [k_G])\{u\} = \{f\}, \quad (4.30)$$

onde $[k_L]$ e $[k_G]$ são, respectivamente, as matrizes de rigidez linear e geométrica do elemento, dadas por

$$[k_L] = \int_V [A]^T [C][A] dV \quad (4.31)$$

e

$$[k_G] = \int_V \left(\sigma_{xx} [B_{xx}] + 2\sigma_{xy} [B_{xy}] + 2\sigma_{xz} [B_{xz}] \right) dV. \quad (4.32)$$

Para a aplicação, de forma correta, do princípio dos trabalhos virtuais na derivação da matriz de rigidez geométrica, é necessária a definição precisa das rotações e momentos que compõem os vetores $\{u\}$ e $\{f\}$, uma vez que é preciso haver

compatibilidade estática entre as ações nodais e as tensões internas. A formulação apresentada tem aplicação direta, quando o vetor de deslocamentos tem apenas translações ou rotações ao redor de um único eixo fixo, como no caso de elementos de viga no plano.

No entanto, no caso de elementos de viga dotados de graus de liberdade rotacionais ao redor de diferentes eixos no espaço tridimensional, a aplicação do princípio dos trabalhos virtuais exige uma análise mais cuidadosa. Levando-se em conta que as tensões atuantes em uma dada seção transversal a acompanham, quando a mesma sofre uma rotação finita, a orientação e a intensidade de um dado momento resultante dessas tensões mudam por efeito dessas rotações.

ZIEGLER (1977) e ARGYRIS *et al.* (1978), estudando o comportamento de momentos sob rotações finitas, concluíram que os momentos de flexão e de torção, resultantes das tensões em uma seção transversal de um elemento de viga espacial, comportam-se como momentos *quasetangenciais* e *semitangenciais*, respectivamente. A representação de tais momentos é mostrada na Figura 4.12 e na Figura 4.13. Na torção analisada, os efeitos do empenamento da seção não são considerados, conforme dito anteriormente, no item que trata das simplificações assumidas.

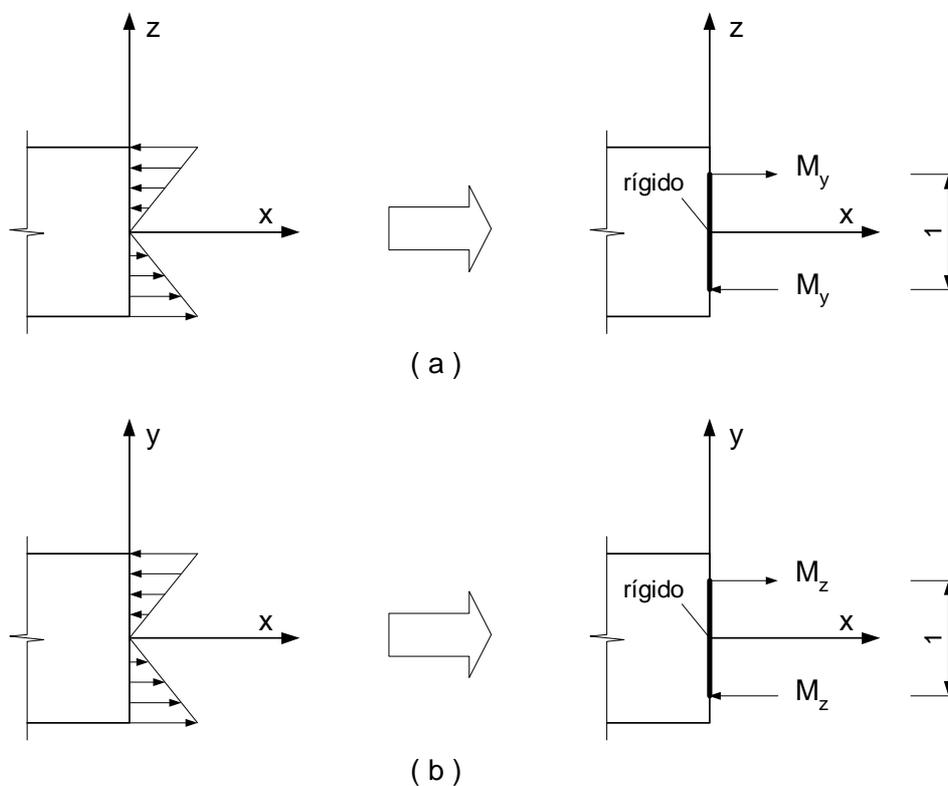


Figura 4.12 – Momentos fletores quasetangenciais: (a) M_y ; (b) M_z

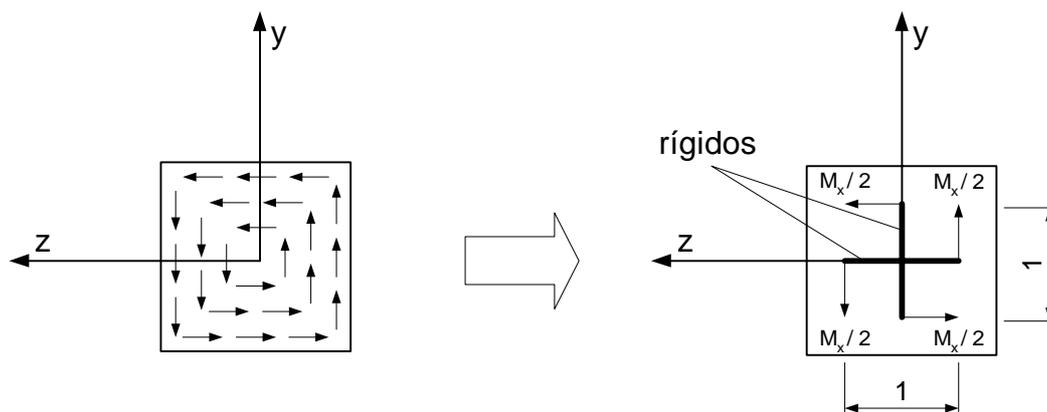


Figura 4.13 – Momento de torção semitangencial

Como se pode notar na Figura 4.12, o momento quasetangencial é gerado por um binário, cujas forças apresentam direção e intensidade fixas e são aplicadas sobre um braço de alavanca rígido. O momento semitangencial, mostrado na Figura 4.13, é gerado por um conjunto plano de dois binários com braços de alavanca rígidos e ortogonais, e com forças de mesma intensidade e direções fixas.

Uma análise em elementos finitos com rotações finitas, em que são levados em conta diferentes comportamentos para momentos de flexão e de torção, mostra-se inadequada. Por exemplo, no caso de dois elementos de viga que formam um ângulo reto entre si, a torção em um dos elementos provoca a flexão no outro elemento, levando a resultados diferentes para cada elemento, numa extremidade em comum.

Assim, para a aplicação prática da formulação, é necessário estabelecer um modelo único de comportamento para os momentos de flexão e de torção. Argyris (ARGYRIS *et al.*, 1979) propôs um modelo em que os momentos quasetangenciais são substituídos por momentos de comportamento semitangencial. Conforme mostrado a seguir, essa abordagem conduz à dedução de uma matriz de rigidez geométrica para o elemento de viga espacial, baseada somente em momentos e rotações semitangenciais. Essa matriz de rigidez permite contornar os problemas decorrentes de um modelo com comportamentos diferentes para os momentos, podendo ser aplicada de forma satisfatória na análise de pórticos espaciais.

Seguindo a formulação apresentada por ARGYRIS *et al.* (1979), os momentos fletores quasetangenciais, modificados por rotações finitas, são dados pelas seguintes expressões:

$$\begin{bmatrix} M_y^q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_y^0 \end{bmatrix} + M_y \begin{bmatrix} \lambda_y^q \end{bmatrix} [\varphi]; \quad \begin{bmatrix} M_z^q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_z^0 \end{bmatrix} + M_z \begin{bmatrix} \lambda_z^q \end{bmatrix} [\varphi], \quad (4.33)$$

onde $[M_y^0]$ e $[M_z^0]$ são os momentos fletores iniciais, em torno dos eixos y e z, respectivamente, expressos de forma matricial por

$$[M_y^0] = [0 \quad M_y \quad 0]; \quad [M_z^0] = [0 \quad 0 \quad M_z], \quad (4.34)$$

e $[\varphi]$ é a matriz que reúne as rotações finitas em torno dos eixos x, y e z, sofridas pela seção transversal:

$$[\varphi] = [\varphi \quad \chi \quad \psi]. \quad (4.35)$$

A natureza quasetangencial dos momentos é caracterizada pelas matrizes

$$[\lambda_y^q] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad [\lambda_z^q] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (4.36)$$

Usando matrizes da forma acima, pode-se formular uma relação matricial como nas equações em (4.33), que seja válida para os momentos semitangenciais $[M_y^s]$ e $[M_z^s]$:

$$[M_y^s] = [M_y^0] + M_y [\lambda_y^s] [\varphi]; \quad [M_z^s] = [M_z^0] + M_z [\lambda_z^s] [\varphi]; \quad (4.37)$$

com

$$[\lambda_y^s] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1/2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1/2 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad [\lambda_z^s] = \begin{bmatrix} 0 & 1/2 & 0 \\ -1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (4.38)$$

Resolvendo-se as equações em (4.37) para $[M_y^0]$ e $[M_z^0]$, respectivamente, e substituindo-se as expressões resultantes em (4.33), obtém-se as relações seguintes, entre os momentos quasetangenciais e semitangenciais

$$[M_y^q] = [M_y^s] + M_y [\lambda_y^{qs}] [\varphi]; \quad [M_z^q] = [M_z^s] + M_z [\lambda_z^{qs}] [\varphi]; \quad (4.39)$$

onde

$$[\lambda_y^{qs}] = [\lambda_y^q] - [\lambda_y^s] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1/2 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad [\lambda_z^{qs}] = [\lambda_z^q] - [\lambda_z^s] = \begin{bmatrix} 0 & -1/2 & 0 \\ -1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (4.40)$$

As equações em (4.39) estabelecem relações que permitem a substituição dos momentos quasetangenciais $[M_y^q]$ e $[M_z^q]$ pelos semitangenciais $[M_y^s]$ e $[M_z^s]$, em consonância com sua correção aditiva, proporcional às rotações em $[\varphi]$.

Essa substituição também é possível para o vetor de forças no elemento $\{f\}$. Introduzindo um novo vetor de forças $\{f^s\}$, baseado em momentos puramente semitangenciais, pode-se escrever

$$\{f\} = \{f^s\} + [k_M]\{u\}, \quad (4.41)$$

onde $\{u\}$ é o vetor de deslocamentos nodais do elemento e $[k_M]$ uma matriz simétrica de ordem 12×12 , dada por

$$[k_M] = \begin{bmatrix} [0]_{3 \times 12} \\ [k]_{3 \times 12} \\ [0]_{3 \times 12} \\ [k]_{3 \times 12} \end{bmatrix}, \quad (4.42)$$

na qual $[0]_{3 \times 12}$ representa uma matriz nula de ordem 3×12 e $[k]_{3 \times 12}$ é uma matriz de mesma ordem, dada por

$$[k]_{3 \times 12} = \left[[0]_{3 \times 3} \mid M_y^{(1)} [\lambda_y^{qs}] + M_z^{(1)} [\lambda_z^{qs}] \mid [0]_{3 \times 3} \mid M_y^{(2)} [\lambda_y^{qs}] + M_z^{(2)} [\lambda_z^{qs}] \right]. \quad (4.43)$$

A substituição da expressão para o vetor de forças no elemento, dada em (4.41) na equação não-linear de equilíbrio em (4.30), resulta em

$$([k_L] + [k_G])\{u\} = \{f^s\} + [k_M]\{u\}. \quad (4.44)$$

Rearranjando a expressão, fica

$$([k_L] + [k_G] - [k_M])\{u\} = \{f^s\}. \quad (4.45)$$

As matrizes $[k_G]$ e $[k_M]$ podem ser combinadas para formar a matriz $[k_G^s]$, dada por

$$[k_G^s] = [k_G] - [k_M]. \quad (4.46)$$

A matriz $[k_G^s]$, dada pela equação (4.46), é a matriz de rigidez geométrica, baseada somente em momentos e rotações semitangenciais. Essa matriz, cujos termos

são dados na equação (4.49) a seguir, é adotada no presente trabalho, para análise de estruturas de barras espaciais, juntamente com a matriz de rigidez linear convencional, dados na equação (4.48). O uso dessa matriz permite evitar a integração numérica no seu cálculo, poupando esforço computacional.

Para a análise com rótulas plásticas, a matriz de rigidez tangente corresponde, na fase elástica, à soma das matrizes $[k_L]$ e $[k_G^s]$. Caso haja formação de rótulas, modificações são introduzidas na matriz linear $[k_L]$, para refletir a mudança na rigidez, conforme demonstrado em seção adiante.

Para os termos que aparecem nas equações (4.48) e (4.49) a seguir, usou-se a seguinte notação:

I_y, I_z = momentos de inércia da seção transversal, segundo os eixos principais da seção y e z , respectivamente.

J_t = constante de torção da seção transversal do elemento.

A_x = área da seção transversal do elemento.

L = comprimento do elemento.

E = módulo de elasticidade.

G = módulo de elasticidade transversal.

I_p = momento polar de inércia, dado por:

$$I_p = I_y + I_z$$

P_{Ni} = forças naturais do elemento, dadas por:

$$\begin{aligned} P_{N1} &= (N^{(2)} - N^{(1)})/2; & P_{N4} &= (M_y^{(2)} - M_y^{(1)})/2; \\ P_{N2} &= (M_z^{(1)} - M_z^{(2)})/2; & P_{N5} &= (-M_y^{(2)} - M_y^{(1)})/2; \\ P_{N3} &= (M_z^{(1)} + M_z^{(2)})/2; & P_{N6} &= (M_x^{(2)} - M_x^{(1)})/2. \end{aligned} \quad (4.47)$$

$$[k_L] = \begin{bmatrix}
 EA/L & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 12EI_z/L^3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6EI_z/L^2 \\
 & 12EI_y/L^3 & 0 & -6EI_y/L^2 & 0 & \\
 & & GJ_t/L & 0 & 0 & \\
 & & & 4EI_y/L & 0 & \\
 & & & & 4EI_z/L & \\
 \\
 \text{Simétrico} & & & & & \\
 \\
 -EA/L & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & -12EI_z/L^3 & 0 & 0 & 0 & 6EI_z/L^2 \\
 0 & 0 & -12EI_y/L^3 & 0 & -6EI_y/L^2 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & -GJ_t/L & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 6EI_y/L^2 & 0 & 2EI_y/L^2 & 0 \\
 0 & -6EI_z/L^2 & 0 & 0 & 0 & 2EI_z/L \\
 EA/L & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 & 12EI_z/L^3 & 0 & 0 & 0 & -6EI_z/L^2 \\
 & & 12EI_y/L^3 & 0 & 6EI_y/L^2 & 0 \\
 & & & -GJ_t/L & 0 & 0 \\
 & & & & 4EI_y/L & 0 \\
 & & & & & 4EI_z/L
 \end{bmatrix}$$

(4.48)

$[k_G]=$

0	$\frac{2}{L^2}P_{N3}$	$\frac{2}{L^2}P_{N5}$	0	0	0
	$\frac{6}{5L}P_{N1}$	0	$-\frac{1}{L}(P_{N4} + P_{N5})$	$\frac{1}{L}P_{N6}$	$\frac{1}{10}P_{N1}$
		$\frac{6}{5L}P_{N1}$	$\frac{1}{L}(P_{N2} + P_{N3})$	$-\frac{1}{10}P_{N1}$	$\frac{1}{L}P_{N6}$
			$\frac{I_p}{AL}P_{N1}$	$-\frac{1}{2}P_{N2} - \frac{1}{6}P_{N3}$	$-\frac{1}{2}P_{N4} - \frac{1}{6}P_{N5}$
				$\frac{2L}{15}P_{N1}$	0
					$\frac{2L}{15}P_{N1}$
Simétrico					
0	$-\frac{2}{L^2}P_{N3}$	$-\frac{2}{L^2}P_{N5}$	0	0	0
$-\frac{2}{L^2}P_{N3}$	$-\frac{6}{5L}P_{N1}$	0	$\frac{1}{L}(P_{N4} - P_{N5})$	$-\frac{1}{L}P_{N6}$	$\frac{1}{10}P_{N1}$
$-\frac{2}{L^2}P_{N5}$	0	$-\frac{6}{5L}P_{N1}$	$-\frac{1}{L}(P_{N2} - P_{N3})$	$-\frac{1}{10}P_{N1}$	$-\frac{1}{L}P_{N6}$
0	$\frac{1}{L}(P_{N4} + P_{N5})$	$-\frac{1}{L}(P_{N2} + P_{N3})$	$\frac{I_p}{AL}P_{N1}$	$-\frac{1}{3}P_{N3}$	$-\frac{1}{3}P_{N5}$
0	$-\frac{1}{L}P_{N6}$	$\frac{1}{10}P_{N1}$	$-\frac{1}{3}P_{N3}$	$-\frac{L}{30}P_{N1}$	$\frac{1}{2}P_{N6}$
0	$-\frac{1}{10}P_{N1}$	$-\frac{1}{L}P_{N6}$	$-\frac{1}{3}P_{N5}$	$-\frac{1}{2}P_{N6}$	$-\frac{L}{30}P_{N1}$
0	$\frac{2}{L^2}P_{N3}$	$\frac{2}{L^2}P_{N5}$	0	0	0
	$\frac{6}{5L}P_{N1}$	0	$-\frac{1}{L}(P_{N4} - P_{N5})$	$-\frac{1}{L}P_{N6}$	$-\frac{1}{10}P_{N1}$
		$\frac{6}{5L}P_{N1}$	$\frac{1}{L}(P_{N2} - P_{N3})$	$\frac{1}{10}P_{N1}$	$\frac{1}{L}P_{N6}$
			$\frac{I_p}{AL}P_{N1}$	$\frac{1}{2}P_{N2} - \frac{1}{6}P_{N3}$	$\frac{1}{2}P_{N4} - \frac{1}{6}P_{N5}$
				$\frac{2L}{15}P_{N1}$	0
					$\frac{2L}{15}P_{N1}$

(4.49)

4.6 CRITÉRIOS DE ESCOAMENTO

Na Teoria da Plasticidade, o *critério de escoamento* constitui-se numa lei que define o limite de comportamento elástico do material, sob qualquer possível combinação de tensões. A expressão analítica dessa lei define a chamada *superfície de escoamento*, normalmente dada por uma função da forma

$$F(\sigma_{ij}, h_{ij}, \kappa) = 0, \quad (4.50)$$

onde σ_{ij} representa o estado de tensões do material, h_{ij} é um conjunto de parâmetros relacionados com a história das deformações, e κ é uma função de h_{ij} .

