

O seguinte trabalho visa formular e aplicar métodos de resolução numéricos para resolver a equação de difusão do calor por condução e radiação em um sólido homogêneo e isotrópico. Este tipo de formulação tem importante aplicação em diversas áreas da ciência, desde a estatística, no estudo do movimento browniano, até topologia, em geometria riemanniana. Uma solução analítica foi proposta por Joseph Fourier no começo do século XIX, mas publicada apenas em 1822 onde foi introduzida a hoje conhecida como série de Fourier, de aplicações enormes em diversos campos da matemática e física. A equação do calor vem do balanço de energia em um volume de controle diferencial onde se considera que a única transferência de calor que ocorre é por condução no sólido e que há uma fonte de geração de calor com função conhecida independente do tempo. Esta é uma equação diferencial parcial parabólica e, considerando apenas a variação em uma direção espacial, tem a forma de $d^2u(x,t)/dx^2 = \alpha du(x,t)/dt + f(x,u)$, onde $u(x,t)$ é a função que define a temperatura em uma posição x e tempo t ; α é a constante de difusividade térmica, que depende apenas do material pelo qual é composto o sólido e $f(x,u)$ é a função de geração de calor. Para resolver numericamente a equação é feita uma discretização da função u no tempo t pelo método de Euler, onde a derivada da função em t discretizada fica na forma: $U(x,t) - U(x,t-1)/h$, onde h é o espaçamento da malha no tempo. Para a discretização na direção x usou-se a expansão por série de Taylor, e a derivada segunda em x fica: $U(x-k,t) - 2U(k,t) + U(x+k,t)/k^2$, em que k é agora o espaçamento da malha no espaço. Usando condições de contorno do tipo Dirichlet onde as temperaturas nas extremidades são especificadas; e tendo a condição inicial e a função de geração conhecidas foi usado o programa Scilab para a resolução da equação discretizada usando o método das diferenças finitas. Primeiramente os valores numéricos foram comparados com os valores da solução analítica em estado estacionário, isso é, quando a solução u já não tem dependência do tempo. Fisicamente na condução de calor o estado estacionário ocorre após um período de tempo suficientemente longo. Os valores numéricos convergiram para os valores analíticos satisfatoriamente usando valores adequados de espaçamento da malha. Posteriormente foi feita a solução analítica da equação por separação de variáveis chegando a soluções de série de Fourier. Para cada instante de tempo e ponto no espaço os valores analíticos foram comparados com os numéricos e os valores mostraram-se bons desde que -novamente- valores adequados de espaçamento fossem escolhidos. Ao final, os métodos de discretização demonstraram serem bons.