

O objetivo do presente trabalho é apresentar o *Método de Elementos Finitos* e mostrar a construção da solução da *Equação de Poisson* em duas dimensões com fronteira de Dirichlet.

Muitos dos modelos da física-matemática e da engenharia são descritos através de *problemas de valores de contorno*, onde muitas vezes soluções analíticas são de difícil obtenção ou até mesmo inexistentes. Como abordagem para estes problemas, buscam-se aproximações numéricas, sendo o Método de Elementos Finitos uma das principais ferramentas disponíveis.

Dada a Equação de Poisson não-homogênea $-\Delta u = f$ em um domínio Ω com condição de contorno de Dirichlet na fronteira $\partial\Omega$, é possível obter, com auxílio de algumas identidades vetoriais e do *Teorema da Divergência*, a *formulação variacional/fraca* do problema, dada por $\int_{\Omega} \nabla u \cdot \nabla v = \int_{\partial\Omega} v \frac{\partial u}{\partial n} + \int_{\Omega} f v$, onde $\frac{\partial u}{\partial n}$ representa a derivada normal de u na direção de $\partial\Omega$ e v é uma função no espaço de teste V , o qual deve ser composto de funções *suficientemente suaves* para que as operações façam sentido, além de respeitarem as condições de contorno do problema.

O Método de Elementos Finitos consiste na divisão do domínio do problema em um número finito de subdomínios *simples* e na substituição da formulação variacional por uma versão *discreta* da mesma. Tendo em vista o objetivo de transformar o problema contínuo em um problema discreto, é escolhido $V_h \subseteq V$ como um espaço de *dimensão finita* no qual a aproximação da solução do problema estará contida. A discretização do domínio deve ser construída de maneira condizente com o espaço V_h escolhido. Como exemplo, o domínio pode ser discretizado por *triângulos*, e V_h pode ser o espaço das funções contínuas, com derivada contínua por partes e limitada, que satisfaçam as condições de contorno do problema e que sejam *polinômios* de ordem k quando restritas a cada triângulo.

Tomando a função u como combinação linear das funções da base de V_h e substituindo-a na formulação variacional discreta, é obtido um sistema linear $KU = F$, onde as componentes de U representam a aproximação da solução exata do problema, assim como os pesos da combinação linear.

Também é obtida uma estimativa para o erro do Método de Elementos Finitos, sendo a solução aproximada, u_h , tal que $\|u - u_h\|_V \leq C\|u - v\|_V, \forall v \in V_h$, C constante genérica. Se as derivadas de u até ordem $k + 1$ forem limitadas e v for escolhido como interpolador polinomial completo de ordem k , em cada elemento, o erro é estimado por $\|u - u_h\|_V \leq Ch^{k+1}$, onde h é o maior lado dos elementos da discretização.

Neste trabalho serão apresentados os pontos essenciais da teoria do Método de Elementos Finitos, assim como resultados numéricos obtidos com a resolução do problema de Poisson proposto.