Para o caso de um material elasto-plástico perfeito, com os efeitos da fluência tomados de forma implícita, como o adotado na presente análise, os parâmetros que dependem da história da deformação são nulos e o critério de escoamento toma a forma

$$F(\sigma_{ij}, \kappa) = 0, \quad (4.51)$$

com κ assumindo um valor constante.

Conforme mostrado na seção 1.2, o aumento da temperatura afeta os parâmetros do material. No caso de metais, experimentos sugerem que essa variação dos parâmetros, com o aumento da temperatura, provoca o encolhimento da superfície de escoamento (HINTON, 1992). Dessa forma, para a análise com incrementos térmicos, o critério de escoamento deve ser estendido para levar em conta a dependência da temperatura, assumindo a forma

$$F(\sigma_{ij}, \kappa, T) = 0, \quad (4.52)$$

onde T é a temperatura.

Uma rótula plástica forma-se numa seção transversal, quando todos os seus pontos satisfazem ao critério de escoamento. Pode-se, de forma análoga, adotar uma relação a ser cumprida pelos esforços internos, de forma que toda a seção se plastifique, formando uma rótula. Esse critério de plastificação, baseado em esforços internos, é de uso mais apropriado para a análise baseada em rótulas plásticas aqui adotada, uma vez que as resultantes de tensões são calculadas nas extremidades das barras, locais onde se admite a formação de rótulas plásticas. Considerando o modelo usado para o material, com influência térmica, a função de plastificação toma a forma geral

$$\psi(N_x, Q_y, Q_z, M_x, M_y, M_z, T) = 0 \quad (4.53)$$

Desprezando os efeitos da força cortante e do momento de torção, o que não implica perda de generalidade, uma vez que estes efeitos podem ser levados em consideração facilmente, pode-se expressar a função de plastificação da forma

$$\psi(n, m_y, m_z) = 0, \quad (4.54)$$

onde

$n = N_x / N_{px}$ é a razão entre a força normal e a força normal de plastificação.

$m_y = M_y / M_{py}$ é a razão entre o momento fletor, segundo o eixo de menor inércia, e o momento de plastificação, segundo esse eixo.

$m_z = M_z / M_{pz}$ é a razão entre o momento fletor, segundo o eixo de maior inércia, e o momento de plastificação, segundo esse eixo.

O efeito da temperatura é tomado no cálculo dos parâmetros N_{px} , M_{py} , M_{pz} , representantes dos esforços que, atuando individualmente, plastificam a seção, sendo calculados da forma

$$N_p = k_{y,T} \cdot f_y \cdot A, \quad (4.55)$$

$$M_{py} = k_{y,T} \cdot f_y \cdot W_{pl,y}, \quad (4.56)$$

$$M_{pz} = k_{y,T} \cdot f_y \cdot W_{pl,z}, \quad (4.57)$$

onde $k_{y,T}$ é o fator de redução do limite de escoamento (ABNT, 1999, CEN, 1995b), f_y a resistência de escoamento a 20°C, A a área da seção, e $W_{pl,y}$ e $W_{pl,z}$ os módulos plásticos da seção, segundo os eixos locais y e z , respectivamente.

A equação proposta para a função de plastificação assume formas diferentes, conforme a geometria da seção transversal, de forma a refletir o processo de formação da rótula na mesma. Para seção transversal I, Kim (KIM *et al.* 2001) propôs a seguinte função de plastificação, baseada na norma do *American Institute of Steel Construction* (AISC, 1994):

$$\psi = \begin{cases} n + \frac{8}{9}m_y + \frac{8}{9}m_z & \text{para } n \geq \frac{2}{9}m_y + \frac{2}{9}m_z \\ \frac{1}{2}n + m_y + m_z & \text{para } n < \frac{2}{9}m_y + \frac{2}{9}m_z \end{cases} \quad (4.58)$$

Usando a função de plastificação da forma como indicada na equação (4.58), a resistência plástica da seção é atingida quando o valor de ψ atinge a unidade, ou seja, a rótula forma-se quando se tem

$$\psi(n, m_y, m_z) = 1. \quad (4.59)$$

A representação gráfica da função de plastificação de Kim é mostrada na Figura 4.14.

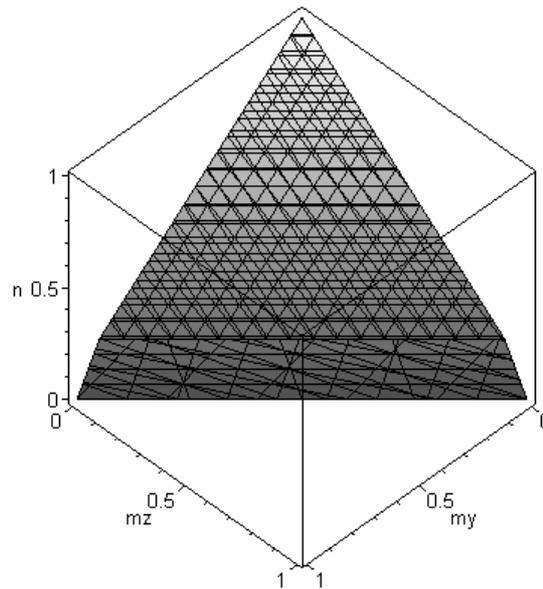


Figura 4.14 – Superfície de plastificação de Kim

Uma função de plastificação alternativa é a proposta por Orbison (ORBISON, McGUIRE & ABEL, 1982), dada por

$$\psi = 1.15n^2 + m_z^2 + m_y^4 + 3.67n^2m_z^2 + 3.0n^6m_y^2 + 4.65m_z^4m_y^2 = 1, \quad (4.60)$$

cuja representação gráfica é indicada na Figura 4.15.

Além das funções de plastificação dadas nas equações (4.58) e (4.60), outras funções podem ser facilmente implementadas no programa, cobrindo outros tipos de seção transversal.

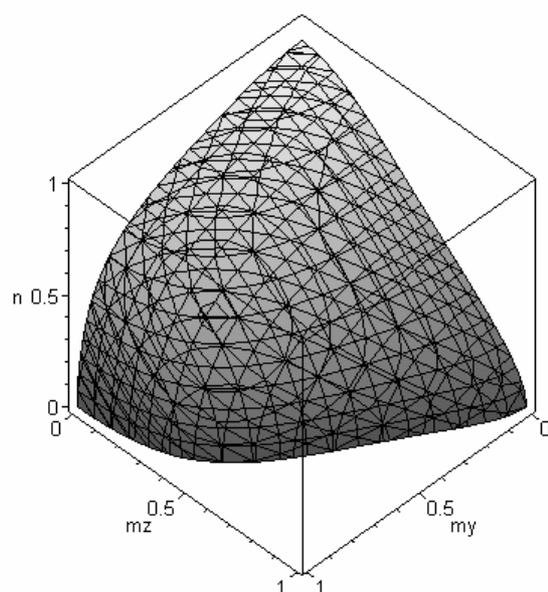


Figura 4.15 – Superfície de plastificação de Orbison

4.7 APROXIMAÇÃO DOS EFEITOS DA PLASTICIDADE DISTRIBUÍDA

Elementos sujeitos a um esforço axial elevado, conjugado com momentos fletores baixos, como, por exemplo, no caso de elementos em pórticos com comportamento predominante de treliça ou em pórticos de edifícios altos, podem exibir uma distribuição considerável da plastificação antes que ocorra falha (CHEN & SOHAL, 1995).

O método de rótulas plásticas convencional não permite simular, de forma adequada, a formação e a expansão gradual da plastificação no elemento, uma vez que se assume que o elemento tem comportamento elástico, com rigidez plena, até que a rótula plástica se forme. Dessa forma, nos casos em que há uma distribuição significativa da plastificação no volume do elemento, a abordagem convencional tende a superestimar a capacidade da estrutura, especialmente em pórticos de pequena redundância, onde o comportamento no estado limite é dominado pela resposta de poucos elementos.

Os efeitos da plasticidade distribuída podem ser simulados de forma simplificada e sem exigir um esforço computacional elevado, por meio de uma redução gradual na rigidez do elemento, na medida em que os esforços se aproximem da capacidade plástica da seção, conforme detalhado a seguir.

4.7.1 O conceito do módulo tangente

Além da força axial, a formação da plastificação no elemento é influenciada, também, pelos efeitos das imperfeições iniciais e das tensões residuais existentes no elemento (CHEN & SOHAL, 1995). A fim de levar em conta a plastificação gradual ao longo do elemento, devido a esses efeitos, o conceito do módulo tangente é usado. Nessa abordagem, o módulo de elasticidade E , usado no cálculo da matriz de rigidez linear do elemento, é substituído pelo módulo tangente efetivo, dado por

$$E_t = \tau_1 E, \quad (4.61)$$

onde τ_1 é o fator de redução de rigidez do material, expresso por (LIEW *et al.*, 1993)

$$\tau_1 = \begin{cases} 1.0 & \text{para } n \leq 0.39 \\ -2.7243 n \ln(n) & \text{para } n > 0.39 \end{cases} \quad (4.62)$$

com n denotando a razão entre a força normal e a força normal de plastificação: $n = N_x / N_{px}$. A equação (4.62), cuja representação gráfica é mostrada na Figura 4.16, é baseada no procedimento de redução de rigidez no cálculo inelástico de pilares segundo norma do AISC (AISC, 1994) e inclui, de forma implícita, os efeitos de tensões residuais, bem como os efeitos das imperfeições iniciais no elemento.

A influência do aumento da temperatura no módulo tangente é considerada pelo uso do fator de redução da resistência de escoamento $k_{y,T}$ no cálculo da força normal de plastificação, conforme indicado na equação (4.55).

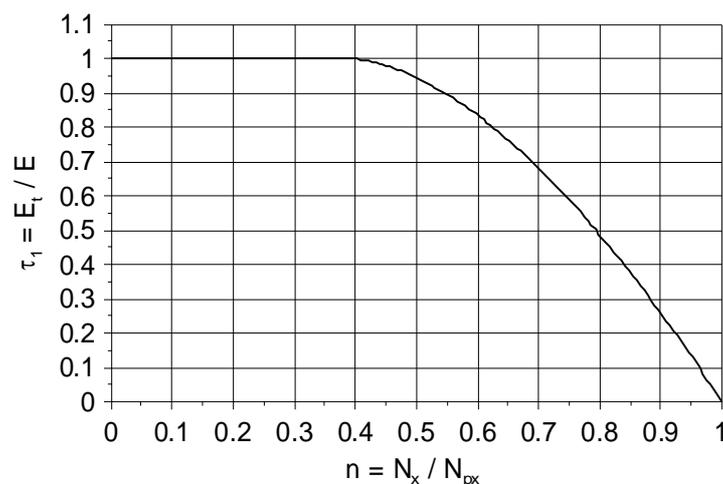


Figura 4.16 – Fator de redução da rigidez τ_1

4.7.2 Degradação progressiva da rigidez

Enquanto o módulo tangente é apropriado para elementos sujeitos à carga axial pura, para os casos de elementos com carga axial e momento fletor combinados, uma estratégia adicional é necessária para simular a degradação progressiva da rigidez, na formação da rótula na extremidade do elemento. Assim, um novo fator de redução da rigidez do material τ_2 é usado, dado pela expressão (KIM *et al.*, 2001)

$$\tau_2 = \begin{cases} 1.0 & \text{para } \psi \leq 0.5 \\ 4\psi(1-\psi) & \text{para } \psi > 0.5 \end{cases} \quad (4.63)$$

na qual o termo ψ é o valor da função de plastificação da seção. O uso do fator τ_2 , cuja curva é mostrada na Figura 4.17, multiplicando os termos da matriz de rigidez, permite reduzir gradualmente a rigidez à flexão do elemento, à medida em que a função de plastificação assume o valor unitário, ou seja, à medida em que os esforços na extremidade se aproximam da resistência plástica da seção.

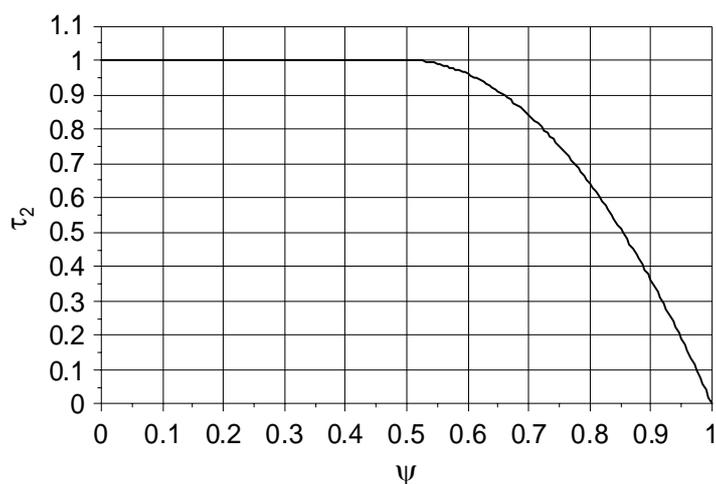


Figura 4.17 – Fator de redução da rigidez τ_2

Como o momento fletor pode variar ao longo do elemento, com valores diferentes em cada extremidade, o fator de redução τ_2 deve ser calculado para cada nó, resultando nos fatores $\tau_2^{(1)}$ e $\tau_2^{(2)}$, referentes aos extremos 1 e 2, respectivamente.

