

CNPq/UFRGS  
Apoio

Filipe Jung dos Santos (jung.filipe@gmail.com)  
Bolsista

Sílvia Regina Costa Lopes (silvia.lopes@ufrgs.br)  
Orientadora

## Introdução

Neste trabalho apresentamos uma análise de séries temporais que medem a incidência de radiação solar. A coleta dos dados foi feita em três regiões, classificadas como regiões Centro, Leste e Oeste. Para cada uma delas, os valores de radiação foram medidos mensalmente para diversas latitudes, desde o ano de 1960 até 1990. Dadas latitude e região, a série temporal correspondente tem, portanto, 360 valores de radiação.

## Objetivos

Desejamos obter um modelo adequado aos dados, isto é, um modelo que ajuste adequadamente os dados observados. Primeiramente, analisamos apenas a região Centro.

## O Modelo ARIMA Sazonal Fracionário

O modelo SARFIMA, também conhecido na literatura como ARFISMA ou FARISMA, é um caso especial do modelo FARIMA generalizado considerado por Giraitis e Leipus (1995).

Bisognin e Lopes (2007) consideram a abordagem de estimação e previsão no processo SARFIMA  $(0, D, 0)_s$  puro, ou seja, quando o processo é um modelo ARIMA fracionário integrado, com sazonalidade  $s$ .

Bisognin e Lopes (2009) consideram o processo SARFIMA  $(p, d, q) \times (P, D, Q)_s$  completo, dando provas das propriedades teóricas tais como a expressão da função densidade espectral e seu comportamento perto das frequências sazonais, a estacionariedade, a curta e longa dependência, a função de autocovariância e sua expressão assintótica.

Usando a mesma notação como em Bisognin e Lopes (2009), a forma geral do modelo é definida como a solução da equação

$$\phi(B)\Phi(B^s)(1-B)^d(1-B^s)^D(X_t - \mu) = \theta(B)\Theta(B^s)\varepsilon_t$$

onde  $\mu \in \mathbb{R}$  é a média do processo,  $\{\varepsilon_t\}_{t \in \mathbb{Z}}$  é um processo de ruído branco com média zero e variância  $\sigma_\varepsilon^2$ ,  $d$  e  $D$  são, respectivamente, os parâmetros de diferenciação de ordem não sazonal e sazonal, onde  $d, D \in \mathbb{R}$ ,  $s \in \mathbb{N}^*$  é o período da sazonalidade,  $B$  é o operador de deslocamento para trás dado por  $B^{sk}(X_t) = X_{t-sk}$ , para todo  $k \in \mathbb{N}$ ,  $(1-B)^d$  e  $(1-B^s)^D$  são, respectivamente, os operadores de diferença não sazonal e sazonal,  $\phi(\cdot)$  e  $\Phi(\cdot)$  são, respectivamente, os polinômios auto-regressivos não sazonal e sazonal,  $\theta(\cdot)$  e  $\Theta(\cdot)$ , são, respectivamente, os polinômios média-móveis não sazonal e sazonal, dados por

$$\Phi(z) = \sum_{k=0}^P (-\Phi_k) z^{sk}, \quad \Theta(z) = \sum_{k=0}^Q \Theta_k z^{sk}$$

$$\phi(z) = \sum_{k=0}^p (-\phi_k) z^k, \quad \theta(z) = \sum_{k=0}^q \theta_k z^k,$$

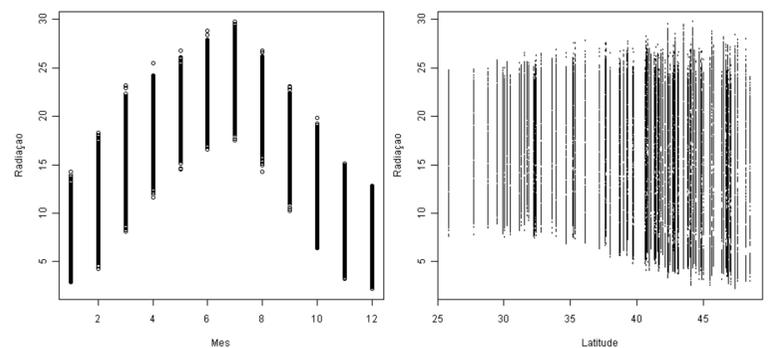
com  $\phi_0 = -1 = \Phi_0$  e  $\theta_0 = 1 = \Theta_0$  imediatamente, se  $\{X_t\}_{t \in \mathbb{Z}}$  processo estacionário, então  $\mu = \mathbb{E}(X_0)$

Denotamos o processo  $\{X_t\}_{t \in \mathbb{Z}}$  por SARFIMA $(p, d, q) \times (P, D, Q)_s$ .

