

# SIMULAÇÃO POR ELEMENTOS FINITOS DE UM ESCOAMENTO ELASTO-VISCOPLÁSTICO ATRAVÉS DE UMA CAVIDADE

Giovanni Minervino Furtado

Orientador: Sérgio Frey

Departamento de Engenharia Mecânica - UFRGS

Apoio: CNPq



## 1. INTRODUÇÃO

O modelo enfatizado neste trabalho é o elasto-viscoplástico, no qual esse fluido apresenta características tanto elásticas como viscoplásticas, ou seja, apresenta comportamento elástico para valores de tensão abaixo da tensão inicial do escoamento e apresenta comportamento viscoplástico para valores superiores a da tensão do escoamento. Esse fluido é muito comum em algumas indústrias, por exemplo, na indústria do petróleo, na indústria de alimentos temos a manteiga e a maionese e na indústria de cosméticos temos cremes e pastas. Nassar (2011) propôs um modelo elasto-viscoplástico com base no modelo de fluido Oldroyd-B que leva em conta os efeitos elásticos. Os resultados gerados através da simulação numérica sem inércia foi aproximado seguindo elementos finitos bilineares(Q1/Q1) para os campos de velocidade, tensão e pressão utilizando Galerkin-Mínimos-Quadrados(GLS).

## 2. OBJETIVO

Este trabalho tem por objetivo analisar o escoamento de um fluido Não-Newtoniano através de uma cavidade, na qual o escoamento foi forçado e dirigido na tampa. O modelo em questão é o elasto-viscoplástico. Os resultados mostrados através da simulação aproximada visam enfatizar as zonas de tensão em torno da cavidade, ou seja, as zonas escoadas. Esses resultados estão de acordo com a variação de alguns parâmetros do modelo.

## 3. MODELAGEM MECÂNICA

O modelo mecânico deste trabalho consiste em equações da conservação de massa e do Momentum, equações constitutivas do modelo elasto-viscoplástico, equações adimensionais e por fim são mostradas todas as equações que regem o modelo. A Conservação de Massa diz que a variação da massa em um volume de controle é zero. O princípio da conservação de Momentum diz que a taxa da variação do momentum linear em um volume de fluido é igual ao somatório de todas as forças externas atuando sobre esse fluido, logo, para um fluido incompressível temos:

$$\text{div } \mathbf{u} = 0$$

$$\rho(\nabla \cdot \mathbf{u}) + \nabla p - \text{div } \boldsymbol{\tau} - \mathbf{b} = 0$$

onde  $\mathbf{u}$  é o vetor velocidade,  $\rho$  a massa específica,  $\boldsymbol{\tau}$  (vetor de tensões) são as forças atuando sobre o sistema e  $\mathbf{b}$  são as forças de campo.

Tanto a equação de conservação de massa como a equação do princípio do momentum, são modificadas de acordo com a equação viscoelástica proposta para a derivada convectada no modelo Oldroyd-B [Nassar 2011] assim, chegamos na equação do modelo elasto-viscoplástico:

$$\boldsymbol{\tau} + \theta_1(\dot{\gamma})\dot{\boldsymbol{\tau}} = 2\eta(\dot{\gamma})(\mathbf{D}(\mathbf{u}) + \theta_2(\dot{\gamma})\dot{\mathbf{D}}(\mathbf{u}))$$

Onde as equações das derivadas convectadas são:

$$\dot{\boldsymbol{\tau}} = (\nabla \boldsymbol{\tau})\mathbf{u} - (\nabla \mathbf{u})\cdot\boldsymbol{\tau} - \boldsymbol{\tau}\cdot(\nabla \mathbf{u})^T$$

$$\dot{\mathbf{D}} = (\nabla \mathbf{D})\mathbf{u} - (\nabla \mathbf{u})\cdot\mathbf{D} - \mathbf{D}\cdot(\nabla \mathbf{u})^T$$

onde a magnitude do tensor taxa de deformação é dada por:  $\dot{\gamma} = \sqrt{2 \text{tr}[(\mathbf{D}(\mathbf{u}))^2]}$   
A viscosidade para este modelo é uma função da taxa de deformação, que neste trabalho foi usada uma expressão proposta por Souza Mendes e Dutra 2004:

$$\eta(\dot{\gamma}) = \left(1 - \exp\left(-\frac{\eta_0}{\tau_0}\dot{\gamma}\right)\right)\left(\frac{\tau_0}{\dot{\gamma}} + K\dot{\gamma}^{n-1}\right) + \eta_\infty$$

Onde  $n$  é o índice de power-law,  $K$  é o índice de consistência,  $\eta_0$  e  $\tau_0$  são a viscosidade limite e a tensão limite, respectivamente.