Visando levar em conta, da forma apropriada, a influência dos fatores $\tau_2^{(1)}$ e $\tau_2^{(2)}$ nos termos da matriz de rigidez linear do elemento, foi assumida uma variação linear do módulo de elasticidade ao longo do comprimento do elemento, conforme proposto por ZIEMIAN & MCGUIRE (2002):

$$E(x) = \left[\left(1 - \frac{x}{L} \right) \tau_2^{(1)} + \frac{x}{L} \tau_2^{(2)} \right] E. \quad (4.64)$$

Notando que as rigidezes à flexão, segundo os eixos y e z , são desacopladas, os termos relacionados à flexão na matriz de rigidez linear podem ser dados por (YANG & KUO, 1994)

$$[k_{flexão}] = \int_0^L E(x) I_y [N_w'']^T [N_w''] dx + \int_0^L E(x) I_z [N_v'']^T [N_v''] dx, \quad (4.65)$$

com

$$[N_v''] = \left[0 \left| \frac{12x}{L^3} - \frac{6}{L^2} \right| 0 \left| 0 \right| 0 \left| \frac{6x}{L^2} - \frac{4}{L} \right| 0 \left| -\left(\frac{12x}{L^3} - \frac{6}{L^2} \right) \right| 0 \left| 0 \right| 0 \left| \frac{6x}{L^2} - \frac{2}{L} \right| \right], \quad (4.66)$$

$$[N_w''] = \left[0 \left| 0 \right| \frac{12x}{L^3} - \frac{6}{L^2} \left| 0 \right| -\left(\frac{6x}{L^2} - \frac{4}{L} \right) \left| 0 \right| 0 \left| 0 \right| -\left(\frac{12x}{L^3} - \frac{6}{L^2} \right) \left| 0 \right| -\left(\frac{6x}{L^2} - \frac{2}{L} \right) \left| 0 \right| \right]. \quad (4.67)$$

Substituindo-se $E(x)$ da equação (4.64) em (4.65) e realizando-se a integração, obtém-se a parte referente à flexão da matriz de rigidez linear, com a influência do parâmetro de redução gradual da rigidez $\tau_2^{(i)}$ ($i = 1, 2$). Substituindo-se os termos encontrados na matriz de rigidez linear, a nova matriz fica com os termos da parte triangular superior como segue:

$$k_{L(1,1)} = -k_{L(1,7)} = k_{L(7,7)} = EA/L, \quad (4.68a)$$

$$k_{L(2,2)} = -k_{L(2,8)} = k_{L(8,8)} = \frac{6EI_z (\tau_2^{(1)} + \tau_2^{(2)})}{L^3}, \quad (4.68b)$$

$$k_{L(2,6)} = k_{L(2,12)} = -k_{L(6,8)} = -k_{L(8,12)} = \frac{2EI_z (2\tau_2^{(1)} + \tau_2^{(2)})}{L^2}, \quad (4.68c)$$

$$k_{L(2,12)} = -k_{L(8,12)} = \frac{2EI_z (\tau_2^{(1)} + 2\tau_2^{(2)})}{L^2}, \quad (4.68d)$$

$$k_{L(3,3)} = k_{L(2,9)} = k_{L(9,9)} = \frac{6EI_y (\tau_2^{(1)} + \tau_2^{(2)})}{L^3}, \quad (4.68e)$$

$$k_{L(3,5)} = -k_{L(5,9)} = -\frac{2EI_y (2\tau_2^{(1)} + \tau_2^{(2)})}{L^2}, \quad (4.68f)$$

$$k_{L(3,11)} = -k_{L(11,9)} = -\frac{2EI_y (\tau_2^{(1)} + 2\tau_2^{(2)})}{L^2}, \quad (4.68g)$$

$$k_{L(4,4)} = -k_{L(4,10)} = k_{L(10,10)} = GJ_t/L, \quad (4.68h)$$

$$k_{L(5,5)} = \frac{EI_y (3\tau_2^{(1)} + \tau_2^{(2)})}{L}, \quad (4.68i)$$

$$k_{L(5,11)} = \frac{EI_y (\tau_2^{(1)} + \tau_2^{(2)})}{L}, \quad (4.68j)$$

$$k_{L(6,6)} = \frac{EI_z (3\tau_2^{(1)} + \tau_2^{(2)})}{L}, \quad (4.68k)$$

$$k_{L(6,12)} = \frac{EI_z (\tau_2^{(1)} + \tau_2^{(2)})}{L}, \quad (4.68l)$$

$$k_{L(11,11)} = \frac{EI_y (\tau_2^{(1)} + 3\tau_2^{(2)})}{L}, \quad (4.68m)$$

$$k_{L(12,12)} = \frac{EI_z (\tau_2^{(1)} + 3\tau_2^{(2)})}{L}. \quad (4.68n)$$

Assim como no conceito do módulo tangente, no cálculo do fator de redução da rigidez τ_2 , a influência da elevação da temperatura é levada em conta no cálculo dos esforços de plastificação N_{px} , M_{py} , M_{pz} , dados pelas equações (4.55), (4.56) e (4.57), usados no cálculo da função de plastificação.

Para elementos sujeitos a elevação térmica, além dos fatores de redução de rigidez do material τ_1 ou τ_2 , o fator de redução do módulo de elasticidade $k_{E,T}$, recomendado pelo Eurocode 3 (CEN, 1995b) e pela NBR 14323 (ABNT, 1999), é usado.

4.8 DETERMINAÇÃO DO VETOR DE FORÇAS INTERNAS INCLUINDO OS EFEITOS DA TEMPERATURA

O procedimento aqui apresentado segue abordagem usada na plasticidade incremental (v., por exemplo, LUBLINER, 1990), adaptada para o caso de pórticos sujeitos a carregamento mecânico e variações térmicas.

Conforme mostrado, a degradação das propriedades do material devido ao aumento da temperatura traz influências na superfície de plastificação. Assim, a função que representa a superfície de plastificação pode ser expressa da forma

$$\psi(\{f_{\text{int}}\}, T) = 0, \quad (4.69)$$

onde $\{f_{\text{int}}\}$ é o vetor das resultantes de tensões nas extremidades do elemento, chamado de *vetor de esforços internos*, e T a temperatura.

Durante as deformações plásticas, as resultantes das tensões devem permanecer na superfície de plastificação, o que é dado pela chamada *condição de consistência*, expressa matematicamente por

$$d\psi = \left(\frac{\partial \psi}{\partial \{f_{\text{int}}\}} \right)^T \{\Delta f_{\text{int}}\} + \frac{\partial \psi}{\partial T} \Delta T = 0, \quad (4.70)$$

onde $\partial \psi / \partial \{f_{\text{int}}\} = \{b\}$ é o vetor gradiente da função de plastificação.

A relação elástica entre a tensão e a deformação é dada por

$$\{\sigma\} = [C] \{\varepsilon_{el}\}, \quad (4.71)$$

onde $\{\sigma\}$ é o vetor de tensões, $\{\varepsilon_{el}\}$ o vetor de deformações elásticas, e $[C]$ a matriz constitutiva, dependente da temperatura.

Considerando-se os efeitos provocados por variações térmicas, os incrementos de tensões podem ser expressos em termos dos incrementos de temperatura e dos incrementos de deformações elásticas, da forma

$$\{\Delta \sigma\} = [C] \{\Delta \varepsilon_{el}\} + \frac{\partial}{\partial T} [C] \Delta T \{\varepsilon_{el}\}. \quad (4.72)$$

De forma análoga, o incremento de esforços internos pode ser dado da forma

$$\{\Delta f_{\text{int}}\} = [k]\{\Delta u_{el}\} + \frac{\partial}{\partial T}[k]\Delta T\{u_{el}\}. \quad (4.73)$$

O incremento total de deslocamentos no elemento pode ser decomposto da forma

$$\{\Delta u\} = \{\Delta u_{el}\} + \{\Delta u_{pl}\} + \{\Delta u_{th}\}, \quad (4.74)$$

onde $\{\Delta u_{el}\}$, $\{\Delta u_{pl}\}$ e $\{\Delta u_{th}\}$ representam, respectivamente, as parcelas elástica, plástica e por dilatação térmica do incremento total.

De acordo com a *regra da normalidade*, os incrementos de deslocamentos plásticos são assumidos como normais à superfície de plastificação, o que é dado matematicamente por

$$\{\Delta u_{pl}\} = \Delta\Lambda \frac{\partial \psi}{\partial \{f_{\text{int}}\}} = \Delta\Lambda \{b\}, \quad (4.75)$$

onde $\Delta\Lambda$ é um escalar positivo, denominado *constante de plastificação*.

Substituindo-se a equação (4.75) em (4.74) e levando-se a expressão obtida para $\{\Delta u_{el}\}$ em (4.73), resulta em

$$\{\Delta f_{\text{int}}\} = [k](\{\Delta u\} - \Delta\Lambda \{b\} - \{\Delta u_{th}\}) + \frac{\partial}{\partial T}[k]\Delta T\{u_{el}\}. \quad (4.76)$$

Substituindo-se a expressão para $\{\Delta f_{\text{int}}\}$ em (4.70), leva a

$$d\psi = \{b\}^T \left\{ [k](\{\Delta u\} - \Delta\Lambda \{b\} - \{\Delta u_{th}\}) + \frac{\partial}{\partial T}[k]\Delta T\{u_{el}\} \right\} + \frac{\partial \psi}{\partial T}\Delta T = 0, \quad (4.77)$$

ou

$$\begin{aligned} & \{b\}^T [k]\{\Delta u\} - \Delta\Lambda \{b\}^T [k]\{b\} - \{b\}^T [k]\{\Delta u_{th}\} + \\ & \{b\}^T \frac{\partial}{\partial T}[k]\Delta T\{u_{el}\} + \frac{\partial \psi}{\partial T}\Delta T = 0 \end{aligned} \quad (4.78)$$

De onde se tira

$$\Delta\Lambda = \frac{\{b\}^T [k](\{\Delta u\} - \{\Delta u_{th}\}) + \{b\}^T \frac{\partial}{\partial T}[k]\{u_{el}\}\Delta T + \frac{\partial \psi}{\partial T}\Delta T}{\{b\}^T [k]\{b\}} \quad (4.79)$$

Substituindo-se a expressão de $\Delta\Lambda$ em (4.76), obtém-se

$$\begin{aligned} \{\Delta f_{\text{int}}\} &= [k] (\{\Delta u\} - \{\Delta u_{th}\}) + \frac{\partial [k]}{\partial T} \Delta T \{u_{el}\} \\ &= \frac{[k] \{b\} \{b\}^T [k] (\{\Delta u_{tot}\} - \{\Delta u_{th}\}) + [k] \{b\} \{b\}^T \frac{\partial}{\partial T} [k] \{u_{el}\} \Delta T + [k] \{b\} \frac{\partial \psi}{\partial T} \Delta T}{\{b\}^T [k] \{b\}}. \end{aligned} \quad (4.80)$$

Fazendo

$$[k_{ep}] = [k] - \frac{[k] \{b\} \{b\}^T [k]}{\{b\}^T [k] \{b\}} \quad (4.81)$$

a expressão para a força interna pode finalmente ser escrita como

$$\begin{aligned} \{\Delta f_{\text{int}}\} &= [k_{ep}] (\{\Delta u\} - \{\Delta u_{th}\}) + \frac{\partial [k]}{\partial T} \Delta T \{u_{el}\} \\ &= \frac{[k] \{b\} \{b\}^T \frac{\partial}{\partial T} [k] \{u_{el}\} \Delta T}{\{b\}^T [k] \{b\}} - \frac{[k] \{b\} \frac{\partial \psi}{\partial T} \Delta T}{\{b\}^T [k] \{b\}}. \end{aligned} \quad (4.82)$$

A matriz $[k_{ep}]$ indicada na equação (4.81) corresponde à matriz de rigidez elastoplástica do elemento e reflete as modificações introduzidas na matriz elástica, de forma a representar as mudanças na rigidez, provocadas pela formação das rótulas plásticas. As modificações na matriz elástica são determinadas pelo vetor gradiente da superfície de plastificação $\{b\}$. Conforme a presença de rótulas na extremidade 1 ou 2 do elemento, o vetor $\{b\}$ pode ser escrito como

$$\{b\} = \begin{Bmatrix} \{b^{(1)}\} \\ \{b^{(2)}\} \end{Bmatrix}, \quad (4.83)$$

onde o vetor $\{b^{(i)}\}$, $i = 1, 2$, tem suas componentes nulas antes da formação da rótula e, uma vez que a mesma se forma, é dado por

$$\{b^{(i)}\} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \psi}{\partial N_x^{(i)}} & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial \psi}{\partial M_y^{(i)}} & \frac{\partial \psi}{\partial M_z^{(i)}} \end{bmatrix}^T. \quad (4.84)$$

A equação (4.82) fornece a expressão para o cálculo da variação no vetor de forças internas do elemento, levando em conta os efeitos térmicos como o encolhimento da superfície de plastificação, expansão térmica e perda de rigidez do material. Para a análise somente com incrementos de carga, a expressão é simplificada para

$$\{\Delta f_{\text{int}}\} = [k_{ep}] \{\Delta u\}. \quad (4.85)$$

O vetor de incremento de deslocamentos do elemento, usado no cálculo da força interna, deve ser livre de movimento de corpo rígido, como indicado na equação (4.17), em seção anterior. Para uma dada configuração C_t , o incremento de deslocamentos é dado por

$$\{\Delta u\}_t = \{u\}_t - \{u\}_{t-1}. \quad (4.86)$$

Uma vez que o vetor de forças internas em coordenadas locais de cada elemento é determinado usando a equação (4.82), cada vetor é transformado, passando a referir-se ao sistema de eixos globais X - Y - Z , usando a relação

$$\{f_{\text{int,global}}\} = [r_{\text{elem}}]^T \{f_{\text{int}}\}, \quad (4.87)$$

onde a matriz de transformação de coordenadas locais do elemento para coordenadas globais é dada por

$$[r_{\text{elem}}]_{12 \times 12} = \begin{bmatrix} [r]_{3 \times 3} & & & \\ & [r]_{3 \times 3} & & \\ & & [r]_{3 \times 3} & \\ & & & [r]_{3 \times 3} \end{bmatrix}, \quad (4.88)$$

sendo $[r]$ dado em (4.20).

O vetor de forças internas de toda a estrutura $\{F_{\text{int}}\}$ é, então, montado, considerando-se, nas devidas posições, as contribuições de cada elemento, segundo a conectividade nodal, o que é expresso matematicamente por

$$\{F_{\text{int}}\} = \mathbf{A}_{i=1}^{nelem} \{f_{\text{int,global}}\}, \quad (4.89)$$

onde $nelem$ é o número total de elementos que compõem a estrutura, e \mathbf{A} é o operador de montagem (do termo “assembly”, em inglês) do método dos elemento finitos (HUGHES, 1987).

De forma análoga, a matriz de rigidez da estrutura é montada a partir das matrizes de rigidez de cada elemento, da forma

$$[K] = \sum_{i=1}^{nelem} [k_{global}], \quad (4.90)$$

onde a matriz de rigidez do elemento em coordenadas globais $[k_{global}]$ é obtida a partir da transformação efetuada sobre a matriz em coordenadas locais pela relação

$$[k_{global}] = [r_{elem}]^T [k] [r_{elem}]. \quad (4.91)$$

Maiores detalhes sobre o processo de montagem são dados em textos sobre análise matricial de estruturas ou sobre o método dos elementos finitos (v., por exemplo, ZIENKIEWICZ & TAYLOR, 1989).

4.8 DETALHES COMPUTACIONAIS

Para a análise com incrementos de carga, o método do controle do trabalho foi adotado como estratégia de solução das equações não-lineares. Para a análise com incrementos térmicos, considerou-se a imposição de um carregamento inicial, o qual é mantido constante, e a seguir considerou-se o aquecimento uniforme da estrutura ou de partes da mesma. Nesse caso, o método de Newton-Raphson foi usado, com as devidas adaptações, para levar em conta os efeitos térmicos. Maiores detalhes são dados a seguir.

4.8.1 Método do controle do trabalho

Considerando uma estrutura sujeita a incrementos de cargas no passo incremental i , a equação de equilíbrio, para uso numa dada iteração j , pode ser escrita da forma

$$[K]_{j-1}^i \{\Delta U\}_j^i = \{F_{apl}\}_j^i - \{F_{int}\}_{j-1}^i, \quad (4.92)$$

onde

$$[K]_{j-1}^i = \text{matriz de rigidez da estrutura, baseada na configuração resultante de iteração } j-1;$$

$\{\Delta U\}_j^i =$ vetor de incrementos de deslocamentos na iteração j ;

$\{F_{apl}\}_j^i =$ vetor de forças externas, aplicadas à estrutura, na iteração j ;

$\{F_{int}\}_{j-1}^i =$ vetor de forças internas da estrutura, na iteração anterior, $j-1$.

Pode-se decompor o carregamento externo na iteração j da forma

$$\{F_{apl}\}_j^i = \{F_{apl}\}_{j-1}^i + \Delta\lambda_j^i \{F_{ref}\}, \quad (4.93)$$

onde $\Delta\lambda_j^i$ é o fator de incremento de carga para a iteração j do passo incremental i e $\{F_{ref}\}$ um vetor de carga de referência.

