

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
ESCOLA DE ENGENHARIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

**NOLVI FRANCISCO BAGGIO FILHO**

**ESTUDO DE UM  
ATUADOR PLANAR DE INDUÇÃO**

Porto Alegre

2012

**NOLVI FRANCISCO BAGGIO FILHO**

**ESTUDO DE UM  
ATUADOR PLANAR DE INDUÇÃO**

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica.

Área de concentração: Energia.  
Dispositivos Eletromagnéticos.

**ORIENTADOR: Prof. Dr. Ály Ferreira Flores Filho**

Porto Alegre

2012

NOLVI FRANCISCO BAGGIO FILHO

## **ESTUDO DE UM ATUADOR PLANAR DE INDUÇÃO**

Esta tese foi julgada adequada para a obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica e aprovada em sua forma final pelo Orientador e pela Banca Examinadora.

Orientador: \_\_\_\_\_

Prof. Dr. Ály Ferreira Flores Filho, UFRGS

Doutor pela Cardiff University – Cardiff, País de Gales, GB

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Alexandre Balbinot, UFRGS

Doutor pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul – Porto Alegre, Brasil

Prof. Dr. Luiz Alberto Pereira, UFRGS

Doutor pela Technische Universität Kaiserslautern – Kaiserslautern, Alemanha

Profa. Dra. Marília Amaral da Silveira, ULBRA

Doutora pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul – Porto Alegre, Brasil

Prof. Dr. Renato Carlson, UTFPR

Doutor pela Université Toulouse III Paul Sabatier – Toulouse, França

Prof. Dr. Roberto Petry Homrich, UFRGS

Doutor pela Universidade Estadual de Campinas – Campinas, Brasil

Coordenador do PPGEE: \_\_\_\_\_

Prof. Dr. João Manoel Gomes da Silva Junior

Porto Alegre, agosto de 2012.

*Dedico esse trabalho ao meu orientador,  
Professor Ály, pelos conhecimentos que me  
proporcionou durante a realização desta Tese.*



## AGRADECIMENTOS

Existem duas possibilidades de se construir uma Tese: de qualquer jeito apenas para terminar de uma vez ou então fazê-la com dedicação, trabalho, pesquisa, paixão e assim torná-la “*O Trabalho da Sua Vida*”. Eu optei pela segunda. Foi uma longa caminhada, e ainda que com momentos difíceis, nada pode ofuscar o brilho dos olhos a cada pesquisa realizada, a cada resultado obtido e a cada etapa concluída. Muitas pessoas fizeram parte dessa trajetória, a elas o meu indelével agradecimento, em especial:

Aos meus pais, Bernardete e Nolvi, pelo respeito às minhas decisões, por confiarem em mim e por me fazerem sentir, de forma intensa, o amor que têm por mim.

À minha irmã Tamara, por ser minha melhor amiga.

Ao meu orientador Professor Ály Ferreira Flores Filho, pela forma encorajadora que conduziu a orientação desse trabalho, sempre fazendo com sabedoria e percepção.

A todos os colegas do Laboratório de Máquinas Elétricas, Acionamentos e Energia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, principalmente aos amigos Luiz Tiarajú dos Reis Loureiro, Roberto Petry Homrich, Carlos Sonier Cardoso do Nascimento e Paulo Roberto Eckert, pela amizade e contribuições.

Aos colegas do *Electromechanics and Power Electronic Group* da *Eindhoven University of Technology*, Eindhoven, Holanda, por contribuírem positivamente nos meus estudos.

Ao Programa de Pós Graduação em Engenharia Elétrica, dessa Universidade, por possibilitar, acreditar e patrocinar a realização desse trabalho de pesquisa. Também à CAPES pela provisão da Bolsa de Doutorado.

## RESUMO

O presente trabalho trata do estudo, análise, construção e teste de uma nova configuração para um atuador planar. O dispositivo, que apresenta uma movimentação sobre o plano com dois graus de liberdade a partir de um único dispositivo de tração, é formado por um carro, também chamado de primário, que apresenta dois enrolamentos trifásicos independentes, ortogonais entre si, montados em um núcleo ranhurado de material compósito magneticamente macio de grão isolado; e por um estator, também chamado de secundário, formado por uma chapa de alumínio plana montada sobre um núcleo ferromagnético igualmente plano, formando a área de trabalho ou de movimentação do primário. Através de um acionamento trifásico, os enrolamentos produzem campos magnéticos viajantes, fazendo com que correntes elétricas induzidas apareçam nos materiais eletricamente condutores do secundário. A interação entre os campos magnéticos e as correntes induzidas proporciona o aparecimento de uma força planar de propulsão na direção do campo magnético viajante, responsável pelo deslocamento do primário sobre a área de trabalho, definida pelo secundário. O atuador apresenta uma distribuição espacial da densidade de fluxo magnético em toda a sua estrutura. Este trabalho preocupa-se em analisar analítica, numérica e experimentalmente os fenômenos eletromagnéticos envolvidos, tanto em regime estático como dinâmico. O emprego de duas configurações para o secundário, utilizados separadamente, é investigado: no caso 1 é montado um núcleo de material ferromagnético sobre o qual é colocada uma chapa de alumínio; já no caso 2, é retirado o alumínio do conjunto, mantendo-se o mesmo material ferromagnético, a saber, aço maciço 1020. Uma análise estática e dinâmica, a partir do método dos elementos finitos tornou possível a verificação da densidade de fluxo magnético no entreferro e da distribuição da densidade de corrente elétrica induzidas nos materiais do secundário em função da excitação trifásica dos enrolamentos do primário, bem como a obtenção dos seus efeitos sobre a força planar de propulsão, considerando as duas configurações propostas para o estator. Além disso, pode-se comparar esses resultados, direta ou indiretamente, como os resultados analíticos e experimentais obtidos. Esses resultados apontam que existem diferenças significativas na utilização das duas configurações, indicando que o caso 1, quando utilizado de maneira adequada no sistema, produz uma melhor resposta de força em função da excitação elétrica.

**Palavras chave:** Atuador planar de indução, compósito magneticamente macio de grão isolado, corrente elétrica induzida, densidade de fluxo magnético e força planar de propulsão.

## ABSTRACT

The present work presents the study, analysis, implementation and test of a new type of planar actuator, the induction planar actuator with orthogonal windings. The device, which presents movement over the plan with two degrees of freedom from a unique traction device, is formed by a car, also called primary, which presents two three-phase independent winding, orthogonal among each other, assembled on a slotted core made of grain insulated soft magnetic composite material and by a stator, also called secondary, formed by an aluminum plate assembled over a plan ferromagnetic core equally plan, forming a work area or of primary movement. Through the three-phase operation drive, the windings produce traveling magnetic fields, having the electric induced current to appear at the electrically conductor materials of the secondary. The interaction between the magnetic fields and the induced currents provides the appearance of a planar traction force towards the traveling magnetic field, responsible for the displacement of the primary over the work area, defined by the secondary. The actuator presents magnetic flow density spatial distribution in all its structure. This paper is concerned about analyzing analytically, numerically and experimentally the phenomena involved as in steady as dynamic state. The employment of two settings to the secondary used separately is argued: in case 1 a ferromagnetic core is assembled over which is placed an aluminum plate; in case 2 the aluminum is taken off the setting, maintaining the same ferromagnetic material (steel 1020). Dynamic and statics analysis, from the finite elements method, made the verification of the magnetic flux density possible in the air gap and the distribution of the electric current density induced on the material of the secondary due to the three-phase excitation of the winding of the primary, as well as the obtainment of its effects over the planar traction force, regarding the two settings proposed for the stator. Besides, it's possible to compare these results, direct or indirectly as analytical and experimental results obtained. These results point the there are meaningful differences at both settings, indicating that case 1, when used adequately in the system, produces better force response due to the electric excitation.

**Key words: induction planar actuator, grain insulated soft magnetic composite material, induced current, magnetic flux density, planar traction force.**

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO E ESTADO DA ARTE.....</b>	<b>25</b>
<b>1.1 VISÃO GERAL DO TRABALHO .....</b>	<b>27</b>
<b>1.2 ESTADO DA ARTE .....</b>	<b>28</b>
<b>1.2.1 Atuadores Eletromecânicos .....</b>	<b>29</b>
<b>1.2.1.1 Atuadores Lineares.....</b>	<b>29</b>
<b>1.2.1.1.1 Atuador Linear de Indução .....</b>	<b>37</b>
<b>1.2.1.2 Atuadores Elétricos Planares.....</b>	<b>54</b>
<b>2 O ATUADOR PLANAR DE INDUÇÃO .....</b>	<b>65</b>
<b>2.1 ESTRUTURA BÁSICA DETALHADA .....</b>	<b>67</b>
<b>2.2 CARACTERÍSTICAS DOS MATERIAIS FERROMAGNÉTICOS UTILIZADOS .....</b>	<b>72</b>
<b>2.2.1 Aço Maciço AISI 1020 .....</b>	<b>72</b>
<b>2.2.2 Material Compósito de Grão Isolado 1P Somaloy 500.....</b>	<b>74</b>
<b>2.2.2.1 Propriedades Magnéticas e Elétricas .....</b>	<b>77</b>
<b>2.3 PRINCÍPIO DE FUNCIONAMENTO.....</b>	<b>80</b>
<b>2.3.1 Exemplo de Operação.....</b>	<b>84</b>
<b>2.6 DIFERENCIAL DO ATUADOR PLANAR DE INDUÇÃO EM ESTUDO .....</b>	<b>86</b>
<b>3 MODELAGEM ANALÍTICA .....</b>	<b>87</b>
<b>3.1 DENSIDADE DE FLUXO MAGNÉTICO NO ENTREFERRO .....</b>	<b>88</b>
<b>3.1.1 Fonte Primária de Excitação.....</b>	<b>89</b>
<b>3.1.2 Correntes Elétricas Induzidas no Secundário.....</b>	<b>108</b>
<b>3.1.3 Análise no Domínio Tempo .....</b>	<b>126</b>
<b>3.1.4 Densidade de Fluxo Magnético Total.....</b>	<b>131</b>
<b>3.2 FLUXO MAGNÉTICO RESULTANTE DE EXCITAÇÃO .....</b>	<b>135</b>
<b>3.2.1 Fluxo Magnético no Atuador Planar de Indução, por Ranhura .....</b>	<b>138</b>
<b>3.3 FORÇA ELETROMOTRIZ INDUZIDA .....</b>	<b>144</b>

<b>3.4 FORÇA MAGNETOMOTRIZ</b> .....	<b>148</b>
<b>3.5 FORÇA PLANAR DE PROPULSÃO LINEAR</b> .....	<b>154</b>
<b>4 SIMULAÇÕES NUMÉRICAS</b> .....	<b>156</b>
<b>4.1 MODELO NUMÉRICO DO ATUADOR PLANAR DE INDUÇÃO</b> .....	<b>156</b>
<b>4.1.1 O Pacote Computacional MEGA</b> .....	<b>157</b>
<b>4.1.2 O Pacote Computacional MAXWELL</b> .....	<b>159</b>
<b>4.2 SIMULAÇÕES NUMÉRICAS</b> .....	<b>160</b>
<b>4.2.1 Densidade de Fluxo Magnético</b> .....	<b>161</b>
<b>4.2.2 Correntes Elétricas Induzidas</b> .....	<b>182</b>
<b>4.2.3 Força Planar de Propulsão e Força Normal</b> .....	<b>190</b>
<b>4.2.4 Força Eletromotriz Induzida</b> .....	<b>196</b>
<b>4.2.5 Perdas Ôhmicas</b> .....	<b>198</b>
<b>4.2.6 Indutâncias Próprias e Mútuas</b> .....	<b>199</b>
<b>5 TESTES EXPERIMENTAIS</b> .....	<b>205</b>
<b>5.1 FORÇA PLANAR DE PROPULSÃO LINEAR</b> .....	<b>205</b>
<b>5.2 FORÇA ELETROMOTRIZ INDUZIDA E FLUXO MAGNÉTICO</b> .....	<b>213</b>
<b>5.2.1 Força Eletromotriz Induzida</b> .....	<b>213</b>
<b>5.2.2 Fluxo Magnético</b> .....	<b>217</b>
<b>6 COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS</b> .....	<b>219</b>
<b>6.1 DENSIDADE DE FLUXO MAGNÉTICO</b> .....	<b>219</b>
<b>6.2 FORÇA ELETROMOTRIZ INDUZIDA</b> .....	<b>224</b>
<b>6.2.1 FEM Resultante da Excitação no Enrolamento do eixo <math>x</math></b> .....	<b>224</b>
<b>6.2.2 FEM Resultante da Excitação nos Dois Enrolamentos</b> .....	<b>226</b>
<b>6.3 FLUXO MAGNÉTICO</b> .....	<b>227</b>
<b>6.4 FORÇA PLANAR DE PROPULSÃO LINEAR</b> .....	<b>229</b>
<b>6.4.1 Força Planar Resultante da Excitação no Enrolamento do eixo <math>x</math></b> .....	<b>229</b>
<b>6.4.2 Força Planar Resultante da Excitação no Enrolamento do eixo <math>y</math></b> .....	<b>232</b>
<b>6.4.3 Força Planar Resultante da Excitação de Ambos os Enrolamentos</b> .....	<b>234</b>
<b>6.4.4 Análise dos Resultados Referentes à Força Planar</b> .....	<b>235</b>
<b>7 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES</b> .....	<b>237</b>
<b>REFERÊNCIAS</b> .....	<b>242</b>

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 Transformação elementar de um motor rotativo em um atuador linear [4].	30
Figura 2 Atuador linear de passo multi-fases [4] [11].	33
Figura 3 Motor Linear de corrente contínua <i>brushless</i> com dupla armadura [13].	34
Figura 4 Gerador Linear a partir das Ondas do Mar: (a) Planta Esquemática; (b) Detalhe Interno [15].	35
Figura 5 Gerador Tubular Linear de Indução do tipo Stirling [16].	36
Figura 6 Desenho esquemático de um atuador linear de indução [4] [47].	41
Figura 7 Estruturas básica para um atuador linear de indução: (a) Estator curto e simples; (b) Estator longo e simples; (c) Estator curto, simples e com circuito magnético e; (d) Estator curto e duplo [4].	42
Figura 8 Configuração de enrolamentos com uma camada e com um par de pólos [4].	43
Figura 9 Configuração de enrolamentos com duas camadas com dois pares de polos [4].	43
Figura 10 Configuração de enrolamentos com duas camadas e número par de pares de polos [4].	43
Figura 11 Configuração de enrolamentos econômicos para baixas potências [4].	43
Figura 12 Secundário de cobre ou alumínio para máquinas lineares: (a) com parte sólida traseira em aço; (b) sem parte traseira e (c) núcleo de aço ranhurado com secundário em formato de escada [4].	44
Figura 13 Aspecto transversal de um atuador linear de indução de simples estator: (a) com uma placa ferromagnética para fecho do fluxo magnético; (b) sem a placa [48].	45
Figura 14 Curva típica de força versus velocidade de uma máquina de indução rotativa operando com tensão e frequência constantes [50].	47
Figura 15 Laços de corrente induzida no estator devido à variação de campo magnético provocada pela movimentação do translator [51].	49
Figura 16 Comportamento do campo magnético ao longo do entreferro do motor linear [51].	49
Figura 17 Translador bidirecional acionado por dois motores rotativos [8].	55
Figura 18 Estrutura de um Motor de Superfície [53].	56
Figura 19 No carro do Motor de Superfície, destaque para a disposição das bobinas com os núcleos ferromagnéticos [53].	56
Figura 20 Motor de Sawyer: (a) Vista esquemática 3D; (b) Vista da parte móvel [55].	57
Figura 21 Estator de material ferromagnético para o motor planar baseado no Motor de Sawyer; (a) estator ranhurado; (b) interação entre a parte móvel e a parte estatórica [55].	57
Figura 22 Atuador planar de corrente contínua com enrolamento envolvente [9].	58
Figura 23 Ilustração do Atuador Planar com Bobinas Planificadas e Núcleo de Material Ferromagnético Compósito [8].	59

Figura 24	Vista esquemática bidimensional do atuador planar [8][9].....	60
Figura 25	Exemplo de produção de movimento bidirecional: (a) carro em repouso; (b) movimento ao longo do eixo $x$ [8].....	60
Figura 26	Atuador planar com ímãs permanentes: (a) Vista esquemática; (b) Detalhe do translator e estator; (c) Detalhe do Arranjo de Halbach e; (d) Protótipo construído [57].....	62
Figura 27	Motor Planar com Levitação: (a) plataforma sem a parte móvel; (b) plataforma com a parte móvel, indicando os sensores de posição [58].....	63
Figura 28	Primário de um atuador planar de indução com dois graus de liberdade [56].....	64
Figura 29	Fotografia do protótipo do atuador planar de indução.....	66
Figura 30	Vista esquemática da estrutura do atuador planar, destacando a região do carro. ....	66
Figura 32	Estrutura ranhurada em material ferromagnético compósito do primário do atuador planar de indução: (a) Fotografia e (b) desenho esquemático com medidas.....	67
Figura 33	Esquema representativo das ligações elétrica das bobinas do primário: (a) enrolamento do eixo $x$ e (b) enrolamento do eixo $y$ .....	69
Figura 34	Uma bobina do primário do atuador planar de indução: (a) fotografia e (b) desenho esquemático com medidas. ....	69
Figura 35	Seqüência de montagem do primário do atuador planar de indução: (a) colocação da primeira bobina; (b) colocação da primeira camada de nove bobinas e (c) estrutura final com a colocação das dezoito bobinas.....	70
Figura 36	Estrutura planificada do secundário do atuador planar de indução - desenho esquemático com medidas. ....	71
Figura 37	Destaque das partes da estrutura de sustentação do atuador planar de indução.....	72
Figura 38	Curva de tratamento térmico do aço 1020 [13].....	73
Figura 39	Curva de magnetização normal do Aço Maciço Recozido AISI 1020 [9].....	74
Figura 40	Somaloy 500: (a) partícula, (b) estrutura de Somaloy e (c) superfície de isolamento elétrica [70].....	75
Figura 41	Processo de produção do Somaloy [72].....	76
Figura 42	Peso específico do Somaloy [70].....	77
Figura 43	Curva BH com excitação c.c. do (a) 1P Somaloy 500; (b) 1P Somaloy 700; (c) 3P Somaloy 700 e; (d) 3P Somaloy 700 HR [70] [71]. ....	78
Figura 44	Perdas nos núcleos de Somaloy a uma indução de 0,5T [70] [76]. ....	79
Figura 46	Perdas nos núcleos de Somaloy a uma indução de 1,5T [70][76]. ....	80
Figura 47	Bloco de 1P Somaloy 500 medindo 30mm x 30mm x 115mm. ....	80
Figura 48	Vista esquemática frontal do atuador planar de indução. ....	81
Figura 49	Vista frontal de um dos dentes do primário com a representação vetorial e instantânea da densidade de corrente elétrica induzida, da densidade de fluxo magnético e da força planar. ....	83
Figura 50	Exemplo de produção de movimento bidirecional: (a) carro em movimentação transversal devido à excitação dos núcleos do primário; (b) carro em movimento ao longo do eixo $x$ a partir da excitação do núcleo primário localizado no eixo $x$ ; e (c) carro em movimento ao longo do eixo $y$ a partir da excitação do núcleo primário localizado no eixo $y$ . ....	85
Figura 51	Geometria do atuador planar de indução em estudo: (a) vista frontal e; (b) vista superior. ....	92

Figura 52	Formato presumido do comportamento da distribuição da densidade de fluxo magnético na componente $z$ no entreferro. ....	93
Figura 53	Modelo analítico dividido em regiões e fronteiras simbolizadas por B, G, A e F numa vista frontal.....	93
Figura 54	Bobina com núcleo de material ferromagnético e entreferro apresentando o sentido e a presença dos vetores $\vec{B}$ , $\vec{H}$ e $\vec{M}$ [9].....	96
Figura 55	Condutor com uma densidade de corrente $\vec{J}_s$ e a posição do ponto $P$ em relação a um elemento de volume $dV$ do mesmo condutor [9]. ....	100
Figura 56	As três regiões de observação (indicadas pelos números 1, 2 e 3) para geração dos gráficos subsequentes.....	104
Figura 60	Vista frontal da geometria do atuador planar de indução, com imposição das condições de fronteira. São representados apenas os efeitos na componente $x$ da excitação primária e corrente induzida no alumínio do secundário. ....	112
Figura 61	Relação entre a amplitude da densidade de corrente elétrica induzida para duas localizações ao longo da profundidade do material [91]. ....	122
Figura 62	Relação entre o campo elétrico e magnético na forma vetorial em um material condutor. A intensidade de campo elétrico e a densidade de corrente elétrica são perpendiculares à intensidade do campo magnético [91]. ....	122
Figura 63	Dimensões da lâmina do núcleo e a indicação do caminho preferencial da densidade de fluxo magnético [91]. ....	124
Figura 64	Densidade de corrente induzida na placa laminada do núcleo a partir da densidade de fluxo magnético [91]. ....	124
Figura 65	Gráficos da componente $z$ do vetor densidade de fluxo magnético na linha central de um dos dentes do primário, para os dois casos examinados, em três diferentes posições do entreferro: (a) rente ao primário; (b) a 0,5mm do primário e (c) a 1mm do primário. Enrolamento $x$ excitado de forma trifásica com 3 A eficaz, a 60 Hz. ....	132
Figura 67	Comparação da resultante das seis situações analisadas na forma de gráficos da componente $z$ do vetor densidade de fluxo magnético na linha central de um dos dentes do primário, para os dois casos examinados, em três diferentes posições do entreferro: (a) rente ao primário; (b) no centro no entreferro e (c) rente ao secundário. Enrolamento $x$ excitado de forma trifásica com 3 A eficaz, a 60 Hz. ....	135
Figura 68	(a) Layout da disposição das variáveis de fluxo magnético no primário do atuador planar de indução e (b) Circuito elétrico equivalente. ....	139
Figura 69	Equivalente de Norton com referência ao ramo de $\phi_{Aa}$ . ....	139
Figura 70	Circuito elétrico equivalente para determinação de $\phi_{Aa}$ . ....	140
Figura 71	Defasagem entre os sistemas trifásicos equilibrados de excitação em representação vetorial.....	142
Figura 72	Gráficos do fluxo magnético no API, em função do tempo, quando os dois enrolamentos são excitados com corrente elétrica trifásica, equilibrada, com 3 A, a 60 Hz. ....	143
Figura 73	Esquema para utilização de bobina exploradora no teste de força eletromotriz induzida. ....	144



Figura 74	Força Eletromotriz Induzida na bobina exploradora 1 para os dois casos quando o enrolamento $x$ é excitado com tensão elétrica de 30 V eficaz, por fase, a uma frequência de 60 Hz. ....	146
Figura 75	Força Eletromotriz Induzida na bobina exploradora 1 para os dois casos quando o enrolamento $x$ e o enrolamento $y$ são excitados com tensão elétrica de 20 V eficaz, por fase, a uma frequência de 60 Hz.....	147
Figura 76	Força Eletromotriz Induzida na bobina exploradora 2 para os dois casos quando o enrolamento $x$ e o enrolamento $y$ são excitado com tensão elétrica de 40 V eficaz, por fase, a uma frequência de 60 Hz.....	148
Figura 77	Enrolamento de estator trifásico simplificado para uma máquina linear de dois pólos, (a) vista frontal e (b) vista 3D [7][9].....	149
Figura 78	A força magnetomotriz de um enrolamento linear concentrado para dois pólos [7]. ....	150
Figura 79	Gráfico da força magnetomotriz resultante no API a partir de uma excitação elétrica de 3 A, tanto no enrolamento $x$ como no enrolamento $y$ , numa frequência de 60 Hz: (a) $t=0$ s; (b) $t=0,005$ s; (c) $t=0,009$ s e; (d) $t=0,014$ s. ....	153
Figura 80	Vistas da malha virtual do atuador planar de indução - (a) 2D e; (b) 3D. ....	158
Figura 81	Vistas da malha virtual do Atuador Planar de Indução - (a) 2D e; (b) 3D. ....	160
Figura 82	Mapeamento do módulo do vetor densidade de fluxo magnético para o caso 1, quando apenas o enrolamento $x$ é excitado com 3 A, trifásico e equilibrado -(a) vista superior com a localização do corte C - C'; (b) Instante considerado para as correntes elétricas primárias e; (c) detalhe do mapeamento 2D da densidade de fluxo magnético no modelo através de vetores de $B$ para escorregamento de 1, (d) para escorregamento de 0,8 e (e) para escorregamento de 0,5. ....	163
Figura 83	Mapeamento do módulo do vetor densidade de fluxo magnético para o caso 1, quando os enrolamentos $x$ e $y$ são excitados com 60 V, trifásico e equilibrado - (a) vista superior com a localização do corte C - C'; (b) Instante considerado das correntes elétricas primárias e; (c) detalhe do mapeamento 2D da densidade de fluxo magnético no modelo através de vetores de $B$ para escorregamento de 1, (d) para escorregamento de 0,8 e (e) para escorregamento de 0,5. ....	164
Figura 84	Valores pontuais da componente $z$ do vetor densidade de fluxo magnético sobre a linha vermelha como indicada, para o caso 1, quando o enrolamento $x$ é excitado com tensão elétrica trifásica de 60 V - (a) Vista de topo com destaque da linha de amostragem; (b) Vista frontal com destaque da linha de amostragem e; (c) Gráfico. ....	165
Figura 85	Valores pontuais da componente $z$ do vetor densidade de fluxo magnético sobre a linha vermelha como indicada, para o caso 1, quando os enrolamentos $x$ e $y$ são excitados com tensão elétrica trifásica de 60 V - (a) Vista de topo com destaque da linha de amostragem; (b) Vista frontal com destaque da linha de amostragem e; (c) Gráfico. ....	166
Figura 86	Valores pontuais da componente $z$ do vetor densidade de fluxo magnético sobre a linha vermelha como indicada, para o caso 2, quando o enrolamento $x$ é excitado com tensão elétrica trifásica de 60 V - (a) Vista de topo com destaque da linha de amostragem; (b) Vista frontal com destaque da linha de amostragem e; (c) Gráfico. ....	166
Figura 87	Valores pontuais da componente $z$ do vetor densidade de fluxo magnético sobre a linha vermelha como indicada, para o caso 2, quando os enrolamentos $x$ e $y$ são	

excitados com tensão elétrica trifásica de 60 V - (a) Vista de topo com destaque da linha de amostragem; (b) Vista frontal com destaque da linha de amostragem e; (c) Gráfico..... 167

Figura 88 Valores pontuais da componente  $z$  do vetor densidade de fluxo magnético em toda a espessura do entreferro, para o caso 1, indicado a partir do corte C – C', quando o enrolamento  $x$  é excitado com tensão elétrica trifásica de 60 V - (a) vista superior com a localização do corte C - C' e instante considerado para a análise; (b) Vista frontal com destaque na região de amostragem e; (c) Gráfico..... 167

Figura 89 Valores pontuais da componente  $z$  do vetor densidade de fluxo magnético em toda a espessura do entreferro, para o caso 1, indicado a partir do corte C – C', quando os enrolamentos  $x$  e  $y$  são excitados com tensão elétrica trifásica de 60 V - (a) vista superior com a localização do corte C - C' e instante considerado para a análise; (b) Vista frontal com destaque na região de amostragem e; (c) Gráfico. .... 168

Figura 90 Gráfico da distribuição da densidade de fluxo magnético na região central do entreferro para o caso 1, quando o enrolamento do eixo  $x$  recebe uma excitação elétrica de 60 V a 60 Hz, trifásico e equilibrada – (a) vista da localização da região de análise; (b) instante considerado para a análise; (c) escorregamento de 1 e; (d) escorregamento de 0,5..... 169

Figura 91 Gráfico da distribuição da densidade de fluxo magnético na região central do entreferro para o caso 1, quando ambos os enrolamentos recebem uma excitação elétrica de 60 V a 60 Hz, trifásico e equilibrada – (a) vista da localização da região de análise; (b) instante considerado para a análise; (c) escorregamento de 1 e; (d) escorregamento de 0,5..... 170

Figura 92 Mapeamento do módulo do vetor densidade de fluxo magnético para o caso 2, quando apenas o enrolamento  $x$  é excitado com 60 V, trifásico e equilibrado - (a) vista superior com a localização do corte C - C'; (b) Indicação do instante considerado das correntes elétricas primárias e; (c) detalhe do mapeamento 2D da densidade de fluxo magnético no modelo através de vetores de  $B$  para escorregamento de 1, (d) para escorregamento de 0,8 e (e) para escorregamento de 0,5..... 171

Figura 93 Mapeamento do módulo do vetor densidade de fluxo magnético para o caso 2, quando os enrolamentos  $x$  e  $y$  são excitados com 60 V, trifásico e equilibrado: (a) vista superior com a localização do corte C - C'; (b) Demonstração do instante temporal das correntes elétricas primárias e; (c) detalhe do mapeamento 2D da densidade de fluxo magnético no modelo através de vetores de  $B$  para escorregamento de 1, (d) para escorregamento de 0,8 e (e) para escorregamento de 0,5..... 172

Figura 94 Valores pontuais da componente  $z$  do vetor densidade de fluxo magnético sobre a linha vermelha como indicada, para o caso 2, quando o enrolamento  $x$  é excitado com tensão elétrica trifásica de 60 V - (a) Vista de topo com destaque da linha de amostragem; (b) Vista frontal com destaque da linha de amostragem e; (c) Gráfico. .... 173

Figura 95 Valores pontuais da componente  $z$  do vetor densidade de fluxo magnético sobre a linha vermelha como indicada, para o caso 2, quando os enrolamentos  $x$  e  $y$  são excitados com tensão elétrica trifásica de 60 V - (a) Vista de topo com destaque da linha de amostragem; (b) Vista frontal com destaque da linha de amostragem e; (c) Gráfico..... 174

- Figura 96 Valores pontuais da componente  $z$  do vetor densidade de fluxo magnético sobre a linha vermelha como indicada, para o caso 2, quando o enrolamento  $x$  é excitado com tensão elétrica trifásica de 60 V - (a) Vista de topo com destaque da linha de amostragem; (b) Vista frontal com destaque da linha de amostragem e; (c) Gráfico. .... 174
- Figura 97 Valores pontuais da componente  $z$  do vetor densidade de fluxo magnético sobre a linha vermelha como indicada, para o caso 2, quando os enrolamentos  $x$  e  $y$  são excitados com tensão elétrica trifásica de 60 V - (a) Vista de topo com destaque da linha de amostragem; (b) Vista frontal com destaque da linha de amostragem e; (c) Gráfico. .... 175
- Figura 98 Valores pontuais da componente  $z$  do vetor densidade de fluxo magnético em toda a espessura do entreferro, para o caso 2, indicado a partir do corte  $C - C'$ , quando o enrolamento  $x$  é excitado com tensão elétrica trifásica de 60 V - (a) vista superior com a localização do corte  $C - C'$  e instante considerado para a análise; (b) Vista frontal com destaque na região de amostragem e; (c) Gráfico. .... 176
- Figura 99 Valores pontuais da componente  $z$  do vetor densidade de fluxo magnético em toda a espessura do entreferro, para o caso 2, indicado a partir do corte  $C - C'$ , quando os enrolamentos  $x$  e  $y$  são excitados com tensão elétrica trifásica de 60 V - (a) vista superior com a localização do corte  $C - C'$  e instante considerado para a análise; (b) Vista frontal com destaque na região de amostragem e; (c) Gráfico ..... 177
- Figura 100 Gráfico da distribuição da densidade de fluxo magnético na região central do entreferro para o caso 2, quando o enrolamento do eixo  $x$  recebe uma excitação elétrica de 60 V a 60 Hz, trifásico e equilibrado - (a) vista da localização da região de análise; (b) instante considerado para a análise; (c) escorregamento de 1 e; (d) escorregamento de 0,5. .... 178
- Figura 101 Gráfico da distribuição da densidade de fluxo magnético na região central do entreferro para o caso 2, quando ambos os enrolamentos recebem uma excitação elétrica de 60 V a 60 Hz, trifásico e equilibrado - (a) vista da localização da região de análise; (b) instante considerado para a análise; (c) escorregamento de 1 e; (d) escorregamento de 0,5. .... 179
- Figura 102 Gráficos da componente  $z$  do vetor densidade de fluxo magnético, sob um dente do primário, calculados para os dois casos em estudo, com excitação primária de 60 V em três diferentes posições do entreferro: (a) rente ao primário; (b) no centro no entreferro e (c) rente ao secundário. .... 180
- Figura 103 Gráfico do módulo da diferença do valor da densidade de fluxo magnético pontual da componente  $z$ , a 0,5mm da face do primário, considerando-se  $B$  do caso 2 menos  $B$  do caso 1 - (a) Vista frontal com destaque da linha de amostragem e; (b) Gráfico. .... 181
- Figura 104 Gráfico do módulo da diferença do valor da densidade de fluxo magnético pontual da componente  $z$ , a 1mm da face do primário, considerando-se  $B$  do caso 2 menos  $B$  do caso 1- (a) Vista frontal com destaque da linha de amostragem e; (b) Gráfico. .... 181
- Figura 105 Mapeamento da distribuição da densidade de corrente elétrica na superfície do secundário e a 1mm da superfície, para o caso 1, quando apenas o enrolamento do eixo  $x$  é excitado com corrente elétrica de (a) 3 A e (b) 5 A. .... 183
- Figura 106 Mapeamento da distribuição da densidade de corrente elétrica na superfície do secundário e a 1mm da superfície, para o caso 1, quando os enrolamentos do eixo  $x$  e do eixo  $y$  são excitados com corrente elétrica de 3A. .... 183

Figura 107 Mapeamento da distribuição da densidade de corrente elétrica na superfície do secundário e a 1mm da superfície, para o caso 2, quando apenas o enrolamento do eixo $x$ é excitado com corrente elétrica de (a) 3 A e (b) 5 A.....	184
Figura 108 Mapeamento da distribuição da densidade de corrente elétrica na superfície do secundário e a 1mm da superfície, para o caso 2, quando os enrolamentos do eixo $x$ e do eixo $y$ são excitados com corrente elétrica de 3 A. ....	184
Figura 109 Distribuição da densidade de corrente elétrica induzida ao longo da espessura do secundário, em uma área abaixo do carro, quando apenas o enrolamento primário do eixo $x$ é excitado com tensão elétrica trifásica de 60 V a 60 Hz - (a) demonstração da região monitorada e instante temporal; (b) Caso 1 estático; (c) Caso 2 estático; (d) Caso 1 com escorregamento de 0,5 e; (e) Caso 2 com escorregamento de 0,5.....	186
Figura 110 Distribuição da densidade de corrente elétrica induzida ao longo da espessura do secundário, em uma área abaixo do carro, quando os enrolamentos primários do eixo $x$ e do eixo $y$ são excitados com tensão elétrica trifásica de 60 V a 60 Hz - (a) demonstração da região monitorada e instante considerado; (b) Caso 1 estático; (c) Caso 2 estático; (d) Caso 1 com escorregamento de 0,5 e; (e) Caso 2 com escorregamento de 0,5.....	188
Figura 111 Gráfico da distribuição da densidade de corrente elétrica induzida em função da diagonal analisada, relacionando diferentes posições da profundidade de penetração ao longo da espessura do secundário, quando apenas o enrolamento primário do eixo $x$ é excitado com 60 - (a) caso 1 e; (b) Caso 2. ....	189
Figura 112 Gráfico da distribuição da densidade de corrente elétrica induzida em função da diagonal analisada, relacionando diferentes posições da profundidade de penetração ao longo da espessura do secundário, quando os enrolamentos primários do eixo $x$ e do eixo $y$ são excitados com 60 V - (a) caso 1 e; (b) Caso 2. ....	189
Figura 113 Gráficos da simulação da força planar de propulsão em função da frequência e da tensão elétrica trifásica (ref. 60 V a 60 Hz) para o: (a) Caso 1 e (b) Caso 2.....	191
Figura 114 Gráficos da simulação da força normal em função da frequência tensão elétrica trifásica (ref. 60 V a 60 Hz) para o: (a) Caso 1 e (b) Caso 2.....	192
Figura 115 Gráficos da simulação da força planar de propulsão em função da frequência tensão elétrica trifásica (ref. 60 V a 25 Hz) para o: (a) Caso 1 e (b) Caso 2.....	193
Figura 116 Força planar de propulsão linear em função do escorregamento quando apenas o enrolamento do eixo $x$ é excitado: (a) Caso 1 e; (b) Casos 2. ....	194
Figura 117 Força planar de propulsão linear em função do escorregamento quando ambos os enrolamentos são excitados: (a) Caso 1 e; (b) Casos 2. ....	195
Figura 118 Vista frontal de uma bobina exploradora sendo colocada no modelo virtual do atuador planar de indução. ....	196
Figura 119 Força eletromotriz induzida na bobina exploradora 1, a partir da tensão de excitação trifásica e equilibrada apenas no enrolamento $x$ - (a) 30 V, por fase e; (b) 50 V, por fase. ....	197
Figura 120 Força eletromotriz induzida na bobina exploradora 2, a partir da tensão de excitação trifásica e equilibrada nos dois enrolamentos - (a) de 20 V, por fase e; (b) de 40 V, por fase. ....	197
Figura 121 Perdas ôhmicas na armadura: (a) vista superior com a localização do corte C - C'; (b) Demonstração para instante considerado das correntes elétricas primária; (c) armadura de SMC e; (d) armadura de aço maciço.....	199

Figura 122 Representação da posição das bobinas do enrolamento $x$ :(a) vista de topo; (b) vista frontal.....	200
Figura 123 Representação da posição das bobinas do enrolamento $y$ : (a) vista de topo; (b) vista frontal .....	202
Figura 124 Esquema montado para o ensaio e medição da força planar de propulsão linear quando somente o enrolamento do eixo $x$ é excitado com tensão elétrica. ....	207
Figura 125 Fotografia do esquema montado para a medição de força planar de propulsão linear quando somente as bobinas do enrolamento $x$ são energizadas. ....	207
Figura 126 <i>Setup</i> montado para instrumentar o experimento: (a) visão geral e; (b) detalhe dos instrumentos.....	208
Figura 127 Esquema montado para o ensaio e medição da força planar de propulsão linear quando somente o enrolamento do eixo $y$ .....	210
Figura 128 Esquema montado para o ensaio e medição da força eletromotriz induzida. ....	214
Figura 129 Posicionamento das bobinas exploradoras para a medição de força magnetomotriz induzida nos dentes do carro do atuador planar de indução. ....	215
Figura 130 Força eletromotriz induzida média na bobina exploradora 1 quando apenas o enrolamento $x$ é excitado com tensão alternada trifásica a 60 Hz: a) 30 V, por fase e; (b) 50 V, por fase .....	215
Figura 131 Força eletromotriz induzida média na bobina exploradora 2 quando os dois enrolamentos são excitados com tensão alternada trifásica a 60 Hz: a) 20 V, por fase e; (b) 40 V, por fase .....	216
Figura 132 Fluxo magnético eficaz médio em função da excitação elétrica primária, quando apenas o enrolamento do eixo $x$ é excitado. ....	218
Figura 133 Fluxo magnético eficaz médio em função da excitação elétrica primária, quando os dois enrolamentos são excitados. ....	218
Figura 134 Região monitorada para análise comparativa da componente $z$ da densidade de fluxo magnético em um dos dentes do carro do atuador planar de indução: (a) Vista frontal; (b) Vista de topo e; (c) Instante considerado para análise. ....	220
Figura 135 Módulo da componente $z$ da densidade de fluxo magnético, a partir de uma excitação trifásica de 3 A, a 60 Hz, por fase, no enrolamento do eixo $x$ , para o caso 1: (a) na região rente ao primário; (b) na região central e; (c) na região rente ao secundário. ....	221
Figura 136 Módulo da componente $z$ da densidade de fluxo magnético, a partir de uma excitação trifásica de 3 A a 60 Hz, por fase, no enrolamento do eixo $x$ , para o caso 2: (a) na região rente ao primário; (b) na região central e; (c) na região rente ao secundário. ....	222
Figura 137 Módulo da componente $z$ da densidade de fluxo magnético, a partir de uma excitação trifásica de 50 V, a 60 Hz, por fase, no enrolamento do eixo $x$ , para o caso 1 e caso 2, analisados de forma comparativa: (a) na região rente ao primário; (b) na região central e; (c) na região rente ao secundário. ....	223
Figura 138 Força eletromotriz induzida na bobina exploradora 1 em função da tensão primária de excitação no enrolamento do eixo $x$ , para o caso 1, considerando as análises: teórica, numérica e experimental: (a) 30 V e; (b) 50 V.....	225
Figura 139 Força eletromotriz induzida na bobina exploradora 1 em função da tensão primária de excitação no enrolamento do eixo $x$ , para o caso 2, considerando as análises: teórica, numérica e experimental: (a) 30 V e; (b) 50 V. ....	225

Figura 140 Força eletromotriz induzida na bobina exploradora 1 em função da tensão primária de excitação no enrolamento do eixo $x$ , para o caso 1, considerando as análises: teórica, numérica e experimental: (a) 20 V e; (b) 40 V. ....	226
Figura 141 Força eletromotriz induzida na bobina exploradora 1 em função da tensão primária de excitação no enrolamento do eixo $x$ , para o caso 2, considerando as análises: teórica, numérica e experimental: (a) 20 V e; (b) 40 V. ....	226
Figura 142 Fluxo magnético eficaz em função da excitação primária, para o caso 1. ....	228
Figura 143 Fluxo magnético eficaz em função da excitação primária, para o caso 2. ....	228
Figura 144 Design de um atuador planar de indução proposto para trabalho futuro: (a) vista 2D; (b) vista 3D: destaque para as bobinas no primário e; (c) vista 3D: destaque para o tradutor. ....	241

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 Efeitos em função da variação de parâmetros em máquinas lineares de indução [4]. .....	52
Tabela 2 Principais características construtivas do atuador planar de indução.....	68
Tabela 3 Propriedades do aço maciço recozido AISI 1020 [66]. .....	73
Tabela 4 Comparação da permeabilidade relativa máxima e da resistividade dos quatro tipos de Somaloy [65][70][74]. .....	78
Tabela 5 Comparação da densidade de fluxo magnético máximo e força coercitiva dos quatro tipos de Somaloy [73] [75]. .....	79
Tabela 6 Matriz de Indutâncias próprias e mútuas das bobinas apenas considerando o enrolamento x. ....	201
Tabela 7 Matriz de Indutâncias próprias e mútuas das bobinas quando apenas o enrolamento y é considerado. ....	201
Tabela 8 Indutâncias próprias e mútuas das bobinas do quando ambos os enrolamentos são considerados como acoplados entre si. ....	204
Tabela 9 Média da tensão elétrica e frequência medidas nas bobinas do enrolamento do eixo x. ....	209
Tabela 10 Médias da corrente elétrica e força planar medidas nas bobinas do enrolamento do eixo x. ....	210
Tabela 11 Médias da tensão elétrica e frequência medidas nas bobinas do enrolamento do eixo y. ....	211
Tabela 12 Médias da corrente elétrica e força planar medidas nas bobinas do enrolamento do eixo y. ....	211
Tabela 13 Comparação e apresentação da média dos resultados e diferenças médias de corrente e força planar. ....	212
Tabela 14 Força planar de propulsão linear média ao longo do eixo x quando ambos os enrolamentos são acionados com tensão elétrica.....	213
Tabela 15 Força planar de propulsão linear ao longo do eixo y quando ambos os enrolamentos são acionados com tensão elétrica. ....	213
Tabela 16 Resultados experimentais de força eletromotriz induzida média. ....	216
Tabela 17 Resultados médios experimentais do fluxo magnético.....	217
Tabela 18 Resultados da força eletromotriz induzida média, na bobina exploradora 1 quando apenas no enrolamento do eixo x é excitado. ....	225
Tabela 19 Resultados da força eletromotriz induzida média, em Volts eficaz, na bobina exploradora com os dois enrolamento excitados. ....	227
Tabela 20 Comparação dos resultados médios de força planar de propulsão linear entre testes experimentais e simulação numérica para o enrolamento do eixo x. ....	230

Tabela 21	Dados médios do módulo e ângulo da corrente elétrica nas fases do enrolamento x. .....	230
Tabela 22	Dados em módulo das componentes simétricas e o resultado analítico que elas representam referentes nas fases do enrolamento x. ....	230
Tabela 23	Comparação dos resultados médios de força planar de propulsão linear entre testes experimentais e modelagem analítica para o enrolamento do eixo x.....	231
Tabela 24	Comparação dos resultados médios de força planar de propulsão linear entre simulação numérica e modelagem analítica para o enrolamento do eixo x.....	231
Tabela 25	Dados médios do módulo e ângulo da corrente elétrica nas fases do enrolamento y. .....	232
Tabela 26	Dados em módulo das componentes simétricas e o resultado analítico que elas representam referentes nas fases do enrolamento x. ....	232
Tabela 27	Comparação dos resultados médios de força planar de propulsão linear entre testes experimentais e simulação numérica para o enrolamento do eixo y.....	233
Tabela 28	Comparação dos resultados médios de força planar de propulsão linear entre testes experimentais e modelagem analítica para o enrolamento do eixo y.....	233
Tabela 29	Comparação dos resultados médios de força planar de propulsão linear entre simulação numérica e modelagem analítica para o enrolamento do eixo y.....	234
Tabela 30	Comparativo entre força planar média ao longo do eixo x quando apenas um enrolamento é excitado e quando ambos os enrolamentos são excitados.....	235
Tabela 31	Comparativo entre força planar média ao longo do eixo y quando apenas um enrolamento é excitado e quando ambos os enrolamentos são excitados.....	235



## LISTA DE ABREVIACOES

$\vec{A}$	Potencial vetor magnético [Wb/m]
$\vec{A}_z$	Componente z do potencial vetor magnético [Wb/m]
$\vec{A}_0$	Valor de pico do potencial vetor magnético [Wb/m]
ALS	Atuador Linear Síncono
ALP	Atuador Linear de Passo
ALCC	Atuador Linear de Corrente Contínua
$B$	Densidade de fluxo magnético [T]
$\vec{B}$	Vetor densidade de fluxo magnético [T]
$B_g$	Densidade de fluxo magnético no entreferro [T]
$\vec{B}_{gN}$	Componente vetorial da densidade de fluxo magnético no entreferro produzida pelo ímã permanente $N$ [T]
$\vec{B}_{gF}$	Densidade de fluxo magnético gerado instantaneamente no entreferro [T]
$B_{gzN}$	Componente $z$ do vetor densidade de fluxo magnético no entreferro produzida pelos ímãs permanentes, medida sob o ímã permanente $N$ [T]
$(BH)_{\max}$	Máximo produto energético de um ímã permanente [ $J/m^3$ ]
$\vec{B}_{\text{int}}$	Vetor densidade de fluxo magnético oriundo do movimentação de uma placa contendo uma fonte constante de campo magnético [T]
$B_{\text{mod}}$	Módulo da densidade de fluxo magnético [T]
$B_r$	Densidade de fluxo magnético remanente ou remanência [T]
$B_x$	Componente $x$ do Módulo da densidade de fluxo magnético [T]
$B_y$	Componente $y$ do Módulo da densidade de fluxo magnético [T]
$B_z$	Componente $z$ do Módulo da densidade de fluxo magnético [T]
CA	Corrente Alternada
CC	Corrente Contínua
$e(t)$	Valor instantâneo da tensão elétrica induzida [V]

$\vec{E}$	Vetor intensidade de campo elétrico [V/m]
$E_{faseA}$	Valor instantâneo da tensão elétrica na fase A [V]
$E_{faseB}$	Valor instantâneo da tensão elétrica na fase B [V]
$E_{faseC}$	Valor instantâneo da tensão elétrica na fase C [V]
$E_0$	Valor de pico da tensão elétrica [V]
$f$	Frequência [Hz]
$g$	Comprimento do entreferro [m]
$G$	Fator de qualidade
$F$	Força [N]
$\vec{F}_{At}$	Força de atrito [N]
$F_{Nz}$	Força magnética normal [N]
$F_R$	Força resultante [N]
$F_x$	Componente $x$ da força planar de propulsão produzida pela excitação do enrolamento do eixo $x$ [N]
$F_y$	Componente $y$ da força planar de propulsão produzida pela excitação do enrolamento do eixo $y$ [N]
$\vec{F}_F$	Força planar produzida no secundário [N]
$H$	Campo magnético [A/m]
$\vec{H}$	Vetor intensidade de campo magnético [A/m]
$H_c$	Força coercitiva [A/m]
HR	<i>High resistivity</i> (alta resistividade elétrica)
$i$	Corrente elétrica (valor instantâneo) [A]
$I_0$	Valor de pico da corrente elétrica [A]
$I$	Valor eficaz da corrente elétrica [A]
$I_{faseA}$	Valor instantâneo da corrente elétrica na fase A [A]
$I_{faseB}$	Valor instantâneo da corrente elétrica na fase B [A]
$I_{faseC}$	Valor instantâneo da corrente elétrica na fase C [A]
$I_{pico}$	Valor de pico da corrente elétrica [A]
$J$	Densidade de corrente elétrica [A/m <sup>2</sup> ]
$\vec{J}$	Vetor densidade de corrente elétrica [A/m <sup>2</sup> ]

$J_0$	Valor de pico da densidade de corrente elétrica induzida [A/m <sup>2</sup> ]
$\vec{J}_F$	Densidade de corrente elétrica induzida no núcleo do secundário [A/m <sup>2</sup> ]
$l$	Comprimento [m]
$l_a$	Comprimento da região de alumínio no secundário [m]
$l_b$	Comprimento da região de bobina [m]
$l_g$	Comprimento do entreferro [m]
$L$	Indutância [H]
$\vec{M}$	Vetor momento magnético [H/m]
MEF	Método dos elementos finitos
MLI	Motor Linear de Indução
$N$	Número de espiras de uma bobina
$N_s$	Velocidade síncrona do campo girante [rotações/minuto]
$p$	Número de pólos
$P_j$	Perdas devido ao Efeito Joule [W]
SMC	Compósito magneticamente macio ( <i>Soft Magnetic Composite</i> )
RPM	Rotações por minuto
$S$	Escorregamento
$t$	tempo [s]
$\bar{T}$	Tensor Stress de Maxwell [N.H/m <sup>3</sup> ]
$\vec{v}$	Vetor velocidade [m/s]
$V$	Diferença de potencial elétrico [V]
$v_s$	Velocidade linear síncrona [m/s]
$V$	Valor eficaz da tensão elétrica [V]
$V_F$	Corresponde ao volume do condutor do secundário que está imerso pela densidade de fluxo magnético gerado pelo primário (m <sup>3</sup> )
Vpico	Valor de pico da tensão elétrica [V]
$\omega$	Velocidade angular [rad/s]
$\varphi$	Ângulo de defasagem entre a corrente elétrica e a tensão elétrica [rad]
$\delta$	Profundidade de penetração [m]
$\delta_{Somaloy}$	Profundidade de penetração no núcleo de Somaloy 500 [m]
$\delta_{Aço}$	Profundidade de penetração no núcleo de Aço 1020 [m]

$\mu$	Permeabilidade magnética de um determinado material [H/m]
$\mu_{Aço}$	Permeabilidade magnética do Aço 1020 [H/m]
$\mu_0$	Permeabilidade magnética do vácuo [H/m]
$\mu_r$	Permeabilidade magnética relativa
$\mu_{Somaloy}$	Permeabilidade magnética do Somaloy 500 [H/m]
$\phi$	Fluxo magnético [Wb]
$\mathfrak{S}_m$	Força magnetomotriz total [Ae]
$\eta$	Rendimento
$\sigma_{Al}$	Condutividade elétrica do alumínio [S]
$\sigma_{Fe}$	Condutividade do material ferromagnético [S]
$\mathfrak{S}$	Força magnetomotriz [Ae]
$\sigma_s$	Condutividade elétrica do material do secundário [S]
$\mathfrak{R}_{eq}$	Relutância equivalente do circuito [Ae/Wb]
$\mathfrak{R}_C$	Relutância magnética do material ferromagnético [Ae/Wb]
$\mathfrak{R}_g$	Relutância magnético do entreferro [Ae/Wb]
$\tau$	Passo linear [m]
$\Psi$	Potencial escalar magnético [A]
$\Psi_g$	Potencial escalar magnético no entreferro [A]

## 1 INTRODUÇÃO E ESTADO DA ARTE

Nos últimos anos tem-se verificado um aumento substancial no estudo, pesquisa e desenvolvimento de máquinas elétricas lineares, principalmente para aplicações industriais e de transporte. Baseado nos fenômenos eletromagnéticos, o crescente interesse por esses dispositivos está intimamente ligado ao surgimento de novos materiais e constante modernização das técnicas de controle ditado por uma eletrônica cada vez mais eficiente.

Neste cenário, conhecimentos sobre máquinas elétricas planares também ganham forte tendência, uma vez que muitos processos de manufatura industrial requerem movimentação bidirecional sobre o plano; é uma prática muito usada principalmente em cortes e usinagens. Nessa atividade, em muitos casos, a movimentação planar é obtida pela associação de dois motores rotativos: um responsável pela movimentação no eixo  $x$  e o outro pela movimentação no eixo  $y$  das coordenadas cartesianas. Essa técnica só é possível com a utilização de sistemas mecânicos auxiliares, como: engrenagens, polias, correias e conversores de movimento rotativo para lineares, o que causa perdas elétricas, mecânicas e de precisão.

Com a utilização de Atuadores Planares, também conhecidos como Motores de Superfície e Motores XY, a movimentação bidirecional ocorre a partir de um único dispositivo de tração, geralmente de tipo eletromagnético. A conversão direta em movimento planar a partir de uma excitação elétrica gera uma série de vantagens, como por exemplo: a melhora na precisão do posicionamento, resposta mecânica mais rápida uma vez que os sistemas mecânicos auxiliares deixam de existir, redução de perdas elétricas e mecânicas.

O desempenho de máquinas lineares de indução vem sendo estudada por diversos autores há vários anos [1] [2] [3] [4] [5] [6]. O interesse por essa área de investigação em todo o mundo pode ser observado pelo número de artigos e publicações submetidos em diversos jornais e conferências relacionadas com engenharia elétrica. Os objetivos comuns desses trabalhos apresentados são expor a teoria relacionada com o tema, bem como os desenhos e principais aplicações que melhoram o desempenho e a eficiência desse tipo de máquina. As maiores aplicações desse tipo de dispositivo são encontradas em sistemas de transporte, principalmente nos de alta velocidade [7].

Cercado dessas evidências tecnológicas é que se apresenta o estudo e desenvolvimento de um Atuador Planar de Indução. O resultado é aqui apresentado, tratando do desenvolvimento, do estudo, da análise, da simulação, da construção e dos testes desse dispositivo eletromagnético, visando os seguintes elementos contextuais:

1. Estudar uma proposta viável de um atuador planar para o desenvolvimento de movimentação sobre o plano com dois graus de liberdade a partir de um único dispositivo de tração, sendo possível a substituição da configuração do secundário para testes operacionais.
2. Modelar analiticamente o comportamento estático do novo atuador planar, analisando as questões ligadas à distribuição da densidade de fluxo magnético no entreferro da estrutura, a força planar de propulsão linear, a força normal e a força magnetomotriz induzida nos enrolamentos, considerando duas configurações de materiais para o secundário (caso 1 e caso 2).
3. Simular numericamente o comportamento estático e dinâmico do atuador planar, analisando as mesmas questões envolvidas na modelagem analítica e igualmente considerando as mesmas configurações para o secundário.
4. Projetar e construir o atuador planar de indução, definindo-se suas características de topologia e operacionalidade, ainda que em estágio físico de protótipo.
5. Testar experimentalmente o desempenho estático do atuador desenvolvido, para ambas as configurações do secundário verificando, para cada caso, a força planar de propulsão linear, a força normal e a força eletromotriz induzida.
6. Validar e corroborar os resultados obtidos com a modelagem, com a simulação e com a experimentação.
7. Extrair conclusões acerca dos resultados e do estudo apresentado.

Na forma de protótipo, o Atuador Planar de Indução em estudo, busca a construção de uma estrutura alternativa para um dispositivo eletromagnético apresentando características construtivas inéditas, além de um estudo teórico e prático acerca dos fenômenos eletromagnéticos envolvidos. O dispositivo físico apresenta um carro, o qual tem dois graus de liberdade, ou seja, de movimentação bidirecional no plano, formado por um núcleo ferromagnético ranhurado e equipado com dois enrolamentos trifásicos e independentes; e por um estator, formado por um núcleo ferromagnético e um material de boa condutividade elétrica (alumínio). Estator e carro são separados entre si por um espaço de ar, *air-gap*, garantindo que não haja contato físico entre essas partes.

Em linhas gerais, o controle e acionamento dessa máquina podem ser feitos através de métodos de controle aplicados a circuitos eletrônicos dedicados e inversores de frequência. A movimentação do carro sobre o plano e a consequente mudança de posição é causada pela adequada excitação das bobinas dos enrolamentos  $x$  e  $y$ . Isso se dá pela interação do campo

magnético viajante produzido pelo primário e a corrente elétrica induzida nos materiais do secundário, em resposta à variação daquele campo. Este fenômeno é conhecido como força de Laplace, que demonstra o aparecimento de uma força, de origem eletromagnética, quando correntes elétricas estiverem imersas em um campo magnético.

O atuador planar é investigado, analisando-se os resultados obtidos através da modelagem analítica, dos resultados da simulação numérica, obtidos através da sua modelagem pelo Método dos Elementos Finitos, e comparados com os valores medidos através de testes realizados com o protótipo montado. A topologia de análise do dispositivo prevê duas situações:

- Caso 1 - O atuador planar é analisado, testado, ensaiado e simulado com o núcleo secundário sendo formado por uma chapa de alumínio montado sobre uma chapa de aço maciço AISI 1020, separado do primário por um entreferro de ar de 1 mm.
- Caso 2 - O atuador planar é estudado considerando a retirada do alumínio do secundário, contudo sendo mantido a mesma configuração adotada no caso 1, inclusive com a manutenção da distância de separação entre o primário e o secundário.

No caso 1 a chapa de alumínio emula a gaiola de esquilo quando comparado com o análogo da máquina de indução rotativa, enquanto que a chapa de aço emula o núcleo magnético. Já no caso 2, com a retirada da chapa de alumínio, o objetivo é verificar o funcionamento do atuador sobre superfícies onde apenas o aço funcione como secundário, o que representa uma aplicação específica, por exemplo, movimentação de sistemas de inspeção de chapas de aço.

Por apresentarem características magnéticas e elétricas diferentes, principalmente em relação à resistividade e à permeabilidade magnética, os dois materiais empregados no secundário são analisados em função do comportamento e efeito que geram sobre a força planar de propulsão, força normal, densidade de fluxo magnético e força magnetomotriz induzida.

## **1.1 VISÃO GERAL DO TRABALHO**

Para uma melhor apresentação dos estudos, análises, resultados, conclusões e recomendações, o trabalho está dividido em sete capítulos.

No primeiro capítulo, além da apresentação da introdução e objetivos, é feita uma exposição, a partir de uma ampla revisão bibliográfica, sobre motores lineares e planares,

destacando o estado da arte, características construtivas e tópicos operacionais para atuadores planares.

O segundo capítulo é dedicado à apresentação do Atuador Planar de Indução, sua concepção e potencialidades. As características construtivas, materiais utilizados e princípios de funcionamento também são abordados.

No terceiro capítulo é apresentado o desenvolvimento de uma modelagem analítica, em termos de harmônicas espaciais e no tempo, da densidade de fluxo magnético como distribuição no volume da região do entreferro compreendida abaixo do núcleo ferromagnético primário. Também é modelado o fluxo magnético, a força eletromotriz induzida, a força magnetomotriz e as forças planares e normais envolvidas no dispositivo.

A análise apresentada no quarto capítulo fundamenta-se pela utilização do Método dos Elementos Finitos, onde são verificados fenômenos elétricos e magnéticos em regime estático e dinâmico de forma computacional na estrutura do protótipo virtual do atuador planar. Isso é feito através da obtenção das distribuições de densidade de fluxo magnético, da força eletromotriz induzida, das correntes elétricas induzidas nos materiais do secundário e da força normal e da força planar de propulsão linear.

Já no quinto capítulo são apresentadas as metodologias de testes experimentais realizados no protótipo físico do Atuador Planar bem como os resultados obtidos. Estes testes limitam-se à verificação da densidade de fluxo magnético, força eletromotriz induzida e forças envolvidas de forma estática.

O sexto capítulo é reservado para a comparação dos resultados obtidos nos capítulos 3, 4 e 5 desta tese, confrontando resultados analíticos, numéricos e experimentais na medida em que eles possam ser tratados dessa forma.

O sétimo capítulo apresenta conclusões a respeito das informações geradas, estudadas e apresentadas, finalizando com recomendações e sugestões para trabalhos futuros envolvendo o Atuador Planar estudado.

## **1.2 ESTADO DA ARTE**

Nesta seção é apresentado o estado da arte dos atuadores elétricos lineares e planares, fundamentais para o desenvolvimento e compreensão do novo dispositivo eletromagnético proposto.



### 1.2.1 Atuadores Eletromecânicos

Atuadores eletromecânicos são dispositivos que podem produzir movimentos com um ou mais graus de liberdade. Basicamente, os atuadores elétricos são máquinas que convertem energia elétrica em energia mecânica associada ao movimento de translação. Neste contexto, os atuadores elétricos que desenvolvem diretamente movimento ao longo de um deslocamento linear são classificados como Atuadores Lineares; já aqueles que desenvolvem movimento sobre o plano são denominados de Atuadores de Superfície, Atuadores XY ou ainda Atuadores Planares [8].

A grande maioria dos motores elétricos é construída para desenvolver movimentos rotativos em resposta a uma excitação elétrica, sendo que a conversão para movimentos linear ou planar ocorre pela associação de conversores mecânicos. Isso gera perdas, o que, além de diminuir a eficiência do dispositivo, dificultam o controle, interferem negativamente no desempenho do conjunto e exigem uma manutenção periódica e muitas vezes onerosa.

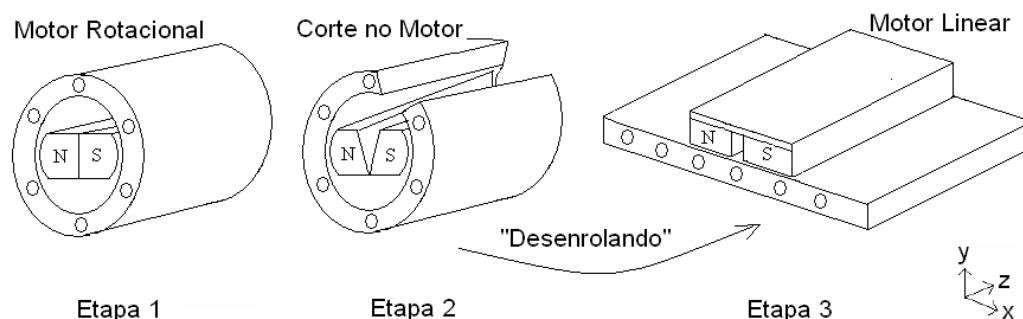
Com a utilização de atuadores elétricos, esses movimentos de translação planar ou linear podem ser obtidos diretamente, sem a necessidade de conversores e arranjos mecânicos. Na maioria dos casos, o único contato mecânico existente é um sistema de suporte entre o translator e os trilhos, com a finalidade de manutenção de um curso linear ou planar e sustentação, contudo em outros casos é possível se valer dos princípios da levitação magnética, eliminando completamente os contatos mecânicos entre as partes [8] [9].

#### 1.2.1.1 Atuadores Lineares

Neste trabalho é estudado e apresentado um atuador planar, contudo há que se considerar que esses dispositivos são baseados em atuadores lineares; sendo assim cabe aqui uma apresentação de diferentes configurações desses transdutores eletromagnéticos relacionados à produção direta de movimento linear.

Atuadores Lineares são máquinas elétricas que desenvolvem movimentação sobre uma trajetória linear, com apenas um grau de liberdade. Podem ainda ser definidos como um transdutor eletromagnético que converte uma excitação elétrica em um movimento de translação em linha. Essas máquinas elétricas são melhor entendidas e explicadas quando tratadas como um motor rotativo que é aberto sobre um plano, possibilitando, pelos mesmos princípios eletromagnéticos, um movimento em linha, conforme indica a figura 1. Enquanto que em motores rotativos os parâmetros de referência são velocidade angular e conjugado,

nos atuadores lineares as componentes são referenciadas à força e à velocidade de translação [10].



**Figura 1** Transformação elementar de um motor rotativo em um atuador linear [4].

A idéia desse tipo de dispositivo não é recente. Data-se que os primeiros conceitos sobre máquinas elétricas lineares surgiram ainda no século XIX, onde no ano de 1841 já aparecia a primeira ideia sobre esse tipo de dispositivo, sendo um projeto desse tipo patenteado no ano de 1890 [5].

Inicialmente, os atuadores lineares, nos Estados Unidos da América, eram utilizados para aceleração de aeronaves, chegando, naquela época, à marca de 100 m/s. Um pouco mais tarde, em 1923, a idéia passou a ser implementada para o transporte de cargas e pessoas, ganhando maior respaldo no ano de 1945, quando o sistema além de conseguir o transporte de grandes massas, conseguia imprimir uma alta aceleração ao translator, cerca de  $12,3 \text{ m/s}^2$ . Mas, devido a altos custos e limitações tecnológicos, a utilização de máquinas lineares pouco prosperou até a segunda metade do século XX.

Só entre os anos de 1960 e 1970 é que os atuadores lineares chegam à indústria, sendo utilizados para transporte de materiais em sistemas que exigiam altas velocidades. Nessas aplicações destacaram-se os atuadores lineares de corrente alternada (síncronos e assíncronos). Anos mais tarde, na década de 1980, países da Europa, EUA e Japão incrementam os estudos e aplicação desses atuadores como motores em trens de alta velocidade, sistemas complexos e precisos de movimentação industrial [5].

A demora na implementação corriqueira dos atuadores lineares deveu-se ao fato de que esses dispositivos apresentam um grande entreferro quando comparado com as máquinas rotativas. Essa característica intrínseca exige uma considerável força magnetomotriz de excitação para vencer o entreferro, o que, em muitos casos, reduz a eficiência e inviabilizava a implementação. Outra grande limitação é a dificuldade dos atuadores lineares em desenvolver

contornos ou fazer curvaturas dentro da trajetória [4]. Ou seja, a produção de movimentação linear ainda apresentava uma relação custo-benefício mais interessante, se arranjada com motores rotativos. Todavia, esse cenário começou a ser alterado com o surgimento de fontes de elevada força magnetomotriz, impulsionado pelo surgimento de novos componentes eletrônicos, modernas técnicas de controle, ímãs permanentes com elevado produto energético e novos materiais magnéticos [8] [10].

Embora sejam baseados nos mesmos princípios de operação, existem significativas diferenças entre atuadores elétricos lineares em relação aos análogos rotativos. Essas diferenças são fundamentalmente enumeradas conforme seguem [4] [6] [8]:

1. Fisicamente, os motores são diferentes. Existem simetrias características de máquinas rotativas que não são encontradas em máquinas lineares ou planares. Sendo assim, a distribuição do fluxo magnético no entreferro não é uniforme ao longo da trajetória que a máquina desenvolve, como se considera em máquinas rotativas. São os chamados efeitos de fim de curso.
2. O fluxo magnético em máquinas lineares não encontra um caminho fechado no estator como acontece nas máquinas rotativas.
3. Os atuadores lineares apresentam, em geral, fácil manutenção, reparos e reposição de peças e ainda tem a habilidade para poder desenvolver força no secundário com o mínimo possível de contato mecânico.
4. Quando se considera os efeitos de fim de curso, que as máquinas lineares têm, os controles de força e velocidade são mais complexos do que esses mesmos controles em máquinas rotativas.
5. Nas máquinas lineares é perceptível a existência de uma força normal entre o primário e o secundário que pode tanto ser usada para auxiliar na levitação, quanto pode carregar o sistema mecânico de sustentação do carro e afetar a sua dinâmica.

No contexto de possíveis aplicações para atuadores lineares é possível dividi-los em três categorias: (1) atuadores lineares de força; (2) atuadores lineares de potência; e (3) atuadores lineares de energia. Baseando-se nessa classificação, os atuadores de força são máquinas pequenas utilizadas em operações para desenvolvimento de força de modo quase estático ou de baixas velocidades. Atuadores de potência frequentemente operam em médias e altas velocidades de modo contínuo, sem variações. Atuadores de energia são máquinas que encontram aplicações essencialmente como aceleradores e para impactos [4].

Quanto à topologia para atuadores lineares, elas são limitadas, muitas vezes, apenas pela criatividade do projetista, contudo elas são sempre obtidas a partir do princípio de funcionamento de uma máquina rotativa, uma vez que toda a máquina rotativa pode ter seu princípio convertido para uma máquina de propulsão linear. Sendo assim, quanto à classificação, os atuadores lineares podem ser divididos basicamente em:

- Atuadores Lineares Síncronos.
- Atuadores Lineares de Passo.
- Atuadores Lineares de Corrente Contínua.
- Atuadores Lineares de Indução.

Os Atuadores Lineares Síncronos (ALS) possuem uma montagem do núcleo ferromagnético e disposição das bobinas idênticos a dos Atuadores Lineares de Indução, cujo objetivo é igualmente produzir um campo magnético transladante a partir de uma excitação elétrica alternada geralmente trifásica e equilibrada. Já o translator é formado, basicamente, por uma fonte de fluxo magnético constante, que pode ser produzido por um enrolamento de campo excitado com corrente elétrica contínua, configurando um enrolamento de campo ou por um conjunto de ímãs permanentes.

A ação motora de deslocamento linear do translator ocorre devido à interação entre os polos norte e sul, dispostos alternadamente no secundário, com o campo magnético produzido pelo enrolamento do estator. Assim, o movimento mecânico de translação está em sincronismo com o movimento do campo viajante, o que vale dizer que a velocidade do secundário é a mesma do campo viajante, para uma operação síncrona.

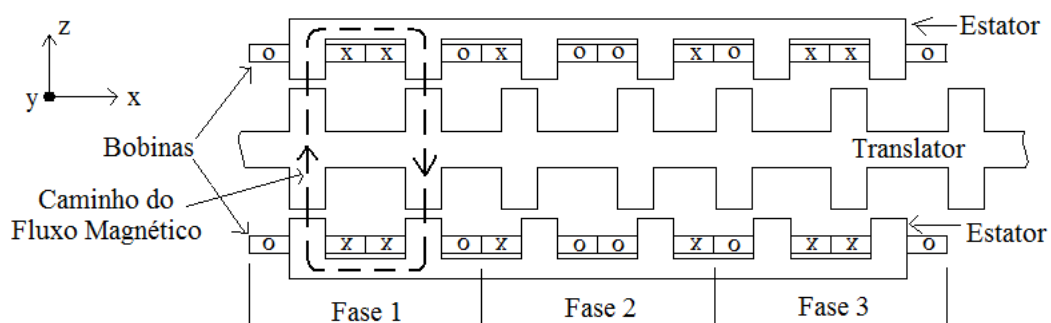
Os ALS são utilizados especialmente para transportes horizontais que exijam elevada força de translação. Têm a velocidade de movimentação proporcional à frequência e inversamente proporcional ao número de pólos do primário. Dentre as principais características destacam-se a simplicidade mecânica, a eficiência relativamente elevada quando comparada a de outros atuadores lineares e o simplificado sistema de controle da velocidade e da força [6] [8].

Atuadores Lineares de Passo (ALP) são dispositivos eletromecânicos que convertem pulsos elétricos em movimentos lineares de forma incremental. São similares aos de relutância chaveados. Quando devidamente controlados, o número de passos lineares do atuador é igual ao número de pulsos aplicados nas entradas elétricas do sistema. O sistema

estrutural e de controle desse tipo de atuador é similar aos motores de passo rotativos, oferecendo ainda uma estrutura mecânica de montagem simples e robusta.

Os ALP têm suas aplicações limitadas a pequenos deslocamentos, contudo com passos muito pequenos (cerca de 100  $\mu\text{m}$ ), o que permite uma boa precisão em sistemas de posicionamento. Nessas condições, são frequentemente utilizados em controles microprocessados, como, por exemplo, periféricos de computadores. Essas máquinas têm a capacidade de operar em sistemas de laço aberto além de poderem ser alimentadas com tensão elétrica CA ou CC, requerendo controles elétricos simples. Como desvantagens citem-se: baixa eficiência; passo fixo de deslocamento em sistemas a laço aberto; capacidade limitada para transporte de cargas; potência limitada de saída.

Quanto aos princípios de operação, duas alternativas são interessantes: tipo relutância variável e tipo híbrido com ímãs permanentes. Das estruturas conhecidas e estudadas para esse tipo de dispositivo destacam-se as com excitação elétrica em multi-fases e com alinhamento de fluxo magnético pelo caminho de menor relutância magnética, como pode ser vista na figura 2. É importante observar que esse tipo de dispositivo exige um sistema de controle dedicado. A força é diretamente proporcional à tendência de alinhamento do campo magnético no caminho de menor relutância, e a velocidade é proporcional à frequência do chaveamento das fases, sendo por esse motivo que o ALP tem sua velocidade variável e controlável em sistemas a laço fechado [11] [12].



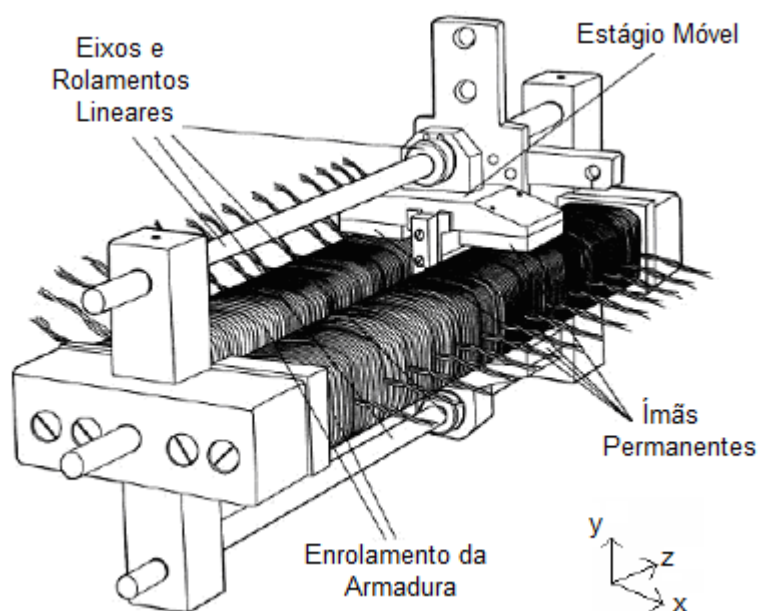
**Figura 2** Atuador linear de passo multi-fases [4] [11].

A idéia de Atuador Linear de Corrente Contínua (ALCC) é talvez o que apresente a maior flexibilidade no que diz respeito a configurações. São assim classificados, pois os enrolamentos, geralmente dispostos na parte estatórica do sistema, são excitados com corrente elétrica contínua. A exemplo do que acontece com seu análogo rotativo, nos ALCC a parte móvel é manufaturada com ímãs permanentes ou enrolamentos de campo, configurando assim

uma fonte de campo magnético que interage com a corrente elétrica nas bobinas da armadura, produzindo uma força de deslocamento linear.

Os ALCC, enquanto classificados como transdutores eletromagnéticos, são utilizados para transporte de baixa e média velocidade que exijam elevada força. A simplicidade de controle também justifica a sua empregabilidade, uma vez que os parâmetros (velocidade e força) são controlados apenas pela corrente elétrica aplicada nos enrolamentos. Como desvantagem desse tipo de máquina elétrica destacam-se o baixo rendimento, em comparação aos atuadores lineares CA, e a necessidade de um sistema de controle específico para cada aplicação.

Existem muitas formas construtivas dos ALCC, dentre elas, o motor de corrente contínua homopolar, com dupla armadura e sem escovas [13]. Este motor é constituído, em sua parte móvel por duplo enrolamento de armadura, onde cada bobina é disposta em torno de uma barra de material ferromagnético, sem ranhuras. As bobinas são excitadas eletricamente de forma independente. A parte móvel, produtora do campo magnético de excitação é constituída de uma culatra de sustentação para cinco ímãs permanentes de elevado produto energético, responsáveis pelo fluxo de excitação. A figura 3 ilustra este tipo de motor [14].



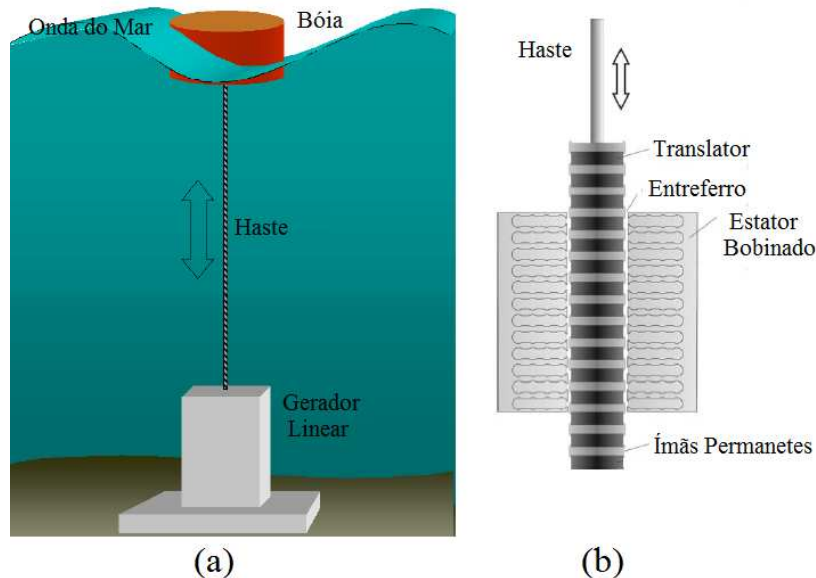
**Figura 3 Motor Linear de corrente contínua *brushless* com dupla armadura [13].**

Como descrito nas considerações acima, geralmente os atuadores lineares são utilizados na forma motora, ou seja, são transdutores que convertem energia elétrica em energia mecânica com movimentação linear. Contudo, essas mesmas idéias de atuadores

lineares podem ser utilizadas, a partir das devidas adaptações, como geradores lineares, como é o caso do dispositivo apresentado na figura 4.

Esse sistema consiste de uma bóia que flutua sobre as ondas do oceano, conectada através de uma haste com o tradutor da máquina, ou seja, um pistão com ímãs permanentes. A tração na haste é mantida com uma mola fixa na haste. Exceto a bóia, a construção é mantida abaixo da superfície da onda do mar.

A parte estática do gerador linear consiste de uma estrutura de material ferromagnético envolvida com enrolamentos estacionários. A movimentação dos ímãs permanentes, em função das oscilações da bóia, faz com que seja induzida uma tensão elétrica nas bobinas, sendo possível, dessa forma, a conversão da energia das ondas do mar em energia elétrica [15].

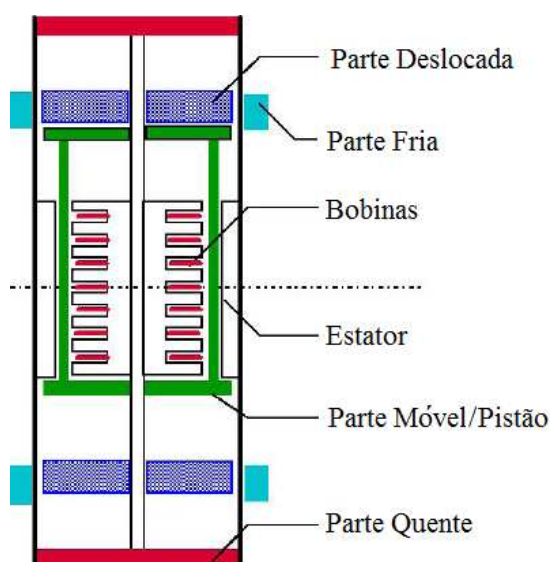


**Figura 4 Gerador Linear a partir das Ondas do Mar: (a) Planta Esquemática; (b) Detalhe Interno [15].**

Outro exemplo de Gerador Linear, agora do tipo assíncrono, é apresentado na figura 5. Trata-se de um dispositivo composto por duas máquinas tipo Stirling funcionando em oposição. Máquinas Stirling são transdutores que convertem energia térmica em energia mecânica alternadamente por compressão e expansão de uma determinada quantidade de ar ou gases em diferentes temperaturas. As partes térmicas e elétricas do dispositivo estão fortemente interligadas constituindo um compacto gerador elétrico. Nesse caso a máquina Stirling de combustão interna é particularmente bem adaptada para operar no modo gerador, equipado com uma câmara quente e outra fria [16] [17].

Essa configuração apresentada na figura 5 contém benefícios como: simplicidade cinética introduzida pelo movimento linear; aproveitamento da combustão externa mesmo no estado estacionário; e facilidade de orientação das peças móveis graças ao sistema de indução. Esse gerador é do tipo tubular linear de indução. A unidade móvel é composta de um material sólido, eletricamente condutor e não magnético (alumínio, por exemplo).

Em operação, a parte móvel se desloca alternadamente de forma linear e bastante rápida; torna-se necessário desenvolver, para essa configuração, modos específicos de controle para incorporar o efeito das correntes induzidas na geração de energia elétrica, dependendo sempre dos parâmetros e variação da frequência do gerador eletromagnético em modo dinâmico [18] [19].



**Figura 5 Gerador Tubular Linear de Indução do tipo Stirling [16].**

Uma das principais características dessas máquinas lineares, que as distingue significativamente das máquinas rotativas, é a sua concepção apresentar um circuito magnético aberto. Nessa teoria de atuadores lineares, os fenômenos eletromagnéticos estão relacionados com o comprimento finito da zona ativa do núcleo; é o chamado de efeito de borda longitudinal, enquanto os fenômenos relacionados com a largura finita são denominados de efeito transversal de borda. Além disso, esse dois efeitos, através da interação mútua, estão intimamente ligados, sendo essa interação não linear. Logo, a combinação entre esses dois efeitos, se não bem dimensionados, pode reduzir a eficiência operacional do motor, alterando significativamente a distribuição do campo magnético [20] [21].



### **1.2.1.1.1 Atuador Linear de Indução**

Atuadores lineares de indução podem ser ditos como os mais populares e apresentam um crescente aumento na sua utilização em aplicações industriais, principalmente para deslocamentos horizontais e de alta velocidade [10]. O princípio básico de operação destes atuadores é praticamente o mesmo princípio de funcionamento dos motores rotativos de indução do tipo ‘gaiola de esquilo’ e são, basicamente, obtidos ‘abrindo-se’ os motores rotativos em forma de uma superfície plana. A configuração dos enrolamentos e a frequência de alimentação determinam a velocidade do atuador.

#### **1.2.1.1.1.1 História e Evolução**

Na literatura, a primeira patente encontrada sobre máquinas de indução linear é do ano de 1890, apenas dois anos após de Nicola Tesla ter proposto o motor rotativo de indução. Já a segunda patente, datada do ano de 1895, tratava de uma máquina linear de indução desenvolvida para a indústria têxtil, projetada por Waver Jacquard e Electric Shuttles Company, na Inglaterra. Por volta de 1891, o “Portelectric System”, utilizado para o transporte de bagagens, foi testado em Dorchester, Massachusetts, adotando os mesmos princípios das máquinas lineares [22].

A idéia de um sistema de trem originou-se com Korda, mas foi reinventado por Rosenfeld, Zelenay e Dulait, que realmente experimentaram o sistema. A pista de teste com 400 metros foi montada com 20 núcleos primários de 2,8 metros cada. Em 1902, Zehden apresentou na França um pedido de patente para um “Sistema Elétrico de Tração”, e em 1907 apresentou um pedido similar nos Estados Unidos, no qual ele sugeriu um sistema de arrasto, formado por um comboio com um primário curto montado sob os carros, e usando um longo secundário com uma configuração bastante semelhante aos que são testadas para a alta velocidade [23] [24] [25].

Após 1910, entretanto, e até o final da II Guerra Mundial, o interesse em máquinas lineares diminuiu, com exceção da pistola eletromagnética [26]. Durante os anos de 1940, a Westinghouse Electric Corporation começou a realizar experiências em larga escala para a Marinha dos Estados Unidos [27]: um aparelho conhecido como Electropult foi construído para lançar aviões; seu comprimento era de 425 metros, com uma potência chegando a 12.000 kW; o equipamento poderia chegar a fazer o avião atingir uma velocidade de 360 km/h [28, 29].

Durante este tempo, E. R. Laithwaite ficou bastante entusiasmado com os motores lineares de indução (MLI) e orientou muitas teses sobre o assunto em seu laboratório na Universidade de Manchester; os primeiros resultados de seu trabalho foram publicados nos anais do IEE (Londres). Desde então, ele publicou seus trabalhos em várias revistas profissionais, atraindo a atenção de muitos engenheiros para o assunto. Ele analisou esses motores de acordo com suas configurações e aplicativos associados e publicou em seu livro de 1966 [1] [30].

Os MLI têm um efeito de início e de fim de curso. Este aspecto produz um efeito final que influencia negativamente o desempenho do dispositivo, sendo essa uma das diferenças mais importantes entre o motor linear de indução e o motor rotativo de indução. Yamamura [31] e Poloujadoff [32] estudaram esses aspectos teóricos dos MLI em detalhes, especialmente a influência dos efeitos finais longitudinais. Ambas as obras estão principalmente preocupadas com a análise teórica de simples e dupla face. Nasar [33] também fez extensas pesquisas sobre o assunto. O livro mais recente sobre MLI, por Gieras [5] [34], abrange todos os aspectos do assunto, incluindo características de construção, aplicações, efeitos eletromagnéticos e design: MLI de uma face, de face dupla e tubular, bem como suas configurações, são analisadas em termos de circuitos equivalentes e seus componentes.

Há uma riqueza na literatura sobre a análise de motores lineares de indução, mas muito poucos trabalhos que incidem diretamente sobre a concepção que é um objetivo do presente projeto. Um circuito equivalente completo de um motor de indução linear com aço no secundário foi desenvolvido por Pai e Boldea [35]. Estes dados são procedentes das características de desempenho em estado estacionário e foram determinados utilizando a análise uni, bi e tridimensional, incluindo os efeitos longitudinais, efeitos de borda transversal, e os efeitos no secundário. Além disso, eles obtiveram um circuito equivalente de um MLI a partir da análise de campo.

Em 1988, um estudo das causas e consequências do desequilíbrio de fase em MLI foi apresentado por Eastham e Gieras [36]. Nesse trabalho, dois métodos de avaliação de desequilíbrio de fases foram apresentados. O primeiro método, que é analítico, é baseado em um modelo de circuito equivalente; já o segundo, que é numérico, utiliza o método dos elementos finitos. Os resultados computacionais foram validados por comparação com os resultados de teste na Queens University. Também foi mostrado que o desequilíbrio de fase produz uma redução nas forças normal e na força planar de propulsão, mas este efeito não é significativo apenas para os MLI de alta velocidade.

Uma investigação dos MLI avaliando e identificando o desempenho dinâmico de parâmetro foi publicado por Zhang, Eastham e Dawson em 1993 [37]. O trabalho apresenta um método viável de obter parâmetros nominais de um motor de indução baseados em testes convencionais, e, em seguida, propõe um programa de avaliação do desempenho dinâmico desses motores com base em um parâmetro de linha de atualização desenvolvidas por um algoritmo. Com a verificação do sistema, esse foi aplicado a um transporte convencional e mostrou-se que estas informações, em tempo real, podem ser utilizadas para efeitos de controle.

Um estudo da aplicação de MLI para aceleração de grandes massas a altas velocidades foi realizado por Laithwaite em 1995 [38]. O artigo descreve recursos necessários na concepção de um motor linear de indução que vai acelerar uma massa de 200 kg a 1200 m/s, a uma distância de 1500 m. A desaceleração para frenagem nos 1500 m seguintes, pode ser feita a partir das mesmas técnicas. Ficou claro que muitos novos recursos são necessários para ser incorporados no projeto. Acredita-se que as técnicas descritas e as topologias relacionadas podem ter uma aplicação mais ampla. Este estudo lançou luz sobre os princípios fundamentais dos MLI em geral.

Em 1997, um artigo de Simone, Creppe e de Souza, C, intitulado "The thrust and the relation factor  $K_r$  in linear induction machines" [39], mostra uma nova maneira de estabelecer a força de tração em uma máquina linear de indução. Um novo fator chamado de fator de relação está estabelecido, que prevê as condições necessárias para estabelecer as orientações e outras variáveis importantes das máquinas.

Recentemente, os MLI estão sendo utilizados na indústria como sistemas de transporte. Em fábricas de semicondutores, poeira não pode ser tolerada durante o processo de manufatura e transporte. Para substituir o sistema antigo que não protegia contra isso, foi desenvolvido um motor linear de indução em 1999 [40] e apresentado através de artigo. Este trabalho apresenta as características de um levitador eletromagnético, de duas fases, baseado nos MLI. O sistema é do tipo indução CA e seu condutor secundário levita completamente e move-se acima de um estator sem contato. A validade do método proposto foi demonstrada através da comparação dos resultados calculados a partir do método de elementos finitos com os resultados de experimentos.

A modelagem exata de um motor linear de indução, considerando os efeitos de fim de curso, com uma chapa de alumínio montada sobre um núcleo ferromagnético no secundário foi demonstrada por Faiz em 2000 [41]. Uma técnica analítica baseado no modelo de circuito equivalente, teoria unidirecional e bidirecional de análise do campo magnético é usada para

prever as características de desempenho do dispositivo. Nesta técnica uma nova idéia é introduzida em termos de efeito de fim de curso. Os resultados das simulações produzidas por esta análise técnica têm um melhor acordo com os resultados experimentais do que os relatados na literatura. Este modelo de análise pode ser usada para prever a sensibilidade do desempenho características de vários parâmetros.

Em 2002, o modelo sugerido por Duncan para simulação de MLI foi modificado por meio do método de elementos finitos (MEF) [42]. O modelo modificado abrange fenômenos especiais em motores lineares, como efeito de borda transversal, efeito longitudinal final, e saturação de materiais ferromagnéticos. O modelo primeiro calcula o nível de saturação por ambos os cálculos: método simples e um método iterativo. Em seguida, usando o MEF, calcula os parâmetros do circuito equivalente. Por último, usa o modelo de Duncan para calcular os efeitos finais. O modelo modificado, portanto, pode ser usado para projetar o MLI. A comparação dos resultados da simulação com base no modelo proposto com medidas experimentais mostradas com precisão do modelo.

Os últimos desenvolvimentos em termos de MLI chamam a atenção para sistemas de transporte urbano. Tem havido esforços para maximizar as melhorias nos trens convencionais usando todos os requintes da moderna tecnologia. O Bay Area Rapid Transit System de San Francisco [43] e o New Tokaido Linha [44] são exemplos perfeitos de sistemas de transporte utilizando MLI. Mas milhões de dólares agora também estão sendo alocados para o desenvolvimento de veículos subterrâneos para viagens ainda mais rápidas. O maior esforço que envolve motores lineares de atingir velocidades ultra-altas para a massa transporte foi estudado no Rensselaer Polytechnic Institute, no estado de Nova York [45].

Finalmente, Freight Pipeline Company (FPC), localizada em Columbia, Missouri, Estados Unidos, foi adjudicada em um projeto patrocinado pela New York State Energy Research and Development Authority (NYSERDA) para estudar a viabilidade da utilização de uma vasta rede subterrânea de túneis em Nova York para o transporte híbrido de mercadorias, através de ações pneumáticas combinadas com MLI [46].