Logo, as equações que regem o modelo são:

$$\begin{aligned} \text{div } \mathbf{u} &= 0 && \text{in } \Omega \\ \rho(\nabla \cdot \mathbf{u}) + \nabla p - \text{div } \boldsymbol{\tau} - \mathbf{f} &= 0 && \text{in } \Omega \\ \boldsymbol{\tau} + \theta_1(\dot{\gamma})\dot{\boldsymbol{\tau}} &= 2\eta(\dot{\gamma})(\mathbf{D}(\mathbf{u}) + \theta_2(\dot{\gamma})\dot{\mathbf{D}}(\mathbf{u})) && \text{in } \Omega \\ \mathbf{u} &= \mathbf{u}_g && \text{on } \Gamma_g^u \\ \boldsymbol{\tau} &= \boldsymbol{\tau}_g && \text{on } \Gamma_g^\tau \\ [\boldsymbol{\tau} - p\mathbf{1}]\mathbf{n} &= \mathbf{t}_h && \text{on } \Gamma_h^\tau \end{aligned}$$

## 4. PARÂMETROS ADIMENSIONAIS

$$U^* = \frac{u_c}{(\dot{\gamma}_1 L_c)} ; J = \frac{\dot{\gamma}_1 - \dot{\gamma}_0}{\dot{\gamma}_0} = \eta_0 \left(\frac{\tau_0^{1-n}}{K}\right)^{1/n} - 1 ; \theta^* = \frac{\tau_0 \theta_{01}}{\eta_0}$$

$U^*$  é a velocidade adimensional do fluxo, também visto como o nível de tensão de escoamento, onde,  $u_c$  é a velocidade na tampa da cavidade e o  $L_c$  é o comprimento característico(ver Souza Mendes 2007).  $J$  é um parâmetro reológico adimensional.  $\theta^*$  é o tempo de relaxação para quantificar os efeitos elásticos.

## 5. MODELO NUMÉRICO

Neste trabalho, a aproximação numérica foi feita através do método de elementos finitos, multi-campos(SMD) usando uma estabilização baseada nas formulações de Galerkin Mínimos Quadrados(GLS). O método de elementos finitos consiste em uma aproximação numérica de equações diferenciais, baseado no conceito de que a solução de uma equação diferencial pode ser representada como uma combinação linear de graus de liberdade e funções ao longo de todo o domínio do sistema. A malha contém 10201 elementos. O fluxo é dirigido na tampa e assim causará um movimento do fluido para dentro da cavidade (Fig. 1).

As condições de contorno na cavidade são:  
(i) velocidade uniforme ( $u_1=1\text{m/s}$ ) dirigida na tampa da cavidade e,  
(ii) condição de não-deslizamento nas paredes e no fundo da cavidade.

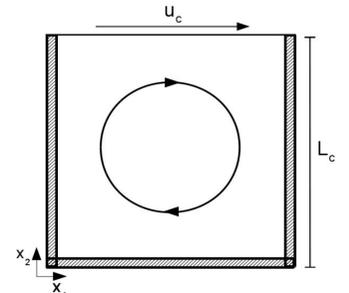


Figura 1: Problema proposto

## 6. RESULTADOS

Os resultados foram obtidos através do critério da taxa de deformação  $\dot{\gamma}$ , pois temos a velocidade adimensionalizada em função deste parâmetro e também este critério separa os efeitos elásticos dos inerciais. O primeiro resultado fixou-se  $U^*=0.01$ ,  $J=1000$ ,  $n=0.5$  e variou-se  $\theta^*$ . No segundo resultado variou-se  $n$  e no terceiro variou-se  $J$ .