O vetor de forças desbalanceadas na iteração $j-1$ é dado por

$$\{F_{res}\}_{j-1}^i = \{F_{apl}\}_{j-1}^i - \{F_{int}\}_{j-1}^i. \quad (4.94)$$

Resolvendo a equação acima para $\{F_{int}\}_{j-1}^i$ e levando juntamente com a equação (4.93) à equação (4.92), pode-se escrever a equação de equilíbrio da forma

$$[K]_{j-1}^i \{\Delta U\}_j^i = \Delta\lambda_j^i \{F_{ref}\} + \{F_{res}\}_{j-1}^i. \quad (4.95)$$

O vetor de incrementos de deslocamentos pode ser convenientemente dividido em duas partes, da forma

$$\{\Delta U\}_j^i = \Delta\lambda_j^i \{\Delta\bar{U}\} + \{\Delta\bar{\bar{U}}\}, \quad (4.96)$$

onde os incrementos de deslocamentos $\{\Delta\bar{U}\}$ e $\{\Delta\bar{\bar{U}}\}$ são obtidos resolvendo-se os sistemas de equações

$$[K]_{j-1}^i \{\Delta\bar{U}\}_j^i = \{F_{ref}\}, \quad (4.97)$$

$$[K]_{j-1}^i \{\Delta\bar{\bar{U}}\}_j^i = \{F_{res}\}_{j-1}^i. \quad (4.98)$$

O método do controle do trabalho (POWELL & SIMONS, 1981; YANG & KUO, 1994) é baseado na equação

$$\Delta W = \left(\{\Delta U\}_j \right)^T \left(\Delta \lambda_j \{F_{ref}\} \right), \quad (4.99)$$

onde o incremento de trabalho ΔW assume um valor constante no início do processo incremental-iterativo ($j = 0$) e assume valor zero nas iterações seguintes ($j > 0$), de tal forma que, para cada novo incremento de carga imposto à estrutura, um incremento constante de trabalho é produzido.

Como no início de cada incremento o vetor de forças desbalanceadas é nulo, a substituição dessa condição em (4.96), seguida da substituição da expressão resultante em (4.99), leva a

$$\Delta \lambda_0 = \pm \sqrt{\frac{\Delta W}{\{\Delta \bar{U}\}_0^T \{F_{ref}\}}}. \quad (4.100)$$

O sinal de $\Delta \lambda_0$ deve ser escolhido de forma a obter-se uma trajetória de equilíbrio consistente. O cálculo de $\Delta \lambda$ permite a aplicação do método de forma a obter a trajetória de equilíbrio numa variedade de casos, incluindo casos com reversão de deslocamentos ou de cargas.

Para a definição do sinal de $\Delta \lambda_0$ será usado o Parâmetro de Rigidez Generalizado, ou GSP, do termo em inglês “*Generalized Stiffness Parameter*”, o qual é definido por YANG & KUO (1994) como

$$GSP = \frac{\left(\{\Delta \bar{U}\}_0^1 \right)^T \{\Delta \bar{U}\}_0^1}{\left(\{\Delta \bar{U}\}_0^{i-1} \right)^T \{\Delta \bar{U}\}_0^i}. \quad (4.101)$$

O parâmetro GSP apresenta a característica de passar de sinal positivo para negativo em todo ponto limite, permitindo que o sentido do carregamento possa ser controlado. Esse comportamento do parâmetro é atribuído ao fato de que seu sinal é determinado pelos vetores $\{\Delta \bar{U}\}_0^{i-1}$ e $\{\Delta \bar{U}\}_0^i$, que representam vetores tangentes de incrementos consecutivos. O sinal produto escalar desses dois vetores representa o sinal do cosseno do ângulo entre os mesmos, o qual é negativo nos pontos limites, conforme representado na Figura 4.18.

Para as iterações de equilíbrio seguintes, a utilização da condição de incremento de trabalho nulo e substituição de (4.96) em (4.99) leva a

$$\Delta\lambda_j = - \frac{\left\{ \overline{\Delta U} \right\}_j^T \left\{ F_{ref} \right\}}{\left\{ \overline{\Delta U} \right\}_j^T \left\{ F_{ref} \right\}}. \quad (4.102)$$

Uma vez que o fator de incremento de carga é determinado, os incrementos de deslocamentos são obtidos e as coordenadas nodais são atualizadas. As matrizes de orientação dos nós e das seções extremas são também atualizadas, conforme mostrado em seção anterior.

O incremento nas forças internas de cada elemento é calculado usando-se a equação (4.85) e somado ao vetor de forças internas totais do elemento, que, por sua vez, é usado para formar o vetor de forças internas da estrutura. O vetor de forças desbalanceadas da estrutura pode, então, ser calculado, pela diferença entre o vetor de forças nodais aplicadas e o vetor de forças internas.

A convergência do método é atingida, quando a razão entre a norma Euclidiana do vetor de forças desbalanceadas e a norma Euclidiana do vetor de forças aplicadas na estrutura assume um valor menor que uma tolerância adotada, geralmente 1×10^{-3} .

Uma vez que a convergência é atingida, a ativação ou eventual desativação de rótulas é verificada, conforme detalhado em seção a seguir, e as mudanças na matriz de rigidez são introduzidas, caso necessário.

Novos incrementos de carga são, então, introduzidos na estrutura e o procedimento é repetido até que o nível de carregamento requerido seja atingido. Um algoritmo simplificado para o método do controle do trabalho é mostrado no Quadro 4.1.

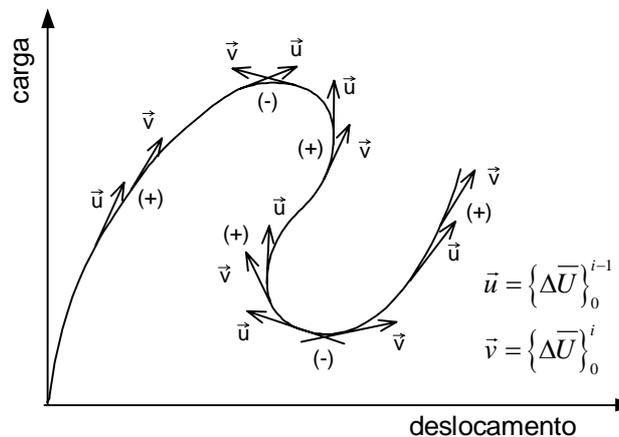


Figura 4.18 – Características do parâmetro GSP

Quadro 4.1 – Algoritmo do Método do Controle do Trabalho

```

Algoritmo {Método do Controle do Trabalho}
  Leia dados da estrutura e  $\{F_{ref}\}$ ,  $\Delta\lambda_{ini}$ ,  $\lambda_{max}$ ,  $ninc_{max}$ 
   $\{F_{apl}\} \leftarrow 0$ ;  $\{U\} \leftarrow 0$ ;  $\lambda \leftarrow 0$ 

   $iinc \leftarrow 0$ 
  repita {Incrementos de carga}
     $iinc \leftarrow iinc + 1$ ;  $iiter \leftarrow 0$ 
    se ((  $iinc > ninc_{max}$  ) ou (  $\lambda > \lambda_{max}$  ))
      | então interrompa
    fim se
    Calcule  $[K]$ 
    Resolva  $\{F_{ref}\} = [K]\{\Delta\bar{U}\}$  e encontre  $\{\Delta\bar{U}\}$ 
    se (  $iinc = 1$  )
      | então  $\Delta W = \{\Delta\bar{U}\}^T \Delta\lambda_{ini} \{F_{ref}\}$ ;  $\{\Delta\bar{U}_{ini}\} \leftarrow \{\Delta\bar{U}\}$ ;  $\{\Delta\bar{U}_{old}\} \leftarrow \{\Delta\bar{U}\}$ ;  $\{\Delta\bar{U}_{aux}\} \leftarrow \{\Delta\bar{U}\}$ 
      |  $GSP \leftarrow 1$ ;  $GSP_{old} \leftarrow 1$ 
      | senão  $\{\Delta\bar{U}_{old}\} \leftarrow \{\Delta\bar{U}\}$ ;  $\{\Delta\bar{U}_{aux}\} \leftarrow \{\Delta\bar{U}\}$ ;
      |  $GSP_{old} \leftarrow GSP$ ;  $GSP \leftarrow \left( \frac{\{\Delta\bar{U}_{ini}\}^T \{\Delta\bar{U}_{ini}\}}{\{\Delta\bar{U}_{old}\}^T \{\Delta\bar{U}\}} \right)$ 
    fim se
     $\Delta\lambda \leftarrow \sqrt{\frac{\Delta W}{\{\Delta\bar{U}\}^T \{F_{ref}\}}}$ 
    se (  $GSP < 0$  e  $GSP_{old} > 0$  )
      | então  $\Delta\lambda \leftarrow -\Delta\lambda$ 
    fim se
     $\lambda \leftarrow \lambda + \Delta\lambda$ ;  $\{F_{apl}\} \leftarrow \lambda \{F_{ref}\}$ ;  $\{U\} \leftarrow \{U\} + \Delta\lambda \{\Delta\bar{U}\}$ 
    Atualize a geometria da estrutura
    repita {Incrementos de equilíbrio}
       $iiter \leftarrow iiter + 1$ 
      Calcule  $\{F_{int}\}$ ;  $\{F_{res}\} \leftarrow \{F_{apl}\} - \{F_{int}\}$ 
      se (  $\|\{F_{res}\}\| / \|\{F_{apl}\}\| < tol$  )
        | então interrompa
      fim se
      Atualize  $[K]$ 
      Resolva  $\{F_{ref}\} = [K]\{\Delta\bar{U}\}$ ,  $\{F_{res}\} = [K]\{\Delta\bar{U}\}$  e encontre  $\{\Delta\bar{U}\}$ ,  $\{\Delta\bar{U}\}$ 
       $\Delta\lambda = -\frac{\{\Delta\bar{U}\}^T \{F_{ref}\}}{\{\Delta\bar{U}\}^T \{F_{ref}\}}$ 
       $\lambda \leftarrow \lambda + \Delta\lambda$ ;  $\{F_{apl}\} \leftarrow \lambda \{F_{ref}\}$ ;  $\{U\} \leftarrow \{U\} + \Delta\lambda \{\Delta\bar{U}\} + \{\Delta\bar{U}\}$ 
      Atualize a geometria da estrutura
    fim repita
    Escreva  $\{F_{apl}\}$ ,  $\{U\}$ 
  fim repita {Incrementos de carga}
fim algoritmo

```

No algoritmo do Quadro 4.1, além dos termos já introduzidos nesse capítulo, usou-se a seguinte notação:

- λ, λ_{max} = fator multiplicador do carregamento e fator multiplicador máximo, respectivamente;
- $\Delta\lambda, \lambda_{ini}$ = fator de incremento de carga e fator de incremento de carga inicial, respectivamente;
- $iinc, ninc_{max}$ = contador de incrementos de carga e número máximo de incrementos de carga, respectivamente;
- $iiter$ = contador de iterações;
- GSP, GSP_{old} = parâmetro de rigidez corrente e parâmetro de rigidez no incremento anterior, respectivamente;
- $\{U\}$ = deslocamento total da estrutura;
- tol = tolerância de convergência admitida.

4.8.2 Verificação da formação ou desativação de rótulas

Ao fim de cada incremento de carga ou de temperatura, quando o critério de convergência é satisfeito, é verificada a formação de novas rótulas ou a desativação de rótulas existentes nas extremidades dos elementos.

A verificação da ocorrência de novas rótulas é feita examinando-se os esforços nas extremidades dos elementos, ainda consideradas elásticas, levando-se em conta os efeitos da temperatura nos esforços de plastificação N_{px}, M_{py}, M_{pz} , conforme indicado em seção anterior.

A verificação da desativação de novas rótulas é feita, para cada extremidade rotulada, pela verificação do sinal da constante de plastificação ΔA , dado pela equação (4.79). Conforme dito anteriormente, quando ocorre um incremento nas deformações plásticas da seção, a constante de plastificação assume um valor positivo. Um sinal negativo para ΔA indica que a seção volta a assumir um comportamento elástico, de forma que a rótula plástica deve ser desativada.

Uma vez que a ativação ou desativação de rótulas é detectada, modificações são introduzidas na matriz de rigidez do elemento, de forma a refletir a mudança.

4.8.3 Controle no afastamento da superfície de plastificação

Uma vez que uma rótula se forma na seção transversal, os esforços devem permanecer na superfície de plastificação, sob pena de violar o critério de plastificação. Conforme ilustrado na Figura 4.19, uma vez que os esforços atuantes na seção atinjam a posição correspondente ao ponto A , um incremento de esforços, respeitando a *condição de normalidade* entre o vetor de tais incrementos e o vetor gradiente da função de plastificação $\{b_A\}$, conduz ao ponto B , o qual não se encontra sobre a superfície de plastificação. Subseqüentes incrementos podem ainda aumentar esse afastamento da superfície de plastificação original, como se o material estivesse sofrendo um processo de endurecimento. Como o material é idealizado como elasto-plástico perfeito, sem encruamento, esse afastamento constitui-se num erro que deve ser minimizado.

Para a redução do afastamento da superfície de plastificação, é adotado no presente trabalho um procedimento previsor-corretor, que consiste nas seguintes etapas (WEN & FARHOOMAN, 1970; ORBISON *et al.*, 1982):

Previsão: Uma vez atingido o ponto A , um novo incremento de esforços é calculado, com base na rigidez da seção estabelecida em termos do vetor gradiente $\{b_A\}$, que conduz ao ponto B , mostrado na Figura 4.19.

Correção: A partir dos valores dos esforços definidos pelo ponto B , um novo vetor gradiente $\{b_B\}$ é calculado. Na seqüência, é determinado um vetor gradiente médio, dado por

$$\{b_M\} = \frac{1}{2}(\{b_A\} + \{b_B\}). \quad (4.103)$$

O vetor de incremento de esforços é, então, recalculado, a partir da rigidez da seção, estabelecida em termos do vetor gradiente médio $\{b_M\}$. Dessa forma, chega-se ao estado de forças representado pelo ponto B' , o qual se encontra mais próximo da superfície de plastificação.

Esse procedimento pode ser repetido várias vezes, em um processo iterativo, de forma a refinar a aproximação da superfície de plastificação. Porém, levando-se em conta os esforços computacionais envolvidos, na presente análise o método é aplicado somente no início do procedimento incremental-iterativo, quando, em geral, os incrementos de esforços são maiores.

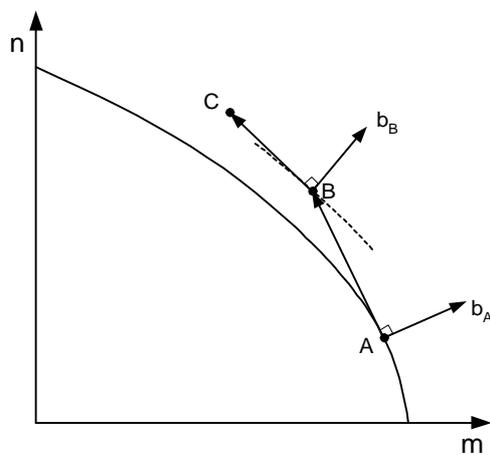


Figura 4.19 – Afastamento da superfície de plastificação

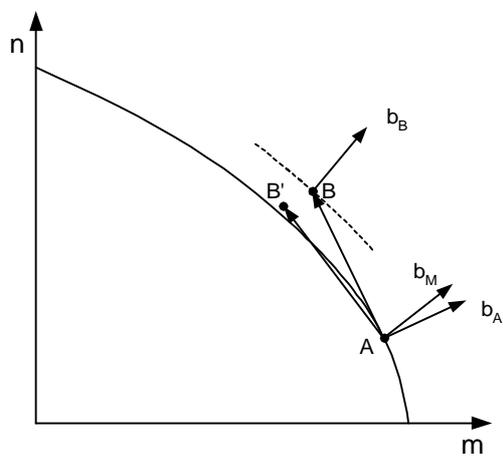


Figura 4.20 – Correção do afastamento da superfície de plastificação

4.8.4 Método de Newton-Raphson

Na análise com incrementos de carga, o método de Newton-Raphson pode ser visto como um caso particular do método do controle do trabalho, no qual, no início do processo incremental-iterativo ($j = 0$), um valor constante predeterminado para $\Delta\lambda_j$ é usado. Nas iterações seguintes ($j > 0$), $\Delta\lambda_j$ tem valor zero. O incremento de carga introduzido produz um desbalanceamento entre as forças aplicadas e as forças internas da estrutura. Nas iterações sucessivas, novos incrementos de deslocamentos são adicionados, até que uma nova posição de equilíbrio seja encontrada. Assim como no método do controle de trabalho mostrado, no fim de cada iteração, a geometria da estrutura, as matrizes de orientação e de rotação e o vetor de forças internas são atualizados.

Para a análise com incrementos térmicos, a estratégia é basicamente a mesma, com a diferença de que a carga mecânica é imposta inicialmente na estrutura e a posição de equilíbrio correspondente é encontrada. Com a carga mantida constante, incrementos de temperatura ΔT são introduzidos na estrutura, ou em partes da mesma. Cada incremento térmico irá produzir uma variação nas forças internas dos elementos, calculadas pela equação (4.82). A variação nas forças internas de cada elemento aquecido é usada para compor o vetor de variação nas forças internas da estrutura. Essa variação nas forças internas produz um desbalanceamento de forças e uma nova posição de equilíbrio deve ser encontrada por meio de iterações sucessivas, usando-se o método de Newton-Raphson como à temperatura ambiente. Um algoritmo simplificado do método é mostrado no Quadro 4.2, a seguir.