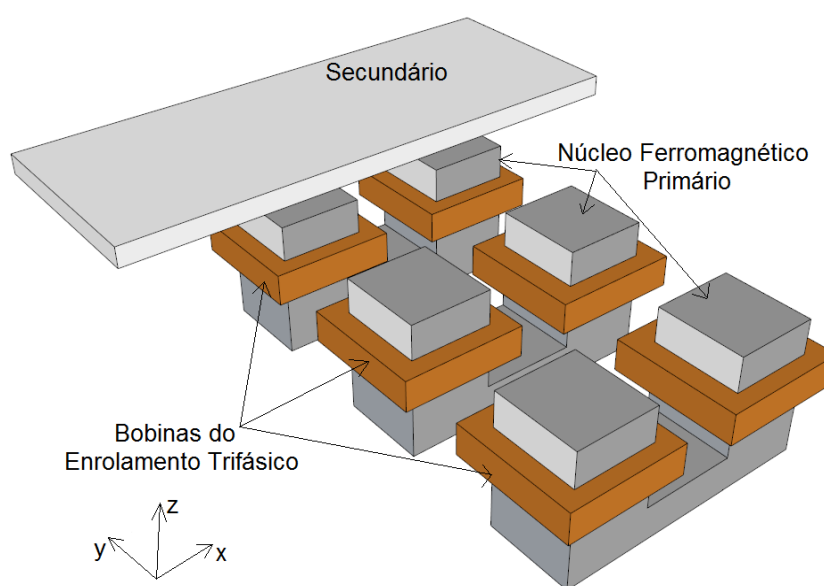
#### **1.2.1.1.2 Conceituação Básica**

Atuadores lineares de indução encontraram aplicações nas seguintes áreas gerais: sistemas de transporte, armazenamento e manuseio de materiais; movimentação de pessoas; aceleradores e lançadores; operação de máquinas e ferramentas; manuseio de bagagens em aeroportos; sistemas de abertura e fechamento de portas e/ou cortinas; e trens de média e alta

velocidade. A estrutura mais comum desse dispositivo apresenta uma parte estacionária denominada de primário, que comporta uma culatra de material ferromagnético envolvida por bobinas eletricamente independentes e isolada e uma parte móvel denominada de secundário, geralmente uma placa metálica com alta condutividade elétrica (cobre ou alumínio). Assim como no caso do seu análogo rotativo, os atuadores lineares de indução apresentam preferencialmente uma excitação trifásica, e o translator tem um grau de liberdade para se movimentar sobre a parte estacionária.

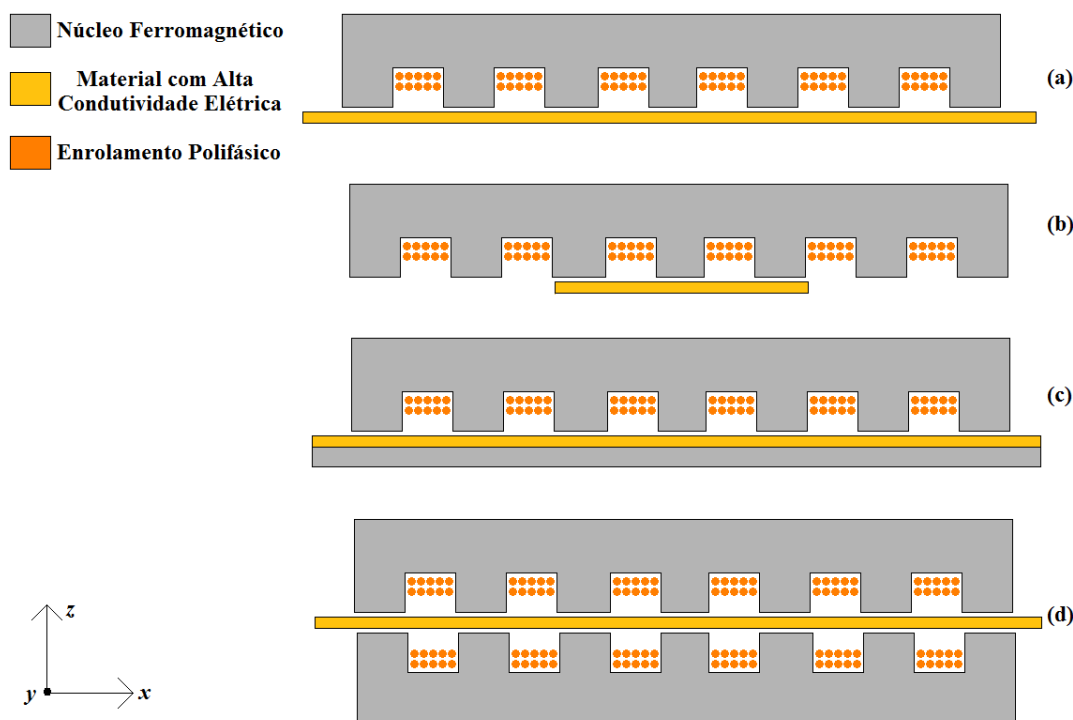
A movimentação no translator se dá quando tensões trifásicas equilibradas e alternadas são aplicadas no arranjo trifásico estático, ocorrendo o aparecimento de correntes elétricas nas bobinas; essas correntes são responsáveis pela criação de um campo magnético viajante ao longo da estrutura. Segundo a Lei de Faraday, uma força eletromotriz é induzida no material eletricamente condutor do translator, disposto de forma alinhada e nas proximidades do estator. Assim é gerada uma corrente elétrica no secundário diretamente proporcional à variação do fluxo magnético estabelecido pelas bobinas. Como o secundário encontra-se “imerso” no campo magnético produzido pelo estator e nele é estabelecida a corrente devido à força eletromotriz induzida, segundo a Lei de Laplace gera-se no secundário uma força que é responsável pelo movimento na direção do campo viajante.

A figura 6 mostra uma possível configuração esquemática elementar de um atuador linear de indução. Dentre as vantagens dos atuadores lineares de indução cite-se robustez, reduzidas perdas por atrito, rapidez, facilidade de manutenção, operação silenciosa e econômica.



**Figura 6** Desenho esquemático de um atuador linear de indução [4] [47].

A figura 7 apresenta as configurações geométricas possíveis do atuador linear de indução com secundário móvel. Quanto aos comprimentos do primário e do secundário, o atuador linear de indução pode ser classificado em estator curto ou translator longo, ou ainda em estator longo e translator curto; quanto ao número de estatores, pode ser classificado em simples estator e duplo estator.



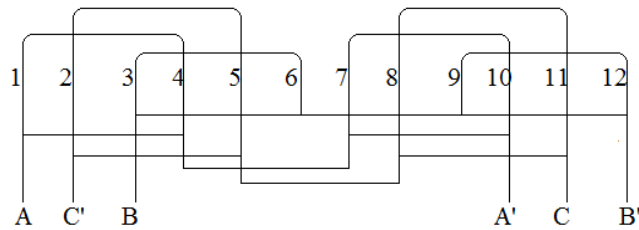
**Figura 7 Estruturas básica para um atuador linear de indução: (a) Estator curto e simples; (b) Estator longo e simples; (c) Estator curto, simples e com circuito magnético e; (d) Estator curto e duplo [4].**

Para aplicações em baixas velocidades, os efeitos longitudinais de fim de curso são quase insignificantes no atuador linear de indução, conseqüentemente a análise e projeto da máquina linear operando em baixas velocidades são consideravelmente simplificados em comparação com a máquina para operações em altas velocidades. O circuito equivalente para máquinas elétricas rotativas convencionais podem ser aplicados à máquina linear com apropriadas modificações nos valores dos parâmetros.

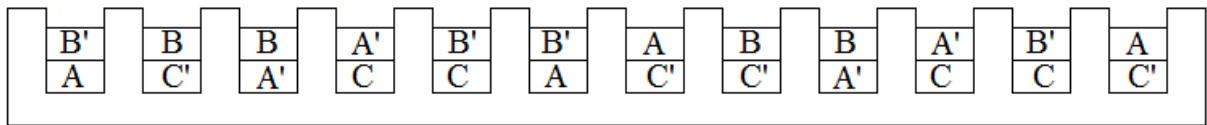
Na prática, os primários dos motores lineares consistem em um bloco de material ferromagnético ranhurado, geralmente formado por aço para fins elétricos laminado. Nas ranhuras é montado um enrolamento polifásico (comumente trifásico) com o objetivo de produzir um campo magnético viajante, a exemplo do que acontece com os motores rotativos

de indução onde um campo magnético rotativo é formado a partir da excitação trifásica dos enrolamentos estáticos. Muitas são as configurações para a montagem dos enrolamentos nas máquinas lineares de indução, contudo as mais utilizadas na prática são:

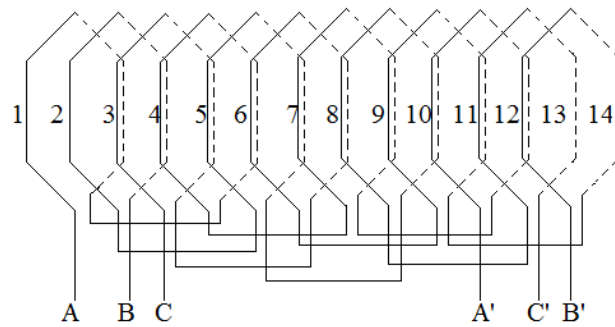
1. Uma camada de enrolamentos com um par de pólos (Figura 8).
2. Duas camadas de enrolamentos com três pares de pólos (Figura 9).
3. Duas camadas de enrolamentos com um número ímpar de par de pólos (Figura 10).
4. Enrolamentos econômicos para baixas potências (Figura 11).



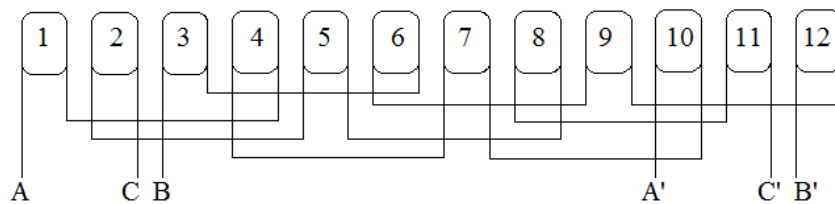
**Figura 8 Configuração de enrolamentos com uma camada e com um par de pólos [4].**



**Figura 9 Configuração de enrolamentos com duas camadas com dois pares de polos [4].**



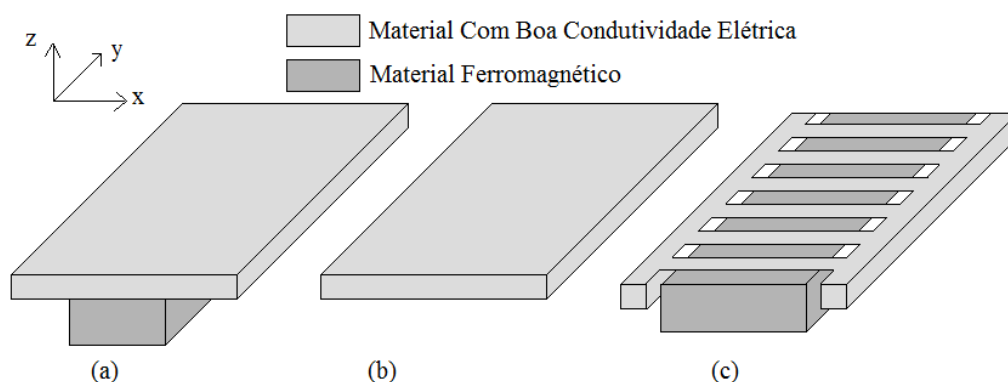
**Figura 10 Configuração de enrolamentos com duas camadas e número par de pares de polos [4].**



**Figura 11 Configuração de enrolamentos econômicos para baixas potências [4].**

As vantagens e desvantagens de cada uma das configurações dos enrolamentos são relativas em função do custo de manufatura e da capacidade para produzir a determinada distribuição de campo magnético no entreferro, a partir de uma onda de fluxo viajante. Os campos magnéticos no entreferro produzidos pelas configurações apresentadas nas figuras 8, 9 e 11, com o secundário aberto, exibem notáveis componentes pulsantes na onda viajante, pois operam com características de circuito magnético aberto. Assim, encontra-se a solução para esse problema na configuração apresentada na figura 10, onde os enrolamentos desenvolvem uma pura onda viajante na região central do entreferro, sendo por isso esse enrolamento geralmente aplicado. Quanto ao benefício de uma melhor distribuição do campo magnético no núcleo ferromagnético da armadura, são destacadas as estruturas apresentadas nas figuras 9 e 10.

Em geral, o secundário em máquinas lineares pode ser manufaturado em cobre ou alumínio, com ou sem uma parte sólida traseira de aço, conforme mostra a figura 12. Também, em casos especiais, um núcleo ranhurado com um secundário em formato de escada pode ser utilizado.



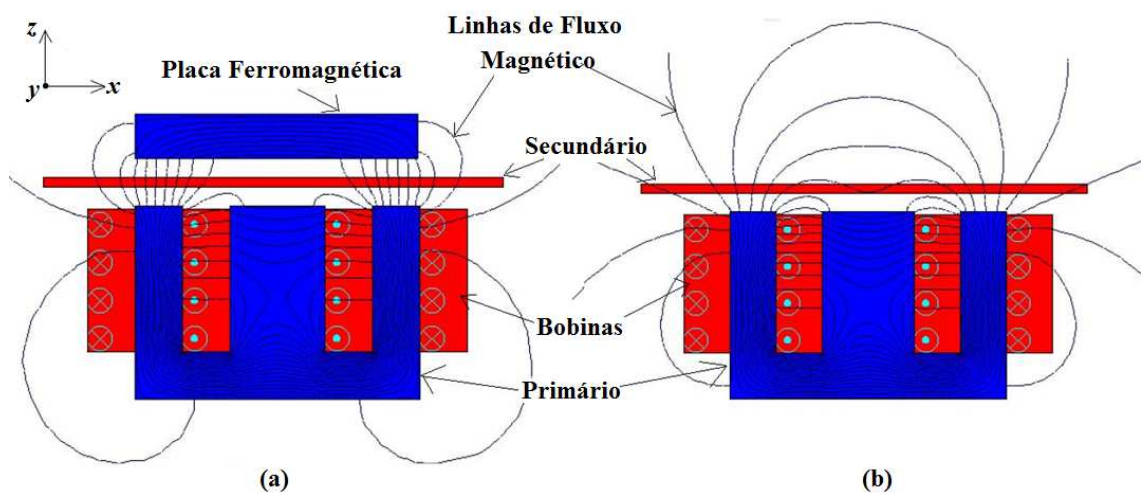
**Figura 12 Secundário de cobre ou alumínio para máquinas lineares: (a) com parte sólida traseira em aço; (b) sem parte traseira e (c) núcleo de aço ranhurado com secundário em formato de escada [4].**

As configurações apresentadas na figura 12 (a) e (b) são mais baratas que a apresentada em (c), contudo essa apresenta uma melhor conversão de energia e desempenho. Nas máquinas lineares de indução usualmente a largura do primário é menor do que a do secundário, resultando numa melhor distribuição da corrente elétrica induzida.

Os Atuadores Lineares de Indução podem apresentar juntamente com o material eletricamente condutor do secundário uma estrutura de material ferromagnético. A função desta última é proporcionar um caminho de mais baixa relutância o circuito magnético de



modo a estabelecer um caminho para o fluxo magnético. Dessa forma, o fluxo magnético produzido pela excitação no primário fica mais concentrado na área de interesse. Observando o fluxo magnético nas duas situações apresentadas na figura 13, pode-se verificar essa informação com base nas linhas de fluxo magnético, sem considerar o efeito das correntes elétricas induzidas no alumínio. Com a placa ferromagnética no secundário, o atuador apresenta melhor rendimento, isso porque tendo os dois as mesmas características, as linhas de fluxo magnético se orientam melhor para produzir força de propulsão, além de ter uma dispersão do fluxo menor. No entanto, a força normal aumenta consideravelmente.



**Figura 13** Aspecto transversal de um atuador linear de indução de simples estator: (a) com uma placa ferromagnética para fecho do fluxo magnético; (b) sem a placa [48].

O número de pólos do secundário é o mesmo do estator, porque esses são induzidos pelo campo magnético configurado no primário [49]. Já o campo magnético viajante produzido pela excitação alternada dos enrolamentos do primário, para um Atuador Linear de Indução, desloca-se com uma velocidade  $v_s$  através do estator. É possível referir essa onda viajante como se fosse aplicada numa máquina elétrica circular, então a sua velocidade angular  $\omega$  seria dada pela equação 1.1.

$$\omega = 2\pi f \quad (1.1)$$

Como se sabe

$$N_s = 120f/p \quad (1.2)$$

onde  $N_s$  é a velocidade síncrona do campo girante motor equivalente rotativo, em rotações por minuto (*rpm*),  $f$  é a frequência e  $p$  é o número de pólos. Considerando que

$$\omega_s = (2\pi/60)N_s = (2\pi/p) 2f = v_s/r \quad (1.3)$$

onde o passo polar angular  $\tau_\theta$  é igual a  $(2\pi/p)$ ,  $r$  é raio associado a esse passo e  $v_s$  é velocidade linear tangencial associada a  $\omega_s$ . Mas da relação entre  $\tau_\theta$  e o passo linear  $\tau$  dado pelo arco polar de raio  $r$  respectivo tem-se

$$\tau = r \tau_\theta = r(2\pi/p) \quad (1.4)$$

Assim,

$$v_s = 2\tau f \quad (1.5)$$

A exemplo do que acontece com máquinas rotativas de indução, também nas lineares do mesmo gênero, há o surgimento de um escorregamento  $s$  que representa a diferença relativa entre a velocidade síncrona de translação do campo magnético e a velocidade de deslocamento linear do secundário sobre a área de atuação. Esse fator de escorregamento é dado pela equação

$$s = \frac{v_s - v}{v_s} \quad (1.6)$$

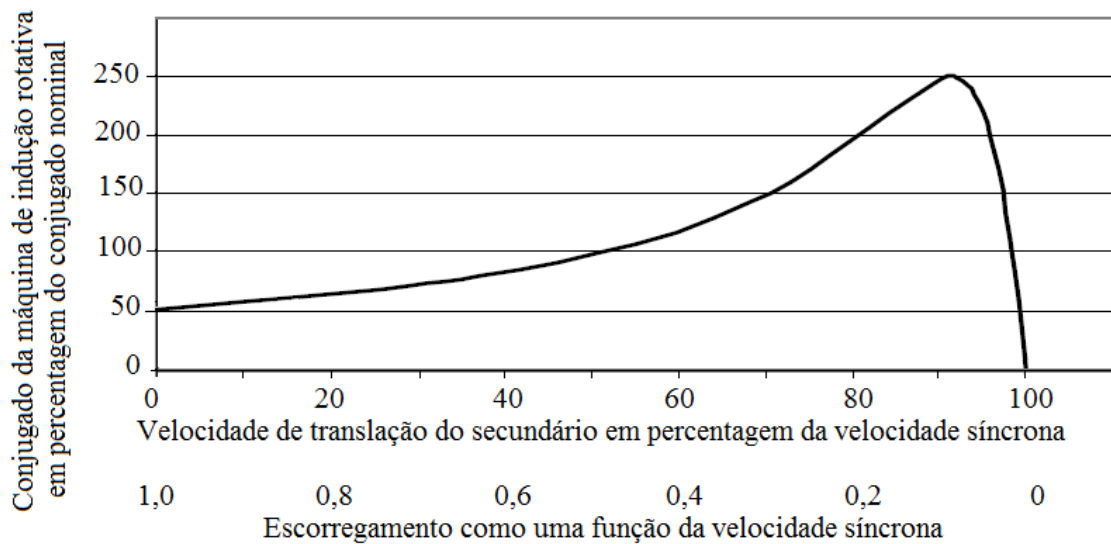
onde  $v$  é a velocidade de deslocamento linear do secundário em relação ao primário. O escorregamento também pode ser escrito segundo a equação 1.7.

$$s = 1 - \frac{v}{2\tau f} \quad (1.7)$$

O enrolamento do estator, quando energizado com tensões trifásicas equilibradas, estabelece um campo magnético transladante na extensão do entreferro. O fluxo magnético transladante associado induz tensões com a frequência do escorregamento no secundário. Essas correntes elétricas induzidas são determinadas pela magnitude das tensões induzidas e pela impedância elétrica apresentada pelo secundário na frequência em que ocorre o escorregamento. Quando o secundário está parado em relação ao primário e esse recebe uma excitação elétrica, o escorregamento é unitário ( $s=1$ ) e a frequência do estator é a mesma que a do secundário, condição essa que ocorre na partida. Neste instante de partida, o campo magnético produzido pelas correntes elétricas induzidas desloca-se com a mesma velocidade do campo gerado no estator, o resultado disso é a produção de uma força de partida fazendo com que a parte móvel se desloque na direção da propagação do campo magnético viajante. Para atingir a velocidade de operação, a força produzida deve ser suficiente para vencer a carga criada em relação ao secundário. É importante observar que essa velocidade atingida pelo secundário em relação ao primário será sempre menor que a de deslocamento do campo magnético produzido no primário, enquanto a máquina estiver operando no modo motor. Essa consideração é fundamental uma vez que, se as velocidades se igualarem, os condutores do

translador estariam estacionários em relação ao campo do estator, assim, sem a variação dos campos, nenhuma corrente elétrica seria induzida e, conseqüentemente, nenhuma força seria produzida.

Na figura 14 é possível perceber a relação entre força e velocidade, típicas para uma máquina rotativa do tipo gaiola de esquilo. Nessa figura ainda é possível perceber que a força nominal ocorre quando o escorregamento é muito pequeno, próximo de zero, e que quando o escorregamento chega a zero, ou seja, a velocidade síncrona é a mesma da velocidade de translação do secundário, a força é nula, indo ao encontro daquilo que foi explicado em linhas gerais.



**Figura 14** Curva típica de força versus velocidade de uma máquina de indução rotativa operando com tensão e frequência constantes [50].

A frequência do secundário,  $f_s$ , é proporcional ao escorregamento ( $f_s = sf$ ). Com frequências baixas, a impedância do secundário é praticamente resistiva, independentemente do escorregamento. Se o escorregamento aumentar, a reatância de dispersão do secundário aumenta, fazendo com que a impedância também cresça, sendo assim, a corrente induzida fica mais atrasada em relação à tensão induzida. Com isso é possível concluir que a força dessas máquinas aumenta com um escorregamento crescente até um certo ponto, a partir do qual começa a diminuir, conforme mostra a figura 14. A força máxima é proporcional à resistência do secundário, e o escorregamento em que ela ocorre é pequeno em máquinas rotativas do tipo gaiola de esquilo. A máquina de indução tipo gaiola de esquilo apresenta uma velocidade

de operação relativamente constante, contudo há um pequeno decremento dessa velocidade quando a carga no eixo passa da condição a vazio para uma condição de plena carga [49].

#### **1.2.1.1.1.3 Efeito das Extremidades em Atuadores Lineares de Indução**

O efeito de fim de curso pode ser dividido em estático e dinâmico. O efeito estático de fim de curso ocorre devido à característica de circuito magnético aberto das máquinas lineares de indução, isto é, a uma inevitável assimetria de posicionamento das fases com o respectivo núcleo ferromagnético. Conseqüentemente, a indutância mútua e a auto-indutância das fases primárias não são simétricas. Entretanto, nesse caso as diferenças são irrelevantes quando o circuito apresenta um número grande de pólos. O efeito de fim de curso dinâmico é causado pela relativa movimentação que o secundário causa em relação ao primário, ou vice-versa, provocando uma distorção no fluxo magnético, o que resulta, nesses termos, em uma assimetria no comportamento deste.

Numa máquina rotativa convencional, em regime permanente, o campo magnético no entreferro é periódico, sendo assim, a análise de qualquer período  $2\pi$  é suficiente para representar a máquina inteira nestas condições. Já em máquinas lineares esta propriedade não é verificada, uma vez que ela apresenta um começo e um fim definido pelas suas peças de primário e secundário. Os comprimentos de largura finitos levam ao que se denomina de efeito de extremidade longitudinal.

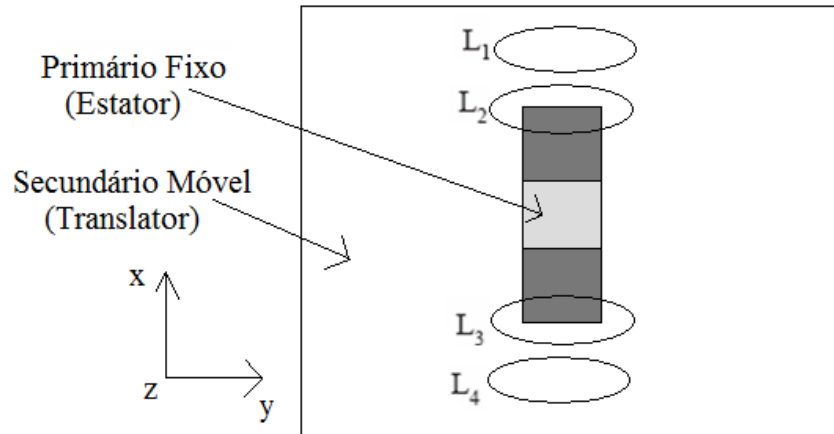
##### **1.2.1.1.1.3.1 Efeito Longitudinal de Extremidade**

Um efeito peculiar encontrado somente em máquinas de caráter linear é o efeito conhecido de extremidade longitudinal (EEL) que está relacionado ao movimento do transdutor em relação ao estator, atuando de diversas formas em máquinas lineares de mesma característica mecânica e diferentes velocidades.

Na figura 15 utiliza-se o primário como efeito referencial, ou seja, é a parte fixa. Os laços  $L_1$ ,  $L_2$ ,  $L_3$  e  $L_4$  representam as correntes induzidas no primário em resposta à variação do fluxo magnético provocado pelo deslocamento do secundário. É importante considerar que o estator é formado de material ferromagnético com elevada permeabilidade magnética.

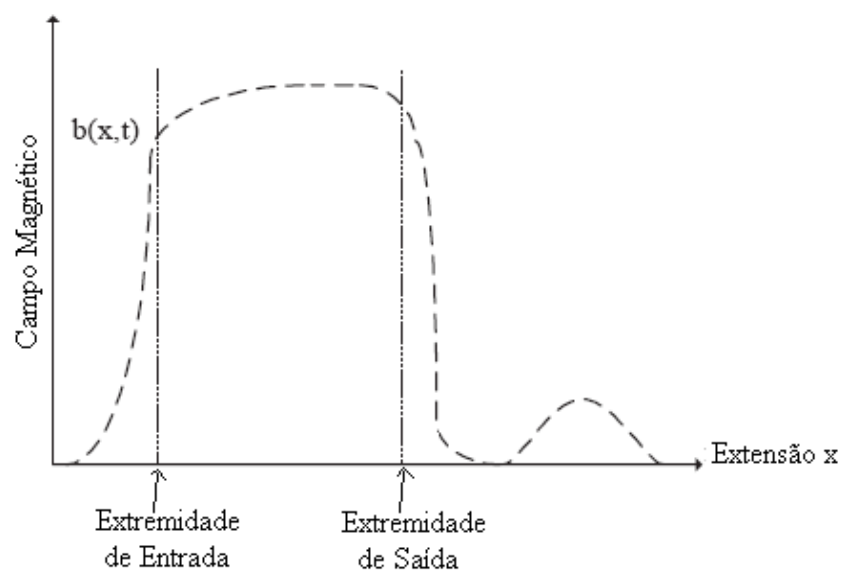
Este efeito das distribuições de corrente, o qual atua fortemente nas regiões de entrada e saída do entreferro, é atenuado de forma diferente nestas regiões, à medida que se caminha no entreferro em direção à região coberta pelo estator, partindo-se de uma ou outra

extremidade. Os efeitos observados nas extremidades do estator propagam-se ao longo do entreferro, distorcendo o campo magnético de translação também em regiões distantes das extremidades, figura 16.



**Figura 15** Laços de corrente induzida no estator devido à variação de campo magnético provocada pela movimentação do translator [51].

A penetração da perturbação de fluxo, devido ao EEL, está ligada, principalmente, à velocidade dos motores. Constata-se que o efeito aumenta com o aumento da velocidade, acarretando expressivas diferenças entre a máquina rotativa e linear, notadamente caracterizadas por uma diminuição no pico da força propulsora [51].



**Figura 16** Comportamento do campo magnético ao longo do entreferro do motor linear [51].

A intensidade do campo magnético apresentado na figura 16 é o resultado das características construtivas dos motores lineares, como, por exemplo, tamanho do entreferro, permeabilidade do circuito magnético, dentre outras.

#### 1.2.1.1.4 Perdas e Rendimento do Atuador Linear de Indução

As considerações de perdas em uma máquina de indução são tão importantes, quanto em qualquer máquina elétrica:

- As perdas determinam o rendimento e influenciam consideravelmente o custo de operação.
- As perdas aumentam o aquecimento das máquinas com conseqüente deterioração da isolamento.
- As quedas de tensão associadas às perdas precisam ser levadas em conta apropriadamente em uma representação da máquina de indução.

As perdas, que são inerentes ao processo de transformação de energia, são quantificadas através do rendimento,  $\eta$ . O rendimento em máquinas de indução é equacionado de forma semelhante ao de qualquer dispositivo de transformação de energia e é dado por

$$\eta = \frac{P_{saída}}{P_{entrada}} \quad (1.8)$$

O rendimento também pode ser expresso na forma percentual, e sua equação é escrita como

$$\begin{aligned} \eta_{\%} &= 100 \left( \frac{P_{entrada} - Perdas}{P_{entrada}} \right) = 100 \left( 1 - \frac{Perdas}{P_{entrada}} \right) \\ \eta_{\%} &= 100 \left( \frac{P_{saída}}{P_{saída} + Perdas} \right) \end{aligned} \quad (1.9)$$

#### 1.2.1.1.5 Fator de Qualidade do Atuador Linear de Indução

O fator de qualidade  $G$  se propõe a quantificar a habilidade de uma máquina elétrica para converter potência. Esse fator de qualidade é diretamente proporcional à relutância de

magnetização  $X_m$  e inversamente proporcional à resistência elétrica do secundário  $R_2$ . Tanto  $X_m$  e  $R_2$  são parâmetros da máquina que podem ser calculados, permitindo que  $G$  possa ser estimado e projetado para melhorar a performance da máquina.

É importante definir o fator de qualidade de uma máquina para que se possa ter noção daquilo que se irá realizar, e saber aquilo que se pode alterar de modo a que se tenha uma máquina com rendimento e desempenho superiores. Para um atuador planar de indução é sabido que a força planar é diretamente proporcional ao fluxo magnético e à corrente elétrica induzida, e quanto maior for essa força, a partir da mesma excitação elétrica no estator, maior será o rendimento da máquina. Sendo assim, a máquina deve produzir a maior quantidade possível de fluxo magnético para a menor força magnetomotriz possível.

O fator de qualidade pode ser definido em função dos parâmetros construtivos do atuador linear ou planar de indução de forma simplificada, isso para que seja mais fácil projetar uma máquina com melhor qualidade de uma maneira rápida. Os parâmetros construtivos que interessam nessa análise são: caminho ou comprimento de entreferro  $g$ , o passo polar  $\tau$ , condutividade do material do secundário  $\sigma_s$  e a espessura do secundário  $d$ . Dessa forma  $G$  pode ser definido pela equação 1.10 [51].

$$G = \frac{2f\tau^2 d \mu_0 \sigma_s}{\pi g} \quad (1.10)$$

Quanto aos parâmetros construtivos da máquina, em função do fator de qualidade, pode-se fazer as seguintes considerações:

1. Quanto maior for o passo polar maior será o fator de qualidade. Isto é possível porque aumentando o passo polar, aumenta-se a área dos circuitos magnético e elétrico, aumentando a força de propulsão linear da máquina.
2. Tomando por base a espessura do secundário, quanto maior ela fosse, menor seria a sua resistência elétrica equivalente, o que poderia indicar que esse secundário teria uma maior corrente, aumentando assim o fator de qualidade. No entanto, isso é naturalmente limitado pelo efeito *skin* ou pelicular, já que ele é que vai determinar a profundidade de penetração do fluxo magnético e, conseqüentemente, até que profundidade no material do secundário poderá se considerar de fato a distribuição de densidade de corrente não nula.
3. O fator de qualidade depende também da frequência de alimentação da máquina.

4. O fator de qualidade varia inversamente com a resistividade elétrica do material do secundário, uma vez que, quanto maior a resistividade, maior é a resistência do material do secundário, sendo menor o valor da corrente que o atravessa.
5. O fator de qualidade também varia inversamente com o valor do comprimento do entreferro. Quanto maior for o entreferro, maior será o valor da relutância magnética. Caso a relutância seja maior, segundo a lei de Hopkinson, mantendo a força magnetomotriz constante, o fluxo diminui.

O comprimento do entreferro é um importante parâmetro no projeto de máquinas elétricas. Um grande entreferro requer uma elevada corrente de magnetização e representa uma baixa no fator de potência. Para o caso de máquinas lineares de indução, perdas são observadas de forma progressiva em função do aumento do entreferro, assim, força de saída e eficiência são decrementadas quando são incorporados ao projeto do dispositivo grandes entreferros. Como discutido anteriormente, o fator de qualidade  $G$  é inversamente proporcional ao comprimento do entreferro.

Quando se refere ao passo polar nas máquinas lineares de indução em termos de fator de qualidade, é considerável afirmar que, para a melhora desse fator, se requer um passo polar tão grande quanto possível. Todavia, há que se considerar que, quanto maior for o passo polar, maior será a área de ferro no circuito magnético, gerando uma relutância menor ao estabelecimento de fluxo magnético. Nesses termos, há que se achar uma boa relação entre o fator de qualidade e as dimensões de aço do circuito ferromagnético.

Os efeitos de fim de curso, característicos em máquinas lineares, tendem a ser reduzidos com o aumento no número de polos, isso porque mais polos tendem a compartilhar as perdas pelo efeito de fim de curso, resultando em uma melhora na performance da máquina. A tabela 1 resume alguns efeitos em relação à variação de parâmetros das máquinas lineares de indução.

***Tabela 1 Efeitos em função da variação de parâmetros em máquinas lineares de indução [4].***

Parâmetros	Aumento	Diminuição
Entreferro	- Aumento na corrente de magnetização. - Aumento nas perdas do efeito de fim de curso.	- Aumento do fator de qualidade. - Aumento na força de saída. - Aumento na eficiência.
Passo Polar	- Aumento no fator de qualidade. - Diminuição na espessura do núcleo ferromagnético.	- Aumento no número de pólos.



Parâmetros	Aumento	Diminuição
Número de Polos	- Diminuição do efeito de fim de curso.	- Aumento da reatância do secundário.
Espessura do Secundário	- Aumento no fator de qualidade; - Aumento na corrente de partida.	- Aumento da reatância do secundário.
Resistência do Secundário	- Diminuição do efeito de fim de curso.	- Aumento no fator de qualidade. - Diminuição das perdas no secundário.
Largura do Dente	- Diminuição da reatância.	- Aumento da força. - Aumento da eficiência.

### 1.2.1.1.1.6 Atuadores Lineares de Indução de Alta e Baixa Velocidade

Sabe-se que motores lineares de indução de alta e baixa velocidade diferem entre si em performance e características. A classificação de um motor linear de alta ou baixa velocidade é possível com a obtenção do  $K_{velocidade}$  pela equação 1.11 [2] [52]

$$K_{velocidade} = \frac{\mu_0 v^2}{4\omega \rho_s g} \quad (1.11)$$

onde  $v$  é a velocidade da parte móvel,  $\rho_s$  é a resistividade do secundário e  $g$  é o comprimento do entreferro. Em função das características construtivas do motor linear inseridas na fórmula, diz-se que o motor é de baixa velocidade se o resultado de  $K_{velocidade}$  for menor que 1 e de alta velocidade se o valor for muito maior que 1 [2] [52].

Em motores de alta velocidade, a profundidade de penetração da onda eletromagnética é menor do que nos de baixa velocidade. Outro aspecto que também influencia na profundidade de penetração é o comprimento do entreferro e a resistividade do secundário. Em operações de baixas velocidades, um longo entreferro aumenta a profundidade de penetração, enquanto que em operações de alta velocidade o aumento do entreferro causa uma diminuição na profundidade de penetração. Em motores de baixa velocidade o efeito de fim de curso é rapidamente atenuado e a performance é muito pouco comprometida. Já em motores de alta velocidade a atenuação do efeito de fim de curso é bastante lenta, chegando a reduzir significativamente a performance do dispositivo [2] [52].

Quando uma máquina linear apresenta um longo entreferro, é aceitável dizer que a sua performance não seria tão boa quanto a de motores rotativos de indução convencionais, justamente devido ao longo entreferro. Um longo entreferro requer uma maior corrente elétrica de excitação para a magnetização, comprometendo o fator de potência e a eficiência. Isso é verdade para motores de baixa velocidade, mas não necessariamente para os de alta. Prova disso é que se não for considerado o efeito de fim de curso, os motores de alta

velocidade podem chegar a valores de eficiência e fatores de potência bastante altos e similares aos valores dos análogos rotativos; sendo assim, a diminuição dessas grandezas é em função do efeito de fim de curso e não do entreferro significativo [2] [52].

Técnicas para minimização desses efeitos de fim de curso em motores de alta velocidade estão, progressivamente, sendo estudadas. Correntemente, é utilizada uma composição de materiais no secundário, na qual materiais ferromagnéticos e não ferromagnéticos são combinados e testados quanto ao seu melhoramento nas características operacionais. Materiais ferrometálicos trabalham no sentido de produzir uma baixa relutância magnética beneficiando o estabelecimento de fluxo magnético, enquanto que materiais não ferromagnéticos produzem uma alta resistividade, o que pode ser característica bem interessante se bem aplicada e de forma direcional. Entretanto, a confecção do secundário com materiais compostos é bastante complexa e em determinadas aplicações inviabiliza a construção do dispositivo.

A diferença de fase  $\delta_s$  entre a corrente do primário e a componente normal da intensidade magnética no entreferro é também a mesma diferença entre a tensão primária induzida e a corrente primária. O cosseno de  $\delta_s$  é o fator de potência do secundário e que é igual ao fator de potência de entrada, se não for considerado a diminuição da impedância e pode ser escrito como [2] [52]:

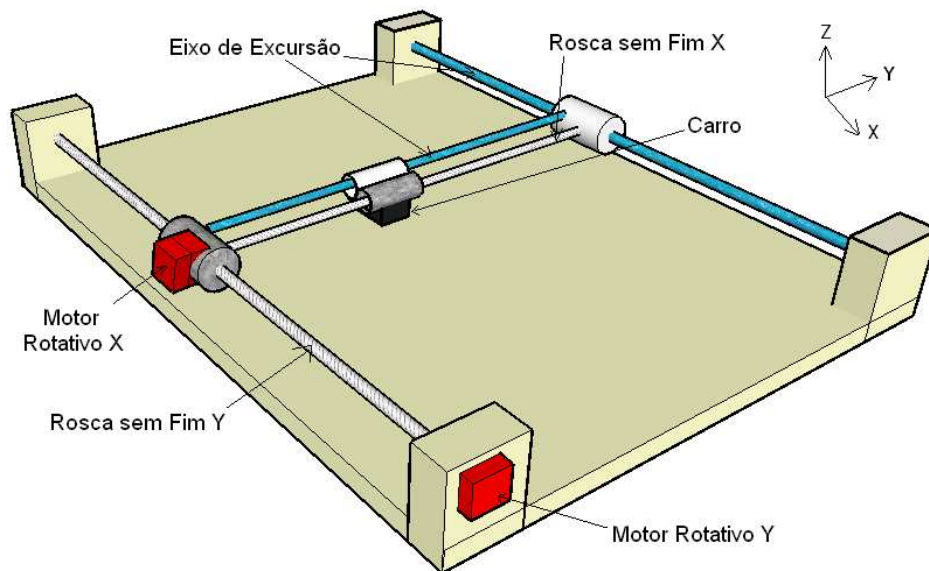
$$\delta_s = \arctan\left(\frac{\pi\rho_s g}{\mu_0 s \tau v_s}\right) \quad (1.12)$$

onde  $s$  é o escorregamento e  $v_s$  é a velocidade síncrona. Em motores de alta velocidade,  $\tau v_s$  tem um valor muito alto e, por conseguinte, o entreferro pode ser de comprimento longo, sem aumentar  $\delta_s$ . Ou seja, se  $v_s$  for incrementada cinco vezes, então o comprimento do entreferro  $g$  também pode ser incrementado em cinco vezes mantendo o mesmo fator de potência [2] [52].

### 1.2.1.2 Atuadores Elétricos Planares

Atuadores planares são classificados como máquinas elétricas que desenvolvem movimentação sobre um plano, com dois graus de liberdade. Esses dispositivos surgiram num cenário industrial de necessidade de equipamento de precisão e com alta velocidade para posicionamentos bidirecionais. A combinação de princípios de atuadores lineares possibilita que sejam criadas estruturas eletromecânicas para atender essa demanda.

Os primeiros sistemas de movimentação no plano eram feitos com dois motores rotativos, um responsável pela produção de movimento no eixo de coordenadas  $x$  e o outro responsável pela movimentação no eixo  $y$ . A figura 17 mostra, de forma esquemática, um sistema de posicionamento bidirecional com dois motores rotativos. A transformação de movimento rotativo em linear passa pela utilização arranjada de sistemas mecânicos tais como: correias, engrenagens, trilhos, rolamentos entre outros. Nesse caso da figura 17, os motores rotativos são controlados por um sistema a laço fechado que verifica a posição desejada e, através da combinação entre os dois motores rotativos, posiciona o translator [8]. O acionamento é feito através de uma excitação elétrica controlada nos motores envolvidos no sistema.

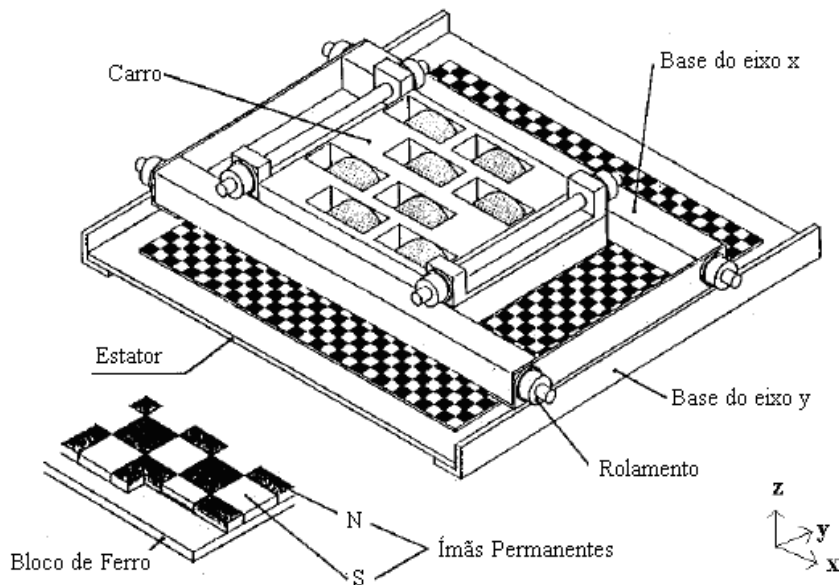


**Figura 17** Translator bidirecional acionado por dois motores rotativos [8].

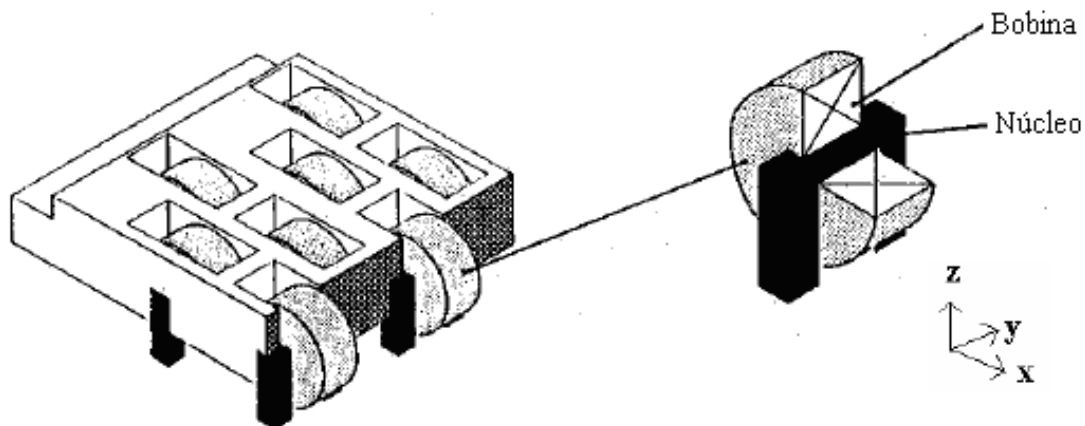
Em muitos atuadores planares, a ideia é obter uma movimentação bidirecional sobre o plano a partir de um único dispositivo de tração geralmente de tipo eletromagnético. A classificação dessas máquinas elétricas segue os mesmos termos propostos para os atuadores lineares. A seguir são apresentadas algumas topologias para atuadores planares.

Um exemplo de topologia para um atuador planar é apresentado na figura 18. Essa estrutura apresenta um estator de material ferromagnético sobre o qual é montado um arranjo de ímãs permanentes adjacentes, de modo que no lado sul de um ímã permanente haverá o lado norte de um outro ímã e assim sequencialmente. A parte móvel constitui um carro montado sobre trilhos deslizantes, que possibilita a movimentação bidirecional (eixos  $x$  e  $y$ ). No carro são montados oito suportes ferromagnéticos, onde cada um é envolvido por uma

bobina eletricamente independente das demais. O arranjo das bobinas é feito de forma que o campo magnético por elas gerado possa interagir com o campo magnético constante e produzido pelos ímãs permanentes, figura 19. A exemplo do que acontece em máquinas síncronas, a movimentação do carro sobre o plano se dá através de um controle de corrente elétrica dedicado, responsável por parâmetros como força e velocidade do translator [53].



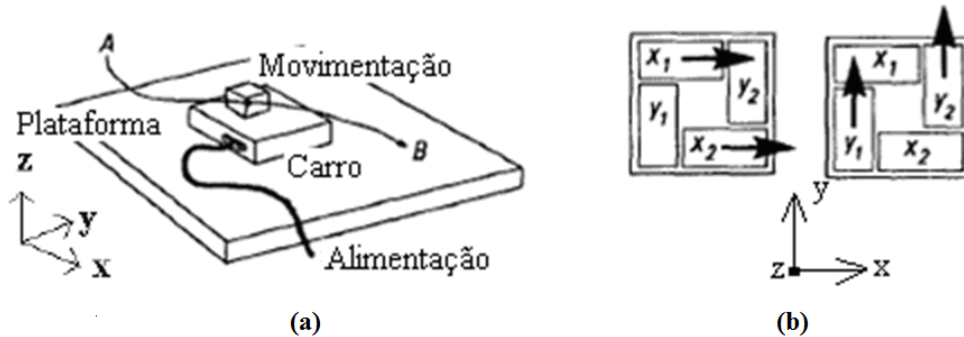
**Figura 18** Estrutura de um Motor de Superfície [53].



**Figura 19** No carro do Motor de Superfície, destaque para a disposição das bobinas com os núcleos ferromagnéticos [53].

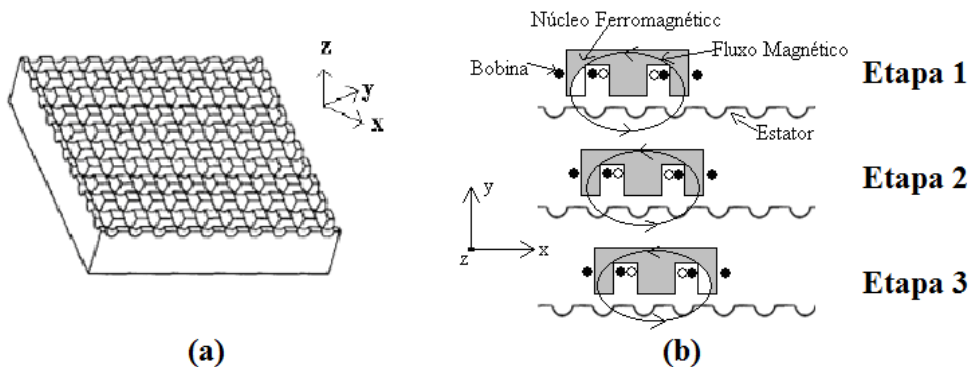
Outra topologia também bastante difundida e estudada no contexto em que se insere os atuadores planares é o Motor de Sawyer, mostrado na figura 20(a). Essa estrutura apresenta uma parte móvel formada por quatro atuadores lineares, dois responsáveis pela movimentação no eixo x e dois responsáveis pela movimentação no eixo y, conforme indica a figura 20(b).

Cada atuador linear é formado por um núcleo ferromagnético em forma de E, envolvidos, cada um, por duas bobinas eletricamente independentes [54].



**Figura 20** Motor de Sawyer: (a) Vista esquemática 3D; (b) Vista da parte móvel [55].

O estator do Motor de Sawyer consiste em uma placa de material ferromagnético ranhurada, conforme ilustra a figura 21(a). Essa estrutura é montada com o propósito de interagir com os dentes dos atuadores lineares do translator. A movimentação é baseada no princípio do motor de relutância variável, conforme sugerem as etapas da figura 21(b), considerando-se que, quando as bobinas são excitadas, se forma um campo magnético que busca o caminho de menor relutância para o circuito magnético, ajustando a posição [55] [56].



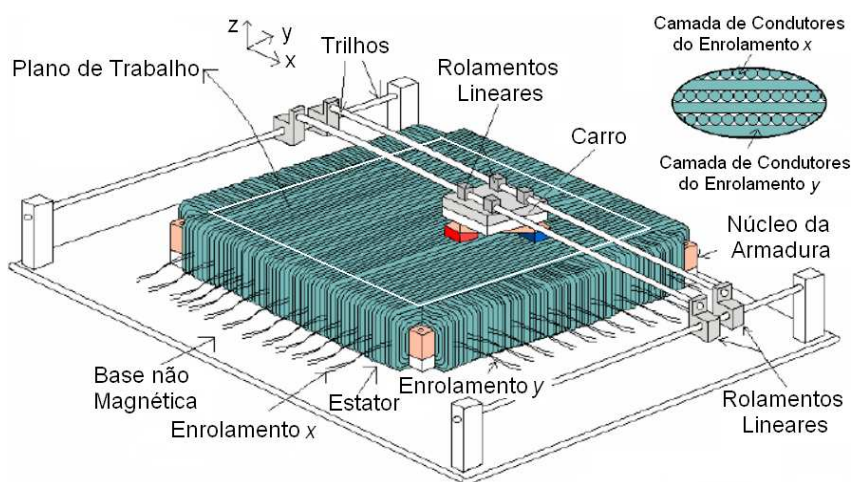
**Figura 21** Estator de material ferromagnético para o motor planar baseado no Motor de Sawyer; (a) estator ranhurado; (b) interação entre a parte móvel e a parte estática [55].

Uma topologia para atuadores planares de corrente contínua com enrolamentos envolventes é apresentado em [9]. Nessa estrutura, a movimentação bidirecional sobre o plano de trabalho é obtida a partir de um único dispositivo de tração, o que caracteriza uma importante vantagem. Além disso, a estrutura beneficia-se de uma distribuição tridimensional

da densidade de fluxo magnético. A figura 22 apresenta um desenho ilustrativo desse atuador [57][58][59].

A parte estatórica do atuador planar consiste de um núcleo ferromagnético envolvido por dois enrolamentos multifases ortogonais entre si. Da forma como é apresentada a configuração, cada enrolamento possui 12 fases eletricamente independentes entre si. Os enrolamentos ortogonais não possuem conexões elétricas entre si e são montados em camadas intercaladas, isto é, entre duas camadas do enrolamento  $x$  é montada uma camada do enrolamento  $y$ , e assim consecutivamente [9].

O princípio de funcionamento deste atuador planar está associado à força de Laplace que prevê que uma força planar de propulsão linear será gerada quando um ímã permanente, responsável pela produção de campo magnético, estiver sobre a fase do enrolamento excitado por corrente elétrica contínua. Essa força tem seu sentido orientado de forma ortogonal ao plano formado pela corrente elétrica e da densidade de fluxo magnético de excitação; uma vez que essas duas direções também são ortogonais entre si, o resultante vetorial é uma força de propulsão que terá a direção paralela ao plano de trabalho do atuador planar. Sendo assim, a intensidade e o sentido dessa força dependerão dos valores e das polaridades da força magnetomotriz das fases e da densidade de fluxo magnético estabelecida no entreferro que atravessa os enrolamentos [9].



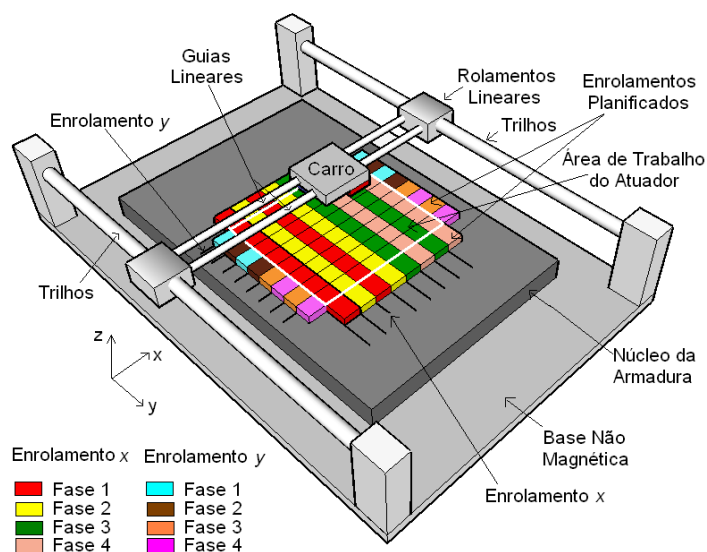
**Figura 22** Atuador planar de corrente contínua com enrolamento envolvente [9].

Uma idéia que vem se mostrando bastante interessante em atuadores planares é quanto à disposição planificada dos enrolamentos, onde as bobinas dos enrolamentos são inteiramente dispostas na área de trabalho do atuador. Essa montagem destaca-se principalmente por aproveitar os dois lados ativos dos condutores de uma bobina na produção de força planar e ainda facilita a manutenção e acesso aos enrolamentos sem a necessidade de

desagregá-los do núcleo ferromagnético [60]. Seguindo essa alternativa, uma forma bastante viável para atuadores planares de corrente contínua é apresentado em [8], configurando-se como uma opção para a construção de mesas XY.

O desenho esquemático básico da estrutura apresentada na figura 23 mostra um atuador planar com bobinas planificadas. Na parte estacionária dois enrolamentos planares multifase, ortogonais entre si, são montados sobre um núcleo de material ferromagnético compósito. Cada enrolamento é composto por quatro bobinas eletricamente independentes; o primeiro enrolamento é chamado de enrolamento  $x$ , por ser disposto ao longo do eixo  $x$ , e o segundo, enrolamento  $y$ , por estar montado no eixo  $y$ . Os enrolamentos ortogonais são montados em camadas intercaladas e de forma planificada, isto é, entre duas camadas do enrolamento  $x$  é montada uma do enrolamento  $y$  e assim sucessivamente [8].

A parte móvel, chamada de carro, comporta dois ímãs permanentes de alto produto energético, montados em anti-paralelo e unidos em suas faces polares superiores por uma culatra de material ferromagnético [59]. O carro é mecanicamente acoplado a uma estrutura através de rolamentos e guias lineares, o que permite uma movimentação bidirecional sobre o plano de trabalho, ou seja, com dois graus de liberdade. A utilização de ímãs permanentes de alto produto energético possibilitou a essa nova topologia mesmo com o uso de um entreferro de comprimento significativo. A utilização de material compósito e de alta resistividade elétrica no núcleo da armadura se justifica quando da necessidade de redução de correntes elétricas induzidas devido à movimentação do carro, o que interfere na dinâmica da máquina [8].

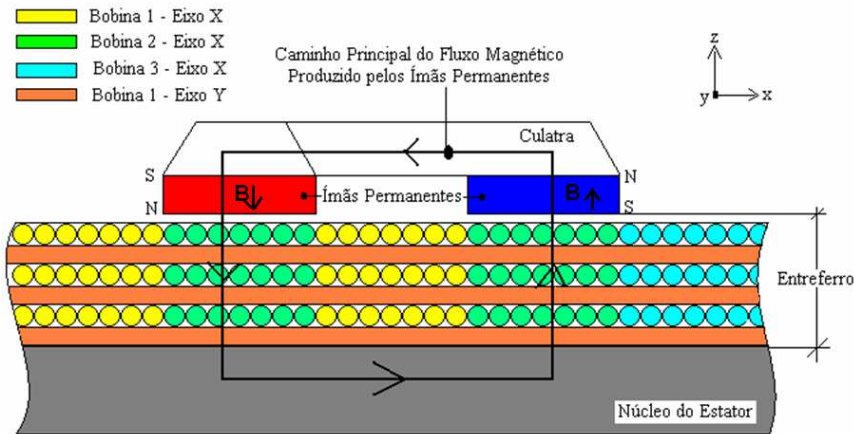


**Figura 23 Ilustração do Atuador Planar com Bobinas Planificadas e Núcleo de Material Ferromagnético Compósito [8].**



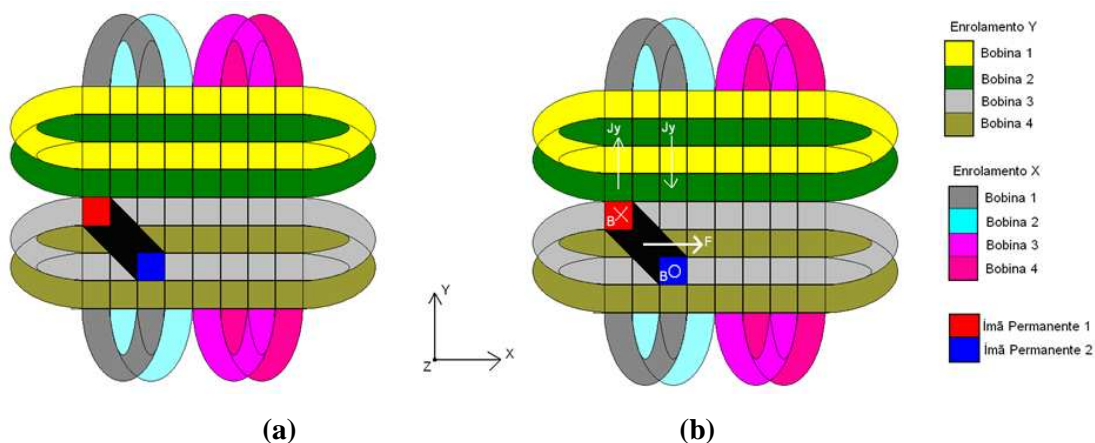
O princípio de funcionamento do atuador planar com bobinas planificadas assemelha-se com do atuador planar de núcleo envolvente.

Na figura 24 é mostrado uma vista em corte do atuador planar, enfatizando cada uma das fases do atuador, iniciando pela culatra, passando pelos ímãs permanentes, entreferro e enrolamentos, chegando finalmente ao núcleo de material ferromagnético, deixando claro o caminho preferencial do fluxo magnético [8].



**Figura 24** Vista esquemática bidimensional do atuador planar [8][9].

A figura 25 mostra um exemplo de operação. Quando os ímãs permanentes do carro estão alinhados sobre uma bobina do enrolamento  $x$  e esta é energizada, e as demais não, é criada uma densidade de corrente  $y$ , no condutor energizado, fazendo com que, desta interação, seja produzida uma força mecânica na direção do eixo  $x$ . A figura 25.b mostra este comportamento, quando a bobina 1 do enrolamento  $x$  é excitada com corrente elétrica contínua. A excursão do carro por todo o plano passa por uma combinação de energização das bobinas dos dois enrolamentos.



**Figura 25** Exemplo de produção de movimento bidirecional: (a) carro em repouso; (b) movimento ao longo do eixo  $x$  [8].



Outro esquema de atuador planar é mostrado na figura 26. Nessa configuração o tradutor é composto por ímãs permanentes em arranjo magnético de Halbach, esse tem uma dimensão horizontal de  $300 \times 300 \text{ mm}^2$  e uma massa total de 8,2 kg. A parte móvel apresenta 84 bobinas concentradas que são dispostas em um padrão espinha de peixe. Cada bobina é conectada individualmente a um amplificador de potência. O estator retangular tem duas diferentes orientações para as bobinas no plano  $xy$ , dispostas a 45 graus mecânico no que diz respeito aos ímãs permanentes [53]. Essa disposição das bobinas em relação aos ímãs permanentes possibilita além de uma movimentação em  $x$  e em  $y$  uma movimentação direta de forma transversal sobre o plano.

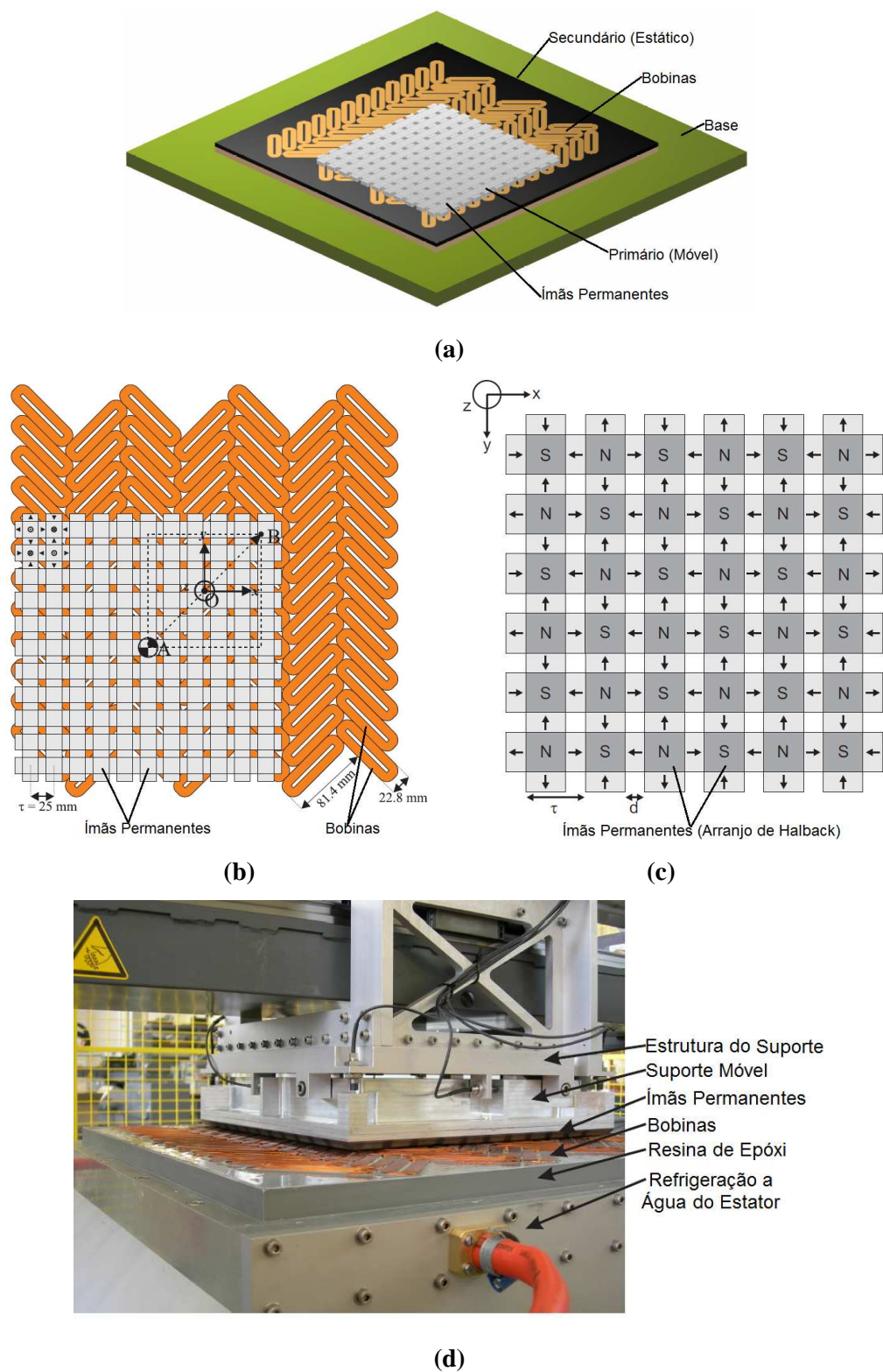
Embora o atuador planar tenha 84 bobinas, apenas 24 são utilizadas simultaneamente para a levitação e a propulsão planar do tradutor. Durante os movimentos no plano  $xy$  o conjunto ativo de bobinas é ligado, uma vez que apenas as bobinas abaixo do arranjo de ímãs permanentes possam exercer significativa força e torque.

O princípio de funcionamento desse dispositivo é semelhante ao que acontece com os atuadores lineares síncronos, onde a interação entre o campo magnético produzido pelas bobinas interage com o campo magnético dos ímãs permanentes. É claro que nesse caso o campo oriundo das bobinas é configurado para ser deslocado, de forma planar, no sentido de movimentação que se deseje dar ao tradutor [57].

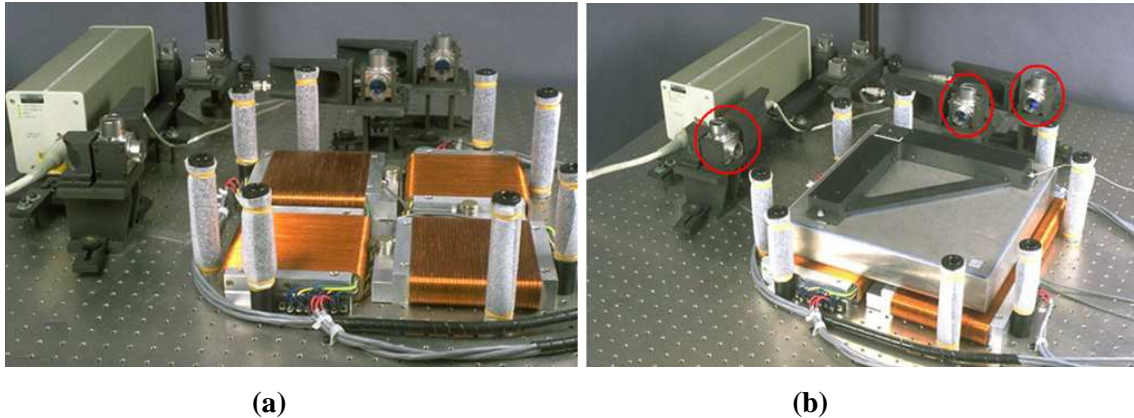
Alguns estudos contemplam a utilização de levitação eletromagnética em atuadores planares, reduzindo ou até mesmo eliminando contatos mecânicos entre a parte móvel e a parte estática do dispositivo o que melhora o rendimento e desempenho. Uma configuração de atuador planar com levitação é apresentada na figura 27, onde a base estática é formada por quatro atuadores lineares, independentes entre si e a parte móvel, nesse caso denominada de estágio levitador, é formada por uma estrutura de material não ferromagnético dividida em quatro conjuntos, sendo que em cada um dos conjuntos são fixados quatro ímãs permanentes arranjados de forma paralela, em sentidos verticais e horizontais, cujo objetivo é mostrar os sentidos de deslocamento e força tridimensional que cada bloco possibilita.

A partir de um sistema de controle de posição tridimensional com elevada precisão, cada atuador linear é capaz de produzir uma força de levitação no sentido vertical e uma força de translação planar, no sentido horizontal. Como se percebe, dois atuadores são orientados no sentido do eixo  $x$  e dois no sentido do eixo  $y$ . O sistema eletrônico de excitação dos atuadores planares consiste em 12 circuitos independentes, dirigidos para os quatro atuadores com três fases cada. O sistema de excitação distribui corrente elétrica contínua nas 12 fases em função da necessidade de deslocamento, obtida através da posição desejada, e da resposta

de posicionamento instantâneo que se obtêm através dos três sensores de posição estrategicamente colocados e em destaque na figura 27(b) [58].



**Figura 26** Atuador planar com ímãs permanentes: (a) Vista esquemática; (b) Detalhe do translator e estator; (c) Detalhe do Arranjo de Halbach e; (d) Protótipo construído [57].



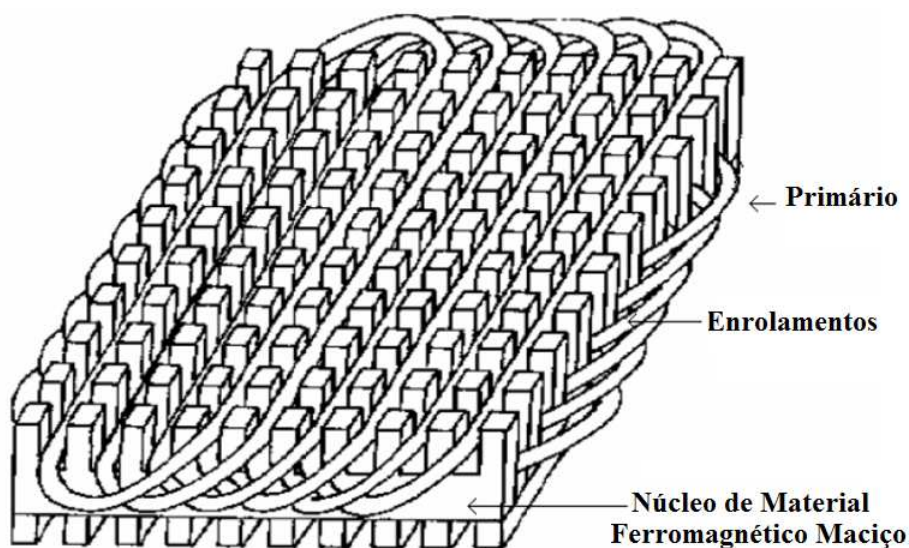
**Figura 27 Motor Planar com Levitação: (a) plataforma sem a parte móvel; (b) plataforma com a parte móvel, indicando os sensores de posição [58].**

Como visto, um atuador linear pode ser obtido ‘cortando e planificando’ um motor rotativo. O estator dessa máquina é chamado de primário e o rotor, passado para translocator no corte, é chamado de secundário. O secundário dos atuadores lineares assíncronos podem ser simplificados, usando-se um núcleo aço sólido com ranhuras, as quais acomodam um material condutor. A parte condutiva funciona como um circuito elétrico, responsável pela circulação de corrente elétrica induzida, com possíveis parâmetros ajustáveis dependendo da estrutura; já o núcleo ferromagnético é responsável por proporcionar um caminho de baixa relutância magnética ao fluxo magnético gerado pelo primário. Em alguns casos o núcleo ferromagnético do secundário pode ser retirado, desde que seja feita uma plataforma planar de material com alta condutividade elétrica e que o entreferro seja pequeno [56].

Um atuador planar de indução pode ter o núcleo primário constituído de um arranjo de dois núcleos perpendiculares, cada um orientado para o sentido do campo magnético viajante que lhe seja conveniente. Essa configuração deve beneficiar a montagem de um circuito magnético capaz de comportar dois enrolamentos, em geral enrolamentos multifases, com condutores perpendiculares. Um esquema assim é apresentado na figura 28. Ajustando a corrente elétrica em cada um dos enrolamentos, o secundário pode ser movimentado em duas direções perpendiculares. Esse tipo de máquina elétrica pode ser montada com primário simples, comumente manufacturados, e com primário duplo (fazendo um sanduíche com o secundário) [56].

Esta ideia de enrolamentos ortogonais, apesar de potencialmente muito boa, requer que o material do núcleo ferromagnético seja isotrópico para beneficiar a distribuição tridimensional da densidade de fluxo magnético, uma vez que os campos magnéticos

produzidos, através da excitação dos enrolamentos, também são ortogonais entre si. A dificuldade de se obter, antigamente, materiais ferromagnéticos isotrópicos, com boa permeabilidade magnética e ainda com baixas perdas por correntes induzidas, inviabilizou a implementação dessa estrutura. Contudo, com o surgimento de pesquisas em novos materiais ferromagnéticos que ofereçam boa permeabilidade, alta resistividade elétrica e isotropia magnética e elétrica viabilizou essa estrutura ranhurada para o núcleo ferromagnético.



**Figura 28 Primário de um atuador planar de indução com dois graus de liberdade [56].**

Os atuadores planares de indução com apenas um núcleo no primário beneficiam-se ainda pelo fato de poderem produzir um fluxo magnético não apenas para fornecimento de força de propulsão planar, mas também por poder se beneficiar da suspensão eletrodinâmica, também conhecida como levitação eletromagnética [59].

Os enrolamentos do primário do atuador planar de indução são feitos de cobre com formato retangular ou arredondado. Esses enrolamentos podem ser localizados em ranhuras do próprio primário ou na forma de bobinas localizadas em estruturas de pólos salientes. Geralmente as bobinas do primário são excitadas com corrente elétrica trifásica.

## 2 O ATUADOR PLANAR DE INDUÇÃO

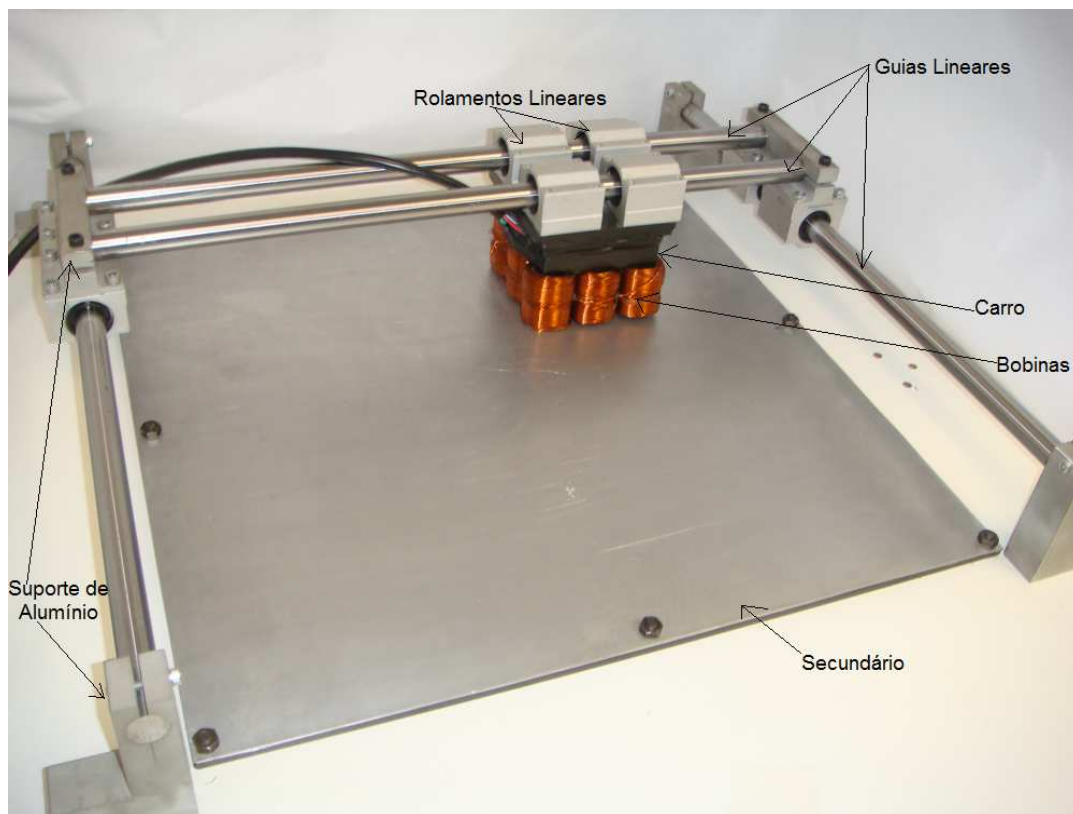
O atuador planar de indução estudado neste trabalho é um dispositivo eletromagnético trifásico que desenvolve movimentação, através do translator (primário - carro), sobre a área de trabalho (secundário), com dois graus de liberdade a partir de um único dispositivo de tração. Na forma como é proposto, representa uma alternativa para a construção de mesas XY com todas as vantagens que as configurações de atuadores planares representam quando comparado com modelos arranjados com motores elétricos rotativos, geralmente utilizados pela indústria.

Considera-se o atuador planar de indução como implementado uma proposta inovadora, pois se desconhece, até o presente momento, outros atuadores planares baseados no mesmo princípio que tenham sido estudados e testados. No entanto, deve-se sempre mencionar o princípio original proposto em [9], e que é a base para este atuador planar de indução: o uso de enrolamentos ortogonais. Com esses aspectos em mente se buscou, neste trabalho, estudar o atuador planar de indução trifásico de enrolamentos ortogonais. E como será demonstrado, são esses mesmos aspectos que servem de substrato para o trabalho teórico e experimental realizado e apresentado neste documento.

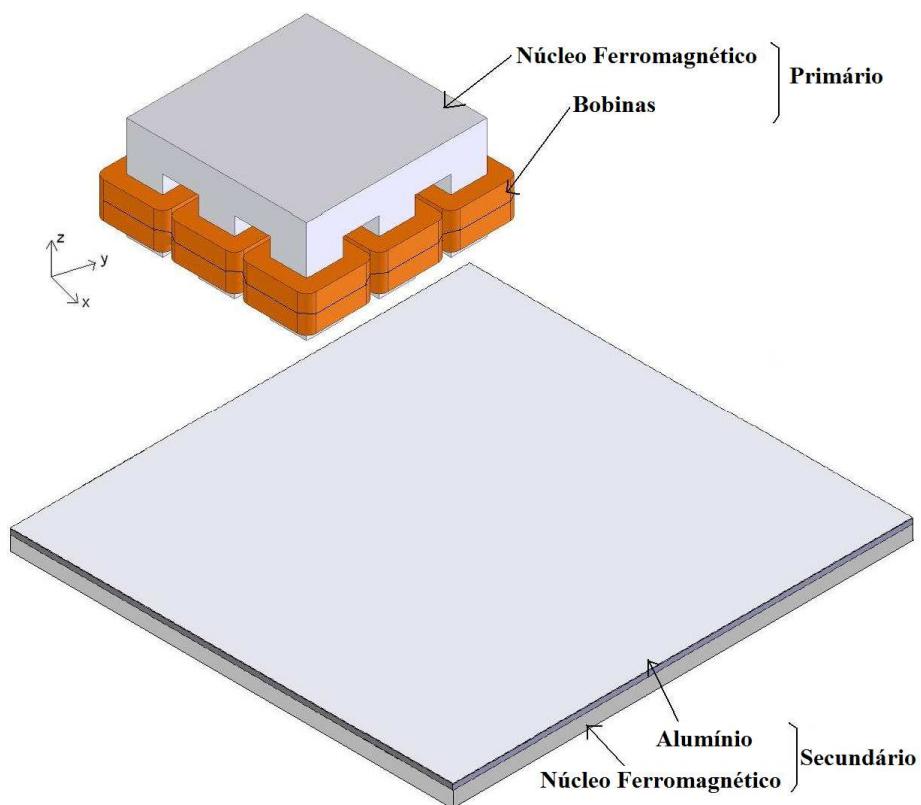
A figura 29 mostra uma fotografia do atuador planar de indução desenvolvido como um protótipo. Ele apresenta uma estrutura externa de material não ferromagnético responsável pela sustentação do estator e um sistema de suspensão para o carro formado por quatro guias lineares e oito rolamentos lineares, que permitem a movimentação bidirecional, nos eixos  $x$  e  $y$ , sobre o plano.

O secundário do dispositivo é formado por um núcleo ferromagnético de aço maciço, plano e não ranhurado sobre o qual é colocada uma chapa de alumínio, igualmente plana, formando um conjunto estatórico rígido. O primário consiste de um carro, também chamado de translator, que possui um núcleo ferromagnético ranhurado de material compósito magneticamente macio, onde são dispostas dezoito bobinas que compõem um sistema trifásico, cuja funcionalidade é, a partir de uma excitação elétrica alternada, produzir um campo magnético variável no tempo. A figura 30 ilustra, através de uma vista esquemática, as estruturas do primário e do secundário.





**Figura 29** Fotografia do protótipo do atuador planar de indução.



**Figura 30** Vista esquemática da estrutura do atuador planar, destacando a região do carro.

## 2.1 ESTRUTURA BÁSICA DETALHADA

A figura 31 apresenta o desenho esquemático básico do atuador planar de indução, enquanto que na tabela 2 são mostradas as principais características construtivas. O primário do dispositivo, que configura a parte móvel também chamada de carro ou translator, é formado por um núcleo ferromagnético de material compósito magneticamente macio (SMC) de grão isolado e compactado, a saber, 1P Somaloy 500, que apresenta nove ranhuras simetricamente distribuídas. A figura 32 mostra a estrutura desse núcleo.

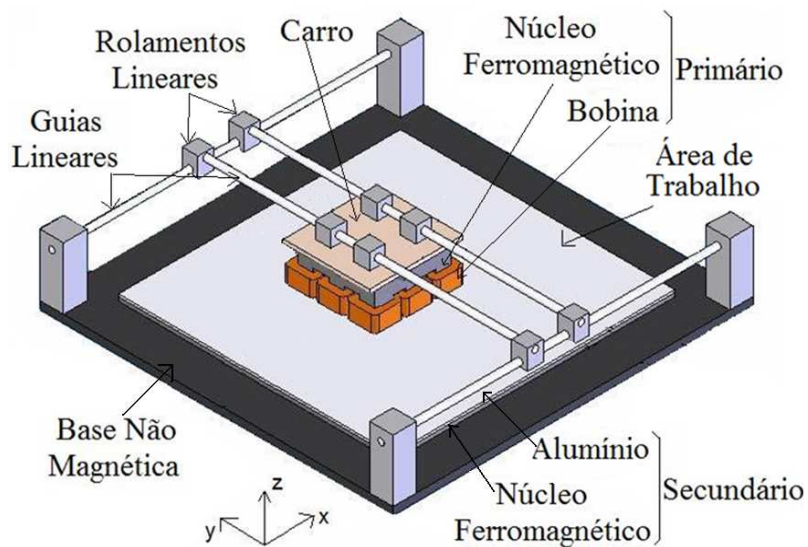
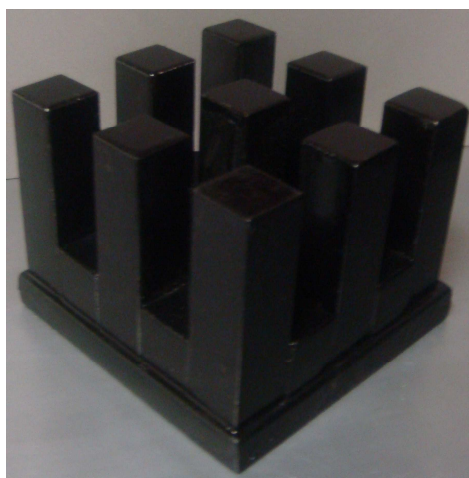
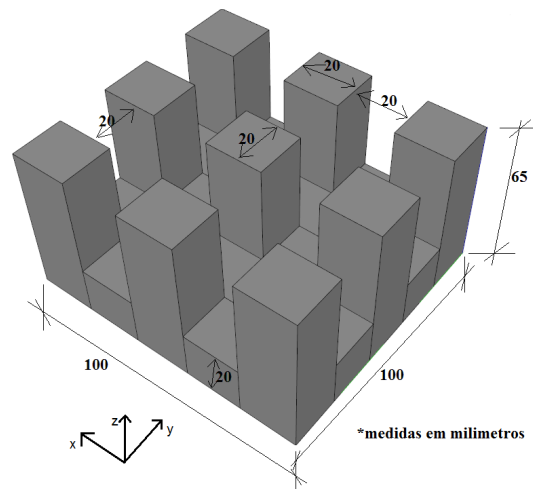


Figura 31 Ilustração esquemática do atuador planar de indução.



(a)



(b)

Figura 32 Estrutura ranhurada em material ferromagnético compósito do primário do atuador planar de indução: (a) Fotografia e (b) desenho esquemático com medidas.

**Tabela 2 Principais características construtivas do atuador planar de indução.**

<b>Item</b>	<b>Quantidade</b>
Número de enrolamentos	2
Número de bobinas por enrolamento	9
Número de fases por enrolamentos	3
Número de bobinas por fase	3
Número de espiras por bobina	250
Número de camadas por bobina	11
Pares de polos	1
Material da bobina	Fio de cobre esmaltado 21 AWG
Material do núcleo primário	1P Somaloy 500
Área superficial do primário	$100 \times 100 \text{mm}^2 = 10000 \text{mm}^2$
Área de uma face polar do primário	$20 \times 20 \text{mm}^2 = 400 \text{mm}^2$
Materiais do Secundário	Alumínio e Aço Maciço Recozido AISI 1020
Área superficial do secundário	$550 \times 550 \text{mm}^2 = 302500 \text{mm}^2$
Espessura do Alumínio	1mm
Espessura do Secundário	6mm
Distância entre Primário e Secundário	1mm
Sistema de suspensão	4 rolamentos lineares e 4 trilhos

A estrutura ranhurada da armadura do atuador foi feita a partir da usinagem de blocos de SMC, e após eles foram montados para que fosse formada a estrutura física final, figura 31.

Cada uma das ranhuras do primário recebe duas bobinas eletricamente independentes entre si: uma formará o conjunto de enrolamentos trifásicos que produzirá um fluxo magnético viajante na direção de  $x$ ; a outra formará o conjunto de enrolamentos trifásicos que produzirá um fluxo magnético viajante na direção de  $y$ . Cada conjunto de enrolamentos trifásico, ou seja,  $x$  e  $y$ , será ligado de forma a produzir um campo magnético viajante a partir de uma excitação trifásica ligada na forma estrela, cujo esquema de ligação elétrica é representado e apresentado na figura 33. Cada bobina é formada por 250 espiras distribuídas em 11 camadas, apresentando uma resistência elétrica de aproximadamente  $1,21\Omega$ . Na figura 34 é apresentada uma das bobinas que serão utilizadas na confecção do primário. A montagem final do primário prevê um assentamento das dezoito bobinas no núcleo ferromagnético, ocorrendo na sequência de montagem representada pela figura 35. Essa montagem dos enrolamentos em camadas foi escolhida por uma questão de praticidade e



manutenção. No entanto, ao se colocar os enrolamentos  $x$  e os enrolamentos  $y$  em camadas em posições diferentes em relação ao entreferro, os efeitos eletromagnéticos de cada uma deles serão diferentes.

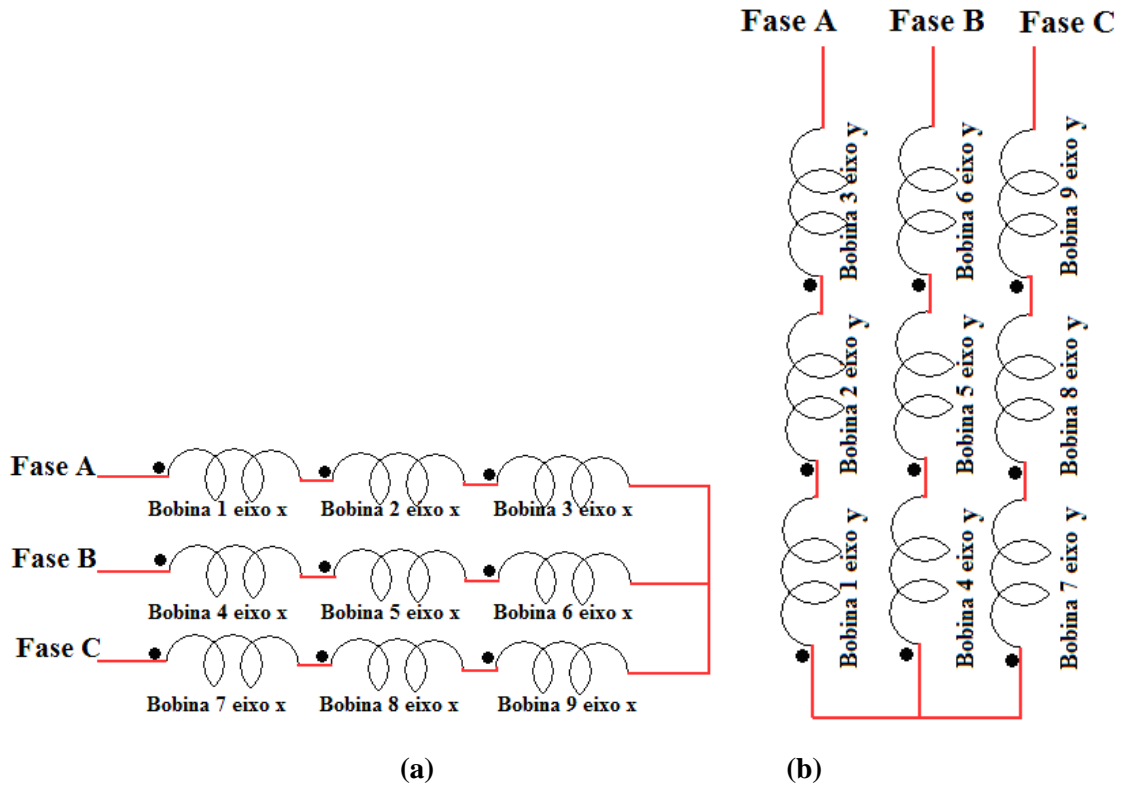
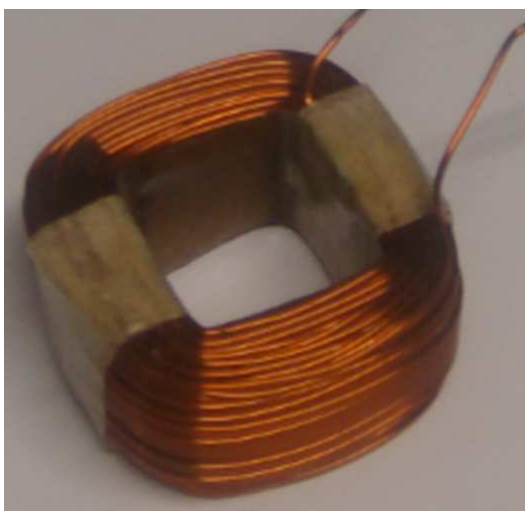
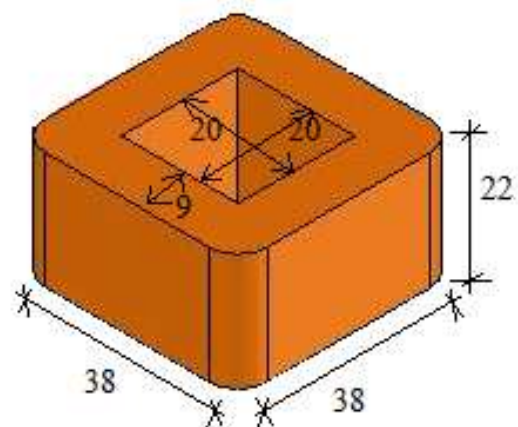


Figura 33 Esquema representativo das ligações elétrica das bobinas do primário: (a) enrolamento do eixo  $x$  e (b) enrolamento do eixo  $y$ .



