

A Topologia pode ser descrita como o ramo da Matemática que estuda a continuidade, ou seja, as propriedades geométricas que são preservadas por deformações contínuas. Suas aplicações ocorrem em muitas áreas da Matemática, como Análise, Geometria e Álgebra. Sendo assim, o estudo da Topologia proporciona uma contribuição significativa para a formação Matemática de um aluno de graduação.

Alguns conceitos topológicos, tais como continuidade, compacidade e conexidade, são extensões naturais de conceitos de Análise e de Cálculo. No entanto, os conceitos de enumerabilidade e de separabilidade são mais profundos, e essencialmente topológicos.

O objetivo desse trabalho é estudar a demonstração e algumas aplicações do Lema de Urysohn, o qual afirma que em um espaço normal, é possível separar conjuntos fechados disjuntos por uma função contínua. Esse resultado pressupõe o estudo de propriedades de separação e enumerabilidade de espaços topológicos.

Como aplicações de Lema de Urysohn, seguem a existência de Partição da Unidade e o Teorema de Metrização de Urysohn, o qual assegura que todo espaço topológico regular com base enumerável é metrizável. Outra consequência interessante é que toda variedade topológica (Hausdorff e com base enumerável) é metrizável.

O projeto está dividido em duas etapas, sendo a primeira delas dedicada ao estudo dos pré-requisitos de Topologia Geral necessários para a correta compreensão da etapa seguinte, tais como base, sub-base, continuidade e compacidade. Além disso, cobre outros tópicos motivantes e úteis em outros ramos da Matemática, tais como conexidade e topologia quociente.

A segunda etapa corresponde ao estudo das propriedades de enumerabilidade e separação de um espaço topológico, bem como da demonstração e das aplicações do Lema de Urysohn descritas acima.

O trabalho vem sendo desenvolvido desde o começo do ano de 2012 através de seminários e discussões semanais, entre aluna e orientador, sobre os tópicos descritos acima. Ele encontra-se com a primeira fase concluída, restando agora o estudo da segunda etapa. A aluna vem demonstrando boa compreensão dos resultados, apesar da relativa complexidade do tema. Por isso, acreditamos que o projeto tem contribuído com sua formação Matemática, dando suporte e motivação para que ingresse em um curso de Pós-Graduação em Matemática.