Quadro 4.2 – Algoritmo do método de Newton-Raphson com elevação de temperatura

```

Algoritmo {Método de Newton-Raphson para análise com incrementos térmicos}
  Calcule a estrutura para análise com incrementos de carga e mantenha carga
   $T \leftarrow 20$ 
   $iinc \leftarrow 0$ 
  repita {incrementos de temperatura}
     $iinc \leftarrow iinc + 1$ ;  $iiter \leftarrow 0$ 
     $T \leftarrow T + \Delta T$ 
    se ( $T > T_{max}$ )
      | então interrompa os incrementos de temperatura
    fim se
    Calcule  $[K]$ 
    Para cada elemento da estrutura, calcule  $\{ \Delta f_{int}^e \}$  usando equação (4.82),
      some ao vetor de forças internas do elemento e
      monte o vetor de forças internas de da estrutura  $\{ F_{int} \}$ 
     $\{ F_{res} \} \leftarrow \{ F_{apl} \} - \{ F_{int} \}$ 
    Resolva  $\{ F_{res} \} = [K] \{ \Delta \bar{U} \}$  e encontre  $\{ \Delta \bar{U} \}$ 
     $\{ U \} \leftarrow \{ U \} + \{ \Delta \bar{U} \}$ 
    Atualize a geometria da estrutura
    repita {iteração para obtenção do equilíbrio}
       $iiter \leftarrow iiter + 1$ 
      Para cada elemento da estrutura, calcule  $\{ \Delta f_{int}^e \}$  usando equação (4.85),
        some ao vetor de forças internas do elemento e
        monte o vetor de forças internas de da estrutura  $\{ F_{int} \}$ 
       $\{ F_{res} \} \leftarrow \{ F_{apl} \} - \{ F_{int} \}$ 
      se ( $\| \{ F_{res} \} \| / \| \{ F_{apl} \} \| < tol$  )
        | então interrompa a iteração
      fim se
      Atualize  $[K]$ 
      Resolva  $\{ F_{res} \} = [K] \{ \Delta \bar{U} \}$  e encontre  $\{ \Delta \bar{U} \}$ 
       $\{ U \} \leftarrow \{ U \} + \{ \Delta \bar{U} \}$ 
      Atualize a geometria da estrutura
    fim repita
    Verifique o colapso estrutural
    se (o colapso foi detectado)
      | então interrompa {incrementos de temperatura}
    fim se
    Escreva  $T$ ,  $\{ U \}$ 
    Verifique a ativação ou desativação de rótulas
  fim repita {incrementos de temperatura}
fim algoritmo

```

4.8.5 Identificação da falha estrutural

Para o modelo proposto, a análise é conduzida até que a instabilidade estrutural seja detectada pelo fato da matriz de rigidez da estrutura deixar de ser positivo-definida, ou por incrementos excessivos nos deslocamentos nodais.

O método numérico adotado na resolução do sistema de equações não-lineares é a fatoração de Crout, onde a matriz de rigidez $[K]$ é fatorada de forma que

$$[K] = [L][D][L]^T, \quad (4.104)$$

onde $[L]$ é a matriz diagonal triangular inferior, com termos unitários na diagonal principal, e $[D]$ é a matriz diagonal, contendo os pivôs da fatoração. Usando a fatoração de Crout, o fato da matriz de rigidez deixar de ser positivo-definida é detectado pela presença de um ou mais pivôs negativos (CRISFIELD, 1986).

Com relação aos incrementos excessivos nos incrementos de deslocamentos, considera-se que o colapso estrutural foi atingido uma vez que é atendida a condição

$$\frac{\|\{\Delta U\}_t\|}{\|\{\Delta U\}_{t-1}\|} \geq \delta, \quad (4.105)$$

onde δ é um fator de colapso, cujo valor é adotado de acordo com as exigências da análise, $\{\Delta U\}_t$ é o incremento nos deslocamentos nodais, obtido entre as configurações C_t e C_{t-1} , enquanto $\{\Delta U\}_{t-1}$ é o incremento de deslocamentos entre as configurações C_{t-1} e C_{t-2} . No caso de análise à temperatura ambiente, quando o colapso é detectado por esse critério na configuração C_t , a carga imposta na configuração anterior, C_{t-1} , é tomada como a carga de colapso. De forma semelhante, no caso de análise com incrementos térmicos, a temperatura na configuração C_{t-1} , é tomada como a temperatura de colapso.

4.9 EXEMPLOS

Nessa seção, exemplos são apresentados para ilustrar as aplicações do procedimento proposto. Com o objetivo de mostrar a precisão e eficiência do modelo, os resultados são comparados com resultados de ensaios ou com modelos mais refinados, como do programa SAFIR (FRANSSEN et al., 2002). Nessas comparações, nos casos bidimensionais mostrados a seguir, a função de plastificação de Kim, dada pela equação (4.58), levou a melhores resultados que a função de Orbison, dada pela equação (4.60). No caso tridimensional, a função de plastificação de Orbison foi adotada, por apresentar melhores resultados na comparação com o programa SAFIR, que a função de Kim.

4.9.1 Exemplo 1

O pórtico tipo portal mostrado na Figura 4.21 foi proposto por VOGEL (1985) e é comumente usado na validação de programas de análise não-linear à temperatura ambiente. Este exemplo mostra a capacidade do algoritmo apresentado de simular a plastificação gradual do elemento e de fornecer, com o emprego do método do controle do trabalho, a trajetória força-deslocamento na fase pós-carga limite.

A Figura 4.22 mostra a curva força-deslocamento obtida por Vogel, com um modelo baseado em plasticidade distribuída, comparada com a curva obtida com o presente procedimento. Os resultados apresentam uma boa concordância e, com a estratégia de solução adotada, é possível obter a resposta na fase pós-carga limite, a qual não foi apresentada por Vogel.

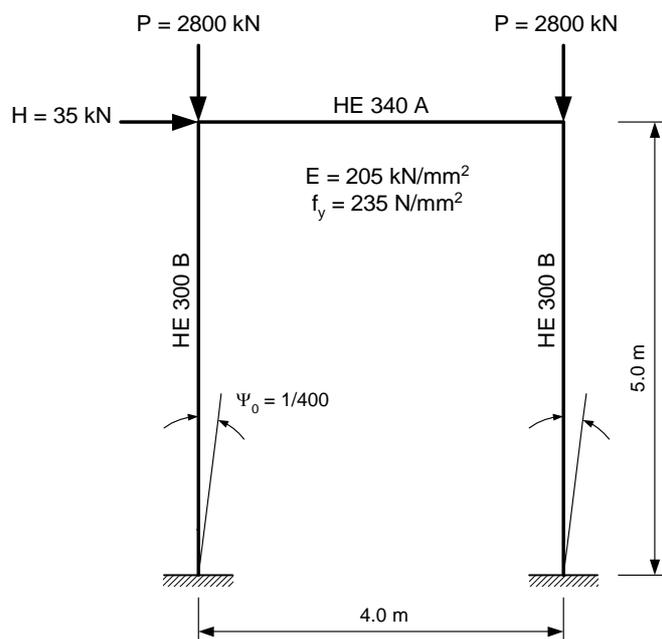


Figura 4.21 – Pórtico de Vogel, usado no exemplo 1

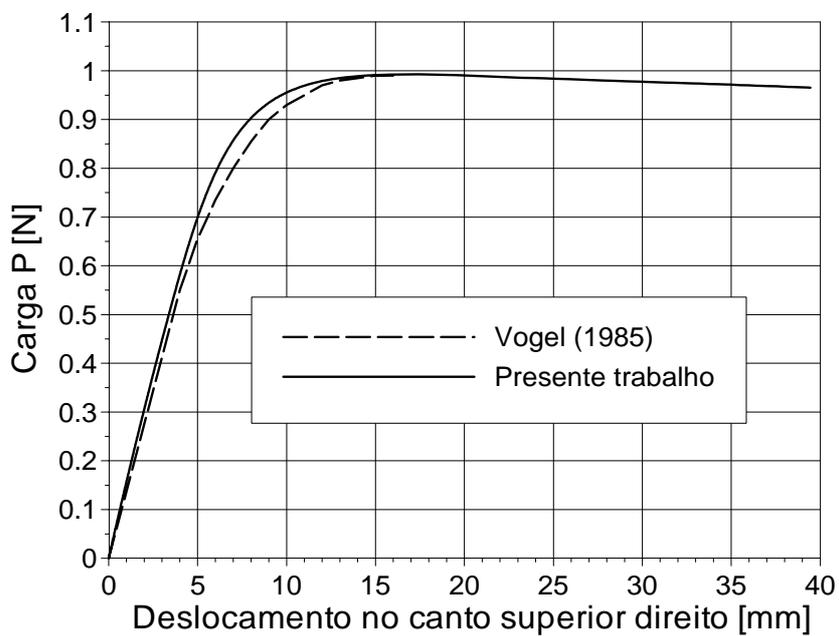


Figura 4.22 – Resultados para o exemplo 1

4.9.2 Exemplo 2

RUBERT & SCHAUMANN (1985a) conduziram ensaios com elevação de temperatura em vigas metálicas simplesmente apoiadas, com seção transversal IPE 80, de comprimento inicial de 1140 mm, sujeitas a uma carga concentrada no meio do vão. Os valores adotados para as cargas, de 24, 23, 16 e 6 kN correspondem a, aproximadamente, 85, 70, 50 e 20% da carga necessária para se formar rótulas plásticas à temperatura ambiente. A tensão de escoamento do material a 20°C é de 399 MPa, exceto no caso de carga de 24 kN, com tensão de escoamento de 352 MPa. O módulo de elasticidade é de 210000 MPa. Os resultados obtidos com a simulação, usando-se o presente modelo, são comparados com os resultados experimentais, para uma taxa de aquecimento de 5,33 °C/min na Figura 4.23. Uma boa concordância é aparente, especialmente para cargas mais baixas. As diferenças encontradas para os casos de carga de 24 e 23 kN são creditadas à simplificação do modelo bilinear usado para o material.

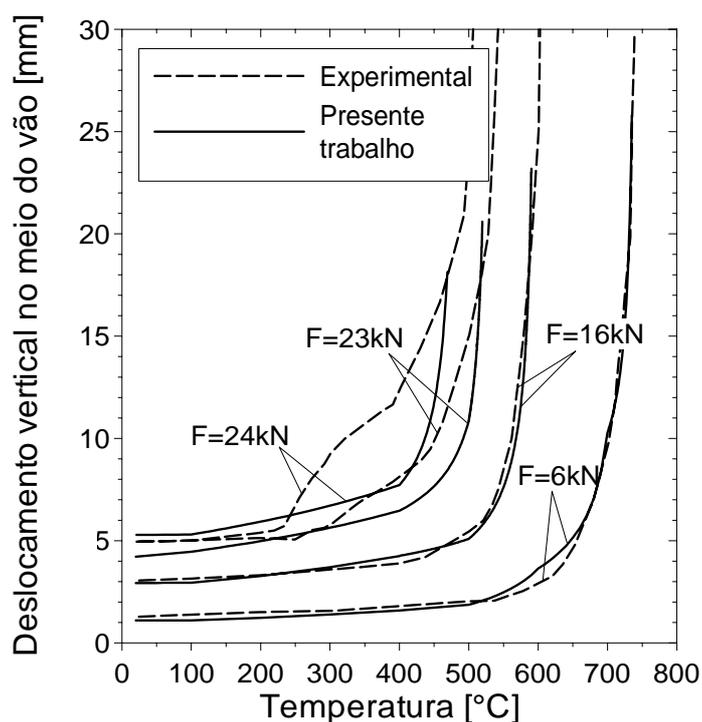


Figura 4.23 – Resultados para o exemplo 2

4.9.3 Exemplo 3

O pórtico formado por uma viga e um pilar, mostrado na Figura 4.24, foi proposto por LEE *et al.* (1968) para a validação de programas de análise não-linear e foi usado por FRANSSEN *et al.* (1994) na comparação de resultados de cinco diferentes modelos numéricos de simulação de comportamento estrutural sob incêndio. Considerando a consistência das unidades usadas, o pórtico foi considerado com uma área de 6, com momento de inércia de 2, com uma força concentrada de 0,2, aplicada conforme indicado na Figura 4.24. Considerou-se um material com módulo de elasticidade de 720, com tensão de escoamento inicial de 3.

Os resultados obtidos com o programa SAFIR (FRANSSEN *et al.* 2002) são comparados com os do presente modelo, na Figura 4.25. A curva mostrada começa com um valor positivo, uma vez que há um deslocamento para a direita no ponto A, por ação da carga aplicada, a 20 °C. Uma vez iniciado o aquecimento da estrutura, há uma reversão no sentido do deslocamento nesse ponto, devido à dilatação térmica do pórtico. Após 541 °C há uma nova reversão do deslocamento, provocada pela degradação do material, por efeito térmico. Uma boa concordância pode ser notada entre os modelos, sendo a temperatura crítica apresentada pelo SAFIR, de 625,9 °C, e pelo presente trabalho, de 635,15 °C. Tais valores implicam numa uma variação de apenas 1,5 %.

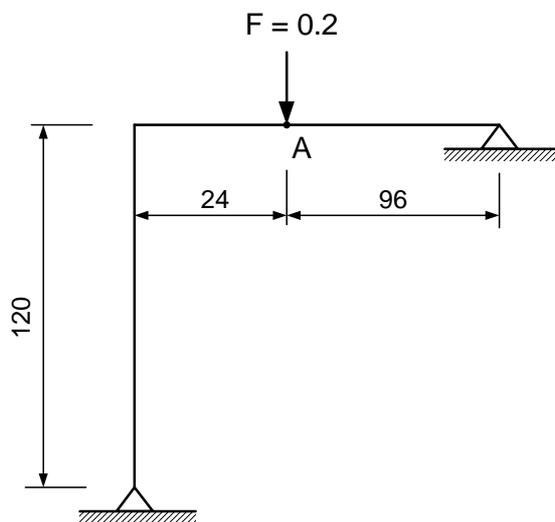


Figura 4.24 – Pórtico de Lee, usado no exemplo 3

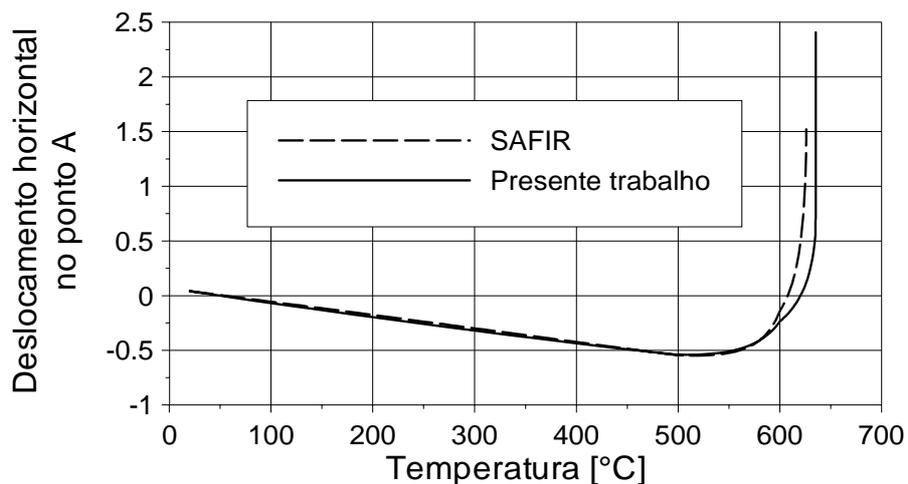


Figura 4.25 – Resultados para o exemplo 3

4.9.4 Exemplo 4

Uma série de pórticos planos sob elevação térmica também foi objeto de estudos experimentais para RUBERT & SCHAUMANN (1985b). Um deles é o pórtico tipo portal, representado na Figura 4.26, o qual foi uniformemente aquecido por meio de resistências elétricas. Todas as seções são IPE 80. Os valores iniciais para o módulo de elasticidade e para a tensão de escoamento são 210000 MPa e 382 MPa, respectivamente. A Figura 4.27 compara os resultados experimentais com os de simulação, para os deslocamentos indicados na Figura 4.26, onde uma boa concordância foi encontrada.