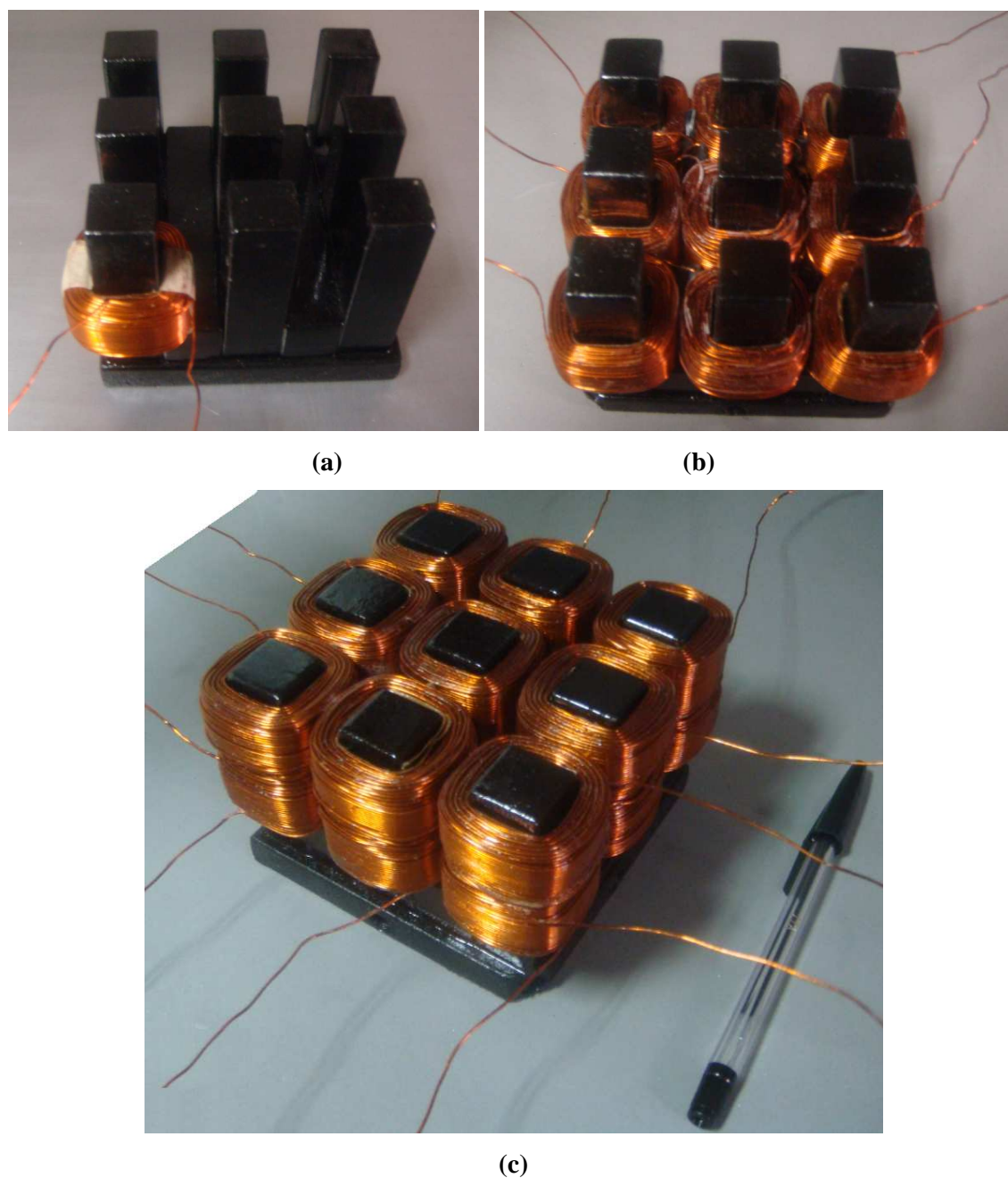
(a)



\*as medidas estão em milímetros

(b)

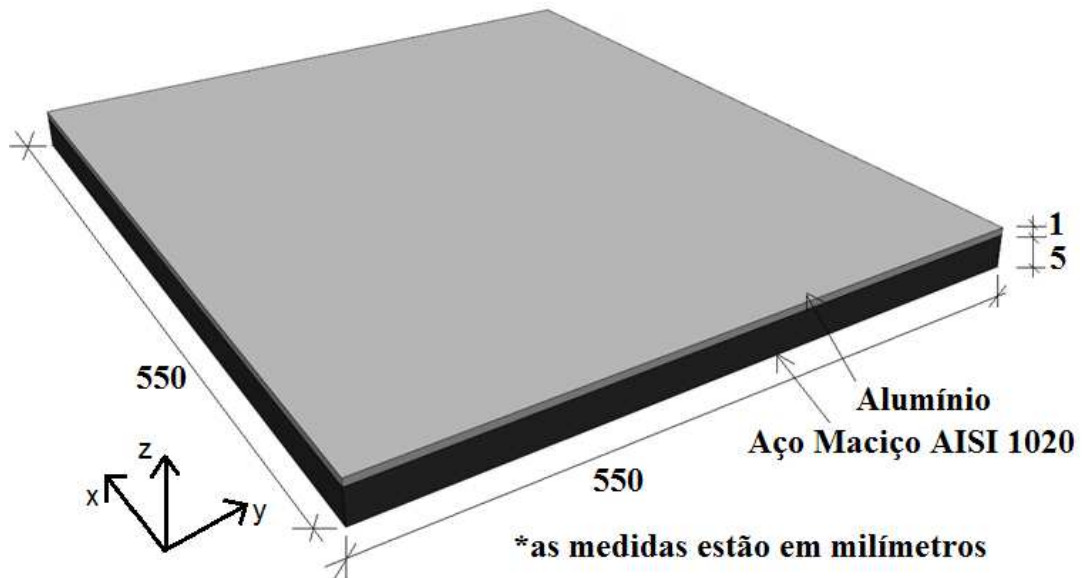
Figura 34 Uma bobina do primário do atuador planar de indução: (a) fotografia e (b) desenho esquemático com medidas.



**Figura 35** Seqüência de montagem do primário do atuador planar de indução: (a) colocação da primeira bobina; (b) colocação da primeira camada de nove bobinas e (c) estrutura final com a colocação das dezoito bobinas.

O núcleo ferromagnético do primário oferece um caminho de baixa relutância magnética ao circuito primário. O secundário encontra-se permanentemente estático e é formado por dois materiais: o primeiro é o alumínio, devido à sua condutividade elétrica mais elevada; o segundo é um material ferromagnético macio, o aço maciço AISI 1020, devido à

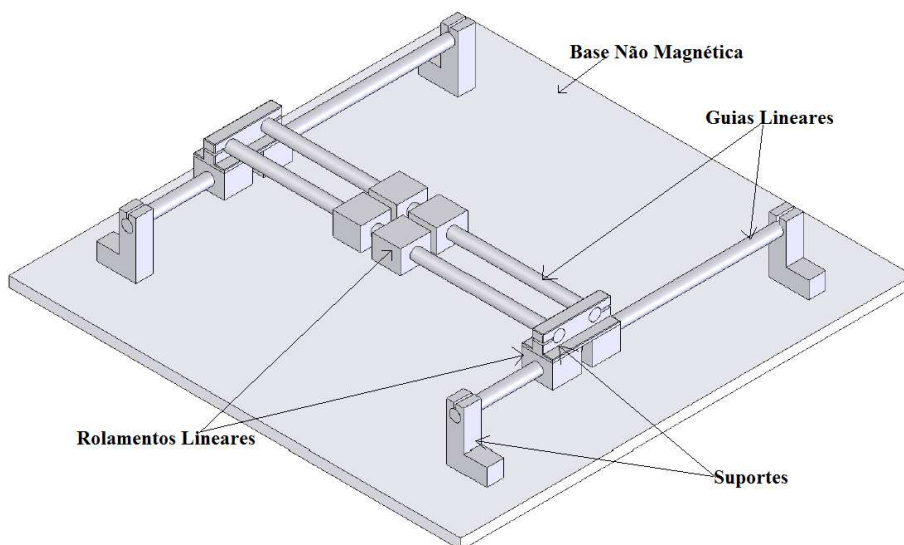
sua permeabilidade magnética mais alta. A montagem do secundário prevê que seus materiais estejam na forma plana e montados um sobre o outro de modo que o alumínio esteja mais próximo do primário, formando assim a área de trabalho do dispositivo. A figura 36 apresenta um detalhamento do secundário, destacando o alumínio e o material ferromagnético.



**Figura 36** Estrutura planificada do secundário do atuador planar de indução - desenho esquemático com medidas.

A montagem do secundário se dá inicialmente com a retificação da chapa de aço maciço AISI 1020, de maneira que fique plana e na espessura desejada; logo após a chapa recebe um recozimento para melhorar a permeabilidade magnética; só então a peça é submetida a um processo chamado de ‘oxidação negra’ a fim de protegê-la de corrosão e oxidação. A chapa de alumínio, de dimensões desejadas, é aplainada e cortada, sendo, por último, fixada sobre o material ferromagnético do secundário.

A estrutura do atuador planar de indução é completada por oito rolamentos lineares dispostos em quatro trilhos, dois responsáveis pela movimentação no eixo  $x$  e os outros responsáveis pela movimentação no eixo  $y$ . Acoplado a esses rolamentos e trilhos, apresenta-se uma plataforma de sustentação do primário, que será encaixada e presa de modo a ficar estática com relação aos enrolamentos. Além disso, a sustentação do primário sobre o secundário permite a consequente manutenção da espessura do entreferro constante e o deslocamento planar do móvel com dois graus de liberdade. Na figura 37 é apresentado um esquemático que destaca as partes da estrutura.



**Figura 37 Destaque das partes da estrutura de sustentação do atuador planar de indução.**

Essa estrutura montada, tanto para o primário como para o secundário e suas sustentações, previne o atuador planar de sofrer alterações físicas quando o seu protótipo for submetido a ensaios.

## **2.2 CARACTERÍSTICAS DOS MATERIAIS FERROMAGNÉTICOS UTILIZADOS**

Dois diferentes materiais ferromagnéticos são utilizados nos núcleos primário e secundário do API: Aço maciço e Compósito Magneticamente Macio de grão isolado (SMC). Esses materiais, apesar de terem funcionalidades bastante parecidas na operacionalidade do dispositivo, apresentam características eletromagnéticas diferentes, quando comparados entre si, principalmente na resistividade elétrica e na permeabilidade magnética.

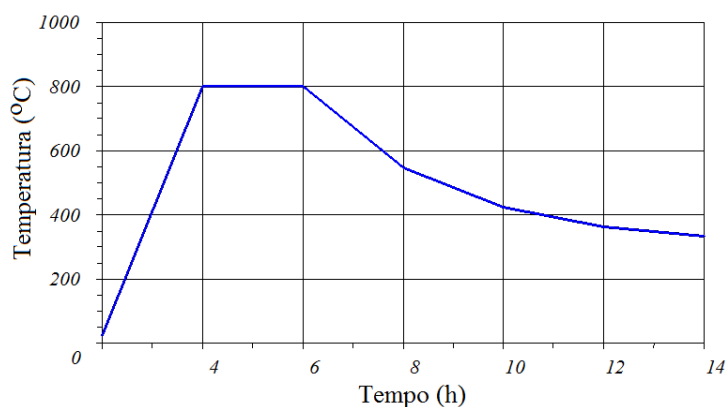
### **2.2.1 Aço Maciço AISI 1020**

O aço maciço utilizado na confecção do secundário é Aço AISI 1020 que apresenta características praticamente isotrópicas, muito dependentes das técnicas de usinagem e produção. A permeabilidade magnética relativa deste material tende a ser elevada, contudo a resistividade elétrica é menor quando comparada a de outros materiais ferromagnéticos utilizados em núcleos de máquinas elétricas (aço laminado, por exemplo). Sendo assim, o aço maciço é mais susceptível ao estabelecimento de correntes elétricas parasitas quando expostos à variação da densidade de fluxo magnético, o que representa uma limitação na utilização

deste material na construção de circuitos magnéticos em função das perdas que essas correntes parasitas podem representar [61] [62].

Por ser um material ferromagnético magneticamente macio, o aço utilizado é exposto à presença e variação do campo magnético externo. Para o caso desta última seja em módulo, direção, sentido ou uma combinação destes aspectos, também ocorrerá a variação interna do campo magnético no material [63][64][65]. Outra característica importante é a não linearidade, uma vez que a permeabilidade relativa é variável com o campo magnético  $\vec{H}$  que é aplicado.

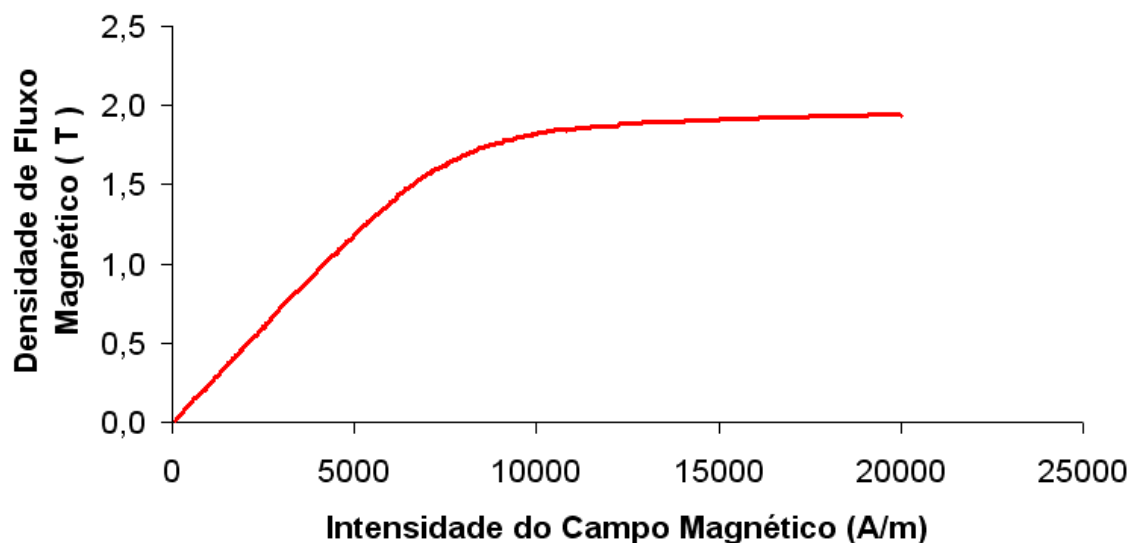
Para aumentar a permeabilidade magnética do aço o procedimento tradicional é o recozimento (tratamento térmico). Nessa técnica, o aço é submetido a um aquecimento controlado ao longo do tempo, inerte em um gás (não oxigênio ou ar). Logo após, a peça é colocada a uma temperatura ambiente para que retome a temperatura inicial. Além de melhorar a permeabilidade pelo alívio das tensões internas do material, essa técnica aumenta a resistência mecânica. O gráfico da figura 38 apresenta a curva para o tratamento térmico do Aço Maciço AISI 1020, que será utilizada para a construção do núcleo ferromagnético do primário e do núcleo secundário para um dos casos propostos nesse estudo. As propriedades desse material são apresentadas na tabela 3, e o comportamento não linear com relação à magnetização como pode ser verificado na figura 39.



**Figura 38** Curva de tratamento térmico do aço 1020 [13].

**Tabela 3** Propriedades do aço maciço recozido AISI 1020 [66].

Peso Específico	7,85 g/cm <sup>3</sup>
Máxima Permeabilidade Magnética Relativa	3.800
Resistividade Elétrica Nominal Comercial	0,2 μΩ.m
Densidade de Fluxo Magnético de Saturação	1,95T



**Figura 39** Curva de magnetização normal do Aço Maciço Recozido AISI 1020 [9].

### 2.2.2 Material Compósito de Grão Isolado 1P Somaloy 500

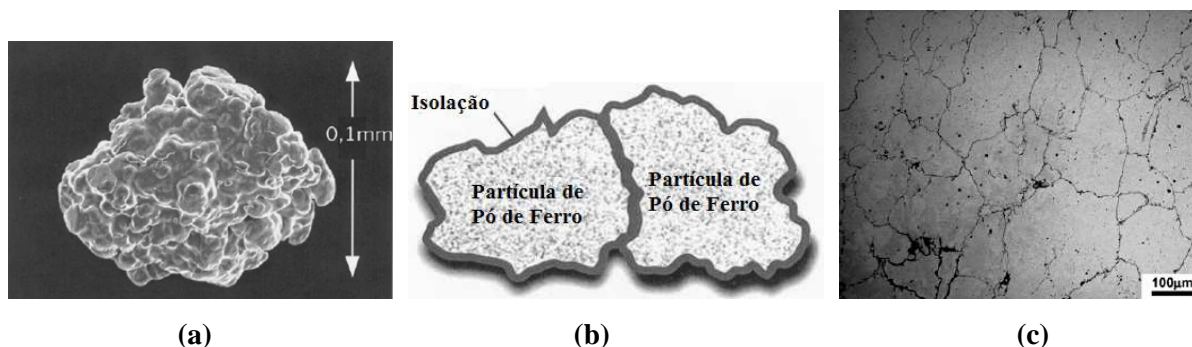
O segundo material utilizado como núcleo ferromagnético, agora para a composição da armadura do primário (carro ou translator) é o 1P Somaloy 500. É um material obtido a partir da metalurgia do pó. Essa técnica se tornou bastante importante na fabricação de novos materiais, principalmente por: facilitar um melhor controle da composição química desejada, permitindo uma adequação do material a características específicas de projeto; e apresentar uma relativa facilidade em manufaturar peças com geometrias complexas sem prejudicar a qualidade final do acabamento [61, 62].

Na sua concepção fundamental, o 1P Somaloy 500 é um material compósito magneticamente macio (SMC – *Soft Magnetic Composite*) de grão isolado, onde dois ou mais elementos são unidos para formar o compósito [67]. A base de material SMC é o pó de ferro com elevado nível de pureza. As partículas de pó são ligadas com um revestimento de um material orgânico ou inorgânico, que produz uma isolação elétrica. O pó assim revestido é comprimido no formato desejado e submetido a um tratamento térmico a fim de curar a liga [68] [69].

Produzidos pela empresa sueca Höganäs, os SMC classificados com Somaloy caracterizam-se por serem materiais ferromagnéticos compósitos magneticamente macios utilizados em equipamentos que operam com frequências acima de cerca de 300 Hz devido ao fato de apresentarem perdas magnéticas totais mais baixas nessa faixa, quando comparados a materiais laminados sob mesma excitação magnética. Para frequências mais baixas, a sua



maior vantagem está no fato de ser elétrica e magneticamente isotrópico. Isso permite que se estabeleça uma distribuição de campo magnético no seu volume com a permeabilidade e resistividade independentes da direção desse campo. O 1P Somaloy 500 é apresentado na figura 40: partícula, estrutura e superfície microscópica. O material é composto por pós metálicos, lubrificantes e aglutinantes. A quantidade de adição de lubrificantes e/ou de aglutinantes ao pó metálico, seguidos de compactação em tratamento de térmico, determinam as propriedades magnéticas, elétricas e mecânicas do material [70].



**Figura 40 Somaloy 500: (a) partícula, (b) estrutura de Somaloy e (c) superfície de isolação elétrica [70].**

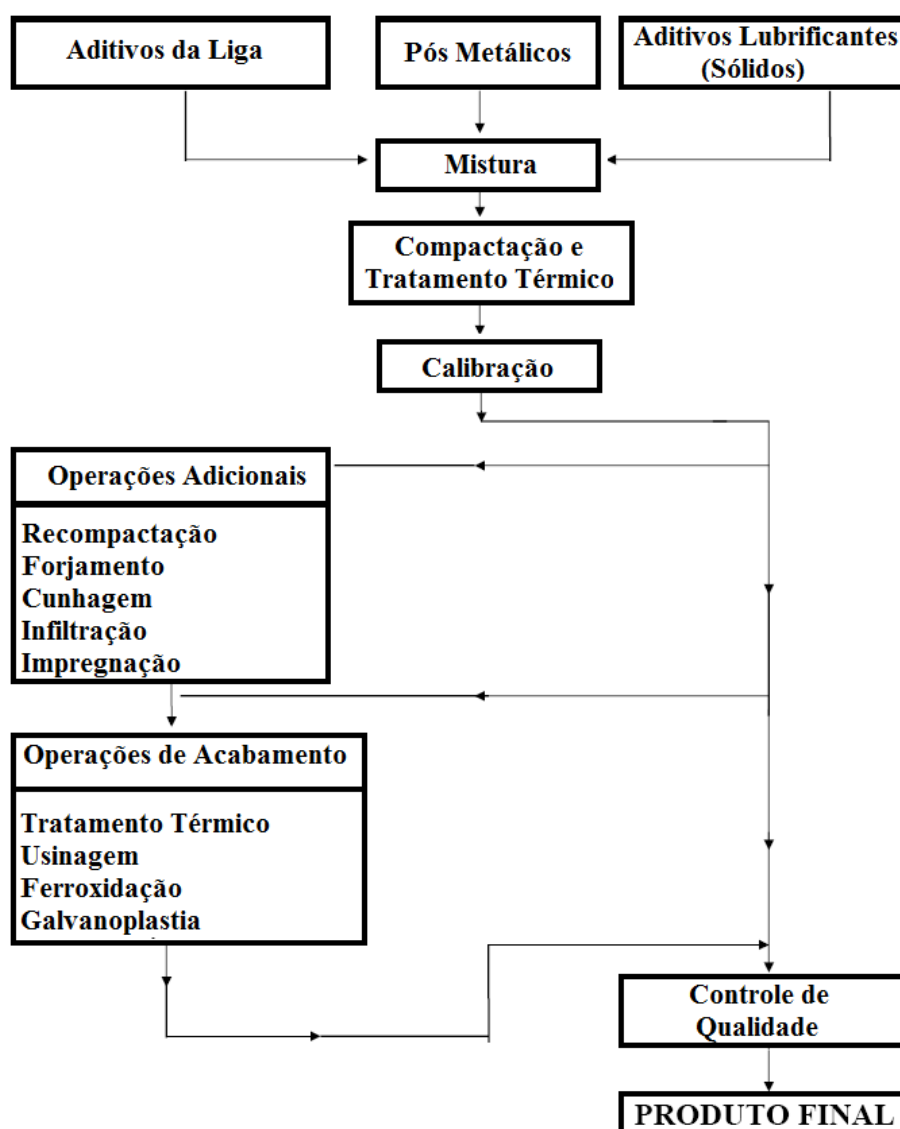
A seguir são apresentadas algumas características específicas do Somaloy 500 e do Somaloy 700 principalmente no que diz respeito ao processo de fabricação e propriedades elétricas e magnéticas, destacando assim pontos importantes para a utilização destes materiais. As etapas do processo de produção do compósito magnético macio Somaloy são mostradas na figura 41.

A adição de lubrificantes no composto assegura uma redução da fricção durante as etapas de compressão e de injeção. Esta composição química, resultante de adição de ferro, aglutinantes e lubrificantes, é processada de forma a ficar homogênea. A primeira compactação é feita em uma temperatura ambiente em torno de 130° C, provocando um pequeno adensamento do composto. Já a segunda compactação é realizada sob maior pressão e temperatura, possibilitando uma maior rigidez mecânica ao composto [70][71].

Para fins de análise desse trabalho, foram considerados quatro tipos de Somaloy, a saber:

- 1P Somaloy 500, com 0,5% de Kenolube, que passa por um segundo estágio de compactação de 800MPa com um tratamento térmico final de 500° C por um período de 30 minutos, obtendo uma força transversal de ruptura de 50MPa.
- 1P Somaloy 700, com 0,4% de Kenolube, que passa por um segundo estágio de compactação de 800MPa com um tratamento térmico final de 530° C por um período de 30 minutos, obtendo uma força transversal de ruptura de 40MPa.

- 3P Somaloy 700, com 0,3% de Kenolube, que passa por um segundo estágio de compactação de 800MPa com um tratamento térmico a vapor, obtendo uma força transversal de ruptura de 125MPa.
- 3P Somaloy 700 HR, com 0,3% de Kenolube, que passa por um segundo estágio de compactação de 800MPa com um tratamento térmico a vapor, obtendo uma força transversal de ruptura de 125MPa.



**Figura 41** Processo de produção do Somaloy [72].

O termo ‘nºP’ representa a quantidade de vezes que o Somaloy foi submetido a um tratamento térmico e de compactação após a primeira fase desse procedimento. Isso ajuda, entre outras coisas, no aumento da força transversal de ruptura e no aumento da permeabilidade magnética relativa. O termo HR representa que o Somaloy possui uma alta



resistividade elétrica (HR - high resistivity). Na figura 42 são apresentados os pesos específicos para os quatro tipos de Somaloy.

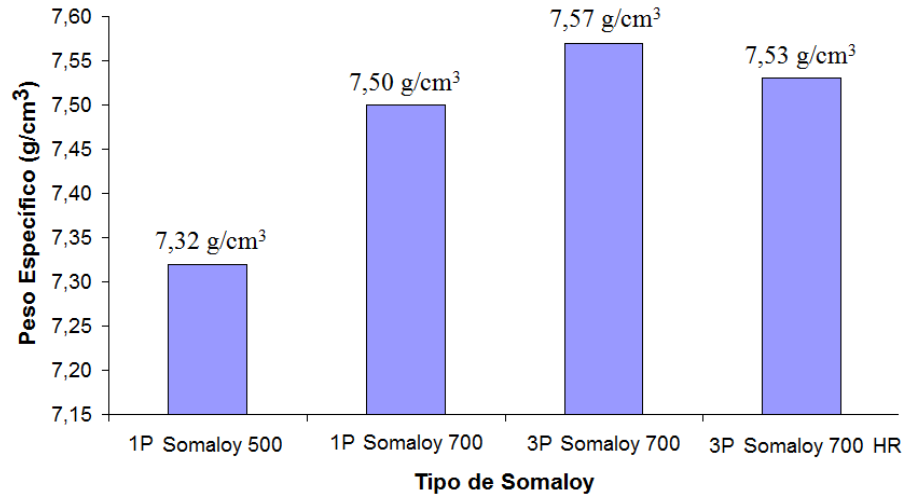
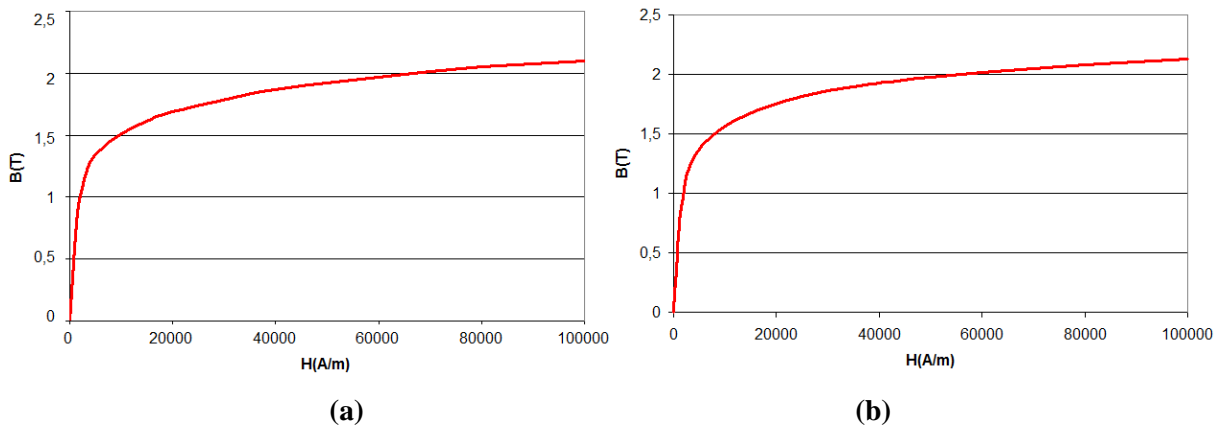
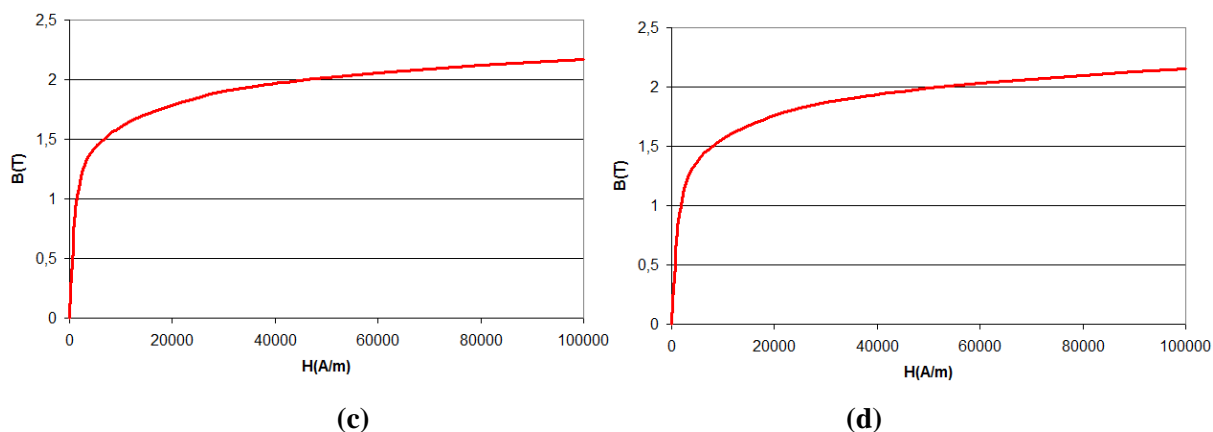


Figura 42 Peso específico do Somaloy [70].

### 2.2.2.1 Propriedades Magnéticas e Elétricas

As curvas de magnetização, dado fundamental na análise das propriedades magnéticas dos materiais que relacionam a densidade de fluxo magnético,  $B$ , com o campo magnético,  $H$ , são importantes para a definição de ponto de operação do material, os valores de saturação do material e a permeabilidade magnética. Considerando esta importância, a seguir são feitas as exposições e análises para os quatro tipos de Somaloy considerados. Os valores são relacionados nos gráficos da figura 43. A permeabilidade magnética relativa máxima de cada um dos materiais é apresentada na tabela 4, juntamente com a resistividade elétrica de cada um.





**Figura 43** Curva BH com excitação c.c. do (a) 1P Somaloy 500; (b) 1P Somaloy 700; (c) 3P Somaloy 700 e; (d) 3P Somaloy 700 HR [70] [71].

**Tabela 4** Comparação da permeabilidade relativa máxima e da resistividade dos quatro tipos de Somaloy [65][70][74].

Tipo de Somaloy	Permeabilidade Magnética Relativa Máxima ( $\mu_r$ )	Resistividade Elétrica
1P Somaloy 500	500	$70\mu\Omega.m$
1P Somaloy 700	540	$400\mu\Omega.m$
3P Somaloy 700	750	$200\mu\Omega.m$
3P Somaloy 700 HR	630	$600\mu\Omega.m$

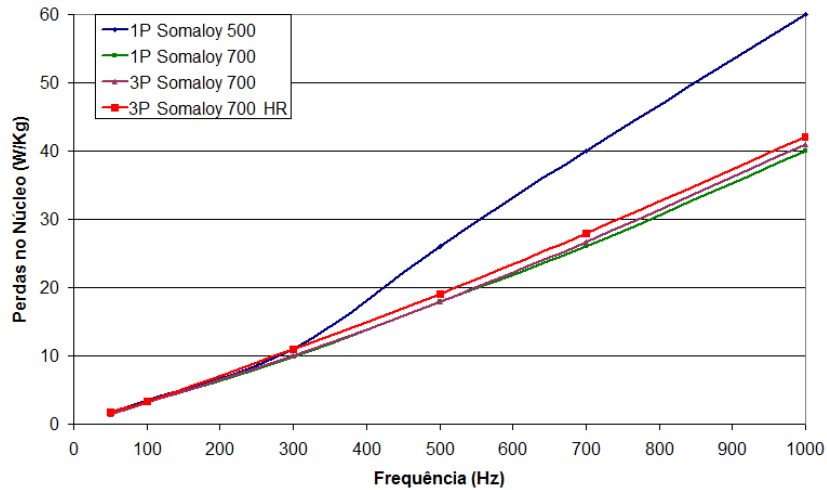
A tabela 4, em consonância com a figura que trata dos pesos específicos de cada material, deixa clara a importância do peso específico do material nas suas propriedades magnéticas: maiores pesos específicos geram permeabilidades magnéticas relativas máximas maiores. Ainda em função dos diferentes tipos de Somaloy é possível relacionar a densidade de fluxo magnético máximo que pode ser estabelecida no material para dois valores de campo magnético, esses dados são apresentados na tabela 5.

Como comentado anteriormente, um dos aspectos que justifica a aplicação dos materiais compósitos magneticamente macios é o fato de estes poderem apresentar menores perdas no núcleo em baixas frequências quando comparados ao AISI 1020. Para quantificar essas perdas, as figuras 44, 45, 46 apresentam as perdas de cada um dos quatro tipos de Somaloy em análise em função de três valores de indução magnética: 0,5T, 1,0T e 1,5T, respectivamente. A verificação dessas perdas no núcleo também auxilia ao projetista de

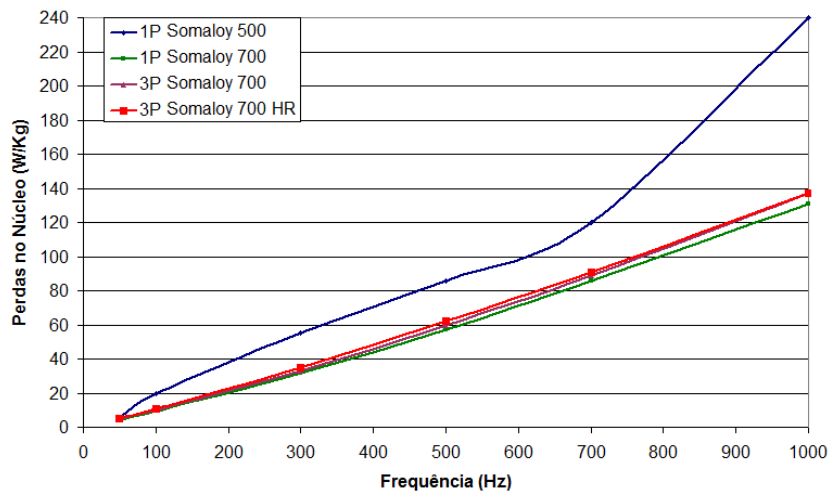
dispositivos eletromagnéticos numa melhor simulação e previsão dos resultados, tomando ciência de técnicas para melhorar o desempenho frente a essas características.

**Tabela 5 Comparação da densidade de fluxo magnético máximo e força coercitiva dos quatro tipos de Somaloy [73] [75].**

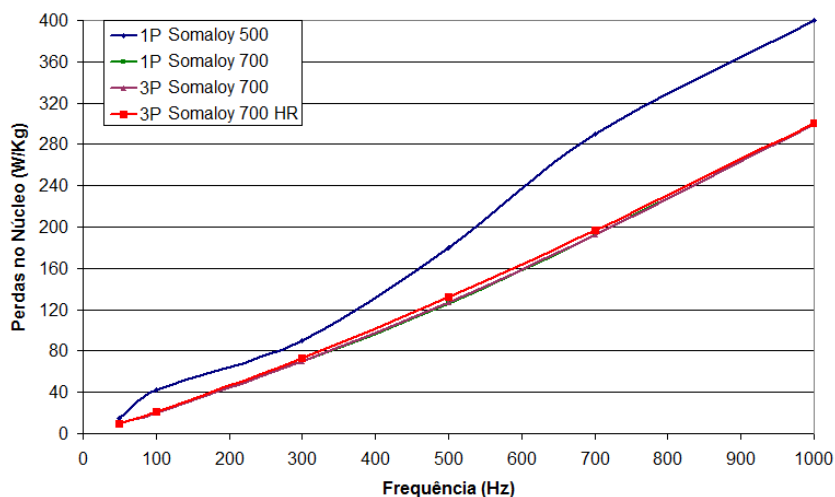
Tipo de Somaloy	Densidade de Fluxo Magnético Máximo		Campo Coercitivo
	$B_{\max}$ @ 4000 A/m	$B_{\max}$ @ 10000 A/m	
1P Somaloy 500	1,23 T	1,51 T	250 A/m
1P Somaloy 700	1,31 T	1,57 T	210 A/m
3P Somaloy 700	1,37 T	1,61 T	217 A/m
3P Somaloy 700 HR	1,31 T	1,57 T	237 A/m



**Figura 44 Perdas nos núcleos de Somaloy a uma indução de 0,5T [70] [76].**



**Figura 45 Perdas nos núcleos de Somaloy a uma indução de 1,0T [70] [76].**



**Figura 46** Perdas nos núcleos de Somaloy a uma indução de 1,5T [70][76].

Para a montagem do primário do API são utilizados blocos do 1P Somaloy 500 uma vez que, além de apresentar características elétricas, magnéticas e mecânicas compatíveis com a aplicação em foco, é um material com maior disponibilidade para uso em protótipos. Unidos, esses blocos formam o conjunto ferromagnético do carro. Um desses blocos é mostrado através da fotografia da figura 47.



**Figura 47** Bloco de 1P Somaloy 500 medindo 30mm x 30mm x 115mm.

### 2.3 PRINCÍPIO DE FUNCIONAMENTO

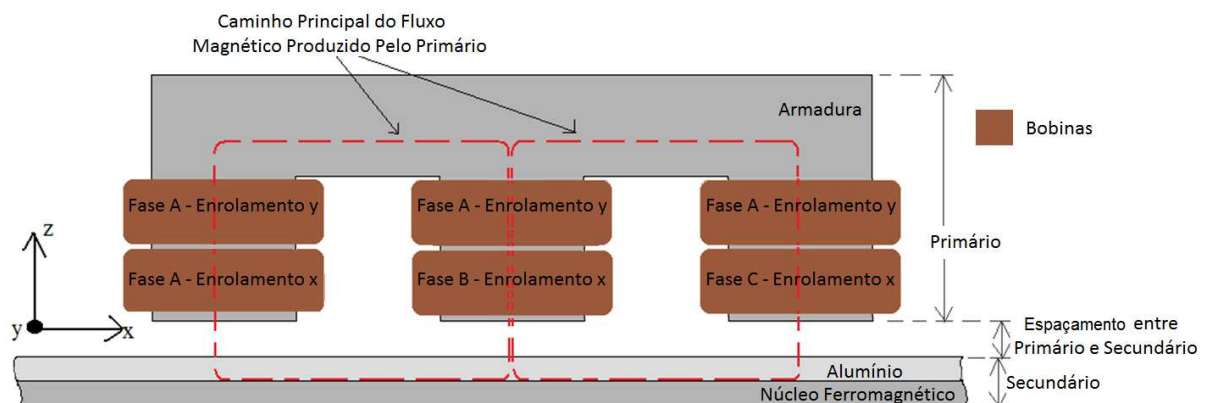
O princípio de funcionamento do atuador planar de indução, que se caracteriza pelo deslocamento do primário sobre a área de trabalho do secundário, está baseado na Força de Laplace que prevê que: quando um condutor elétrico, imerso em um campo magnético, é percorrido por uma corrente elétrica, sobre ele atuará uma força de origem eletromagnética

proporcional ao produto entre a intensidade daquele campo magnético, a corrente elétrica no condutor e o comprimento ativo do condutor imerso nesse campo magnético.

Idealmente, no atuador em estudo, o núcleo do primário combinado com a corrente elétrica de excitação aplicada de forma trifásica equilibrada, é responsável pela produção do campo magnético. Devido à configuração de montagem do núcleo e da excitação elétrica, esse campo magnético tem a característica de ser viajante no espaço. Esse campo magnético induz uma força eletromotriz nos materiais do secundário, especialmente o alumínio. Essa força eletromotriz induzida, por sua vez, provoca o aparecimento de uma corrente elétrica assim induzida no alumínio que, devido a sua característica, interage com o campo magnético gerado no primário produzindo uma força planar de propulsão linear e também contribui para uma força normal entre o primário e o secundário. Como o secundário está fixo e o primário livre para desenvolver movimento, essa interação ocorrerá para o deslocamento do primário em relação ao secundário. O sentido da movimentação do carro está relacionado com a sequência de excitação trifásica, bem como a intensidade dessa corrente em cada um dos enrolamentos primários.

Além da força planar de propulsão, a corrente induzida no alumínio causa o aparecimento de um segundo campo magnético proporcional a essa corrente, que tem o efeito de se opor à variação do campo magnético gerado no primário. É o mesmo efeito em que se baseia o motor de indução rotativo.

Na figura 48 é mostrada uma vista de corte frontal do núcleo do primário do atuador planar, enfatizando justamente as suas partes bem como as do secundário. É também aproveitada a figura para demonstrar a caminho preferencial da densidade de fluxo magnético.



**Figura 48 Vista esquemática frontal do atuador planar de indução.**

A produção de força planar que atua no condutor do secundário percorrido por corrente elétrica e a partir do campo magnético gerado na armadura pode ser então baseada na expressão da força de Laplace (2.1) [8][9]

$$\vec{F}_F = \int_{V_F} \vec{J}_F \times \vec{B}_{gF} dV_F \quad (2.1)$$

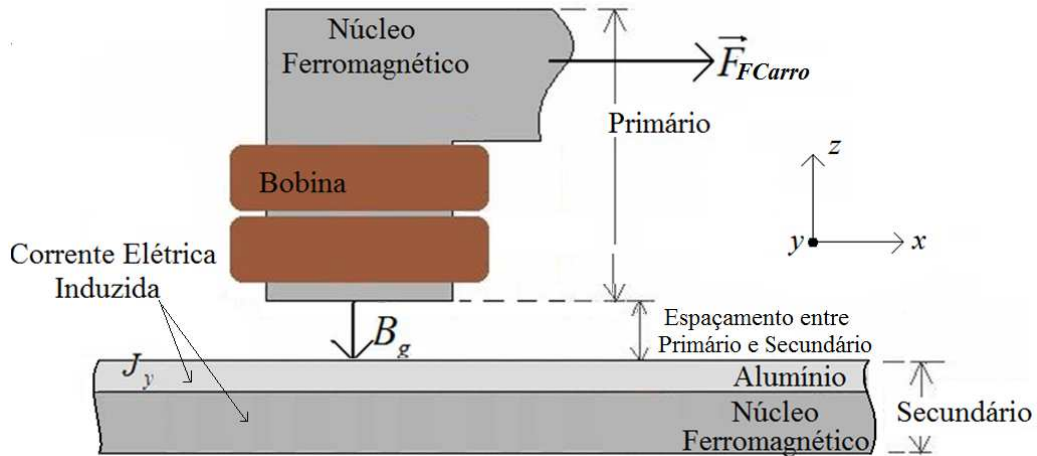
onde  $\vec{F}_F$  é a força produzida no núcleo secundário,  $\vec{J}_F$  é a densidade de corrente elétrica induzida no núcleo do secundário,  $\vec{B}_{gF}$  é a densidade de fluxo magnético gerado instantaneamente no entreferro e  $V_F$  corresponde ao volume do condutor do secundário que está imerso pela densidade de fluxo magnético gerado pelo primário. Essa equação 2.1 permite determinar o módulo e o sentido da força eletromagnética de propulsão que age sobre o material condutor do secundário imerso no campo magnético produzido pelo primário. Para o caso do atuador em estudo, a fonte de geração de campo magnético é que está em movimento e, por consequência, a região do alumínio (região do condutor) permanecerá estática. Assim, a força produzida sobre o condutor, na verdade, será aplicada sob a forma de força de reação no carro e assim produzirá a força que poderá tracioná-lo e pô-lo em movimento. Para determinar o módulo e o sentido da força de propulsão sobre o carro, a equação 2.1 é modificada para a equação 2.2.

$$\vec{F}_{FCarro} = -\vec{F}_F = -\int_{V_F} (\vec{J}_F \times \vec{B}_{gF}) dV_F = \int_{V_F} (\vec{B}_{gF} \times \vec{J}_F) dV_F \quad (2.2)$$

A figura 49 mostra o sentido do vetor força de origem eletromagnética que atua sobre o carro. A figura ainda apresenta uma vista frontal e faz referência à posição relativa do carro do atuador planar e do condutor do secundário percorrido por corrente elétrica induzida; ainda, nessa mesma figura é possível visualizar o sentido preferencial do fluxo magnético da fonte primária, além do sentido principal do vetor densidade de corrente elétrica induzida para uma superfície específica. É importante perceber que para a produção de força planar, somente a parcela da componente da densidade de fluxo magnético no eixo  $z$  é aproveitada.

O vetor densidade de corrente elétrica induzida pode ainda ser decomposto em duas componentes:  $\vec{J}_{xF}$  e  $\vec{J}_{yF}$ . A primeira é a componente de  $\vec{J}_F$  no eixo  $x$  produzida longitudinalmente através do eixo  $y$ . A segunda é a componente de  $\vec{J}_F$  no eixo  $y$  produzida longitudinalmente no eixo  $x$ . A equação 2.3 mostra que a resultante do vetor densidade de corrente elétrica induzida pode ser obtida pela soma vetorial dessas duas componentes.

$$\vec{J}_F = J_{xF} \vec{i} + J_{yF} \vec{j} \quad (2.3)$$



**Figura 49** Vista frontal de um dos dentes do primário com a representação vetorial e instantânea da densidade de corrente elétrica induzida, da densidade de fluxo magnético e da força planar.

Fazendo-se uma combinação entre as equações referentes à densidade de corrente elétrica induzida chega-se que:

$$\begin{aligned}\vec{F}_{FCarro} &= \int_{V_F} (\vec{B}_{gF} \times \vec{J}_F) dV_F = \int_{V_F} (B_{g_zF} \vec{k} \times (J_{x_F} \vec{i} + J_{y_F} \vec{j})) dV_F \\ &= \int_{V_F} (B_{g_zF} (-J_{y_F} \vec{i} + J_{x_F} \vec{j})) dV_F = -F_{x_F} \vec{i} + F_{y_F} \vec{j}\end{aligned}\quad (2.4)$$

sendo

$$F_{x_F} = \int_{V_F} (B_{g_zF} J_{y_F}) dV_F \quad (2.5)$$

e

$$F_{y_F} = \int_{V_F} (B_{g_zF} J_{x_F}) dV_F \quad (2.6)$$

Na equação 2.4 a componente  $F_{x_F}$  refere-se à componente da força eletromagnética produzida ao longo do eixo  $x$ , enquanto que  $F_{y_F}$  refere-se à componente da força eletromagnética produzida pelo primário ao longo do eixo  $y$ . O volume de integração  $V_F$  refere-se ao volume do secundário onde a corrente elétrica é induzida.

Além das forças paralelas à área de trabalho do atuador planar de indução, responsáveis pelo deslocamento planar do carro sobre aquela área, existem forças perpendiculares atuando no dispositivo. A primeira dessas forças é a força de atração entre o campo magnético produzido pelo carro e o material ferromagnético do secundário; a outra é a

força de repulsão que esse mesmo campo magnético produz, quando atuando no alumínio do secundário. A resultante dessas duas forças está relacionada com a densidade de fluxo magnético produzido no entreferro e pode-se ser chamada de força normal, por estar atuando no plano normal do atuador. A equação 2.5 ilustra o comportamento dessa força, considerando a preponderância da força de atração.

$$F_{Nz} = \frac{s_g}{2\mu_0} \left( (B_{gTz1})^2 + (B_{gTz2})^2 \right) \quad (2.7)$$

$F_{Nz}$  é a força magnética normal resultante, localizada no plano  $z$ ,  $s_g$  é a área da superfície transversal ao fluxo magnético no entreferro,  $B_{gTz1}$  e  $B_{gTz2}$  são as componentes  $z$  do vetor densidade de fluxo magnético total estabelecido no entreferro e produzido pela excitação do enrolamento no eixo  $x$  e enrolamento no eixo  $y$ , respectivamente.

### 2.3.1 Exemplo de Operação

São propostos, através da ilustração da figura 50, exemplos de operações. Na figura 50(a), considera-se que apenas a excitação no enrolamento no eixo  $x$  do núcleo do primário tem suas nove bobinas excitadas por correntes elétricas trifásicas e equilibradas. A combinação dessa excitação proposta para análise provoca o efeito de uma onda viajante para o campo magnético que, a partir de uma tensão elétrica induzida no secundário, concorre para o deslocamento do carro sobre a área de trabalho do secundário estático.

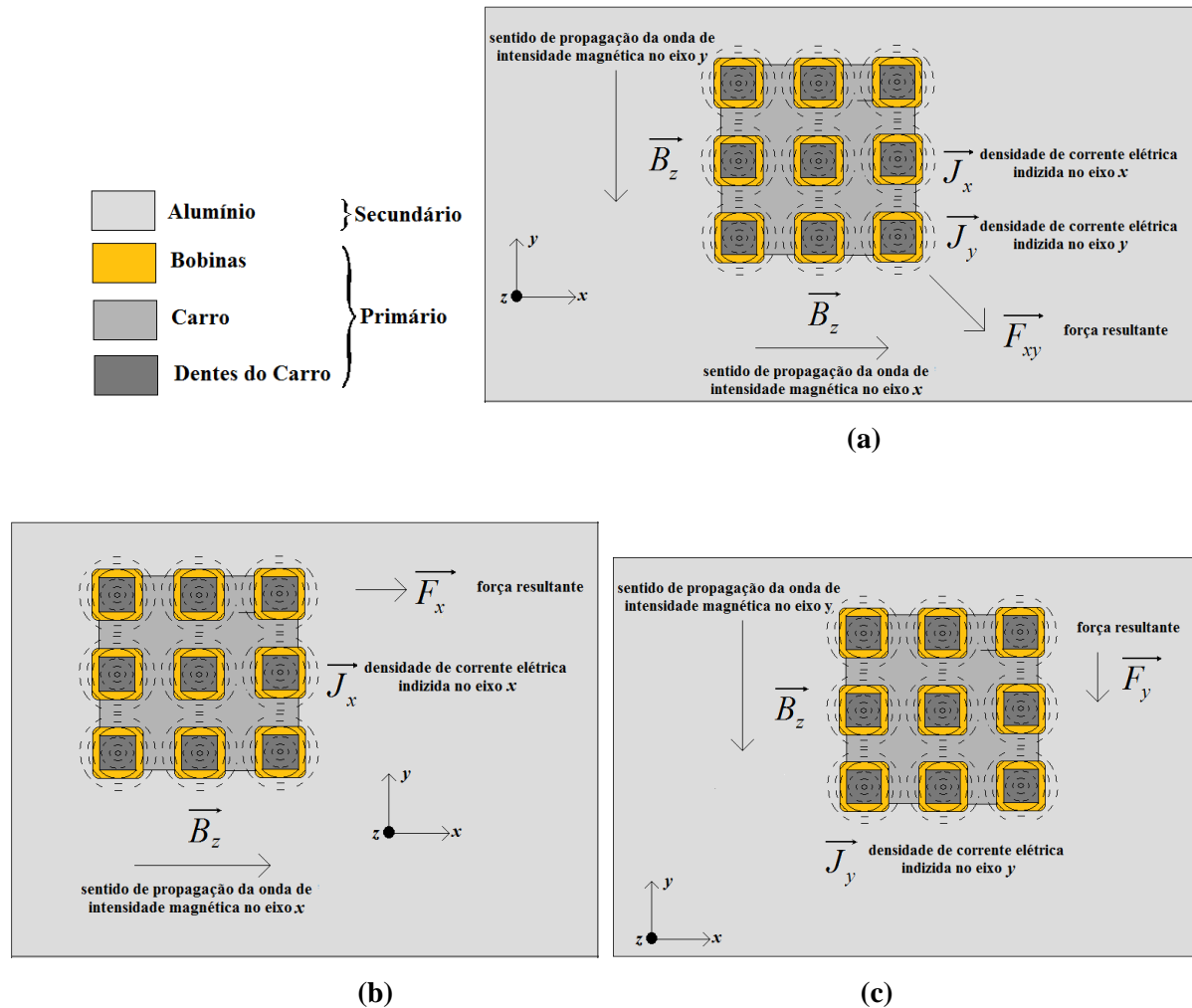
Da mesma sorte, quando essa mesma excitação trifásica e equilibrada for aplicada no enrolamento do núcleo do primário disposto no eixo  $y$ , também uma onda viajante para o campo magnético será produzida, causando o efeito de deslocamento planar ao longo do eixo  $x$  da área de trabalho do atuador planar; situação essa que é ilustrada na figura 50(b).

A combinação de excitações nos dois enrolamentos do núcleo do primário é responsável pelo deslocamento do carro sobre a estrutura, caracterizando uma movimentação bidirecional e planar, ou com dois graus de liberdade. O deslocamento transversal do carro pode ser obtido com uma excitação conjunta e ao mesmo tempo dos dois enrolamentos, fazendo com que a resultante de força de deslocamento planar seja a combinação da força eletromagnética produzida no eixo  $x$  e no eixo  $y$ , instantaneamente. Essa sugestão de operacionalidade é mostrada na figura 50(c).

Essa flexibilidade no posicionamento bidirecional da área de trabalho do Atuador Planar de Indução pode ser obtida também graças a um devido monitoramento de posição do



carro e acionamento das bobinas, o que inclui um sistema dedicado de excitação e controle das tensões e correntes alternadas e equilibradas aplicada nas bobinas do primário.



**Figura 50 Exemplo de produção de movimento bidirecional: (a) carro em movimentação transversal devido à excitação dos núcleos do primário; (b) carro em movimento ao longo do eixo  $x$  a partir da excitação do núcleo primário localizado no eixo  $x$ ; e (c) carro em movimento ao longo do eixo  $y$  a partir da excitação do núcleo primário localizado no eixo  $y$ .**

Aproveitando as ilustrações da figura 50, é importante mencionar que o sentido da movimentação do carro, por consequência da direção do vetor força planar resultante, está diretamente ligado com o sentido de propagação do campo magnético viajante, sendo assim a mudança de sentido de translação do carro pode ocorrer apenas invertendo a seqüência da excitação elétrica trifásica equilibrada. Com base nessa premissa é que se pode afirmar que a movimentação do carro sobre toda a área de trabalho é possível pela excitação combinada dos

dois enrolamentos do sistema trifásico, bem como a seqüência de fases que esses enrolamentos recebem.

#### **2.4 DIFERENCIAL DO ATUADOR PLANAR DE INDUÇÃO EM ESTUDO**

O atuador planar proposto nesse estudo apresenta características construtivas diferenciadas e inéditas quanto à forma como os núcleos do primário são fabricados, acionados e deslocados sobre uma plataforma plana e também quanto à montagem do secundário. No primeiro caso, os enrolamentos da excitação primária são montados perpendicularmente entre si com bobinas eletricamente independentes de forma a flexibilizar uma excitação em função do posicionamento desejado. Para a montagem do secundário é previsto que o alumínio será colocado sobre o material ferromagnético, possibilitando que a estrutura seja ensaiada com o secundário composto por alumínio e aço maciço e, numa segunda situação, somente por aço maciço, mantendo-se o mesmo entreferro, realizando-se assim testes funcionais que vão ao encontro dos objetivos desse trabalho.

A produção de movimento bidirecional a partir de um único dispositivo de tração também é uma importante característica construtiva. Outros atuadores, utilizados na atualidade, produzem movimentação sobre o plano devido à combinação de dois a quatro motores lineares ou rotativos atuando independentemente.

A flexibilização de aplicação que esta idéia estrutural oferece também é um aspecto que deve ser tomado como diferencial do atuador planar em estudo. Diversas outras aplicações, sejam industriais ou comerciais podem ser arrançadas, valendo-se dos mesmos conceitos e idéias de implementação que este estudo oferece.

### 3 MODELAGEM ANALÍTICA

Basicamente, há duas diferenças em termos de análise teórica entre os atuadores lineares de indução e os motores rotativos de indução: o maior entreferro e o efeito de fim de curso dos primeiros. O atuador linear de indução tem um entreferro usualmente maior que a sua contrapartida rotativa. Além disso, devido ao primário finito, há efeitos de distribuição de fluxo magnético relacionados com o início e o fim de curso, enquanto que nas máquinas rotativas não há fim de curso. Mas é o efeito de fim curso que dá as características peculiares a esse tipo de dispositivo. Correntemente, muitas pesquisas sobre atuadores lineares de indução prendem seu foco de investigação justamente nessas duas características, criando mecanismos teóricos e práticos de análise das influências que essas duas peculiaridades podem causar na dinâmica do dispositivo.

Um dos aspectos desse estudo assenta-se na dificuldade em modelar e analisar teoricamente o comportamento de fim de curso. Muitos autores têm buscado soluções analíticas para esse tipo de problema principalmente no que diz respeito ao cálculo e à distribuição do fluxo magnético no entreferro, que implica direta e significativamente nas características operacionais.

Outro aspecto para a análise do efeito de fim de curso é o grau de confinamento do campo magnético em função da velocidade de aplicação do dispositivo; por exemplo, a influência desse efeito sobre a análise de aplicações em baixa velocidade pode ser desconsiderada, uma vez que a influência desse efeito não seria significativa para as características da máquina [2] [52]. Já as características dos motores lineares de indução de mais alta velocidade, em contrapartida, são significativamente influenciáveis por esse efeito: redução na força de propulsão planar, redução no fator de potência e redução na eficiência, principalmente em regiões de baixo escorregamento; a degradação na performance do motor em função das altas velocidades torna questionável a viabilidade desse tipo de dispositivo para algumas aplicações [31].

As modelagens analíticas propostas nesse capítulo terão seus resultados comparados de forma direta ou indireta com outras análises neste estudo: avaliação por método dos elementos finitos através de simulação numérica e a investigação experimental desenvolvida a partir de testes práticos da montagem física do atuador planar proposto.

### 3.1 DENSIDADE DE FLUXO MAGNÉTICO NO ENTREFERRO

A distribuição da densidade de fluxo magnético no entreferro do atuador planar de indução em estudo está intimamente ligada com a produção de forças que atuam no dispositivo, sejam essas forças normais ou planares de propulsão linear, fundamentais para o funcionamento e a operacionalidade do dispositivo eletromagnético. O comportamento dessa densidade de fluxo depende diretamente das características construtivas da máquina, da forma de aplicação da excitação primária, da intensidade e das reações de caráter elétrico, magnético e mecânico que a excitação provoca na estrutura [9].

Baseada em um modelo tridimensional, desenvolvido em coordenadas retangulares  $(x,y,z)$  e no tempo  $(t)$ , essa distribuição de densidade de fluxo magnético pode ser determinada através de um modelo analítico teórico. Apesar de ser possível a modelagem em toda a estrutura, o foco desta análise concentra-se na região de entreferro e aborda também grandezas magnéticas e elétricas derivadas dessa distribuição.

A descrição clássica de campo eletromagnético é feita a partir das equações de Maxwell, bem como as derivações dessas envolvendo equações diferenciais, operadores, gradientes, divergentes e rotacionais; muitas vezes, contudo, essas formulações são expressas no formato de integrais dependendo do problema ao qual serão aplicadas. Essas flexões das equações de Maxwell vêm a facilitar formulações, aplicações e entendimento dessas teorias, por vezes tão complexa à luz de autores. As grandezas envolvidas como campo elétrico, indução elétrica, campo magnético, indução magnética, densidade de corrente elétrica, dentre outras já apresentadas também são utilizadas nessa modelagem analítica, valendo-se de considerações, simplificações e aproximações – classificadas como condições de contorno – que se fazem necessárias e que se direcionam ao encontro de soluções aplicáveis e de bom entendimento do fenômeno prático.

É de fundamental interesse e importância destacar que, no entreferro do atuador planar de indução, duas são as fontes de produção de densidade de fluxo magnético que se combinam: a primeira origina-se da excitação elétrica trifásica alternada aplicada aos enrolamentos do primário; a segunda é formada pela corrente elétrica induzida no secundário, originária da excitação primária e diretamente influenciada pela velocidade da parte móvel do atuador. Essas duas fontes estão defasadas, e o efeito disso é uma distribuição de densidade de fluxo magnético total e combinada no entreferro. Essas duas fontes são analisadas separadamente e só ao final serão unidas em suas grandezas, representando assim o fluxo

magnético resultante no entreferro bem como concorrendo igualmente para a resultante da distribuição desse fluxo [84] [85].

As duas fontes de intensidade de campo magnético também sofrerão o efeito temporal, introduzido pela excitação senoidal primária, e o efeito da velocidade, oriundo da movimentação de uma das partes do dispositivo; esses efeitos também serão considerados para uma melhor modelagem analítica dos fenômenos propostos em caráter investigativo teórico nesta análise e igualmente avaliados separadamente e unidos ao final da análise teórica.

Inicialmente é proposta uma análise teórica sobre o efeito que somente a fonte de excitação primária provoca na produção de campo magnético no entreferro do API, de forma contínua e sem a variação no tempo; sequencialmente é desenvolvido o estudo teórico sobre a parcela de contribuição que as correntes induzidas provocam na resultante do campo magnético, igualmente em regime contínuo; então, ao final desse estudo, será apresentada uma formulação teórica que considera a excitação senoidal, trifásica e variante no tempo, constituindo assim uma equação resultante da densidade de fluxo magnético no entreferro [84][86][87] [88] [89].

### **3.1.1 Fonte Primária de Excitação**

Na modelagem analítica para a fonte de excitação primária é considerado que não há diferença entre o enrolamento do eixo  $x$  e do eixo  $y$ , diferença essa que ocorre na prática; além disso, não é levado em consideração a não linearidade do material ferromagnético, o que equivale a dizer que, quando os dois enrolamentos estão excitado com corrente, eles produzem forças iguais ao longo dos seus eixos, caracterizando uma resultante vetorial simples. Além disso, é importante considerar aqui que o enrolamento do eixo  $x$  está associado a um fluxo disperso e o enrolamento do eixo  $y$ , a outro fluxo disperso, devido à diferença de posição relativa dos enrolamentos em relação ao secundário; contudo, isso não será considerado nessa modelagem analítica.

Para a análise do campo magnético produzido pela fonte primária de excitação é considerada, inicialmente, apenas uma componente do núcleo ferromagnético envolvido por uma bobina eletricamente independente de uma das fases. A formulação empregada para essa análise é a do potencial escalar magnético  $\Psi$ , o qual pode ser definido a partir da derivação do vetor campo magnético  $\vec{H}$ , através da seguinte expressão [84]:

$$\vec{H} = -\nabla\Psi \quad (3.1)$$

A equação 3.1 indica que quando não existem correntes elétricas envolvidas no campo magnético, então  $\oint \vec{H} \circ d\vec{l} = 0$ , logo, entre dois pontos quaisquer de uma mesma região, existe uma diferença de potencial escalar magnético que é dada por  $\Psi_1 - \Psi_2 = Hl$ . Como dito, a análise do campo magnético limita-se ao entreferro do atuador planar de indução, sendo assim, a equação que relaciona o vetor campo magnético com a densidade de fluxo magnético pode ser dada por  $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$ , considerando-se que o termo  $\vec{M}$  tem seu valor igualado a zero em razão de que não está sendo considerado um magnetismo residual no núcleo ferromagnético do primário e sabendo-se ainda que não existe intensidade de magnetização no ar. Considerando-se, de forma simplificada, que  $\mu_0$  é a permeabilidade magnética do vácuo, mas que poderia ser aplicada ao ar, a equação acima, em concordância com (3.1), resulta em

$$\nabla \circ \vec{B} = \mu_0 \nabla \circ \vec{H} = \mu_0 \nabla \circ (-\nabla\Psi_g) = 0 \quad (3.2)$$

onde  $\Psi_g$  representa o potencial escalar magnético no entreferro. Essa mesma equação (3.2) pode assumir a forma em coordenadas retangulares, ficando no formato sugerido para essa análise, expressa por

$$\frac{\partial^2 \Psi_g}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi_g}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Psi_g}{\partial z^2} = 0 \quad (3.3)$$

formando assim a equação de Laplace em termos de  $\Psi_g$ . A formulação clássica para o desenvolvimento do potencial escalar magnético no entreferro sugere que  $\Psi_g$  pode ser formulado a partir do produto de três funções distintas:  $X(x)$ ,  $Y(y)$  e  $Z(z)$ , representando

$$\Psi_g(x, y, z) = X(x)Y(y)Z(z) \quad (3.4)$$

Em (3.3) pode ser aplicada na equação 3.4 e seu desenvolvimento e solução escritos como:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2(X(x)Y(y)Z(z))}{\partial x^2} + \frac{\partial^2(X(x)Y(y)Z(z))}{\partial y^2} + \frac{\partial^2(X(x)Y(y)Z(z))}{\partial z^2} &= 0 \\ Y(y)Z(z)\frac{\partial^2 X(x)}{\partial x^2} + X(x)Z(z)\frac{\partial^2 Y(y)}{\partial y^2} + X(x)Y(y)\frac{\partial^2 Z(z)}{\partial z^2} &= 0 \\ \frac{1}{X(x)}\frac{\partial^2 X(x)}{\partial x^2} + \frac{1}{Y(y)}\frac{\partial^2 Y(y)}{\partial y^2} + \frac{1}{Z(z)}\frac{\partial^2 Z(z)}{\partial z^2} &= 0 \end{aligned} \quad (3.5)$$

É importante mencionar que as funções  $X(x)$ ,  $Y(y)$  e  $Z(z)$  são funções que ajudam a descrever o comportamento do potencial escalar magnético e que são obtidas a partir de condições de contorno que satisfaçam o problema.

A soma dos termos de (3.5) é igual a zero, e cada uma das equações presentes nessa são de variáveis independentes, logo, cada termo tem de ser igual a uma constante [85]. Separando-se os termos de (3.5) consegue-se um conjunto de novas equações representadas por:

$$\begin{aligned}\frac{1}{X(x)} \frac{\partial^2 X(x)}{\partial x^2} &= \alpha^2 \\ \frac{1}{Y(y)} \frac{\partial^2 Y(y)}{\partial y^2} &= \beta^2 \\ \frac{1}{Z(z)} \frac{\partial^2 Z(z)}{\partial z^2} &= \gamma^2\end{aligned}\tag{3.6}$$

sendo que, desta nova configuração, extrai-se

$$\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 0\tag{3.7}$$

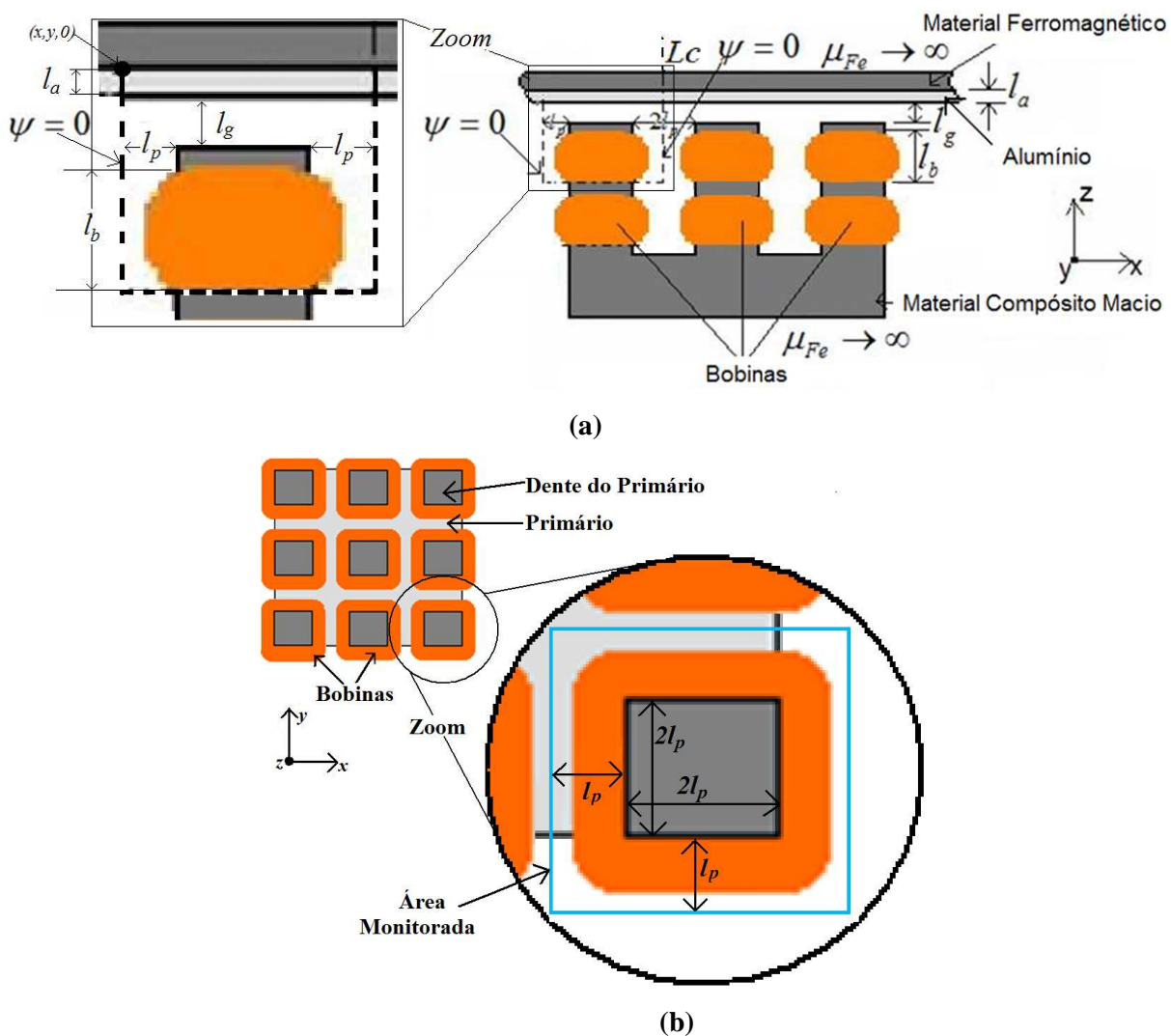
Considerando que as coordenadas  $(x,y,z)$  no equacionamento formam planos perpendiculares entre si, considera-se que  $\gamma$  produz um valor real e que  $\alpha$  e  $\beta$ , por consequência, formam um valor imaginário, onde:

$$\gamma = \sqrt{-\alpha^2 - \beta^2}\tag{3.8}$$

A solução para o conjunto de equações apresentadas em 3.6 é sugerida e mostrada por (3.9).

$$\begin{aligned}X(x) &= Ae^{(\alpha x)} + Be^{(-\alpha x)} \\ Y(y) &= Ce^{(\beta y)} + De^{(-\beta y)} \\ Z(z) &= Ee^{(\gamma z)} + Fe^{(-\gamma z)}\end{aligned}\tag{3.9}$$

$A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ ,  $E$  e  $F$  são constantes arbitrárias, que devem satisfazer a equação de Laplace, as condições de contorno e as variáveis  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\gamma$  conforme (3.6) [85] [86]. A figura 51 apresenta uma vista superior e frontal da geometria do atuador planar de indução em estudo, destacando algumas dimensões associadas ao dispositivo.

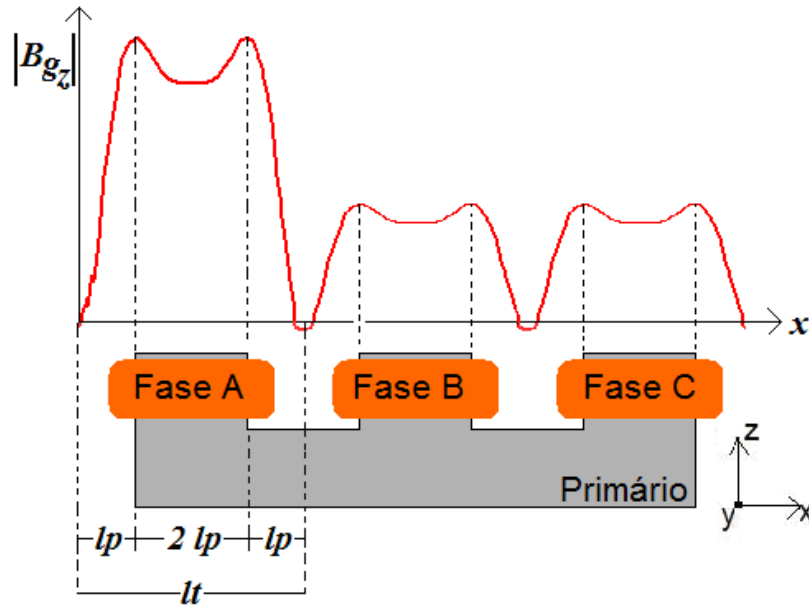


**Figura 51 Geometria do atuador planar de indução em estudo: (a) vista frontal e; (b) vista superior.**

Na formulação do modelo analítico teórico foi suposto que há simetria na distribuição da densidade de fluxo magnético acima das faces polares do primário, o que é uma aproximação bastante aceitável e bastante utilizada por outros autores na formulação analítica de problemas similares a esse.

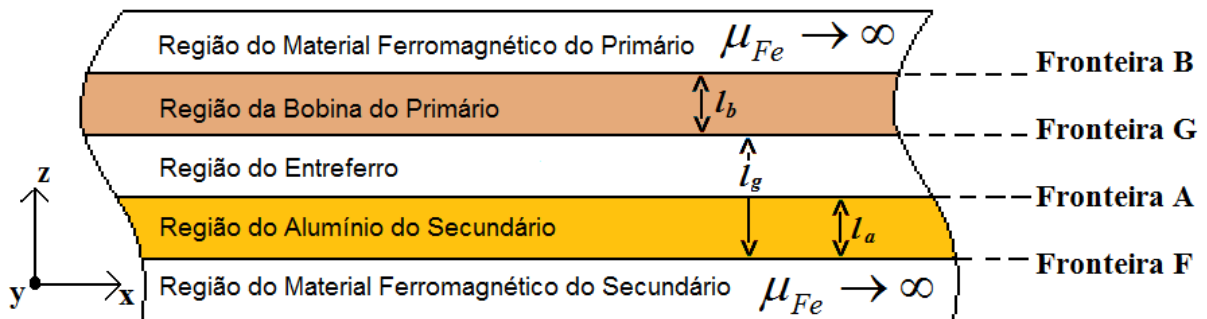
A figura 52 mostra a forma qualitativa do comportamento esperado da distribuição da densidade de fluxo magnético na componente  $z$  no entreferro, só considerando o efeito da fonte primária de excitação no instante do tempo onde o valor da corrente, na fase A, atinge o pico máximo e na fase B e Fase C a corrente atinge seu valor intermediário; essa distribuição também é considerada simétrica.





**Figura 52 Formato presumido do comportamento da distribuição da densidade de fluxo magnético na componente z no entreferro.**

As condições de fronteira foram definidas de modo que o potencial escalar magnético seja igual nos planos  $x=0, y=0, z=0$ ;  $x=lt/2, y=lt/2, z=l_g$ ;  $x=lt, y=lt, z=l_g$ . A permeabilidade magnética e a condutividade elétrica do material ferromagnético do primário foram assumidas como infinitas de modo a não gerarem perdas de qualquer espécie. Considerando-se também a simetria, a modelagem analítica leva apenas em conta o efeito de uma das faces polares do primário. Levando em considerações essas aproximações, na figura 53 é mostrado um desenho do circuito magnético, dividido em regiões e fronteiras, do atuador planar de indução, numa vista frontal.



\*na “Região da Bobina do Primário” também existe material ferromagnético do primário, que é envolvido por essa bobina.

**Figura 53 Modelo analítico dividido em regiões e fronteiras simbolizadas por B, G, A e F numa vista frontal.**

Conforme mencionado anteriormente, nas regiões de fronteiras estabelecidas no modelo, o potencial escalar magnético tem seu valor igualado a zero. Inserindo essa condição na equação  $X(x) = Ae^{(\alpha x)} + Be^{(-\alpha x)}$ , obtém-se que:

$$X(0) = Ae^{(0)} + Be^{(0)} = 0 \quad (3.10)$$

Logo,

$$X(0) = A + B = 0 \quad (3.11)$$

Analogamente na equação representada por  $Y(y) = Ce^{(\beta y)} + De^{(-\beta y)}$ , tem-se:

$$Y(0) = C + D = 0 \quad (3.12)$$

Foi estabelecido também que o valor do potencial escalar magnético no plano  $x = \frac{lt}{2}$  também é de valor zero, sendo assim, para a equação de  $X(x)$ , nesse ponto, tem-se que:

$$X\left(\frac{lt}{2}\right) = Ae^{(\alpha \frac{lt}{2})} + Be^{(-\alpha \frac{lt}{2})} = 0 \quad (3.13)$$

Como da equação 3.11 pode-se extrair que  $A = -B$  na equação onde a condição de fronteira impõe que  $X(0)$ , a equação 3.13 pode ser reescrita como:

$$X\left(\frac{lt}{2}\right) = Ae^{(\alpha \frac{lt}{2})} - Ae^{(-\alpha \frac{lt}{2})} = 0 \quad (3.14)$$

Dadas as ponderações anteriores, pode-se assumir a equivalência de que:

$$Ae^{(\alpha \frac{lt}{2})} = Ae^{(-\alpha \frac{lt}{2})} \quad (3.15)$$

ou ainda

$$\begin{aligned} e^{(2\alpha \frac{lt}{2})} &= 1 \\ e^{(\alpha lt)} &= 1 \end{aligned} \quad (3.16)$$

Aplicando-se a identidade de Euler ( $e^{(j\theta)} = \cos \theta + j \sin \theta$ ) à equação 3.16, essa pode ser reescrita como:

$$e^{(\alpha lt)} = \cos(\alpha lt) + j \operatorname{sen}(\alpha lt) = 1 \quad (3.17)$$

Pode ser observado que (3.17) resulta em um número real, o que assegura dizer que a parte imaginária tem seu valor igualado a zero, sendo assim, é possível reentrar a equação 3.17 na forma de:

$$\cos(\alpha lt) = 1 \quad (3.18)$$

Considerando-se novamente a identidade de Euler,  $\alpha$  poderá resultar em

$$\alpha = j \frac{2\pi n}{lt} \quad (3.19)$$

onde  $n$  é um número positivo e inteiro. A função  $X(x)$  pode ser escrita como:

$$\begin{aligned} X(x) &= Ae^{(\alpha x)} - Ae^{(-\alpha x)} \\ X(x) &= A(e^{(\alpha x)} - e^{(-\alpha x)}) \\ X(x) &= A \left( e^{\left( j \frac{2\pi n}{l_t} x \right)} - e^{\left( -j \frac{2\pi n}{l_t} x \right)} \right) \end{aligned} \quad (3.20)$$

Das equivalências trigonométricas extrai-se que  $\sin(\theta) = \frac{e^{(j\theta)} - e^{(-j\theta)}}{2j}$ , onde  $\theta$  é um ângulo qualquer, pode-se escrever que:

$$X(x) = 2jA \operatorname{sen} \left( \frac{2\pi n}{l_t} x \right) \quad (3.21)$$

Similarmente ao que acontece com o plano  $x = lt/2$ , pode ser aplicado ao plano  $y = lt/2$  e por analogia estabelece-se que  $\beta = j \frac{2\pi m}{l_t}$ , onde  $m$  é também um número inteiro e positivo, logo a expressão  $Y(y)$  é escrita como:

$$Y(y) = 2jC \operatorname{sen} \left( \frac{2\pi m}{l_t} y \right) \quad (3.22)$$

A equação 3.7, então pode ser determinada agora em função das expressões de  $\alpha$  e  $\beta$ , ficando dado por:

$$\gamma = \sqrt{-\alpha^2 - \beta^2} = \frac{\pi}{l_t/2} \sqrt{n^2 + m^2} \quad (3.23)$$

A equação do potencial escalar magnético  $\Psi(x, y, z)$  antes escrita como  $\Psi(x, y, z) = (Ae^{(\alpha x)} + Be^{(-\alpha x)}) (Ce^{(\beta y)} + De^{(-\beta y)}) (Ee^{(\gamma z)} + Fe^{(-\gamma z)})$  agora pode ser representada por uma série dupla de Fourier, de acordo com [87], considerando-se que o potencial escalar magnético no entreferro pode é escrito com:

$$\Psi_g(x, y, z) = \sum_{n,m=1,3,\dots}^{\infty} X(x)Y(y)Z(z) \quad (3.24)$$

Então, se aplicando os resultados, até agora obtidos, na equação 3.24, chega-se a:

$$\Psi_g(x, y, z) = \sum_{n,m=1,3,\dots}^{\infty} \left( 2jA \operatorname{sen} \left( \frac{2\pi n}{l_t} x \right) \right) \left( 2jC \operatorname{sen} \left( \frac{2\pi m}{l_t} y \right) \right) (Ee^{(\gamma z)} + Fe^{(-\gamma z)}) \quad (3.25)$$

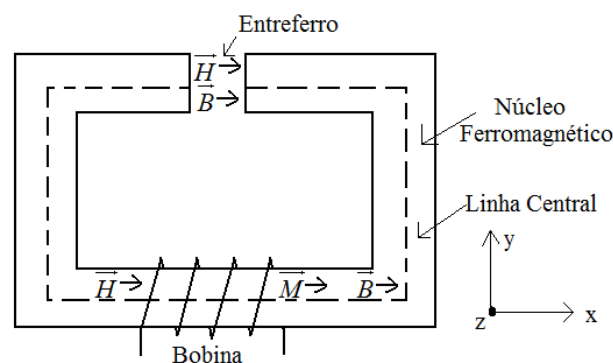
Que, simplificada, pode ser reescrita como:

$$\Psi_g(x, y, z) = \sum_{n,m=1,3,\dots}^{\infty} (K_1 e^{(\gamma z)} + K_2 e^{(-\gamma z)}) \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi n}{l_t} x\right) \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi m}{l_t} y\right) \quad (3.26)$$

O termo  $(K_1 e^{(\gamma z)} + K_2 e^{(-\gamma z)})$  corresponde a  $\Psi_{g_{n,m}}(x, y, z)$ , que representa os coeficientes da série dupla de Fourier.  $K_1$  e  $K_2$  são constantes que dependem das características do atuador planar de indução, das condições de fronteira e das características do campo magnético oriundas da excitação alternada da bobina. A resultante desse equacionamento somada ao efeito das correntes induzidas no secundário, que são analisadas separadamente e na sequência deste trabalho, corresponde ao comportamento do potencial escalar magnético no entreferro do dispositivo.

### 3.1.1.1 Equação de Poisson para a Fonte Primária de Excitação em Termos de Potencial Escalar Magnético

As fontes produtoras de campo magnético no circuito do atuador planar de indução são as bobinas que envolvem o núcleo ferromagnético do primário. A produção de campo magnético é estabelecida no núcleo do material ferromagnético primário, que tem permeabilidade magnética considerada infinita para esse equacionamento analítico. No material do primário, os vetores  $\vec{B}$ ,  $\vec{H}$  e  $\vec{M}$  são relacionados através da figura 54. Nesse circuito, que apresenta um entreferro, uma bobina envolve o núcleo ferromagnético.



**Figura 54** Bobina com núcleo de material ferromagnético e entreferro apresentando o sentido e a presença dos vetores  $\vec{B}$ ,  $\vec{H}$  e  $\vec{M}$  [9].

Para que se estabeleça um determinado fluxo magnético é necessário vencer a relutância do circuito magnético, nesse caso imposta principalmente pelo entreferro. O vetor intensidade de campo magnético  $\vec{H}$  representa o número de Ampères-espiras por metro aplicado ao circuito magnético [85][87]. O vetor  $\vec{B}$  é calculado no núcleo ferromagnético por

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{M} + \vec{H}) \quad (3.27)$$

onde  $\vec{M}$  representa o momento magnético por unidade de volume do material ferromagnético, também chamado de vetor intensidade de magnetização ou simplesmente de magnetização.  $\vec{M}$  caracteriza um material em função do seu estado de magnetização e não pode existir em espaços vazios, somente em meios materiais [19]. No ar seu valor é igual a zero e diferente de zero em materiais ferromagnéticos, possuindo o mesmo sentido de  $\vec{B}$ , tendo a magnetização total do material resultante da ação da força magnetizante externa  $\vec{H}$  e da magnetização interna  $\vec{M}$ .

Uma função  $f(x, y)$  ímpar e periódica pode ser representada através de uma série dupla de Fourier relacionando a densidade de fluxo magnético em um meio, conforme

$$f(x, y) = \sum_{n,m=1,3,\dots}^{\infty} B_{n,m} \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi n}{T}x\right) \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi m}{T}y\right) \quad (3.28)$$

onde  $B_{n,m}$  representa o conjunto de coeficientes da série de Fourier, e  $T$  representa o período dessa mesma série. O conjunto  $B_{n,m}$  é obtido a partir de:

$$B_{n,m} = \left(\frac{4}{T}\right)\left(\frac{4}{T}\right) \int_0^{T/4} \int_0^{T/4} f(x, y) \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi n}{T}x\right) \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi m}{T}y\right) dx dy \quad (3.29)$$

Em cada uma das faces polares dos primários do atuador planar de indução, o vetor potencial magnético  $\vec{A}$ , dado em (Wb/m), tem sua componente apenas através do eixo  $z$ , por definição. Sendo assim,  $\vec{A}$  pode ser apresentado como  $A_z \vec{k}$ . O valor de pico do vetor potencial magnético é representado por  $A_0$ , que é calculado através da equação (3.29) [87].

$$A_0 = \frac{1}{M_6} \left[ \frac{k_{Al}}{\beta l} M_4 \cosh(\beta l(z-g)) - M_3 \sinh(\beta l(z-g)) \right] [A_{my}] \quad (3.30)$$

Onde:

$$M_1 = \frac{1}{\mu_{rFe}} \cosh(k_{Fe} h_{Fe}) + \frac{\beta l}{k_{Fe}} \sinh(k_{Fe} h_{Fe}) \quad (3.31)$$

$$M_2 = \frac{\beta l}{k_{Fe}} \cosh(k_{Fe} h_{Fe}) + \frac{1}{\mu_{rFe}} \sinh(k_{Fe} h_{Fe}) \quad (3.32)$$

$$M_3 = \mu_{rFe} M_1 \cosh(k_{Al} h_{Al}) + \frac{k_{Fe}}{k_{Al}} M_2 \sinh(k_{Al} h_{Al}) \quad (3.33)$$

$$M_4 = \frac{k_{Fe}}{k_{Al}} M_2 \cosh(k_{Al} h_{Al}) + \mu_{rFe} M_1 \sinh(k_{Al} h_{Al}) \quad (3.34)$$

$$M_5 = M_3 \cosh(\beta g) + \frac{k_{Al}}{\beta l} M_4 \sinh(\beta g) \quad (3.35)$$

$$M_6 = \frac{k_{Al}}{\beta l} M_4 \cosh(\beta g) + M_3 \sinh(\beta g) \quad (3.36)$$

$$k_{Al} = \sqrt{2\pi s f \mu_0 \sigma_{Al}} \quad (3.37)$$

$$k_{Fe} = \sqrt{2\pi s f \mu_{Fe} \sigma_{Fe}} \quad (3.38)$$

$$A_{my} = \frac{m\sqrt{2}IN}{\varpi} \quad (3.39)$$

onde  $s$  é o escorregamento,  $\sigma_{Al}$  é a condutividade elétrica do alumínio,  $\sigma_{Fe}$  é a condutividade do material ferromagnético do secundário,  $\mu_0$  é a permeabilidade magnética do ar (aqui considerada aproximadamente igual a do alumínio),  $\mu_{Fe}$  é a permeabilidade magnética do material ferromagnético,  $m$  é o número de fases do enrolamento,  $I$  é a corrente elétrica aplicada no enrolamento (valor eficaz),  $N$  é o número de espiras de cada bobina do enrolamento,  $p$  é o número de pólos,  $g$  é o comprimento do entreferro e  $\beta l$  é a relação entre  $\pi$  e o passo polar  $\tau$  representado por  $\beta l = \frac{\pi}{\tau}$  [5].

O vetor potencial magnético é responsável pela magnetização do atuador planar de indução e depende de  $x$  e  $y$ , podendo também ser representado por uma série de Fourier. Os coeficientes dessa série, representados por  $A_{n,m}$ , são obtidos por:

$$A_{n,m} = \left(\frac{4}{l_t}\right)\left(\frac{4}{l_t}\right) A_0 \left[ \int_{lp}^{l/2-lp} \sin\left(\frac{2\pi n}{l_t} x\right) dx \int_{lp}^{l/2-lp} \sin\left(\frac{2\pi m}{l_t} y\right) dy \right] \quad (3.40)$$

Resolvendo-se (3.40), a partir de um tratamento matemático é possível chegar à componente  $z$  do vetor potencial magnético  $A_z$ , representada por:

$$A_z = \sum_{n,m}^{\infty} \left(\frac{16A_0}{\pi^2}\right) \left( \frac{\cos\left(\frac{2\pi n l_p}{l_t}\right) \cos\left(\frac{2\pi m l_p}{l_t}\right)}{nm} \right) \sin\left(\frac{2\pi n}{l_t} x\right) \sin\left(\frac{2\pi m}{l_t} y\right) \quad (3.41)$$

Aplicando-se o teorema do rotacional à equação 3.41, chega-se a:

$$B = \nabla \times \vec{k} A_z \quad (3.42)$$

Sabe-se que  $B = \mu H$  e que  $\vec{H}$  pode ser escrito em função do potencial escalar reduzido,  $\phi_r$ , uma vez que se considera que o campo magnético é produzido em uma região de corrente elétrica (excitação das bobinas). No processo de solução através do potencial escalar magnético reduzido, o campo magnético total, na região onde foram definidas correntes, é resultante da soma do campo magnético produzido pela distribuição de corrente conhecida e um campo magnético desconhecido. Assim, o vetor intensidade de campo magnético  $\vec{H}$  pode ser dividido em duas partes: o vetor intensidade campo magnético gerado pelas correntes elétricas de excitação,  $\vec{H}_s$ , e outro,  $\vec{H}_{mg}$ , produzido pelo magnetismo induzido nos materiais ferromagnéticos da armadura. Assim [89],

$$\vec{H} = \vec{H}_s + \vec{H}_{mg} \quad (3.43)$$

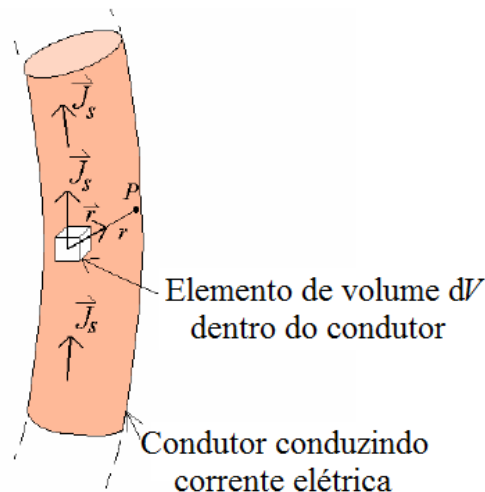
Uma vez que não estão sendo considerados os efeitos de correntes parasitas nos materiais ferromagnéticos,  $\nabla \times \vec{H}_{mg} = 0$ , e  $\vec{H}_{mg}$  é gerado a partir do gradiente negativo de um potencial escalar,  $\phi_r$ , denominado de potencial escalar reduzido. Assim, a equação (3.43), torna-se:

$$\vec{H} = \vec{H}_s - \nabla \phi_r \quad (3.44)$$

e o vetor intensidade de campo magnético produzido pelas correntes conhecidas na região de volume  $V$ , onde foi definida uma densidade de corrente  $\vec{J}_s$ , é calculado pela lei de Biot-Savart, definida por:

$$\vec{H}_s = \frac{1}{4\pi} \iiint \frac{\vec{J}_s \times \vec{r}}{r^2} dV \quad (3.45)$$

onde  $\vec{r}$  é o vetor unitário na direção do raio, e  $r$  é o raio vetor de um elemento de volume  $dV$  com densidade de corrente  $\vec{J}_s$  até o ponto  $P$ , onde há um campo magnético produzido pela ação de  $\vec{J}_s$ . A figura 55 apresenta um condutor com uma densidade de corrente  $\vec{J}_s$  e a posição do ponto  $P$  em relação a um elemento de volume  $dV$  [9], [89].



**Figura 55** Condutor com uma densidade de corrente  $\vec{J}_s$  e a posição do ponto  $P$  em relação a um elemento de volume  $dV$  do mesmo condutor [9].

Em termos da densidade de fluxo magnético,  $\vec{B}$ , a equação (3.44) transforma-se em:

$$\vec{H} = \mu \vec{H}_s - \mu \nabla \phi_r \quad (3.46)$$

Aplicando o teorema da divergência à equação anterior, obtém-se:

$$\nabla \circ (\mu \nabla \phi_r) = \nabla \circ (\mu \vec{H}_s) \quad (3.47)$$

A equação 3.47 é uma forma da equação de Poisson. Em materiais que possuam valores de permeabilidade magnética muito elevada, as duas partes do campo  $\vec{H}$  tendem a ser iguais em módulo, porém com sentidos opostos. Assim, a aplicação do potencial escalar reduzido está limitada às regiões em que a permeabilidade magnética é igual à do ar e a condutividade do material é nula [89].

Considerando-se que  $\mu \vec{H}_s = -\nabla \times A_z$ , a equação (3.47) pode ser escrita como:

$$\mu \nabla \circ (\nabla \phi_r) = -\nabla \circ (\nabla \times A_z) = 0 \quad (3.48)$$

Logo, a expressão para o potencial escalar reduzido na região da fonte primária de excitação assume a forma da equação de Laplace:

$$\nabla^2 \phi_r = 0 \quad (3.49)$$



Similarmente aos processos utilizados para a determinação da equação do potencial escalar magnético no entreferro, é possível chegar a uma expressão para representar o potencial escalar reduzido na região da fonte primária de excitação, a saber:

$$\phi_{r f1}(x, y, z) = \sum_{n,m=1,3,\dots}^{\infty} (K_3 e^{(\gamma z)} + K_4 e^{(-\gamma z)}) \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi n}{l_t} x\right) \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi m}{l_t} y\right) \quad (3.50)$$

Os valores a serem praticados em  $K_3$  e  $K_4$  são constantes que dependem das características elétricas, mecânicas e magnéticas do API, das condições de fronteira e da excitação primária do dispositivo.