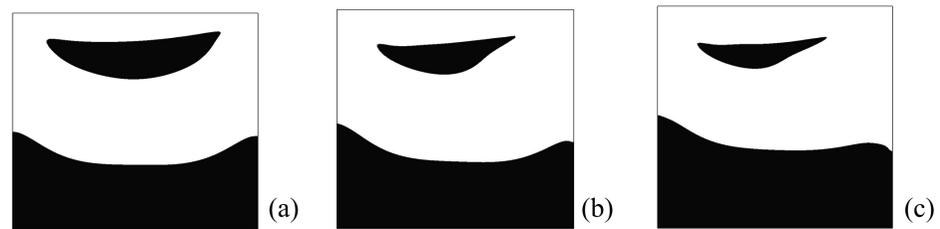


Figura 2: Zonas rígidas para  $U^*=0,01$ ,  $J=1000$  e  $n=0,5$ : (a)  $\theta^*=0,2$ ; (b)  $\theta^*=1$  e (c)  $\theta^*=2$

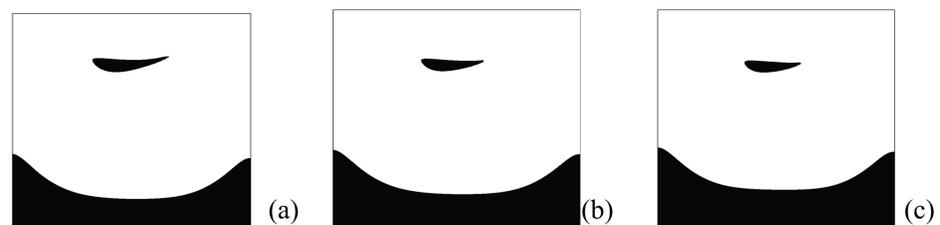


Figura 3: Zonas rígidas para  $U^*=0,1$ ,  $J=1000$  e  $\theta^*=0,25$ : (a)  $n=0,4$  (b)  $n=0,7$  e (c)  $n=1$

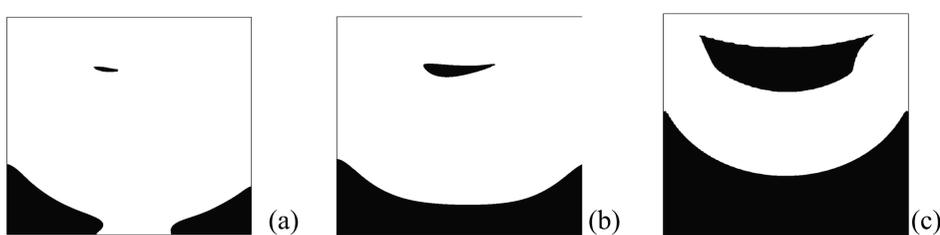


Figura 3: Zonas rígidas para  $U^*=0,1$ ,  $\theta^*=0,25$  e  $n=0,25$ : (a)  $J=500$  (b)  $J=1000$  e (c)  $J=10000$

## 7. CONCLUSÕES

As simulações obtidas via método GLS estão de acordo com os resultados propostos pela literatura. Observou-se que com o aumento na variação dos parâmetros propostos neste trabalho, houve uma perda de simetria durante o escoamento e de acordo com o parâmetro variado, o escoamento vai ter mais ou menos regiões aonde o fluido está escoando.

## 8. REFERÊNCIAS

- Fox, R. W., McDonald, A. T., 2001, "Introdução à Mecânica dos Fluidos" 5ed., Rio de Janeiro, Editora LTC S.A,  
Bruno Nassar, Paulo R. de Souza Mendes, Mônica F. Naccache, "Flow of elasto-viscoplastic liquids through an axisymmetric expansion-contraction", "Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics". 2 March. 2011,  
Franca, L. P., Frey, S., 1992, "Stabilized finite element methods: II. The incompressible Navier-Stokes equations", Comp. Meths. Appl. Mech. Eng., Vol. 99, pp. 209-233, USA, 1992.  
de Souza Mendes, P.R., 2007, "Dimensionless non-Newtonian fluid mechanics", J. Non-Newt. Fluid Mech., Vol. 147, pp. 109-116.