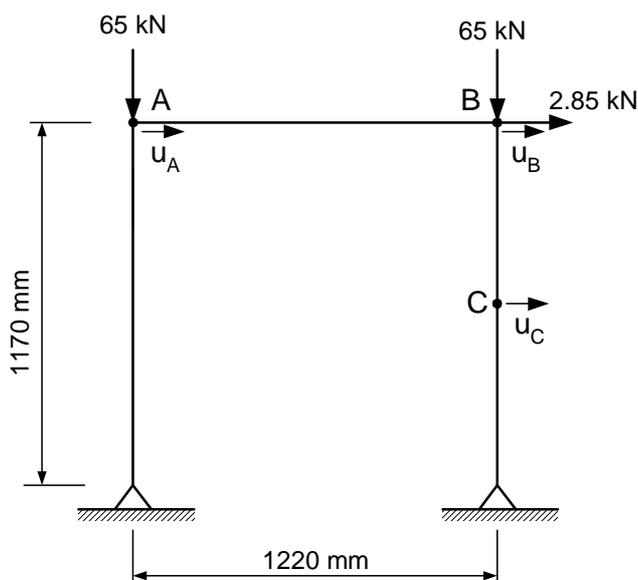


Figura 4.26 – Pórtico tipo portal, usado no exemplo 4

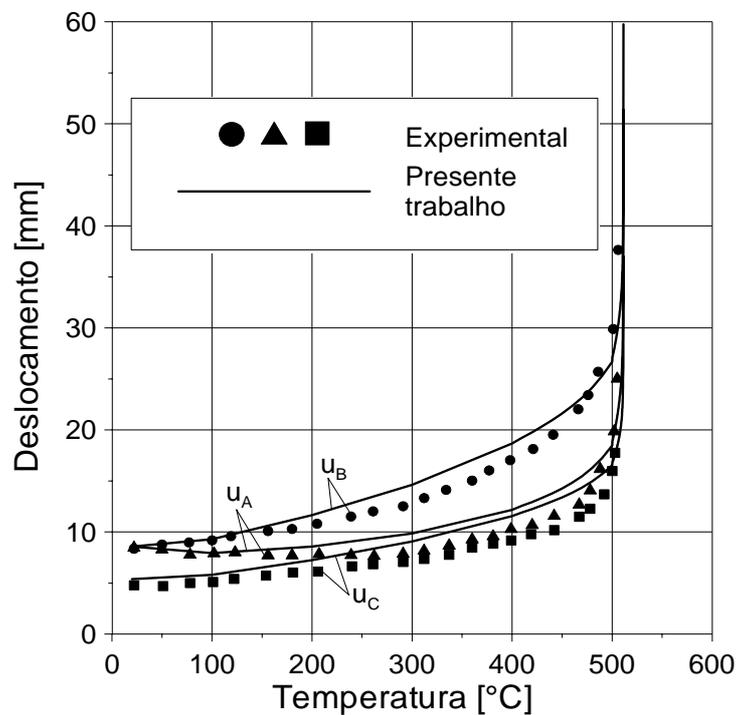


Figura 4.27 – Resultados para o exemplo 4

4.9.5 Exemplo 5

O pórtico de dois vão mostrado na Figura 4.28, também pertencente à série de ensaios de RUBERT & SHAUMANN (1985b), foi parcialmente aquecido, conforme indicado. Todas as seções são IPE 80 e, à temperatura ambiente, o material tem tensão de escoamento de 355 MPa e módulo de elasticidade de 210000 MPa. Uma boa aproximação foi encontrada entre os resultados da simulação e resultados experimentais, conforme indicado na Figura 4.29.

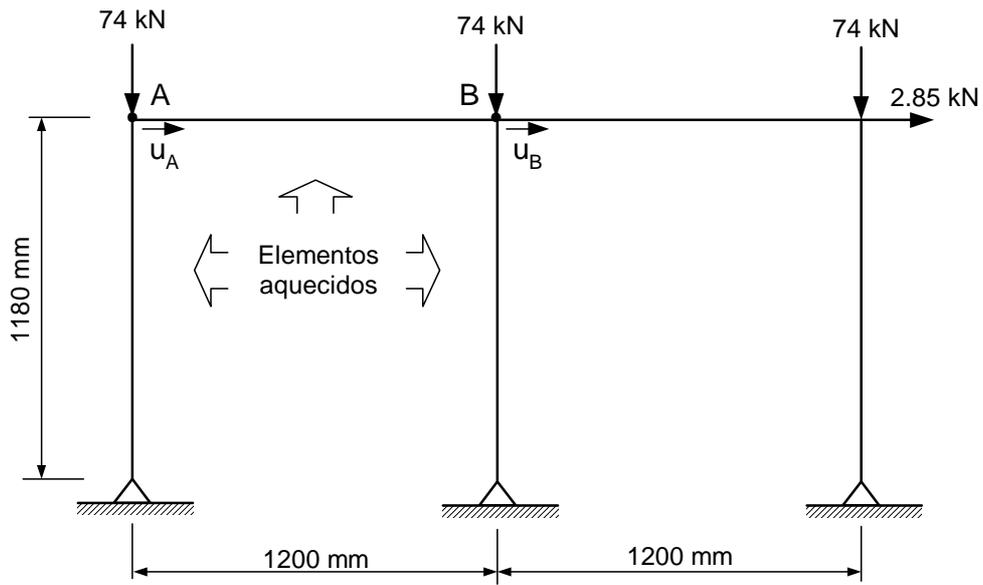


Figura 4.28 – Pórtico de dois vãos, usado no exemplo 5

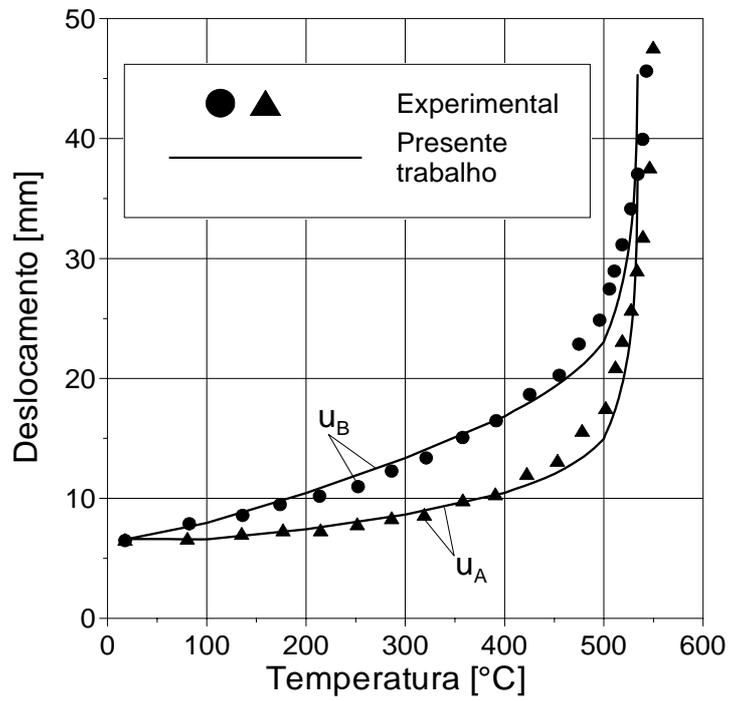


Figura 4.29 – Resultados para o exemplo 5

4.9.6 Exemplo 6

O pórtico de três andares indicado na Figura 4.30 foi apresentado por MCNAMEE & LU (1972). Para a análise com elevação de temperatura, foram consideradas, adicionalmente, cargas laterais, para uma carga P de 30kN. O padrão de aquecimento apontado simula um aquecimento no segundo andar. A comparação entre os resultados, dados pelo procedimento aqui apresentado e pelo programa SAFIR, é mostrada na Figura 4.31. Apesar de a presente análise apresentar um trecho com resultados mais rígidos, a temperatura crítica de 689,0 °C dada por SAFIR e a de 693,7 °C dada por este trabalho, mostram uma variação de apenas 0,7 %.

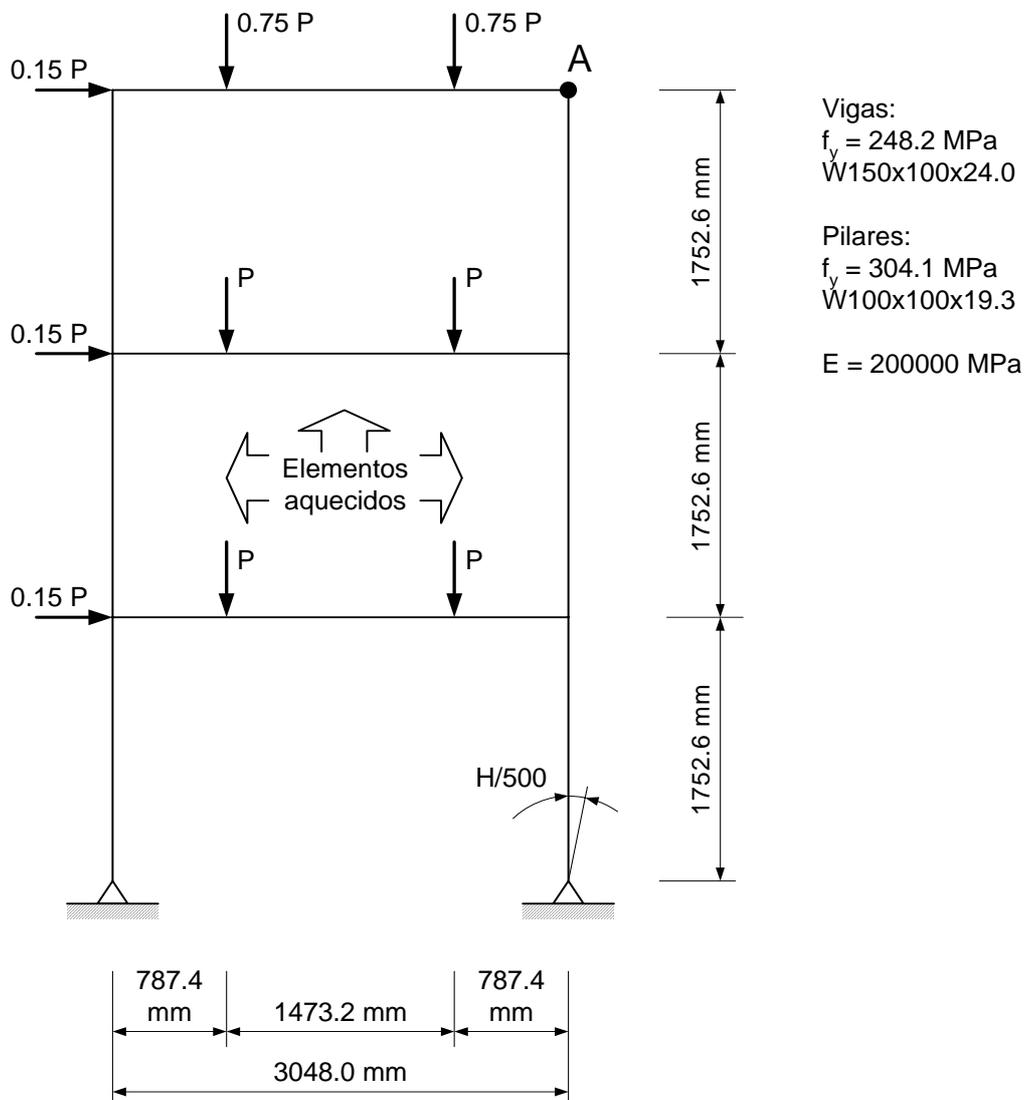


Figura 4.30 – Pórtico de três andares, usado no exemplo 6

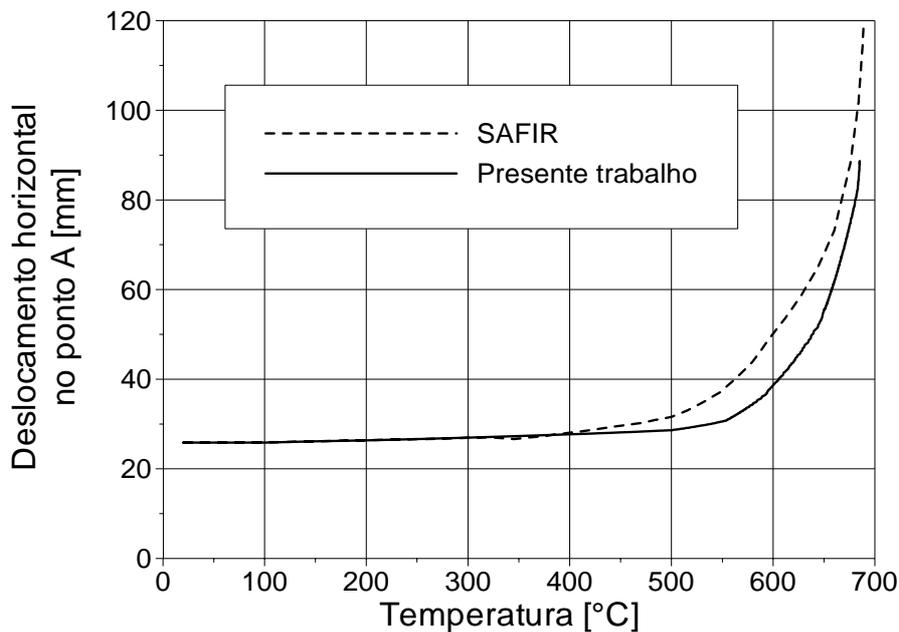


Figura 4.31 – Resultados para o exemplo 6

4.9.7 Exemplo 7

O pórtico tridimensional mostrado na Figura 4.32 (KIM *et al.*, 2003) é carregado, conforme indicado, com $P = 250$ kN. O material tem um módulo de elasticidade inicial de 210000 MPa e uma tensão de escoamento de 325 MPa. Todas as seções são H150x150x7x10. Considerou-se um aumento de temperatura uniforme, em todo o pórtico.

A Figura 4.33 mostra os deslocamentos horizontais obtidos nos pontos 1 e 2, comparados com os resultados dados por SAFIR. Conforme indicado nas curvas mostradas, à temperatura ambiente, os deslocamentos H1 e H2 ocorrem na direção das cargas horizontais aplicadas. Com o aumento da temperatura esses deslocamentos passam a ocorrer na direção contrária à da aplicação da carga, devido à expansão térmica do pórtico. Continuando os incrementos térmicos, os deslocamentos H1 e H2 voltam a ocorrer no sentido da aplicação das cargas horizontais, devido à degradação das propriedades do material. A reversão final ocorre após 292 °C para H1 e após 376 °C para H2. Como no exemplo 6, os resultados do presente trabalho apresentam um trecho com maior rigidez, comparados com os resultados fornecidos por SAFIR. Contudo, a diferença entre as temperaturas críticas apresentadas em cada modelo é de apenas 6,0 %, sendo 502,8 °C para o presente trabalho e 533,0 °C para SAFIR.