### 3.1.1.2 Solução da Equação de Potencial Escalar Magnético no Entreferro

As constantes  $K_1$ ,  $K_2$ ,  $K_3$  e  $K_4$  nas equações 3.26 e 3.47 são obtidas com as condições de fronteira estabelecidas pelo problema [87][88]. Considera-se que a área de interesse para essa análise está limitada para a fronteira F, figura 53, onde, por definição, atribui-se que o valor de  $z=0$ , o potencial escalar magnético é considerado como sendo de valor igual a zero. Com ressalvas, em âmbito prático, esse valor não é zero, contudo é inferior ao valor verificado na região de fronteira G, figura 53, onde, também por definição, atribui-se ao início do entreferro visto como referência do primário, que é justamente a fonte produtora de campo magnético primário. A escolha da fronteira F como sendo de valor  $z=0$  justifica-se pelo o fato de que, mesmo analisando somente a área de ar para o campo magnético, na região compreendida entre as fronteiras A e F também acontece um fenômeno importantíssimo para a determinação da densidade de fluxo magnético no entreferro, que é o efeito da corrente elétrica induzida em função da excitação primária e, conseqüentemente, a produção de um campo magnético alternado. Assim considerado, a expressão do potencial escalar magnético em  $z=0$ ,  $\psi_g^F$  (o sobrescrito indica a região de fronteira considerada), é formulado da seguinte maneira:

$$\Psi_g^F = \sum_{n,m=1,3,\dots}^{\infty} (K_1 e^{(0)} + K_2 e^{(0)}) \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi n}{l_t} x\right) \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi m}{l_t} y\right) \quad (3.51)$$

Na outra extremidade da região de fronteira do plano  $z$  considerada para essa análise, ou seja, na fronteira B, onde  $z=(lg+lb)$ , o potencial escalar magnético também é definido como de valor igual a zero. Nesse caso essa consideração se dá pelo fato de que o fluxo primário do campo magnético encontra um caminho preferencial para seu estabelecimento, e o valor no ar, acima do primário, recebe muito pouco da parcela desse fluxo, podendo ser

considerado de valor igual a zero. Dada essa consideração, o potencial escalar magnético na fronteira B,  $\psi_{f1}^B$  é definido como:

$$\psi_{f1}^B = \sum_{n,m=1,3,\dots}^{\infty} (K_3 e^{\gamma(lg+lb)} + K_4 e^{\gamma(lg+lb)}) \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi n}{l_t} x\right) \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi m}{l_t} y\right) \quad (3.52)$$

O potencial escalar magnético na fronteira G, onde  $z = lg$ , resulta no mesmo valor se calculado através da fonte primária ou através da expressão para a modelagem no entreferro no mesmo ponto, sendo assim é possível que esses potenciais sejam relacionados através de [87] [88]:

$$\Psi_g^G = \Psi_{f1}^G \quad (3.53)$$

Também na fronteira G é possível relacionar a componente  $z$  do vetor intensidade de campo magnético,  $H$ , tanto no entreferro como na região da fonte primária de excitação, sendo dada por [88]

$$H_{g_z}^G = H_{f1_z}^G \quad (3.54)$$

onde  $H_{g_z}$  é a componente  $z$  do vetor intensidade de campo magnético no entreferro e  $H_{f1_z}$  é a componente  $z$  do vetor intensidade de campo magnético na região do primário. Conforme visto anteriormente,  $H_z = -\frac{\partial \Psi}{\partial z}$ , ou seja, o vetor  $H_z$  é obtido através da derivada parcial do potencial escalar magnético. Na região de  $z = lg$ , é possível extrair as seguintes expressões:

$$H_{g_z}^G = \sum_{n,m=1,3,\dots}^{\infty} \gamma (K_1 e^{\gamma lg} + K_2 e^{-\gamma lg}) \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi n}{l_t} x\right) \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi m}{l_t} y\right) \quad (3.55)$$

e

$$H_{f1_z}^G = \sum_{n,m=1,3,\dots}^{\infty} \gamma (K_3 e^{\gamma lg} + K_4 e^{-\gamma lg}) \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi n}{l_t} x\right) \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi m}{l_t} y\right) \quad (3.56)$$

Para a determinação dos valores das incógnitas  $K_1$ ,  $K_2$ ,  $K_3$  e  $K_4$  é possível utilizar o conjunto de quatro expressões formadas pelas equações (3.53), (3.54), (3.55) e (3.56). Esse conjunto de expressões é formado por quatro incógnitas e quatro equações o que através do desenvolvimento de um sistema linear é passível de obtenção da solução para as incógnitas em questão. Após um tratamento matemático chega-se aos seguintes resultados:

$$K_1 = \frac{8A_0}{\pi^2 \gamma} \frac{\cos\left(\frac{2\pi n l_p}{l_t}\right) \cos\left(\frac{2\pi m l_p}{l_t}\right)}{nm} \frac{(e^{\gamma lg} - e^{\gamma(2lb+lg)})}{(e^{2\gamma(lb+lg)} - 1)} \quad (3.57)$$

$$K_2 = -\frac{8A_0}{\pi^2 \gamma} \frac{\cos\left(\frac{2\pi n l_p}{l_t}\right) \cos\left(\frac{2\pi m l_p}{l_t}\right) \left(e^{(\gamma g)} - e^{(\gamma(2lb+lg))}\right)}{nm \left(e^{(2\gamma(lb+lg))} - 1\right)} \quad (3.58)$$

$$K_3 = -\frac{8A_0}{\pi^2 \gamma} \frac{\cos\left(\frac{2\pi n l_p}{l_t}\right) \cos\left(\frac{2\pi m l_p}{l_t}\right) \left(e^{(\gamma g)} - e^{(-\gamma g)}\right)}{nm \left(e^{(2\gamma(lb+lg))} - 1\right)} \quad (3.59)$$

$$K_4 = \frac{8A_0}{\pi^2 \gamma} \frac{\cos\left(\frac{2\pi n l_p}{l_t}\right) \cos\left(\frac{2\pi m l_p}{l_t}\right) \left(e^{(\gamma g)} - e^{(-\gamma g)}\right)}{nm \left(e^{(2\gamma(lb+lg))} - 1\right)} \quad (3.60)$$

Aplicando-se as expressões resultantes de  $K_1$  e  $K_2$  na expressão do potencial escalar magnético na região de entreferro, chega-se a:

$$\Psi_g(x, y, z) = \frac{8A_0}{\pi^2} \sum_{n,m=1,3,\dots}^{\infty} \left(e^{(-\gamma z)} - e^{(\gamma z)}\right) \frac{\left(e^{(\gamma g)} - e^{(\gamma(2lb+lg))}\right)}{\left(e^{(2\gamma(lb+lg))} - 1\right)} \cdot \cos\left(\frac{2\pi n l_p}{l_t}\right) \cos\left(\frac{2\pi m l_p}{l_t}\right) \frac{1}{\gamma n m} \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi n}{l_t} x\right) \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi m}{l_t} y\right) \quad (3.61)$$

A expressão resultante para o potencial escalar magnético na região do primário também é passível de obtenção com os valores de  $K_3$  e  $K_4$ , contudo, como essa análise não contempla a modelagem do campo magnético nessa região, a expressão não será desenvolvida.

O vetor densidade de fluxo magnético no entreferro, em suas três componentes  $B_{gx}$ ,  $B_{gy}$  e  $B_{gz}$ , pode ser obtido pelo gradiente do potencial escalar magnético multiplicado pela permeabilidade magnética dos meios, nesse caso do entreferro, o ar. A expressão o vetor  $B_g$  é dada por:

$$B_g = -\mu_0 \left( \frac{\partial \Psi_g}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial \Psi_g}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial \Psi_g}{\partial z} \vec{k} \right) = B_{gx} \vec{i} + B_{gy} \vec{j} + B_{gz} \vec{k} \quad (3.62)$$

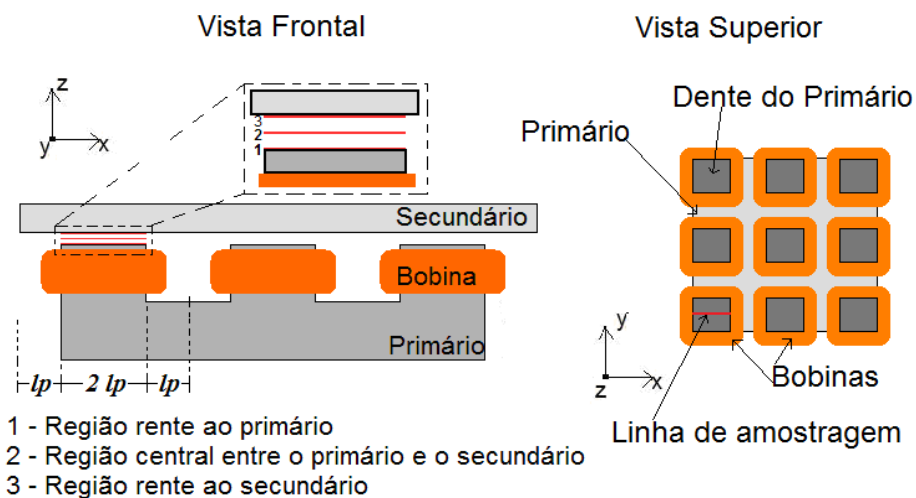
As forças envolvidas no atuador planar de indução dependem basicamente da componente  $z$  do vetor densidade de fluxo magnético no entreferro, sendo assim, essa análise concentrará seu foco na determinação de  $B_{gz}$ , que pode ser obtido pela derivada do vetor potencial escalar magnético em função da coordenada  $z$ . A expressão fica dada por (3.63).

É importante observar que essa formulação de  $B_{gz}$  desenvolvida até agora se refere a um campo magnético estático oriundo de uma fonte de potencial magnético  $A_0$  em regime contínuo. Para que seja formulado um equacionamento que considere o efeito senoidal da

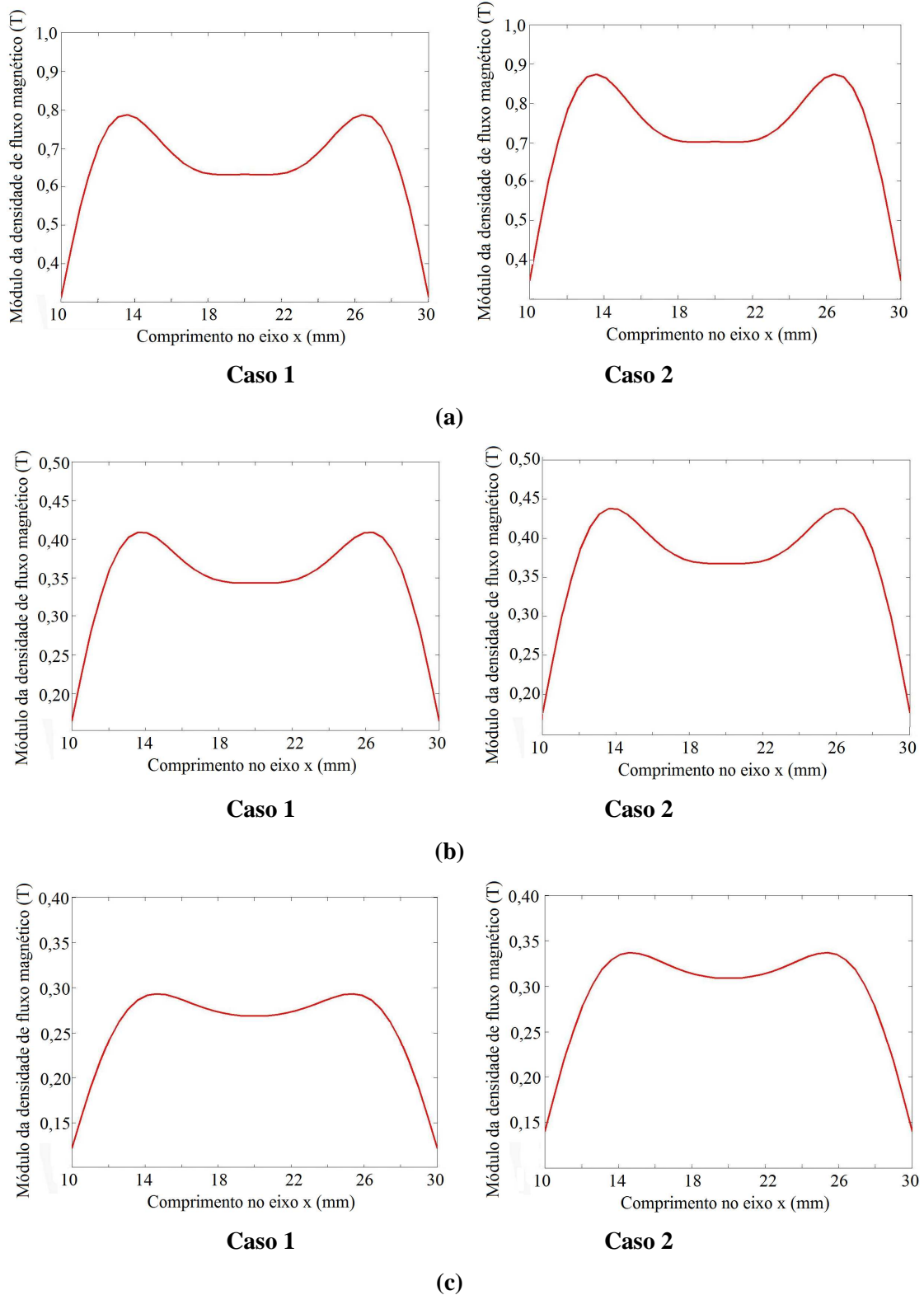
densidade de fluxo magnético é necessário que se aplique à solução o efeito temporal, que será estudado na sequência. Contudo, para um estudo analítico apenas da densidade de fluxo magnético quando o API é excitado com corrente contínua, são apresentados gráficos que modelam essa grandeza e posteriormente serão comparados como as simulações computacionais.

$$B_{gz} = \frac{8A_0\mu_0}{\pi^2} \sum_{n,m=1,3,\dots}^{\infty} (e^{(\gamma z)} + e^{(-\gamma z)}) \frac{(e^{(\gamma l_g)} - e^{(\gamma(2lb+l_g)})}{(e^{(2\gamma(lb+l_g))} - 1)} \cdot \cos\left(\frac{2\pi n l_p}{l_t}\right) \cos\left(\frac{2\pi m l_p}{l_t}\right) \frac{1}{nm} \sin\left(\frac{2\pi n}{l_t} x\right) \sin\left(\frac{2\pi m}{l_t} y\right) \quad (3.63)$$

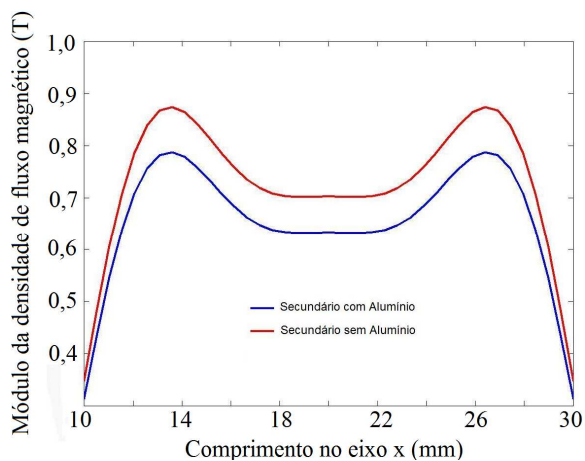
Os gráficos representam a densidade de fluxo magnético no entreferro para a componente  $z$  que é resultado do somatório da harmônica fundamental e de quatro harmônicas ímpares produzidas pela equação de  $B_{gz}$ . Essa escolha de parada do somatório é resultado de testes que comprovaram que com esse número de harmônicas é possível obter uma certeza superior a 99% do valor final que a expressão teórica produz para  $B_{gz}$  [9]. A figura 56 apresenta, de forma destacada, as três regiões do entreferro que serão observadas para a apresentação de gráficos da componente  $B_{gz}$ , para os dois casos em estudo. Os gráficos referentes a essa observação são apresentados na figura 57 e 58. Também serão apresentados gráficos para a região de análise completa através da figura 59, onde são avaliadas as duas situações propostas pelo caso 1 e caso 2; no caso 2 a região de alumínio é substituída por uma região de aço, teoricamente material com infinita permeabilidade magnética. O entreferro do caso 1 é de 2mm e do caso 2, de 1mm, devido às configurações.



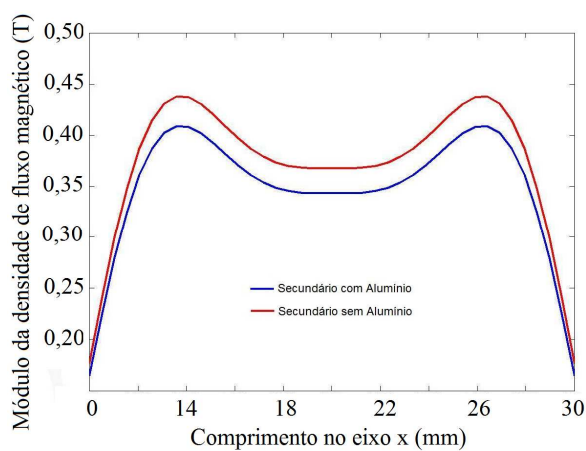
**Figura 56** As três regiões de observação (indicadas pelos números 1, 2 e 3) para geração dos gráficos subsequentes.



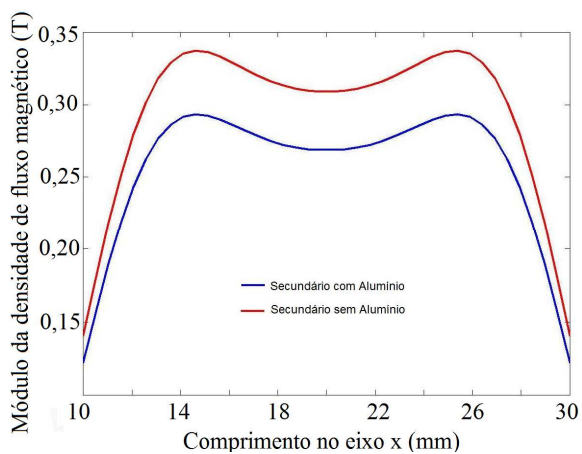
**Figura 57** Gráficos do módulo da componente z do vetor densidade de fluxo magnético na linha central de um dos dentes do primário, para os dois casos examinados, em três diferentes posições do entreferro: (a) rente ao primário; (b) no centro no entreferro e (c) rente ao secundário. Enrolamento  $x$  excitado de forma trifásica com 3 A eficaz, a 60Hz.



(a)

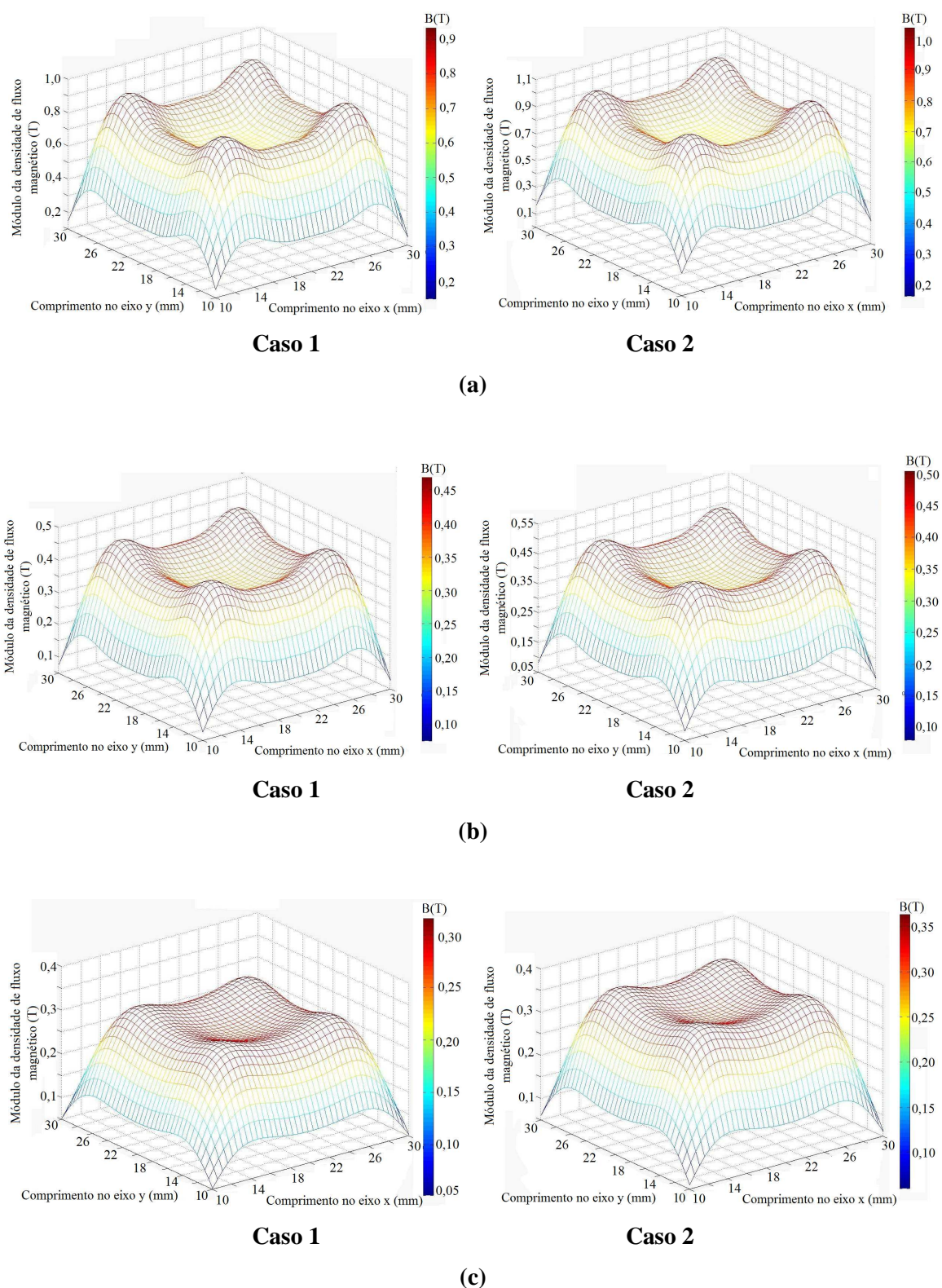


(b)



(c)

**Figura 58 Gráficos do módulo da componente z do vetor densidade de fluxo magnético na linha central de um dos dentes do primário, para os dois casos examinados, em três diferentes posições do entreferro: (a) rente ao dente do primário; (b) no centro no entreferro e (c) rente ao secundário. Enrolamento  $x$  excitado de forma trifásica com 3 A eficaz, a 60 Hz.**



**Figura 59** Gráficos do módulo da componente z do vetor densidade de fluxo magnético, sob um dente do primário, calculados para os dois casos em estudo, em três diferentes posições do entreferro: (a) rente ao primário; (b) no centro no entreferro e (c) rente ao secundário. Enrolamento  $x$  excitado de forma trifásica com 3 A eficaz, a 60 Hz.

### 3.1.2 Correntes Elétricas Induzidas no Secundário

O secundário do atuador planar de indução é formado por dois diferentes materiais: um material ferromagnético de alta permeabilidade magnética e alumínio cuja permeabilidade é praticamente igual a do ar e aqui, teoricamente, assim considerada. A variação da densidade de fluxo magnético provocada pela excitação alternada dos enrolamentos do primário induz correntes elétricas nos materiais do secundário, correntes essas que são proporcionais ao campo magnético de excitação, à frequência de excitação e à condutividade elétrica dos materiais no secundário. Essa corrente elétrica induzida, que é essencial para a produção das forças no atuador planar, tem o efeito de interferência direta em  $\vec{B}$  no entreferro gerado pela fonte primária. Nessa seção estará sendo apresentado, em caráter investigativo e analítico, o efeito na densidade de fluxo magnético que a corrente induzida no secundário causa ao dispositivo.

Devido à considerável diferença de condutividade elétrica dos materiais do secundário, sendo maior a do alumínio, far-se-á a suposição de que a indução de corrente elétrica só ocorrerá no volume ocupado por esse material, o que é uma aproximação da condição real, uma vez que se sabe que uma pequena parcela da corrente induzida total também é verificada no restante do material ferromagnético do secundário.

O presente estudo preocupa-se e propõe-se a equacionar as correntes elétricas induzidas na região compreendida pela fronteira A e pela fronteira F. Essa análise é governada pela equação de Poisson, expressa em termos do potencial vetor magnético,  $\vec{A}$ , relacionando com o vetor densidade de corrente elétrica induzida,  $\vec{J}$ , que são paralelos entre si [89] [90].

#### 3.1.2.1 Equação de Poisson para a Região do Alumínio em Termos do Potencial Vetor Magnético

O vetor intensidade de campo magnético,  $\vec{H}$ , em uma região onde há corrente elétrica, pode ser calculado através do vetor densidade de corrente elétrica,  $\vec{J}$ , através da igualdade que existe entre o rotacional de  $\vec{H}$  e  $\vec{J}$ , relacionados através de:

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} \quad (3.64)$$



Em problemas onde a densidade de corrente elétrica não é nula, define-se um potencial vetor magnético,  $\vec{A}$ , que tem seu rotacional relacionado com a densidade de fluxo magnético através de:

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A} \quad (3.65)$$

Segundo as equações de Maxwell, a divergência de  $\vec{B}$  é igual a zero em qualquer situação, sendo assim é possível escrever que:

$$\nabla \circ (\nabla \times \vec{A}) = 0 \quad (3.66)$$

Aplicando-se o rotacional nos dois lados da igualdade na equação 3.65 e sabendo-se que, pela Lei de Ampère em meios condutores onde há corrente elétrica  $\nabla \times \vec{B} = \mu \vec{J}$ , pode-se estabelecer uma relação entre o vetor  $\vec{J}$  e o vetor  $\vec{A}$  através de:

$$\nabla \times \vec{B} = \nabla \times \nabla \times \vec{A} = -\mu \vec{J} \quad (3.67)$$

Com algumas operações matemáticas relacionando os dois vetores em questão, em componentes de coordenadas retangulares, considerada nessa análise, é possível chegar a um conjunto de equações dadas por:

$$\begin{aligned} \nabla^2 A_x &= -\mu J_x \\ \nabla^2 A_y &= -\mu J_y \\ \nabla^2 A_z &= -\mu J_z \end{aligned} \quad (3.68)$$

Cada uma dessas três equações acima assume a forma de equação de Poisson para o potencial vetor magnético, sendo que a solução para esse conjunto passa necessariamente pela investigação do volume ocupado pela distribuição de  $\vec{J}$  [85] [89].

No secundário do atuador planar de indução, o vetor densidade de corrente elétrica induzida assume duas componentes, a saber:  $x$  e  $y$ . A componente  $x$  corresponde ao efeito de corrente induzida produzida pela fonte primária posicionada ao longo da direção  $x$ , ao passo que a componente  $y$  corresponde à parte do primário responsável pela movimentação em  $y$ . É importante destacar que esses efeitos serão analisados separadamente para cada uma das partes das fontes primárias sob o ponto de vista do secundário.

O vetor densidade de corrente elétrica induzida em um determinado ponto da coordenada  $x$  é igual a  $J_x \vec{i}$ , onde  $J_x$  é a componente  $x$  do vetor densidade de corrente elétrica induzida. É praticável considerar-se que o vetor  $\vec{J}$  apresenta apenas uma componente, nesse caso em  $x$ . Essa consideração é uma aproximação uma vez que é sabido que a fonte de excitação colocada ao longo da coordenada  $x$  também produz uma pequena parcela de

corrente elétrica induzida na direção da coordenada  $y$ , contudo é muito pequena frente ao efeito na coordenada  $x$ , podendo ser desconsiderada para efeitos analíticos teóricos. Sendo assim, na coordenada  $x$ , em relação a  $\vec{J}$ , pode ser escrito que  $\nabla \times \nabla \times \vec{A} = \mu_0 J_y \vec{j}$ , ou seja, o rotacional do rotacional do potencial vetor magnético considerado para a fonte de excitação do primário no eixo  $x$  terá apenas componente em  $x$ . Para esse caso, desenvolvendo o rotacional de  $\vec{A}$ , obtém-se:

$$\nabla \times \vec{A} = \begin{bmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ A_x & 0 & 0 \end{bmatrix} = \frac{\partial A_x}{\partial z} \vec{j} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \vec{k} \quad (3.69)$$

Considerando-se a fórmula 3.66 é possível escrever que:

$$\nabla \times \nabla \times \vec{A} = \begin{bmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & \frac{\partial A_x}{\partial z} & -\frac{\partial A_x}{\partial y} \end{bmatrix} = -\frac{\partial^2 A_x}{\partial y^2} \vec{i} + \frac{\partial^2 A_x}{\partial x \partial z} \vec{k} - \frac{\partial^2 A_x}{\partial z^2} \vec{i} + \frac{\partial^2 A_x}{\partial x \partial y} \vec{j} \quad (3.70)$$

Como apresentado e considerado que  $\nabla \times \nabla \times \vec{A} = \mu_0 J_x \vec{i}$ , considera-se apenas a componente  $\vec{i}$  de (3.70). Assim chega-se a:

$$\nabla \times \nabla \times \vec{A} = \mu_0 J_x \vec{i} = -\frac{\partial^2 A_x}{\partial y^2} \vec{i} - \frac{\partial^2 A_x}{\partial z^2} \vec{i} \quad (3.71)$$

Ou ainda

$$\nabla^2 A_x = \mu_0 J_x = \frac{\partial^2 A_x}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 A_x}{\partial z^2} \quad (3.72)$$

A equação 3.59 corresponde à equação de Poisson para o potencial vetor magnético na situação em que se propõe essa análise. Para a região do alumínio no secundário, onde são induzidas correntes elétricas, ou seja, na região compreendida entre as fronteiras A e F, a equação do potencial vetor magnético para a componente  $x$  é escrita como:

$$\mu_0 J_x = \frac{\partial^2 A_{Ax}}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 A_{Ax}}{\partial z^2} \quad (3.73)$$

A componente  $x$  do potencial vetor magnético na região do alumínio do secundário é expressa por  $A_{Ax}$ , e  $J_x$  é a componente  $x$  do vetor densidade de corrente elétrica induzida que gera  $A_{Ax}$  em (3.73).

É também passível de consideração nessa análise que a densidade de corrente elétrica induzida somente se apresentará no alumínio na região que fica paralela e próxima das faces polares da fonte primária de excitação; essa é uma medida analítica simplificada que visa facilitar a análise, uma vez que é sabido que a densidade de corrente tem uma distribuição no volume nas outras direções, porém com menor intensidade à medida que se afasta do entreferro.

A função que descreve a densidade de corrente induzida na componente  $x$  para uma fase do enrolamento primário também em  $x$  é representada, nessa análise, por uma série de Fourier onde os coeficientes, representados por  $J_{n,m}$ , são dados por

$$J_{n,m} = \left(\frac{4}{l_t}\right) J_0 \left[ \int_{lp}^{l/2-lp} \text{sen}\left(\frac{2\pi n}{l_t} x\right) dx \right] \quad (3.74)$$

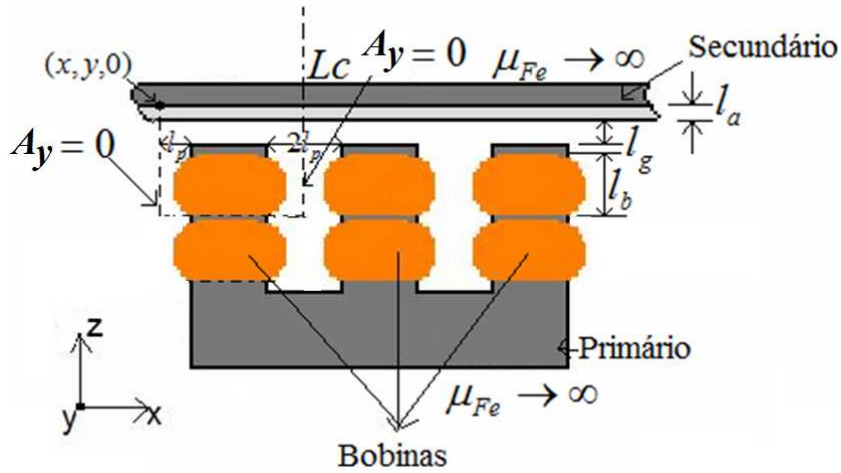
onde  $J_0$  é igual ao valor máximo da densidade de corrente elétrica induzida no alumínio do secundário. Assim, desenvolvendo-se (3.74), chega-se que a componente  $x$  do vetor densidade de corrente elétrica induzida no alumínio é igual a:

$$J_x = \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \frac{4J_0}{\pi.n} \cos\left(\frac{2\pi nlp}{l_t}\right) \text{sen}\left(\frac{2\pi n}{l_t} x\right) \quad (3.75)$$

A exemplo do que acontece na região da fonte primária de excitação do atuador planar de indução, a solução da componente  $A_{Ax}$  é obtida pela solução em duas partes: a primeira é a solução particular  $A_{Axp}$ , obtida pela equação de Poisson  $\nabla^2 A_{Axp} = -\mu_0 J_x$ ; a segunda é a solução homogênea  $A_{Axh}$ , obtida pela equação de Laplace que diz que  $\nabla^2 A_{Axh} = 0$ , logo,  $A_{Ax} = A_{Axp} + A_{Axh}$  [87] [89]. Na figura 60 é apresentado um desenho da geometria do API em estudo, numa vista frontal, definindo-se as condições de fronteira impostas para a análise do campo magnético produzido pela corrente elétrica induzida em análise.

A solução homogênea de  $A_{Ax}$  é obtida através do mesmo procedimento aplicado para a obtenção do campo magnético produzido pela fonte de excitação primária, ou seja, é adotado que a solução para  $A_{Axh}$  é formado pelo produto entre duas funções, a saber  $Y(y)$  e  $Z(z)$  [85] [86]:

$$A_{Axh}(y, z) = Y(y)Z(z) \quad (3.76)$$



**Figura 60** Vista frontal da geometria do atuador planar de indução, com imposição das condições de fronteira. São representados apenas os efeitos na componente  $x$  da excitação primária e corrente induzida no alumínio do secundário.

Onde, novamente,  $Y(y)$  é uma função em somente  $y$  e  $Z(z)$  é função em  $z$  apenas. Considerando-se ainda que  $\nabla^2 \vec{A}_{Axh} = 0$  (pela equação de Laplace), após operações matemáticas extrai-se que:

$$\frac{\partial^2 Y(y)}{\partial y^2} = \beta^2 Y(y) \quad (3.77)$$

$$\frac{\partial^2 Z(z)}{\partial z^2} = \lambda^2 Z(z) \quad (3.78)$$

Logo, tem que se considerar que:

$$\beta^2 + \lambda^2 = 0 \quad (3.79)$$

Analogamente ao que foi desenvolvido anteriormente, o conjunto de solução para as funções  $Y(y)$  e  $Z(z)$  começa a ser escrito da seguinte forma:

$$Y(y) = Ge^{\beta y} + He^{-\beta y} \quad (3.80)$$

$$Z(z) = Ie^{\lambda z} + Je^{-\lambda z} \quad (3.81)$$

E substituindo-se (3.76) em (3.80) e (3.81), chega-se à equação geral da equação de Laplace para o potencial vetor magnético na região do alumínio.

$$A_{Axh}(y, z) = \left( Ge^{\beta y} + He^{-\beta y} \right) \left( Ie^{\lambda z} + Je^{-\lambda z} \right) \quad (3.82)$$

As variáveis  $G$ ,  $H$ ,  $I$ , e  $J$  da equação 3.67 dependem das condições de fronteira consideradas para o modelo, onde devem satisfazer a equação de Laplace além de satisfazer a igualdade imposta por  $\beta^2 + \lambda^2 = 0$  [85][86]. Conforme já previsto, considerado e apresentado

na figura 60, para a formulação desse modelo analítico, o potencial vetor magnético tem seu valor igual a zero nos planos:  $y=0$ ,  $y=lt/2$  e  $y=lt$ . Como função dessas condições de fronteira, a função  $Y(y)$  pode ser escrita como:

$$\begin{aligned} Y(0) &= G.e^{(\beta \cdot 0)} + H.e^{(-\beta \cdot 0)} = 0 \\ Y(0) &= G + H = 0 \\ G &= -H \end{aligned} \quad (3.83)$$

e

$$\begin{aligned} Y\left(\frac{lt}{2}\right) &= G.e^{(\beta \cdot \frac{lt}{2})} + H.e^{(-\beta \cdot \frac{lt}{2})} = 0 \\ Y\left(\frac{lt}{2}\right) &= G.e^{(\beta \cdot \frac{lt}{2})} - G.e^{(-\beta \cdot \frac{lt}{2})} = 0 \\ G.e^{(\beta \cdot \frac{lt}{2})} - G.e^{(-\beta \cdot \frac{lt}{2})} &= 0 \end{aligned} \quad (3.84)$$

Assim, a exemplo do que também acontece na análise da fonte primária,  $\beta$  assume a igualdade de:

$$\beta = j \frac{2\pi n}{l_t} \quad (3.85)$$

Podendo a função  $Y(y)$  ser expressa por:

$$Y(y) = 2jG \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi n}{l_t} y\right) \quad (3.86)$$

A partir da equação 3.70,  $\lambda$  é definido como:

$$\lambda = \pm \sqrt{-\beta^2} = \pm \frac{2\pi n}{l_t} \quad (3.87)$$

Aplicando-se os resultados, nessa seção apresentados, na equação 3.63 é possível chegar à solução analítica para a equação  $A_{bxh}$ , representada por uma série de Fourier [87]:

$$A_{Axh}(y, z) = \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} (K_5 e^{(\lambda z)} + K_6 e^{(-\lambda z)}) \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi n}{l_t} y\right) \quad (3.88)$$

O desenvolvimento para chegar a essa solução de (3.88) passa por uma analogia resolutiva àquela apresentada na seção anterior, onde aqui as constantes  $K_5$  e  $K_6$  são determinadas em função das características construtivas do API, das características do campo gerados pelas correntes induzidas e pelas condições de fronteira do modelo analítico.

A solução particular de  $A_{Ax}$  pode ser obtida através de (3.72) e (3.75), ficando expressas por:

$$\frac{\partial^2 A_{Axp}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 A_{Axp}}{\partial z^2} = -\mu_0 \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \frac{4J_0}{\pi n} \cos\left(\frac{2\pi n l_p}{l_t}\right) \text{sen}\left(\frac{2\pi n}{l_t} y\right) \quad (3.89)$$

A equação 3.89 pode ser escrita de forma simplificada integrando-se duas vezes através de  $y$ , obtendo-se:

$$A_{Axp} = \mu_0 \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \frac{4J_0 l_t^2}{(\pi n)^3} \cos\left(\frac{2\pi n l_p}{l_t}\right) \text{sen}\left(\frac{2\pi n}{l_t} y\right) \quad (3.90)$$

A solução da equação do potencial vetor magnético na região do alumínio na componente  $x$  é igual a:

$$A_{Ax} = A_{Axh} + A_{Axp}$$

$$A_{Ax} = \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \left[ (K_5 e^{\lambda z} + K_6 e^{-\lambda z}) + \left( \mu_0 \frac{J_0 l_t^2}{(\pi n)^3} \cos\left(\frac{2\pi n l_p}{l_t}\right) \text{sen}\left(\frac{2\pi n}{l_t} y\right) \right) \right] \quad (3.91)$$

### 3.1.2.2 Equação de Laplace para uma Região sem Corrente Elétrica em Termos de Potencial Vetor Magnético

Nas regiões onde não apresenta corrente elétrica, ou seja, no entreferro para o caso em estudo,  $J_x$  é igual a zero e a equação  $\nabla \times \nabla \times \vec{A} = -\mu \vec{J}$  assume a forma da equação de Laplace. Assim, na região do entreferro, limitada pelas fronteiras G e B, a equação do potencial vetor magnético é igual a:

$$\frac{\partial^2 A_{gx}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 A_{gx}}{\partial z^2} = 0 \quad (3.92)$$

Onde  $A_{gx}$  é a componente  $x$  do potencial vetor magnético na região do entreferro. Adotando os mesmos procedimentos explicados na seção anterior desse capítulo,  $A_{gx}$  pode ser representada pelo produto de duas funções,  $Y(y)$  e  $Z(z)$ , sendo obtido que [85] [86]:

$$A_{gx} = Y(y)Z(z) \quad (3.93)$$

Onde as funções  $Y(y)$  e  $Z(z)$  seguem as mesmas características das anteriores e novamente, após algum tratamento matemático chega-se a:

$$A_{gx}(y, z) = (Le^{\beta y} + Me^{-\beta y}) (Ne^{\lambda z} + Oe^{-\lambda z}) \quad (3.94)$$

Onde as variáveis  $L$ ,  $M$ ,  $N$  e  $O$  são constantes arbitrárias que dependem das condições de fronteira consideradas para o modelo, onde devem satisfazer as condições de campo

magnético produzido na região das correntes induzidas e satisfazer também igualdade imposta por  $\beta^2 + \lambda^2 = 0$  [85] [86].

Analogamente, aplicando a  $A_{gx}$  o tratamento matemático desenvolvido em equacionamentos anteriores, pode-se representar essa função por uma série simples de Fourier, de acordo com [87]:

$$A_{gx}(y, z) = \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} (K_7 e^{\lambda z} + K_8 e^{-\lambda z}) \text{sen} \left( \frac{2\pi n}{l_t} y \right) \quad (3.95)$$

### 3.1.2. Solução das Equações de Potencial Vetor Magnético no Alumínio do Secundário e no Entreferro

As condições de fronteira impostas nessa modelagem implicam diretamente na obtenção das constantes  $K_5$ ,  $K_6$ ,  $K_7$  e  $K_8$  [27]. A solução para  $A_{Ax}(y, z)$  e  $A_{gx}(y, z)$  é feita a partir das relações que são estabelecidas entre as componentes das equações do potencial vetor magnético nas regiões de fronteiras consideradas. O material ferromagnético abaixo da fronteira F é considerado como infinitamente permeável magneticamente, ou seja, a densidade de fluxo magnético é normal à fronteira F, onde, por definição,  $z=0$ ; logo, a componente  $x$  do vetor densidade de fluxo magnético nessa fronteira é igual a zero, ou seja:

$$B_{Ax}^F = \left( -\frac{\partial A_{bx}}{\partial z} \right)_{z=0} = 0 \quad (3.96)$$

Ou, desenvolvendo a equação 3.88 em função de 3.96, chega-se que:

$$B_{Ax}^F = \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \left[ \lambda (-K_5 + K_6) \text{sen} \left( \frac{2\pi n}{l_t} y \right) \right] = 0 \quad (3.97)$$

Na fronteira entre o alumínio e o entreferro é possível escrever que [62]:

$$B_{Ax_z}^A = B_{gx_z}^A \quad \text{ou} \quad \left( \frac{\partial A_{Ax}}{\partial y} \right)_{z=lb} = \left( \frac{\partial A_{gx}}{\partial y} \right)_{z=lb} \quad (3.98)$$

E, analogamente,

$$H_{Ax_y}^A = H_{gx_y}^A \quad \text{ou} \quad \left( \frac{\partial A_{Ax}}{\partial z} \right)_{z=lb} = \left( \frac{\partial A_{gx}}{\partial z} \right)_{z=lb} \quad (3.99)$$

Também, o material acima da fronteira B, onde  $z=lg+lb$ , é considerado infinitamente permeável magneticamente, logo todo o fluxo magnético é normal à fronteira B, então, a

componente  $x$  do vetor densidade de fluxo magnético na fronteira G é igual a zero, resultando em:

$$B_{gy_x}^B = \left( \frac{\partial A_{gx}}{\partial y} \right)_{z=lg+lb} = 0 \quad (3.100)$$

Ou ainda,

$$B_{gy_x}^B (y, z) = \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \lambda \left( -K_7 e^{\lambda(lg+lb)} + K_8 e^{-\lambda(lg+lb)} \right) \text{sen} \left( \frac{2\pi n}{l_t} y \right) = 0 \quad (3.101)$$

As componentes  $x$  e  $z$  do vetor densidade de fluxo magnético,  $B_{Ay_x}$ ,  $B_{Ay_z}$ ,  $B_{gy_x}$  e  $B_{gy_z}$ , são definidas nas regiões de alumínio e entreferro, respectivamente, enquanto que  $H_{Ay_x}$  e  $H_{gy_x}$  correspondem a componente  $x$  do vetor intensidade de campo magnético nas mesmas regiões. Todas as quatro grandezas são geradas a partir de  $J_x$ .

Um conjunto de quatro equações com quatro incógnitas é formado pelas equações 3.98, 3.99, 3.100 e 3.101 para determinar as constantes  $K_5$ ,  $K_6$ ,  $K_7$  e  $K_8$ , cujos valores são dados pelas seguintes equações:

$$K_5 = \mu_0 \frac{J_0 l_t^2}{(\pi n)^3} \cos \left( \frac{2\pi n l_p}{l_t} \right) \frac{\left( e^{(\lambda a)} - e^{\lambda(2lb+2lg-la)} \right)}{4 \left( e^{(2\lambda(lb+lg))} - 1 \right)} \quad (3.102)$$

$$K_6 = \mu_0 \frac{J_0 l_t^2}{(\pi n)^3} \cos \left( \frac{2\pi n l_p}{l_t} \right) \frac{\left( e^{(\lambda a)} - e^{\lambda(2lb+2lg-la)} \right)}{4 \left( e^{(2\lambda(lb+lg))} - 1 \right)} \quad (3.103)$$

$$K_7 = \mu_0 \frac{J_0 l_t^2}{(\pi n)^3} \cos \left( \frac{2\pi n l_p}{l_t} \right) \frac{\left( e^{(\lambda a)} - e^{(-\lambda a)} \right)}{\left( e^{(2\lambda(lb+lg))} - 1 \right)} \quad (3.104)$$

$$K_8 = \mu_0 \frac{J_0 l_t^2}{(\pi n)^3} \cos \left( \frac{2\pi n l_p}{l_t} \right) \frac{\left( e^{(\lambda a)} - e^{(-\lambda a)} \right) e^{(2\lambda(lg+lb))}}{\left( e^{(2\lambda(lb+lg))} - 1 \right)} \quad (3.105)$$

Logo, as expressões que definem o comportamento dos potenciais vetores magnéticos nas regiões de alumínio e entreferro são expressas por:

$$A_{Ax} = \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \left[ \left( \mu_0 \frac{J_0 l_t^2}{(\pi n)^3} \cos \left( \frac{2\pi n l_p}{l_t} \right) \right) \left( 1 + \frac{\left( e^{(\lambda a)} - e^{\lambda(2lb+2lg-la)} \right)}{\left( e^{(2\lambda(lb+lg))} - 1 \right)} \right) \text{sen} \left( \frac{2\pi n}{l_t} x \right) \right] \quad (3.106)$$

$$A_{gx}(y, z) = \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \mu_0 \frac{J_0 l_t^2}{(\pi n)^3} \cos \left( \frac{2\pi n l_p}{l_t} \right) \frac{\left( e^{(\lambda a)} - e^{(-\lambda a)} \right)}{\left( e^{(2\lambda(la+lg))} - 1 \right)} \cdot \left( e^{(\lambda z)} + e^{\lambda(2lg+2lb-z)} \right) \text{sen} \left( \frac{2\pi n}{l_t} y \right) \quad (3.107)$$



A partir das equações 3.106 e 3.107 é possível extrair as equações que descrevem o comportamento da densidade de fluxo magnético na região de alumínio e entreferro, da componente  $z$ , oriundas da corrente elétrica induzida considerada para o secundário, a saber:

$$B_{Ax_z}(y, z) = \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \left( \mu_0 \frac{J_0 l_t}{(\pi n)^2} \cos\left(\frac{2\pi n l_p}{l_t}\right) \right) \left( 1 - \frac{(e^{(\lambda a)} - e^{(\lambda(2lb+2lg-la))})}{(e^{(2\lambda(lb+lg))} - 1)} \cosh(\lambda z) \right) \cos\left(\frac{2\pi n}{l_t} y\right) \quad (3.108)$$

$$B_{gx_z}(y, z) = \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \mu_0 \frac{J_0 l_t}{(\pi n)^2} \cos\left(\frac{2\pi n l_p}{l_t}\right) \frac{(e^{(\lambda a)} - e^{(-\lambda a)})}{(\exp(2\lambda(l_m + l_g)) - 1)} (e^{(\lambda z)} + e^{(\lambda(2lg+2lb-z))}) \cos\left(\frac{2\pi n}{l_t} y\right) \quad (3.109)$$

Nas equações anteriores  $B_{Ax_z}$  descreve o comportamento do vetor densidade de fluxo magnético na região do alumínio para a componente  $z$  enquanto que  $B_{gx_z}$  descreve o comportamento do vetor densidade de fluxo magnético no entreferro para a componente  $z$ . Na seção seguinte é investigado o valor de  $J_0$  em função da profundidade de penetração de campos magnéticos em materiais condutores, o que ajudará a solucionar as equações 3.107 e 3.109.

### 3.1.2.4 Penetração do Campo Magnético em Materiais Condutores

A penetração de campo magnético em um material qualquer (tanto magnético como não magnético) é considerada um problema complexo. Para resolver esse problema geralmente assume-se que o material é isotrópico e linear; para o caso do alumínio essa consideração é bem razoável. Baseado nisso é também estabelecido que a resolução das condições variáveis no tempo passa pela solução parcial das equações diferenciais oriundas das Equações de Maxwell. A penetração de campo em condutores elétricos é então encontrada como uma solução para essas equações [91] [92].

#### 3.1.2.4.1 Equação do Campo Magnético

Usando a equação  $\nabla \times \vec{H} = \vec{J}$  e aplicando o rotacional em ambos os lados da igualdade, tem-se:

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{H}) = \nabla \times \vec{J} \quad (3.110)$$

Sabendo-se da relação que

$$\nabla^2 \vec{P} = \nabla(\nabla \circ \vec{P}) - \nabla \times (\nabla \times \vec{P}) \quad (3.111)$$

onde  $P$  é um vetor qualquer, pode-se escrever o lado esquerdo da equação 3.92 como sendo:

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{H}) = \nabla(\nabla \circ \vec{H}) - \nabla^2 \vec{H} \quad (3.112)$$

Tem-se que  $\nabla \circ \vec{B} = 0 \quad \therefore \quad \mu \nabla \circ \vec{H} = 0 \quad \therefore \quad \nabla \circ \vec{H} = 0$

O que equivale a dizer que:

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{H}) = -\nabla^2 \vec{H} \quad (3.113)$$

O lado direito da equação 3.92 assume a forma de:

$$\nabla \times \vec{J} = \nabla \times \vec{E} \sigma = \sigma \nabla \times \vec{E} = -\sigma \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\sigma \mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \quad (3.114)$$

Substituindo-se 3.95 e 3.96 em 3.92, chega-se a:

$$\nabla^2 \vec{H} = \sigma \mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \quad (3.115)$$

### 3.1.2.4.2 Equação para Intensidade Magnética

Utilizando a relação de  $H = \frac{B}{\mu}$  nos dois lados da equação 3.115 tem-se:

$$\nabla^2 \vec{B} = \sigma \mu \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (3.116)$$

### 3.1.2.4.3 Equação para Campo Elétrico

Iniciando-se com a equação  $\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$  e aplicando o rotacional nos dois lados da equação, encontra-se:

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E} = -\nabla \times \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (3.117)$$

Assumindo que não existam cargas estáticas no domínio e que a permissividade elétrica seja constante, a equação  $\nabla \cdot D = \rho$ , torna-se:

$$\nabla \circ \vec{E} = 0 \quad (3.118)$$

Usando-se a mesma equivalência da equação 3.113 é possível chegar a:

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{E}) = \nabla(\nabla \circ \vec{E}) - \nabla^2 \vec{E} \quad (3.119)$$

Então, pelos mesmos motivos acima mencionados, a equação 3.119 torna-se:

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{E}) = -\nabla^2 \vec{E} \quad (3.120)$$

Para o lado direito da equação 3.120 tem-se que:

$$-\nabla \times \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\frac{\partial \nabla \times \vec{B}}{\partial t} = -\frac{\partial \mu \nabla \times \vec{H}}{\partial t} = -\mu \frac{\partial \vec{J}}{\partial t} = -\mu \sigma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (3.121)$$

Substituindo-se 3.120 e 3.121 em 3.116 encontra-se que:

$$\nabla^2 \vec{E} = \sigma \mu \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (3.122)$$

#### 3.1.2.4.4 Equação da Densidade de Corrente Elétrica

A equação de  $J$  é obtida a partir de  $\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$  substituindo-se  $E$  por  $\frac{J}{\sigma}$ , então [6]:

$$\frac{1}{\sigma} \nabla^2 \vec{J} = \mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \quad (3.123)$$

Aplicando-se novamente o rotacional em ambos os lados da equação tem-se:

$$\nabla \times \nabla \times \vec{J} = -\mu \sigma \frac{\partial \nabla \times \vec{H}}{\partial t} \quad (3.124)$$

No lado esquerdo usa-se a relação de que  $\nabla \cdot \vec{J} = 0$  então:

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{J}) = \nabla (\nabla \cdot \vec{J}) - \nabla^2 \vec{J} = -\nabla^2 \vec{J} \quad (3.125)$$

E, logo:

$$\nabla^2 \vec{J} = \mu \sigma \frac{\partial \vec{J}}{\partial t} \quad (3.126)$$

#### 3.1.2.4.5 Solução das Equações

As equações 3.116, 3.122, 3.123 e 3.126 tem a mesma forma geral, sendo escritas como:

$$\nabla^2 \vec{P} = \mu \sigma \frac{\partial \vec{P}}{\partial t} \quad (3.127)$$

Onde  $P$  é um vetor qualquer que representa  $H$ ,  $B$ ,  $E$  ou  $J$  nas respectivas equações. Buscando uma solução geral, aplicando para os quatro vetores uma forma explicita para a componente  $x$  do vetor  $P$  chega-se a:

$$\frac{\partial^2 P_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 P_x}{\partial z^2} = \mu\sigma \frac{\partial P_x}{\partial t} \quad (3.128)$$

A solução para essa equação é de difícil obtenção. Para entender a complexidade dessa equação é necessário lembrar que essa equação já é resultado de se assumir que o material apresenta uma linearidade e isotropia, o que não é uma verdade prática; por outro lado é importante lembrar que existem ainda duas outras equações similares à equação 3.128 para as componentes  $y$  e  $z$  do vetor  $P$ . Por essa razão, a análise dessa equação é, nesse caso, limitada para um caso simples. Inicialmente, assume-se que o campo é senoidal. Usando a variável  $J$  da densidade de corrente, a notação complexa é dada por [91] [92]:

$$\vec{J} = \vec{J}_0 e^{j\omega t} \quad (3.129)$$

$J_0$  é a amplitude da onda senoidal da densidade de corrente elétrica, podendo ter sua relação derivativa expressa por:

$$\frac{\partial \vec{P}}{\partial t} = j\omega \vec{J}_0 e^{j\omega t} = j\omega \vec{J} \quad (3.130)$$

Substituindo-se a equação 3.127 tem-se que:

$$\nabla^2 \vec{J} - j\mu\sigma\omega \vec{J} = 0 \quad (3.131)$$

Utilizando-se a variável profundidade de penetração  $\delta$ , a saber:  $\delta = \sqrt{\frac{2}{\sigma\mu\omega}}$ , a equação 3.131 torna-se:

$$\nabla^2 \vec{J} - \frac{j2}{\delta^2} \vec{J} = 0 \quad (3.132)$$

Essa equação 3.132 é ainda de difícil solução e precisa de simplificações para resolução. Assim, é assumido que o condutor é composto por um bloco semi-infinito com uma superfície formada pelo plano  $xy$ . Considera-se então um campo elétrico senoidal de intensidade  $E_0$ , coincidente com a direção  $O_x$  na superfície do bloco condutor.

Uma vez que a componente tangencial da intensidade do campo elétrico é contínua, a mesma intensidade de campo elétrico existe em regiões do bloco abaixo da superfície do condutor, essa pode ser associada com o vetor densidade de corrente elétrica, onde  $J_0 = \sigma E_0$ . Com essa associação,  $\vec{J}$  tem apenas componente na direção  $x$  e sua variação apenas na direção  $z$ . Com isso a equação 3.127 assume a forma de [91]:

$$\nabla^2 J_x(z) - \frac{j2}{\delta^2} J_x(z) = 0 \quad (3.133)$$

A solução para a equação é:

$$J_x(z, t) = J_0 e^{-z/\delta} \cos(\omega t - z/\delta) \quad (3.134)$$

Nessa equação 3.134 as variáveis são consideradas:

- A amplitude da densidade de corrente elétrica,  $J_0 e^{-z/\delta}$ .
- A fase da densidade de corrente elétrica,  $\cos(\omega t - z/\delta)$ .

À medida que o campo vai penetrando no material condutor, a amplitude de  $J$  decresce exponencialmente, e ocorre a mudança progressiva de fase. Quando a profundidade de penetração é atingida, ou seja, quando  $z = \delta$ , tem-se:

$$J_x(z, t) = J_0 e^{-z/\delta} = J/e = 0,37 J_0 \quad (3.135)$$

Para efeitos práticos,  $J$  pode ser desprezado para  $z \geq 3\delta$ . Considerando ainda a profundidade de penetração, fica claro que quanto maior a frequência menor será a profundidade de penetração. Similarmente, uma alta condutividade elétrica e/ou uma alta permeabilidade magnética (em materiais ferromagnéticos) causa uma menor profundidade de penetração do campo [91] [92].

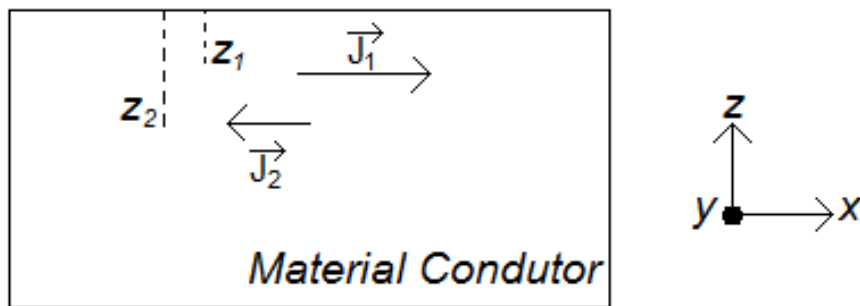
Como a fase  $-z/\delta$  varia com  $z$ , se for definido um referencial de fase igual a zero para quando  $z=0$ , ou seja, na superfície do condutor, pode-se escrever  $\cos(\omega t - 0)$ ; para um outro ponto abaixo da superfície, onde  $z \neq 0$ , pode ser escrito que  $\cos(\omega t - \alpha)$ , como por exemplo:

$$\text{Para } z = z_1, \quad \omega t - z_1/\delta = 0^\circ \quad \therefore \quad J_1 = J_0 e^{-z_1/\delta} \quad (1)$$

$$\text{Para } z = z_2, \quad \omega t - z_2/\delta = 180^\circ \quad \therefore \quad J_2 = J_0 e^{-z_2/\delta} \quad (-1)$$

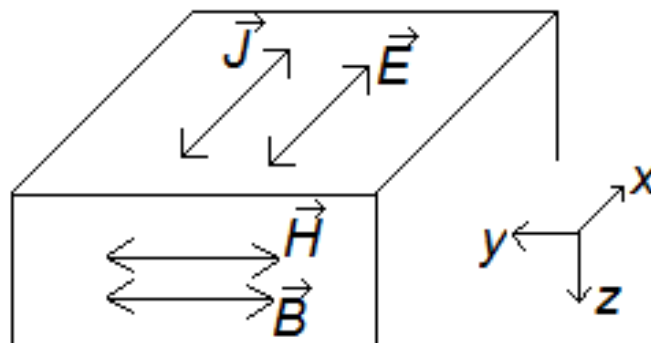
A figura 61 mostra uma representação dos vetores  $J$  para  $z = z_1$  e  $z = z_2$ . Os vetores de  $J$  estão em direções opostas, contudo  $J_2$  tem sua intensidade menor que  $J_1$  devido ao efeito exponencial de atenuação da amplitude à medida que o campo entra no material. Para essa geometria e considerando-se o tempo, a equação de  $J$  fica dada por:

$$J(x, t) = J_0 e^{-z/\delta} \cos(\omega t - z/\delta) \quad (3.136)$$



**Figura 61** Relação entre a amplitude da densidade de corrente elétrica induzida para duas localizações ao longo da profundidade do material [91].

Outro ponto que deve ser mencionado é que os vetores  $H$  e  $B$  são perpendiculares a  $J$  e  $E$  como definido pela relação rotacional  $\nabla \times \vec{H} = \vec{J}$ , mostrado na figura 62.



**Figura 62** Relação entre o campo elétrico e magnético na forma vetorial em um material condutor. A intensidade de campo elétrico e a densidade de corrente elétrica são perpendiculares à intensidade do campo magnético [91].

É importante constatar que em dispositivos eletromagnéticos as estruturas onde campos elétricos e magnéticos são penetrados são geralmente mais largas do que constatado e calculado em resoluções teóricas para a profundidade de penetração. Isso se justifica pelo fato de que o cálculo de  $\delta$  aqui apresentado traz uma formulação simplificada, logo apresenta erros no cálculo, ainda que aceitáveis. Se o equacionamento estabelecido para  $\delta$  fosse feito a partir de equacionamentos exatos, sem erros, ter-se ia uma formulação muito complexa e praticamente de solução não possível por métodos analíticos.

Outro detalhe importante dessa formulação para a profundidade de penetração é que se assume que as excitações de campo são senoidais, o que é uma verdade na maioria dos dispositivos eletromagnéticos de corrente alternada. Contudo, a formulação de  $\delta$  também é

válida para dispositivos com excitação não senoidal desde que o sinal de excitação seja então decomposto em séries de senos, possibilitando assim a aplicação desse conceito, sempre, é claro, dando uma atenção especial à frequência fundamental [91] [92].

### 3.1.2.4.6 Perdas por Correntes Induzidas no Secundário

Diz-se que um material ferromagnético submetido à variação de campo magnético no tempo apresenta um laço de corrente elétrica induzida, causando perdas no núcleo devido ao efeito Joule. Essas perdas são diretamente proporcionais à condutividade elétrica do material do núcleo.

O conceito de núcleo ferromagnético manufaturado a partir de lâminas é introduzido com o propósito de minimizar o fluxo da corrente elétrica induzida, criando para essa um caminho de alta resistividade elétrica equivalente. Nesse processo as lâminas são dispostas no sentido preferencial do fluxo magnético, criando a alta resistividade elétrica justamente no plano normal ao fluxo, onde aparecem os laços de corrente induzida.

Conceitualmente essas lâminas têm uma largura no eixo  $x$ ,  $l_x$ , e uma em  $y$ ,  $l_y$ , além de uma espessura em  $z$ ,  $l_z$ , conforme se observa na figura 63 inclusive com a indicação preferencial da densidade de fluxo magnético prevista para essa estrutura. Na lâmina, a densidade de fluxo é paralela ao plano na direção  $O_x$ . Abaixo da saturação magnética do material é possível entender que a densidade de corrente induzida  $J$  não depende de  $x$  ou  $y$ . Isso é mostrado na figura 64 onde a principal componente de  $J$  é na direção  $O_y$ . A partir de

$\vec{J} = \sigma \vec{E}$ , o mesmo é verdade para  $E$  na equação  $\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$  aplicada para esse caso assumindo a forma de [92]:

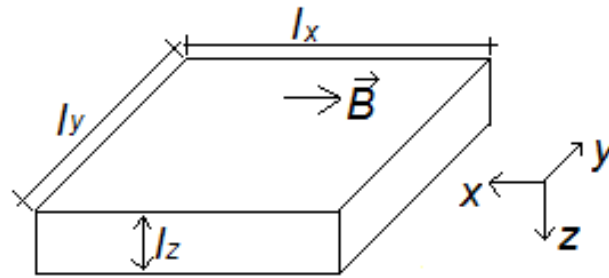
$$\det \begin{bmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & E_y & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{\partial B_x}{\partial t} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.137)$$

Logo:

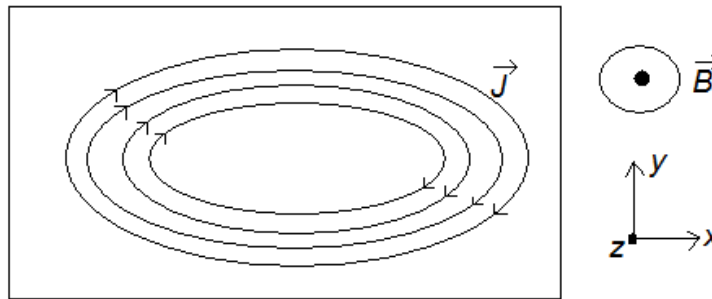
$$\frac{\partial E_y}{\partial z} = \frac{\partial B_x}{\partial t} \quad (3.138)$$

A solução dessa equação resulta em:

$$E_y(z) = \frac{\partial B_x}{\partial t} z \quad (3.139)$$



**Figura 63** Dimensões da lâmina do núcleo e a indicação do caminho preferencial da densidade de fluxo magnético [91].



**Figura 64** Densidade de corrente induzida na placa laminada do núcleo a partir da densidade de fluxo magnético [91].

A potência dissipada em uma placa laminada devido ao efeito Joule é dada por:

$$P_J = \int_V \sigma E_y^2 dV \quad (3.140)$$

Onde  $V$  é o volume da placa,  $P_J$  são as perdas devido ao efeito Joule,  $\sigma$  é a condutividade do material da lâmina e  $E_y$  é o campo elétrico induzido na direção  $y$ .

Aplicando-se a equação 3.126 em 3.127 e considerando-se que  $V = l_x l_y l_z$  tem-se:

$$P_J = \sigma \left( \frac{\partial B_x}{\partial t} \right)^2 \int_0^{l_x} \int_0^{l_y} \int_{-l_z/2}^{l_z/2} z^2 dx dy dz \quad (3.141)$$

Supondo que  $B_x$  assuma uma forma senoidal variante no tempo onde  $B_x = B_m \cos(\omega t)$

e que  $B_m$  seja o valor de pico de  $B_x$  e admitindo agora que  $\frac{\partial B_x}{\partial t} = -\omega B_m \sin(\omega t)$ , a equação

3.141 torna-se:

$$P_J = \sigma \omega^2 B_m^2 \sin^2(\omega t) l_z^3 l_x l_y \frac{1}{12} \quad (3.142)$$



Normalmente, os valores de perda no núcleo são calculados na média sendo assim o valor de  $\sin^2(\omega t)$  pode ser substituído por  $\frac{1}{2}$  e então  $P_J$  pode ser escrito como:

$$P_J = \frac{1}{24} \sigma \omega^2 B_m^2 l_z^3 l_x l_y \quad (3.143)$$

Dessa expressão podem-se concluir quatro importantes particularidades das perdas por efeito Joule:

- $P_J$  depende diretamente do valor quadrático da espessura da placa laminada.
- $P_J$  depende diretamente do quadrado da frequência.
- Materiais com baixa condutividade elétrica apresentam perdas menores comparados com os de alta resistividade e com as outras características semelhantes.
- Em dispositivos eletromagnéticos de corrente contínua ou de materiais não condutores elétricos, as perdas por efeito Joule são consideradas nulas.

Outras perdas presentes no núcleo ferromagnético devido à variação do campo é a perda por histerese, contudo para baixas frequências e para materiais com alta permeabilidade magnética essa perda é muito pequena em comparação com as perdas por efeito Joule [91].

A equação que representa  $J_x(z, t)$  fazendo uma relação também com a fase, contudo essa expressão pode ser escrita com:

$$J_x(z, t) = J_0 e^{-z/\delta} e^{-jz/\delta} \quad (3.144)$$

Sendo assim, as perdas por efeito Joule podem ser calculadas relacionando o vetor  $J_x$  através de:

$$P_J = l_y^2 \int_0^\infty \frac{J_x^2}{\sigma} dz = \frac{J_0^2 l_y^2}{\sigma} \int_0^\infty e^{-2z/\delta} dz \quad (3.145)$$

$$P_J = \frac{l_y^2 J_0^2 \delta}{2\sigma} \quad (3.146)$$

Sendo assim, o valor de  $J_0$  pode ser escrito através de

$$J_0 = \sqrt{\frac{2P_J \sigma}{l_y^2 \delta}} \quad (3.147)$$

Substituindo a equação 3.143 em 3.147  $J_0$  fica:

$$J_0 = \sigma \omega B_m l_z \sqrt{\frac{l_z l_x}{12 l_y \delta}} \quad (3.148)$$

### 3.1.3 Análise no Domínio Tempo

Uma atenção especial na modelagem de campos magnéticos tem de ser despendida para a variável tempo e as correntes induzidas oriundas dessa variação em regiões onde estão concentrados condutores elétricos. O campo dentro de tal região satisfaz a equação de difusão que pode ser expressa em termos de intensidade magnética, campo magnético, densidade de corrente elétrica ou vetor potencial, tendo a mesma forma expressa como:

$$\nabla^2 A = \sigma \mu_r \mu_0 \frac{\partial A}{\partial t} \quad (3.149)$$

O Laplaciano  $\nabla^2$  tem a idêntica fórmula aplicada nas equações de Laplace e de Poisson e, assim, em termos de densidade de fluxo magnético, a forma cartesiana de equação de difusão é dada por:

$$\frac{\partial^2 B}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 B}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 B}{\partial z^2} = \sigma \mu_r \mu_0 \frac{\partial B}{\partial t} \quad (3.150)$$

No método de separação de variáveis, até agora desenvolvido, pode ser também incluído a variável temporal nas equações de Laplace e de Poisson, uma vez que a resultante do campo depende do tempo [84] [90].

#### 3.1.3.1 Tratamento no Domínio Tempo

Das características operacionais do Atuador Planar de Indução sabe-se que a fonte de excitação primária é alternada, trifásica e equilibrada, sendo assim, esse efeito implicará diretamente na forma temporal da componente  $z$  da densidade de fluxo magnético no entreferro em cada uma das partes que formam o núcleo ferromagnético primário da estrutura.

A análise teórica, até o presente momento, preocupou-se em fazer o equacionamento da grandeza em análise de forma invariável no tempo, ou seja, de forma estática e para apenas uma face polar do núcleo do primário, devido à simetria no comportamento do campo magnético e da forma construtiva para a estrutura. As equações que descrevem o comportamento da tensão elétrica aplicada em cada uma das fases são dadas por:

$$\begin{aligned} E_{faseA} &= E_0 \text{sen}(\omega t) \\ E_{faseB} &= E_0 \text{sen}\left(\omega t + \frac{2}{3}\pi\right) \\ E_{faseC} &= E_0 \text{sen}\left(\omega t + \frac{4}{3}\pi\right) \end{aligned} \quad (3.151)$$

O que equivale a dizer que a corrente elétrica de excitação do primário, considerando que a resistência elétrica dos condutores dos enrolamentos é igual a zero, é dada por:

$$\begin{aligned} I_{faseA} &= I_0 \text{sen}(\omega t + \varphi) \\ I_{faseB} &= I_0 \text{sen}\left(\omega t + \frac{2}{3}\pi + \varphi\right) \\ I_{faseC} &= I_0 \text{sen}\left(\omega t + \frac{4}{3}\pi + \varphi\right) \end{aligned} \quad (3.152)$$

Corrente elétrica essa que gera o campo magnético primário e secundário e que está em fase com esses, de forma aproximada e onde  $E_0$  e  $I_0$  são valores máximos de tensão e corrente elétrica, respectivamente, aplicada nas bobinas do primário e  $\varphi$  o ângulo de defasagem da corrente elétrica em relação à tensão elétrica, supondo a mesma defasagem em cada uma das fases do sistema trifásico [90].

Geralmente, as questões que envolvem dependência temporal são bastante complexas quanto ao tratamento matemático que as envolve devido à grande quantidade de efeitos e fenômenos que essa condição oferece ao dispositivo. Sendo assim, a proposta para essa solução fundamenta-se em multiplicar uma equação temporal a solução de campo já desenvolvida, considerando-se uma possível solução, em termos de vetor potencial, na equação 3.147 em coordenadas  $x$ ,  $y$  e  $z$ , assumindo a forma de:

$$\vec{A}(x, y, z, t) = \vec{S}(x, y, z)T(t) \quad (3.153)$$

Substituindo-se essa equação 3.153 em 3.150 tem-se:

$$\nabla^2 A(x, y, z, t) = \sigma\mu_r\mu_0 \cdot \frac{\partial A(x, y, z, t)}{\partial t} \quad (3.154)$$

$$\nabla^2 S(x, y, z)T(t) = \sigma\mu_r\mu_0 \frac{\partial S(x, y, z)T(t)}{\partial t} \quad (3.155)$$

Simplificando,

$$\nabla^2 ST = \sigma\mu_r\mu_0 \frac{\partial(ST)}{\partial t} \quad (3.156)$$

Separando-se as equações nos dois lados da igualdade chega-se que:

$$\frac{1}{S} \nabla^2 S = \sigma\mu_r\mu_0 \frac{1}{T} \frac{\partial T}{\partial t} = -k^2 \quad (3.157)$$

Onde  $k^2$  é uma constante de separação que independe de  $x$ ,  $y$ ,  $z$  e  $t$ . Da equação 3.154 escreve-se que:

$$\sigma\mu_r\mu_0 \frac{1}{T} \frac{\partial T}{\partial t} = -k^2 \quad (3.158)$$

Considerando-se que  $\gamma^2 = (\sigma\mu_r\mu_0)^{-1}$ , a equação 3.157 pode ser escrita como:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + k^2\gamma^2 T = 0 \quad (3.159)$$

Assumindo-se uma forma geral para  $T$ , considera-se que:

$$T = Ke^{-k^2\gamma^2 t} \quad (3.160)$$

Onde  $k$  é uma constante que depende das particularidades do campo. A parte da solução da equação em coordenadas espaciais  $(x,y,z)$  torna-se similar à equação

$$\nabla^2 S + k^2 S = 0 \quad (3.161)$$

Nesse caso matemático em análise,  $K$  pode ser igualado a um, tendo em vista que a amplitude do campo já é modelada em outra circunstância nessa análise. Assim sendo, em regime permanente, para uma determinada frequência de excitação, as variações temporais, por fase, podem ser expressas como  $e^{j\omega t}$ , podendo a equação 3.153 ser escrita como [89] [90]:

$$A(x, y, z, t) = S(x, y, z)e^{j\omega t} \quad (3.162)$$

Substituindo-se essa equação 3.162 na equação 3.153 tem-se que:

$$\nabla^2 S(x, y, z)e^{j\omega t} = \sigma\mu_r\mu_0 \frac{\partial S(x, y, z)e^{j\omega t}}{\partial t} \quad (3.163)$$

Ou ainda,

$$e^{j\omega t}\nabla^2 S(x, y, z) = j\omega\sigma\mu_r\mu_0 e^{j\omega t} S(x, y, z) \quad (3.164)$$

Da equação 3.161 em concordância com a possível solução proposta em 3.162, pode-se concluir que

$$k^2 = -j\omega\sigma\mu_r\mu_0 \quad (3.165)$$

E assim o vetor  $S$  torna-se complexo, resultante de uma magnitude e de uma fase imposta pelas condições temporais que vem sendo analisadas. Das Equações de Maxwell, considerando-se a variação de campo elétrico nas proximidades de um material condutor tem-se que:

$$\nabla \times \vec{B} = \mu\epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \mu\sigma \vec{E} \quad (3.166)$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (3.167)$$

Aplicando-se o rotacional nas equações 3.166 e 3.167, pode-se chegar a

$$\nabla^2 E = \mu\epsilon \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} + \mu\sigma \frac{\partial E}{\partial t} \quad (3.168)$$

$$\nabla^2 B = \mu\epsilon \frac{\partial^2 B}{\partial t^2} + \mu\sigma \frac{\partial B}{\partial t} \quad (3.169)$$

Para uma solução de onda de campo em função do tempo, a equação de  $B$  pode assumir a seguinte forma:

$$B_t(z, t) = B_{ot} e^{j(\tilde{k}z - \omega t)} \quad (3.170)$$

O valor de  $\tilde{k}$  assume a forma complexa dada por:

$$\tilde{k} = \mu\epsilon\omega^2 + j\mu\sigma\omega \quad (3.171)$$

O valor de  $\tilde{k}$  pode ser separado em duas parcelas, uma real,  $\tilde{k}_1$ , e outra imaginária,  $\tilde{k}_2$ , e seu valor escrito, após a extração da raiz quadrada como:

$$\tilde{k} = \tilde{k}_1 + \tilde{k}_2 \quad (3.172)$$

Onde:

$$\tilde{k}_1 = \omega \sqrt{\frac{\epsilon\mu}{2}} \left[ \sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\epsilon\omega}\right)^2} + 1 \right]^{1/2} \quad (3.173)$$

$$\tilde{k}_2 = \omega \sqrt{\frac{\epsilon\mu}{2}} \left[ \sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\epsilon\omega}\right)^2} - 1 \right]^{1/2} \quad (3.174)$$

A parte imaginária de  $\tilde{k}$  resulta em uma atenuação (decrecendo a amplitude com o incremento de  $z$ ), sendo assim, a equação de  $B_t$  torna-se:

$$B_t = B_{ot} e^{-\tilde{k}_2 z} e^{j(\tilde{k}_1 z - \omega t)} \quad (3.175)$$

O valor complexo de  $\tilde{k}$  também pode ser expresso por um termo em função de módulo e fase, sendo dado por:

$$\tilde{k} = K e^{j\phi} \quad (3.176)$$

Onde

$$K = |\tilde{k}| = \sqrt{\tilde{k}_1^2 + \tilde{k}_2^2} = \omega \sqrt{\epsilon\mu} \sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\epsilon\omega}\right)^2} \quad (3.177)$$

$$E \quad \phi = \arctan\left(\frac{\tilde{k}_2}{\tilde{k}_1}\right) \quad (3.178)$$

Como já se sabe de outras considerações teóricas, o vetor campo elétrico encontra-se com suas coordenadas perpendiculares ao vetor intensidade magnética, desta forma, se o vetor  $E_t(z, t)$  for definido no eixo  $x$ , por analogia o vetor  $B_t(z, t)$  encontra-se no eixo  $y$ . Segundo a

mesma linha de raciocínio antes estabelecida para o vetor  $B_t$ ,  $E_t$  pode ser escrito como [89]  
[90]:

$$E_t(z, t) = E_{ot} e^{-\tilde{k}_2 z} e^{j(\tilde{k}_1 z - \omega t)} \hat{x} \quad (3.179)$$

E então, considerando-se que  $B_{ot} = \frac{\tilde{k}}{\omega} E_{ot}$ , pode-se obter que:

$$B_t(z, t) = \frac{\tilde{k}}{\omega} E_{ot} e^{-\tilde{k}_2 z} e^{j(\tilde{k}_1 z - \omega t)} \hat{y} \quad (3.180)$$

Adotando-se que as variáveis  $E_{ot}$  e  $B_{ot}$  possuem módulo e fase, uma vez que também são oriundas da variável temporal, ainda que em seu valor de pico, essa decomposição estabelece que:

$$E_{ot} = E_o e^{j\delta_E} \quad (3.181)$$

$$B_{ot} = B_o e^{j\delta_B} \quad (3.182)$$

Onde  $E_o$  e  $B_o$  são os valores em módulo das suas respectivas grandezas  $\delta_E$  e  $\delta_B$  são os ângulos das fases referentes a  $E$  e  $B$  respectivamente. Considerando-se que  $B_{ot} = \frac{\tilde{k}}{\omega} E_{ot}$  e a equação 3.176 pode-se estabelecer a relação de que:

$$B_o e^{j\delta_B} = \frac{K \cdot e^{j\phi}}{\omega} E_o e^{j\delta_E} \quad (3.183)$$

Evidentemente, os campos elétricos e magnéticos não estão em fase, e a relação de  $\phi$  pode ser feita em:

$$\phi = \delta_B - \delta_E \quad (3.184)$$

Essa relação da equação 3.184 mostra que o campo magnético pode estar defasado em relação ao campo elétrico. Entretanto, a amplitude de  $E$  e  $B$  podem ser relacionadas como:

$$\frac{B_o}{E_o} = \frac{K}{\omega} = \sqrt{\epsilon\mu} \sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\epsilon\omega}\right)^2} \quad (3.185)$$

Considerando-se isso e aplicando-se a equivalência e Euler na equação  $B_t(z, t)$  é possível determinar que a parte real do campo magnético, considerando-se apenas a parcela do tempo e a respectiva influência em  $z$ , para o efeito no eixo de coordenada  $y$  é dada por [32]:

$$B_t(z, t) = B_o e^{-Kz} \cos(\tilde{k}_1 z - \omega t + \delta_E + \phi) \quad (3.186)$$

### 3.1.4 Densidade de Fluxo Magnético Total

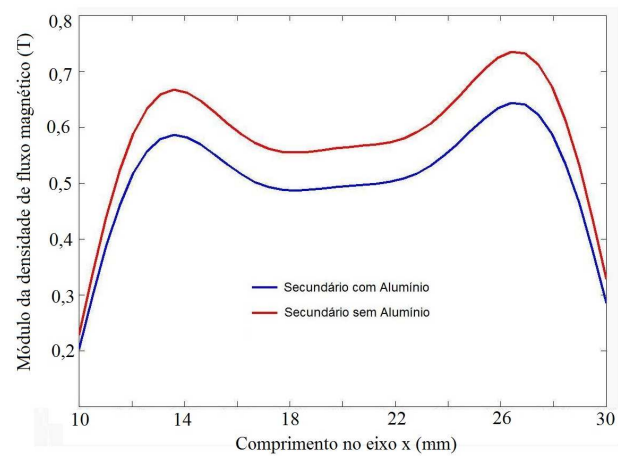
Como mencionado anteriormente, as forças produzidas no atuador planar de indução são oriundas, principalmente, dos efeitos de densidade de fluxo magnético da componente  $z$ . Sendo assim, essa análise limita-se a estabelecer o equacionamento da componente  $z$  da densidade de fluxo magnético no entreferro, ou seja, na região de ar que separa o primário do secundário. Essa grandeza é resultante da combinação da ação de campo magnético produzido pela fonte primária de excitação e do campo magnético produzido no secundário em virtude das correntes elétricas nele induzidas. Para essa análise foi considerado que os campos magnéticos têm um comportamento linear, haja vista que os campos produzidos pelo atuador ficam bastante abaixo da densidade de fluxo magnético especificado para a saturação dos materiais envolvidos.

Assim sendo, a componente  $z$  do vetor densidade de fluxo magnético total no entreferro é resultante da soma entre a componente  $z$  do vetor densidade de fluxo magnético produzido na fonte primária de excitação e a componente  $z$  do vetor densidade de fluxo magnético estabelecido pela corrente induzida no secundário. O entreferro do API em estudo compreende a região entre as fronteiras G e A, ou seja, entre os planos  $z=la$  e  $z=lg$ , onde a equação da componente  $z$  do vetor densidade de fluxo magnético total  $B_{Tg_z}^{AG}$  é dada por:

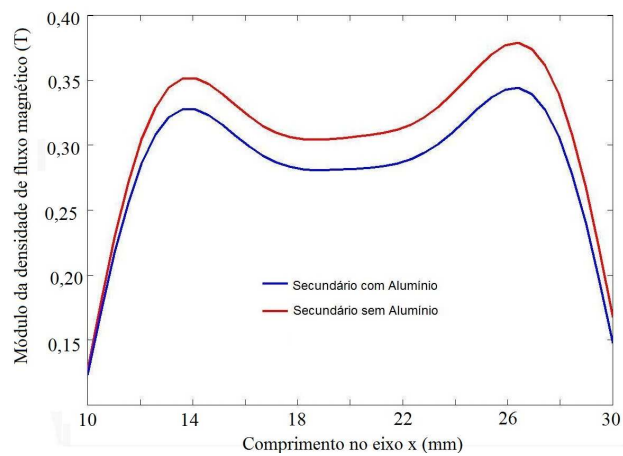
$$B_{Tg_z}^{AG} = (B_{g_z}(x, y, z) + B_{g_x}(y, z))B_t(z, t) \quad (3.187)$$

Os gráficos das figuras 65 e 66 se referem à densidade de fluxo magnético resultante no entreferro do atuador planar de indução, nas três regiões calculadas para os dois casos considerados.

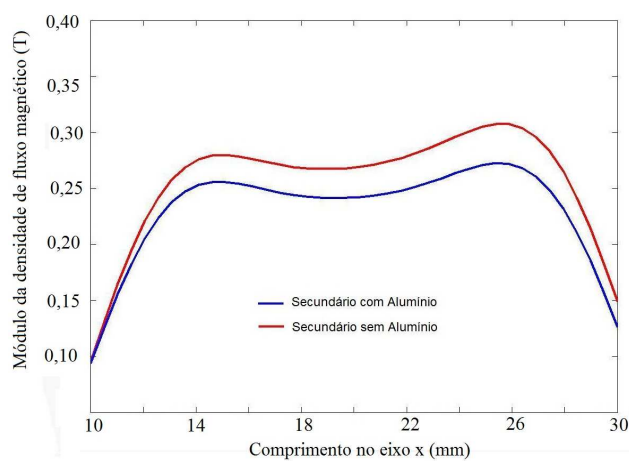
Os gráficos da figura 67 mostram, de forma bidirecional, as linhas de densidade de fluxo magnético no entreferro do API nas três regiões calculadas, para os dois casos, ficando dessa forma caracterizado uma comparação entre as seis situações analisadas para cada uma das regiões de levantamento de resultados, com o objetivo de poder mostrar o que cada efeito de campo magnético contribui para a formação da densidade de fluxo magnético total no entreferro.



(a)



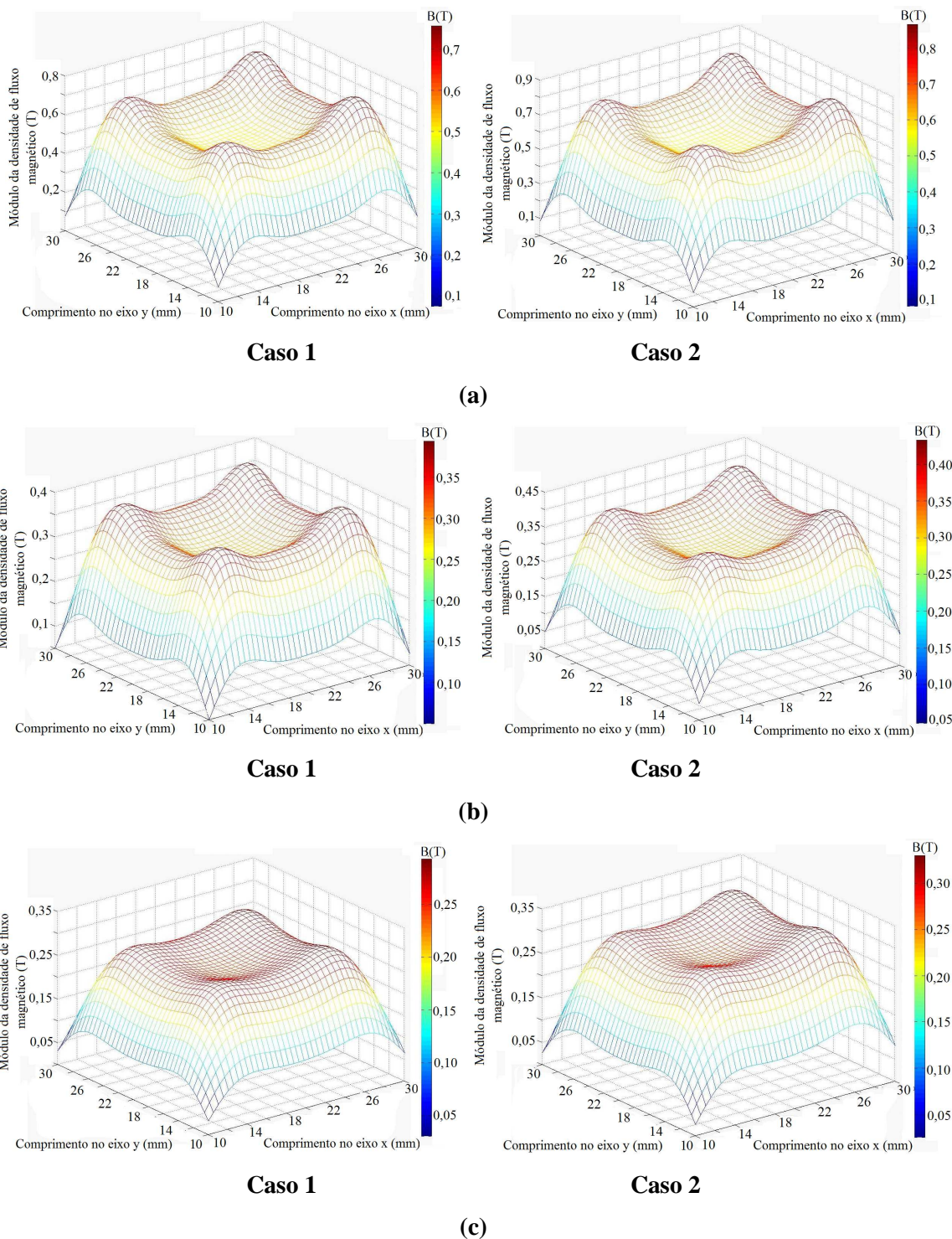
(b)



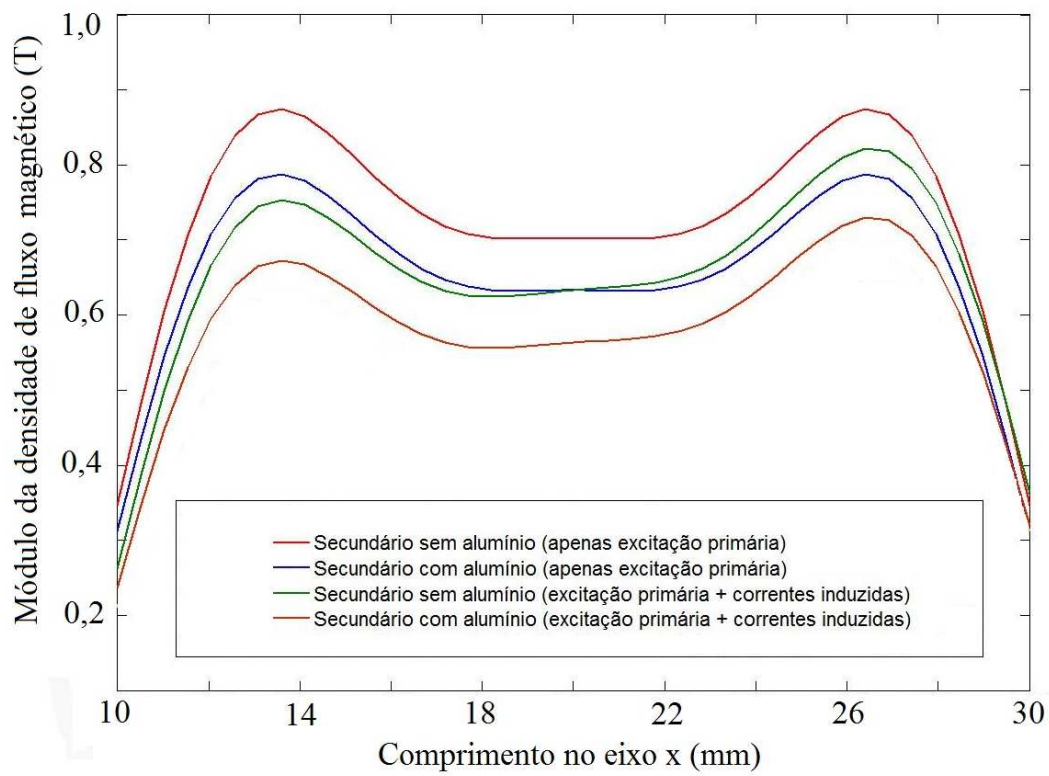
(c)

**Figura 65 Gráficos da componente z do vetor densidade de fluxo magnético na linha central de um dos dentes do primário, para os dois casos examinados, em três diferentes posições do entreferro: (a) rente ao primário; (b) a 0,5mm do primário e (c) a 1mm do primário. Enrolamento x excitado de forma trifásica com 3 A eficaz, a 60 Hz.**

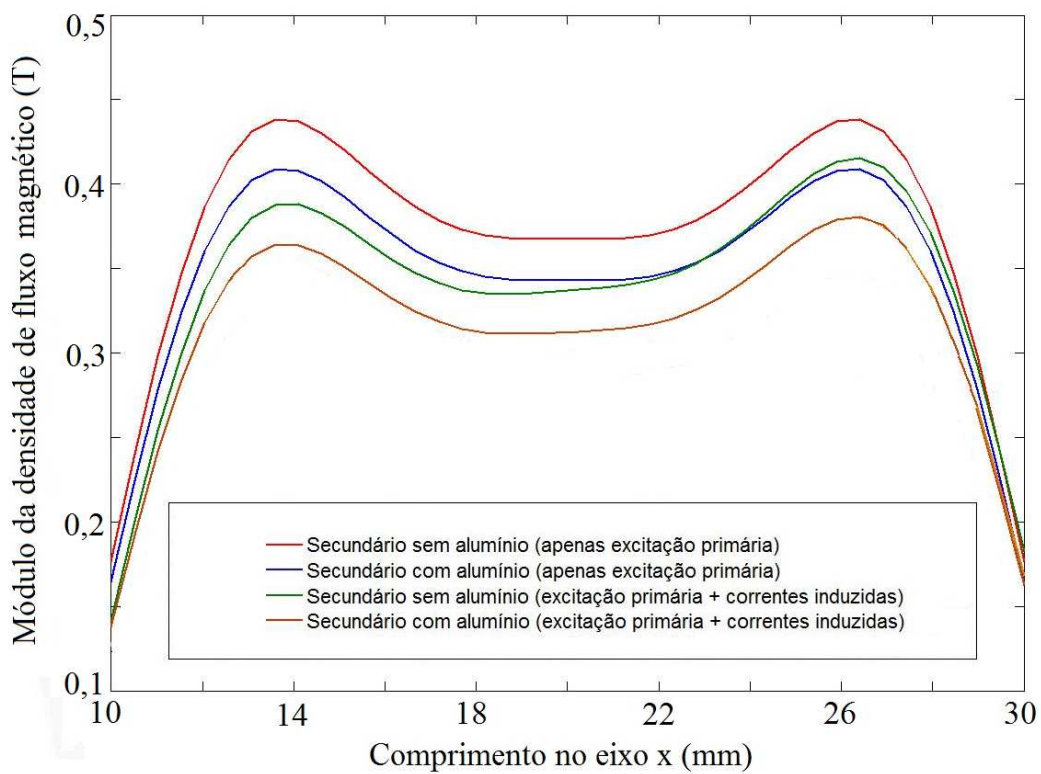




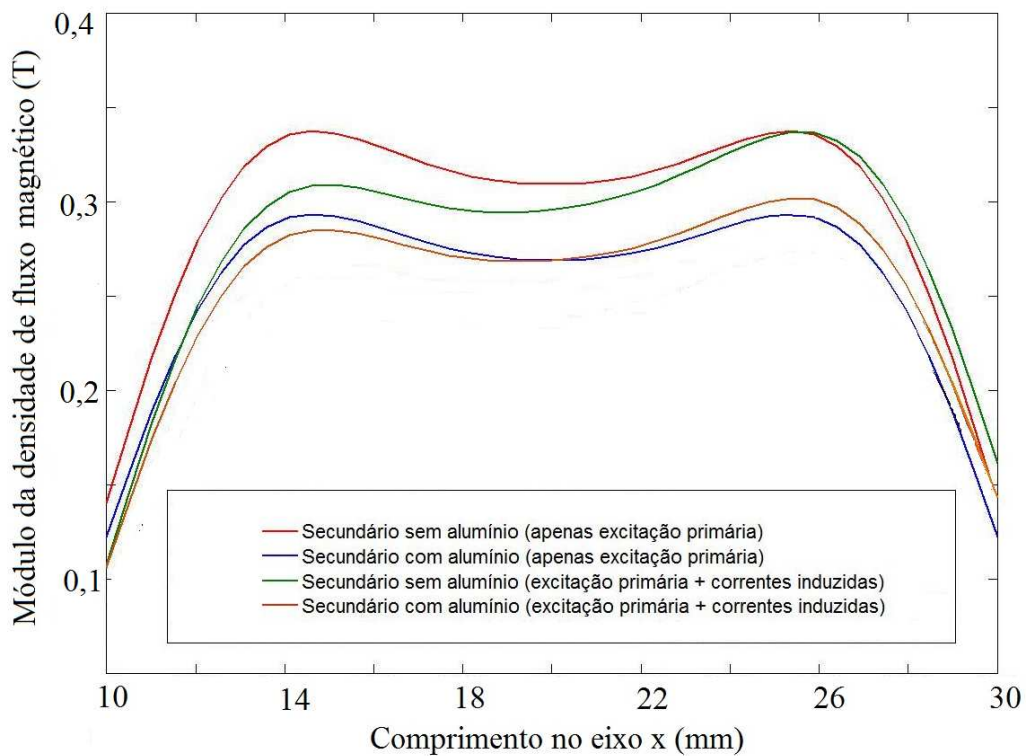
**Figura 66** Gráficos da componente z do vetor densidade de fluxo magnético, sob um dente do primário, calculados para os dois casos em estudo, em três diferentes posições do entreferro: (a) rente ao primário; (b) no centro no entreferro e (c) rente ao secundário. Enrolamento  $x$  excitado de forma trifásica com 3 A eficaz, a 60 Hz.