## Análise preliminar da região centro

Primeiramente, para a Região Centro, apresentamos os gráficos das radiações contra os meses e contra as latitudes.

Radiação x Mês e Radiação x Latitude

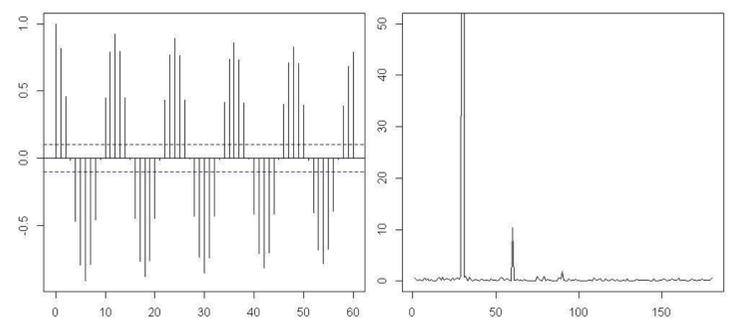


Como esperado, observa-se pelo primeiro gráfico que os valores de radiação, que começam a ser medidos no inverno, crescem até chegar em seu valor máximo no mês de Julho, ápice do verão no hemisfério norte, decrescendo logo depois.

O gráfico da radiação solar em relação à latitude mostra que, quanto maior a latitude, maior é a variabilidade. Portanto, temos volatilidade estocástica, isto é, a variância muda conforme a latitude medida.

Fixando a latitude 32.83, plotamos os gráficos das funções de autocorrelação e periodograma da respectiva série temporal.

Autocorrelação e Periodograma



Pelo gráfico da função de autocorrelação, observa-se a presença de sazonalidade na série. Pelo gráfico da função periodograma, conseguimos verificar que a sazonalidade é 12. De fato,

$$s = \frac{n}{k} = \frac{360}{30} = 12$$

, onde  $n$  é o tamanho da série e  $k$  é a frequência na qual ocorre o valor máximo no periodograma.

## Simulações e Resultados

Queremos obter um modelo adequado aos dados. Até o momento, devido as características das séries, esperamos que modelos da classe SARFIMA $(1, d, 1) \times (1, D, 1)_{12}$  sejam adequados.

Estamos usando no software R, rotinas referente a processos SARFIMA completo para descobrir as estimativas dos parâmetros  $d, D, \phi_1, \theta_1, \Phi_1$  e  $\Theta_1$ .

Para a série temporal referente à latitude 32,83 da região centro, obtemos a seguinte estimativa de parâmetros:

$$\hat{d} = 0.0147, \quad \hat{D} = 1.4269,$$

$$\hat{\phi}_1 = 0.7170, \quad \hat{\theta}_1 = 0.1161, \quad \hat{\Phi}_1 = 0.0647 \text{ e } \hat{\Theta}_1 = -0.5029$$

## Considerações Finais

Queremos agora fazer a análise de resíduos para essa estimativa e a previsão para esse conjunto de dados.

## Referências:

Bisognin, C. e S. R. C. Lopes (2007). Estimating and Forecasting the Long-Memory Parameter in the Presence of Periodicity. *Journal of Forecasting*, 26, 405-427;

Bisognin, C. e S. R. C. Lopes (2009). Properties of seasonal long memory processes. *Mathematical and Computer Modelling*, 49, 1837-1851;

Bisognin, C. e S. R. C. Lopes (2011). Estimation and Forecasting in Seasonal Long Memory Processes;

Bloomfield, P. (1976). {Fourier Analysis of Time Series: An Introduction} New York: Wiley.

Morettin, P.A. e C.M.C. Toloi (2006). {Análise de Séries Temporais}. 2a. edição. São Paulo: Edgard Blücher. Reis, E.A. (1997). {Noções Básicas de S-PLUS for Windows}. 1a. edição. Obtido da página do autor.

Shumway, R.H. e D.S. Stoffer (2006). {Time Series Analysis and Its Applications - With R Examples}. 2nd edition. New York: Springer.