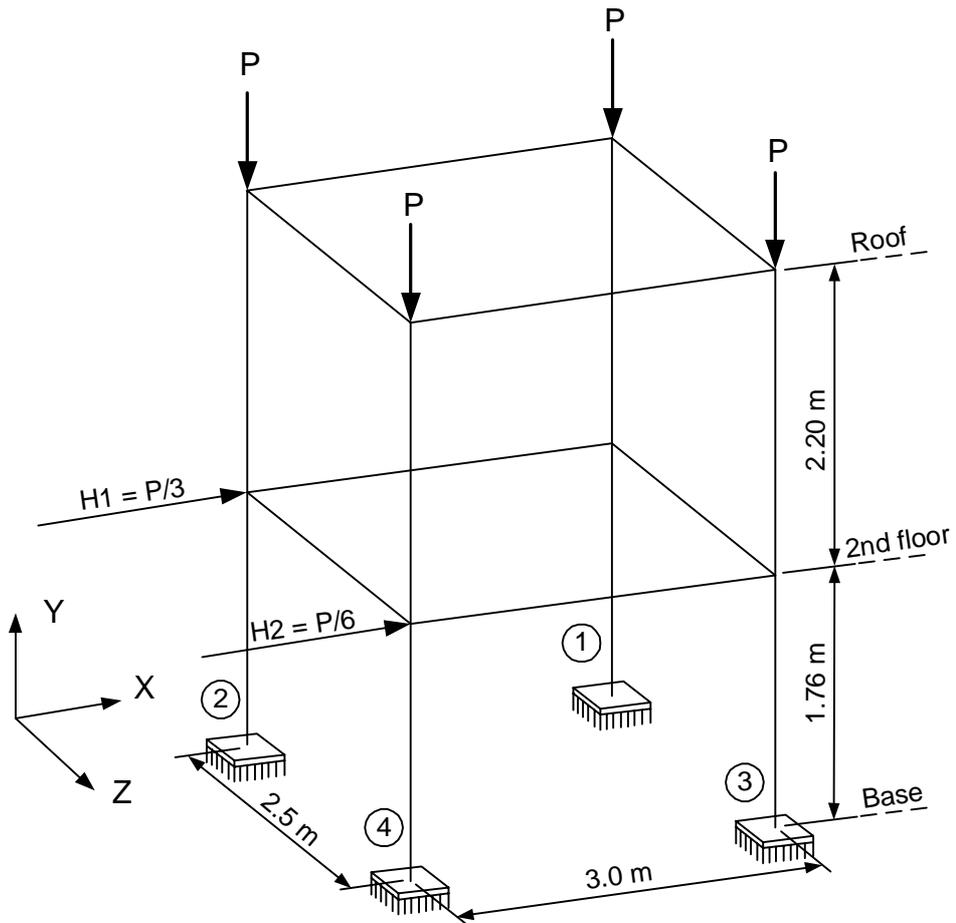


Figura 4.32 – Pórtico tridimensional, usado no exemplo 7

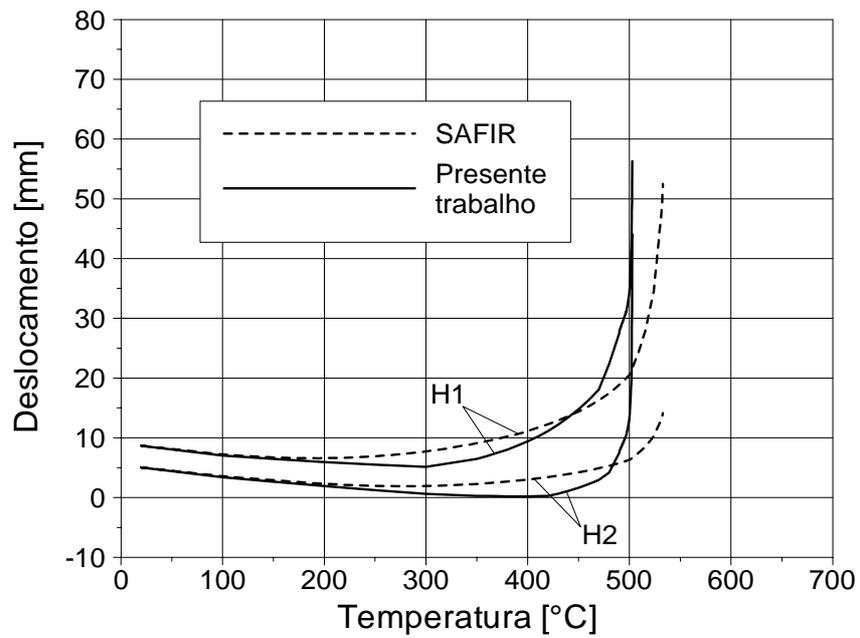


Figura 4.33 – Resultados para o exemplo 7

4.10 CONCLUSÕES

Uma formulação para a análise numérica de pórticos tridimensionais sob situação de incêndio, incluindo os efeitos da não-linearidade física e geométrica foi apresentada. O modelo é baseado no conceito de rótulas plásticas generalizadas, onde são considerados os efeitos combinados dos esforços normal e de flexão na formação da rótula plástica na seção transversal.

A expansão gradual da plastificação na seção é levada em conta por meio de coeficientes de redução da rigidez do material. O uso desses coeficientes permite levar em conta, de forma implícita, os efeitos de tensões residuais e de imperfeições iniciais no elemento.

Foi determinada, de forma detalhada, a expressão para o cálculo da variação do vetor de esforços internos do elemento, incluindo os efeitos provocados pelo aumento da temperatura, como o encolhimento da superfície de plastificação, expansão térmica e perda de rigidez do material. Essa expressão é usada na análise numérica não-linear.

A matriz de rigidez geométrica adotada é baseada em momentos e rotações semitangenciais, importantes na análise de pórticos espaciais. Os termos da matriz de rigidez foram calculados de forma explícita, o que permite evitar o uso de integração numérica, poupando esforço computacional.

A descrição cinemática adotada fornece bons resultados, mesmo com o uso de poucos elementos na modelagem da estrutura.

O método do controle do trabalho, usado na análise à temperatura ambiente, permite determinar o comportamento pós-carga crítica da estrutura. O método de Newton-Raphson é adotado para a solução da análise não-linear, sob incrementos térmicos.

A comparação do modelo com resultados experimentais e com o modelo mais sofisticado do programa SAFIR demonstrou uma boa concordância. Esses resultados evidenciaram que o modelo proposto pode ser usado como uma alternativa para a análise tridimensional de estruturas tridimensionais sob temperaturas elevadas, com uma precisão razoável e exigindo pouco esforço computacional.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABDEL-AZIZ, M. *Modèle Numérique Pour l'Etude du Flambement de Poteaux Soumis à l'Incendie Avec Gradients de Température*. Thèse pour obtenir le grade de Docteur., Institut National des Sciences Appliquées de Rennes.: Rennes, France. Juillet, 1987.

ABNT – ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *NBR 5628: Componentes Construtivos Estruturais – Determinação da Resistência ao Fogo – Método de Ensaio*. Rio de Janeiro, Nov 1980. 12 páginas.

ABNT – ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *NBR 8800 Projeto e Execução de Estruturas de Aço de Edifícios (Método dos Estados Limites)*. Rio de Janeiro, Abr 1986. 200 páginas

ABNT – ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *NBR 14323 Dimensionamento de Estruturas de Aço de Edifícios em Situação de Incêndio - Procedimento*. Rio de Janeiro, Jun 1999. 46 páginas.

ABNT – ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *NBR 14432 Exigências de Resistência ao Fogo de Elementos Construtivos de Edificações - Procedimento*. Rio de Janeiro, Janeiro 2000. 14 páginas

ABNT – ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *NBR 14762 Dimensionamento de Estruturas de Aço Constituídas por Perfis Formados a Frio*. Rio de Janeiro, Janeiro 2001.

AISC – AMERICAN INSTITUTE OF STEEL CONSTRUCTION. *Load and resistance factor design specification*. Second edition. Chicago, 1994.

ARBED. *Sales Programme – Structural Shapes*. Luxembourg: Arbed, 2001.

ARGYRIS, J. H., DUNNE, P. C., MALEJANNAKIS, G. A. & SCHARPF, D. W. "On large displacement-small strain analysis of structures with rotational degrees of freedom." *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 14.401-451:1978 & 15.99-135:1978

ARGYRIS, J. H., HILPERT, O., MALEJANNAKIS, G. A., & SCHARPF, D. W. "On the Geometrical Stiffness of a Beam in Space - A Consistent V.W. Approach." *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 20. 1. 105-131:Oct 1979.

ARIBERT, J. M., & ABDEL AZIZ, M. "Simulation du Comportement à l'Incendie de Poteaux Comprimés et Fléchis en Présence de Gradients Quelconques de Température." *Construction Métallique*. 2. 3-40:1987.

ASFPCM – ASSOCIATION OF SPECIALIST FIRE PROTECTION CONTRACTORS AND MANUFACTURERS LIMITED & SCI – STEEL CONSTRUCTION INSTITUTE. *Fire Protection for Structural Steel in Buildings*. 2nd Edition. United Kingdom, 1992.

BABA, S. & NAGURA, H. "Effect of material properties on the deformation of steel frames in fire" *Proc. of JSCE Structural/ Earthquake Engineering*, 2, (1) 1985 pp.47-57

BSI - BRITISH STANDARDS INSTITUTION. *BS 5950 Structural Use of Steelwork in Building Part 8 Code of Practice for Fire Resistant Design*. London, 1990. 32 pages

BAILEY, C. G. *Simulation of the Structural Behaviour of Steel-Framed Buildings in Fire*. Ph.D. Thesis, 248 p., University of Sheffield. 1995.

BAILEY, C. G., WHITE, D., & MOORE, D. B. "The Tensile Membrane Action of Unrestrained Composite Slabs Simulated Under Fire Conditions." *Engineering Structures*. 22. 12. 1583-1595:Dec 2000.

BROCKENBROUGH, R. L. "Theoretical Stresses and Strains From Heat Curving." *Journal of the Structural Division*. 96. ST7. 1421-1444:1970.

BUCHANAN, A. H. *Structural Design for Fire Safety*. West Sussex, England: John Wiley & Sons, 24 April 2001.

BURGESS, I. W., EL-RIMAWI, J. A., & PLANK, R. J. "A Secant Stiffness Approach to the Fire Analysis of Steel Beams." *Journal of Constructional Steel Research*. 11. 105-120:1988.

CADORIN, J. F., & FRANSSEM, J. M. "A Tool to Design Steel Elements Submitted to Compartment Fires - OZone V2. Part 1:Pre-and Post-Flashover Compartment Fire Model." *Fire Safety Journal*. 38. 395-427:2003.

CAI, J., BURGESS, I. W., & PLANK, R. J. "Modelling of Asymmetric Cross-Section Members for Fire Conditions." *Journal of Constructional Steel Research*. 58. 3. 389-412:Mar 2002.

CBPMSP – CORPO DE BOMBEIROS DA POLÍCIA MILITAR DO ESTADO DE SÃO PAULO. *IT-CB 02.33-94 Exigências Para Edifícios Com Estrutura Metálica*. São Paulo, 1994

CEN – COMITÉ EUROPÉEN DE NORMALISATION. *ENV 1993-1-2 Eurocode 3 - Design of Steel Structures - Part 1-1: General Rules and Rules for Buildings*. Brussels, April 1992.

CEN – COMITÉ EUROPÉEN DE NORMALISATION. *ENV 1991-2-2 Eurocode 1 - Basis of Design and Actions on Structures - Part 2.2: Actions on Structures - Actions on Structures Exposed to Fire*. Brussels, February 1995a.

CEN – COMITÉ EUROPÉEN DE NORMALISATION. *ENV 1993-1-2 Eurocode 3 - Design of Steel Structures - Part 1-2: General Rules - Structural Fire Design*. Brussels, September 1995b.

CHEN, W. F., & SOHAL, I. *Plastic Design and Second-Order Analysis of Steel Frames*. New York: Springer-Verlag, 1995.

CREUS, G. J., TORRES, P. L., & GROEHS, A. G. "Elastoplastic Frame Analysis with Generalized Yield Functions and Finite Displacements." *Computer & Structures*. 18. 5. 925-929:1984.

CRISFIELD, M. A. *Finite Elements and Solutions Procedures for Structural Analysis*. Vol. 1: Linear analysis. Swansea, England: Pineridge Press, 1986.

CRISFIELD, M. A. *Non-Linear Finite Element Analysis of Solids and Structures*. Vol. 1: Essentials. West Sussex, England: John Wiley & Sons, 1991.

CULVER, C. G. "Steel Column Buckling Under Thermal Gradients." *Journal of the Structural Division*. 98. ST8. 1853-1865:1972.

CULVER, C., AGGARWAL, V., & OSSEMBRUGGEN, P. "Buckling of Steel Columns at Elevated Temperatures." *Journal of the Structural Division*. 99. ST4. 715-726:1973.

DHIMA, D., FOUQUET, G., KRUPPA, J., & ZHAO B. "LENAS - Logiciel de Simulation du Comportement Mécanique des Structures Métalliques Soumises à un Incendie." *Construction Métallique*. 3. 49-62:Sep. 1999.

DOTREPPE, J. C. *Méthodes Numériques Pour la Simulation du Comportement au Feu des Structures en Acier et en Béton Armé.*, Université de Liège, Faculté des Sciences Appliqués. 1980.

DOTREPPE, J. C. "Fire Resistance of Steel Structures." *5th International Colloquium on Structural Stability*. Structural Stability Research Council, COPPE/UFRJ. Rio de Janeiro. 1996.

DOTREPPE, J.C., FRANSSEN, J. & SCHLEICH, J., "Numerical Simulation of Fire Resistance Tests on Steel and Composite Structural Elements or Frames," *Fire Safety Science – Proceedings of the First International Symposium*, Oct. 1985.

DRYSDALE, D. *An Introduction to Fire Dynamics*. West Sussex, England: John Wiley & Sons, 1998.

ECCS – EUROPEAN CONVENTION FOR CONSTRUCTIONAL STEELWORK – Technical Committee 3 - Fire Safety of Steel Structures. *European Recommendations for the Fire Safety of Steel Structures*. Brussels, Belgium: Elsevier Scientific Publishing Company, 1983.

ELGHAZOULI, A. Y., & IZZUDDIN, B. A. "Response of Idealised Composite Beam-Slab Systems Under Fire Conditions." *Journal of Constructional Steel Research*. 56. 3. 199-224:Dec 2000.

EL-RIMAWI, J. A., BURGESS, I. W., & PLANK, R. J. "The Analysis of Semi-Rigid Frames in Fire - A Secant Approach." *Journal of Constructional Steel Research*. 33. 1-2. 125-146:1995.

FAKURY,R.H.; SILVA, V.P.; RODRIGUES,F.C.; PIMENTA,R.J.; “Método simplificado para verificação de vigas mistas em situação de incêndio”. Revista da Escola de Minas No.5. Ouro Preto. 1998.

FARIS, A. A., SHEPHERD, P., RANDALL, M., SIMMS, I. W., O'CONNOR, D. J., & BURGESS, I. "The Effect of Axial Restraint on the Fire Resistance of Steel Columns." *Journal of Constructional Steel Research*. In: The Second World Conference on Steel in Construction, San Sebastián, May 1988, Paper No. 177. 46. 1-3. 1988.

FIGUEIREDO JÚNIOR, F. P. *Simulação via Método dos Elementos Finitos da Distribuição de Temperatura em Estruturas Metálicas e Mistas no Caso de Incêndio*. Tese de Mestrado, Universidade Federal de Minas Gerais. Belo Horizonte. 2002.

FRANSSEN, J. M. *Étude du Comportement au Feu Des Structures Mixtes Acier Béton*. Thèse de doctorat, Collection de la FSA, Université de Liège. 1986.

FRANSSEN, J. M. "Steel Structures in Fire, From the Material Level to the Calculation Method." *II National Conference on Steel and Composite Construction*. Coimbra, Portugal. 1999.

FRANSSEN, J. M. "Failure Temperature of a System Comprising a Restrained Column Submitted to Fire." *Fire Safety Journal*. 34. 2. 191-207:Mar 2000.

FRANSSEN, J. M., Cooke, G. M., & Latham, D. J. "Numerical Simulation of a Full Scale Fire Test on a Loaded Steel Framework." *Journal of Constructional Steel Research*. 35. 3. 377-408:1995.

FRANSSEN, J. M., KODUR, V. K., & MASON, J. *User's Manual for SAFIR 2001, A Computer Program for Analysis of Structures Submitted to the Fire*. Liege, Belgium: University of Liege. Jan 2002.

FRANSSEN, J. M., SCHLEICH, J. B., CAJOT, L. G., TALAMONA, D., ZHAO B., TWILT, L., & BOTH, K. "A Comparison Between Five Structural Codes Applied to Steel Elements." *Fire Safety Science: Proceedings of the Fourth International Symposium*. International Association for Fire Safety Science. Ottawa, Canada. 1994.

FRIEDMAN, R. "An International Survey of Computer Models for Fire and Smoke." *Journal of Fire Protection Engineering*. 4. 3. 81-92:1992.

FURUMURA, F., & SHINOHARA, Y. "Inelastic Behaviour of Protected Steel Beams and Frames in Fire." *Report of the Research Laboratory of Engineering Materials*. No. 3. 1-14: Tokyo Institute of Technology, Tokyo, Japan. 1978.

GERE, J.M & WEAVER JR., W. *Analysis of Framed Structures*. Toronto, Canada: Van Nostrand, 1965.

HINTON, E., ed. *NAFEMS Introduction to Nonlinear Finite Element Analysis*. Glasgow, Great Britain: National Agency for Finite Element Methods and Standards, 1992.

HUGHES, T. J. *The Finite Element Method*. Mineola, U.S.A: Dover Publications, 1987.

IDING, R., & BRESLER, B. *Effect of Fire Exposure on Steel Frame Buildings*. Final Report, WJE No. 78124. Janney Elstner and Associates Inc., Sep. 1981.

ISO - International Organization for Standardization. *ISO 834:1975 Fire-Resistance Tests - Elements of Building Construction*., 1975. 16 pages.

JEYARUPALINGAM, N. E VIRDI, K.S., *Steel Beams and Columns Exposed to Fire Hazard. Structural Design for Hazardous Loads*, Edited by J.L. Clark, F.K.Garas e G.S.T Armer, E&FN Spon, 1992.

KANEKO, H. "Étude par la Méthode des Éléments Finis du Comportement Mécanique d'Éléments Plaques en Acier Soumis à l'Incendie." *Construction Métallique*. 1. 37-50:1990.