(a)



(b)



(c)

**Figura 67** Comparação da resultante das seis situações analisadas na forma de gráficos da componente z do vetor densidade de fluxo magnético na linha central de um dos dentes do primário, para os dois casos examinados, em três diferentes posições do entreferro: (a) rente ao primário; (b) no centro no entreferro e (c) rente ao secundário. Enrolamento x excitado de forma trifásica com 3 A eficaz, a 60 Hz.

### 3.2 FLUXO MAGNÉTICO RESULTANTE DE EXCITAÇÃO

O fluxo magnético  $\phi$  cruzando uma superfície  $S$  é o resultado da integral de superfície da componente normal da densidade de fluxo magnético  $B$ , dado por:

$$\phi = \int_S \vec{B} \circ d\vec{S} \quad (3.188)$$

Onde  $A$  é a área da seção sobre a qual densidade de fluxo magnético é considerada.

É possível ainda saber que a integral da densidade de fluxo magnético através de uma superfície fechada é igual a zero, representada por:

$$\oint_S \vec{B} \circ d\vec{S} = 0 \quad (3.189)$$

Se for considerado que o fluxo magnético é uniforme na área superficial onde  $B$  é normal, a equação 3.188 pode ser escrita como:

$$\phi_C = B_C A_C \quad (3.190)$$

Onde  $\phi_C$  é o fluxo no núcleo ferromagnético;  $B_C$  é a densidade de fluxo magnético no núcleo e  $A_C$  é a área de seção transversal no núcleo.

Admitindo-se que o fluxo é igual em todo o circuito magnético, pode-se escrever que:

$$\phi = B_C A_C \quad (3.191)$$

Ou ainda, dentro dessa consideração, diz-se que:

$$\phi = B_g A_g \quad (3.192)$$

Onde o subíndice  $g$  representa a região do entreferro. A força magnetomotriz  $\mathfrak{S}$  de um circuito magnético pode ser escrita com:

$$\mathfrak{S} = Ni = \oint \vec{H} \circ d\vec{l} \quad (3.193)$$

Onde  $N$  é o número de espiras por bobina,  $i$  é a corrente elétrica que circula pela bobina,  $H$  é o campo magnético e  $l$  é o comprimento do percurso feito pelo campo no circuito magnético. Considerando-se um comportamento linear do campo magnético, a equação 3.193 pode ser escrita como:

$$\mathfrak{S} = H_C l_C + H_g l_g \quad (3.194)$$

Os subíndices  $C$  e  $g$  representam o núcleo ferromagnético e o entreferro, respectivamente [7][8].

A força magnetomotriz pode ser escrita com:

$$\mathfrak{S} = \frac{B_C}{\mu} l_C + \frac{B_g}{\mu_0} l_g \quad (3.195)$$

Ou ainda, considerando-se que as relutâncias do núcleo e do entreferro podem ser escritas, respectivamente, como  $\mathfrak{R}_C = \frac{l_C}{\mu A_C}$  e  $\mathfrak{R}_g = \frac{l_g}{\mu A_g}$ , a força magnetomotriz pode ser obtida através da fórmula:

$$\mathfrak{S} = \phi \mathfrak{R}_C + \phi \mathfrak{R}_g \quad (3.196)$$

Ou ainda:

$$\mathfrak{S} = \phi \frac{l_C}{\mu A_C} + \phi \frac{l_g}{\mu A_g} \quad (3.197)$$

Nessas condições, o fluxo magnético pode assumir a forma de:

$$\phi = \frac{\mathfrak{S}}{\mathfrak{R}_c + \mathfrak{R}_g} \quad (3.198)$$

Para efeitos de simplificação, muitos autores adotam, e nesse trabalho também será considerado, que a relutância no entreferro é muito superior à relutância no núcleo, podendo essa última ser igualada a zero ou desconsiderada, ficando a relutância magnético do entreferro responsável por representar a relutância total do circuito magnético. Considerando essas premissas, a fórmula do fluxo magnético passa a ser escrita como:

$$\phi = \frac{\mathfrak{S}}{\mathfrak{R}_g} = \frac{\mathfrak{S}\mu_0 A_g}{g} = \frac{Ni}{\mathfrak{R}_g} \quad (3.199)$$

Ainda, por raciocínios similares de equacionamentos, é possível encontrar a equação da indutância  $L$  do sistema magnético através de:

$$L = \frac{NB_c A_c}{i} = \frac{N^2 \mu_0 A_c}{g} \quad (3.200)$$

Em sistemas de corrente alternada, a forma de onda da tensão e do fluxo magnético são aproximadamente senoidais em função do tempo. Assumindo-se uma variação senoidal do fluxo no núcleo variante no tempo, tem-se [7][9]:

$$\phi(t) = \phi_{\max} \text{sen}(\omega t) = A_c B_{\max} \text{sen}(\omega t) \quad (3.201)$$

Onde  $\phi_{\max}$  é a amplitude do fluxo magnético no núcleo, e  $B_{\max}$  é a amplitude da intensidade de fluxo.

Ainda, pela Lei de Faraday, a tensão induzida  $e(t)$  nas espiras do enrolamento de excitação é dada por:

$$e(t) = \omega N \phi_{\max} \cos(\omega t) = E_{\max} \cos(\omega t) \quad (3.202)$$

Onde

$$E_{\max} = \omega N \phi_{\max} = 2\pi f N A_c B_{\max} \quad (3.203)$$

Ainda, o valor *eficaz* da tensão induzida pode ser obtido por:

$$E_{RMS} = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} f N A_c B_{\max} = \sqrt{2} \pi f N A_c B_{\max} \quad (3.204)$$

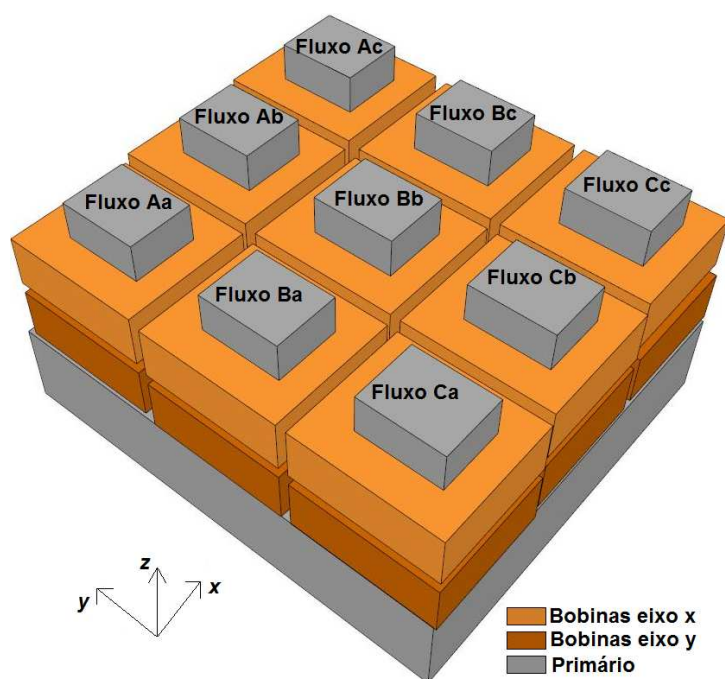
A tensão induzida ainda pode ser escrita através da derivada temporal do fluxo concatenado  $\lambda$ , expressa por:

$$e(t) = \frac{\partial \lambda}{\partial t} = N \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (3.205)$$

### 3.2.1 Fluxo Magnético no Atuador Planar de Indução, por Ranhura

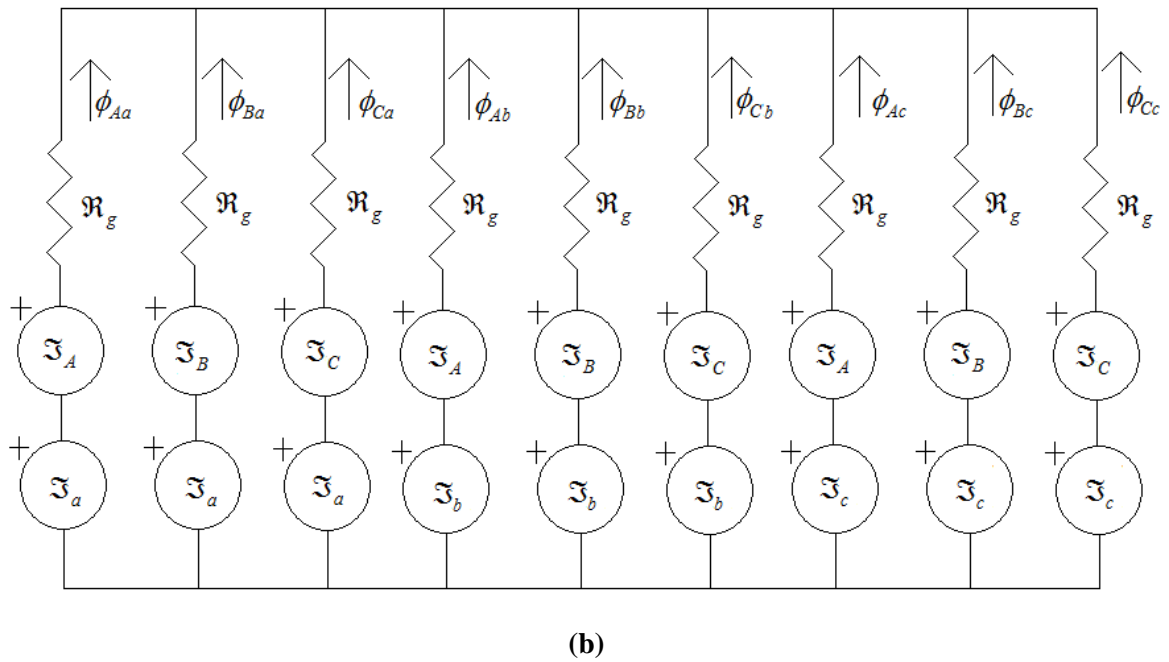
O fluxo magnético resultante em cada dente do primário do atuador planar de indução é formado pela combinação das excitações do enrolamento trifásico disposto no eixo  $x$  e do enrolamento trifásico disposto no eixo  $y$ . É considerado para esta análise que os subíndices com letras em maiúsculo referem-se às componentes oriundas da excitação do enrolamento em  $x$  e os subíndices em letras minúscula, do eixo  $y$ . O equacionamento apresenta-se em termos análogos de circuitos elétricos para melhor entendimento [1] [8].

Inicialmente, assim como acontece na prática, é considerado que cada dente do primário é envolvido por duas bobinas, cada uma dessas bobinas representa uma parte do enrolamento  $x$  ou do enrolamento  $y$ , formando o conjunto de 18 bobinas. Considerou-se ainda que, para efeitos de simplificação, a relutância do circuito magnético apresenta-se toda concentrada no entreferro. A figura 68 apresenta um *layout* de como serão dispostas as variáveis de fluxo magnético no primário, bem com um circuito elétrico equivalente elucidando a disposição das forças magnetomotrizes de cada uma das componentes para cálculo de fluxo.



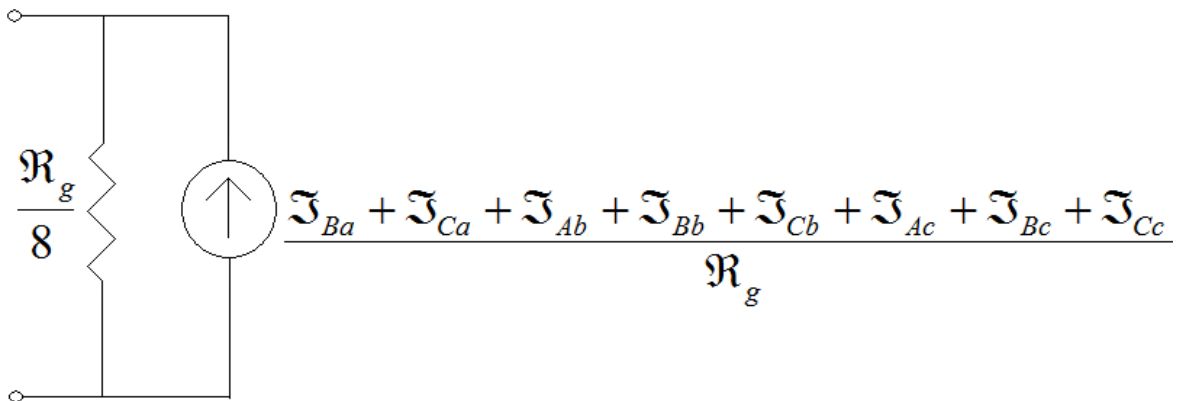
(a)





**Figura 68 (a) Layout da disposição das variáveis de fluxo magnético no primário do atuador planar de indução e (b) Circuito elétrico equivalente.**

É proposto aqui o desenvolvimento do circuito análogo elétrico da figura 69 para que se obtenha o valor de  $\phi_{Aa}$ . Para isso, inicialmente o ramo onde está representado  $\phi_{Aa}$  é retirado do circuito fazendo-se com o restante o Equivalente de Norton, conforme indica a figura 69.



**Figura 69 Equivalente de Norton com referência ao ramo de  $\phi_{Aa}$ .**

Unindo o ramo de  $\phi_{Aa}$  ao circuito equivalente, é possível chegar a um novo circuito elétrico equivalente, representado na figura 70.

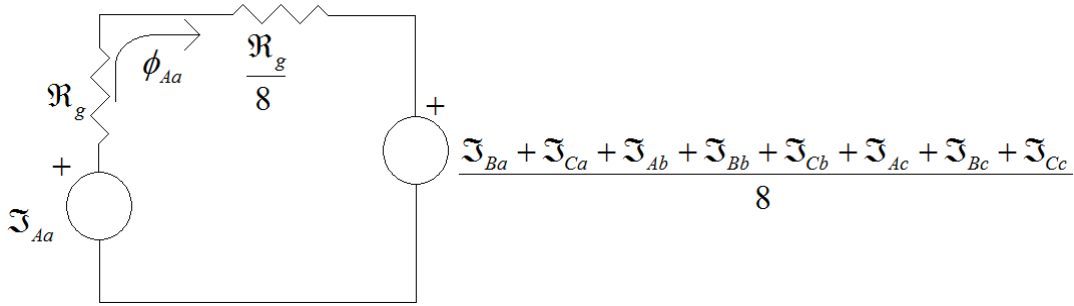


Figura 70 Circuito elétrico equivalente para determinação de  $\phi_{Aa}$ .

Sendo assim,  $\phi_{Aa}$ , pode ser calculado como:

$$\phi_{Aa} = \frac{8\mathfrak{I}_{Aa} - \mathfrak{I}_{Ba} - \mathfrak{I}_{Ca} - \mathfrak{I}_{Ab} - \mathfrak{I}_{Bb} - \mathfrak{I}_{Cb} - \mathfrak{I}_{Ac} - \mathfrak{I}_{Bc} - \mathfrak{I}_{Cc}}{\frac{9}{8}\mathfrak{R}_g} \quad (3.206)$$

$$\phi_{Aa} = \frac{\{8\mathfrak{I}_A + 8\mathfrak{I}_a - \mathfrak{I}_B - \mathfrak{I}_a - \mathfrak{I}_C - \mathfrak{I}_a - \mathfrak{I}_A - \mathfrak{I}_b - \mathfrak{I}_B - \mathfrak{I}_b - \mathfrak{I}_C - \mathfrak{I}_b - \mathfrak{I}_A - \mathfrak{I}_c - \mathfrak{I}_B - \mathfrak{I}_c - \mathfrak{I}_C - \mathfrak{I}_c\}}{\mathfrak{R}_g + \frac{\mathfrak{R}_g}{8}} \quad (3.207)$$

$$\phi_{Aa} = \frac{6\mathfrak{I}_A + 6\mathfrak{I}_a - 3\mathfrak{I}_B - 3\mathfrak{I}_C - 3\mathfrak{I}_b - 3\mathfrak{I}_c}{\frac{9}{8}\mathfrak{R}_g} \quad (3.208)$$

$$\phi_{Aa} = \frac{3(2\mathfrak{I}_A + 2\mathfrak{I}_a - \mathfrak{I}_B - \mathfrak{I}_C - \mathfrak{I}_b - \mathfrak{I}_c)}{9\mathfrak{R}_g} \quad (3.209)$$

Considerando-se que, vetorialmente,  $\mathfrak{I}_A = -\mathfrak{I}_B - \mathfrak{I}_C$  e que  $\mathfrak{I}_a = -\mathfrak{I}_b - \mathfrak{I}_c$ , a equação de  $\phi_{Aa}$ , pode ser escrita como:

$$\phi_{Aa} = \frac{3(3\mathfrak{I}_A + 3\mathfrak{I}_a)}{9\mathfrak{R}_g} \quad (3.210)$$

Ou ainda, simplificando:

$$\phi_{Aa} = \frac{\mathfrak{I}_A + \mathfrak{I}_a}{\mathfrak{R}_g} \quad (3.211)$$

Esse raciocínio de simplificação se aplica aos demais oito fluxos magnéticos resultantes, por dente e após um estudo à luz do equacionamento e resolvendo o sistema de equações propostos através do equivalente de circuito elétrico da figura 67 corroborado com as teorias propostas por autores da área, é possível chegar a equações que mostram o



comportamento do fluxo magnético em cada um dos dentes do primário do API, mostrado no conjunto de equações que segue.

$$\phi_{Aa} = \frac{(\mathfrak{S}_A + \mathfrak{S}_a)}{\mathfrak{R}_g} = \frac{N(I_A + I_a)}{\mathfrak{R}_g} \quad (3.212)$$

$$\phi_{Ba} = \frac{(\mathfrak{S}_B + \mathfrak{S}_a)}{\mathfrak{R}_g} = \frac{N(I_B + I_a)}{\mathfrak{R}_g} \quad (3.213)$$

$$\phi_{Ca} = \frac{(\mathfrak{S}_C + \mathfrak{S}_a)}{\mathfrak{R}_g} = \frac{N(I_C + I_a)}{\mathfrak{R}_g} \quad (3.214)$$

$$\phi_{Ab} = \frac{(\mathfrak{S}_A + \mathfrak{S}_b)}{\mathfrak{R}_g} = \frac{N(I_A + I_b)}{\mathfrak{R}_g} \quad (3.215)$$

$$\phi_{Bb} = \frac{(\mathfrak{S}_B + \mathfrak{S}_b)}{\mathfrak{R}_g} = \frac{N(I_B + I_b)}{\mathfrak{R}_g} \quad (3.216)$$

$$\phi_{Cb} = \frac{(\mathfrak{S}_C + \mathfrak{S}_b)}{\mathfrak{R}_g} = \frac{N(I_C + I_b)}{\mathfrak{R}_g} \quad (3.217)$$

$$\phi_{Ac} = \frac{(\mathfrak{S}_A + \mathfrak{S}_c)}{\mathfrak{R}_g} = \frac{N(I_A + I_c)}{\mathfrak{R}_g} \quad (3.218)$$

$$\phi_{Bc} = \frac{(\mathfrak{S}_B + \mathfrak{S}_c)}{\mathfrak{R}_g} = \frac{N(I_B + I_c)}{\mathfrak{R}_g} \quad (3.219)$$

$$\phi_{Cc} = \frac{(\mathfrak{S}_C + \mathfrak{S}_c)}{\mathfrak{R}_g} = \frac{N(I_C + I_c)}{\mathfrak{R}_g} \quad (3.220)$$

Considerando novamente um sistema de excitação elétrica equilibrada e trifásica, as correntes elétricas podem ser escritas como:

$$I_A = I_{A\max} \cos(\omega_x t) \quad (3.221)$$

$$I_B = I_{B\max} \cos(\omega_x t + 2\pi/3) \quad (3.222)$$

$$I_C = I_{C\max} \cos(\omega_x t + 4\pi/3) \quad (3.223)$$

$$I_a = I_{a\max} \cos(\omega_y t + \alpha) \quad (3.224)$$

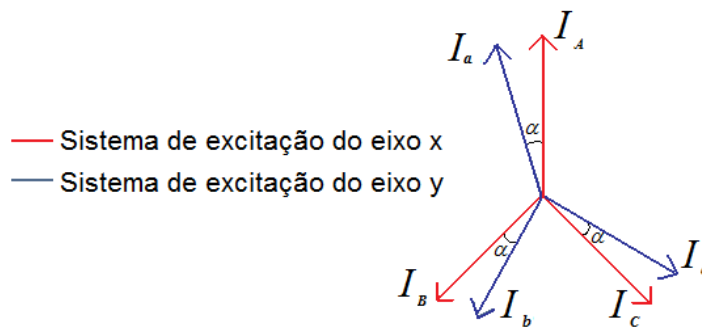
$$I_b = I_{b\max} \cos(\omega_y t + 2\pi/3 + \alpha) \quad (3.225)$$

$$I_c = I_{c\max} \cos(\omega_y t + 4\pi/3 + \alpha) \quad (3.226)$$

Onde  $\omega_x = 2\pi f_x$  e  $\omega_y = 2\pi f_y$ , sendo que  $f_x$  e  $f_y$  são as frequências de excitação do primário para as bobinas do enrolamento do eixo  $x$  e do eixo  $y$ , respectivamente;  $\alpha$  é a diferença angular entre os dois sistemas trifásicos equilibrados de excitação, conforme ilustra a figura 71. Os fasores das correntes elétricas para as três fases são mostrados na figura 70. Também é considerado, nessa análise que as correntes elétricas, no sistema trifásico, apresentam valores em módulo iguais, o que equivale a dizer que:

$$I_A = I_B = I_C = I_x \quad (3.227)$$

$$I_a = I_b = I_c = I_y \quad (3.228)$$



**Figura 71 Defasagem entre os sistemas trifásicos equilibrados de excitação em representação vetorial.**

Reescrevendo as equações de fluxo magnético, tem-se que:

$$\phi_{Aa} = \frac{N}{\mathfrak{R}_g} (I_x \cos(2\pi f_x t) + I_y \cos(2\pi f_y t + \alpha)) \quad (3.229)$$

$$\phi_{Ba} = \frac{N}{\mathfrak{R}_g} (I_x \cos(2\pi f_x t + 2\pi/3) + I_y \cos(2\pi f_y t + \alpha)) \quad (3.230)$$

$$\phi_{Ca} = \frac{N}{\mathfrak{R}_g} (I_x \cos(2\pi f_x t + 4\pi/3) + I_y \cos(2\pi f_y t + \alpha)) \quad (3.231)$$

$$\phi_{Ab} = \frac{N}{\mathfrak{R}_g} (I_x \cos(2\pi f_x t) + I_y \cos(2\pi f_y t + 2\pi/3 + \alpha)) \quad (3.232)$$

$$\phi_{Bb} = \frac{N}{\mathfrak{R}_g} (I_x \cos(2\pi f_x t + 2\pi/3) + I_y \cos(2\pi f_y t + 2\pi/3 + \alpha)) \quad (3.233)$$

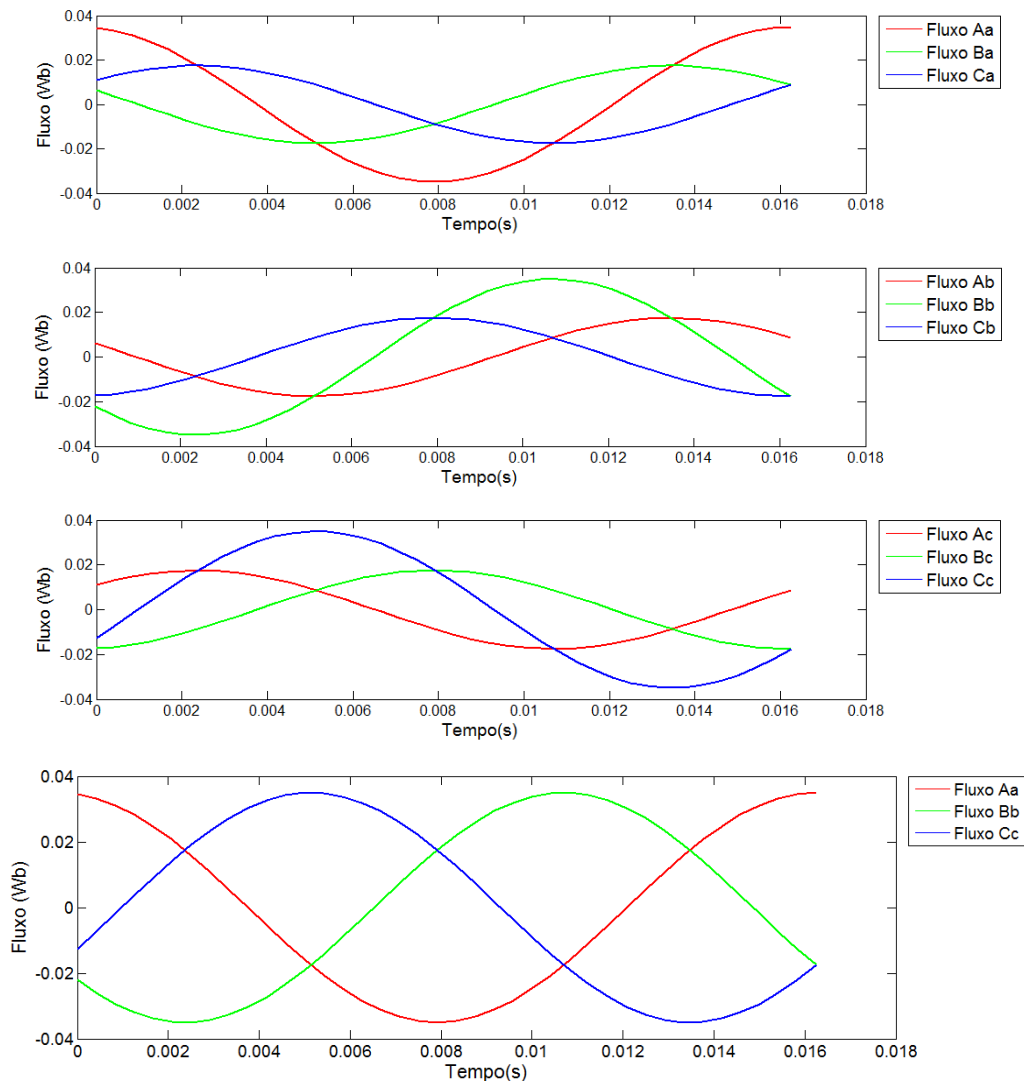
$$\phi_{Cb} = \frac{N}{\mathfrak{R}_g} (I_x \cos(2\pi f_x t + 4\pi/3) + I_y \cos(2\pi f_y t + 2\pi/3 + \alpha)) \quad (3.234)$$

$$\phi_{Ac} = \frac{N}{\mathfrak{R}_g} (I_x \cos(2\pi f_x t) + I_y \cos(2\pi f_y t + 4\pi/3 + \alpha)) \quad (3.235)$$

$$\phi_{Bc} = \frac{N}{\mathfrak{R}_g} (I_x \cos(2\pi f_x t + 2\pi/3) + I_y \cos(2\pi f_y t + 4\pi/3 + \alpha)) \quad (3.236)$$

$$\phi_{Cc} = \frac{N}{\mathfrak{R}_g} (I_x \cos(2\pi f_x t + 4\pi/3) + I_y \cos(2\pi f_y t + 4\pi/3 + \alpha)) \quad (3.237)$$

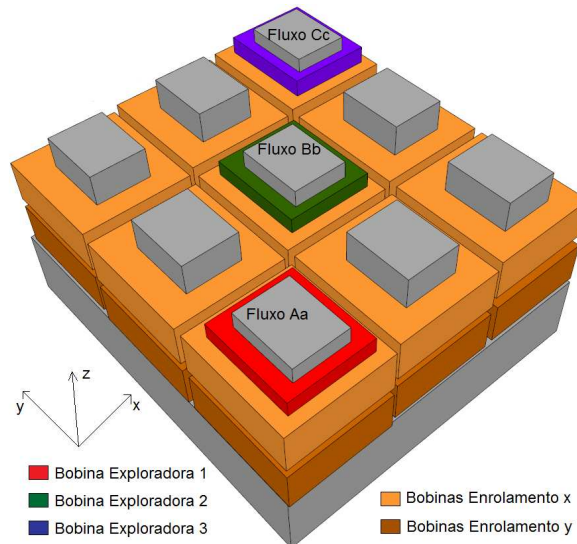
A figura 72 apresenta gráficos do fluxo magnético, em função do tempo, para excitações de corrente elétrica de 3 A, considerando que as correntes estão na mesma frequência de 60Hz e que  $\alpha$  é igual a zero, para o caso 1.



**Figura 72 Gráficos do fluxo magnético no API, em função do tempo, quando os dois enrolamentos são excitados com corrente elétrica trifásica, equilibrada, com 3 A, a 60 Hz.**

### 3.3 FORÇA ELETROMOTRIZ INDUZIDA

A Força Eletromotriz Induzida (FEM) no API pode ser obtida pela utilização de bobinas exploradoras colocadas nos dentes do primário no qual se quer medir essa grandeza. Como isso se pode obter o fluxo magnético em cada dente e, analogamente, a FEM induzida em cada enrolamento de armadura. A figura 73 ilustra essa configuração.



**Figura 73 Esquema para utilização de bobina exploradora no teste de força eletromotriz induzida.**

Para a formulação da FEM do primário considera-se que a relutância magnética está toda concentrada no entreferro, sendo assim, com a ajuda da figura 68 é possível concluir que a relutância total,  $\mathfrak{R}_{g_{total}}$ , por dente é dada por:

$$\mathfrak{R}_{g_{total}} = \mathfrak{R}_g + \frac{\mathfrak{R}_g}{8} = \frac{9\mathfrak{R}_g}{8} \quad (3.238)$$

Para saber-se a corrente elétrica que circula na bobina primária que recebe a excitação, a partir de uma tensão elétrica, é necessário saber-se a indutância da bobina,  $L_{Bob}$ , em função das características do circuito magnético.

$$L_{Bob} = \frac{N^2}{\mathfrak{R}_{g_{total}}} \quad (3.239)$$

Com  $L_{Bob}$  é possível saber-se a reatância  $XL_{Bob}$ , considerando-se que:

$$X_{L_{Bob}} = 2\pi f L_{Bob} \quad (3.240)$$

Sabendo-se que a resistência CC da bobina  $R_{Bob}$  é igual a  $1,21\Omega$ , a corrente elétrica na bobina pode ser dada por:

$$I_{Bob} = \frac{V_{Bob}}{R + j\omega L_{Bob}} \quad (3.241)$$

Onde  $V_{Bob}$  é a tensão RMS aplicada por bobina.

Esse valor de  $I_{Bob}$  representa apenas a corrente elétrica aplicada em uma bobina de um dos enrolamentos. Não raro, cada dente recebe a geração de fluxo produzida pela excitação conjunta de dos dois enrolamentos, ao que se deve considerar.

Como visto anteriormente a força eletromotriz induzida  $e(t)$  é diretamente proporcional ao fluxo magnético estabelecido no dente, que por sua vez é proporcional à força magnetomotriz [8] [9].

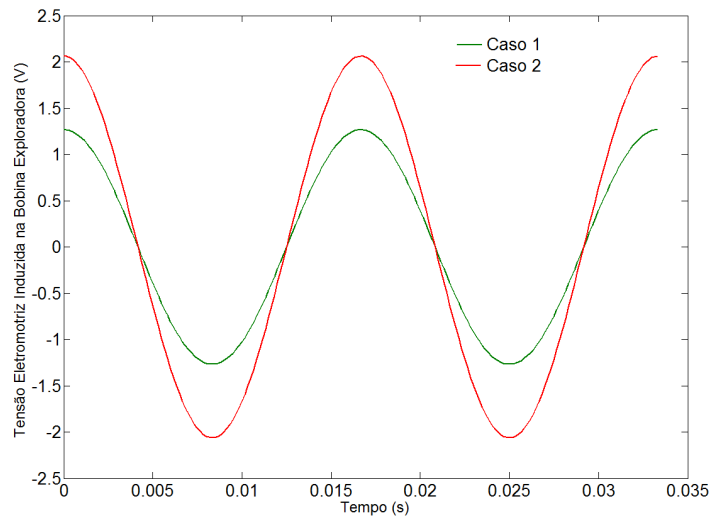
Admitindo-se que a relutância magnética  $\mathfrak{R}_{g_{total}}$ , calculada através de (3.238), para o caso 1 seja igual a  $3730304 Ae/Wb$  e para o caso 2 seja de valor  $1865152 Ae/Wb$ ; considerando-se que os fluxos magnéticos são proporcionais às correntes de excitação, para uma tensão elétrica trifásica de 30 V, por fase, aplicada apenas no enrolamento  $x$ , a uma frequência de 60 Hz, a expressão que modela a FEM ( $e_{exp}(t)$ ) na bobina exploradora 1, de 50 espiras ( $N_{Exp} = 50$ ), para o caso 1 é dada por:

$$\begin{aligned} e_{exp}(t)_{Aa} &= 2\pi f N_{Exp} \phi_{Aa} \\ \phi_{Aa} &= 109,39 \times 10^{-6} \cdot \cos(377t) \\ e_{exp}(t)_{Aa} &= 2 \cdot \pi \cdot 60 \cdot 50 \cdot 109,39 \cdot 10^{-6} \cdot \cos(377t) \\ e_{exp}(t)_{Aa} &= 2,062 \cdot \cos(377t) \end{aligned} \quad (3.242)$$

E para o caso 2 dada por:

$$\begin{aligned} \phi_{Aa} &= 67,21 \times 10^{-6} \cdot \cos(377t) \\ e_{exp}(t)_{Aa} &= 2 \cdot \pi \cdot 60 \cdot 50 \cdot 67,21 \cdot 10^{-6} \cdot \cos(377t) \\ e_{exp}(t)_{Aa} &= 1,2669 \cdot \cos(377t) \end{aligned} \quad (3.243)$$

O gráfico da figura 74 apresenta da força eletromotriz induzida resultante das expressões 3.242 e 3.243.



**Figura 74 Força Eletromotriz Induzida na bobina exploradora 1 para os dois casos quando o enrolamento  $x$  é excitado com tensão elétrica de 30 V eficaz, por fase, a uma frequência de 60 Hz.**

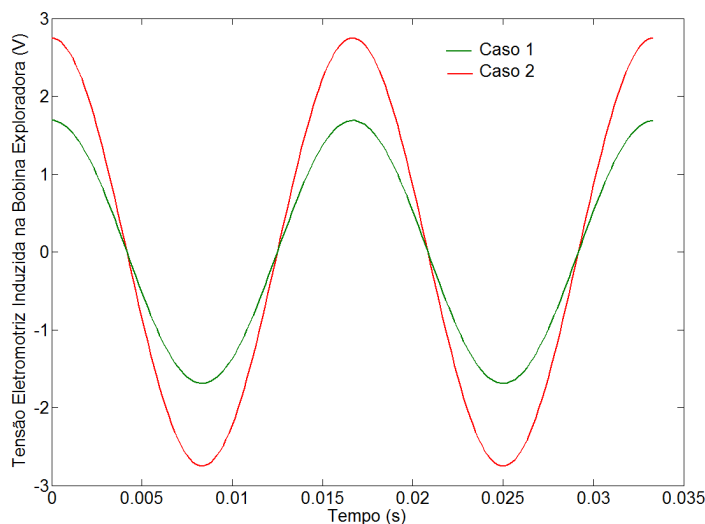
Também é possível avaliar a FEM quando ocorre simultaneamente a excitação dos dois enrolamentos  $x$  e  $y$ . Para esse caso é previsto uma excitação de 20 V, por fase, a uma frequência de 60 Hz, considerando-se as mesmas características da bobina exploradora 1 utilizada anteriormente. A expressão desenvolvida para o caso 1 fica sendo como:

$$\begin{aligned}\phi_{Aa} &= 145,39 \times 10^{-6} \cdot \cos(377t) \\ e_{\text{exp}}(t)_{Aa} &= 2 \cdot \pi \cdot 60 \cdot 50 \cdot 145,39 \cdot 10^{-6} \cdot \cos(377t) \\ e_{\text{exp}}(t)_{Aa} &= 2,7404 \cdot \cos(377t)\end{aligned}\quad (3.244)$$

E para o caso 2:

$$\begin{aligned}\phi_{Aa} &= 89,613 \times 10^{-6} \cdot \cos(377t) \\ e_{\text{exp}}(t)_{Aa} &= 2 \cdot \pi \cdot 60 \cdot 50 \cdot 89,613 \cdot 10^{-6} \cdot \cos(377t) \\ e_{\text{exp}}(t)_{Aa} &= 1,689 \cdot \cos(377t)\end{aligned}\quad (3.245)$$

O gráfico da figura 75 apresenta da força eletromotriz induzida resultante das expressões 3.244 e 3.245.



**Figura 75 Força Eletromotriz Induzida na bobina exploradora 1 para os dois casos quando o enrolamento  $x$  e o enrolamento  $y$  são excitados com tensão elétrica de 20 V eficaz, por fase, a uma frequência de 60 Hz.**

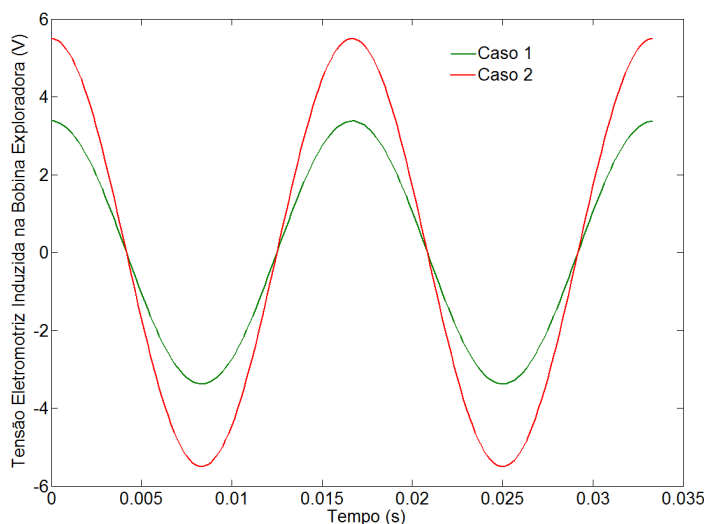
A expressão de força eletromotriz induzida que caracteriza essa grandeza na bobina exploradora 2 quando os dois enrolamentos são excitados com tensão elétrica de 40 V, por fase, para uma frequência de 60 Hz, é dado através da equação (3.243) e apresentado o gráfico, para os dois casos, na figura 75.

$$\begin{aligned}\phi_{Bb} &= 291,71 \times 10^{-6} \cdot \cos(377t + 2\pi/3) \\ e_{\text{exp}}(t)_{Bb} &= 2 \cdot \pi \cdot 60 \cdot 50 \cdot 291,71 \cdot 10^{-6} \cdot \cos(377t + 2\pi/3) \\ e_{\text{exp}}(t)_{Bb} &= 5,4986 \cdot \cos(377t + 2\pi/3)\end{aligned}\quad (3.246)$$

E para o caso 2:

$$\begin{aligned}\phi_{Bb} &= 179,23 \times 10^{-6} \cdot \cos(377t + 2\pi/3) \\ e_{\text{exp}}(t)_{Bb} &= 2 \cdot \pi \cdot 60 \cdot 50 \cdot 179,23 \cdot 10^{-6} \cdot \cos(377t + 2\pi/3) \\ e_{\text{exp}}(t)_{Bb} &= 3,3783 \cdot \cos(377.t + 2\pi/3)\end{aligned}\quad (3.247)$$

O gráfico da figura 76 apresenta da força eletromotriz induzida resultante das expressões 3.246 e 3.247.



**Figura 76 Força Eletromotriz Induzida na bobina exploradora 2 para os dois casos quando o enrolamento  $x$  e o enrolamento  $y$  são excitado com tensão elétrica de 40 V eficaz, por fase, a uma frequência de 60 Hz.**

### 3.4 FORÇA MAGNETOMOTRIZ

Em termos de circuito magnético em máquinas lineares, a predominância na relutância magnética encontra-se no entreferro, isso leva ao resultado de que a integral de linha do campo magnético no material ferromagnético é bastante pequena, podendo, em muitos casos, ser desconsiderada. Sendo assim, é possível desprezar as quedas de força magnetomotriz (FMM) que ocorrem nas partes do circuito magnético que estão dentro do material ferromagnético, desde que este último trabalhe com elevada permeabilidade magnética. Considera-se ainda para esta análise que a FMM no entreferro está distribuída de forma uniforme, desconsiderando o efeito de fim de curso.

A suposição de que as distribuições espaciais de FMM no entreferro sejam senoidais geralmente leva a resultados bastante satisfatórios na maioria dos problemas que envolvem máquinas elétricas lineares, justamente porque os enrolamentos são distribuídos de forma a minimizar os efeitos das harmônicas espaciais, ficando esses apenas referenciados à componente da frequência fundamental. Também é importante considerar que o comportamento das máquinas elétricas é determinado pelos campos magnéticos criados por correntes elétricas nos diversos enrolamentos da máquina.

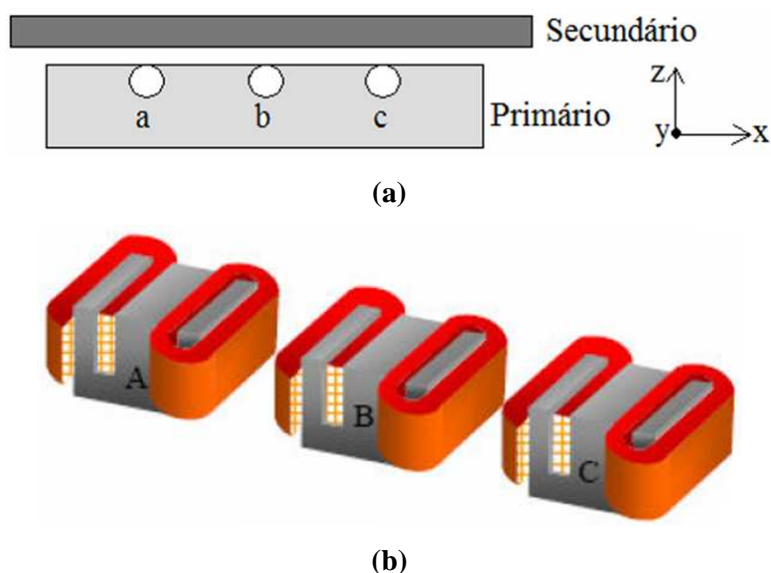
A análise que segue sobre o comportamento da força magnetomotriz de um enrolamento trifásico para o atuador planar de indução pode ser aplicada também, fazendo as



necessárias adaptações, a máquinas lineares polifásicas, com qualquer número de fases. Em máquinas trifásicas, os enrolamentos das fases individualmente estão defasados entre si por 120 graus elétricos no espaço planar do estator, geralmente montados na seqüência a, b, c, conforme indica a figura 77

A forma com são dispostas as bobinas representam enrolamentos distribuídos que produzem ondas senoidais de FMM centradas nos eixos magnéticos das respectivas fases. Essas ondas de FMM das três fases também estão atrasadas entre si de 120 graus elétricos no espaço. Cada uma das fases é excitada com corrente elétrica alternada e equilibrada que também varia de forma senoidal no tempo. Essas correntes elétricas têm seus valores instantâneos dados em função do valor máximo de corrente elétrica,  $I_{\max}$ , do tempo  $t$  e da posição instantânea  $y$  em análise, posição essa que será melhor detalhada em figuras que seguem o texto [7].

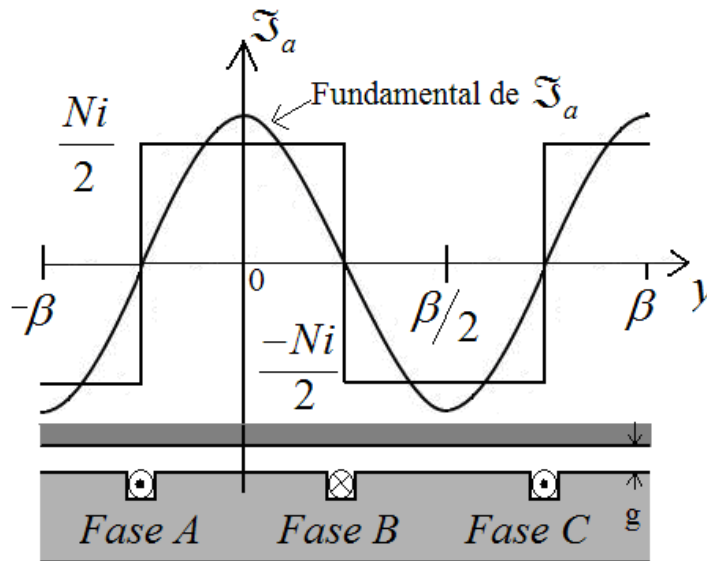
Numa análise somente da FMM produzida pela excitação do enrolamento trifásico disposto no eixo  $y$  é possível estimar que as correntes elétricas assumam as mesmas formas consideradas na análise do fluxo magnético. Assume-se, para essa análise, que a seqüência das fases seja  $abc$ .



**Figura 77 Enrolamento de estator trifásico simplificado para uma máquina linear de dois pólos, (a) vista frontal e (b) vista 3D [7][9].**

A produção de uma força magnetomotriz no entreferro está intimamente ligada com a excitação elétrica proporcionada pelas bobinas no arranjo trifásico, e a resultante dessa FMM

para uma das fases pode ser vista na figura 78, que também ajuda a esclarecer a referencia de posicionamento linear  $y$ .



**Figura 78** A força magnetomotriz de um enrolamento linear concentrado para dois pólos [7].

Nesse contexto, a força magnetomotriz  $\mathfrak{F}$  por fase pode ser escrita como

$$\mathfrak{F}_a = \mathfrak{F}_a^+ + \mathfrak{F}_a^- \quad (3.248)$$

Onde  $\mathfrak{F}_a$  representa a FMM da fase  $a$ ,  $\mathfrak{F}_a^+$  representa a componente da FMM da fase  $a$  deslocando-se no sentido positivo de  $y$  e, por suposto  $\mathfrak{F}_a^-$  representa a componente da FMM da fase  $a$  deslocando-se no sentido negativo de  $y$ . Essas duas componentes podem ser escritas nas seguintes formas

$$\mathfrak{F}_a^+ = \frac{1}{2} F_{\max,y} \cos\left(\frac{\text{poles}}{2} \theta_y - \omega t\right) \quad (3.249)$$

$$\mathfrak{F}_a^- = \frac{1}{2} F_{\max,y} \cos\left(\frac{\text{poles}}{2} \theta_y + \omega t\right) \quad (3.250)$$

$$F_{\max,y} = \frac{4}{\pi} \left( \frac{k_{\text{enr}} N_{\text{fase}}}{\text{poles}} \right) I_{\max,y} \quad (3.251)$$

e

$$\theta_y = \frac{2\pi y}{\beta} \quad (3.252)$$

Onde  $k_{enr}$  significa o fator de distribuição do enrolamento,  $N_{fase}$  é o número de espiras de cada enrolamento de cada fase e o valor de  $\beta$  pode ser definido como o comprimento de onda.

De modo análogo, apenas fazendo as ponderações com relação à defasagem angular na excitação, as componentes da harmônica fundamental da FMM nas fases  $b$  e  $c$  podem ser escritas como

$$\mathfrak{S}_b = \mathfrak{S}_b^+ + \mathfrak{S}_b^- \quad (3.253)$$

$$\mathfrak{S}_b^+ = \frac{1}{2} F_{\max_y} \cos\left(\frac{polos}{2} \theta_y - \omega t\right) \quad (3.254)$$

$$\mathfrak{S}_b^- = \frac{1}{2} F_{\max_y} \cos\left(\frac{polos}{2} \theta_y + \omega t + 2\pi/3\right) \quad (3.255)$$

e

$$\mathfrak{S}_c = \mathfrak{S}_c^+ + \mathfrak{S}_c^- \quad (3.256)$$

$$\mathfrak{S}_c^+ = \frac{1}{2} F_{\max_y} \cos\left(\frac{polos}{2} \theta_y - \omega t\right) \quad (3.257)$$

$$\mathfrak{S}_c^- = \frac{1}{2} F_{\max_y} \cos\left(\frac{polos}{2} \theta_y + \omega t + 4\pi/3\right) \quad (3.258)$$

A FMM total em função de  $\theta_y$  e do tempo  $t$ , pode ser escrita como a soma das contribuições de cada uma das três fases dada pela equação 3.256.

$$\mathfrak{S}(\theta_y, t) = \mathfrak{S}_a + \mathfrak{S}_b + \mathfrak{S}_c \quad (3.259)$$

Essa soma pode ser realizada em termos de ondas progressivas positivas e negativas. A soma das ondas progressivas negativas é igual a zero como é possível ver através da equação 3.259

$$\mathfrak{S}^-(\theta_y, t) = \mathfrak{S}_a^- + \mathfrak{S}_b^- + \mathfrak{S}_c^- \quad (3.260)$$

$$\mathfrak{S}^-(\theta_y, t) = \frac{1}{2} F_{\max_y} \left[ \begin{array}{l} \cos\left(\frac{polos}{2} \theta_y + \omega t\right) + \cos\left(\frac{polos}{2} \theta_y + \omega t - 2\pi/3\right) \\ + \cos\left(\frac{polos}{2} \theta_y + \omega t + 2\pi/3\right) \end{array} \right] \quad (3.261)$$

$$\mathfrak{S}^-(\theta_y, t) = 0 \quad (3.262)$$

Já a onda progressiva positiva pode ser equacionada como

$$\mathfrak{S}^+(\theta_y, t) = \mathfrak{S}_a^+ + \mathfrak{S}_b^+ + \mathfrak{S}_c^+ \quad (3.263)$$

$$\mathfrak{S}^+(\theta_y, t) = \frac{3}{2} F_{\max_y} \cos\left(\frac{polos}{2} \theta_y - \omega t\right) \quad (3.264)$$

Assim, o resultado final da FMM em relação à primeira harmônica fundamental, com o deslocamento de 120 graus elétricos entre as fases é dado pela associação dos termos das fases temporais de onda progressiva positiva, ficando expresso pela equação 3.265.

$$\mathfrak{S}_y(\theta_y, t) = \frac{3}{2} F_{\max_y} \cos\left(\left(\frac{polos}{2}\right) \theta_y - \omega t\right) \quad (3.265)$$

A onda resultante da FMM, combinada as FMMs das três fases, tem uma amplitude constante de  $\frac{3}{2} F_{\max_y}$ , isso é, 1,5 vezes a amplitude da onda da FMM no entreferro produzida pelas fases individuais sozinhas, e apresenta um pico positivo no ângulo  $\theta_y$ . Assim, sob condições de equilíbrio trifásico, a velocidade angular síncrona  $\omega_s$  da resultante da onda de FMM no entreferro é dada pela equação 3.266

$$\omega_s = \left(\frac{2}{polos}\right) \omega_e \quad (3.266)$$

Onde  $\omega_e$  é a pulsação da corrente elétrica aplicada [rad/s] e  $\omega_s$  é a velocidade angular espacial síncrona da onda FMM resultante no entreferro [rad/s].

No atuador planar de indução, o enrolamento trifásico do eixo  $x$  também produz uma resultante de força magnetomotriz. A partir de um sistema de excitação elétrica trifásica, representada anteriormente, há o aparecimento de uma onda resultante de FMM que se desloca ao longo do eixo  $x$ . Através de um equacionamento similar ao que acontece com a FMM do eixo  $y$ , a FMM resultante do eixo  $x$  pode ser escrita através de

$$\mathfrak{S}_x(\theta_x, t) = \frac{3}{2} F_{\max_x} \cos\left(\left(\frac{polos}{2}\right) \theta_x - \omega t\right) \quad (3.267)$$

Onde

$$F_{\max_x} = \frac{4}{\pi} \left( \frac{k_{enr} N_{fase}}{polos} \right) I_{\max_x} \quad (3.268)$$

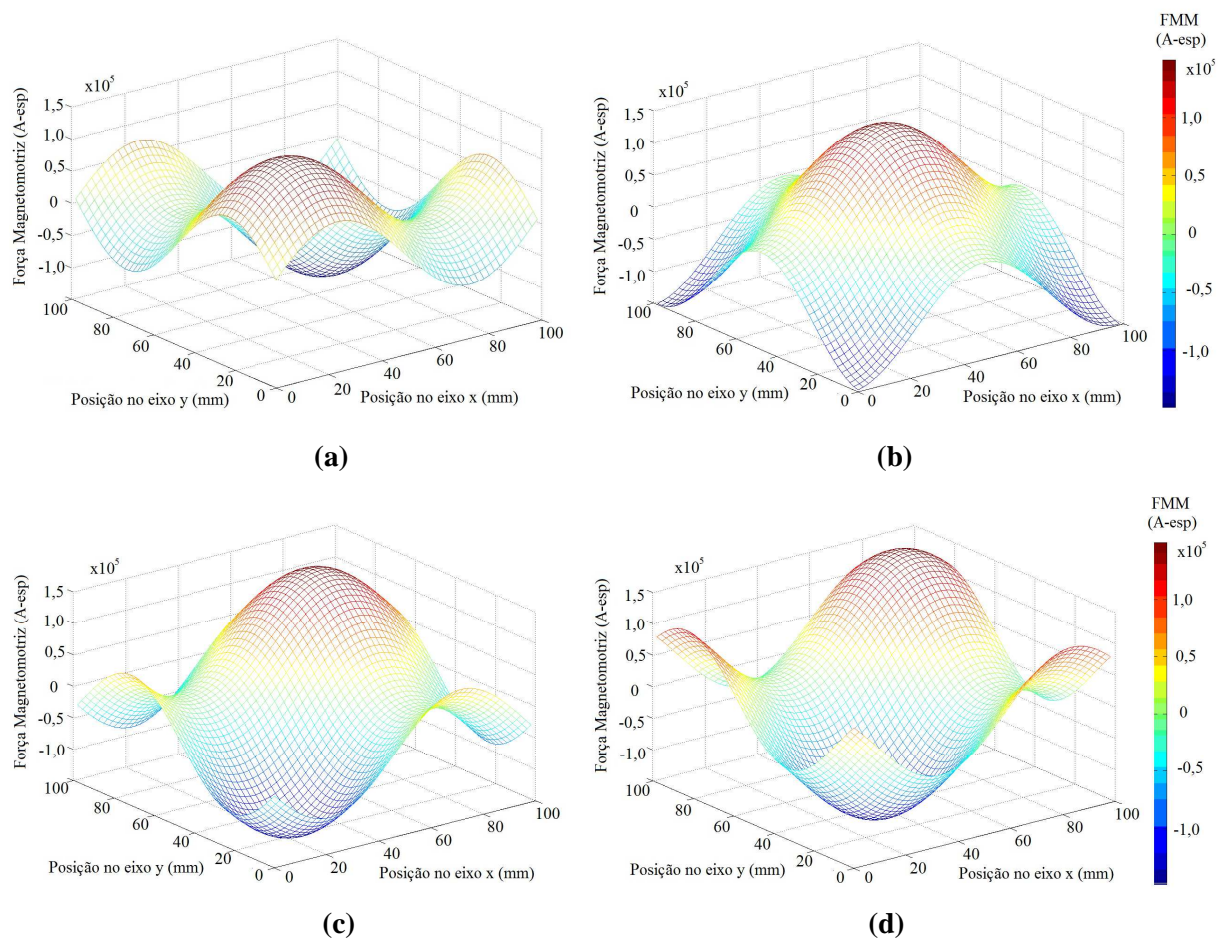
e

$$\theta_x = \frac{2\pi x}{\beta} \quad (3.269)$$

A força magnetomotriz resultante,  $\mathfrak{F}_t$ , da combinação da  $\mathfrak{F}_x(\theta_x, t)$  e  $\mathfrak{F}_y(\theta_y, t)$  pode ser obtida pela resultante da soma vetorial dessas duas equações, sendo assim:

$$\mathfrak{F}_t(\theta_x, \theta_y, t) = \mathfrak{F}_t(\theta_x, t) + \vec{j}\mathfrak{F}_t(\theta_y, t) \quad (3.270)$$

A figura 79 apresenta gráficos tridimensionais da força magnetomotriz resultante calculada no Atuador Planar de Indução, para diferentes instantes de tempo, quando as correntes elétricas dos enrolamentos são excitadas com 3 A eficaz, numa frequência de 60Hz, adotando  $k_{enr} = 0,96$  e  $N_{fase} = 250$  espiras.



**Figura 79** Gráfico da força magnetomotriz resultante no API a partir de uma excitação elétrica de 3 A, tanto no enrolamento x como no enrolamento y, numa frequência de 60 Hz:

(a)  $t=0$  s; (b)  $t=0,005$  s; (c)  $t=0,009$  s e; (d)  $t=0,014$  s.

De uma forma geral, quando se trata de enrolamentos polifásicos para uma máquina linear, o campo magnético transladante será produzido pelos enrolamentos das  $q$  fases excitadas por corrente elétrica equilibradas polifásicas em uma determinada frequência. A amplitude da onda resultante da FMM será de  $\frac{q}{2}$  vezes a contribuição máxima de qualquer fase em particular. A produção de uma onda transladante de FMM e o fluxo magnético transladante correspondente são fatores essencialmente relevantes da operação de máquinas elétricas lineares polifásicas. É a interação dessa onda de fluxo magnético com o fluxo do translator que produz a força de deslocamento linear do dispositivo [7].

### 3.5 FORÇA PLANAR DE PROPULSÃO LINEAR

Como já descrito anteriormente, a força planar de propulsão linear que age sobre o carro e, conseqüentemente, é responsável pela operacionalidade do dispositivo é produto da interação entre a densidade de fluxo magnético total produzido no entreferro e a corrente elétrica induzida nos materiais do secundário. Como também apresentado, a força planar é dada pela integral volumétrica do produto vetorial entre as duas grandezas envolvidas, ou seja,

$$\vec{F}_P = 3 \int_V \vec{B}_{T_{gz}}^{AG} \times \vec{J}_T dV \quad (3.271)$$

Onde  $\vec{J}_T = (J_x \vec{i} + J_y \vec{j})$ , sendo que  $J_x$  representa a densidade de corrente elétrica induzida nos materiais do secundário responsável pela produção da força planar na direção do eixo  $x$  e analogamente  $J_y$  representa a densidade de corrente responsável pela força planar ao longo do eixo  $y$ .

Pode-se ainda imaginar que as forças planares no eixo  $x$  e no eixo  $y$ , a partir de um mesmo valor de excitação elétrica, são iguais em módulo e ortogonais entre si; sendo assim é possível equacionar a força planar apenas no eixo  $x$ ,  $\vec{F}_x$ , e obter a força resultante ao longo da transversal formada pelos eixos das coordenadas retangulares, com uma simples soma vetorial, que será apresentado na sequência. Logo, a equação 3.272 apresenta a formulação inicial para o cálculo da força planar apenas no eixo  $x$ .

$$\vec{F}_x = 3 \int_V \vec{B}_{T_{gz}}^{AG} \times \vec{J}_x dV \quad (3.272)$$

Introduzindo a equação de  $B_{T_{gz}}^{AG}$  em (3.189), chega-se que:

$$\vec{F}_x = 3 \int_V \left[ (B_{gz}(x, y, z) + B_{gx_z}(y, z)) B_t(z, t) \right] \times [\vec{J}_x] dV \quad (3.273)$$

Introduzindo as equações pertinentes em (3.273), tem-se:

$$\begin{aligned} \vec{F}_x = 3 \int_V \left\{ \left[ \left( \frac{8A_0\mu_0}{\pi^2} \sum_{n,m=1,3,\dots}^{\infty} (e^{(\gamma z)} + e^{(-\gamma z)}) \frac{(e^{(\lambda lg)} - e^{(\lambda(2lb+lg)})}{(e^{(2\lambda(lb+lg)} - 1)} \right. \right. \right. \\ \left. \left. \cos\left(\frac{2\pi nlp}{lt}\right) \cos\left(\frac{2\pi nlp}{lt}\right) \frac{1}{\gamma nm} \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi n}{lt} x\right) \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi n}{lt} y\right) \right) \right] + \\ \left( \frac{J_0 lt}{(\pi n)^2} \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \mu_0 \cos\left(\frac{2\pi nlp}{lt}\right) \frac{(e^{(\lambda a)} - e^{(-\lambda a)})}{(\exp(2\lambda(lm+lg)) - 1)} \right. \\ \left. \left. (e^{(\lambda z)} + e^{(\lambda(2lg+2lb-z))}) \cos\left(\frac{2\pi n}{lt} y\right) \right) \right] e^{-Kz} \cos(\tilde{k}_1 z - \omega t + \delta_E + \phi) \right\} \\ \left. \left\{ \frac{4J_0}{\pi n} \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \cos\left(\frac{2\pi nlp}{lt}\right) \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi n}{lt} x\right) \right\} dV \right. \end{aligned} \quad (3.274)$$

É importante observar em (3.271) há a presença de uma integral volumétrica, ou seja, a resolução dessa passa necessariamente pela resolução de uma integral tripla onde os coeficientes derivativos são:  $dx$ ,  $dy$  e  $dz$ . Ainda é importante considerar que os limites de integração para  $dx$  será de 0 até  $lt/2$ ; de  $dy$  será de 0 até  $lt/2$  e;  $dz$  será de 0 até  $lg$ . Depois de um trabalho matemático a equação que modela a força planar de propulsão linear no eixo  $x$  é dado por:

$$\begin{aligned} \vec{F}_x = 3 \sum_{n,m=1,3,\dots}^{\infty} \frac{-64A_0\mu_0 J_0}{\pi^3 nm^2 \gamma} (e^{(\gamma z)} + e^{(-\gamma z)}) \frac{(e^{(\lambda lg)} - e^{(\lambda(2lb+lg)})}{(e^{(2\lambda(lb+lg)} - 1)} \\ \cos^2\left(\frac{2\pi nlp}{l_t}\right) \cos\left(\frac{2\pi nlp}{l_t}\right) \end{aligned} \quad (3.275)$$

Para o cálculo da força planar de propulsão linear foi considerado que o sistema está em regime permanente; desta forma a variável tempo na equação 3.275 foi considerada como sendo o valor médio da força no tempo. Os resultados da força plana de propulsão linear analítico serão analisados e expostos no capítulo que se refere à comparação dos resultados, onde essa força será comparada com situações de simulações numéricas e experimentais.

## 4 SIMULAÇÕES NUMÉRICAS

A análise através de simulação numérica do atuador planar de indução compreende a verificação de fenômenos elétricos e magnéticos envolvidos na operacionalidade do dispositivo. Esta análise objetiva estudar o comportamento estático e dinâmico, dando foco à distribuição da densidade de fluxo magnético, às forças de origem eletromagnéticas produzidas, as questões à cerca das correntes elétricas induzidas no secundário do dispositivo e a força eletromotriz induzida nas ranhuras do primário. Para essa análise será utilizado o método dos elementos finitos (MEF) através de um *software* específico para simulações eletromagnéticas.

O MEF apresenta seus desenvolvimento e soluções a partir de um *software* específico nas suas funcionalidades para o tipo de problema que se deseja obter resultados. Sendo assim, as simulações neste trabalho são obtidas através de um pacote computacional que trata especificamente de soluções para dispositivos eletromagnéticos através de modelagem 3D.

### 4.1 MODELO NUMÉRICO DO ATUADOR PLANAR DE INDUÇÃO

A distribuição do fluxo magnético gerado pela excitação trifásica do primário no atuador planar de indução ocorre no volume de forma assimétrica, assim, não é possível estabelecer uma simetria que permita uma análise bidimensional; logo, faz-se necessária uma análise tridimensional.

A malha básica, ou plano básico, do atuador planar em estudo foi gerada a partir de elementos 2D triangulares e retangulares. Os materiais dos núcleos ferromagnéticos, tanto do primário como do secundário, foram definidos como regiões não lineares, em função das permeabilidades magnéticas, adotando-se as curvas de magnetização apresentadas nas seções anteriores dessa tese. Esses núcleos são manufacturados de material compósito magneticamente macio, i.e. 1P Somaloy 500 , e de aço maciço, i.e. AISI 1020, respectivamente; assim, as curvas BH destes materiais definem o comportamento da magnetização e devem ser consideradas pelo método numérico. Ainda merecem considerações as resistividades elétricas dos materiais, onde no primeiro é de  $70\mu\Omega m$  , já no segundo a resistividade elétrica muda para  $0,18\mu\Omega m$  . O material alumínio, usado para a composição do secundário, é considerado como tendo uma permeabilidade magnética e uma resistividade elétrica lineares, essa última de valor igual a  $0,026\mu\Omega m$  .



Será considerado ainda no modelo que os materiais não possuem, inicialmente, magnetismo residual, sendo que todo fluxo gerado é produzido pela fonte primária de excitação e seus consequentes efeitos.

Para essas análises serão utilizados dois programas para essas simulações: o MEGA 3D e o Maxwell.

#### **4.1.1 O PACOTE COMPUTACIONAL MEGA**

Um dos programas utilizado na análise numérica eletromagnética do atuador planar em estudo é o pacote computacional MEGA 3D, versão 6.29, desenvolvido pelo *Applied Electromagnetic Research Centre*, da Universidade de Bath, Inglaterra. O MEGA consiste em dois programas: o MEGAVIEW e o MEGASOLVE. O MEGAVIEW engloba as etapas de pré e o pós-processamento. É na etapa de pré-processamento que é definido o tipo de problema e que serão gerados os nós e elementos que formarão a malha. A malha é gerada pela junção de todos os elementos finitos, que por sua vez são definidos pelos nós. Também são definidas as condições de contorno do problema e as propriedades físicas dos materiais de interesse para a modelagem específica e a serem considerados e representados no modelo. Já na etapa de pós-processamento, são analisados os resultados gerados pelo MEGASOLVE através de ferramentas gráficas e de cálculo.

O MEGASOLVE trata da solução numérica. É utilizado para gerar soluções para o modelo. Uma vez que o problema foi ajustado com o uso do MEGAVIEW, o MEGASOLVE resolve o problema iterativamente. É nesta etapa de solução que serão geradas e resolvidas numericamente as equações diferenciais da modelagem do dispositivo eletromagnético de acordo com os dados de entrada fornecidos na etapa de pré-processamento.

No pacote computacional MEGA 3D, uma malha tridimensional é criada pela extrusão de uma malha bidimensional. Assim, o primeiro passo para uma simulação tridimensional é a montagem virtual de um malha do plano 2D. São definidas regiões sobre esta malha. Essas regiões podem ocupar diferentes níveis quando da extrusão, formando assim o dispositivo tridimensional. As regiões são editadas, através de comandos, para fornecer ao programa computacional as características peculiares de cada uma.

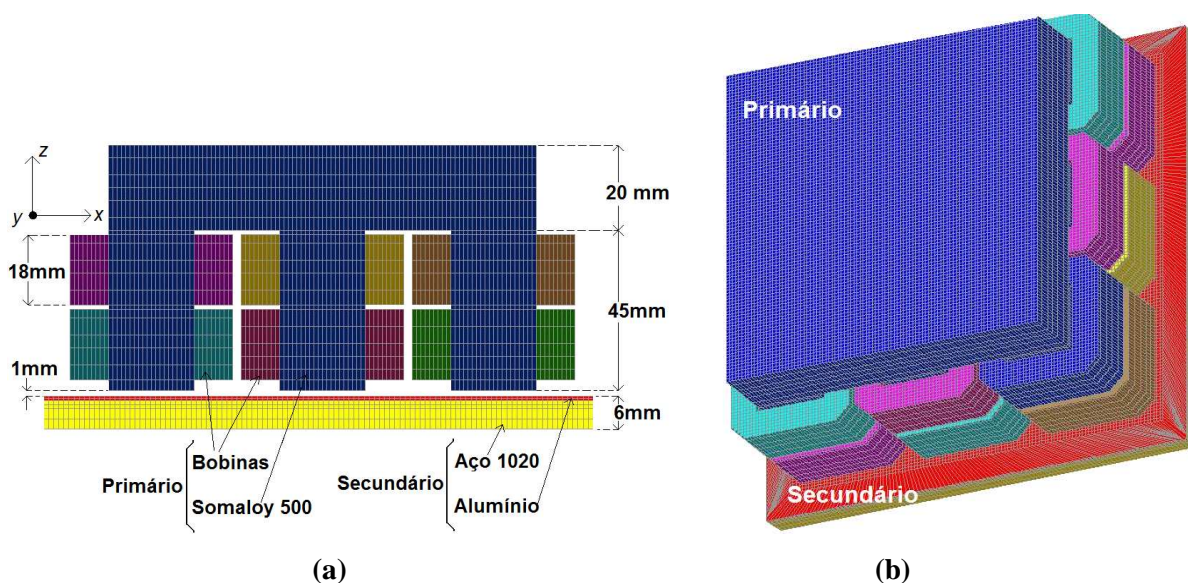
Podem ser também introduzidos elementos de bobinas ao modelo, contudo isso não se dá da mesma forma que para os demais elementos. Para inserção de bobinas é necessário que estas sejam editadas separadamente. Esta edição contempla valores de comprimento, largura, altura, condutividade, posição tridimensional e número de espiras. A corrente ou tensão

elétrica introduzida como alimentação em cada bobina é editada à parte, através de comandos que dão entrada a valores de definição da grandeza.

Por fim, as condições de fronteira devem ser definidas. Novamente, através de edição, são informadas ao *software* as condições contorno de grandezas básicas, por exemplo, os potenciais magnéticos escalares e vetoriais associados à solução, que se apresentam nas regiões limites de simulação do modelo. Feito isso, o modelo é submetido à etapa de solução, passando após para a etapa de pós-processamento.

O MEGA, enquanto *software* de simulação de dispositivos eletromagnéticos, produz a solução numérica das equações diferenciais geradas pelo problema. Estas equações são usadas em modelos de baixa e média frequência. O MEGA pode solucionar problemas em regime estático e dinâmico, com alimentação elétrica alternada ou constante. Pode ainda solucionar e modelar problemas lineares ou não lineares. Para o primeiro caso, todos os materiais envolvidos na simulação devem ter a permeabilidade magnética relativa constante, isto é, apresentar a curva de magnetização linear representada por uma reta. Para o segundo caso, onde a não linearidade é considerada, os materiais considerados no modelo de simulação devem ter a sua curva de magnetização não linear já definido no pré-processamento.

Na figura 80(a) é apresentado o modelo do protótipo virtual desenvolvido no MEGA 3D, destacando uma vista em corte da malha, considerando, em destaque, as regiões dos núcleos ferromagnéticos, as bobinas e o alumínio; já na figura 80(b) é apresentado a malha em 3D do atuador planar de indução simulado para o primeiro caso, onde o alumínio faz parte do secundário. Pela figura, pode ser verificado que os elementos apresentam maior discretização nas regiões próximas às fontes de campo magnético e do entreferro.



**Figura 80** Vistas da malha virtual do atuador planar de indução - (a) 2D e; (b) 3D.

A malha como um todo, possui um total de 690.481 nós e 682.240 elementos dispostos em 41 níveis.

#### 4.1.2 O PACOTE COMPUTACIONAL MAXWELL

O outro software utilizado na análise numérica eletromagnética do atuador planar em estudo trata-se do pacote computacional Ansoft Maxwell, versão 13.00, desenvolvido pela empresa ANSYS.

Segunda a própria ANSYS, o *software* Maxwell é um pacote comercial para simulações de campos eletromagnéticos em baixas frequências e pode ser utilizado tanto para representar topologias tridimensionais e bidimensionais, como motores, atuadores, transformadores e outros dispositivos eletromagnéticos e eletromecânicos. A tecnologia Maxwell é baseada no método de análise por elementos finitos e usa uma tecnologia de arranjo de malhas automaticamente. O algoritmo cria e refina automaticamente os elementos finitos de maneira a facilitar e agilizar a convergência das soluções.

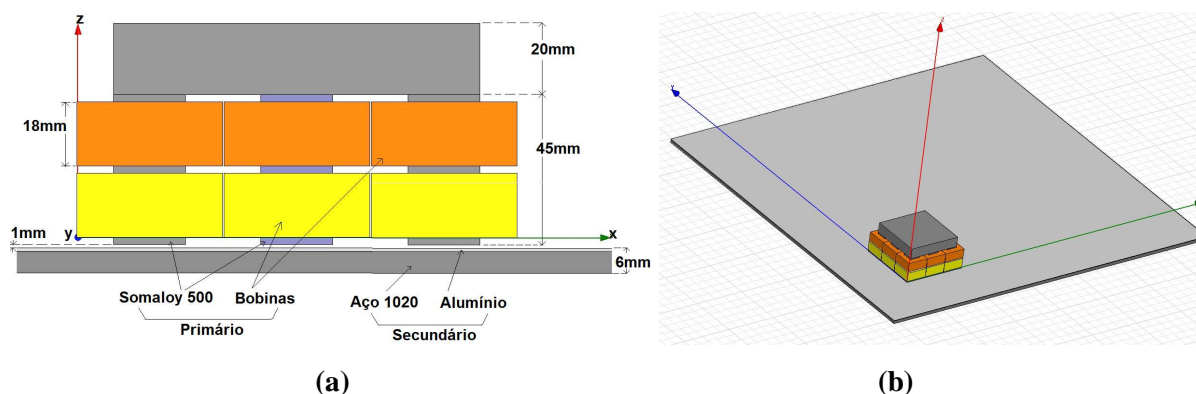
O *software* Maxwell pode ser usado para análise de campos elétricos e eletromagnéticos de forma estática, dinâmica, no domínio frequência ou ainda no domínio tempo, além de suportar a solução de circuitos complexos com componentes não lineares e propriedades variáveis no tempo, espaço e frequência, oferecendo soluções por diagramação, seja por cores ou gráficos. O software também pode ser utilizado para análise de campos eletromagnéticos transientes com movimentação, avaliando parâmetros como: força, torque, capacitância, indutância, correntes induzidas entre outras grandezas elétricas, magnéticas e mecânicas.

Assim como o MEGA 3D, o *software* Ansoft Maxwell 13.00 é formado por três etapas: pré-processamento, processamento e pós-processamento, seguindo os mesmos princípios de operacionalidade e exposição dos resultados.

Na figura 81(a) é apresentado o detalhe da uma vista em corte da malha, considerando, em destaque, as regiões dos núcleos ferromagnéticos, as bobinas e o alumínio; já na figura 81(b) é apresentado a malha em 3D do atuador planar de indução simulado para o primeiro caso, onde o alumínio faz parte do secundário. Pela figura, pode ser verificado que os elementos apresentam maior discretização nas regiões próximas às fontes de campo magnético e do entreferro.

A malha como um todo, possui um total de 369.485 elementos dispostos de forma tridimensional.

Para os dois modelos desenvolvidos em plataformas computacionais diferentes, o número de espiras de cada bobina, a área e o volume ocupado pelas bobinas, o número de bobinas por enrolamentos, bem como das dimensões dos núcleos ferromagnéticos e do alumínio são mantidas com características idênticas as do protótipo físico montado para uma melhor verificação e comparação dos resultados obtidos nas análises.



**Figura 81** Vistas da malha virtual do Atuador Planar de Indução - (a) 2D e; (b) 3D.

## 4.2 SIMULAÇÕES NUMÉRICAS

Foram realizadas várias simulações numéricas no modelo virtual estudado. Essas simulações estão caracterizadas em regime estático e dinâmico do atuador planar de indução, tendo apenas a variação de campo magnético devido à excitação alternada, equilibrada e trifásica dos enrolamentos primários. O objetivo é prever e analisar o comportamento do atuador planar em estudo para os dois casos de configuração que são propostos para a manufatura do secundário estático: caso 1 e caso 2. Ainda, através destas simulações numéricas, será possível validar, de forma direta ou indireta, os resultados obtidos em testes experimentais e modelagem analítica.

Com foco principal na região que engloba o carro, o entreferro e a armadura, um dos objetivos da análise numérica estática é prever o comportamento da distribuição de fluxo magnético no atuador planar. Além disto, os efeitos da força planar de propulsão e força normal que atuam sobre o carro, quando os enrolamentos trifásicos são excitados com tensão elétrica alternada e trifásica, no regime estático e dinâmico.

No *software* utilizado, o valor do vetor densidade de fluxo magnético é apresentado pontualmente em suas componentes  $B_x, B_y, B_z$ , ou através do módulo calculado por

$B_{\text{mod}} = \sqrt{B_x^2 + B_y^2 + B_z^2}$ . Os valores de força podem ser calculados através de duas diferentes formas: 1) Tensor de Stress de Maxwell e 2) Força de Laplace. Nas simulações envolvidas neste trabalho, será utilizada a primeira opção devido às características de forças envolvidas no modelo do atuador em estudo.

Para que seja usado o Tensor de Stress de Maxwell no cálculo de força, algumas características de simulação devem estar presentes. Elas são:

1. A superfície que envolve o campo magnético deve estar em uma região de  $\mu = \mu_0$ , podendo ser o ar ou material de permeabilidade magnética relativa semelhante;
2. A força  $\vec{F}$  deve ser calculada numa superfície ou contorno; a fórmula aplicada para tanto é

$$\vec{F} = \frac{1}{\mu_s} \oint_S \vec{T} dS \quad (4.1)$$

Sendo  $dS$  um elemento diferencial de superfície  $S$  que envolve o corpo sobre o qual atuam as forças, e  $\vec{T}$ , o Tensor de Stress de Maxwell.

$$\vec{T} = \begin{bmatrix} \left( B_x^2 - \frac{|B|^2}{2} \right) & B_x B_y & B_x B_z \\ B_x B_y & \left( B_y^2 - \frac{|B|^2}{2} \right) & B_y B_z \\ B_x B_z & B_y B_z & \left( B_z^2 - \frac{|B|^2}{2} \right) \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

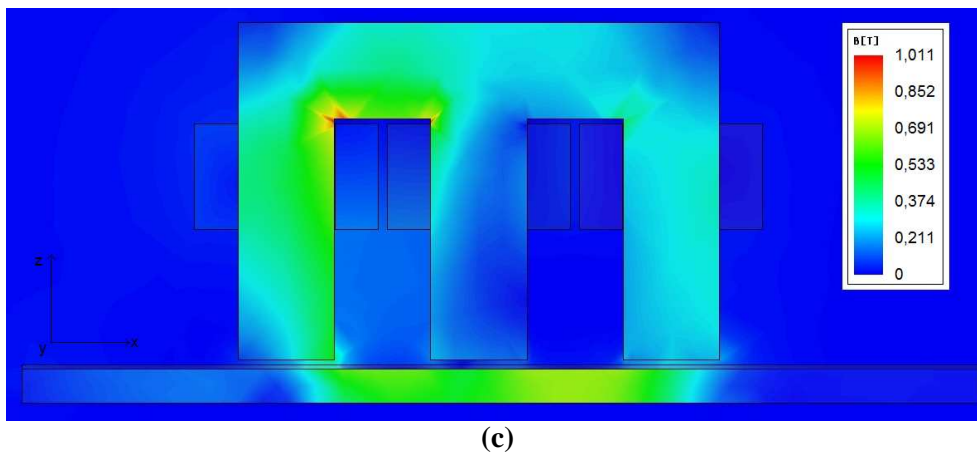
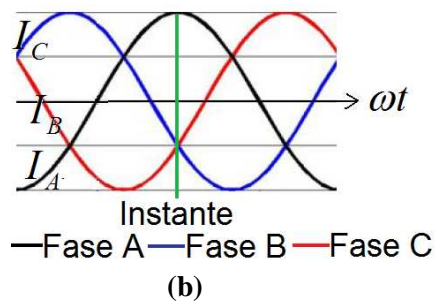
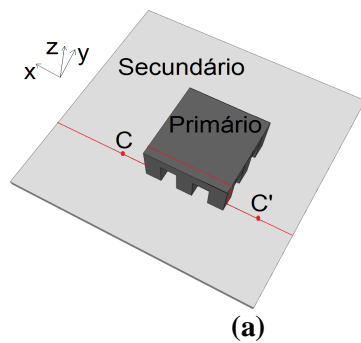
onde  $B$  é a densidade de fluxo magnético na superfície de integração e os demais com subíndices indicam as suas componentes.

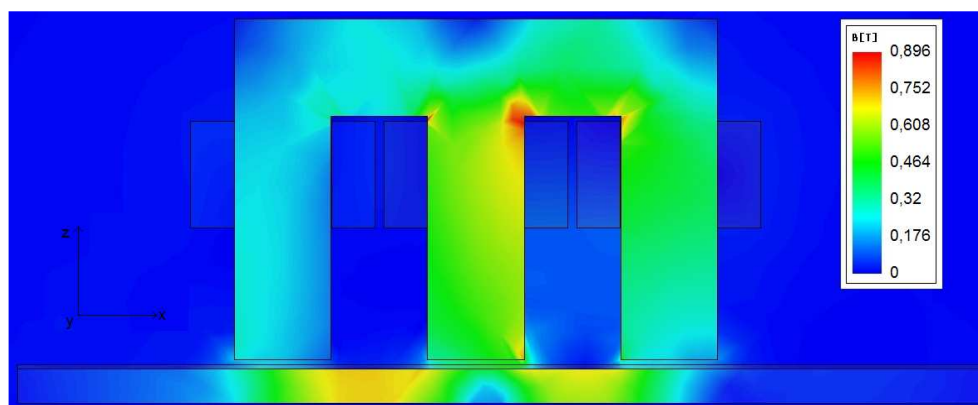
#### 4.2.1 Densidade de Fluxo Magnético

Através de simulações numéricas verificou-se o comportamento do módulo da densidade de fluxo magnético no atuador planar. Considerou-se que, inicialmente, somente o enrolamento trifásico disposto ao longo do eixo  $x$  recebe excitação elétrica; já para um segundo momento é avaliado quando a excitação elétrica é aplicada nos dois enrolamentos trifásicos do dispositivo. Essas duas situações de excitação são investigadas para os dois casos considerados de formação do secundário.

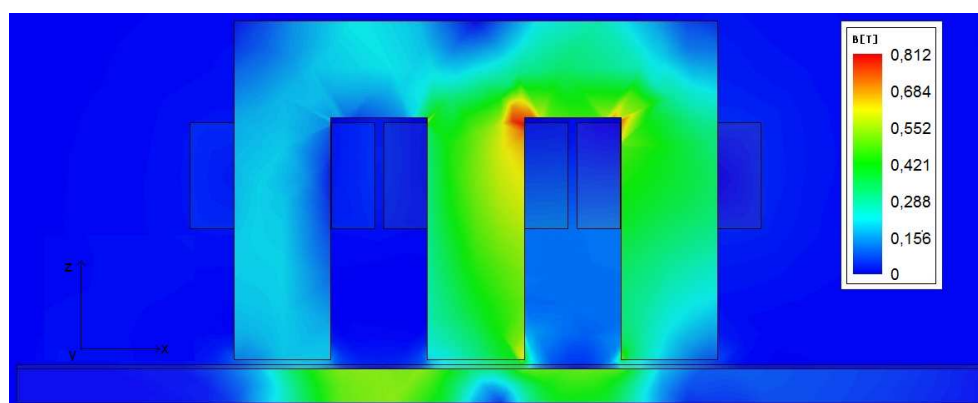
Tal como no protótipo real, o entreferro, região entre os núcleos ferromagnéticos, tem um comprimento, no eixo  $z$ , de 2 mm para o caso 1, sendo considerado que o alumínio, de espessura de 1 mm, também faz parte do entreferro. Já para o caso 2, o entreferro passa a ter um comprimento, no eixo  $z$ , de 1 mm, haja visto que o espaço de alumínio, nesse caso, é preenchido com aço.

Na figura 81 é mostrada a distribuição da densidade fluxo magnético do atuador planar para o caso 1, quando apenas o enrolamento no eixo  $x$  é excitado com corrente elétrica trifásica de 60 V a 60Hz, por fase, já na figura 82 é mostrada essa mesma distribuição de fluxo, porém quando os enrolamentos  $x$  e  $y$  são excitados simultaneamente com os mesmos 60 V a 60Hz. Nas figuras 82(a) e 83(a) são apresentados os esquemáticos de localização a fim de situar onde é feito o corte  $C - C'$  para a verificação da distribuição da densidade de fluxo magnético e nas figuras 82(b) e 83(b) ilustra-se o instante temporal da análise, em função das correntes elétricas de excitação. Nas figuras 82(c), 82(d), 82(e), 83(c), 83(d) e 83(e) são apresentados os mapas em 2D do módulo da densidade de fluxo magnético visualizado a partir do corte  $C - C'$  em função da velocidade relativa entre o estator e armadura que está relacionada ao escorregamento.



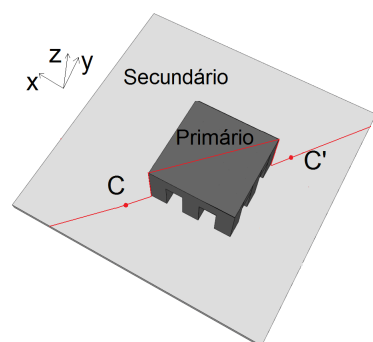


(d)

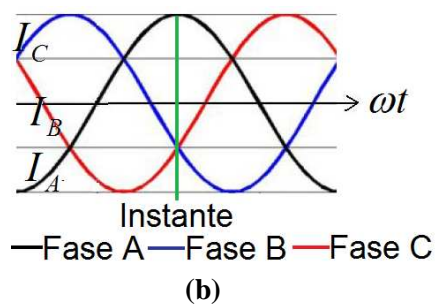


(e)

Figura 82 Mapeamento do módulo do vetor densidade de fluxo magnético para o caso 1, quando apenas o enrolamento  $x$  é excitado com 3 A, trifásico e equilibrado - (a) vista superior com a localização do corte C - C'; (b) Instante considerado para as correntes elétricas primárias e; (c) detalhe do mapeamento 2D da densidade de fluxo magnético no modelo através de vetores de  $B$  para escorregamento de 1, (d) para escorregamento de 0,8 e (e) para escorregamento de 0,5.

