

TÍTULO: Uma Variante do Problema Clássico do Troco

O problema clássico do troco consiste em determinar que quantia de dinheiro pode ser formada, tendo um determinado conjunto de valores. Existem algumas variantes deste problema e estamos estudando especificamente uma dessas variantes. Darei um exemplo ilustrativo para contextualizar essa variante do problema do troco.

Suponhamos que somos atendentes de um caixa de supermercado, temos apenas moedas de 7 centavos, 10 centavos e 12 centavos e precisamos dar 50 centavos de troco para uma pessoa que fez determinada compra. Podemos fazer isto de três maneiras diferentes. Dar quatro moedas de 7 centavos, uma moeda de 10 centavos e uma moeda de 12 centavos totalizando seis moedas, ou dar duas moedas de 7 centavos e três moedas de 12 centavos totalizando cinco moedas, ou dar cinco moedas de 10 centavos. Nesse exemplo, temos duas maneiras possíveis de dar o troco usando o menor número de moedas que é usando 5 moedas. Por outro lado, se temos moedas de 4 centavos, 6 centavos e 9 centavos, não importa qual quantia que damos de troco, desde que seja possível dar essa quantia com os valores que temos, há uma única maneira ideal para isso. Quando o MDC dos valores das moedas é 1, sabe-se que existe sempre uma menor quantia, chamada número de Frobenius, a partir da qual qualquer valor de troco pode ser dado com as moedas disponíveis.

Dado esse exemplo, me concentrarei na seguinte questão. Supondo que temos moedas de valores a_1, a_2, \dots, a_t , e que temos um suprimento infinito de cada uma delas, para que combinações de valores a_1, a_2, \dots, a_t , há exatamente uma maneira ideal de dar o troco para cada quantia possível com esses valores?

Esse problema será completamente resolvido quando temos, no máximo, três valores distintos de moedas.

O presente trabalho tem por base o artigo “A Variation on the Money-Changing Problem”, de Lance Bryant, James Hamblin e Lenny Jones do American Mathematical Monthly 119 (2012), 406-414.