KIM, S. E., PARK, M. H., & CHOI, S. H. "Direct Design of Three-Dimensional Frames Using Practical Advanced Analysis." *Engineering Structures*. 23. 1491-1502:2001.

KIM, S. E., KANG, K. W. & LEE, D. H. "Large-scale testing of space steel frame subjected to proportional loads. " *Engineering Structures*. 25. 1. 69-80: Jan. 2003.

KIRBY, B.R. *Fire Engineering Design in Sports Stands*. London: British Steel plc, 1997a.

KIRBY, B.R. "British Steel Technical European Fire Test Programme – Design, Construction and Results". In: Armer, G. S., & O'Dell, eds. *Fire, Static and Dynamic Tests of Building Structures*. E & F N Spon, 111-126: 1997b.

KIRBY, B. R., LAPWOOD, D. G., & THOMSON, G. *The Reinstatement of Fire Damaged Steel and Iron Framed Structures*. United Kingdom: British Steel Corporation, Swinden Laboratories, 1986.

KIRBY, B. R., & PRESTON, R. R. "High Temperature Properties of Hot-Rolled, Structural Steels for Use in Fire Engineering Design Studies." *Fire Safety Journal*. 13. 1. 27-37:Apr 1988.

KRUPPA, J. "Collapse Temperature of Steel Structures." *Journal of the Structural Division*. 105. 9. 1769-1788:1979.

LANDESMANN, A. *Modelo Não-Linear Inelástico para Análise de Estruturas Aporticadas em Condições de de Incêndio*. 295 p. Tese de Doutorado, Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro. 2003.

LAWSON, R. M. "Behaviour of Steel Beam-to-Column Connections in Fire." *The Structural Engineer*. 68. 14. 263-271:1990.

LAWSON, R. M., & NEWMAN, G. M. *Structural Fire Design to EC3 & EC4, and Comparison with BS 5950, Technical Report 159*. Berkshire: SCI - The Steel Construction Institute, 1996.

LESTON-JONES, L. C., BURGESS, I. W., LENNON, T., & PLANK, R. J. "Elevated-Temperature Moment-Rotation Tests on Steelwork Connection." *Proceedings of the Institution of Civil Engineers, Structures and Buildings*. 122. 4. 410-419:Nov 1997.

LEE, S. L., MANUEL, F. S., & ROSSOW, E. C. "Large Deflections and Stability of Elastic Frames." *Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE*. 94. EM2. 521-547:Apr 1968.

LENNON, T., & MOORE, D. "The Natural Fire Safety Concept – Full-Scale Tests at Cardington." *Fire Safety Journal*. 38. 623-643:2003.

LI, G. Q., & JIANG, S. C. "Prediction to Nonlinear Behavior of Steel Frames Subjected to Fire." *Fire Safety Journal*. 32. 4. 347-368:Jun 1999.

LIEW, J., TANG, L., HOLMAAS, & CHOO, Y. "Advanced Analysis for the Assessment of Steel Frames in Fire." *Journal of Constructional Steel Research*. 47. 1-2. 19-45:Jul-Aug 1998.

LIEW, J. Y., WHITE, D. W., & CHEN, W. F. "Second-Order Refined Plastic-Hinge Analysis for Frame Design: Part I." *Journal of Structural Engineering*. 119. 11. 3196-3216:1993.

LIU, T. C. "Finite Element Modelling of Behaviours of Steel Beams and Connections in Fire." *Journal of Constructional Steel Research*. 36. 3. 181-199:1996.

LUBLINER, J. *Plasticity Theory*. New York: Macmillan, 1990.

MAKELAINEN, P., OUTINEN, J., & KESTI, J. "Fire Design Model for Structural Steel S420M Based upon Transient-State Tensile Test Results." *Journal of Constructional Steel Research*. 48. 1. 47-57:Oct. 1998.

MARCHANT, E., *A Complete Guide to Fire and Buildings*, Medical and Technical Publishing Co. London, 1972.

MARQUES, S. P. C. *Análise Não Linear Física e Geométrica de Pórticos Espaciais*. Dissertação de mestrado. Porto Alegre, Universidade Federal do Rio Grande do Sul. 1990.

MASSONET, C. "*Résistance des Matériaux*", deuxième édition, Université de Liège, Liège, 1967.

McNAMEE, B. M., & LU, L. W. "Inelastic Multistory Frame Buckling." *Journal of the Structural Division*, ASCE. 98. ST7. 1613-1631:Jul. 1972.

MILKE, J. A. "Analytical Methods to Evaluate Fire Resistance of Structural Members." *Journal of Structural Engineering*. 125. 10. 1179-1187:October 1999.

MUZEAU, J. P. *Modèle Numérique du Comportement des Ossatures en Acier Sous Fort Élévation de Température*. Thèse 3^e cycle., Université Paul Sabatier de Toulouse. Septembre 1979.

MUZEAU, J. P., & Lemaire, M. "Modele Numérique de Comportement d'Ossatures en Acier Sous Fort élévation de Température." *Construction Métallique*. 3. 21-33:1980.

NEVES, I. C. "The Critical Temperature of Steel Columns with Restrained Thermal Elongation" *Fire Safety Journal*. 24. 3. 211-227:1995.

NWOSU, D. I., & KODUR, V. K. "Steel Structures Exposed to Fire - A State-of-the-Art Report." *Internal Report No. 749*. 1-32: National Research Council - NRC, Ottawa, Canada. 1997

NWOSU, D. I., & KODUR, V. K. "Behaviour of Steel Frames Under Fire Conditions." *Canadian Journal of Civil Engineering*. 26. 156-167:1999.

O'CONNOR M.A.; MARTIN, D.M. "Behaviour of a Multi-storey Steel Framed Building Subjected to Fire Attack". *Journal of Constructional Steel Research*. In: The Second World Conference on Steel in Construction, San Sebastián, May 1988, Paper No. 177. 46. 1-3. 1988.

OLENICK, S. M., & CARPENTER, D. J. "An Updated International Survey of Computer Models for Fire and Smoke." *Fire Protection Engineering*. 13. 87-110:May 2003.

O'MEAGHER, A. J., BENNETS, I. D., DAYAWANSA, P. H., & THOMAS, I. R. "Fire Protection of Steel Framing AUBRCC Research Project AP25." *BHP Res-Melb Labs Report No. BHPRML/CM7/90/001*. The Broken Hill Proprietary Company Limited, Australia. Dec 1990.

O'MEAGHER, A. J., BENNETS, I. D., DAYAWANSA, P. H., & THOMAS, I. R. "Design of Single Storey Industrial Buildings fo Fire Resistance." *Journal of the Australian Institute of Steel Construction*. 26. 2. 2-17:May, 1992.

ORBISON, J. G., MCGUIRE, W., & ABEL, J. F. "Yield Surface Applications in Nonlinear Steel Frame Analysis." *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 33. 1. 557-573:Sep 1982.

OLAWALE, A. O., & PLANK, R. J. "The Collapse Analysis of Steel Columns in Fire Using a Finite Strip Method." *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. 26. 12. 2755-2764:Dec 1988.

ORAN, C. "Tangent Stiffness in Space Frames." *Journal of the Structural Division, ASCE*. 99. ST6. 987-1001:1973.

ORBISON, J. G., MCGUIRE, W., & ABEL, J. F. "Yield Surface Applications in Nonlinear Steel Frame Analysis." *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 33. 1. 557-573:Sep 1982.

OSSEMBRUGGEN, P. J., AGGARWAL, V., & CULVER, C. G. "Steel Column Failure Under Thermal Gradients." *Journal of the Structural Division*. 99. ST4. 727-739:1973.

OUTINEN, J., KESTI, J., & MÄKELÄINEN, P. "Fire Design Model for Structural Steel S355 Based upon Transient State Tensile Test Results." *Journal of Constructional Steel Research*. 42. 3. 161-169:1997.

PIMENTA,R.J.; RODRIGUES,F.C.; FAKURY,R.H.; SILVA, V.P.; Dimensionamento de lajes com fôrma de aço incorporada em temperatura ambiente e em situação de incêndio. In: Anais da XXVIII Jornadas Sul-americanas de Engenharia Estrutural. vol 2. p. 695-704. São Carlos. 1997.

POH, K. W., & BENNETTS, I. D. "Behavior of Steel Columns at Elevated Temperatures." *Journal of Structural Engineering*. 121. 4. 676-684:1995a.

POH, K. W., & BENNETTS, I. D. "Analysis of Structural Members Under Elevated-Temperature Conditions." *Journal of Structural Engineering, ASCE*. 121. 4. 664-675:1995b.

POWELL, G., & SIMONS, J. "Improved Iteration Strategy for Nonlinear Structures." *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. 17. 10. 1455-1467:Oct 1981.

QUEIROZ, G., MATA, L. A. C. "Computer Modeling of Single Plate Framing Connections and Analytical Moment-Rotation Curves" In: ATS & M - Annual Technical Session & Meeting, 2000, Memphis - USA. Proceedings of the ATS & M - Annual Technical Session & Meeting, v.1. p.315 – 328: 2000.

RAMBERG, W., & OSGOOD, W. R. "Description of Stress-Strain Curves by Three Parameters." *NACA Technical Note 902*. National Advisory Committee on Aeronautics, 1943.

RODRIGUES,F.C.; PIMENTA,R.J.; SILVA, V.P.; FAKURY,R.H.; Dimensionamento de pilares mistos de edifícios em temperatura ambiente e em situação de incêndio. In: Anais da XXVIII Jornadas Sul-americanas de Engenharia Estrutural. vol 2. p. 705-714. São Carlos. 1997.

RODRIGUES J.P.C., NEVES, I. C., & VALENTE, J. C. "Experimental Research on the Critical Temperature of Compressed Steel Elements with Restrained Thermal Elongation." *Fire Safety Journal*. 35. 2. 77-98:Sep 2000.

RUBERT. A., & SCHAUMANN, P. "Temperaturabhängige Werkstoffigenschaften Von Baustahl Bei Brandbeanspruchung (Material Characteristics of Structural Steel Due to Temperature)." *Stahlbau*. 54. 3. 80-86:März 1985a.

RUBERT. A., & SCHAUMANN, P. "Tragverhalten Stählerner Rahmensysteme Bei Brandbeanspruchung (Structural Behaviour of Steel Frames Systems Under Fire Action)." *Stahlbau*. 9. 280-287:1985b.

SAAB, H. A. *Nonlinear Finite Element Analysis of Steel Frames in Fire*. Thesis, University of Sheffield. Sheffield, United Kingdom. 1990.

SAAB, H. A., & Nethercot, D. A. "Modelling Steel Frame Behaviour Under Fire Conditions." *Engineering Structures*. 13. 4. 371-382:Oct 1991.

SHARPLES, J.R. *The Strength of Partially Exposed Steel Columns in fire*. M.Phil. Thesis, University of Sheffield. Sheffield, United Kingdom. 1987.

SILVA, C., & CALMON, J. L. "Análise Térmica Bidimensional em Regime Transiente Pelo Método Dos Elementos Finitos. Aplicação em Estruturas Metálicas e Mistas em Condições de Incêndio." *Revista Engenharia, Ciência e Tecnologia*. 17. 72-82:Set-Out 2000.

SILVA, V. P. *Estruturas de Aço em Situação de Incêndio*. 170 p.Tese de Doutorado, Universidade de São Paulo. São Paulo. 1997.

SILVA, V. P.; FAKURY, R. H.; PIMENTA, R. J.; RODRIGUES, F. C. "Estruturas de aço de edifícios em situação de incêndio. Método simplificado para dimensionamento". *Revista Escola de Minas* No.3. p.31-36. Ouro Preto. jul-set 1997.

SILVA, V. P.; PIMENTA, P.M.; "Diagrama Tensão-Deformação dos Aços Estruturais Submetidos a Altas Temperaturas", *Boletim Técnico BT/PEF/EPUSP/9519*, pp. 01-21, 1995.

SILVA, V. P.; PIMENTA, P.M.; "Curvas Temperatura-Tempo de um Incêndio", *Boletim Técnico BT/PEF/EPUSP/9623*, pp. 01-19: 1996 .

SOUZA JUNIOR, V.,. *Análise de Pórticos de Aço sob Altas Temperaturas*. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto. Set 1998.

SOUZA JUNIOR, V, CREUS, G. J., & FRANSSEN J.M. "Numerical Modelling of Single Storey Industrial Building at Elevated Temperature - Comparison Between the 2D and 3D Analysis." *In: Proceedings of The First South American Congress on Computational Mechanics - MECOM 2002*. Asociación Argentina de Mecanica Computacional. Santa Fe-Paraná, Argentina. October 2002.

SOUZA JUNIOR, V., & FRANSSEN J.M. "Lateral Buckling of Steel I Beams at Elevated Temperature - Comparison Between the Modelling with Beam and Shell Elements." *In: Proceedings of the 3rd European Conference on Steel Structures - EUROSTEEL 2002*. Universidade de Coimbra. Coimbra, Portugal. September 2002.

SUZUKI, T. K., KANEKO, H. ; "Analyse Élasto-Plastique en Grandes Déformations du Comportement Critique et Post-Critique d'Éléments Plaques Par la Méthode des Éléments Finis." *Construction Métallique*. 4. 55-69:1989.

TALAMONA, D., & FRANSSEN, J. M. "New Quadrangular Shell Element in SAFIR." *First International Workshop "Structures in Fire."* Copenhagen. Jun 2000.

TOH, W. S., FUNG, T. C., & TAN, K. H. "Fire Resistance of Steel Frames Using Classical and Numerical Methods." *Journal of Structural Engineering*. 127. 7. 829-838:Jul 2001.

VALENTE, J., C., & NEVES, I. C. "Fire Resistance of Steel Columns with Elastically Restrained Axial Elongation and Bending." *Journal of Constructional Steel Research*. 52. 3. 319-331:Dec 1999.

VILA REAL, PAULO M.M., & FRANSSEN, J. M. "Lateral Buckling of Steel I Beams at Room Temperature - Comparison Between the Eurocode 3 and the SAFIR Code Considering or Not the Residual Stresses." *Rapport Interne SPEC/99-01*. 1-24: Université de Liège - Institut du Genie Civil, Liege, Belgium. 1999

VILA REAL, P.M.M. & FRANSSEN, J.M. "Lateral Torsional Buckling of Steel I-Beams in Case of Fire – Numerical Modelling", *First International Workshop "Structures in Fire"*, Copenhagen, June 2000.

VIRDI, K.S. & DOWLING, P.J. "The Ultimate Strength of Composite Columns in Biaxial Bending". *Proceedings of the Institution of Civil Engineers*. Part 2: Mar. 1973.

VLASOV, V. Z. *Thin-Walled Elastic Beams*. 2nd edition. Jerusalem: Israel Program for Scientific Translations, 1961.

VOGEL, U. "Calibrating Frames." *Stahlbau*. 54. 10. 295-301:1985.

WANG, Y. C. "The Effects of Frame Continuity on the Behaviour of Steel Columns Under Fire Conditions and Fire Resistant Design Proposals." *Journal of Constructional Steel Research*. 41. 1. 93-111:Jan 1997.

WANG, Y. C. "An Analysis of the Global Structural Behaviour of the Cardington Steel-Framed Building During the Two BRE Fire Tests." *Engineering Structures*. 22. 5. 401-412:May 2000.

WANG, Y. C., & MOORE, D. B. "Steel Frames in Fire: Analysis." *Engineering Structures*. 17. 6. 462-472:1995.

WEN, R.K. & FARHOOMAND, F. "Dynamic Analysis of Inelastic Space Frames". *Journal of Engineering Mechanics Division*. ASCE. 96. 2. 667-686: 1970.

WITTEVEEN, J., *Some Aspects with Regard to the Behaviour of the Calculation of Steel Beams in Fire*. Symposium No. 2 – Behaviour of Structural Steel in Fire. Fire Research Station. Borehandwood Herts. 24 th Jan. 1967.

WITTEVEEN, J., & TWILT, L. "Comportement aux Températures Élevées des Poteaux Métalliques." *Construction Metallique*. 2. 17-22:Juin 1973.

WONG, M. B. "Plastic Frame Analysis Under Fire Conditions." *Journal of Structural Engineering*. 127. 3. 290-295:Mar 2001.

YANG, Y. B., & KUO, S. R. *Theory and Analysis of Nonlinear Framed Structures*. Singapore: Prentice-Hall, 1994.

ZIEGLER, H. *Principles of Structural Stability*. 2nd Edition. Basel und Stuttgart: Birkhäuser Verlag, 1977.

ZIENKIEWICZ, O.C., & TAYLOR, R.L. *The Finite Element Method*. Vols. 1 & 2. 4th Ed. New York: Mcgraw-Hill, 1989/1990.