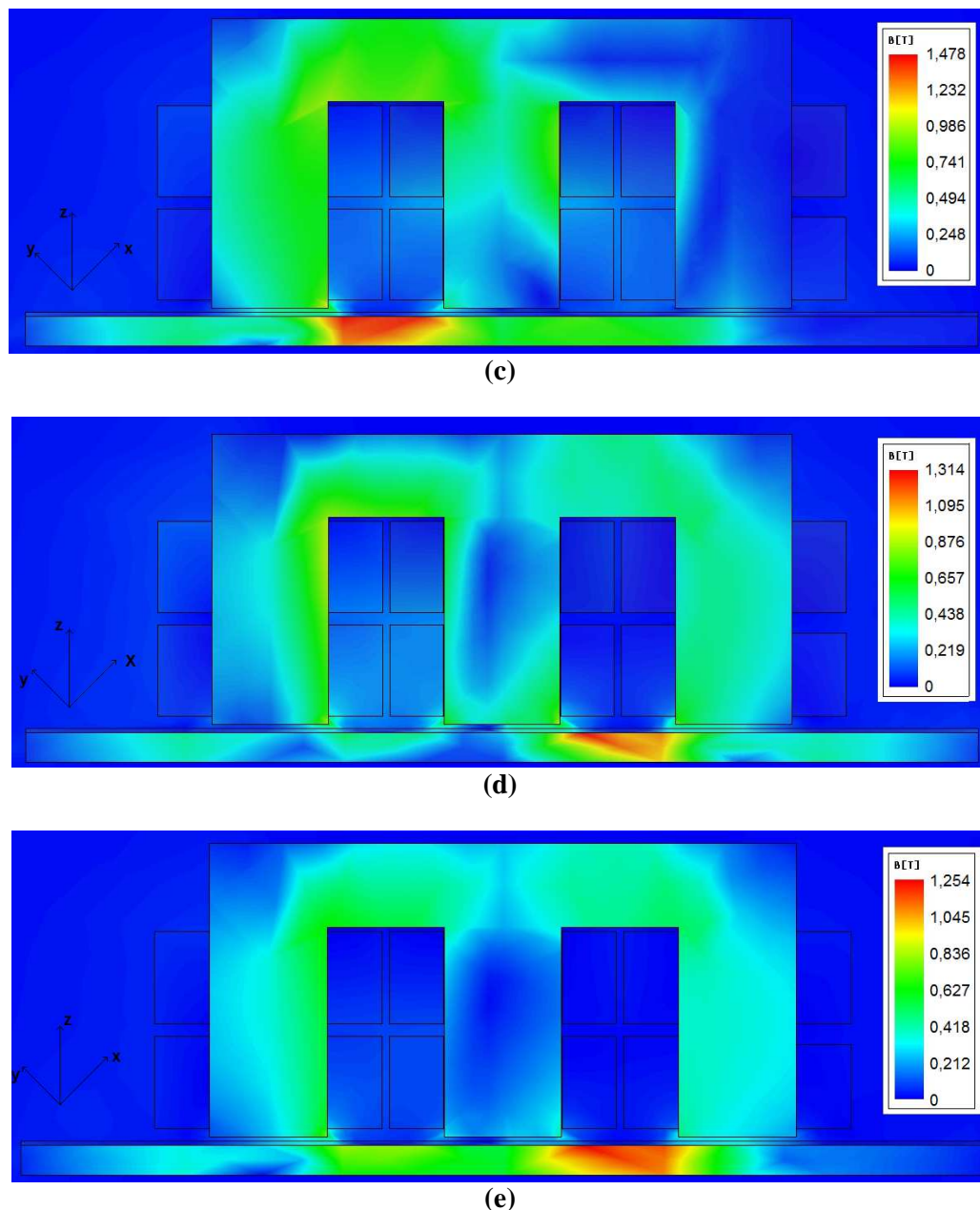


(a)



(b)





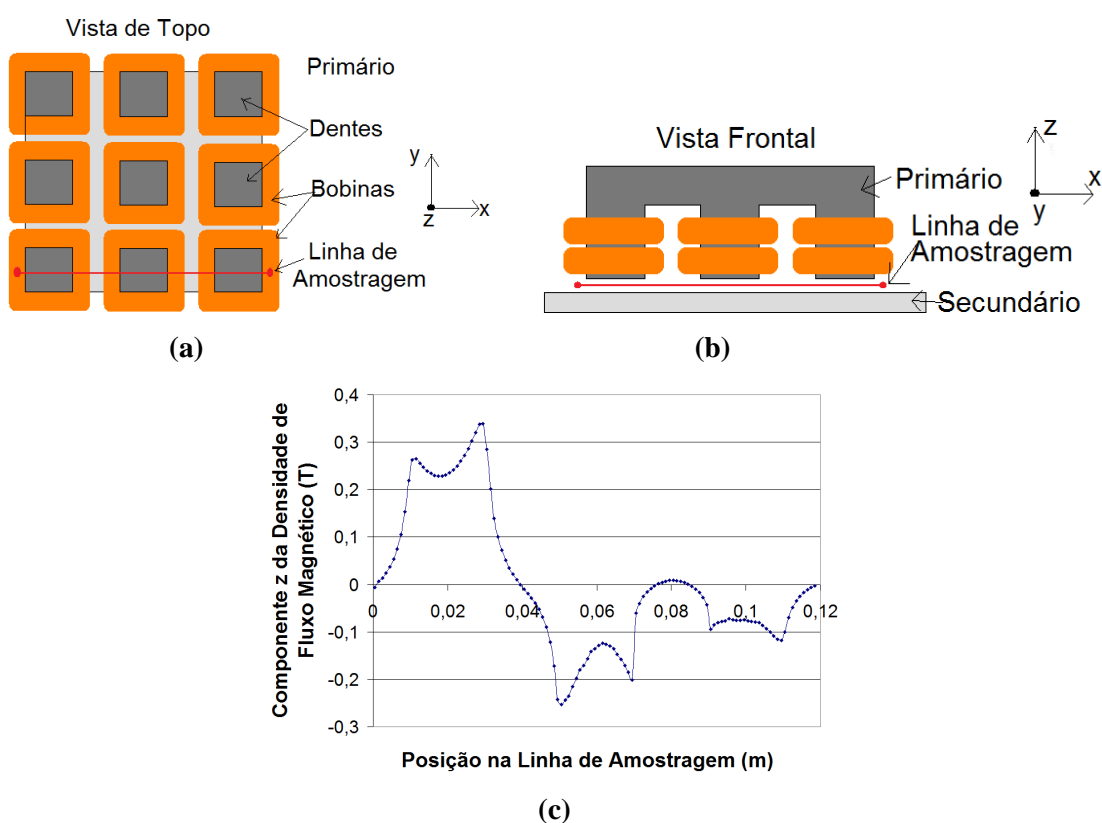
**Figura 83** Mapeamento do módulo do vetor densidade de fluxo magnético para o caso 1, quando os enrolamentos  $x$  e  $y$  são excitados com 60 V, trifásico e equilibrado - (a) vista superior com a localização do corte C - C'; (b) Instante considerado das correntes elétricas primárias e; (c) detalhe do mapeamento 2D da densidade de fluxo magnético no modelo através de vetores de  $B$  para escorregamento de 1, (d) para escorregamento de 0,8 e (e) para escorregamento de 0,5.

Seguindo a análise para o caso 1, os gráficos das figuras 84 e 85 estão relacionados com os cortes C - C' e mostram o valor pontual do vetor densidade de fluxo magnético a 0,5 mm da face do primário, já na região do entreferro, com corrente elétrica de excitação apenas no enrolamento  $x$  e com corrente nos dois enrolamentos, novamente acionados simultaneamente. Nestes gráficos é possível perceber ainda que o módulo do vetor densidade de fluxo magnético maior nas regiões de extremidades dos dentes e vai diminuindo à medida



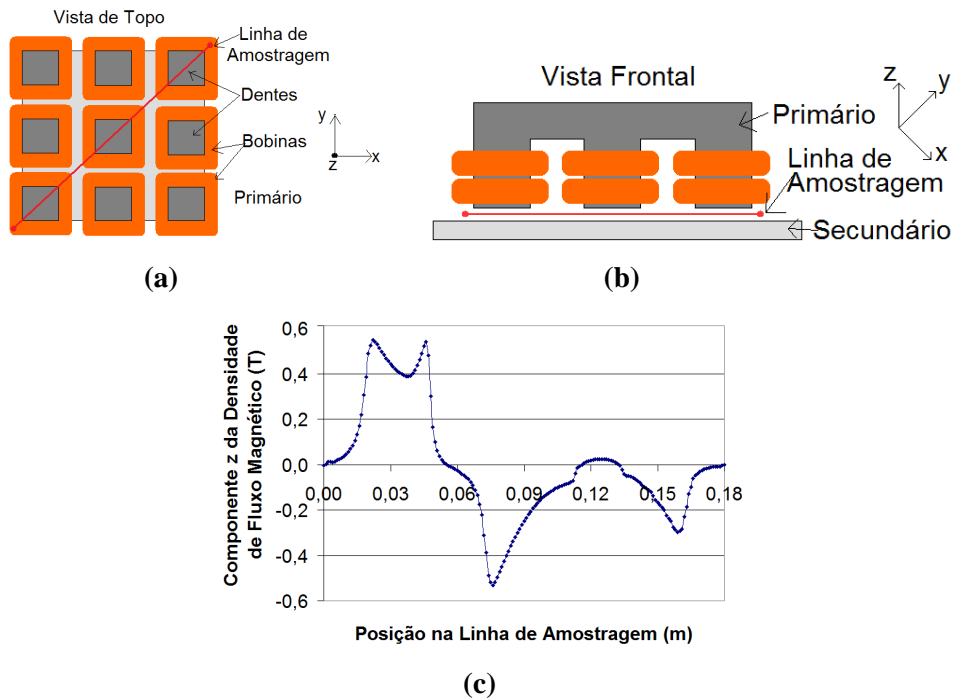
que se aproxima do centro de cada dente, este fenômeno já é conhecido e também esperado e verificado para este caso.

A distribuição do vetor densidade de fluxo magnético na região rente ao secundário, ou seja, a 1mm da face do primário na direção  $z$ , também é investigada em toda a extensão transversal compreendida abaixo do carro. Esta distribuição pode ser visualizada nos gráficos das figuras 86 e 87, para as duas situações de excitação nos enrolamentos. Estas análises são bastante importantes para que possam comparar os valores de vetor densidade de fluxo magnético quando os materiais do secundário são alterados.

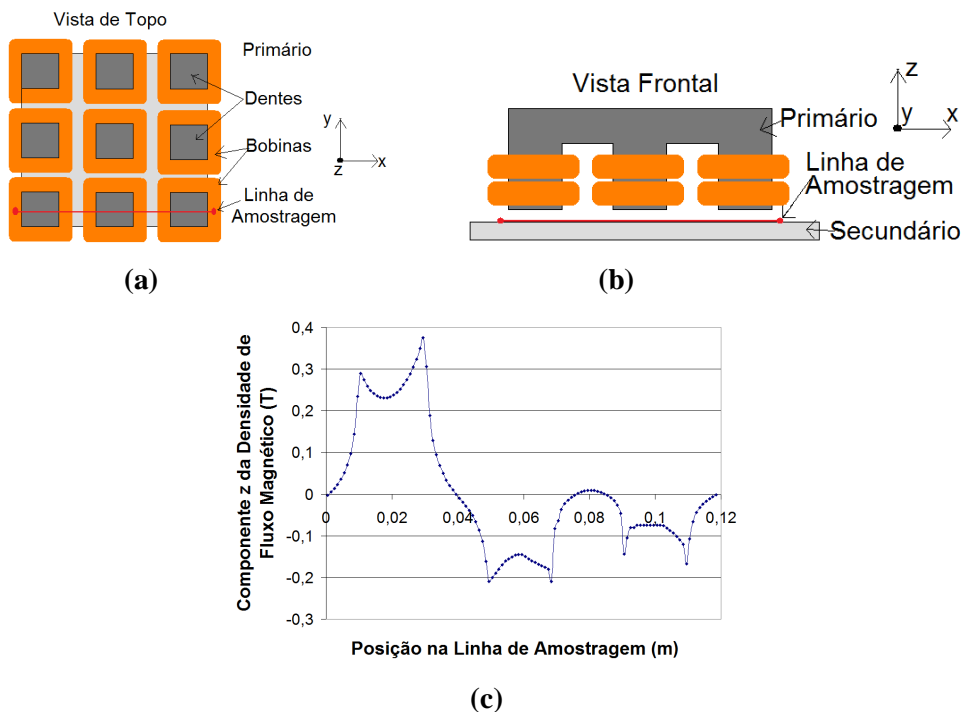


**Figura 84** Valores pontuais da componente  $z$  do vetor densidade de fluxo magnético sobre a linha vermelha como indicada, para o caso 1, quando o enrolamento  $x$  é excitado com tensão elétrica trifásica de 60 V - (a) Vista de topo com destaque da linha de amostragem; (b) Vista frontal com destaque da linha de amostragem e; (c) Gráfico.

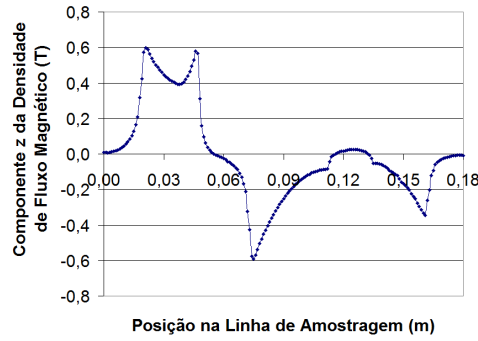
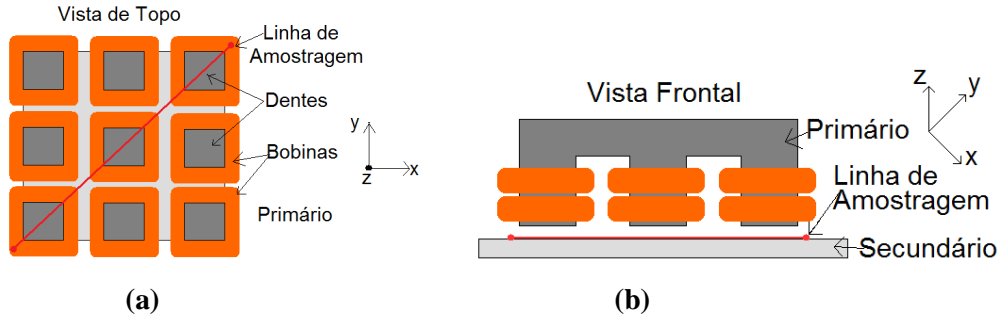
Ainda para a análise do caso 1, propõe-se dois gráficos tridimensionais, através das figuras 88 e 89, relacionando com os cortes C – C', mostrando os valores pontuais do vetor densidade de fluxo magnético em toda a espessura do entreferro. Nesses gráficos é possível visualizar como a densidade de fluxo magnético comporta-se à medida que vai se afastando do primário em direção ao secundário.



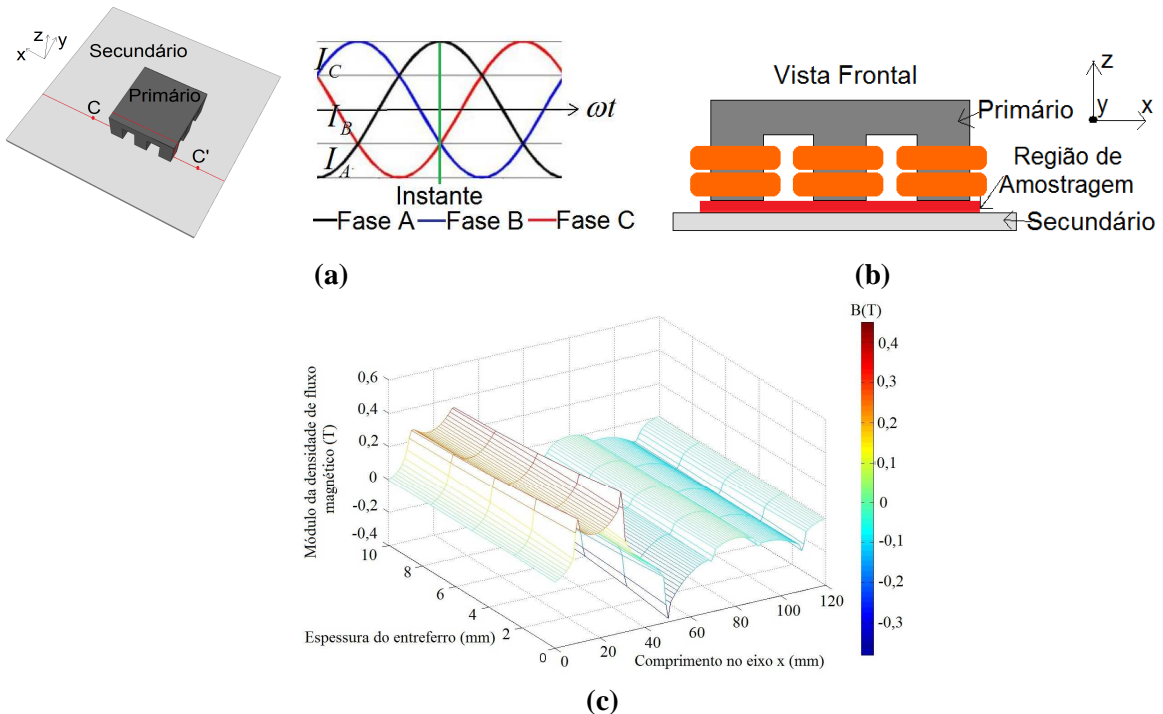
**Figura 85** Valores pontuais da componente  $z$  do vetor densidade de fluxo magnético sobre a linha vermelha como indicada, para o caso 1, quando os enrolamentos  $x$  e  $y$  são excitados com tensão elétrica trifásica de 60 V - (a) Vista de topo com destaque da linha de amostragem; (b) Vista frontal com destaque da linha de amostragem e; (c) Gráfico.



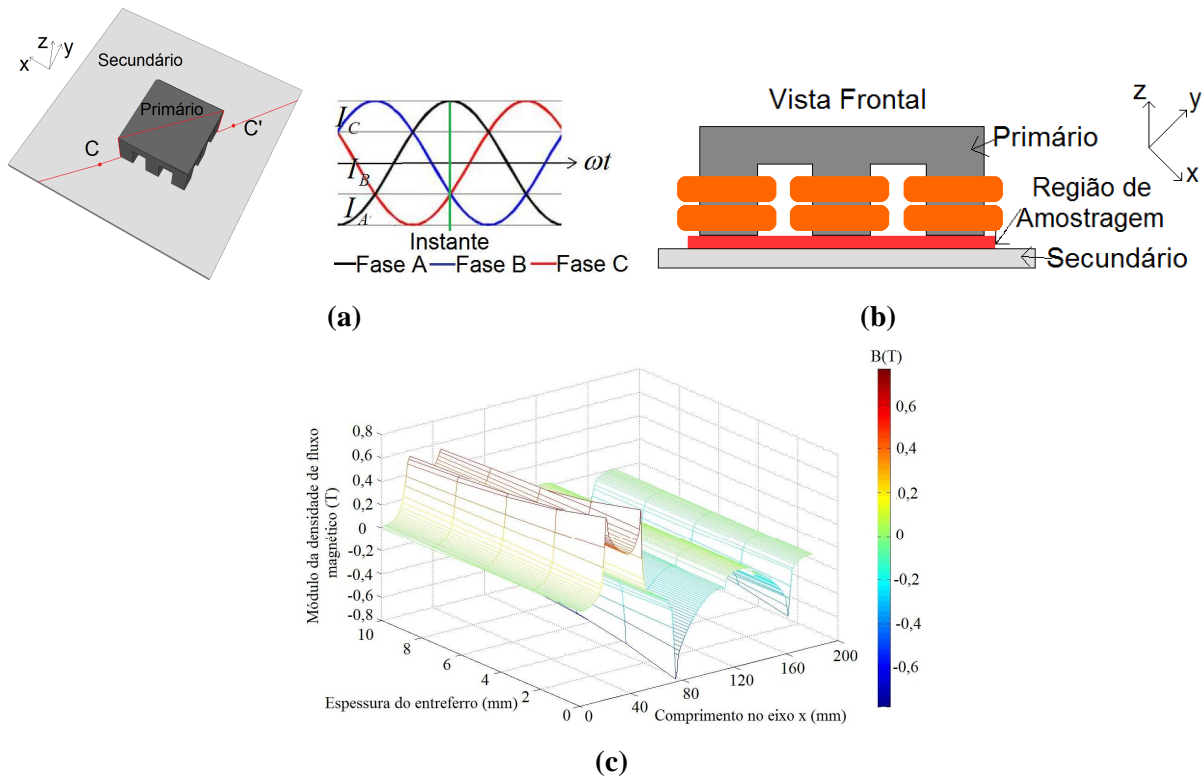
**Figura 86** Valores pontuais da componente  $z$  do vetor densidade de fluxo magnético sobre a linha vermelha como indicada, para o caso 2, quando o enrolamento  $x$  é excitado com tensão elétrica trifásica de 60 V - (a) Vista de topo com destaque da linha de amostragem; (b) Vista frontal com destaque da linha de amostragem e; (c) Gráfico.



**Figura 87** Valores pontuais da componente z do vetor densidade de fluxo magnético sobre a linha vermelha como indicada, para o caso 2, quando os enrolamentos x e y são excitados com tensão elétrica trifásica de 60 V - (a) Vista de topo com destaque da linha de amostragem; (b) Vista frontal com destaque da linha de amostragem e; (c) Gráfico.

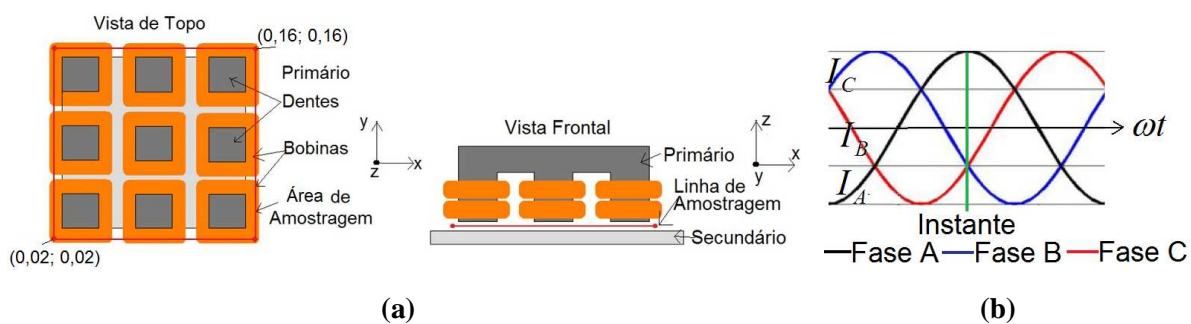


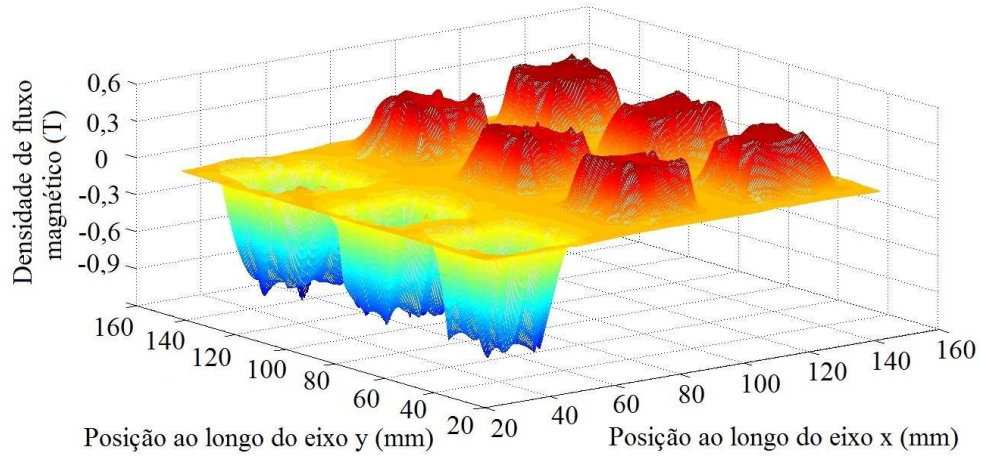
**Figura 88** Valores pontuais da componente z do vetor densidade de fluxo magnético em toda a espessura do entreferro, para o caso 1, indicado a partir do corte C – C’, quando o enrolamento x é excitado com tensão elétrica trifásica de 60 V - (a) vista superior com a localização do corte C - C’ e instante considerado para a análise; (b) Vista frontal com destaque na região de amostragem e; (c) Gráfico.



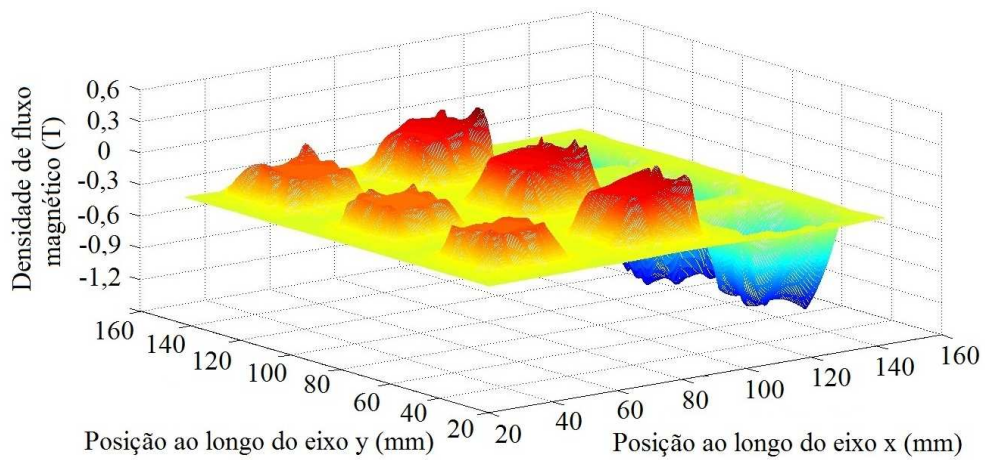
**Figura 89** Valores pontuais da componente z do vetor densidade de fluxo magnético em toda a espessura do entreferro, para o caso 1, indicado a partir do corte C – C', quando os enrolamentos x e y são excitados com tensão elétrica trifásica de 60 V - (a) vista superior com a localização do corte C - C' e instante considerado para a análise; (b) Vista frontal com destaque na região de amostragem e; (c) Gráfico.

Complementando a análise do caso 1, propõe-se dois gráficos tridimensionais, através das figuras 90 e 91, relacionando, para o caso estático (c) e para o caso dinâmico (d) a distribuição da densidade de fluxo magnético em uma área, abaixo do primário, na região central do entreferro, em um determinado instante de tempo, para o caso estático e para o caso dinâmico.



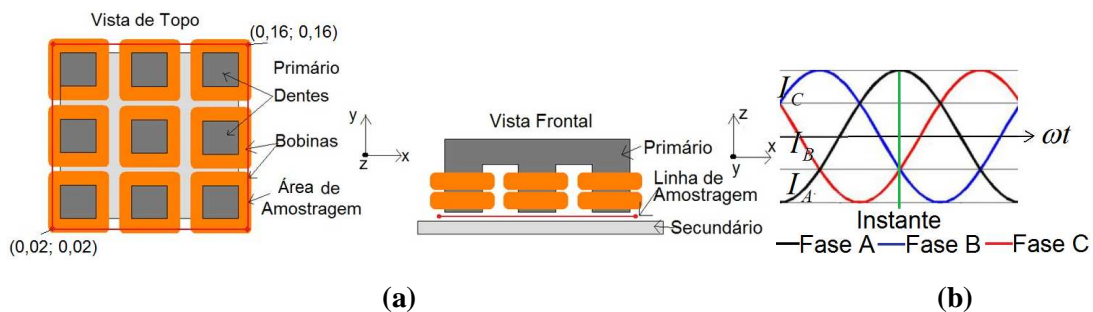


(c)



(d)

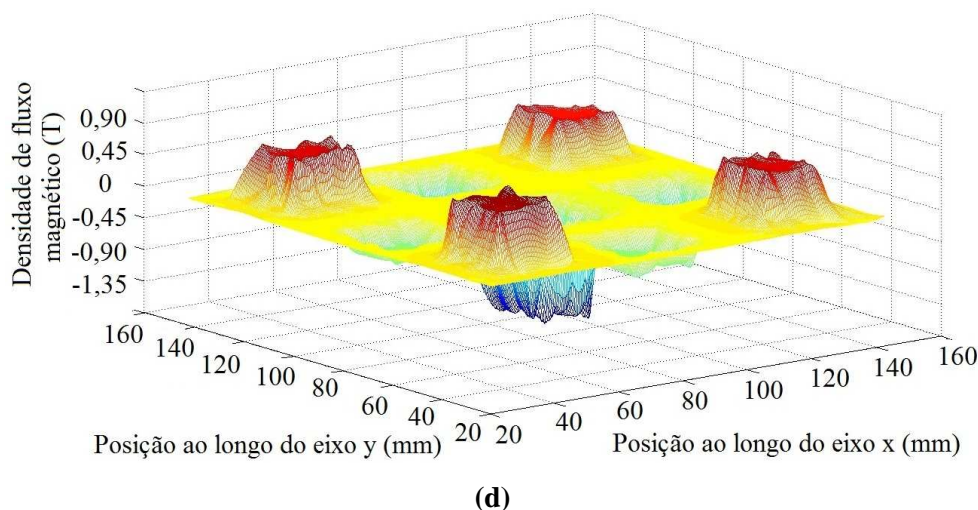
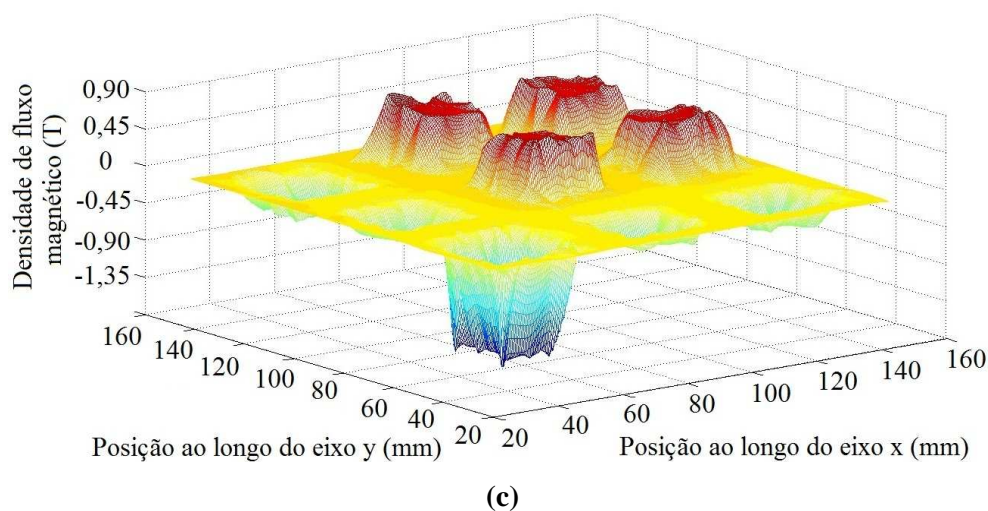
**Figura 90** Gráfico da distribuição da densidade de fluxo magnético na região central do entreferro para o caso 1, quando o enrolamento do eixo x recebe uma excitação elétrica de 60 V a 60 Hz, trifásico e equilibrada – (a) vista da localização da região de análise; (b) instante considerado para a análise; (c) escorregamento de 1 e; (d) escorregamento de 0,5.



(a)

(b)

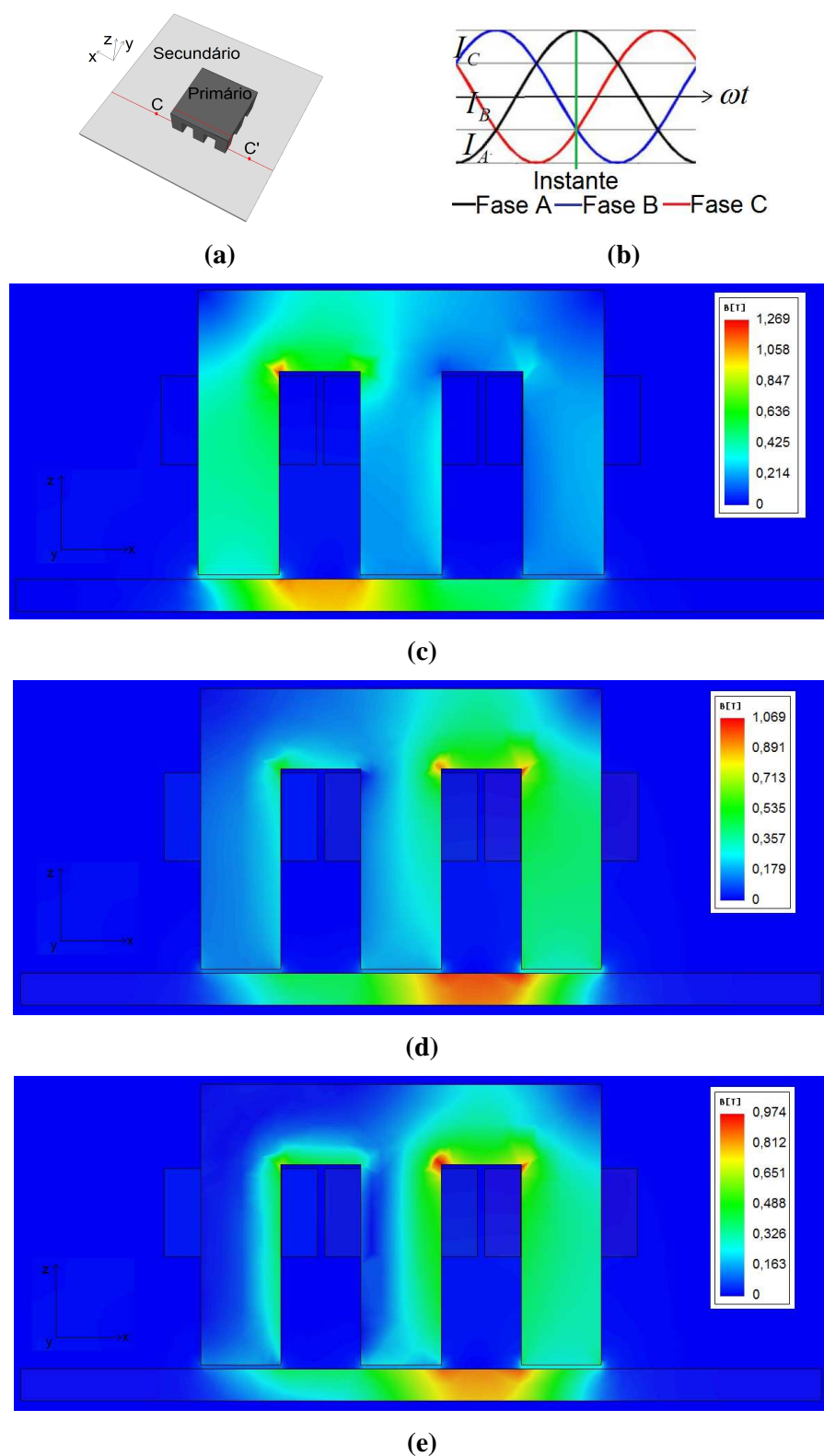




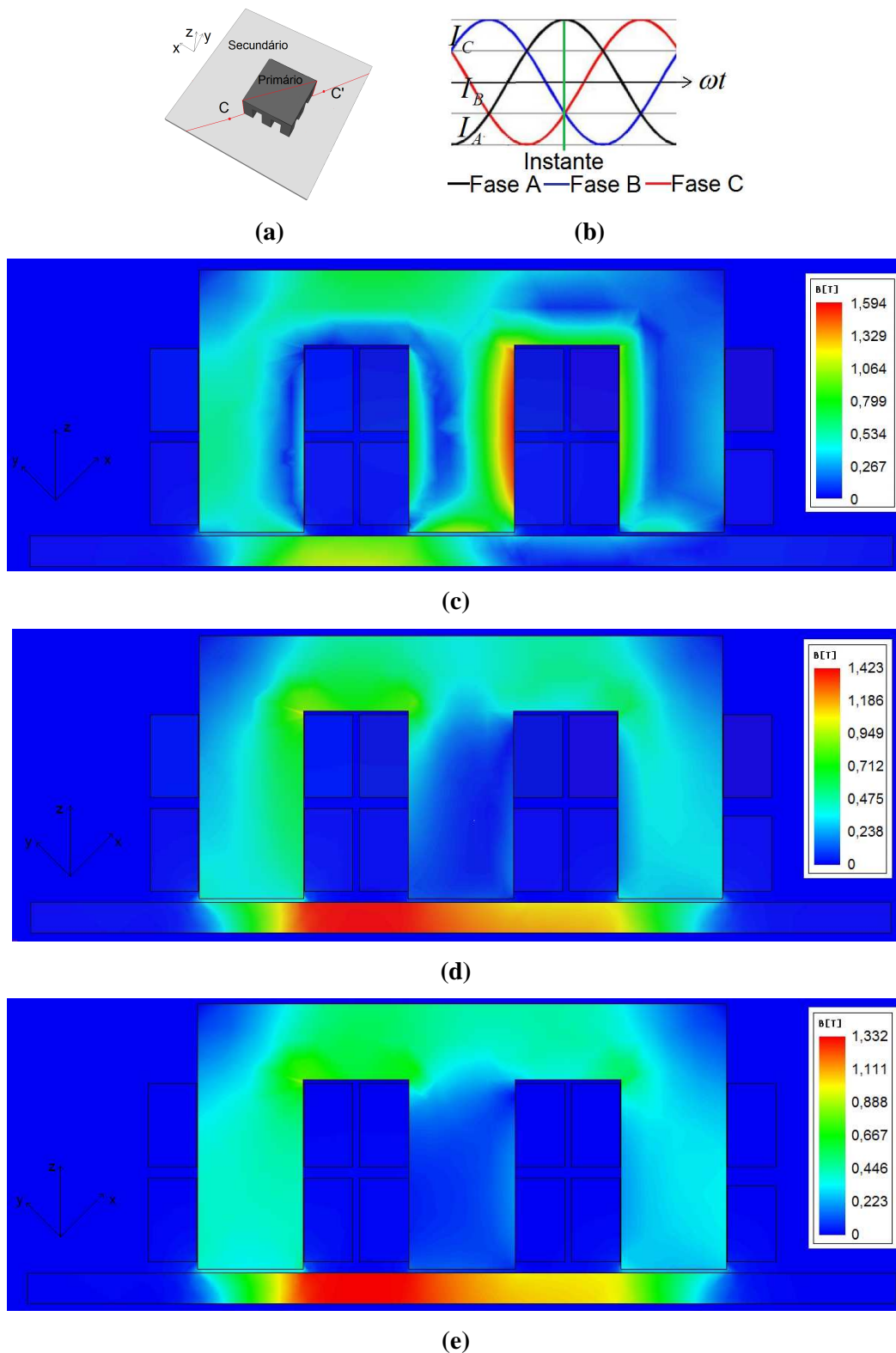
**Figura 91** Gráfico da distribuição da densidade de fluxo magnético na região central do entreferro para o caso 1, quando ambos os enrolamentos recebem uma excitação elétrica de 60 V a 60 Hz, trifásico e equilibrada – (a) vista da localização da região de análise; (b) instante considerado para a análise; (c) escorregamento de 1 e; (d) escorregamento de 0,5.

Na segunda etapa dessa análise numérica estática, agora para o caso 2 onde o alumínio é retirado do secundário, ficando apenas o aço maciço. Respeitando as mesmas características estruturais do caso anterior, apenas diferindo quanto à composição do secundário, são feitas simulações numéricas do mesmo tipo das anteriores.

Nas figuras 92 e 93 são mostradas as distribuições da densidade fluxo magnético do atuador planar, para o caso 2, quando apenas o enrolamento no eixo  $x$  é excitado com corrente elétrica de 60 V e quando os dois enrolamentos são excitados com a mesma corrente elétrica simultaneamente.



**Figura 92** Mapeamento do módulo do vetor densidade de fluxo magnético para o caso 2, quando apenas o enrolamento  $x$  é excitado com 60 V, trifásico e equilibrado - (a) vista superior com a localização do corte C - C'; (b) Indicação do instante considerado das correntes elétricas primárias e; (c) detalhe do mapeamento 2D da densidade de fluxo magnético no modelo através de vetores de  $B$  para escorregamento de 1, (d) para escorregamento de 0,8 e (e) para escorregamento de 0,5.

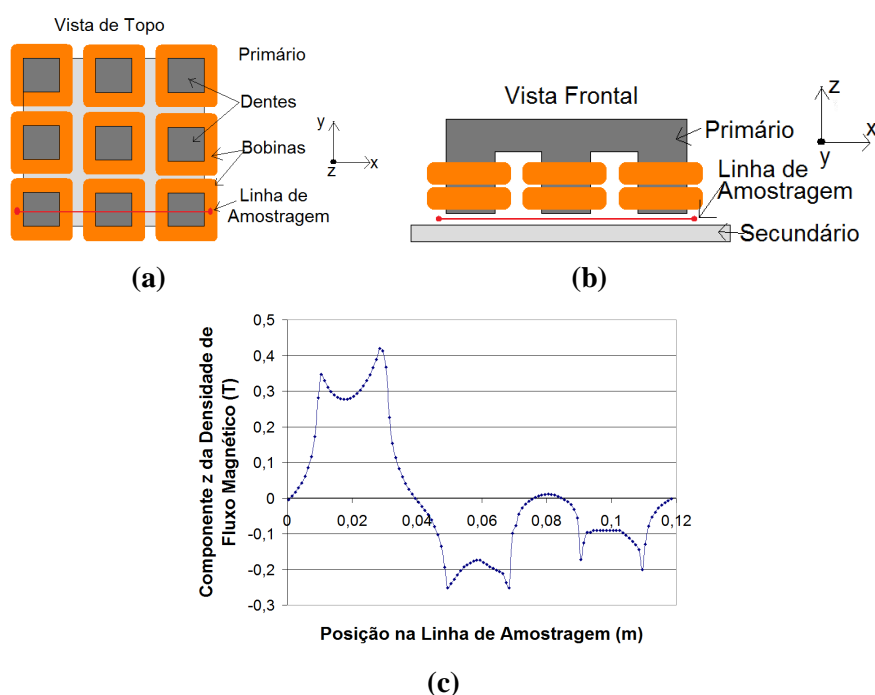


**Figura 93** Mapeamento do módulo do vetor densidade de fluxo magnético para o caso 2, quando os enrolamentos  $x$  e  $y$  são excitados com 60 V, trifásico e equilibrado: (a) vista superior com a localização do corte C - C'; (b) Demonstração do instante temporal das correntes elétricas primárias e; (c) detalhe do mapeamento 2D da densidade de fluxo magnético no modelo através de vetores de  $B$  para escorregamento de 1, (d) para escorregamento de 0,8 e (e) para escorregamento de 0,5.

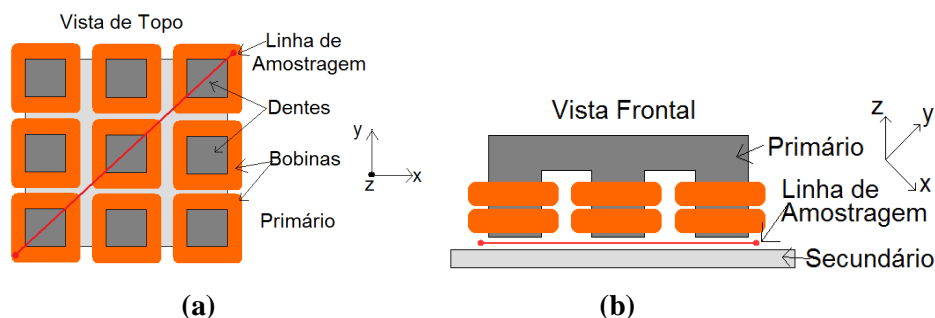


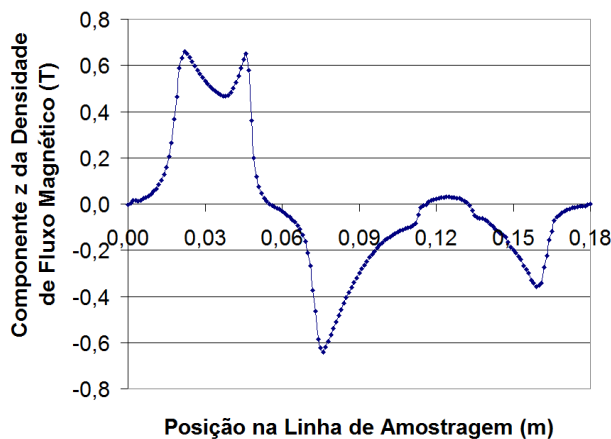
Na figura 92(a) e figura 93(a) são apresentados os esquemáticos de localização a fim de situar onde é feito o corte  $C - C'$  para a verificação da distribuição da densidade de fluxo magnético, já as figuras 92(b) e 93(b) ilustram o instante temporal da análise, em função das corrente elétricas de excitação. Nas figuras 92(c) e 93(c) são apresentados os mapas em 2D do módulo da densidade de fluxo magnético visualizado a partir do corte  $C - C'$ .

A distribuição do vetor densidade de fluxo magnético na região central do entreferro, ou seja, a 0,5mm da face do primário na direção  $z$ , também é investigada em toda a extensão transversal compreendida abaixo do carro. Esta distribuição pode ser visualizada nos gráficos das figuras 95 e 96.



**Figura 94** Valores pontuais da componente  $z$  do vetor densidade de fluxo magnético sobre a linha vermelha como indicada, para o caso 2, quando o enrolamento  $x$  é excitado com tensão elétrica trifásica de 60 V - (a) Vista de topo com destaque da linha de amostragem; (b) Vista frontal com destaque da linha de amostragem e; (c) Gráfico.

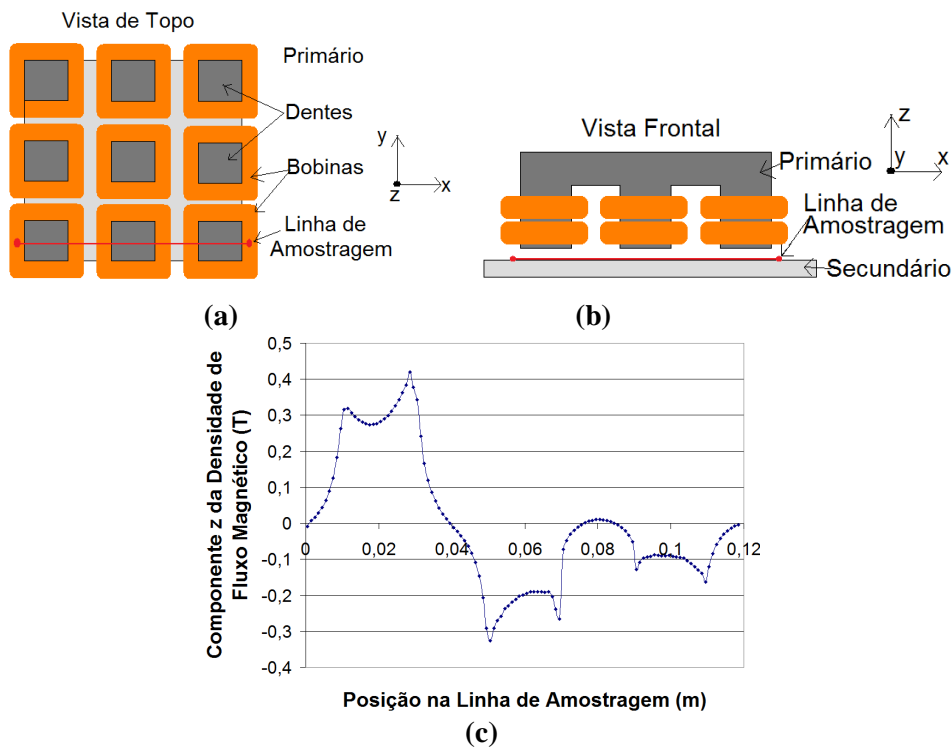




(c)

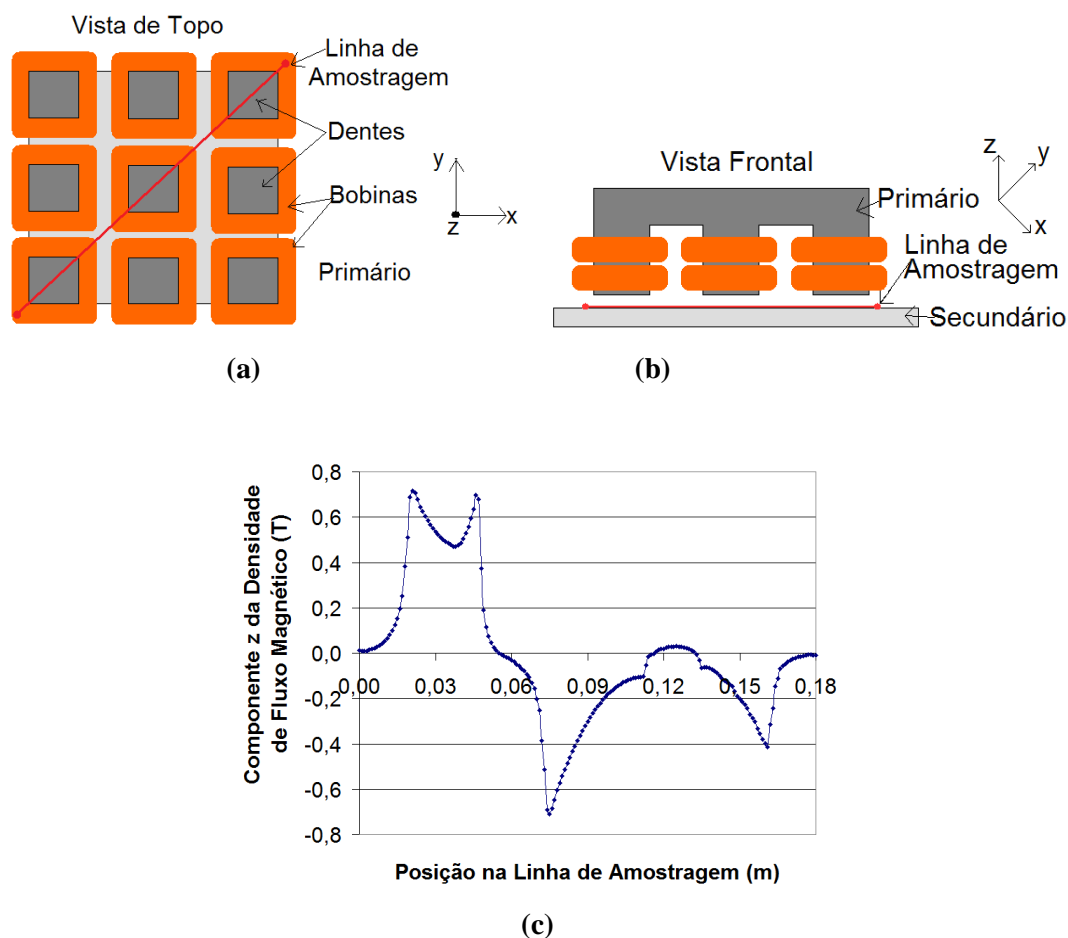
**Figura 95** Valores pontuais da componente  $z$  do vetor densidade de fluxo magnético sobre a linha vermelha como indicada, para o caso 2, quando os enrolamentos  $x$  e  $y$  são excitados com tensão elétrica trifásica de 60 V - (a) Vista de topo com destaque da linha de amostragem; (b) Vista frontal com destaque da linha de amostragem e; (c) Gráfico.

Os gráficos das figuras 96 e 97 estão relacionados à distribuição do vetor densidade de fluxo magnético na região rente ao secundário, ou seja, a 1 mm da face do primário na direção  $z$ , também é investigada em toda a extensão transversal compreendida abaixo do carro.



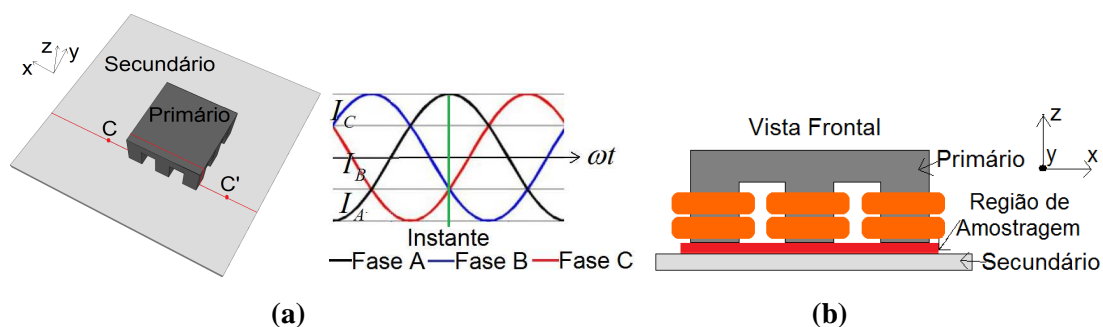
(c)

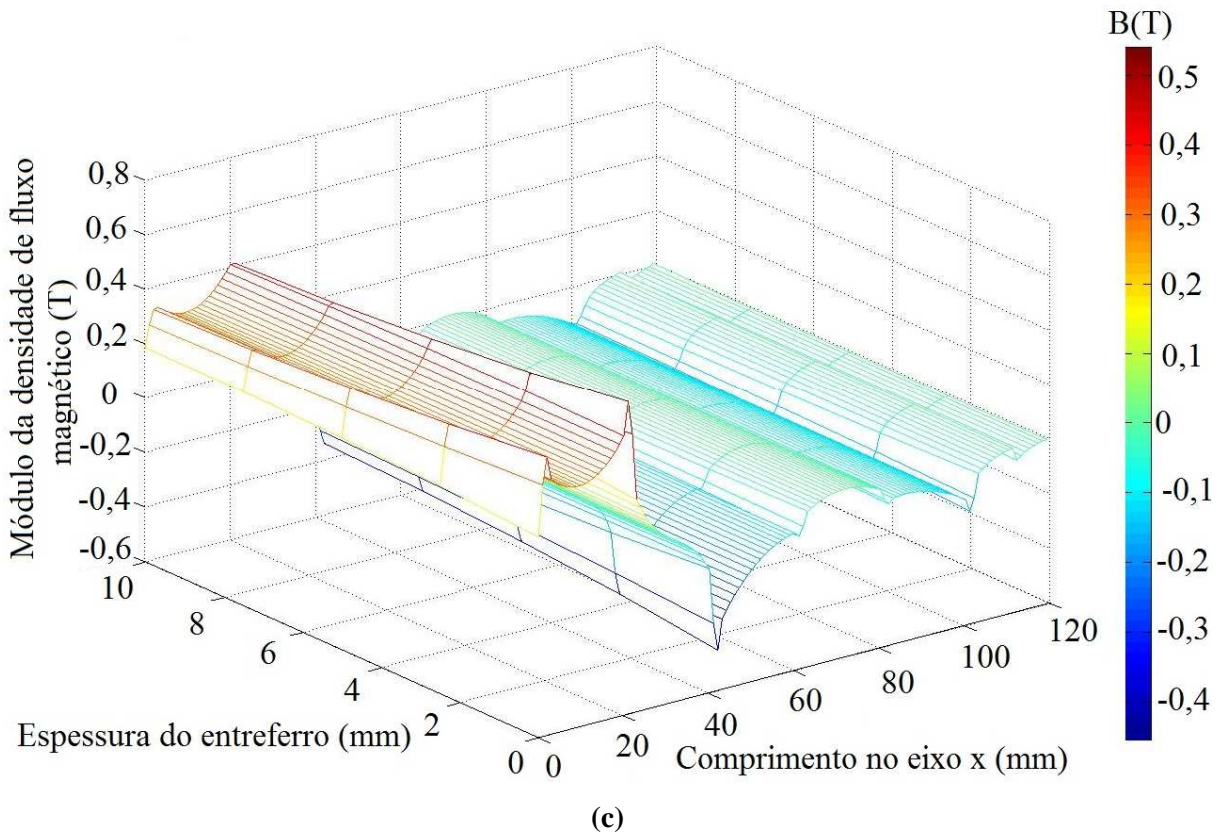
**Figura 96** Valores pontuais da componente  $z$  do vetor densidade de fluxo magnético sobre a linha vermelha como indicada, para o caso 2, quando o enrolamento  $x$  é excitado com tensão elétrica trifásica de 60 V - (a) Vista de topo com destaque da linha de amostragem; (b) Vista frontal com destaque da linha de amostragem e; (c) Gráfico.



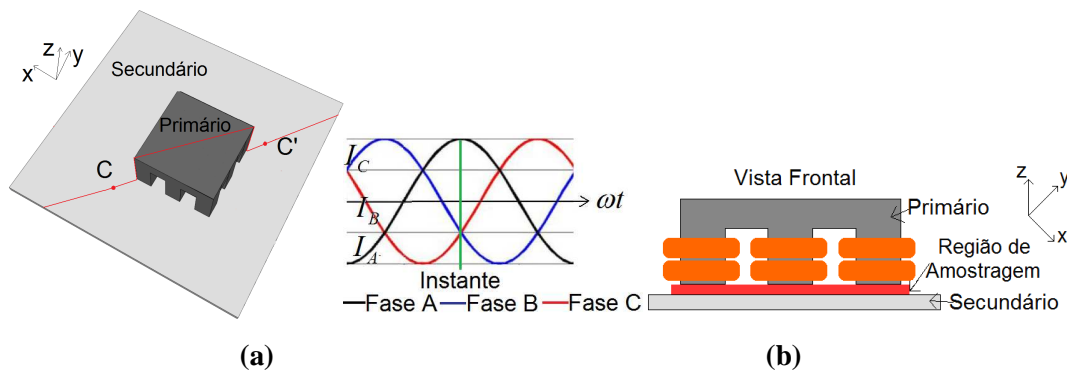
**Figura 97** Valores pontuais da componente z do vetor densidade de fluxo magnético sobre a linha vermelha como indicada, para o caso 2, quando os enrolamentos  $x$  e  $y$  são excitados com tensão elétrica trifásica de 60 V - (a) Vista de topo com destaque da linha de amostragem; (b) Vista frontal com destaque da linha de amostragem e; (c) Gráfico.

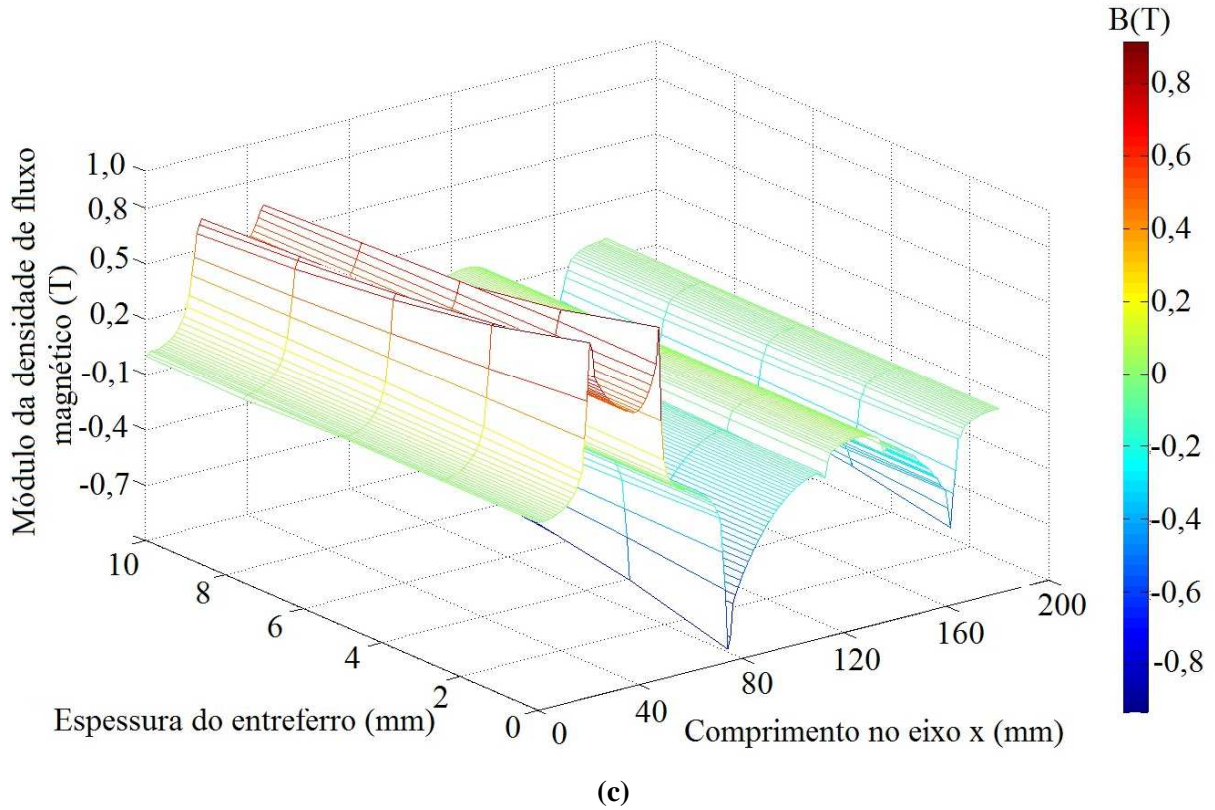
Ainda para a análise do caso 2, propõe-se dois gráficos tridimensionais, através das figuras 98 e 99, relacionando com os cortes C – C', mostrando os valores pontuais do vetor densidade de fluxo magnético em toda a espessura do entreferro. Nesses gráficos é possível visualizar como a densidade de fluxo magnético comporta-se à medida que vai se afastando do primário em direção ao secundário.





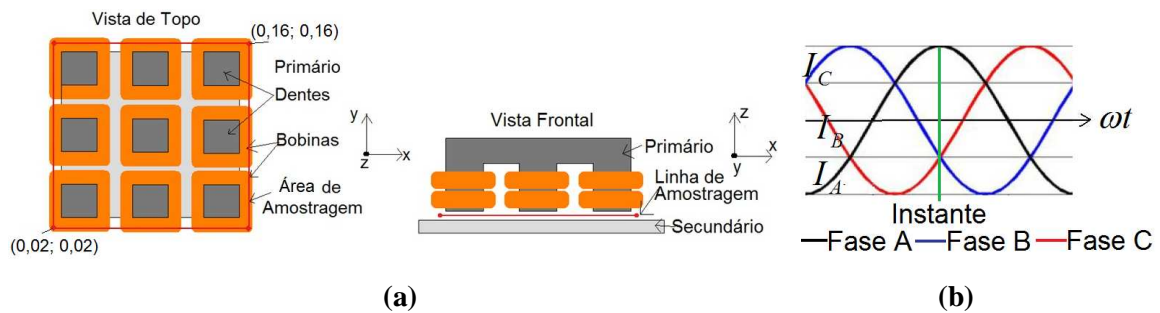
**Figura 98** Valores pontuais da componente  $z$  do vetor densidade de fluxo magnético em toda a espessura do entreferro, para o caso 2, indicado a partir do corte C – C', quando o enrolamento  $x$  é excitado com tensão elétrica trifásica de 60 V - (a) vista superior com a localização do corte C - C' e instante considerado para a análise; (b) Vista frontal com destaque na região de amostragem e; (c) Gráfico.



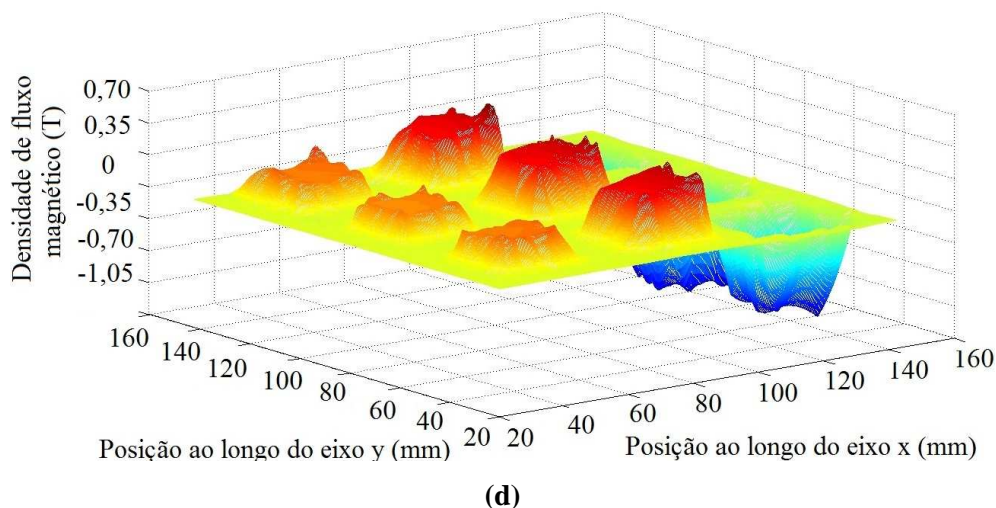
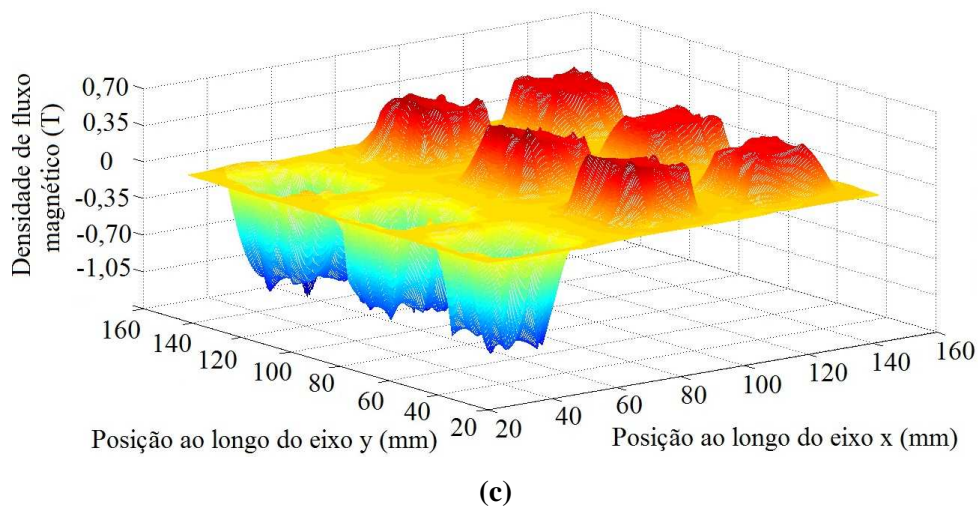


**Figura 99** Valores pontuais da componente z do vetor densidade de fluxo magnético em toda a espessura do entreferro, para o caso 2, indicado a partir do corte C – C', quando os enrolamentos x e y são excitados com tensão elétrica trifásica de 60 V - (a) vista superior com a localização do corte C - C' e instante considerado para a análise; (b) Vista frontal com destaque na região de amostragem e; (c) Gráfico .

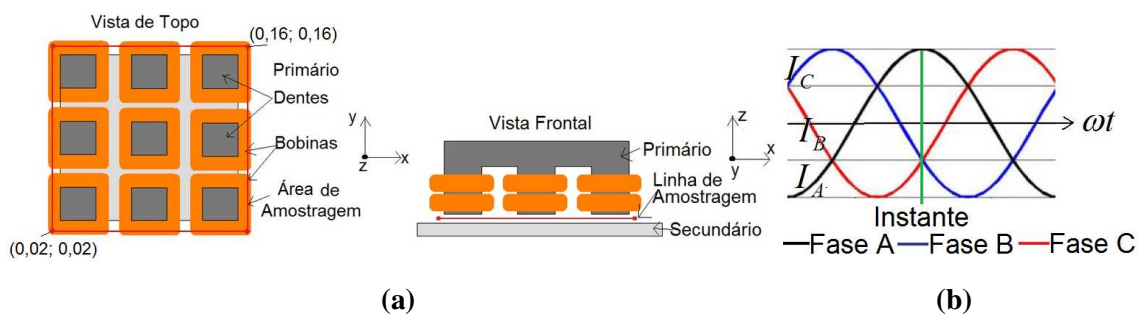
Complementando a análise do caso 2, propõe-se dois gráficos tridimensionais, através das figuras 100 e 101, relacionando, para o caso estático (c) e para o caso dinâmico (d) a distribuição da densidade de fluxo magnético em uma área, abaixo do primário, na região central do entreferro, em um determinado instante de tempo, para o caso estático e para o caso dinâmico.

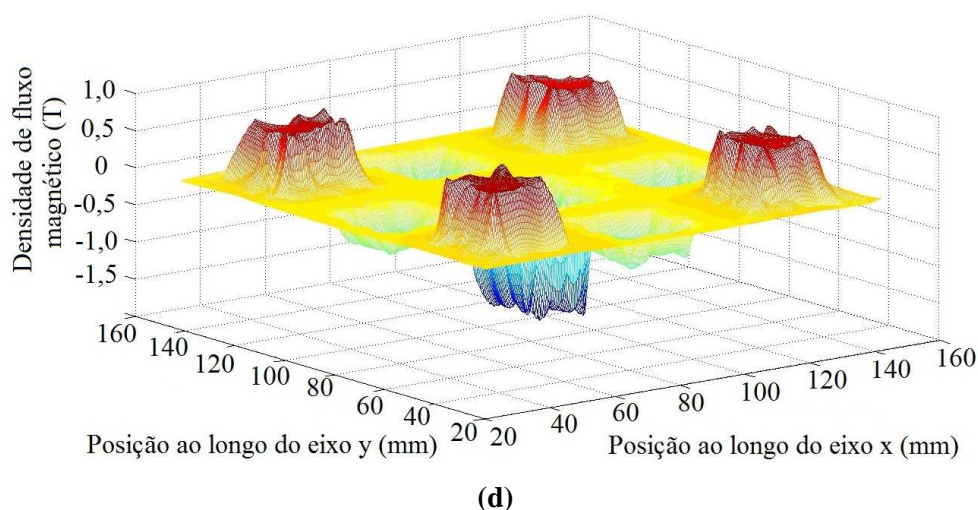
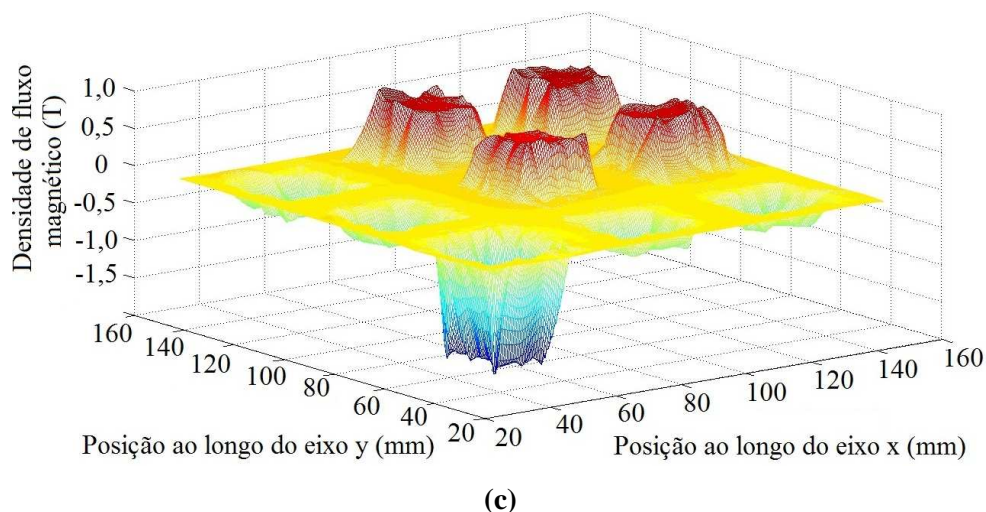






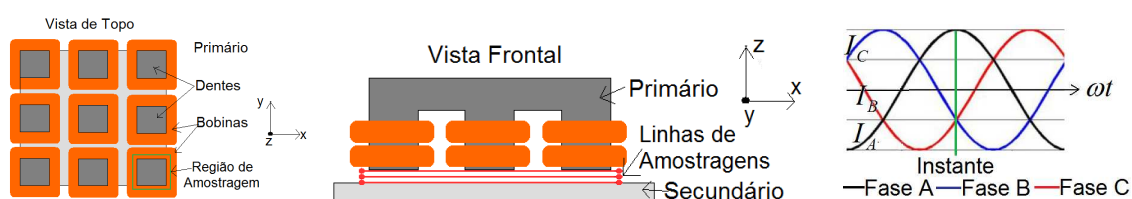
**Figura 100** Gráfico da distribuição da densidade de fluxo magnético na região central do entreferro para o caso 2, quando o enrolamento do eixo  $x$  recebe uma excitação elétrica de 60 V a 60 Hz, trifásico e equilibrado – (a) vista da localização da região de análise; (b) instante considerado para a análise; (c) escorregamento de 1 e; (d) escorregamento de 0,5.

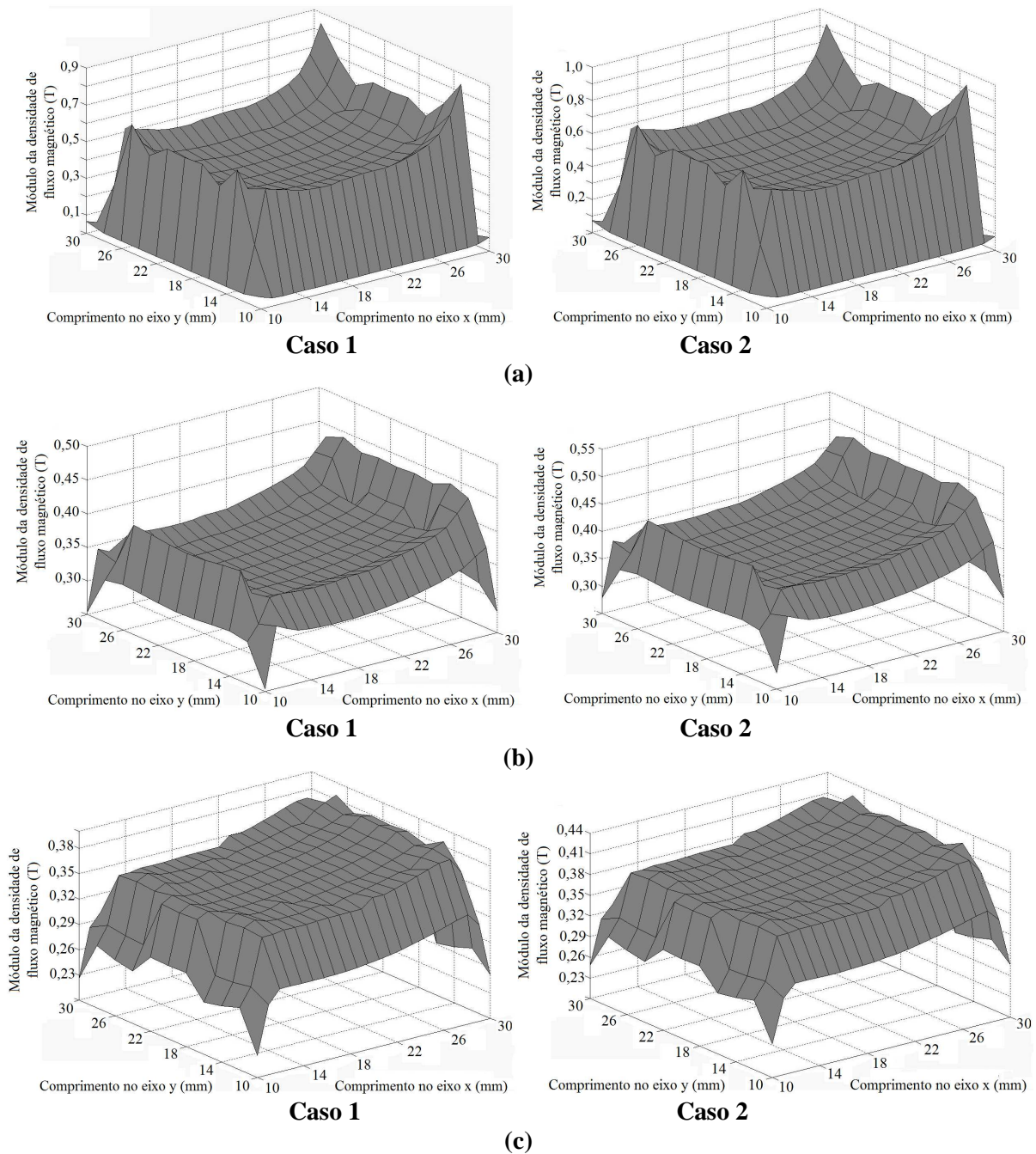




**Figura 101** Gráfico da distribuição da densidade de fluxo magnético na região central do entreferro para o caso 2, quando ambos os enrolamentos recebem uma excitação elétrica de 60 V a 60 Hz, trifásico e equilibrado – (a) vista da localização da região de análise; (b) instante considerado para a análise; (c) escorregamento de 1 e; (d) escorregamento de 0,5.

A figura 102 mostra a densidade de fluxo magnético no entreferro, considerando-se as três regiões de análise para os dois casos em discussão, considerando-se a soma dos efeitos da fonte primária de excitação e do campo magnético produzido pelas correntes induzidas, ainda que em escala constante.



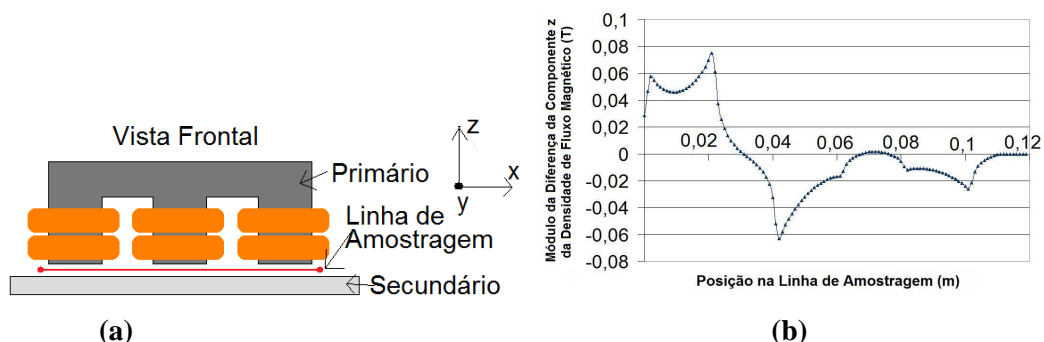


**Figura 102** Gráficos da componente  $z$  do vetor densidade de fluxo magnético, sob um dente do primário, calculados para os dois casos em estudo, com excitação primária de 60 V em três diferentes posições do entreferro: (a) rente ao primário; (b) no centro no entreferro e (c) rente ao secundário.

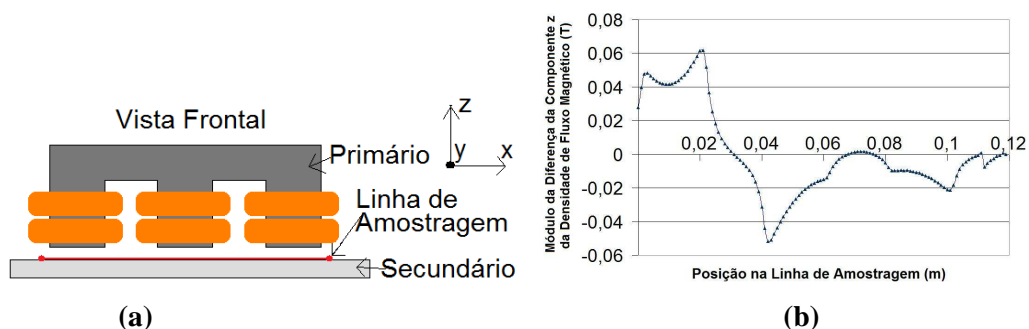
Quando comparados os resultados pontuais do módulo da densidade de fluxo magnético para os dois casos em estudo, quando apenas o enrolamento do eixo  $x$  é excitado com corrente elétrica, a diferença percentual máxima é de 2,36%. Esta diferença sugere que, apesar da presença de alumínio no entreferro do caso 1, a densidade de fluxo magnético, fundamental para a produção de força planar, altera-se pouco. Para que isso fique ainda mais claro, são apresentados, nas figuras 103 e 104, gráficos relacionando valores de módulo das



diferenças da densidade de fluxo magnético para os dois casos em duas diferentes posições  $z$  do entreferro, fazendo-se o valor pontual de  $B$  do caso 2 menos o valor pontual do caso 1.



**Figura 103** Gráfico do módulo da diferença do valor da densidade de fluxo magnético pontual da componente  $z$ , a 0,5mm da face do primário, considerando-se  $B$  do caso 2 menos  $B$  do caso 1 - (a) Vista frontal com destaque da linha de amostragem e; (b) Gráfico.



**Figura 104** Gráfico do módulo da diferença do valor da densidade de fluxo magnético pontual da componente  $z$ , a 1mm da face do primário, considerando-se  $B$  do caso 2 menos  $B$  do caso 1- (a) Vista frontal com destaque da linha de amostragem e; (b) Gráfico.

Os resultados apresentados nas figuras 103 e 104 são indicativos importantes que poderão confirmar que a troca de materiais no secundário não é fator relevante para alterar a distribuição de  $B$  no entreferro.

Através dos gráficos das figuras acima sobre densidade de fluxo magnético é possível analisar que devido ao maior entreferro no caso 1 a densidade de fluxo magnético é menor em comparação ao caso 2 tanto para as situações estáticas quanto para as situações dinâmicas relacionadas ao escorregamento, dado em função da velocidade relativa entre o primário e o secundário e em função da velocidade linear síncrona.

Essa análise numérica da densidade de fluxo ajudará a entender e justificar que mesmo que o caso 2 produza um valor maior de densidade em comparação ao caso 1, cerca de 10%, essa diferença é aceitável em benefício de uma maior produção de força planar.

### 4.2.2 Correntes Elétricas Induzidas

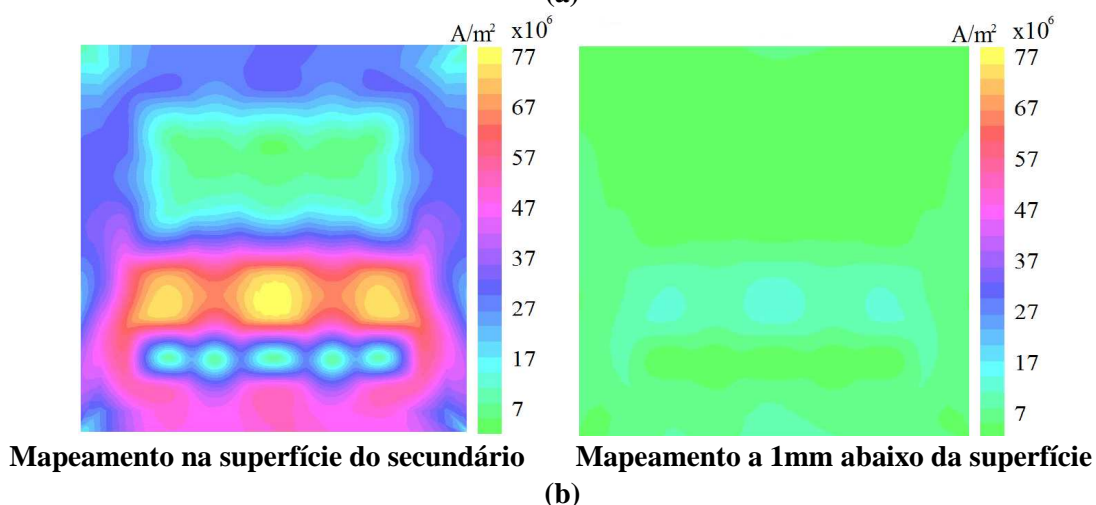
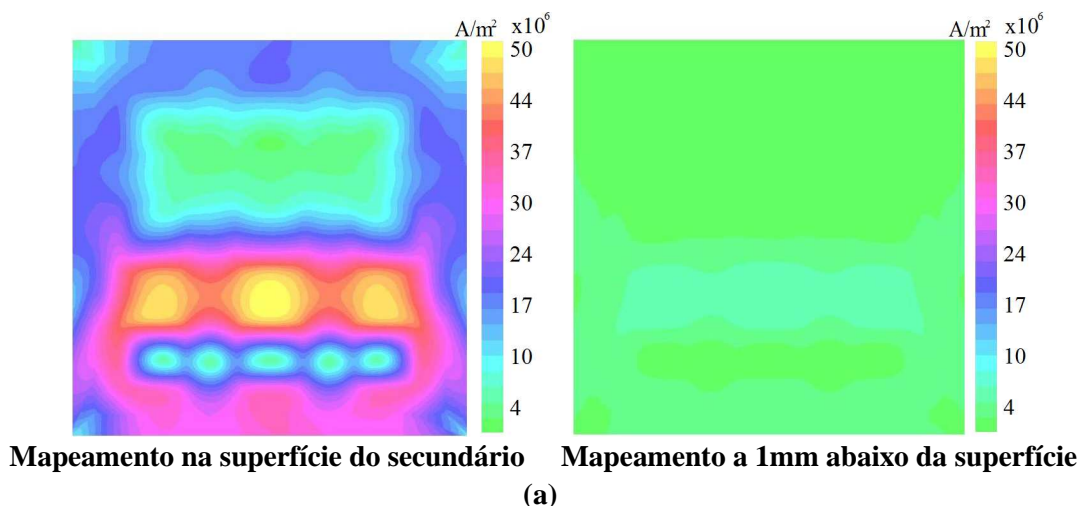
Nessa seção são apresentados gráficos e figuras referentes às correntes elétricas induzidas no secundário do API; correntes essas oriundas do campo magnético alternado gerado pelo primário e que colaboram diretamente com a produção das forças envolvidas na operacionalidade do dispositivo. Os dois casos em estudo também aqui serão abordados sempre se fazendo uma investigação concludente e comparativa à cerca dos resultados de simulação envolvidos.

É inegável a concordância de muitos autores quanto à dificuldade e complexidade na modelagem de correntes elétricas induzidas a partir de uma excitação alternada de campo magnético, sendo assim, faz-se uso das ferramentas de simulação computacionais para avaliar essa grandeza, sendo ainda possível validar os resultados de forma indireta.

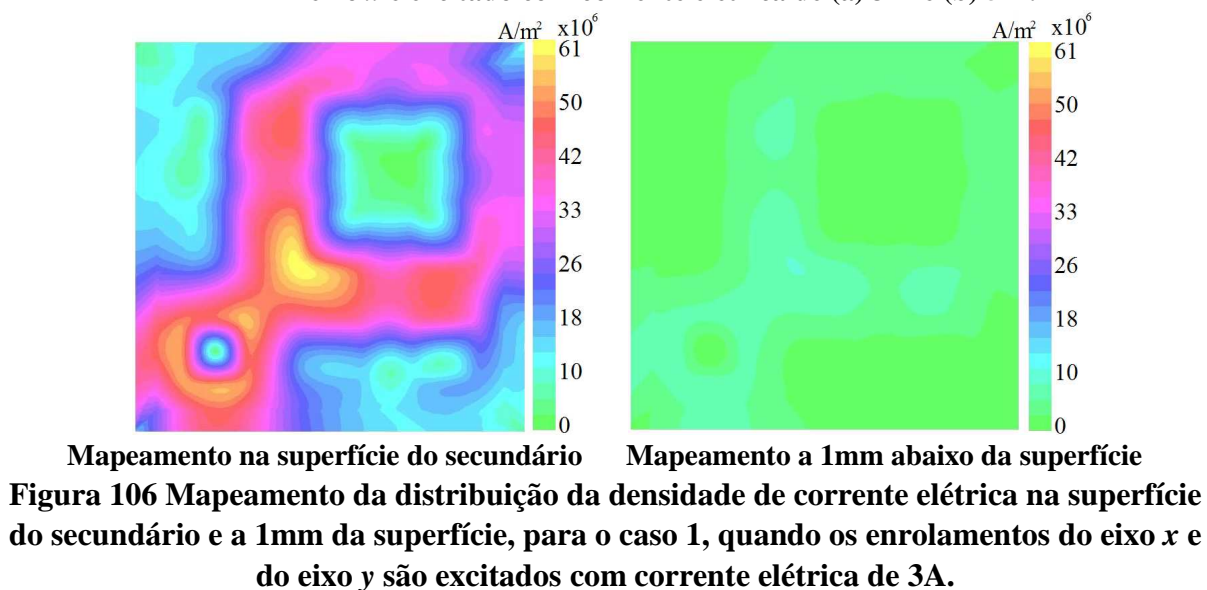
Na simulação numérica das correntes elétricas induzidas o foco não se limita apenas às regiões principais que englobam o carro e a região abaixo deste; aqui todo o conjunto é focado. Um dos objetivos disso é prever o comportamento da distribuição da densidade de corrente elétrica no API para diferentes situações de excitação elétrica alternada do primário, em regiões do secundário.

A análise numérica das correntes induzidas prevê que as excitações dos enrolamentos primários receberão correntes elétricas trifásicas, alternadas e equilibradas, em situações de operacionalidade diferentes. Inicialmente, somente será aplicada corrente elétrica no enrolamento do eixo  $x$  e, posteriormente, já num segundo momento dessa seção, os dois enrolamentos receberão corrente elétricas concomitantemente. Feitas de forma separada, os valores de corrente elétricas eficazes escolhidos para essa análise serão 3 A e 5 A a 60 Hz. Nestas simulações, as mesmas configurações de montagem do atuador planar são mantidas, e os resultados são extraídos quando o carro está estático e em regime permanente e não no regime transitório.

Os primeiros resultados a serem apresentados dizem respeito à distribuição da densidade de corrente elétrica induzida,  $\bar{J}$ , em duas regiões: na superfície do secundário e a 1mm da abaixo da superfície (posições ao longo do eixo  $z$ ), em função dos valores de corrente elétrica de excitação primária. Os mapas da figura 105, abordando o caso 1, trazem a simulação de  $\bar{J}$  para as duas situações ensaiadas, quando apenas o enrolamento do eixo  $x$  é excitado, já na figura 106 os mapas são referentes à simulação de  $\bar{J}$ , quando os enrolamentos  $x$  e  $y$  são excitados.

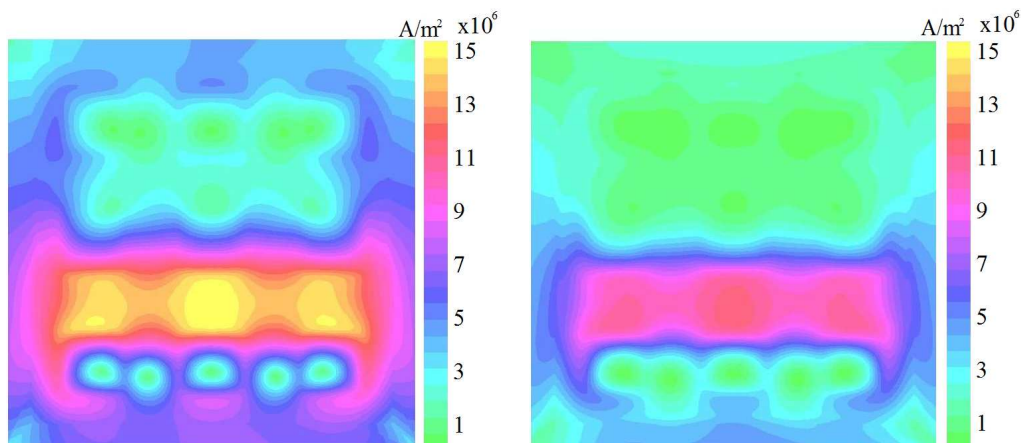


**Figura 105** Mapeamento da distribuição da densidade de corrente elétrica na superfície do secundário e a 1mm da superfície, para o caso 1, quando apenas o enrolamento do eixo  $x$  é excitado com corrente elétrica de (a) 3 A e (b) 5 A.



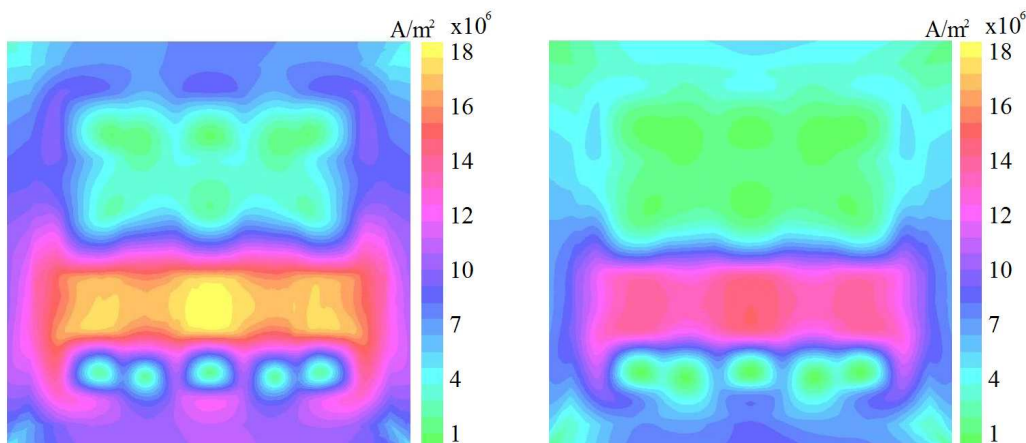
Mantendo a mesma configuração do motor linear simulado e em caráter comparativo, as figuras 107 e 108 trazem os mapas da distribuição da densidade de corrente elétrica induzida,

$\bar{J}$ , para o caso 2, nas mesmas regiões e situações de corrente do caso anterior.



Mapeamento na superfície do secundário Mapeamento a 1mm abaixo da superfície

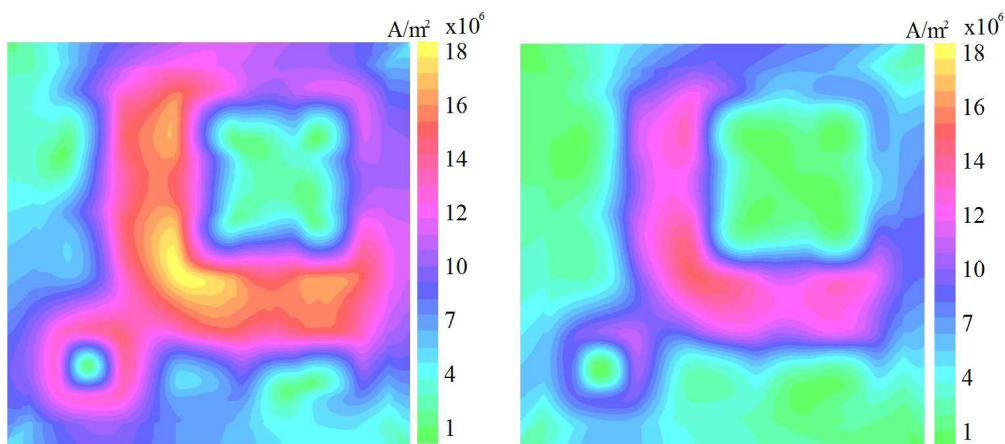
(a)



Mapeamento na superfície do secundário Mapeamento a 1mm abaixo da superfície

(b)

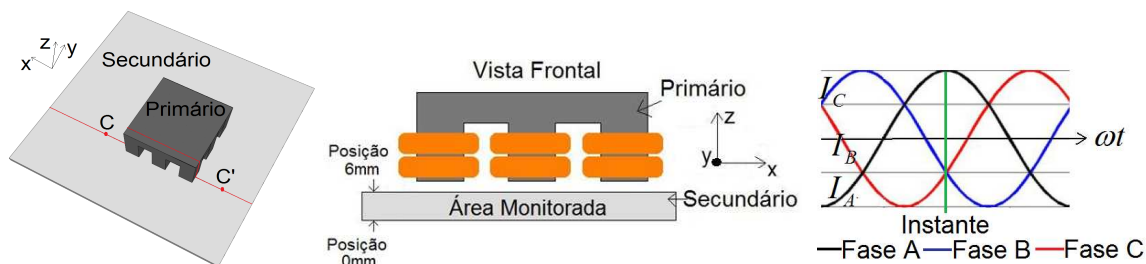
**Figura 107** Mapeamento da distribuição da densidade de corrente elétrica na superfície do secundário e a 1mm da superfície, para o caso 2, quando apenas o enrolamento do eixo x é excitado com corrente elétrica de (a) 3 A e (b) 5 A.



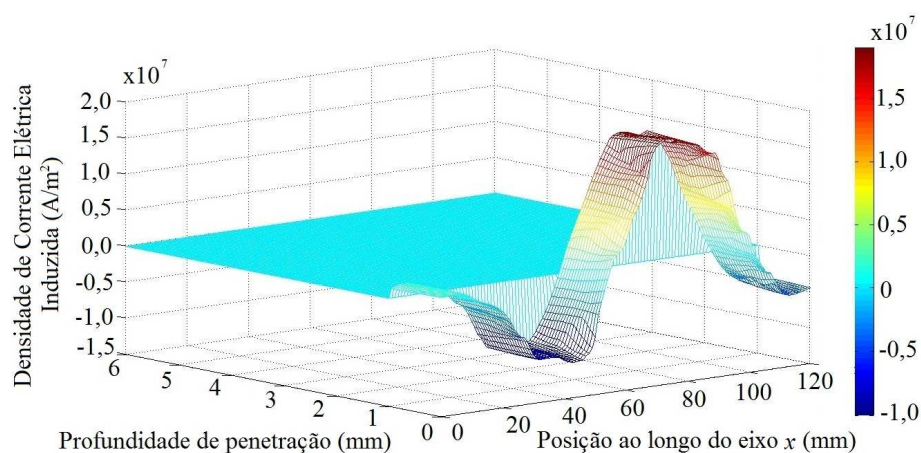
Mapeamento na superfície do secundário Mapeamento a 1mm da superfície do secundário

**Figura 108** Mapeamento da distribuição da densidade de corrente elétrica na superfície do secundário e a 1mm da superfície, para o caso 2, quando os enrolamentos do eixo x e do eixo y são excitados com corrente elétrica de 3 A.

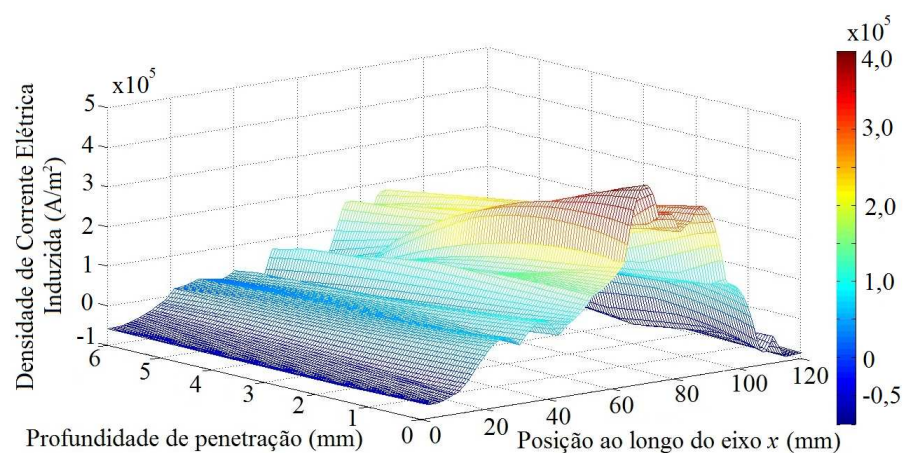
Ainda, no que diz respeito à distribuição da densidade de corrente elétrica induzida, é feito um monitoramento do comportamento deste fenômeno ao longo da espessura do secundário numa região abaixo do carro, determinando assim uma área para esta distribuição. Para isso, um corte transversal imaginário é feito na estrutura, destacando a área de maior concentração de fluxo magnético, possibilitando o monitoramento da área de interesse. Nos gráficos 3D das figuras 109 e 110 esta distribuição é apresentada, considerando dois valores de correntes elétricas eficazes de excitação primária, para os dois casos.



(a)

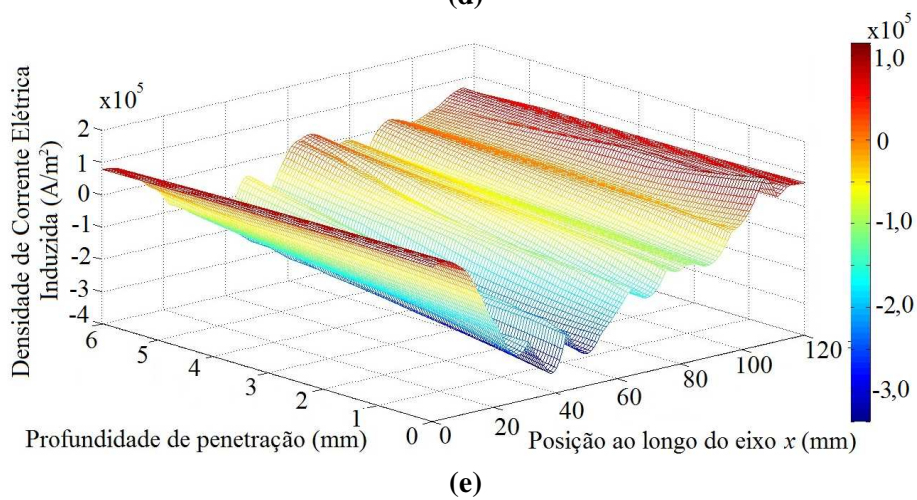
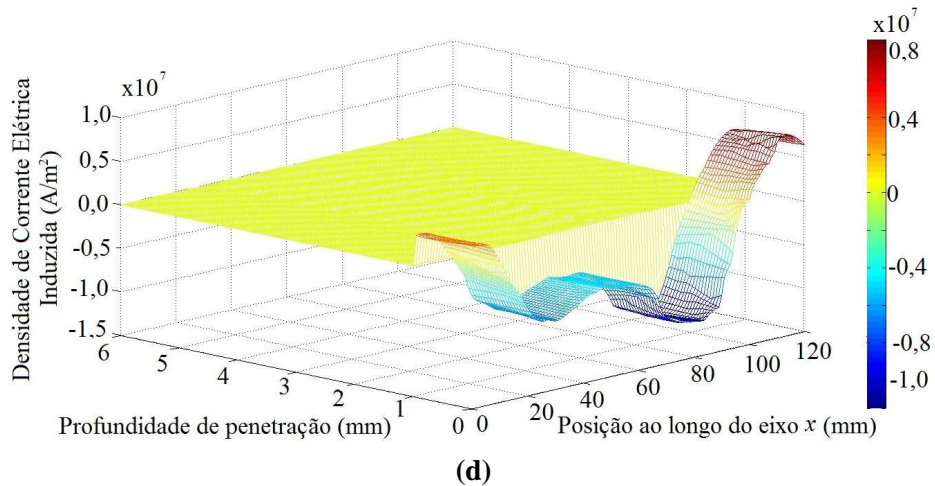


(b)

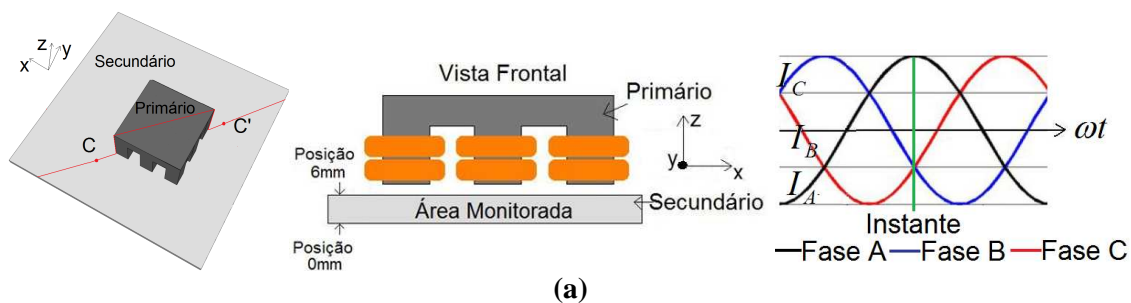


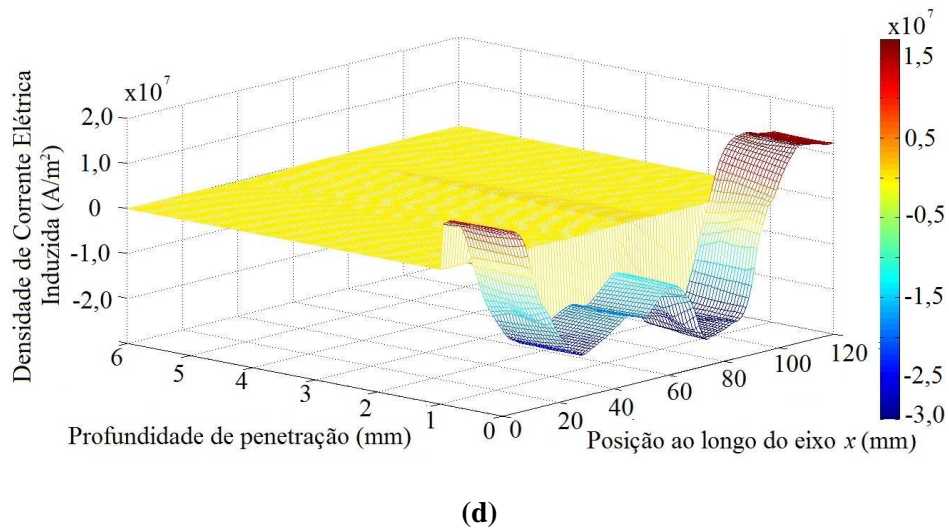
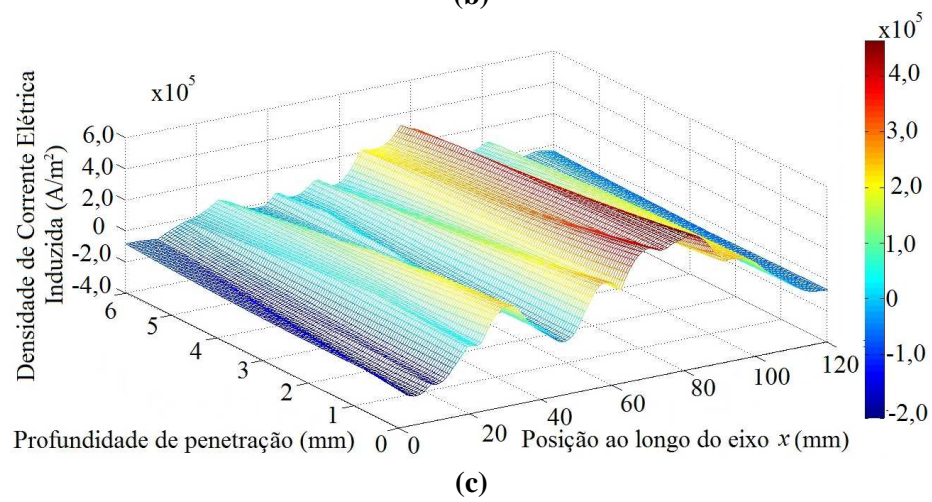
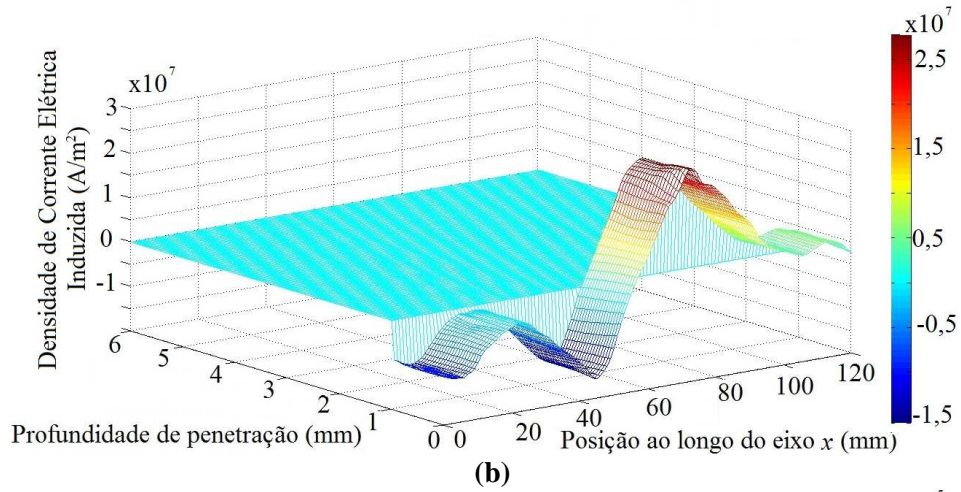
(c)

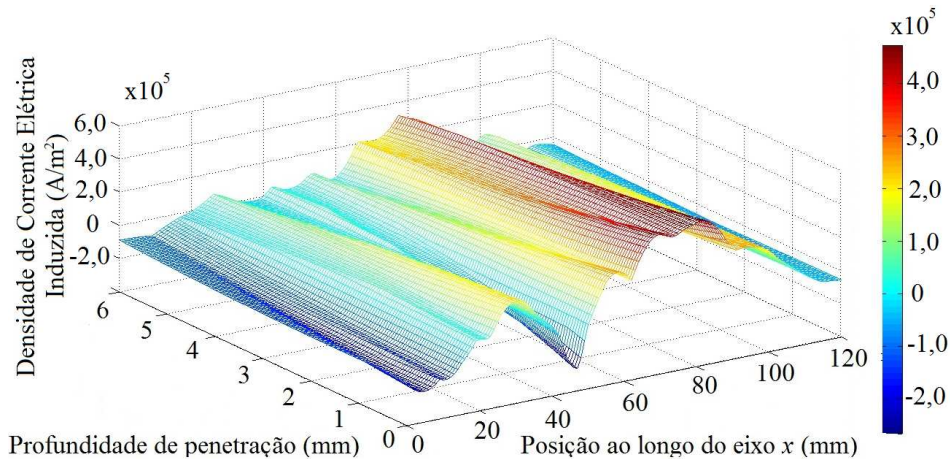




**Figura 109** Distribuição da densidade de corrente elétrica induzida ao longo da espessura do secundário, em uma área abaixo do carro, quando apenas o enrolamento primário do eixo  $x$  é excitado com tensão elétrica trifásica de 60 V a 60 Hz - (a) demonstração da região monitorada e instante temporal; (b) Caso 1 estático; (c) Caso 2 estático; (d) Caso 1 com escorregamento de 0,5 e; (e) Caso 2 com escorregamento de 0,5.



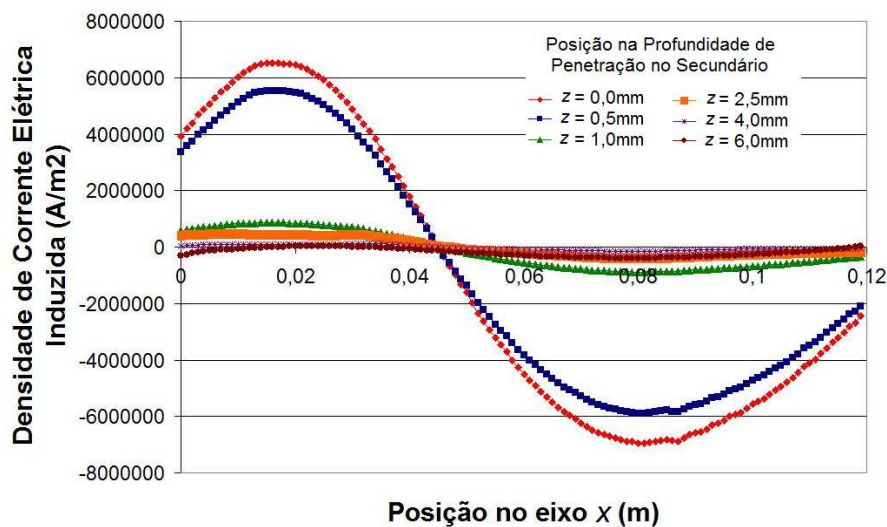




(e)

**Figura 110** Distribuição da densidade de corrente elétrica induzida ao longo da espessura do secundário, em uma área abaixo do carro, quando os enrolamentos primários do eixo  $x$  e do eixo  $y$  são excitados com tensão elétrica trifásica de 60 V a 60 Hz - (a) demonstração da região monitorada e instante considerado; (b) Caso 1 estático; (c) Caso 2 estático; (d) Caso 1 com escorregamento de 0,5 e; (e) Caso 2 com escorregamento de 0,5.

A análise quantitativa dos gráficos 3D apresentados acima pode ser melhorada com a exposição de gráficos, em 2D apresentados nas figuras 111 e 112, relacionando a densidade de corrente elétrica em função da posição na diagonal analisada, apresentando curvas de diferentes posições da profundidade de penetração ao longo da espessura do secundário. Com o auxílio destes gráficos é possível demonstrar que a densidade de corrente induzida,  $J$ , é significativamente maior na região do alumínio, inclusive no caso 1, devida a menor resistividade elétrica, sendo mais susceptível ao estabelecimento de corrente elétrica.



(a)



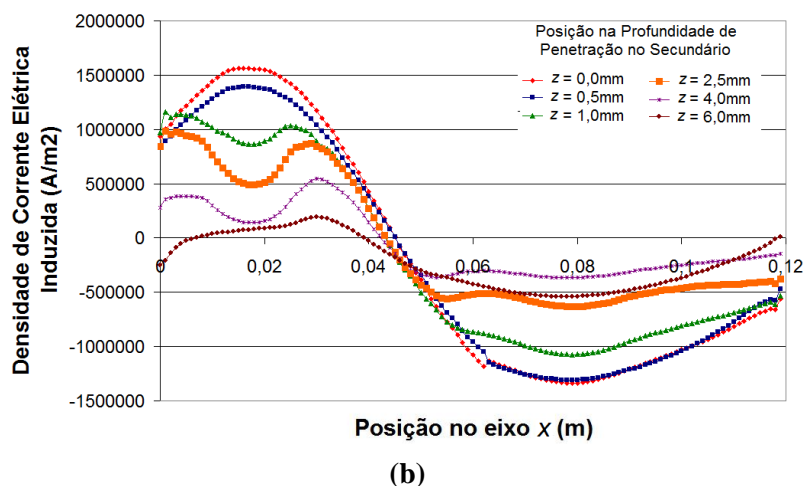


Figura 111 Gráfico da distribuição da densidade de corrente elétrica induzida em função da diagonal analisada, relacionando diferentes posições da profundidade de penetração ao longo da espessura do secundário, quando apenas o enrolamento primário do eixo  $x$  é excitado com 60 - (a) caso 1 e; (b) Caso 2.

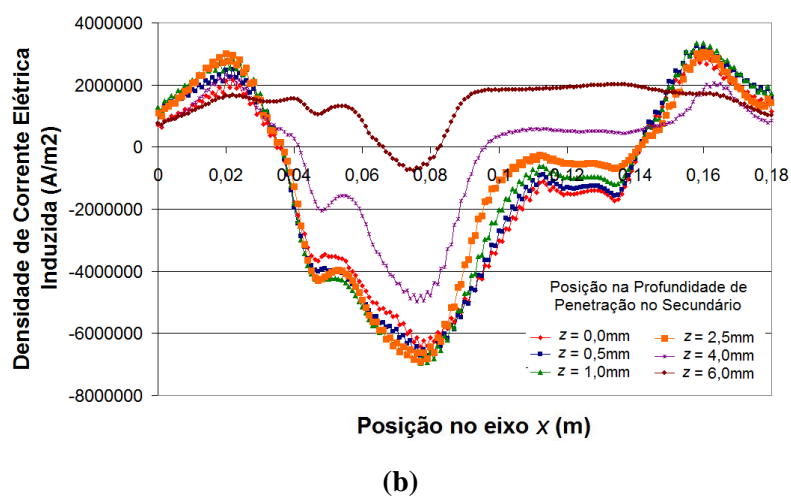
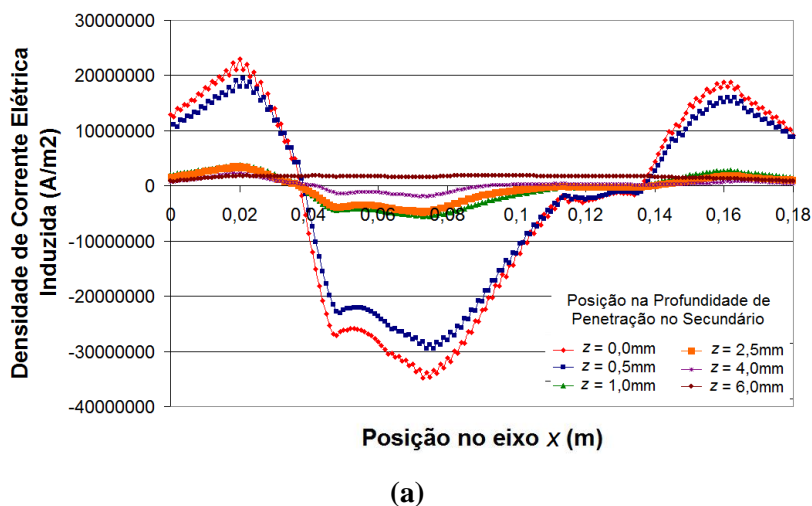


Figura 112 Gráfico da distribuição da densidade de corrente elétrica induzida em função da diagonal analisada, relacionando diferentes posições da profundidade de penetração ao longo da espessura do secundário, quando os enrolamentos primários do eixo  $x$  e do eixo  $y$  são excitados com 60 V - (a) caso 1 e; (b) Caso 2.

Quanto aos gráficos apresentados sobre correntes induzidas é possível dizer que a partir de uma variação da densidade de fluxo magnético, correntes elétricas são induzidas no secundário. Para o caso 1, quando o alumínio faz parte do entreferro, ocorre uma maior concentração de corrente elétrica induzida nessa região quando comparadas às correntes induzidas no aço maciço. Isso se deve ao fato de que o alumínio apresenta uma maior condutividade elétrica do que o aço, situação essa que é favorável à produção de força planar de propulsão linear, já que esta é diretamente proporcional à corrente induzida e à densidade de fluxo magnético.

Para o caso 2, onde o secundário é composto apenas pelo aço maciço, a densidade de corrente induzida é menor e distribuída de forma mais harmônica ao longo da profundidade do núcleo. Esse efeito também surtirá efeitos quanto à produção de força planar, fazendo com que esta diminua uma vez que a corrente induzida também diminui à medida que se afasta da região mais próxima da armadura.

#### **4.2.3 Força Planar de Propulsão e Força Normal**

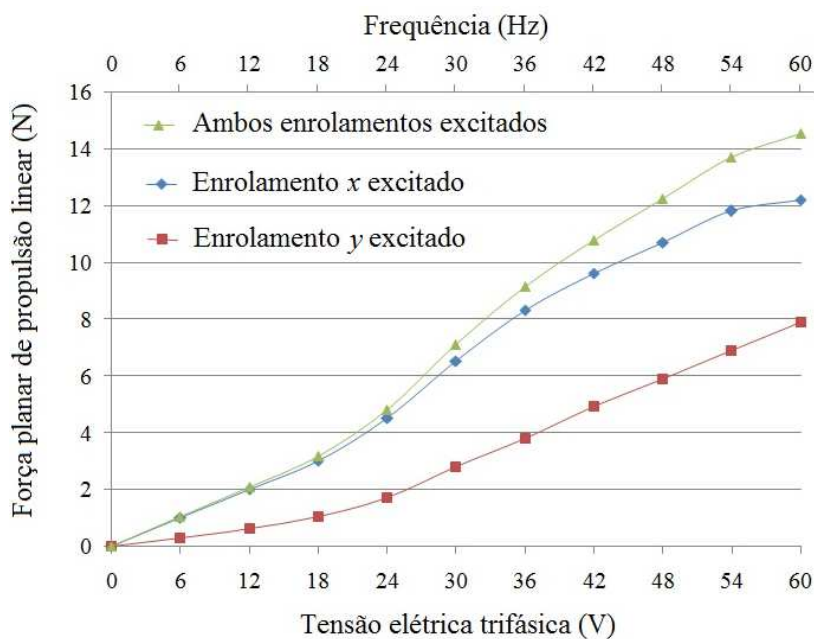
Como visto em capítulos anteriores deste trabalho, a força planar de propulsão linear está diretamente ligada à interação do fluxo magnético produzido pelas fontes de excitação primária e as correntes elétricas induzidas no secundário. A simulação dessa grandeza é feita no sentido de quantificar esta força bem como verificar o seu comportamento nos dois casos investigados. Isso é feito em função da frequência e da tensão elétrica aplicada nas bobinas de forma trifásica e equilibrada quando o carro está estático e quando está em movimento, esse último é abordado em termos de escorregamento.

A simulação também contempla a verificação da força normal de atração entre o primário e o secundário também em função da tensão elétrica aplicada às bobinas, novamente para os dois casos. Como já mencionado, os valores de força planar de propulsão e força normal que atuam no carro são simulados pelo *software* através do Tensor de Stress de Maxwell.

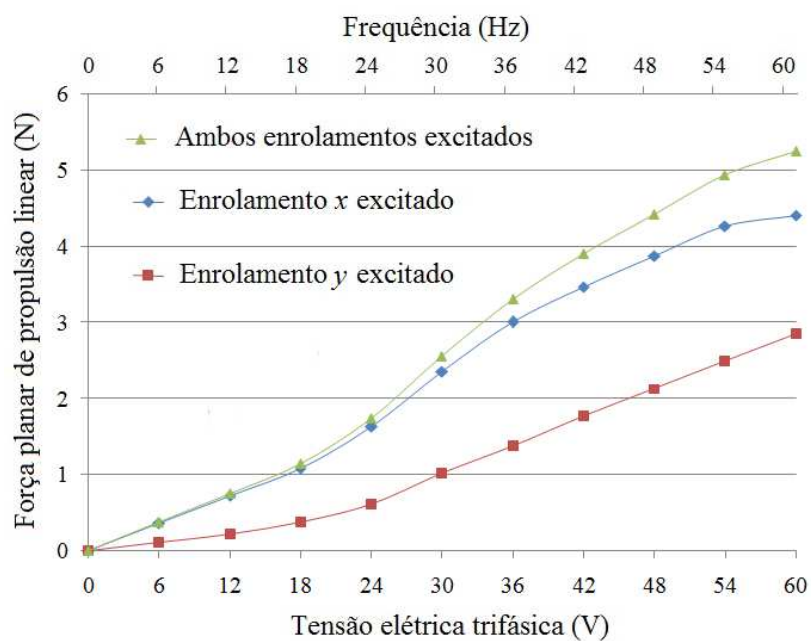
Para o caso estático três situações são simuladas: quando apenas o enrolamento do eixo  $x$  é excitado; quando apenas o enrolamento do eixo  $y$  é excitado e; quando ambos os enrolamentos são excitados ao mesmo tempo. Para isso é escolhida uma tensão elétrica trifásica de referência (60 V) e duas frequências de referência (25 Hz e 60 Hz). O valor eficaz da tensão de referência é variado com um passo de 6 V; proporcionalmente à frequência também varia com um passo de 2,5 Hz ou 6 Hz, respectivamente. A idéia é que a relação

entre a tensão e a frequência permaneça constante, ao que se espera com isso que o fluxo magnético no entreferro também seja constante.

Os gráficos da figura 113 apresentam a relação entre tensão, frequência e força planar de propulsão linear, enquanto os gráficos da figura 114 relacionam os mesmos dados, porém tratando da força normal, quando a tensão de referência é 60 V e a frequência de referência é de 60Hz.

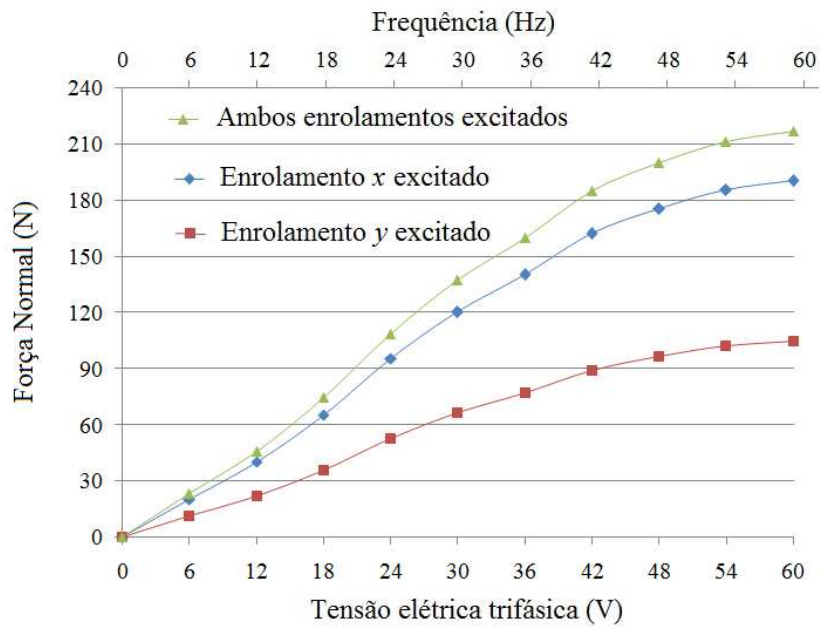


(a)

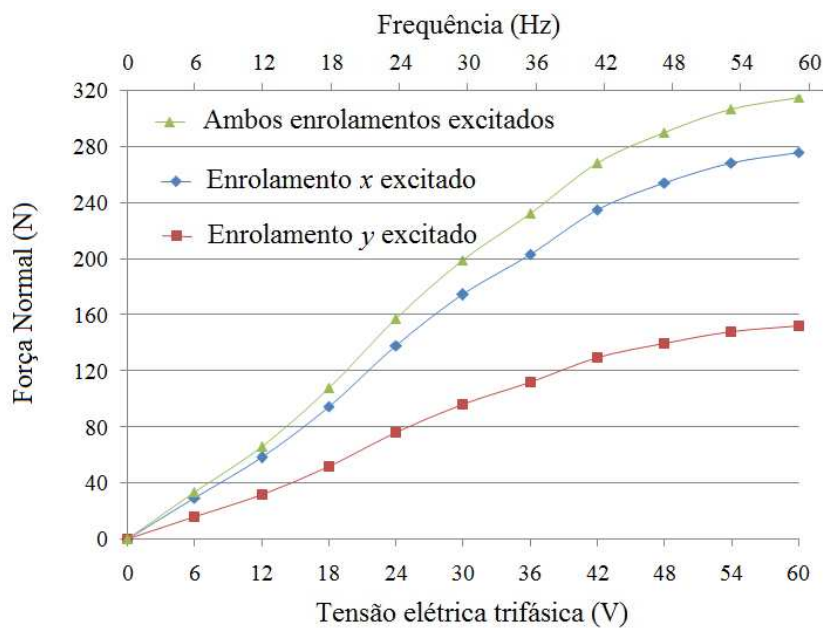


(b)

**Figura 113 Gráficos da simulação da força planar de propulsão em função da frequência e da tensão elétrica trifásica (ref. 60 V a 60 Hz) para o: (a) Caso 1 e (b) Caso 2.**



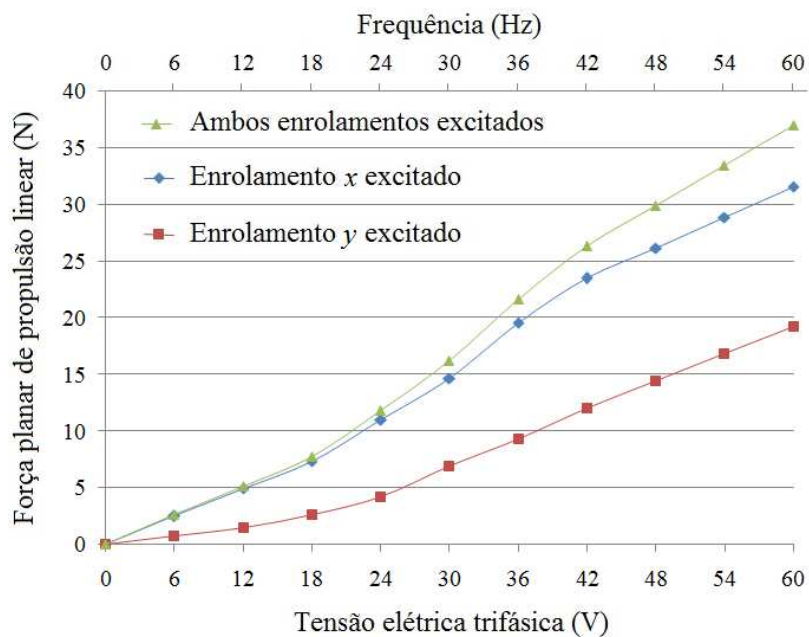
(a)



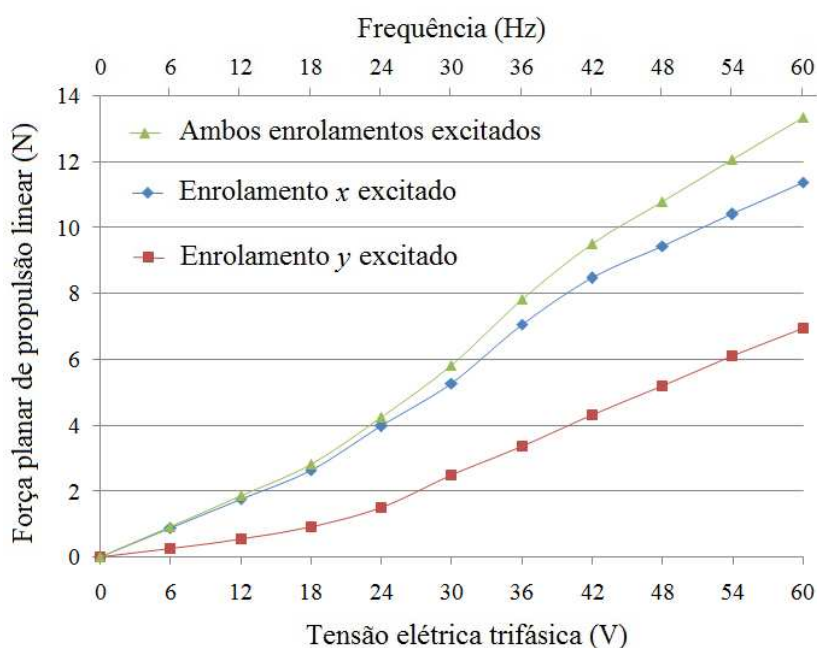
(b)

**Figura 114 Gráficos da simulação da força normal em função da frequência tensão elétrica trifásica (ref. 60 V a 60 Hz) para o: (a) Caso 1 e (b) Caso 2.**

Os gráficos da figura 115 apresentam a relação entre tensão, frequência e força planar de propulsão linear quando a tensão de referência é 60 V e a frequência de referência é de 25Hz.



(a)



(b)

**Figura 115** Gráficos da simulação da força planar de propulsão em função da frequência tensão elétrica trifásica (ref. 60 V a 25 Hz) para o: (a) Caso 1 e (b) Caso 2.

Com a ajuda das figuras 113, 114 e 115 é possível notar que a força planar de propulsão linear e a força normal variam significativamente em função da mudança do valor eficaz da tensão elétrica e da frequência aplicada nos enrolamentos, para cada uma das situações. Outra verificação ainda importante é o fato de que a força planar aumenta significativamente quando o alumínio está presente no secundário, certamente pelo fato de o

alumínio apresentar uma condutividade elétrica maior do que o aço, possibilitando uma maior corrente elétrica induzida a partir do praticamente mesmo campo magnético produzido, no entanto, a força normal é maior quando o alumínio é retirado e o espaço preenchido com aço, isso se deve ao fato de que os materiais ferromagnéticos, do primário e do secundário, estão mais próximos, produzindo uma relutância magnética menor ao estabelecimento de fluxo.

Para o estudo dinâmico do atuador planar no que se refere à força planar de propulsão linear em função do escorregamento, ou seja, quando o primário se movimenta em relação ao secundário, é proposta uma análise, considerando os dois casos em estudo, quando apenas o enrolamento do eixo  $x$  é excitado e quando ambos os enrolamentos são excitados, figura 116 e figura 117, respectivamente. Para isso é escolhido um valor de tensão elétrica trifásica de 50 V e quatro diferentes frequências de excitação, a saber: 20 Hz, 40 Hz, 60 Hz e 80 Hz.

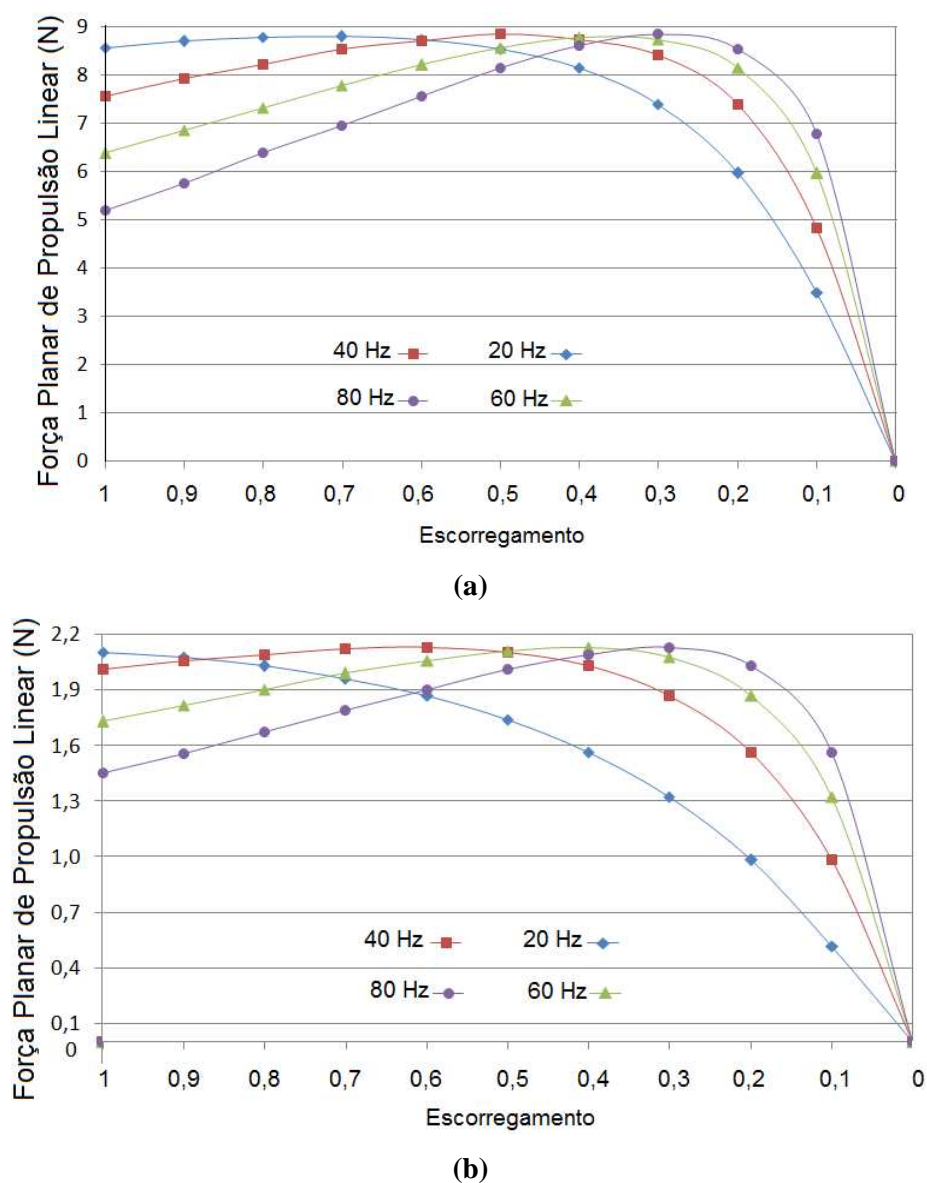
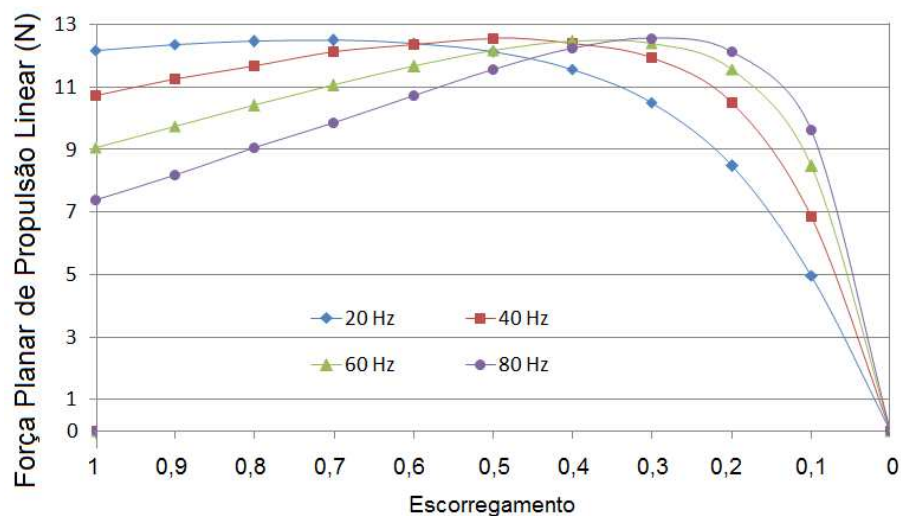
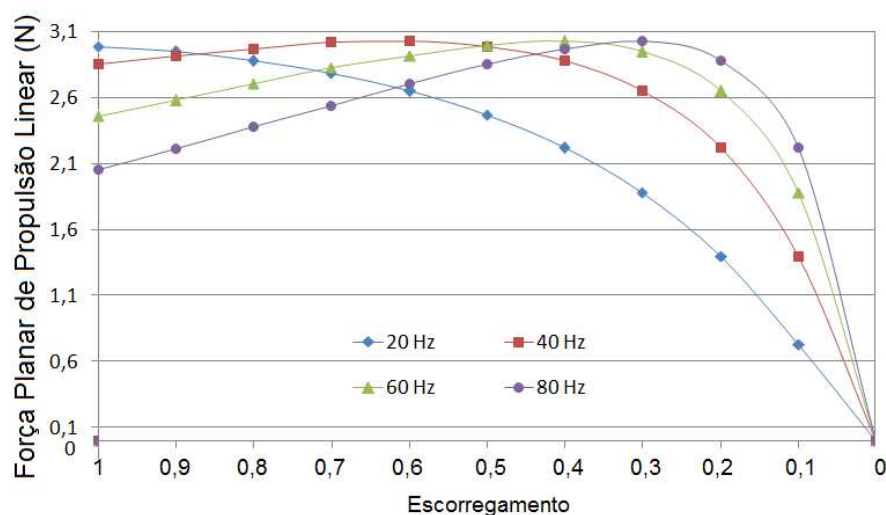


Figura 116 Força planar de propulsão linear em função do escorregamento quando apenas o enrolamento do eixo  $x$  é excitado: (a) Caso 1 e; (b) Casos 2.



(a)



(b)

**Figura 117 Força planar de propulsão linear em função do escorregamento quando ambos os enrolamentos são excitados: (a) Caso 1 e; (b) Casos 2.**

Através das figuras 116 e 117 é possível apresentar dados de força planar em função da velocidade relativa entre o primário e o secundário do atuador planar. Destaca-se o fato de que no caso 1 a força planar é maior do que no caso 2, o que acompanha a tendência dos resultados obtidos de forma estática.

Outro fato que se destaca é que, dependendo da frequência de excitação nos enrolamentos, o atuador apresenta uma curva de resposta (força versus escorregamento), por exemplo, quando excitado(s) a 20 Hz, na qual o valor máximo da força é obtido com escorregamento unitário, ou seja, com o carro estático em relação ao secundário. À medida

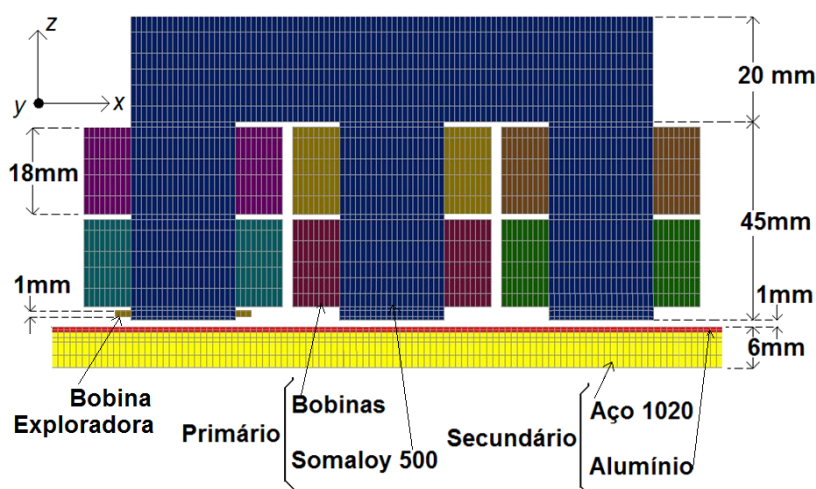


que a frequência de excitação aumenta, o valor de máxima força é progressivamente deslocado para um valor de escorregamento menor. Esses dados são importantes para a implementação de sistemas de acionamento que podem explorar essas características otimizando resposta de excitação do atuador.

#### 4.2.4 Força Eletromotriz Induzida

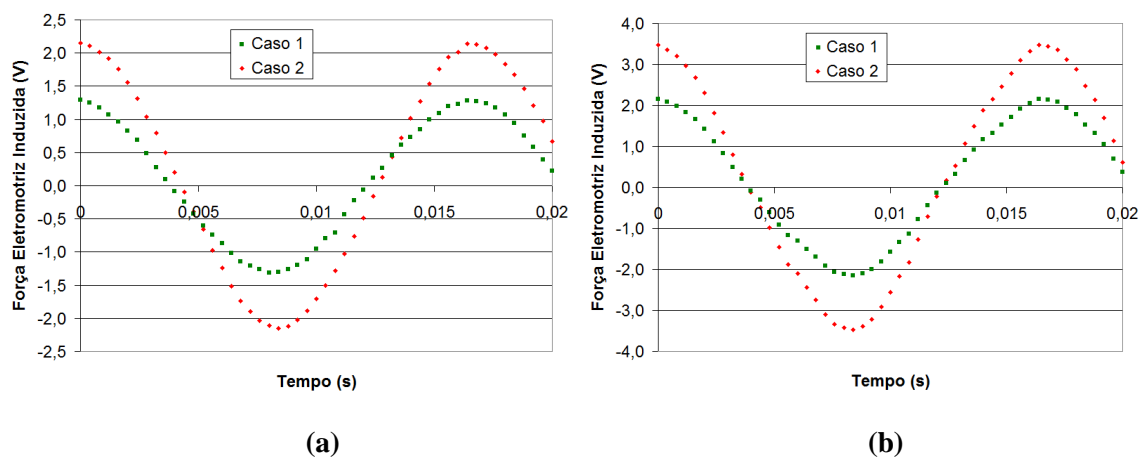
A exemplo do que foi proposto na análise teórica, também através de simulação computacional é feito o monitoramento da força eletromotriz induzida com a colocação de bobinas exploradoras no modelo virtual do atuador planar de indução. Essas bobinas exploradoras possuem 50 espiras cada e são colocadas nas ranhuras do primário, conforme indica a figura 118. São constituídas de um fio muito fino, ocupando uma área pequena quando comparada à área ocupada pelas bobinas dos enrolamentos  $x$  e  $y$  do dispositivo. Essa bobina está aberta, pois o objetivo é verificar somente a tensão induzida em função da excitação primária. As forças eletromotrizes induzidas nas bobinas exploradas são monitoradas e apresentadas, para os dois casos em estudo, em função da tensão elétrica aplicada nos enrolamentos do primário, sendo consideradas duas situações: quando apenas o enrolamento  $x$  é excitado com tensão elétrica e quando os dois enrolamentos são excitados concomitantemente.

Com ajuda da figura 72, apresentada no capítulo anterior, que determina quais são as ranhuras que recebem bobinas exploradoras, os gráficos das figuras 119 e 120 apresentam esses resultados.

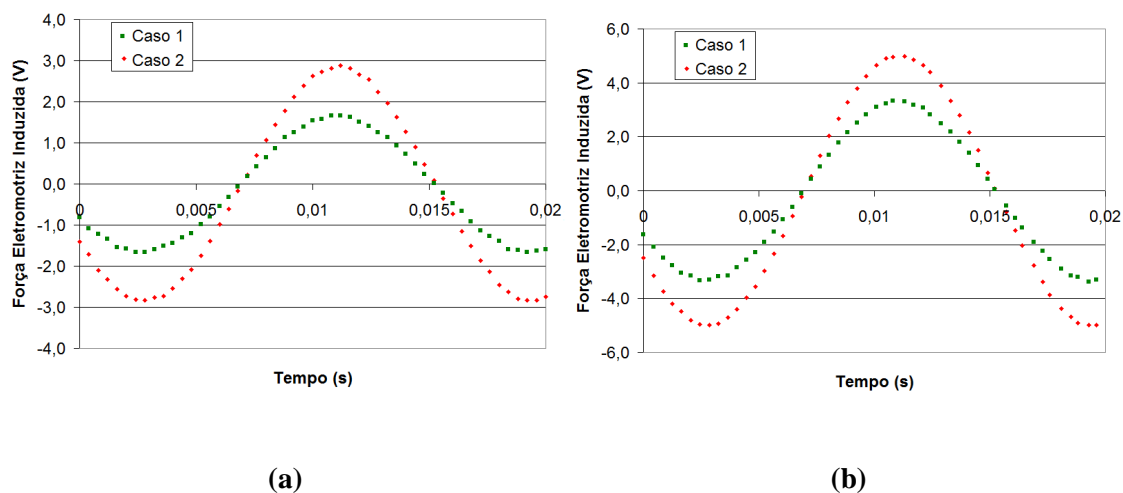


**Figura 118** Vista frontal de uma bobina exploradora sendo colocada no modelo virtual do atuador planar de indução.





**Figura 119** Força eletromotriz induzida na bobina exploradora 1, a partir da tensão de excitação trifásica e equilibrada apenas no enrolamento x - (a) 30 V, por fase e; (b) 50 V, por fase.



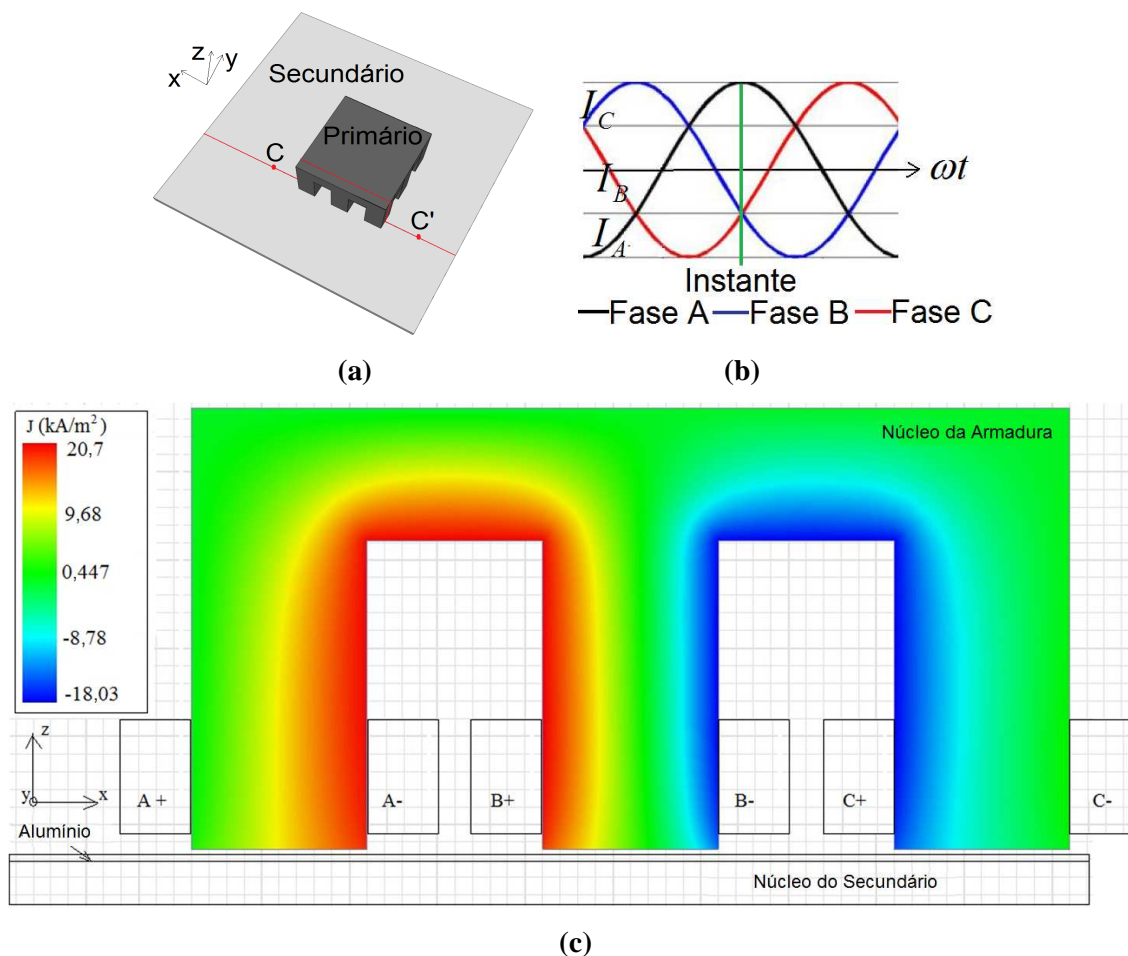
**Figura 120** Força eletromotriz induzida na bobina exploradora 2, a partir da tensão de excitação trifásica e equilibrada nos dois enrolamentos - (a) de 20 V, por fase e; (b) de 40 V, por fase.

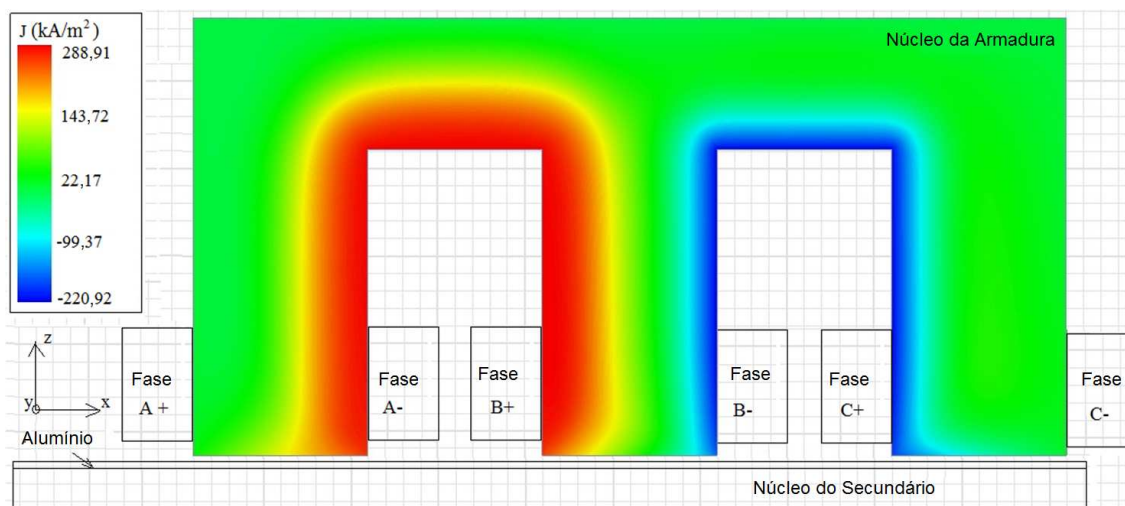
A presença de valores de força eletromotriz induzida é importante para que possam ser comparadas com os testes experimentais e com o modelo analítico a fim de haver mais um elemento que possa validar as análises numéricas, experimentais e analíticas. Esta força eletromotriz induzida é maior no caso 2, em relação ao caso 1, devido ao fato de que para o caso 2 o comprimento do entreferro é menor, fazendo com que a relutância magnética no entreferro seja também menor; essa menor relutância contribui para um maior estabelecimento de fluxo magnético, a partir de uma mesma excitação, que contribui diretamente para a produção de força eletromotriz induzida.

#### 4.2.5 Perdas Ôhmicas

Além de oferecer isotropia ao estabelecimento de fluxo magnético, um dos principais objetivos para justificar a opção por construir o primário com material compósito magneticamente macio de grão isolado é a redução das correntes elétricas induzidas na armadura, onde essas baixam a eficiência do atuador uma vez que resultam em perdas magnéticas. Para ilustrar essas perdas é proposta uma demonstração, através da figura 121, de modo a analisar o comportamento e a intensidade dessas perdas quando a armadura é construída com SMC e se por ventura a armadura fosse manufaturada com o mesmo aço maciço utilizado no secundário.

Para essas demonstrações é adotado o caso 1 e a excitação elétrica se dá apenas no enrolamento do eixo  $x$ , com uma fonte de tensão elétrica trifásica de 60 V a 60Hz. As perdas ôhmicas totais na armadura para a situação analisada é da ordem de  $1,32 \text{ W/m}^3$  quando é utilizado o SMC e de  $10,48 \text{ W/m}^3$  quando da utilização do aço maciço como material da armadura.





(d)

**Figura 121** Perdas ôhmicas na armadura: (a) vista superior com a localização do corte C - C'; (b) Demonstração para instante considerado das correntes elétrica primária; (c) armadura de SMC e; (d) armadura de aço maciço.

Ainda com base no resultado ilustrado na figura 121, é possível perceber que a amplitude do valor da densidade de corrente elétrica induzida na armadura quando o material compósito SMC é utilizado é aproximadamente 14 vezes menor do que quando utilizado o aço maciço como núcleo da armadura. Estas correntes induzidas na armadura como as apresentadas por esta análise produzem perdas nos dispositivos eletromagnético, sendo assim, minimizá-los torna-se importante em muitas aplicações na quais eficiência e temperatura de operação são parâmetros considerados.

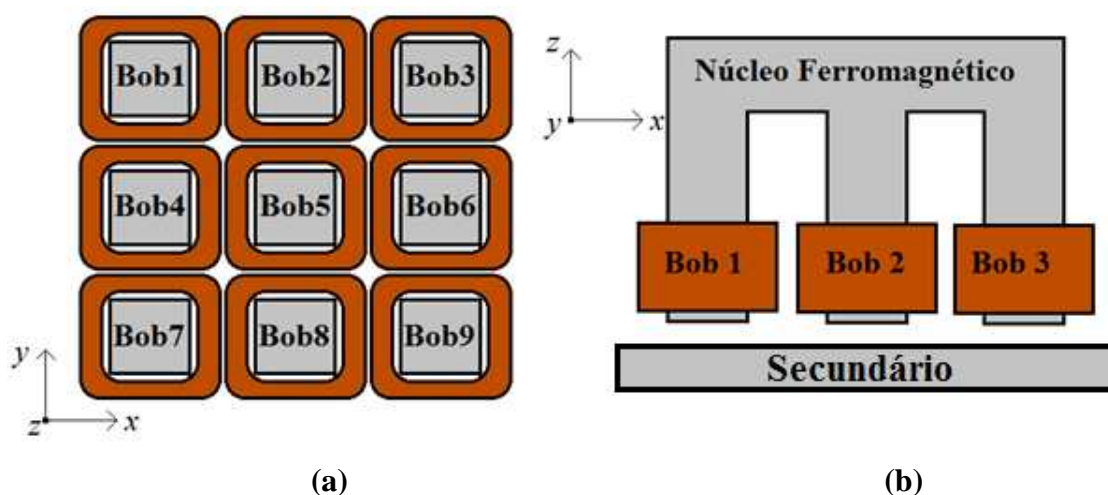
O estudo numérico apresentado não pode ser considerado uma ferramenta de definição de projeto, mas sim uma ferramenta de análise de projeto. Os dados apresentados e gerados a partir destas simulações computacionais serão confrontados, de forma direta ou indireta, com dados extraídos a partir de experimentos práticos realizados com o protótipo do motor linear em estudo. Essa ferramenta de simulação auxilia na determinação de algumas características importantes de projeto, tais como, dimensões dos materiais e resultados práticos esperados.

#### 4.2.6 Indutâncias Próprias e Mútuas

Através do protótipo virtual (modelo virtual) montado através do *software* Maxwell, considerando o método dos elementos finitos, foi possível avaliar três conjuntos de valores de indutâncias mútuas e próprias: o primeiro conjunto corresponde apenas às bobinas do

enrolamento  $x$ ; o segundo conjunto corresponde apenas às bobinas do enrolamento  $y$ ; o terceiro conjunto considera o acoplamento magnético entre os enrolamentos  $x$  e  $y$  quando são excitados. Para essas avaliações não foram consideradas as indutâncias mútuas e próprias do e em relação ao secundário, contudo o secundário está presente no modelo virtual e sua formação corresponde ao caso 1 examinado nessa tese (alumínio e aço maciço).

Para a melhor apresentação dos resultados é criada uma legenda referente às indutâncias, a saber:  $L_{ij}$ , onde, exemplificando,  $L_{11}$  representa a indutância própria da bobina 1;  $L_{22}$  representa a indutância própria da bobina 2;  $L_{12}$  representa a indutância mútua da bobina 1 em função da bobina 2;  $L_{24}$  representa a indutância mútua da bobina 2 em função da bobina 4 e assim segue-se a organização. Na tabela 6 são apresentados valores de indutâncias próprias e mútuas para o primeiro conjunto, enquanto que a figura 122 indica o posicionamento dessas bobinas no primário do atuador planar de indução.



**Figura 122 Representação da posição das bobinas do enrolamento  $x$ :(a) vista de topo; (b) vista frontal.**

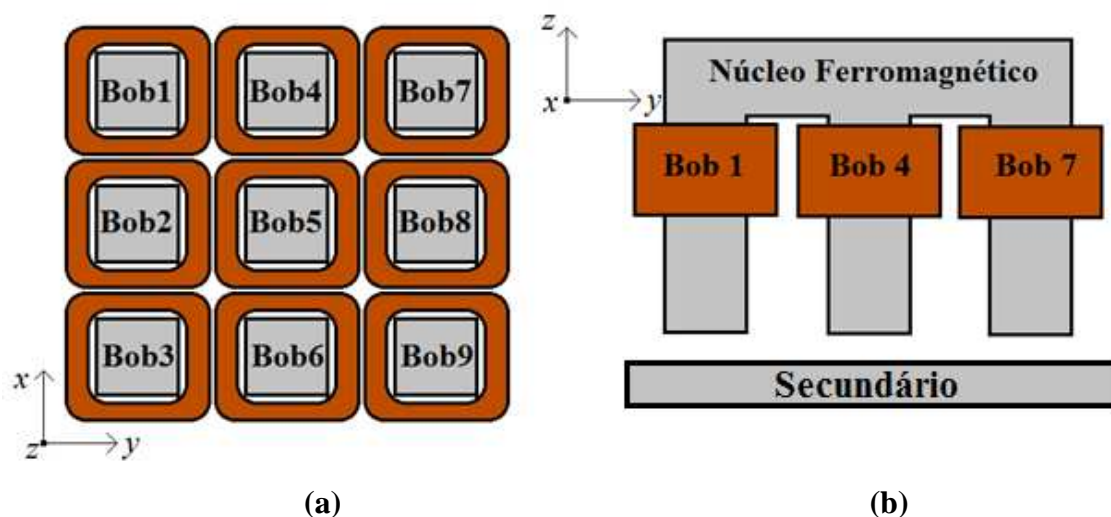
Na tabela 7 são apresentados valores de indutâncias próprias e mútuas para a segundo conjunto, ou seja, enrolamento  $y$ , enquanto que a figura 123 indica o posicionamento destas bobinas no primário do atuador planar de indução.

**Tabela 6 Matriz de Indutâncias próprias e mútuas das bobinas apenas considerando o enrolamento  $x$ .**

Indutâncias próprias e mútuas ( $\mu\text{H}$ ) - $L_{ij}$									
$i \backslash j$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	441,8	47,2	43,6	47,2	43,3	42,7	43,5	42,7	42,8
2	47,2	445,0	47,4	43,2	45,8	43,4	42,7	42,4	42,8
3	43,6	47,4	442,9	42,7	43,4	47,4	42,8	42,8	43,8
4	47,2	43,2	42,7	444,7	45,8	42,3	47,3	43,3	42,8
5	43,3	45,8	43,4	45,8	448,3	45,9	43,3	45,9	43,4
6	42,7	43,4	47,4	42,3	45,9	445,8	42,8	43,4	47,5
7	43,5	42,7	42,8	47,3	43,3	42,8	442,3	47,4	43,7
8	42,7	42,4	42,8	43,3	45,9	43,4	47,4	445,7	47,5
9	42,8	42,8	43,8	42,8	43,4	47,5	43,7	47,5	443,7

**Tabela 7 Matriz de Indutâncias próprias e mútuas das bobinas quando apenas o enrolamento  $y$  é considerado.**

Indutâncias próprias e mútuas ( $\mu\text{H}$ ) - $L_{ij}$									
$i \backslash j$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	583,1	85,2	58,8	85,4	55,5	53,3	56,9	53,5	55,6
2	85,2	596,1	87,5	55,6	77,8	55,6	53,5	51,0	53,5
3	58,8	87,5	600,9	55,4	57,6	87,8	57,8	55,6	59,2
4	85,4	55,6	55,4	597,2	78,0	51,0	8,6	55,9	53,6
5	55,5	77,8	57,6	78,0	609,9	78,1	55,8	78,3	55,9
6	53,3	55,6	87,8	51,0	78,1	597,8	53,6	56,0	86,0
7	56,9	53,5	57,8	8,6	55,8	53,6	586,3	86,2	57,3
8	53,5	51,0	55,6	55,9	78,3	56,0	86,2	599,5	86,2
9	55,6	53,5	59,2	53,6	55,9	86,0	57,3	86,2	586,7



**Figura 123 Representação da posição das bobinas do enrolamento y: (a) vista de topo; (b) vista frontal**

Para uma melhor apresentação dos resultados do conjunto 3, quando ambos os enrolamentos são excitados, é, novamente, criada uma legenda referente às indutâncias, a saber:  $L_{i\text{enrolamento},j\text{enrolamento}}$ , onde representa  $L_{1x1x}$  representa a indutância própria da bobina 1 do enrolamento do eixo  $x$ ;  $L_{1x,2x}$  representa a indutância mútua da bobina 1 do enrolamento  $x$  em função da bobina 2 do enrolamento  $x$ ;  $L_{1x3y}$  representa a indutância mútua da bobina 1 do enrolamento  $x$  em função da bobina 3 do enrolamento  $y$  e assim sucessivamente. Na tabela 8 são apresentados valores de indutâncias próprias e mútuas para o terceiro conjunto.

É importante analisar, a partir dos dados de indutâncias obtidos nos três conjuntos, que a indutância mútua e própria de cada bobina varia em função da posição de cada bobina do enrolamento que está sendo excitado ( $x$  ou  $y$ ). Esta variação se dá porque existem diferenças no posicionamento dos enrolamentos em relação ao entreferro; o enrolamento  $y$ , por estar mais distante do entreferro, apresenta maiores reatâncias de dispersão o que faz com que as indutâncias de suas bobinas também aumentem.

Esta constatação das variações dos valores de indutância em cada uma das bobinas dos enrolamentos é importante porque a força planar de propulsão linear é proporcional à corrente elétrica gerada nos enrolamentos a partir de uma excitação em tensão elétrica e essa corrente elétrica é inversamente proporcional às indutâncias totais de cada uma das bobinas distribuídas no enrolamentos.

Fazendo um comparativo entre as impedâncias das bobinas do enrolamento  $x$ , quando sem o efeito das indutâncias mútuas do enrolamento  $y$ , e das impedâncias indutivas das

bobinas do enrolamento  $y$ , quando sem o efeito das indutâncias mútuas do enrolamento  $x$ , é possível concluir que as impedâncias do enrolamento  $x$  são menores, o que permite, a partir de uma mesma excitação em tensão elétrica, uma maior produção de corrente elétrica no enrolamento  $x$  em comparação ao enrolamento  $y$ , e conseqüentemente, uma maior força planar sendo obtida ao longo do eixo  $x$ .

Em razão dessa última análise é possível afirmar que a força resultante que atua sobre o primário do atuador planar quando ambos os enrolamentos são excitados é diferente e menor do que a composição vetorial das forças ao longo do eixo  $x$  e do eixo  $y$  se essas forças fossem obtidas de forma individual, com excitações independentes.

**Tabela 8 Indutâncias próprias e mútuas das bobinas do quando ambos os enrolamentos são considerados como acoplados entre si.**

Indutâncias próprias e mútuas ( $\mu\text{H}$ ) - $L_{i\text{enrolamento},j\text{enrolamento}}$																			
		Enrolamento $x$									Enrolamento $y$								
	$j$ $i$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Enrolamento $x$	1	441,6	47,5	43,8	47,6	43,3	42,9	44,0	42,8	43,0	458,5	55,6	49,8	55,7	46,2	46,9	49,9	46,9	48,8
	2	47,5	445,5	47,7	43,7	45,9	43,6	43,2	42,5	43,0	57,4	465,4	57,6	48,3	51,9	48,2	49,0	46,6	48,9
	3	43,8	47,7	443,4	43,2	43,5	47,7	43,3	43,0	44,0	49,8	55,8	460,2	47,2	46,4	55,8	49,1	47,1	50,0
	4	47,6	43,7	43,2	446,6	46,0	42,7	47,9	43,6	43,1	57,5	48,3	49,0	466,4	52,1	46,7	57,9	48,3	49,0
	5	43,3	45,9	43,5	46,0	447,2	45,9	43,6	45,9	43,5	49,6	53,6	49,9	53,8	469,9	53,7	50,0	53,6	49,9
	6	42,9	43,6	47,7	42,7	45,9	445,4	43,2	43,5	47,6	48,7	48,2	57,6	46,7	51,9	465,2	49,0	48,2	57,6
	7	44,0	43,2	43,3	47,9	43,6	43,2	444,7	47,7	44,1	49,9	47,3	49,2	56,1	46,5	47,3	461,5	55,9	50,2
	8	42,8	42,5	43,0	43,6	45,9	43,5	47,7	445,0	47,6	48,6	46,6	48,8	48,2	51,8	48,2	57,7	464,8	57,5
	9	43,0	4,3	44,0	43,1	43,5	47,6	44,1	47,6	443,2	48,8	47,1	50,0	47,2	46,3	55,7	50,1	55,7	459,9
Enrolamento $y$	1	458,5	57,4	49,8	57,5	49,6	48,7	49,9	48,6	48,8	582,2	85,3	56,7	85,5	55,4	53,3	56,9	53,2	55,4
	2	55,6	465,4	55,8	48,3	53,6	48,2	47,3	46,6	47,1	85,3	596,9	85,6	55,9	77,8	55,8	53,6	51,0	53,5
	3	49,8	57,6	460,2	49,0	49,9	57,6	49,2	48,8	50,0	56,7	85,6	584,1	53,6	55,6	85,6	55,8	53,5	57,0
	4	55,7	48,3	47,2	466,4	53,8	46,7	56,1	48,2	47,2	85,5	55,9	53,6	598,6	78,2	51,2	86,1	55,9	53,6
	5	46,2	51,9	46,4	52,1	469,9	51,9	46,5	51,8	46,3	55,4	77,8	55,6	78,2	608,7	78,0	55,8	78,2	55,7
	6	46,9	48,2	55,8	46,7	53,7	465,2	47,3	48,2	55,7	53,3	55,8	85,6	51,2	78,0	597,5	53,7	55,8	86,0
	7	49,9	49,0	49,1	57,9	50,0	49,0	461,5	57,7	50,1	56,9	53,6	55,8	86,1	55,8	53,7	586,2	85,9	57,2
	8	46,9	46,6	47,1	48,3	53,6	48,2	55,9	464,8	55,7	53,2	51,0	53,5	55,9	78,2	55,8	85,9	597,7	85,9
	9	48,8	48,9	50,0	49,0	49,9	57,6	50,2	57,5	459,9	55,4	53,5	57,0	53,6	55,7	86,0	57,2	85,9	585,0



## 5 TESTES EXPERIMENTAIS

Os testes experimentais desenvolvidos no Atuador Planar de Indução têm por objetivo caracterizar o protótipo em suas propriedades operacionais. Os resultados experimentais são importantes para comprovar a operacionalidade do protótipo do dispositivo físico além de levantar parâmetros importantes da máquina. Além disso, os resultados dos testes realizados podem ser comparados, de forma direta ou indireta, com os resultados extraídos da modelagem analítica e das simulações numéricas computacionais feitas, para validação dos resultados.

Todos os testes desenvolvidos são feitos para os dois casos trabalhados nessa tese: o primeiro considera que o secundário é formado de alumínio e aço maciço (caso 1) e o segundo prevê que o secundário seja exclusivamente composto por aço maciço (caso 2). Os ensaios em regime estático do atuador planar de indução são divididos em três partes:

1. Medição da força planar de propulsão linear que atuam sobre o carro, força essa de origem eletromagnética, quando os enrolamentos são excitados com tensão elétrica trifásica e equilibrada.
2. Medição da força eletromotriz induzida, através da colocação de bobinas exploradoras, em algumas ranhuras do primário, também em função da excitação elétrica dos enrolamentos.
3. Quantificação e determinação dos parâmetros do circuito elétrico equivalente, por fase.

### 5.1 FORÇA PLANAR DE PROPULSÃO LINEAR

O objetivo desse ensaio é determinar a força planar de propulsão linear que atua sobre o carro, quando este se encontra em regime estático e ocorre uma determinada excitação elétrica nos enrolamentos trifásicos. Num primeiro momento, os testes são feitos apenas aplicando-se tensão elétrica nos enrolamentos do eixo  $x$ , o que causa apenas a produção de força planar no sentido linear do eixo  $x$ ; já num segundo momento, apenas os enrolamentos do eixo  $y$  recebem excitação elétrica o que fisicamente impõe uma tendência de deslocamento do carro do atuador ao longo do eixo  $y$ ; finalmente, num terceiro momento, é aplicada excitação em ambos os enrolamentos, com mesmos valores de tensão elétrica e frequência.

Os ensaios experimentais foram feitos seguindo um Projeto Fatorial Completo a três Fatores Controláveis (tensão elétrica e eixo de excitação: eixo  $x$  ou eixo  $y$ ). A faixa de tensão

elétrica eficaz, por fase, utilizada para os ensaios é de 45 a 60 V, e a faixa de frequência foi de 45 a 60 Hz, aplicados em cada enrolamento para um passo fixo de tensão eficaz de 3 V e de frequência de 3 Hz. Para cada valor de tensão considerado, em um determinado caso, são extraídas 10 amostras relacionando tensão elétrica e frequência versus força planar de propulsão linear. Esses ensaios, e conseqüentemente a obtenção das amostras, são feitos aleatoriamente, para distribuir o erro oriundo das variáveis não controláveis no processo (temperatura, umidade, etc.).

Como se sabe que o carro, quando tem seus enrolamentos excitados, provoca uma força de atração com o secundário, teve-se o cuidado de colocar uma chapa de material diamagnético e dielétrico (acrílico) entre o carro e o secundário (ocupando a parte do entreferro) para que a célula de carga somente perceba as variações de força planar e não variações de força normal.

A medição da força se dá com a utilização de célula de carga do tipo 'S', a qual sofre deformação transformada em variações de resistência elétrica de extensômetros de resistência elétrica. Estes extensômetros, que estão colados à célula de carga, são ligados a um condicionador de sinal; ele recebe o sinal de tensão elétrica proveniente da célula de carga e o condiciona para um nível adequado à leitura de força.

Através da figura 124 é apresentada, de forma esquemática, a configuração de montagem para o ensaio e medição da força planar quando somente o enrolamento do eixo  $x$  é excitado com tensão elétrica. Já na figura 125 é mostrada na fotografia a montagem do ensaio em suas características físicas reais.

Nota-se que, no esquema montado na figura 125, a célula de carga é acoplada em uma de suas extremidades a um suporte que permite que a mesma seja disposta na horizontal; considera-se, nesse caso, que o engaste utilizado é adequado para esse tipo de situação a ser observada no teste. A outra extremidade da célula de carga é ligada ao carro, prendendo este a uma posição em alinhamento com a bobina excitada por tensão elétrica. Esta fixação é considerada adequada ao ensaio, pois, uma vez excitado o enrolamento, a tendência do carro é deslocar-se no plano em função da interação da corrente elétrica induzida com o fluxo magnético de excitação. Contudo, estando o carro fixo, esta tendência de movimento será percebida pela célula de carga, em virtude da sensibilidade, provocando uma deformação linearmente proporcional à força gerada pelo carro. A tensão elétrica controlada no enrolamento, e podendo ser variado seus parâmetros de amplitude e frequência, é suprida através de uma fonte trifásica equilibrada e ajustável.

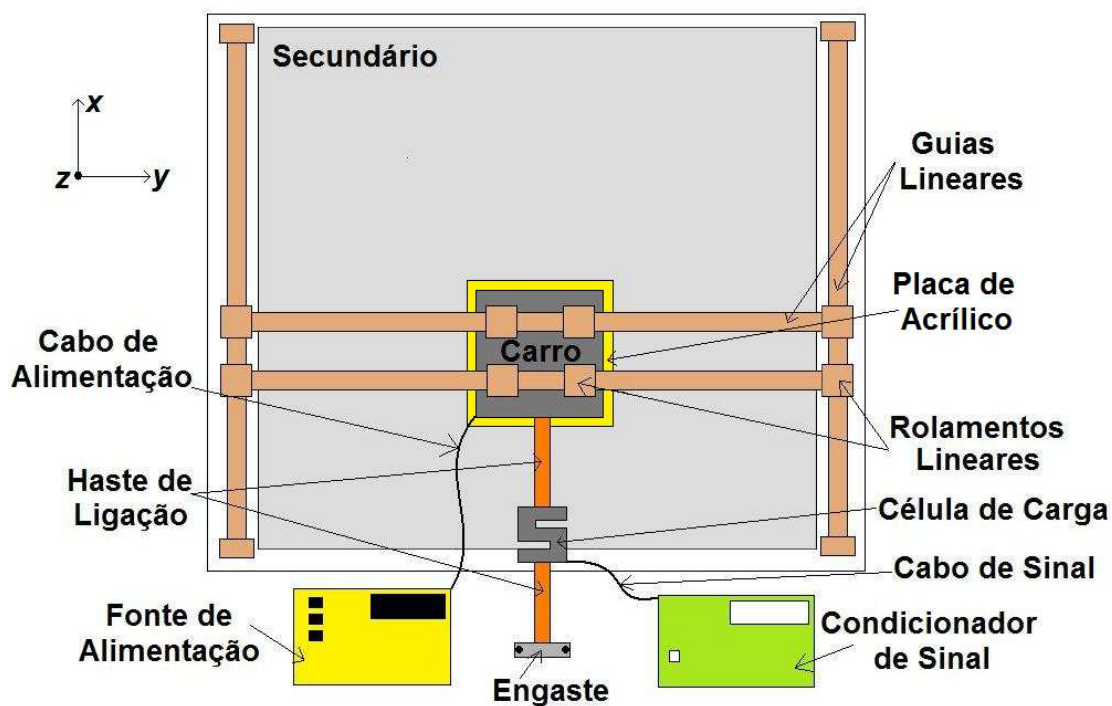


Figura 124 Esquema montado para o ensaio e medição da força planar de propulsão linear quando somente o enrolamento do eixo  $x$  é excitado com tensão elétrica.

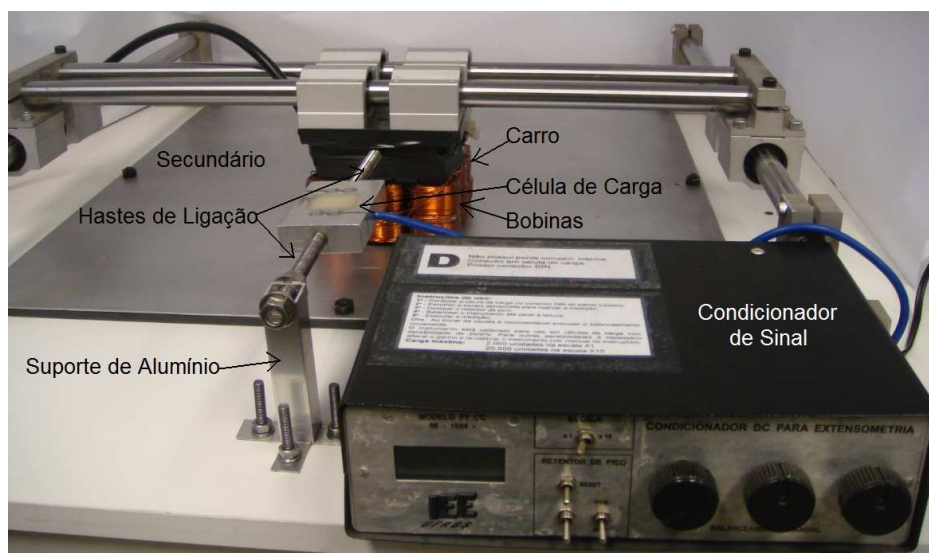
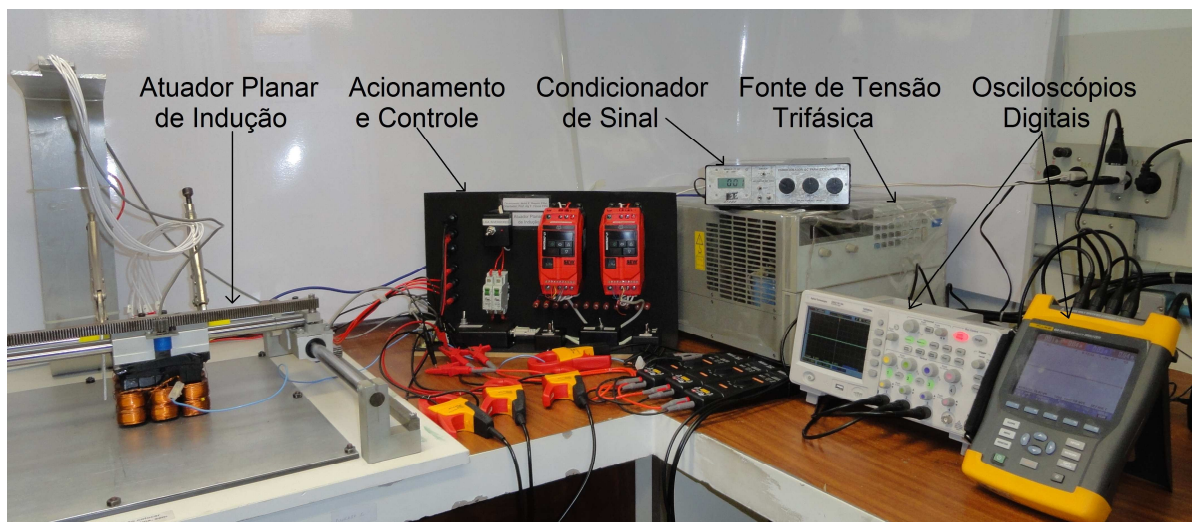


Figura 125 Fotografia do esquema montado para a medição de força planar de propulsão linear quando somente as bobinas do enrolamento  $x$  são energizadas.

Para que se pudesse acompanhar com uma melhor qualidade os resultados medidos montou-se um *setup* de instrumentação para monitorar diversas variáveis ao longo do processo, tanto de excitação quanto de medição de força. O *setup* montado é ilustrado na fotografia da figura 126. Esse *setup* é capaz monitorar as tensões e as correntes elétricas, em

seus valores eficazes e de pico, em cada uma das bobinas do enrolamento trifásico que está sendo utilizado para a produção de força. Além disso, são monitoradas as harmônicas ímpares dessas mesmas tensões e correntes, de forma simultânea, indicando ainda a frequência em que elas ocorrem.



(a)



(b)

**Figura 126** *Setup* montado para instrumentar o experimento: (a) visão geral e; (b) detalhe dos instrumentos.

Antes de medir a força planar, teve-se o cuidado de monitorar a forma de onda da tensão elétrica aplicada em cada um das fases do enrolamento trifásico. Como mencionado em capítulos anteriores, à ligação trifásica dos enrolamentos é feita em estrela, sem a utilização do neutro da fonte elétrica de excitação. Para cada uma das situações de tensão e frequência aplicada, monitorou-se a tensão eficaz e o valor de pico dessa tensão elétrica em cada uma das três bobinas (bobina 1, bobina 2 e bobina 3) do enrolamento trifásico. As médias desses resultados são apresentadas na tabela 9, com o secundário presente, em função da tensão e frequência configuradas na fonte de tensão que alimenta o referido enrolamento.

A fonte de tensão utilizada de potência 4500 VA é trifásica permitindo uma faixa variável de tensão elétrica de 0 até 300 V eficaz e uma faixa de frequência de 25 a 5000 Hz, produzida pela empresa *Hewlett-Packard*, modelo 6834B. Os instrumentos de medição e instrumentação para monitoramento da corrente, tensão e frequência foram dois: o primeiro trata-se de um osciloscópio digital de quatro canais da empresa Agilent Technologies, modelo DSO1014A; o segundo é outro osciloscópio digital de quatro canais da empresa Fluke, modelo 434/N1014O. É importante mencionar aqui que as medidas foram feitas entre cada fase e o centro da estrela.

**Tabela 9 Média da tensão elétrica e frequência medidas nas bobinas do enrolamento do eixo x.**

Excitação Tensão / Frequência	Enrolamento Trifásico do eixo x						Freq. (Hz)
	Bobina 1		Bobina 2		Bobina 3		
	V (V)	Vpico (V)	V (V)	Vpico (V)	V (V)	Vpico (V)	
60V / 60Hz	57,5	82,1	58,7	83,7	60,6	86,4	59,98
57V / 57Hz	54,5	77,7	55,9	79,7	57,6	82,2	56,99
54V / 54Hz	52,2	74,5	52,6	75,2	53,2	75,7	53,98
51V / 51Hz	49,1	70,2	49,7	71,1	50,1	71,3	50,98
48V / 48Hz	46,1	66,1	46,9	66,8	46,7	66,8	47,98
45V / 45Hz	43,2	61,8	43,8	62,6	44,0	62,7	45,02

\*V – valor eficaz da tensão elétrica; Vpico – valor de pico da tensão elétrica; Freq. – frequência

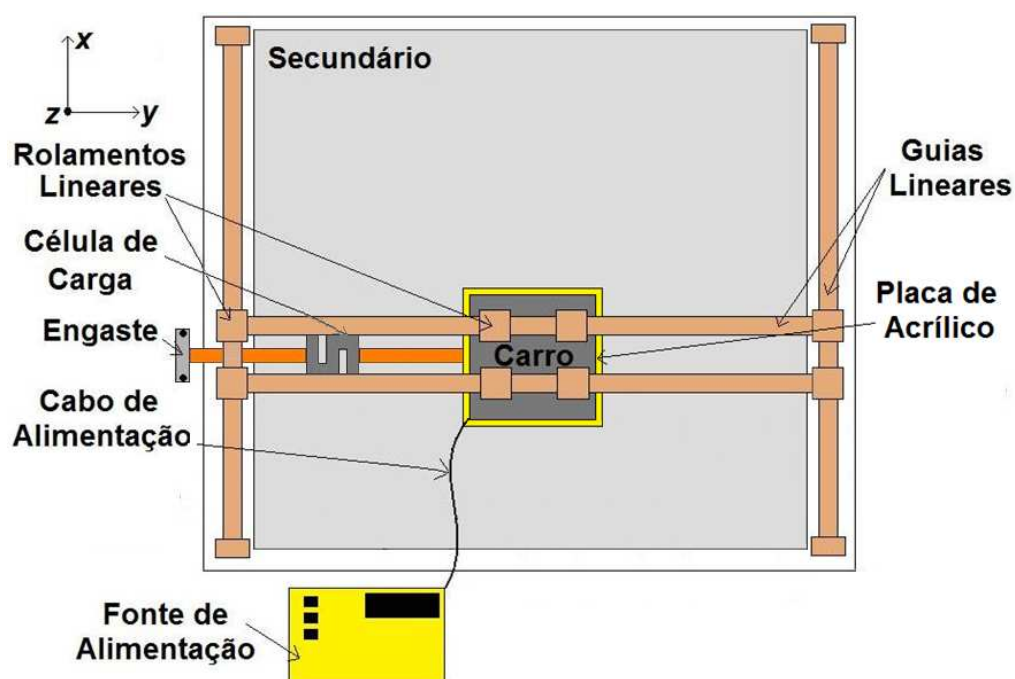
Assim como a tensão elétrica individualmente em cada bobina, também foi monitorado o valor da corrente elétrica, ao que segue os resultados na tabela 10, juntamente com o valor da força planar de propulsão linear em cada uma das situações analisadas.

**Tabela 10 Médias da corrente elétrica e força planar medidas nas bobinas do enrolamento do eixo x.**

Excitação Tensão / Frequência	Enrolamento Trifásico do eixo x						Força (N)
	Bobina 1		Bobina 2		Bobina 3		
	I (A)	Ipico (A)	I (A)	Ipico (A)	I (A)	Ipico (A)	
60V / 60Hz	2,02	2,90	2,53	3,61	1,69	2,41	11,77
57V / 57Hz	2,01	2,89	2,48	3,58	1,66	2,40	11,65
54V / 54Hz	1,97	2,80	2,20	3,16	1,60	2,40	11,30
51V / 51Hz	1,91	2,75	2,11	3,02	1,57	2,30	10,59
48V / 48Hz	1,87	2,70	2,06	2,96	1,53	2,29	10,36
45V / 45Hz	1,79	2,60	1,99	2,87	1,45	2,22	9,89

\*I – valor eficaz da corrente elétrica; Ipico – valor de pico da corrente elétrica; Freq – frequência

Outro ensaio realizado, considerando a segunda possibilidade prática em processo experimental, mantém a mesma tensão elétrica nos enrolamentos trifásicos do eixo y. Novamente, uma força planar de propulsão linear é gerada, contudo desta vez a resultante da força é dada no sentido de movimentação do eixo y. A figura 127 traz a representação gráfica do esquema montado para esse ensaio, destacando as configurações.



**Figura 127 Esquema montado para o ensaio e medição da força planar de propulsão linear quando somente o enrolamento do eixo y.**

É importante perceber, através do esquema mostrado na figura 124, que a célula de carga utilizada para a medição da força planar é colocada na direção do movimento do carro previsto e de acordo com a excitação do enrolamento  $y$  como descrita. Esta célula de carga está fixa a uma estrutura de alumínio e conectada ao carro, possibilitando que este permaneça estático. Os mesmos resultados obtidos para os ensaios da força no eixo  $x$  são repetidos para a situação de deslocamento no eixo  $y$ . As tabelas 11 e 12 apresentam a médias desses resultados.

**Tabela 11 Médias da tensão elétrica e frequência medidas nas bobinas do enrolamento do eixo  $y$ .**

Excitação Tensão / Frequência	Enrolamento Trifásico do eixo $y$						Freq. (Hz)
	Bobina 1		Bobina 2		Bobina 3		
	V (V)	Vpico (V)	V (V)	Vpico (V)	V (V)	Vpico (V)	
60V / 60Hz	59,9	85,3	59,0	84,1	60,0	85,3	59,99
57V / 57Hz	56,8	80,9	56,0	80,0	56,9	81,2	56,99
54V / 54Hz	53,9	76,8	53,1	75,5	54,1	76,9	53,99
51V / 51Hz	50,8	72,5	49,9	71,3	51,1	72,8	50,98
48V / 48Hz	47,7	68,2	46,8	66,9	48,3	68,6	47,98
45V / 45Hz	44,8	63,8	43,8	62,6	45,2	64,3	44,01

\*V – valor eficaz da tensão elétrica; Vpico – valor de pico da tensão elétrica; Freq. – frequência

**Tabela 12 Médias da corrente elétrica e força planar medidas nas bobinas do enrolamento do eixo  $y$ .**

Excitação Tensão / Frequência	Enrolamento Trifásico do eixo $y$						Força (N)
	Bobina 1		Bobina 2		Bobina 3		
	I (A)	Ipico (A)	I (A)	Ipico (A)	I (A)	Ipico (A)	
60V / 60Hz	1,05	1,50	1,78	2,54	1,53	2,17	7,06
57V / 57Hz	1,03	1,49	1,75	2,49	1,49	2,12	7,00
54V / 54Hz	1,02	1,46	1,71	2,45	1,45	2,07	6,89
51V / 51Hz	1,00	1,44	1,67	2,39	1,40	2,00	6,71
48V / 48Hz	0,99	1,42	1,63	2,33	1,37	1,94	6,36
45V / 45Hz	0,98	1,40	1,59	2,27	1,32	1,88	6,18

\*I – valor eficaz da corrente elétrica; Ipico – valor de pico da corrente elétrica; Freq. – frequência



É importante observar que os valores das forças planares são diferentes para as mesmas situações de excitação. Isso se deve ao fato de que as bobinas do eixo  $x$  estão mais próximas da região do entreferro do que as bobinas do eixo  $y$ , que gera uma menor dispersão de fluxo magnético na primeira situação, produzindo, a partir da mesma excitação, uma maior corrente elétrica disponibilizada no enrolamento do eixo  $x$ , o que contribui diretamente com a produção de força planar. A tabela 13 apresenta essas diferenças.

**Tabela 13 Comparação e apresentação da média dos resultados e diferenças médias de corrente e força planar.**

Excitação Tensão / Frequência	Corrente Elétrica (Média)			Força Planar de Propulsão Linear		
	Eixo $x$ (A)	Eixo $y$ (A)	Diferença (%)	Eixo $x$ (A)	Eixo $y$ (A)	Diferença (%)
60V / 60Hz	2,08	1,45	30,29	11,77	7,31	37,89
57V / 57Hz	2,05	1,42	30,73	11,65	7,13	38,80
54V / 54Hz	1,92	1,39	27,60	11,30	7,06	37,52
51V / 51Hz	1,86	1,36	26,88	10,59	7,02	33,71
48V / 48Hz	1,82	1,33	26,92	10,36	6,72	35,14
45V / 45Hz	1,74	1,30	25,28	9,89	6,32	36,10

Por se tratar de um atuador planar é importante considerar que os dois enrolamentos, do eixo  $x$  e do eixo  $y$ , podem operar ao mesmo tempo, para que seja possível desenvolver uma trajetória transversal sobre a área de trabalho do atuador, limitada pela superfície do secundário. Dessa forma foram feitos ensaios para determinar a força planar de propulsão linear no eixo  $x$  e no eixo  $y$  quando ambos os enrolamentos estão sendo excitados com corrente elétrica.

Ambos os enrolamentos recebem a mesma excitação elétrica em tensão e frequência o que provocaria a geração de uma movimentação diagonal. Num primeiro momento a célula de carga é colocada ao longo do eixo  $x$  e a movimentação ao longo do eixo  $y$  é impossibilitada através da colocação de travas junto ao referido eixo. Isso fará com que o efeito das excitações (enrolamento  $x$  e enrolamento  $y$ ) apareça na resultante da força ao longo do eixo  $x$ . A tabela 14 apresenta a média desses resultados.



**Tabela 14 Força planar de propulsão linear média ao longo do eixo  $x$  quando ambos os enrolamentos são acionados com tensão elétrica.**

Excitação Tensão / Frequência	Enrolamento Trifásico do eixo $x$						Força (N)
	Bobina 1		Bobina 2		Bobina 3		
	I (A)	Âng (°)	I (A)	Âng (°)	I (A)	Âng (°)	
60V / 60Hz	2,29	76,8	2,61	213,1	1,91	340,8	9,83
57V / 57Hz	2,26	74,1	2,58	210,4	1,87	338,1	9,54
54V / 54Hz	2,21	71,4	2,52	207,7	1,84	335,3	9,30
51V / 51Hz	2,17	68,5	2,49	205	1,8	332,5	9,01
48V / 48Hz	2,13	66	2,44	202,2	1,77	329,6	8,77
45V / 45Hz	2,09	64,6	2,4	199,5	1,73	327,1	8,53

\*I – valor eficaz da corrente elétrica; Âng – valor do ângulo; Freq. – frequência

Já num segundo momento a célula de carga é colocada ao longo do eixo  $y$  e a movimentação ao longo do eixo  $x$  é impossibilitada através da colocação de travas junto ao referido eixo. Isso fará com que o efeito das excitações (enrolamento  $x$  e enrolamento  $y$ ) apareça na resultante da força ao longo do eixo  $y$ . A tabela 12 apresenta a média desses resultados.

**Tabela 15 Força planar de propulsão linear ao longo do eixo  $y$  quando ambos os enrolamentos são acionados com tensão elétrica.**

Excitação Tensão / Frequência	Enrolamento Trifásico do eixo $y$						Força (N)
	Bobina 1		Bobina 2		Bobina 3		
	I (A)	Âng (°)	I (A)	Âng (°)	I (A)	Âng (°)	
60V / 60Hz	1,19	83,2	2,02	197,4	1,81	344,7	5,77
57V / 57Hz	1,16	80,4	1,99	194,5	1,77	341,8	5,65
54V / 54Hz	1,11	77,6	1,94	191,6	1,72	339,1	5,53
51V / 51Hz	1,08	74,7	1,9	188,9	1,69	336,2	5,36
48V / 48Hz	1,06	71,9	1,86	186	1,64	333,4	5,24
45V / 45Hz	1,03	69,2	1,82	183,3	1,61	330,5	5,06

\*I – valor eficaz da corrente elétrica; Âng - valor do ângulo; Freq. – frequência

## 5.2 FORÇA ELETROMOTRIZ INDUZIDA E FLUXO MAGNÉTICO

Uma das formas de mensurar e monitorar o fluxo magnético nos dentes do primário do atuador planar de indução é medindo a força eletromotriz induzida (FEM), com a utilização de bobinas exploradoras, em função da excitação elétrica primária. Essa FEM comporta-se na

forma de tensão elétrica e tem sua forma de onda diretamente relacionada com a forma de onda da tensão de excitação primária. Esse ensaio é fundamentalmente importante, pois permitirá, além de outras coisas, que sejam verificadas possíveis regiões de saturação do material ferromagnético.

A seguir é apresentada a forma de ensaio para a obtenção da FEM e seqüencialmente, em função desses, o equacionamento para obtenção do fluxo magnético (máximo e eficaz) nas ranhuras monitoradas.

### 5.2.1 Força Eletromotriz Induzida

A FEM pode ser medida com a utilização de uma bobina exploradora colocada em torno de dentes do primário do atuador planar de indução. O esquema montado para o ensaio é apresentado na vista frontal da figura 128. Para os testes práticos que se seguem foram consideradas algumas situações operacionais, bem como posicionamento de três bobinas exploradoras dispostas, conforme sugere o desenho da figura 129. Cada bobina exploradora tem 50 espiras, confeccionadas com um fio de cobre esmaltado AWG 29; os terminais dessas bobinas são ligados em um osciloscópio digital, cuja função é monitorar, de forma dinâmica, a força eletromotriz induzida a partir da excitação nos enrolamentos primários. Considera-se ainda que o circuito elétrico das bobinas exploradoras encontre-se em aberto.

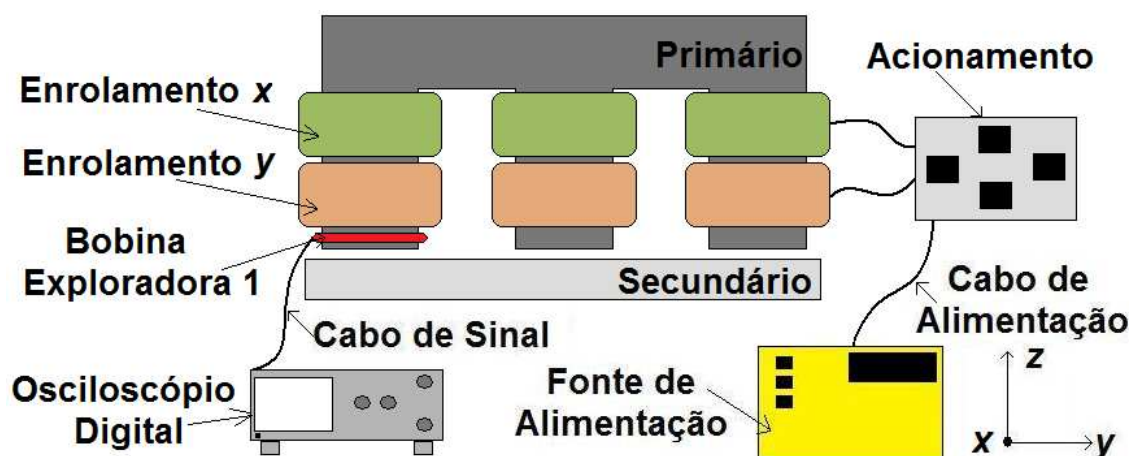
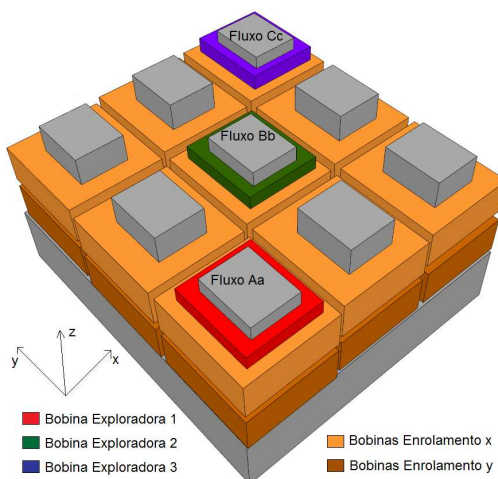


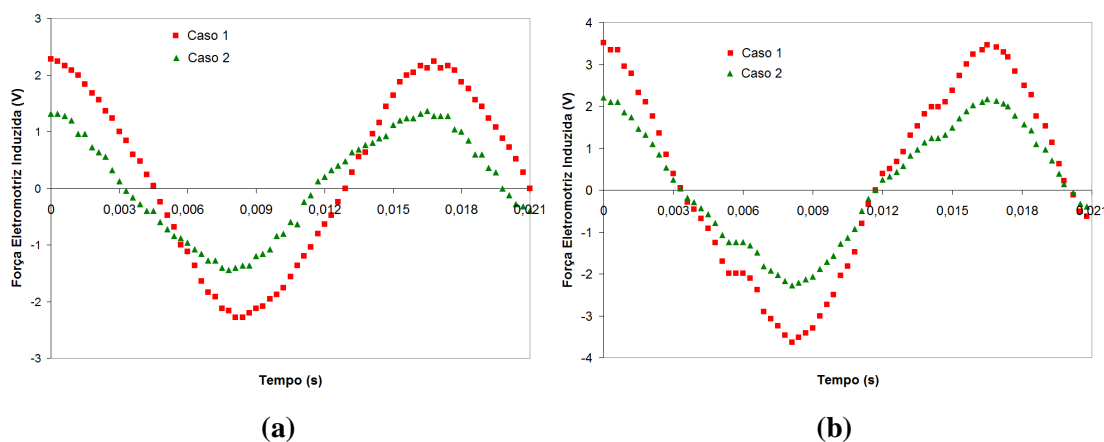
Figura 128 Esquema montado para o ensaio e medição da força eletromotriz induzida.



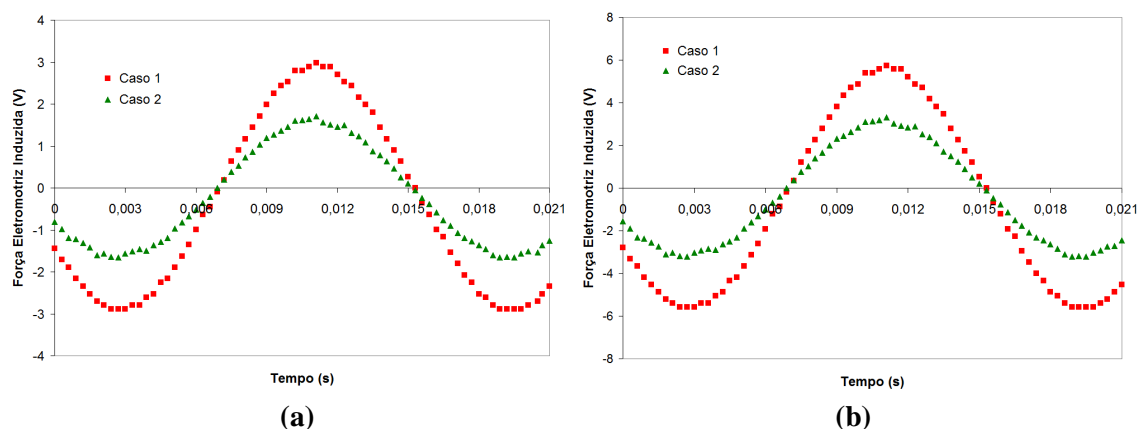
**Figura 129 Posicionamento das bobinas exploradoras para a medição de força magnetomotriz induzida nos dentes do carro do atuador planar de indução.**

Num primeiro momento, apenas o enrolamento do eixo  $x$  é excitado com tensão elétrica trifásica, para dois valores de tensão: 30 V e 50 V, a uma frequência de 60 Hz, e a FEM é obtida na bobina exploradora 1. Para um segundo momento os dois enrolamentos são excitados, para dois outros valores de tensão elétrica: 20 V e 40 V, para a mesma frequência, monitorados na bobina 2.

A faixa de tensão elétrica, por fase, utilizada para os ensaios é de 20 a 50 V, a 60 Hz, aplicados em cada enrolamento para um passo fixo de tensão eficaz de 10 V. Para cada valor de tensão considerado, em um determinado caso, são extraídas 10 amostras de curvas relacionando tensão elétrica versus FEM. Esses ensaios, e conseqüentemente a obtenção das amostras, são feitos aleatoriamente, para distribuir o erro oriundo das variáveis não controláveis no processo (temperatura, umidade, etc.). Os resultados médios são mostrados nas figuras 130 e 131.



**Figura 130 Força eletromotriz induzida média na bobina exploradora 1 quando apenas o enrolamento  $x$  é excitado com tensão alternada trifásica a 60 Hz: (a) 30 V, por fase e; (b) 50 V, por fase .**



**Figura 131** Força eletromotriz induzida média na bobina exploradora 2 quando os dois enrolamentos são excitados com tensão alternada trifásica a 60 Hz: a) 20 V, por fase e; (b) 40 V, por fase .

A tabela 16 relaciona os valores de pico das ondas senoidais da FEM induzida, em valores médios, bem como os valores eficazes de cada uma das formas de onda.

**Tabela 16** Resultados experimentais de força eletromotriz induzida média.

<b>*Apenas Enrolamento x Excitado (bobina exploradora 1)</b>				
<b>Tensão, por fase (V)</b>	<b>Caso 1</b>		<b>Caso 2</b>	
	$FEM_{pico}$ (V)	$FEM_{RMS}$ (V)	$FEM_{pico}$ (V)	$FEM_{RMS}$ (V)
20	1,64	1,16	0,92	0,65
30	2,28	1,61	1,32	0,93
40	2,96	2,09	1,71	1,21
50	3,52	2,49	2,21	1,56
<b>*Enrolamento x e Enrolamento y Excitados (bobina exploradora 2)</b>				
<b>Tensão, por fase (V)</b>	<b>Caso 1</b>		<b>Caso 2</b>	
	$FEM_{pico}$ (V)	$FEM_{RMS}$ (V)	$FEM_{pico}$ (V)	$FEM_{RMS}$ (V)
20	2,89	2,04	1,56	1,10
30	4,27	3,02	2,29	1,62
40	5,74	4,06	3,32	2,35
50	7,12	5,03	3,84	2,72

## 5.2.2 Fluxo Magnético

O valor de pico ou máximo do fluxo magnético  $\phi_{pico}$ , por ranhura, no atuador planar de indução pode ser determinado a partir da força eletromotriz induzida através de (5.1) e o valor RMS ou eficaz do fluxo magnético  $\phi_{RMS}$ , pode ser obtido através de (5.2).

$$FEM_{pico} = 2\pi f N \phi_{pico} \quad (5.1)$$

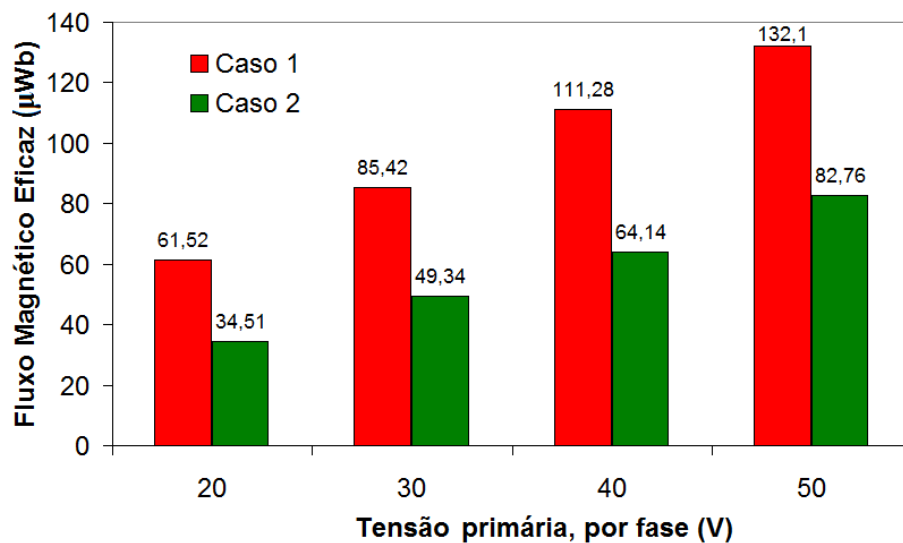
$$FEM_{RMS} = 2\pi f N \phi_{RMS} \quad (5.2)$$

Onde  $f$  é a frequência de excitação primária e  $N$  é o número de espiras da bobina exploradora, bobina essa onde é medido a FEM induzida.

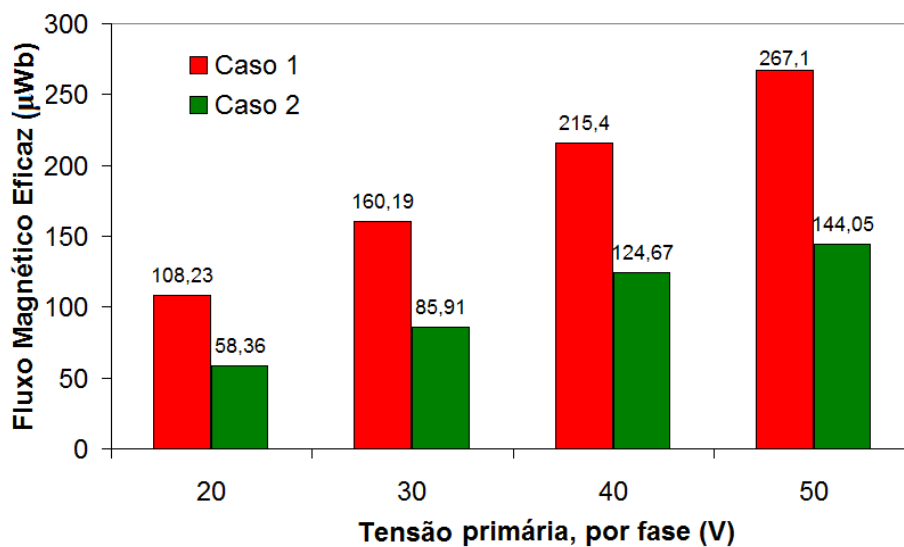
Através da obtenção da FEM de todas as ranhuras do carro, fazendo-se a colocação de bobinas exploradas de forma adequada, é possível extrair o fluxo magnético de todo o primário, contudo, para efeito demonstrativo, este estudo preocupa-se em apresentar dados relacionados ao fluxo magnético de apenas duas ranhuras. Sendo assim, através da tabela 16 e das equações 5.1 e 5.2 é possível determinar os valores dos fluxos por ranhura, resultados esses apresentados na tabela 17 e nos gráficos da figura 132 e figura 133.

**Tabela 17 Resultados médios experimentais do fluxo magnético.**

<b>*Apenas Enrolamento x Excitado (em função da bobina exploradora 1)</b>				
<b>Tensão, por fase (V)</b>	<b>Caso 1</b>		<b>Caso 2</b>	
	$\phi_{pico}$ ( $\mu Wb$ )	$\phi_{RMS}$ ( $\mu Wb$ )	$\phi_{pico}$ ( $\mu Wb$ )	$\phi_{RMS}$ ( $\mu Wb$ )
20	87,01	61,52	48,81	34,51
30	120,96	85,42	70,03	49,34
40	157,38	111,28	90,72	64,14
50	186,75	132,10	117,25	82,76
<b>*Enrolamento x e Enrolamento y Excitados (em função da bobina exploradora 2)</b>				
<b>Tensão, por fase (V)</b>	<b>Caso 1</b>		<b>Caso 2</b>	
	$\phi_{pico}$ ( $\mu Wb$ )	$\phi_{RMS}$ ( $\mu Wb$ )	$\phi_{pico}$ ( $\mu Wb$ )	$\phi_{RMS}$ ( $\mu Wb$ )
20	153,32	108,23	82,76	58,36
30	226,54	160,19	121,49	85,91
40	304,53	215,40	176,14	124,67
50	377,74	267,10	203,72	144,05



**Figura 132 Fluxo magnético eficaz médio em função da excitação elétrica primária, quando apenas o enrolamento do eixo  $x$  é excitado.**



**Figura 133 Fluxo magnético eficaz médio em função da excitação elétrica primária, quando os dois enrolamentos são excitados.**

## 6 COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS

Esse capítulo dedica-se exclusivamente à apresentação, de forma comparativa, dos resultados obtidos nas três formas de análise do atuador planar de indução proposto para esse estudo: modelagem analítica teórica; simulação numérica computacional e testes experimentais práticos.

Os resultados comparativos aqui apresentados são divididos em quatro seções, cada uma representando uma grandeza elétrica, magnética ou mecânica mensurada no desenvolvimento do estudo, a saber:

- Densidade de Fluxo Magnético.
- Força Eletromotriz Induzida.
- Fluxo Magnético.
- Força Planar de Propulsão Linear.

A exposição desses resultados será feita através de gráficos, figuras e tabelas sempre se considerando os dois casos em estudo. É importante mencionar que nem todas as grandezas puderam ter seus resultados analisados nas três formas de análise, contudo em pelo menos duas são feitas.

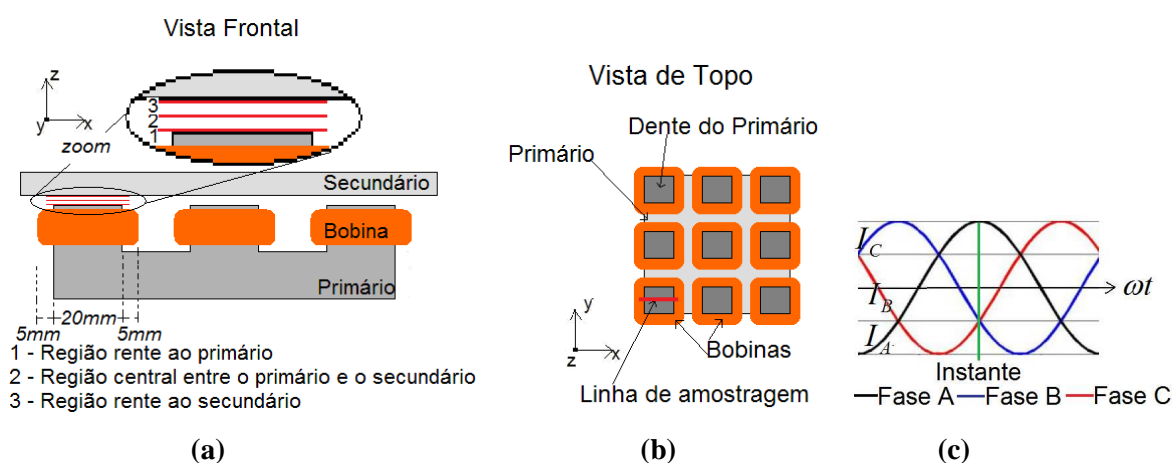
### 6.1 DENSIDADE DE FLUXO MAGNÉTICO

A densidade de fluxo magnético, também conhecida como intensidade magnética, do atuador planar de indução é monitorada na região entre o primário e o secundário e analisada através da modelagem analítica e simulação computacional. De forma comparativa, essa análise é feita através de uma linha de amostragem em três diferentes regiões relativas ao eixo  $z$ : rente ao primário, na região central entre o primário e o secundário e rente ao secundário em um determinado instante do tempo, conforme indica a figura 134. Esse monitoramento é feito quando apenas o enrolamento do eixo  $x$  é eletricamente excitado a uma frequência de 60 Hz.

As duas possíveis configurações, representadas pelo caso 1 e pelo caso 2, são analisadas, ora de forma separadas, ora de forma combinadas sempre em função da corrente ou da tensão elétrica de excitação. A apresentação dos resultados comparativos é dividida em três etapas:

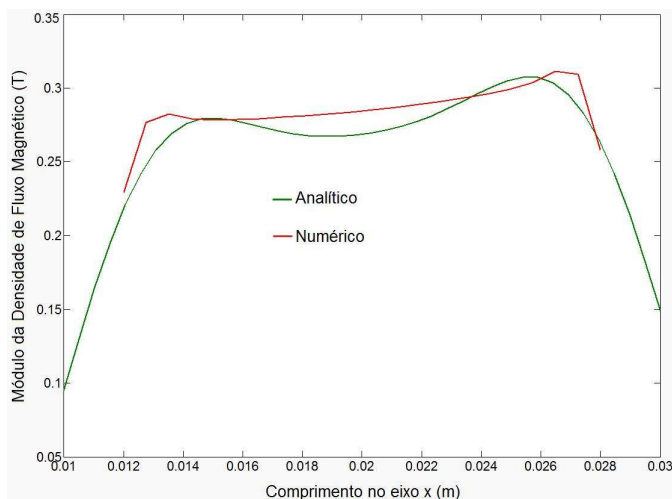
1. comparação entre a componente  $z$  da densidade de fluxo magnético resultante a partir de uma excitação de 3 A no enrolamento do eixo  $x$ , para o caso 1, quando é monitorada a região rente ao primário, figura 135(a); quando é monitorada a região central entre o primário e o secundário, figura 135(b) e; quando é monitorada a região rente ao secundário, figura 135(c);
2. comparação entre a componente  $z$  da densidade de fluxo magnético resultante a partir de uma excitação de 3 A no enrolamento do eixo  $x$ , para o caso 2, quando é monitorada a região rente ao primário, figura 136(a); quando é monitorada a região central entre o primário e o secundário, figura 136(b) e; quando é monitorada a região rente ao secundário, figura 136(c);
3. comparação entre a componente  $z$  da densidade de fluxo magnético resultante a partir de uma excitação de 50 V no enrolamento do eixo  $x$ , para o caso 1 e caso 2, quando é monitorada a região rente ao primário, figura 137(a); quando é monitorada a região central entre o primário e o secundário, figura 137(b) e; quando é monitorada a região rente ao secundário, figura 137(c);

Conforme pode ser observado com as figuras que tratam da exposição dos dados referentes à densidade de fluxo magnético, o comportamento dessa grandeza é monitorado abaixo de um dos dentes do carro do atuador planar de indução. Contudo, através do equacionamento proposto na forma analítica teórica e do modelo virtual trabalhado na simulação computacional, é possível estimar essa grandeza elétrica em qualquer uma das nove ranhuras do carro.

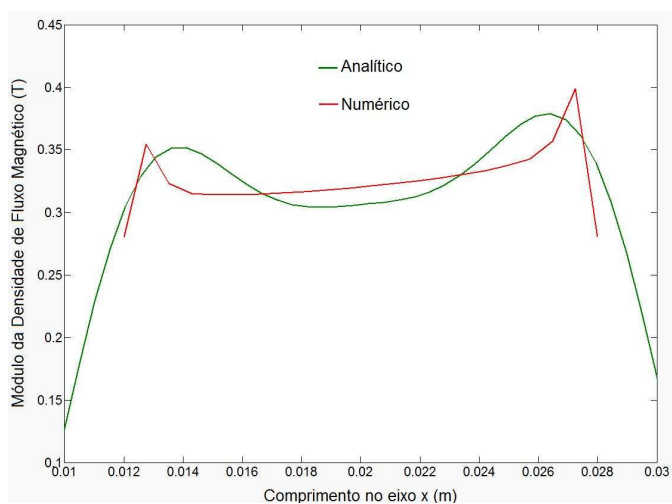


**Figura 134** Região monitorada para análise comparativa da componente  $z$  da densidade de fluxo magnético em um dos dentes do carro do atuador planar de indução: (a) Vista frontal; (b) Vista de topo e; (c) Instante considerado para análise.

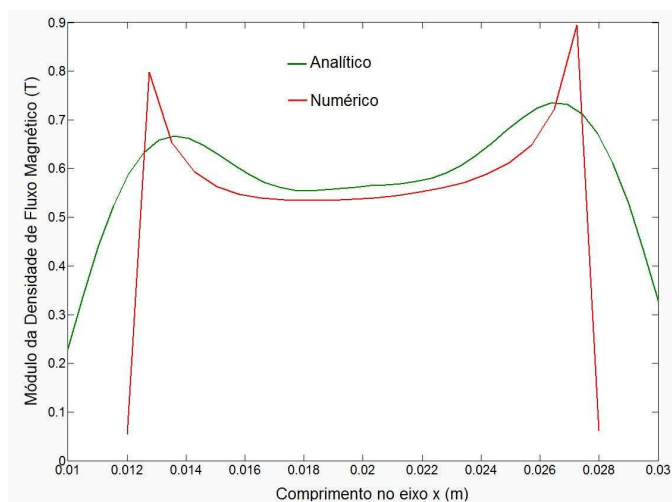




(a)

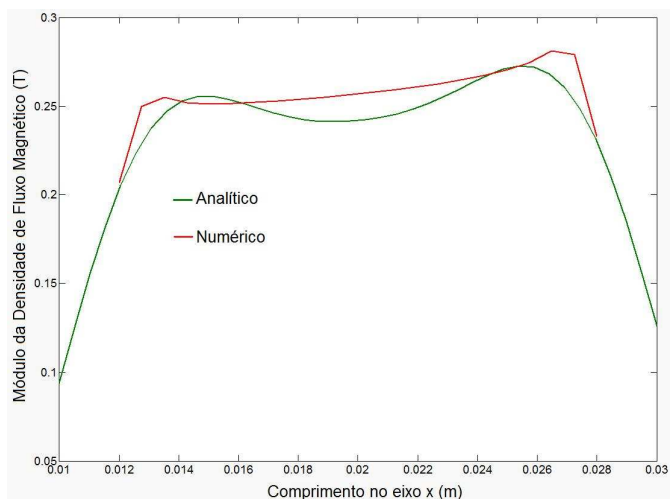


(b)

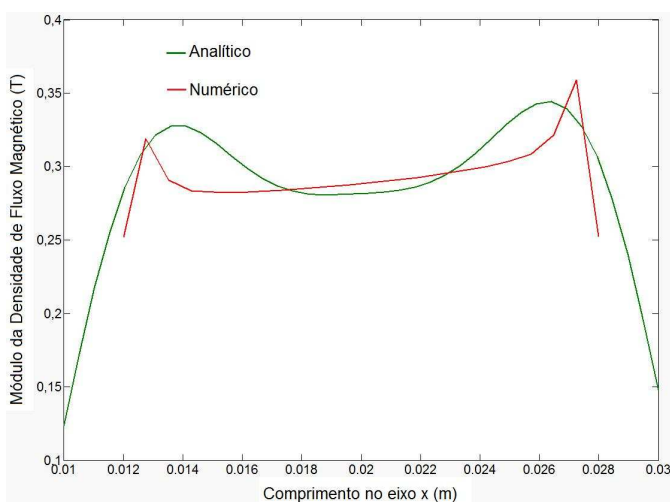


(c)

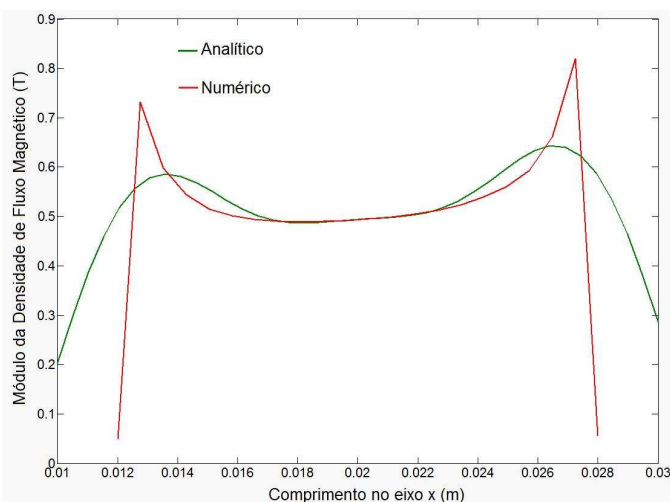
**Figura 135** Módulo da componente z da densidade de fluxo magnético, a partir de uma excitação trifásica de 3 A, a 60 Hz, por fase, no enrolamento do eixo x, para o caso 1: (a) na região rente ao primário; (b) na região central e; (c) na região rente ao secundário.



(a)

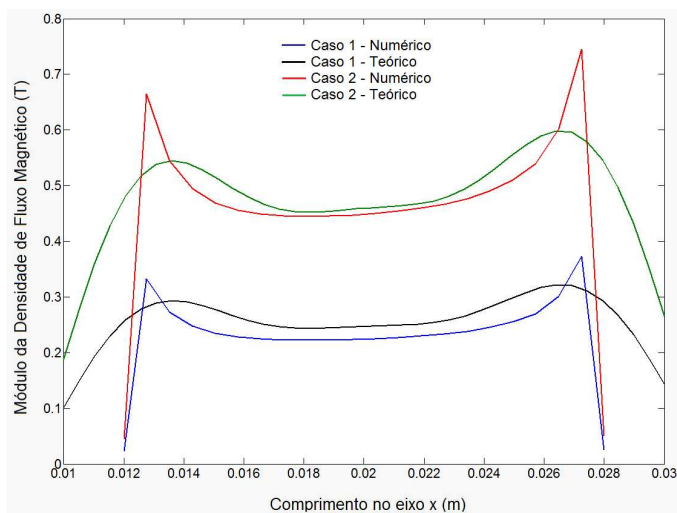


(b)

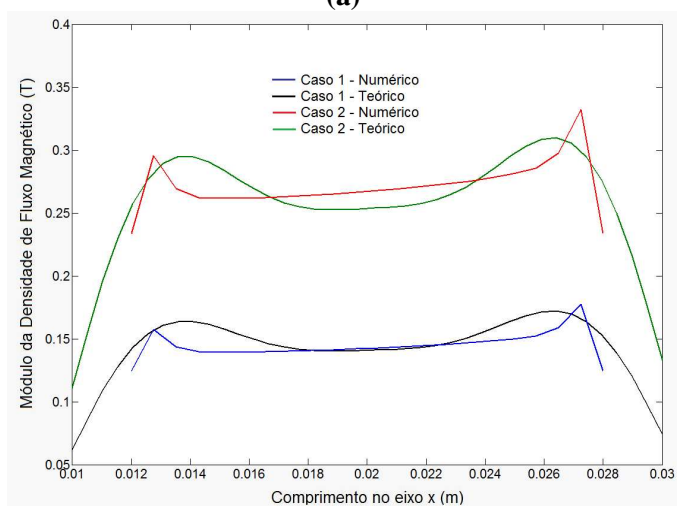


(c)

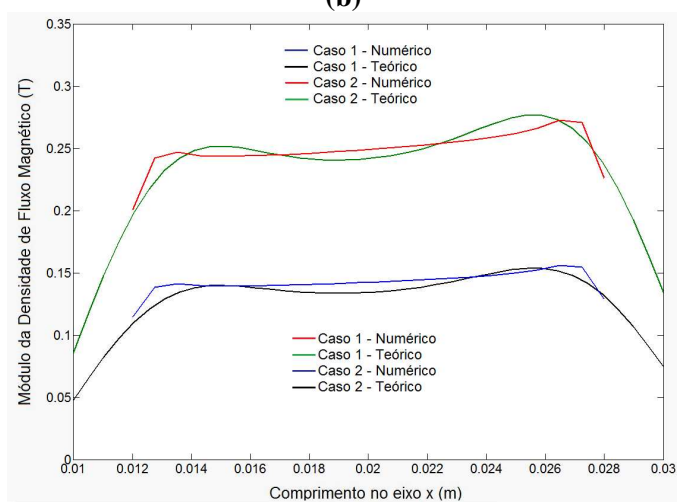
**Figura 136** Módulo da componente z da densidade de fluxo magnético, a partir de uma excitação trifásica de 3 A a 60 Hz, por fase, no enrolamento do eixo x, para o caso 2: (a) na região rente ao primário; (b) na região central e; (c) na região rente ao secundário.



(a)



(b)



(c)

**Figura 137** Módulo da componente  $z$  da densidade de fluxo magnético, a partir de uma excitação trifásica de 50 V, a 60 Hz, por fase, no enrolamento do eixo  $x$ , para o caso 1 e caso 2, analisados de forma comparativa: (a) na região rente ao primário; (b) na região central e; (c) na região rente ao secundário.

Nas figuras 135, 136 e 137 é possível analisar de forma comparativa a densidade de fluxo magnético obtidos de forma analítica, através da equação 3.187, e de forma numérica, através do MEF, para os dois casos analisados. Além disso, é importante que se esclareça que para o caso 2 a corrente elétrica eficaz trifásica é menor do que para o caso 1 quando o enrolamento do eixo  $x$  é excitado com uma mesma tensão elétrica, para o caso 50 V, fato esse que justifica a diferença nas curvas de densidade de fluxo magnético apresentadas na figura 137.

## **6.2 FORÇA ELETROMOTRIZ INDUZIDA**

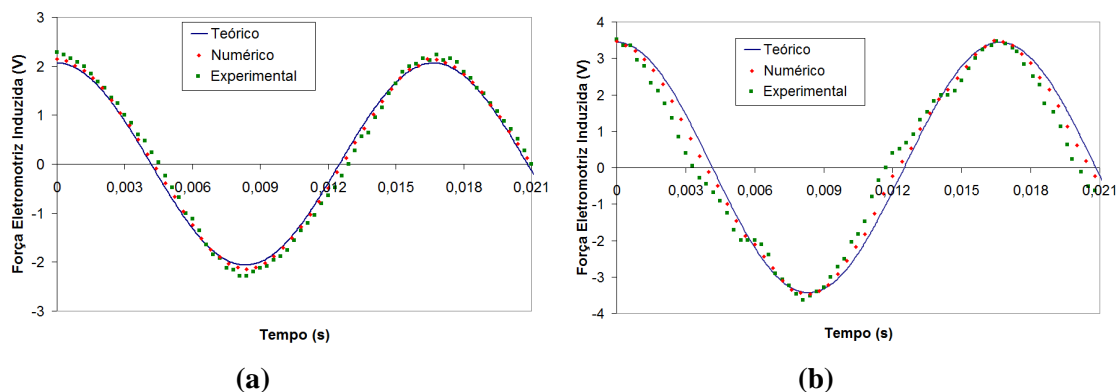
A força eletromotriz induzida (FEM), passível de monitoramento através da colocação de uma bobina exploradora nas ranhuras do atuador planar de indução, pode-se mostrada nas três formas de análise: teórica, numérica e experimental. Para efeito de validação dos resultados obtidos nas três análises em questão, os resultados serão expostos de forma separada em função da configuração na qual eles foram obtidos. Além disso, a divisão também será feita em função do enrolamento a ser excitado, ora apenas quando o enrolamento do eixo  $x$  é excitado, ora quando os dois enrolamentos são excitados concomitantemente. A excitação primária, para todos os casos e situações, ocorre com uma frequência de 60 Hz e os valores de tensão sempre são apresentados na forma de valores eficazes.

### **6.2.1 FEM Resultante da Excitação no Enrolamento do Eixo $x$**

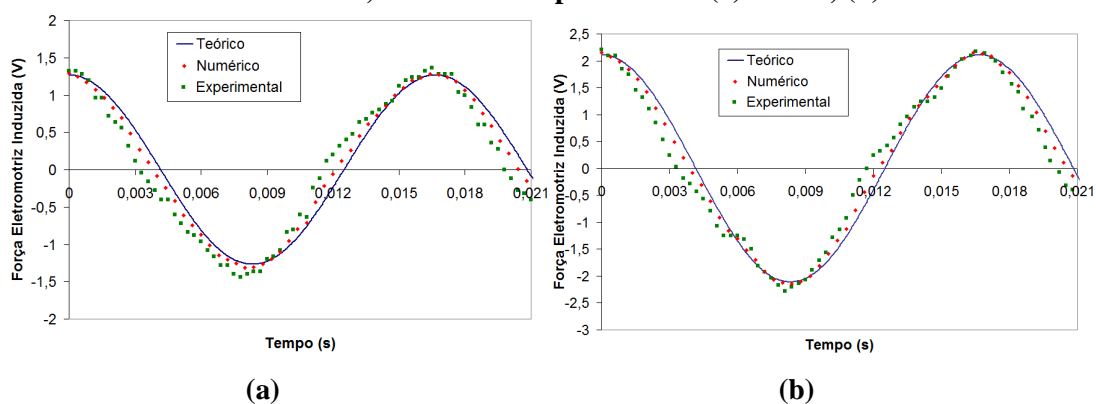
Como escrito em capítulos anteriores dessa tese, escolheu-se algumas ranhuras do carro do atuador planar de indução para que fossem colocadas bobinas exploradoras e assim fosse possível o monitoramento da FEM. Para os casos 1 e caso 2, quando apenas o enrolamento do eixo  $x$  é excitado, a bobina exploradora correspondente é a de número 1.

Os gráficos da figura 138 e figura 139 representam a grandeza analisada para o caso 1 e caso 2 respectivamente, a partir da excitação primária do enrolamento do eixo  $x$ ; enquanto que na tabela 18 são apresentados os valores eficazes médios da força eletromotriz induzida para esses casos.

Os resultados das grandezas avaliadas têm uma boa relação entre si na medida em que puderam ser comparadas dentro de cada configuração proposta através dos casos 1 e 2. Sendo assim, essas pequenas diferenças entre os valores teóricos, numéricos e experimentais são suficientes para validar os resultados obtidos.



**Figura 138** Força eletromotriz induzida na bobina exploradora 1 em função da tensão primária de excitação no enrolamento do eixo  $x$ , para o caso 1, considerando as análises: teórica, numérica e experimental: (a) 30 V e; (b) 50 V.



**Figura 139** Força eletromotriz induzida na bobina exploradora 1 em função da tensão primária de excitação no enrolamento do eixo  $x$ , para o caso 2, considerando as análises: teórica, numérica e experimental: (a) 30 V e; (b) 50 V.

**Tabela 18** Resultados da força eletromotriz induzida média, na bobina exploradora 1 quando apenas no enrolamento do eixo  $x$  é excitado.

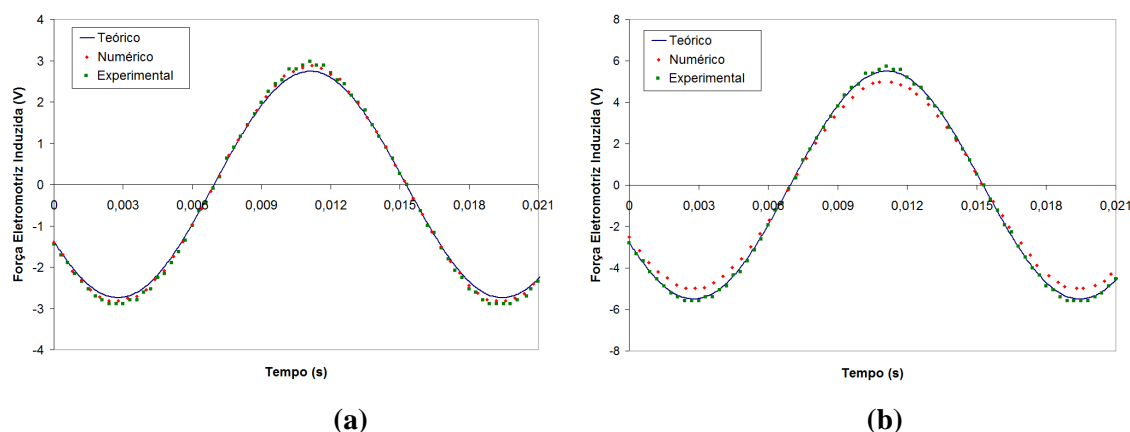
Tensão Eficaz Primária	Casos					
	Caso 1			Caso 2		
	Analítico	Numérico	Experimental	Analítico	Numérico	Experimental
20V/60Hz	1,11	1,12	1,16	0,61	0,63	0,65
30V/60Hz	1,46	1,52	1,61	0,84	0,91	0,93
40V/60Hz	1,98	2,02	2,09	1,17	1,18	1,21
50V/60Hz	2,43	2,45	2,49	1,49	1,52	1,56

Para a apresentação dos resultados de forma comparativa, foram escolhidas ranhuras do carro para fazer o monitoramento, contudo, através do equacionamento proposto na modelagem analítica, através do modelo virtual proposto nas simulações numéricas e na

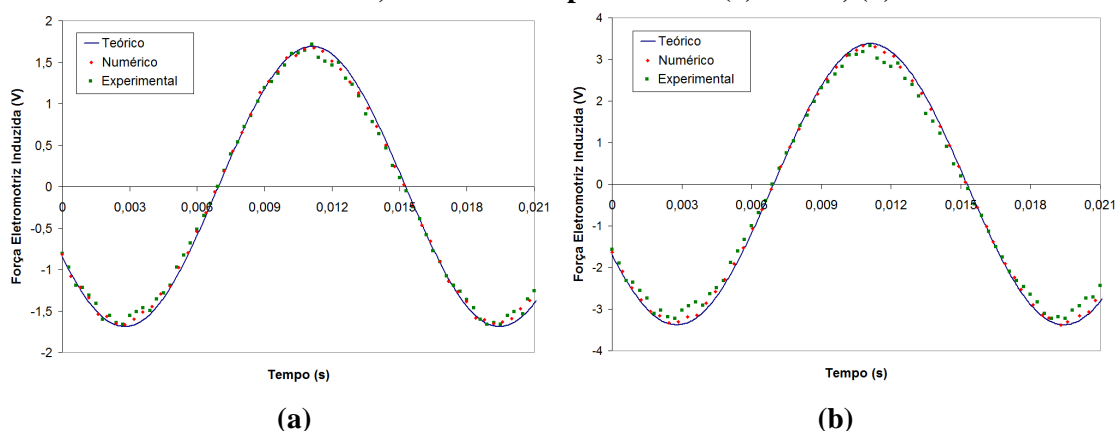
forma como é proposta a montagem dos testes experimentais do protótipo físico é possível monitorar qualquer uma das ranhuras do carro, possibilitando a análise dessa grandeza de forma mais completa se esse for o entendimento e a necessidade.

### 6.2.2 FEM Resultante da Excitação dos Dois Enrolamentos

A bobina exploradora de número 2 é a escolhida para o monitoramento da força eletromotriz induzida quando os dois enrolamentos são excitados com tensão elétrica simultaneamente. Os resultados teóricos, numéricos e experimentais são comparados através das figuras 140 e 141 e da tabela 19. Nessa exposição, os resultados encontram-se divididos em função da configuração de montagem (caso 1 e caso 2), novamente para efeitos de validação.



**Figura 140** Força eletromotriz induzida na bobina exploradora 1 em função da tensão primária de excitação no enrolamento do eixo  $x$ , para o caso 1, considerando as análises: teórica, numérica e experimental: (a) 20 V e; (b) 40 V.



**Figura 141** Força eletromotriz induzida na bobina exploradora 1 em função da tensão primária de excitação no enrolamento do eixo  $x$ , para o caso 2, considerando as análises: teórica, numérica e experimental: (a) 20 V e; (b) 40 V.

**Tabela 19** Resultados da força eletromotriz induzida média, em Volts eficaz, na bobina exploradora com os dois enrolamento excitados.

Tensão Eficaz Primária	Casos					
	Caso 1			Caso 2		
	Analítico	Numérico	Experimental	Analítico	Numérico	Experimental
20V/60Hz	1,94	1,99	2,04	1,15	1,18	1,10
30V/60Hz	2,95	2,91	3,02	1,54	1,59	1,62
40V/60Hz	3,89	3,92	4,06	2,39	2,26	2,35
50V/60Hz	4,89	4,81	5,03	2,59	2,68	2,72

Os resultados obtidos nas tabelas 18 e 19 foram validados através de um tratamento estatístico dado por um projeto experimental do tipo fatorial completo, sem repetição, com três fatores controláveis (excitação elétrica, método e caso). Esse projeto mostrou que, para uma tolerância de 5%, o valor eficaz da força eletromotriz induzida, média, não muda em função do método, muda em função da excitação primária e muda em função do caso.

### 6.3 FLUXO MAGNÉTICO

O fluxo magnético pode ser obtido a partir do equacionamento ou da verificação da força eletromotriz induzida. Os resultados aqui obtidos tratam dessa grandeza em uma das ranhuras do carro do atuador planar de indução caracterizada em duas análises: teórica e experimental. Novamente, para efeitos de validação dos resultados, esses são comparados entre si em função da configuração (caso 1 ou caso 2) testada. Também serão consideradas duas situações: a primeira é quando apenas o enrolamento do eixo  $x$  é excitado com tensão elétrica e o segundo, quando os dois enrolamentos são excitados, concomitantemente, como o mesmo valor de tensão elétrica trifásica e equilibrada. A excitação primária trifásica é feita a uma frequência de 60 Hz para todos os casos e situações.

Para as duas configurações são apresentados resultados do fluxo magnético eficaz para uma faixa de tensão elétrica trifásica primária de 20 até 50 V. A figura 142 traz dados comparativos dos valores teóricos e experimentais obtidos para a configuração do caso 1, enquanto que a figura 143 traz essa mesma análise e apresentação, contudo para a configuração do caso 2.

As diferenças percentuais apresentadas de forma comparativa são especialmente importantes, pois é através delas que conclusões quanto à validade dos dados podem ser obtida. Na situação em que se apresenta o estudo comparativo entre os fluxos magnéticos obtidos nas diferentes situações para os dois casos analisados pode-se constatar que as diferenças são pequenas entre os dados analíticos e os obtidos a partir de testes experimentais. Isso ajuda a estabelecer uma confiabilidade de relação entre os dados e assim sendo possível quantificar os dados em outras situações operacionais do atuador planar de indução em estudo.

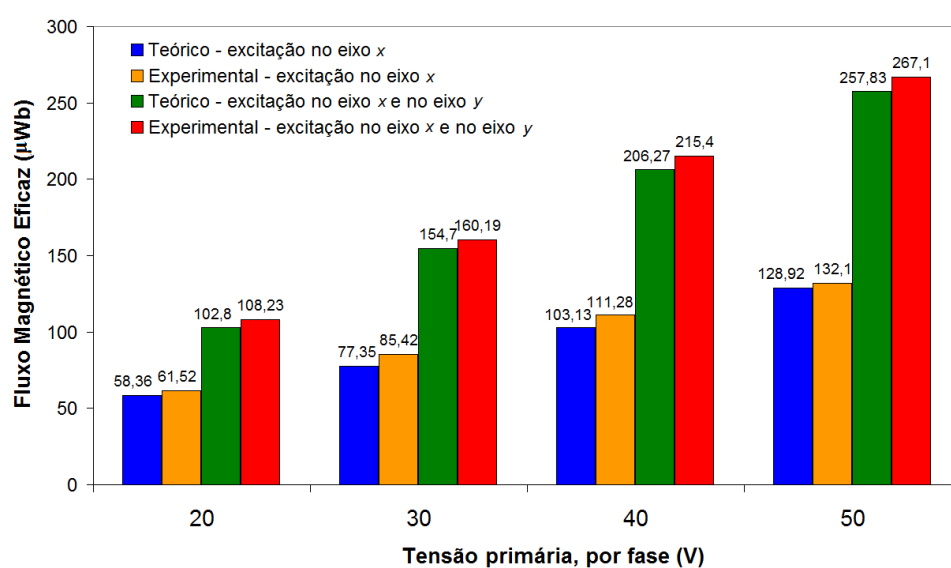


Figura 142 Fluxo magnético eficaz em função da excitação primária, para o caso 1.

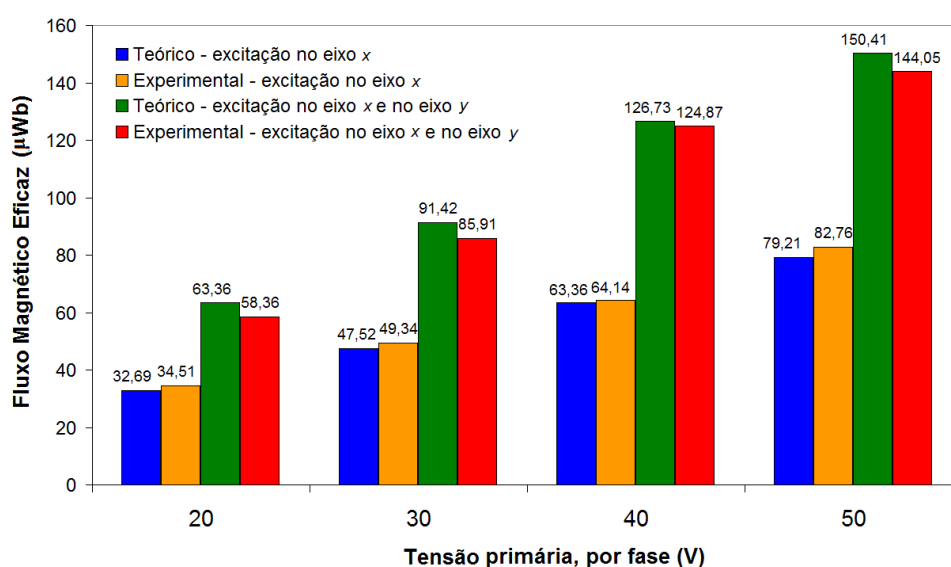


Figura 143 Fluxo magnético eficaz em função da excitação primária, para o caso 2.



## 6.4 FORÇA PLANAR DE PROPULSÃO LINEAR

A força planar de propulsão linear, fundamental para a operacionalidade do dispositivo, é analisada sob as três formas: teórica, numérica e experimental. Nessa apresentação comparativa, considerando os dois casos em estudo, inicialmente é previsto que apenas o enrolamento do eixo  $x$  recebe excitação elétrica e em seguida somente o enrolamento do eixo  $y$  é excitado. Como foi visto nas análises pertinentes a essa grandeza, a força planar desenvolvida na configuração representada pelo caso 1 é significativamente superior a força obtida no caso 2, sendo assim, aqui serão comparadas as curvas de força versus tensão elétrica e/ou corrente elétrica aplicada nos enrolamentos apenas para o caso 1, onde o alumínio é incluso no entreferro. Esse procedimento tem por objetivo validar os resultados de força obtidos em cada uma das análises.

### 6.4.1 Força Planar Resultante da Excitação no Enrolamento do Eixo $x$

Como visto, quando apenas o enrolamento do eixo  $x$  é excitado com tensão elétrica, uma força planar irá ser desenvolvida ao longo do próprio eixo em função do valor da tensão elétrica primária aplicada no enrolamento. Com os dados de corrente elétrica, tensão elétrica e frequência obtidos nos testes experimentais, é reproduzido esse efeito para a modelagem analítica e para as simulações numéricas. Tendo como base e referência esses dados, inicialmente, de forma numérica computacional, foram reproduzidos os mesmos valores de frequência, tensão e corrente obtidos no teste experimental, para cada uma das situações, fazendo com que cada uma das três bobinas do enrolamento do eixo  $x$  recebesse esses valores diferentes, assim como medido nos testes. A tabela 20 apresenta esses dados médios.

Com relação à força planar de propulsão linear calculada de forma analítica, é importante observar que o modelo não prevê correntes elétricas diferentes nas bobinas dos enrolamentos, dessa forma aplicou-se a técnica das componentes simétricas em função das correntes elétricas (valor do módulo eficaz e valor do ângulo) obtidas nos testes experimentais. O conceito sobre componentes simétricas foi desenvolvido e anexado na parte de apêndice dessa tese.

A tabela 21 apresenta os valores médios de fase e ângulo obtidos em função dos testes experimentais. Com esses valores é possível aplicar a técnica das componentes simétricas para que se possa obter o equivalente de três fasores iguais e defasados entre si de 120 graus elétricos. Com esse valor é possível aplicar a formulação da força planar de propulsão linear,

obtida analiticamente, para comparar os resultados analíticos e experimentais. Na tabela 22 é apresentado o resultante do fasor das componentes simétricas (negativa e positiva) bem como a força que é obtida quando da aplicação desse valor a fórmula analítica da força planar.

**Tabela 20** Comparação dos resultados médios de força planar de propulsão linear entre testes experimentais e simulação numérica para o enrolamento do eixo x.

Corrente eficaz aplicada (V)			Frequência (Hz)	Força Planar (N)	
Bobina 1	Bobina 2	Bobina 3		Experimental	Numérica
2,02	2,53	1,69	59,98	11,71	12,19
2,01	2,48	1,66	56,99	11,65	12,06
1,97	2,2	1,6	53,98	11,30	11,82
1,91	2,11	1,57	50,98	10,59	11,11
1,87	2,06	1,53	47,98	10,35	10,70
1,79	1,99	1,45	45,02	9,88	10,15

**Tabela 21** Dados médios do módulo e ângulo da corrente elétrica nas fases do enrolamento x.

Setada V/Hz	I <sub>1</sub> (A)	Ângulo (°)	I <sub>2</sub> (A)	Ângulo (°)	I <sub>3</sub> (A)	Ângulo (°)
60 / 60	2,02	78,79	2,53	215,68	1,69	342,03
57 / 57	2,01	76,28	2,48	213,15	1,66	339,51
54 / 54	1,97	73,92	2,20	210,84	1,60	337,15
51 / 51	1,91	71,29	2,11	208,16	1,57	334,49
48 / 48	1,87	68,98	2,06	205,85	1,53	332,19
45 / 45	1,79	66,84	1,99	203,73	1,45	330,09

**Tabela 22** Dados em módulo das componentes simétricas e o resultado analítico que elas representam referentes nas fases do enrolamento x.

Setada V/Hz	Componente de Sequência Positiva			Componente de Sequência Negativa			Força Resultante(N) $ F_{Pos} - F_{Neg} $
	Corrente (A)	Ângulo (°)	Força (N)	Corrente (A)	Ângulo (°)	Força (N)	
60 / 60	0,485	-7,58	4,41	2,051	92,27	18,63	14,22
57 / 57	0,476	-9,02	4,13	2,022	89,97	17,55	13,42
54 / 54	0,401	-6,95	3,21	1,896	86,83	15,65	12,44
51 / 51	0,376	-9,86	2,96	1,837	84,19	14,48	11,52
48 / 48	0,368	-11,81	2,74	1,794	81,87	13,34	10,6
45 / 45	0,362	-13,78	2,54	1,719	79,73	12,09	9,55

Através das componentes simétricas puderam ser gerados os valores de força planar de propulsão linear ao longo do eixo  $x$ , tabela 23.

**Tabela 23** *Comparação dos resultados médios de força planar de propulsão linear entre testes experimentais e modelagem analítica para o enrolamento do eixo  $x$ .*

Componentes Simétricas Correntes (A)				Frequência (Hz)	Força Planar (N)	
Sequência Positiva		Sequência Negativa			Experimental	Analítica
Corrente (A)	Força (N)	Corrente (A)	Força (N)			
0,485	4,41	2,051	18,63	59,98	11,71	14,22
0,476	4,13	2,022	17,55	56,99	11,65	13,42
0,388	3,21	1,896	15,65	53,98	11,30	12,44
0,376	2,96	1,837	14,48	50,98	10,59	11,52
0,368	2,74	1,794	13,34	47,98	10,35	10,6
0,362	2,54	1,719	12,09	45,02	9,88	9,55

Como parte final desse item e considerando que os resultados analíticos e experimentais são diferentes, reproduziu-se no modelo numérico as mesmas condições do modelo analítico, ou seja, com os mesmos valores de corrente nas três bobinas do referido enrolamento, obtidas a partir das componentes simétricas. Dessa forma também é possível validar o modelo analítico e concluir que ele pode ser usado como uma estimativa inicial de força planar de propulsão linear. A tabela 24 apresenta esses dados.

**Tabela 24** *Comparação dos resultados médios de força planar de propulsão linear entre simulação numérica e modelagem analítica para o enrolamento do eixo  $x$ .*

Componentes Simétricas Correntes (A)				Frequência (Hz)	Força Planar (N)	
Sequência Positiva		Sequência Negativa			Analítica	Numérica
Corrente (A)	Força (N)	Corrente (A)	Força (N)			
0,485	4,41	2,051	18,63	59,98	14,22	13,73
0,476	4,13	2,022	17,55	56,99	13,42	12,89
0,388	3,21	1,896	15,65	53,98	12,44	11,9
0,376	2,96	1,837	14,48	50,98	11,52	11,02
0,368	2,74	1,794	13,34	47,98	10,6	10,14
0,362	2,54	1,719	12,09	45,02	9,55	9,14

### 6.4.2 Força Planar Resultante da Excitação no Enrolamento do Eixo y

Sequencialmente à análise da força planar, são comparados os resultados dessa grandeza mecânica quando o enrolamento do eixo y é excitado com tensão elétrica. Como visto em considerações anteriores, nesta tese, o acionamento desse enrolamento provoca o aparecimento de uma força planar de propulsão linear no sentido do eixo y sobre o plano da área de trabalho do atuador planar.

Também são analisados os mesmos resultados para os dados do eixo y, aplicando-se as componentes simétricas para a determinação do equivalente da força planar de propulsão linear de forma analítica. A tabela 25 apresenta os valores de fase e ângulo obtidos em função dos testes experimentais enquanto que a tabela 26 apresenta o resultante do fasor das componentes simétricas (negativa e positiva) bem como a força que é obtida quando da aplicação desse valor a fórmula analítica da força planar.

**Tabela 25** *Dados médios do módulo e ângulo da corrente elétrica nas fases do enrolamento y.*

Setada V/Hz	I <sub>1</sub> (A)	Ângulo (°)	I <sub>2</sub> (A)	Ângulo (°)	I <sub>3</sub> (A)	Ângulo (°)
60 / 60	1,05	84,8	1,78	204,3	1,53	349,8
57 / 57	1,03	81,9	1,75	201,5	1,49	347,1
54 / 54	1,02	79,3	1,71	198,7	1,45	344,4
51 / 51	1,00	76,6	1,67	196,1	1,4	347,1
48 / 48	0,99	73,6	1,63	193	1,37	344,2
45 / 45	0,98	70,4	1,59	189,9	1,32	341,1

**Tabela 26** *Dados em módulo das componentes simétricas e o resultado analítico que elas representam referentes nas fases do enrolamento x.*

Setada V/Hz	Componente Sequência Positiva			Componente Sequência Negativa			Força Resultante (N) $ F_{Pos.} - F_{Neg.} $
	Corrente (A)	Ângulo (°)	Força (N)	Corrente (A)	Ângulo (°)	Força (N)	
60 / 60	0,429	-64,54	3,57	1,419	93,26	11,81	8,24
57 / 57	0,421	-66,73	3,35	1,391	90,47	11,07	7,72
54 / 54	0,406	-68,99	3,08	1,361	87,70	10,33	7,25
51 / 51	0,393	-68,29	2,84	1,325	86,03	9,56	6,72
48 / 48	0,381	-71,14	2,6	1,299	85,87	8,87	6,27
45 / 45	0,365	-73,09	2,35	1,267	80,50	8,16	5,81

Novamente aqui são comparados os valores das três formas de análise propostas (analítico, numérico e experimental), tendo como base e referência esses dados, inicialmente, de forma numérica computacional, foram reproduzidos os mesmos valores de frequência, tensão e corrente obtidos no teste experimental, para cada uma das situações, fazendo com que cada uma das três bobinas do enrolamento do eixo y recebesse esses valores diferentes, assim como medido nos testes. A tabela 27 apresenta esses dados.

**Tabela 27 Comparação dos resultados médios de força planar de propulsão linear entre testes experimentais e simulação numérica para o enrolamento do eixo y.**

Corrente eficaz aplicada (A)			Frequência (Hz)	Força Planar (N)	
Bobina 1	Bobina 2	Bobina 3		Experimental	Numérica
1,05	1,78	1,53	59,99	7,06	7,31
1,03	1,75	1,49	56,99	7,00	7,14
1,02	1,71	1,45	53,99	6,89	7,09
1,00	1,67	1,40	50,98	6,71	7,06
0,99	1,63	1,37	47,98	6,36	6,72
0,98	1,59	1,32	44,01	6,18	6,32

A mesma metodologia aplicada para comparação dos valores de força versus corrente elétrica nos testes referentes ao enrolamento  $x$  são aqui reproduzidos para análise da força planar de propulsão linear em função da corrente elétrica aplicada nos enrolamentos do eixo y. Através das componentes simétricas puderam ser gerados os valores de força planar de propulsão linear ao longo do eixo y, tabela 28.

**Tabela 28 Comparação dos resultados médios de força planar de propulsão linear entre testes experimentais e modelagem analítica para o enrolamento do eixo y.**

Componentes Simétricas Correntes (A)				Frequência (Hz)	Força Planar (N)	
Sequência Positiva		Sequência Negativa			Experimental	Analítica
Corrente (A)	Força (N)	Corrente (A)	Força (N)			
0,429	3,57	1,419	11,81	59,99	7,06	8,24
0,421	3,35	1,391	11,07	56,99	7,00	7,72
0,406	3,08	1,361	10,33	53,99	6,89	7,25
0,393	2,84	1,325	9,56	50,98	6,71	6,72
0,381	2,6	1,299	8,87	47,98	6,36	6,27
0,365	2,35	1,267	8,16	44,01	6,18	5,81

Como parte final desse item e considerando que os resultados analíticos e experimentais são diferentes, reproduziu-se no modelo numérico as mesmas condições do modelo analítico, ou seja, com os mesmos valores de corrente nas três bobinas do referido enrolamento, obtidas a partir das componentes simétricas. A tabela 29 apresenta esses dados.

**Tabela 29 Comparação dos resultados médios de força planar de propulsão linear entre simulação numérica e modelagem analítica para o enrolamento do eixo y.**

Componentes Simétricas Correntes (A)				Frequência (Hz)	Força Planar (N)	
Sequência Positiva		Sequência Negativa			Analítica	Numérica
Corrente (A)	Força (N)	Corrente (A)	Força (N)			
0,429	3,57	1,419	11,81	60	8,24	7,88
0,421	3,35	1,391	11,07	57	7,72	7,37
0,406	3,08	1,361	10,33	54	7,25	6,93
0,393	2,84	1,325	9,56	51	6,72	6,45
0,381	2,6	1,299	8,87	48	6,27	5,96
0,365	2,35	1,267	8,16	45	5,81	5,53

Os resultados médios de força planar de propulsão linear obtidos tanto para a excitação das bobinas do enrolamento  $x$  e do enrolamento  $y$  foram validados através de um tratamento estatístico dado por um projeto experimental do tipo fatorial completo, sem repetição, com três fatores controláveis (excitação elétrica, método e caso). Esse projeto mostrou que, para uma tolerância de 5%, o valor eficaz médio da força planar não muda em função do método, muda em função da excitação primária e muda em função do caso.

### 6.4.3 Força Planar Resultante da Excitação de Ambos os Enrolamentos

Nos testes experimentais foram medidas forças ao longo do eixo  $x$  e ao longo do eixo  $y$  quando ambos os enrolamentos eram excitados. Esses resultados são aqui comparados em relação à produção de força planar quando apenas um dos enrolamentos é excitado, o enrolamento que se pretende medir a força. A tabela 30 apresenta o resultado desse comparativo com relação à força desenvolvida ao longo do eixo  $x$  enquanto que a tabela 31 apresenta o comparativo em relação ao eixo  $y$ .

**Tabela 30** *Comparativo entre força planar média ao longo do eixo x quando apenas um enrolamento é excitado e quando ambos os enrolamentos são excitados.*

Setada V/Hz	Força com um enrolamento excitado (N)	Força com ambos os enrolamentos excitados (N)	Diferença (%)
60 / 60	11,77	9,83	16,48
57 / 57	11,65	9,54	18,11
54 / 54	11,30	9,30	17,69
51 / 51	10,59	9,01	14,92
48 / 48	10,36	8,77	15,34
45 / 45	9,89	8,53	13,75

**Tabela 31** *Comparativo entre força planar média ao longo do eixo y quando apenas um enrolamento é excitado e quando ambos os enrolamentos são excitados.*

Setada V/Hz	Força com um enrolamento excitado (N)	Força com ambos os enrolamentos excitados (N)	Diferença (%)
60 / 60	7,06	5,77	18,27
57 / 57	7,00	5,65	19,28
54 / 54	6,89	5,53	19,74
51 / 51	6,71	5,36	20,12
48 / 48	6,36	5,24	17,61
45 / 45	6,18	5,06	18,12

#### 6.4.4 Análise dos Resultados Referentes à Força Planar

A apresentação e comparação dos resultados da força planar de propulsão linear se dividiram em duas etapas: força ao longo do eixo  $x$  e força ao longo do eixo  $y$ . Cada uma das duas etapas apresentou resultados dos obtidos de forma analítica (através da equação 3.275), numérica e experimental. Nas duas etapas, para as mesmas situações simuladas, os resultados de força obtidos de forma analítica e experimental apresentam diferenças; essas se devem ao fato de que no modelo analítico não foi considerado a não linearidade e o efeito das correntes elétricas induzidas no material ferromagnético da armadura; além disso, foi considerado, no modelo analítico, que a alimentação nas três fases dos enrolamentos se dá de forma simétrica, igual em módulo e defasadas de  $120^\circ$  elétricos, o que não acontece efetivamente em testes experimentais.

Outro detalhe importante é o fato de que as forças planares obtidas, a partir da mesma excitação em tensão e frequência, ao longo dos eixos  $x$  e  $y$ , em função da excitação dos respectivos enrolamentos, são diferentes se comparadas para as mesmas situações de excitações. Isso ocorreu porque o distanciamento dos enrolamentos  $x$  e  $y$ , em relação ao entreferro, é diferente, o que acarreta num aumento da indutância dos enrolamentos mais afastados e conseqüentemente ocorre a diminuição da corrente elétrica a partir de uma excitação elétrica em tensão e frequência. Por conseqüência, a força planar, que é proporcional a corrente elétrica de excitação, diminui ao longo do eixo  $y$ , justamente onde se apresenta o maior afastamento do enrolamento em relação ao entreferro.

Os resultados de força planar foram validados a partir da montagem de um projeto de fatorial completo com três variáveis de controle (tensão e frequência; caso e; método) avaliados com 5% de significância. Essa análise estatística rendeu três importantes conclusões quanto à força planar de propulsão linear:

1. Os resultados mudam significativamente à medida que muda a tensão e frequência de excitação, para os dois casos e para os três métodos.
2. Os resultados não mudam significativamente à medida que muda o método de análise (analítico, numérico e experimental), para os dois casos e para as seis situações de tensão e frequência.
3. Os resultados mudam significativamente à medida que muda o caso (caso 1 ou caso 2), para os três métodos e para as seis situações de tensão e frequência.

Por último verificou-se que a significativa diferença entre a força planar produzida quando apenas um enrolamento é excitado e quando ambos os enrolamentos são excitados se deve principalmente ao fato de que quando ambos os enrolamentos são excitados ocorre um maior densidade de fluxo magnético nos dentes do primário o que provoca uma saturação no material ferromagnético da armadura, gerando perdas magnéticas que provocam a diminuição da relação entre tensão elétrica aplicada e força planar desenvolvida.



## 7 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

Nesta tese foi apresentado um Atuador Planar de Indução com configuração inovadora, que permite movimentação bidirecional sobre o seu plano de trabalho a partir de um único dispositivo de tração. Isso é resultado da continuidade de estudos desenvolvidos em trabalhos de Mestrado e Doutorado [8] [9] [10] abordando as recomendações feitas, fazendo com que o dispositivo apresente agora uma excitação trifásica possibilitando um deslocamento contínuo e não por passo, destacando estas como características ainda ímpares aplicadas a esse tipo de atuador, bem como a análise analítica, numérica e experimental da forma como é proposta.

A partir de uma ampla revisão da bibliografia, foram introduzidos conceitos sobre motores lineares e atuadores planares, destacando as suas características construtivas, princípios de operação, aplicações e funcionalidade. Um levantamento do estado da arte sobre atuadores planares fez-se necessário a fim de determinar os estudos já realizados e as características encontradas hoje em dispositivos como o em estudo.

Uma importante colaboração da análise numérica e dos cálculos teóricos iniciais foi à determinação prévia da força normal e a da força planar de propulsão linear nas faixas de operação do Atuador Planar. Esse estudo inicial dos valores dessas grandezas permitiu a determinação das características construtivas do protótipo no que diz respeito à estrutura e o dimensionamento do sistema de suspensão. Sistema esse de suspensão que além de oferecer uma sustentação à parte móvel, permite que o espaço entre o primário e o secundário permaneça constante durante a operação.

O foco principal desse trabalho é o estudo a respeito do princípio físico de uma máquina de indução planar que poderá, a partir desse, oferecer soluções para aplicações industriais que exijam uma movimentação planar com um elevado grau de precisão e uma resposta elétrica-mecânica rápida. A caracterização elétrica, magnética e mecânica desse dispositivo fundamenta-se pela proposição de um estudo comparativo entre possíveis materiais envolvidos na manufatura do secundário: caso 1 (utilização de alumínio e aço maciço) e caso 2 (utilização de apenas aço maciço), ambos apresentando características diferentes. As análises comparativas dos resultados analíticos, numéricos e experimentais reforçaram a idéia de que apesar da diferença de permeabilidade magnética relativa entre os dois materiais utilizados no núcleo, devido à configuração em que é apresentada, a força eletromotriz induzida é praticamente a mesma nos dois casos, contudo, por apresentar uma condutividade elétrica maior, no alumínio do caso 1, haverá o aparecimento maior correntes

elétricas induzidas, aumentando a força planar de propulsão linear em função de uma mesma excitação elétrica trifásica e equilibrada.

Inicialmente, supôs-se que, apesar da menor permeabilidade que o alumínio tem em relação ao aço AISI 1020, a densidade de fluxo magnético no entreferro não seria significativamente alterada para estatores de ambos os materiais, devido aquele ser grande e, portanto, o maior responsável pela relutância magnética equivalente do Atuador Planar de Indução. Essa consideração pode ser verificada e validada através de resultados analíticos, numéricos e experimentais coerentes e concordantes entre si.

A força planar de propulsão linear também foi verificada para os dois casos abordados, em diferentes frentes de análise. Assim se pode comparar as diferenças entre resultados numéricos e experimentais em cada caso, como também as diferenças percentuais entre os valores simulados e experimentais entre as diversas situações de análise propostas.

Com relação ao desenvolvimento da força planar, inicialmente foi necessário o desenvolvimento de um modelo analítico, cujas variáveis de entrada eram, além das características físicas do atuador planar de indução, uma corrente elétrica trifásica equilibrada, com fasores de mesma amplitude e defasados entre si de  $120^\circ$  elétricos. Contudo, em simulações numéricas e experimentais verificou-se que o comportamento dessas correntes elétricas eram diferentes das previstas no modelo analítico. Dessa forma para que fosse possível a comparação entre os mensurados aplicou-se a técnica das componentes simétricas nas correntes trifásicas obtidas experimentalmente, com isso foi possível realizar as comparações pertinentes e a consequente validação dos resultados.

Outro aspecto desconsiderado na modelagem analítica foi à posição relativa dos dois enrolamentos acoplados magneticamente na armadura do atuador. Como se verificou experimentalmente, a força produzida no eixo  $x$ , a partir da excitação do enrolamento do eixo  $x$  é maior do que a força verificada no eixo  $y$  a partir das mesmas excitações elétricas em tensão. Dessa forma a comparação dos resultados veio a partir do cálculo analítico utilizando-se as correntes elétricas produzidas nos referidos enrolamentos e assim, novamente, podendo ser comparados os resultados.

Por último, dentro da análise de força planar, é importante considerar que o atuador planar de indução, além de produzir deslocamento ao longo do eixo  $x$  e ao longo do eixo  $y$  individualmente, também é projetado para produzir força planar diagonal, a partir da excitação simultânea dos dois enrolamentos. Dessa forma, teve-se o cuidado de testar a performance do atuador quando ambos os enrolamentos são excitados simultaneamente e verificado a força planar que se produz nessas condições.

Cabe aqui considerar, que a utilização de material compósito magneticamente macio de grão isolado na armadura do primário foi uma opção escolhida para que além de obter uma isotropia na distribuição do fluxo magnético, correntes elétricas induzidas fossem reduzidas, minimizando as perdas no núcleo, situação essa que foi demonstrada como de grande valia nos termos em que é proposto.

Por fim é importante constar que apesar de o atuador planar de indução apresentar um melhor rendimento quando o alumínio está presente no secundário, isso não inviabiliza a utilização do dispositivo eletromagnético sem o alumínio, uma vez que existem situações em que não é possível disponibilizar um material de condutividade tão elevada entre os núcleos ferromagnéticos; além disso, sem a utilização do alumínio a força de atração entre o primário e o secundário aumenta substancialmente, o que pode ser de grande valia em algumas aplicações como, por exemplo, inspeção de superfícies ferromagnéticas.

A continuidade deste trabalho pode contemplar um desenvolvimento de uma metodologia experimental para ensaio direto da força planar de propulsão linear em função da frequência e tensão de excitação, bem como do escorregamento. A partir daí, será possível precisar uma melhor validação dos resultados obtidos nas análises teóricas e numéricas. Esse estudo deve abordar aspectos do comportamento do campo magnético em regime dinâmico, seja transitório ou permanente.

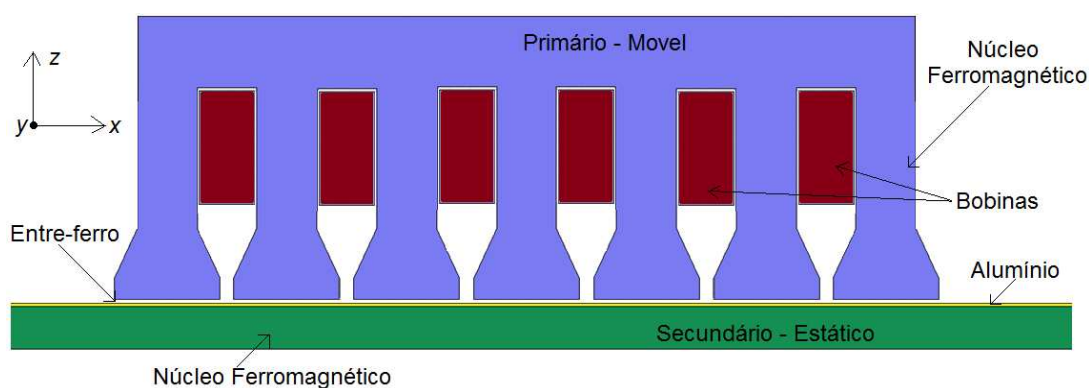
Outro estudo seqüencial relacionado a este trabalho pode determinar o projeto e implementação de um sistema de controle a laço fechado que inclua desde o reconhecimento de posição do carro sobre o plano até a devida excitação dos enrolamentos possibilitando a adequada movimentação do translator. Este acionamento deve prever que as forças necessárias para a movimentação no eixo  $x$  pode ser diferente do que para o eixo  $y$  devido às diferenças implícitas de posicionamento de um enrolamento em relação ao outro no entreferro. Uma mudança básica na topologia também pode ser implementada como trabalho futuro com base nas mesmas teorias de princípio de funcionamento e operacionalidade. Assim é proposto um novo protótipo como mostra a figura 144. Nessa representação é sugerido um número de 42 dentes e 6 bobinas eletricamente independentes por eixo. Igualmente aqui o objetivo é formar um campo magnético transladante a partir de uma adequada excitação elétrica trifásica nos dois enrolamentos.

Uma das vantagens que pode ser extraída com este novo modelo é a formação de um par de pólos magnéticos na região do entreferro, sendo que o fluxo magnético estabelece um caminho fechado pelo próprio núcleo da armadura e não mais pelo ar como ocorre no atuador

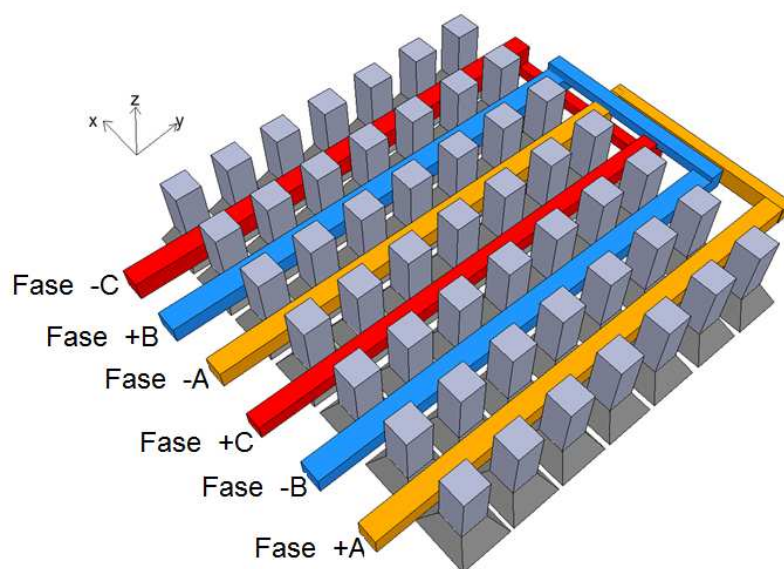
planar apresentado nesta tese. Com isso espera-se reduzir o efeito de fluxo disperso melhorando a eficiência do dispositivo.

Outra mudança básica na topologia pode ser a colocação de duas bobinas, por dente, enroladas juntas para manter tanto o enrolamento do eixo  $x$  quando do eixo  $y$  equidistantes do entreferro, o que pode igualar os dois enrolamentos em relação às forças e fluxos que cada um pode produzir.

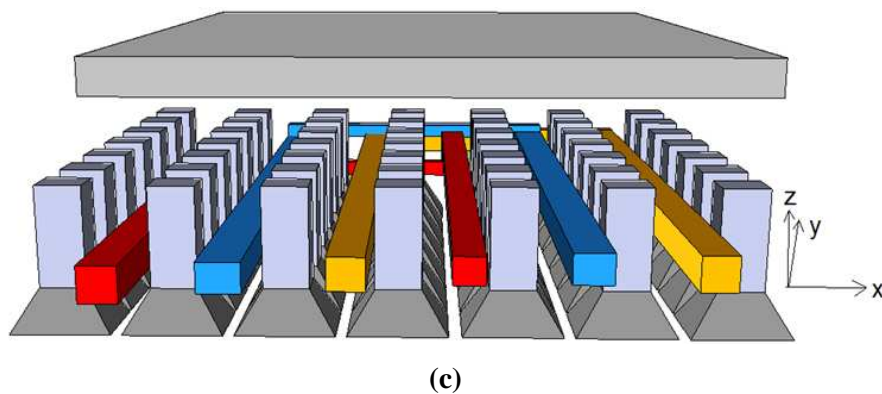
As ferramentas e metodologias de análise para esse novo dispositivo podem ser referenciadas a partir das desenvolvidas para análise desse próprio trabalho, fazendo as devidas adaptações e complementos.



(a)



(b)



**Figura 144** Design de um atuador planar de indução proposto para trabalho futuro: (a) vista 2D; (b) vista 3D: destaque para as bobinas no primário e; (c) vista 3D: destaque para o translator.

## REFERÊNCIAS

- [1] LAITHWAITE, E. R. **Induction Machines for Special Purposes**. London: George Newnes, 1966.
- [2] YAMAMURA, S. **Theory of Linear Induction Motors**. New York: John Wiley and Sons, 1972.
- [3] VADHEN, B.; PHIL, M. Theory and Design of Linear Induction Motors with Steel Reaction Plates. **IEEE Transaction on Magnetics**, New York, v. 129, Part. B., n. 5, 1982.
- [4] NASAR, S. A.; BOLDEA, I. **Linear Electric Motor: theory, design and applications**. New Jersey: Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1987.
- [5] GIERAS, J. F. **Linear Induction Driver**. New York: Oxford University Press, 1994.
- [6] GIERAS, J. F.; PIECH, Z. J. **Linear Synchronous Motors: transportation and automation systems**. Londres: CRC Press, 2000.
- [7] Del Toro, V. **Electric Machines and Power Systems**. New Jersey: Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, 1985.
- [8] BAGGIO FILHO, N. F. **Estudo e Desenvolvimento de um Atuador Planar com Enrolamentos Planificados e Núcleo de Material Ferromagnético Compósito**. Porto Alegre. 2008. 189f. Dissertação (Mestrado), Programa de Pós Graduação em Engenharia Elétrica, Porto Alegre: UFRGS, 2008.
- [9] SILVEIRA, M. A. **Estudo de um Atuador Planar**. Porto Alegre.2003. 225f. Tese (Doutorado), Programa de Pós Graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e Materiais, Porto Alegre: UFRGS, 2003.
- [10] BAGGIO FILHO, N. F. **Desenvolvimento de Um Motor Linear de Corrente Contínua, Brushless, com Ímãs Permanentes**. Canoas. 2005. 145f. Trabalho (Conclusão de Curso em Engenharia Elétrica), Departamento de Engenharia Elétrica, Canoas: ULBRA, 2005.
- [11] BASAK, A. **Permanent-Magnet DC Linear Motor**. Oxford: Oxford Science Publications, 1996.
- [12] MILLER, T. J. E. **Brushless Permanent-Magnet and Reluctance Motor Drives**. Oxford: Clarendon Press, 1993.
- [13] FLORES FILHO, A. F. **Investigation of a Double Armature Homopolar Brushless d. c. Linear Motor**. 1996. Ph. D. (Thesis), University of Wales, Cardiff,1996.
- [14] FLORES FILHO, A. F.; BASAK, A. Improvement of the Force Produced by a Homopolar Brushless DC Linear Motor. In: IEEE INTERNATIONAL ELECTRIC MACHINES AND DRIVES CONFERENCE, 1997, Milwaukee. **Proceedings...** Milwaukee: IEEE/PES, IEEEIES, 1997. p. MC1-12.1-MC1-12.3.

- [15] DANIELSSON, O. **Design of a Linear Generator for Wave Energy Plant**. Master's Degree Project. Uppsala University School of Engineering. Engineering Physics Programme. Uppsala, 2003.
- [16] FRANÇOIS, P. et al. 3D Analytical Model for a Tubular Linear Induction Generator in a Stirling Cogeneration System. In: **ELECTRIC MACHINES AND DRIVE CONFERENCE**, 2007, Turkey. **Proceeding...** Turkey: IEEE Publications, 2007. v. 1, p. 392 – 397.
- [17] BACKHAUS, S.; SWIFT, G.W. A Thermoacoustic Stirling Heat Engine, Detailed Study. In: **ACOUSTICAL SOCIETY OF AMERICA**, 2000, New Mexico. **Proceeding...** New Mexico: ASA, 2000. v. 1, p. 107.
- [18] ARSHAD, W. M. et al. Use of Transverse-flux Machines in a Free-piston Generator. **IEEE TRANSACTION ON INDUSTRY APPLICATIONS**, New York, v. 40, p. 352-360, 2004.
- [19] ARSHAD, W. M. et al. Alternative Electrical Machine Solutions for a Free Piston Generator. In: **INTERNATIONAL POWER ENGINEERING CONFERENCE**, 2003, Singapore. **Proceeding...** Singapore: IEEE Edition, 2003. p. 329-334.
- [20] BUDIG, P. K. The Application of Linear Motors. In: **INTERNATIONAL CONFERENCE ON POWER ELECTRONICS AND MOTION CONTROL**, 2000, Kosice, Slovak Republic, **Proceeding...** Slovak Republic, 2000. v. 3, p. 1336–1341.
- [21] KARALIUNAS, B.; MATKEVICIUS, E. Spectral Characteristics of the Braking Current of Induction Motor. In: **INTERNATIONAL CONGRESS MECHANICAL ENGINEERING TECHNOLOGIES**, 2006, Varna- **Proceeding...** Bulgaria, 2006. v. 5/88, p. 3-6.
- [22] KARALIUNAS, B.; MATKEVICIUS, E. Electrical Traction Independent of Adhesion. **Le Genie Civil**, New York, p. 381-382, 1901.
- [23] ZEHDEN, A. **Travelling Wave Electric Traction Equipment**. French patent 321692, applied for June 2, 1902.
- [24] ZELENAY, R. **Travelling Wave Applied to Electric Railways**. French patent 318 634. Feb. 12, 1902.
- [25] ZELENAY, Rosenfeld. Tangential Traction. **Bull. Ass. Ing. Mantefiore**, v. 3, p. 214-238, 1903.
- [26] BIRKELAND, K. **Norwegian Patents 11 228**, Apr. 22, 1902, and 13 052, Apr. 23, 1903.
- [27] BIRKELAND, K. A. Wound rotor, 1400 feet long. **Westinghouse Engineer Journal**, v. 1, p. 160-161, Sep., 1946.
- [28] JONES, M.F. **Three Phase Linear Motor Catapult System**. U.S.Patent 2 404 984, July 30, 1946.

- [29] HERMANT, C. Improvements to the Linear Induction Electromagnetic Pumps. **Bull. Soc. Fr. Elec.**, p. 163-178, 1960.
- [30] STILL, A.; SISOKIND, C.S. **Elements of Electrical Machine Design**. New York: McGraw-Hill Book Company, Inc, 1954.
- [31] YAMAMURA, S. **Theory of Linear Induction Motors**. 2. ed. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1979.
- [32] POLOUJADOFF, M. **The theory of Linear Induction Machinery**. New York: Oxford University Press, Inc., 1980.
- [33] BOLDEA, I.; NASAR, S.A. **Linear Motion Electromagnetic Systems**. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1985.
- [34] SARMA, M. S. **Electric Machines: steady-state theory and dynamic performance**. Dubuque: WM.C.Brown Publishers, 1985.
- [35] PAI, R. M.; BOLDEA, I.; NASAR, S.A. A Complete Equivalent Circuit of a Linear Induction Motor with Sheet Secondary. **IEEE Transactions on Magnetic**, New York, v. 24, n. 1, p. 639 - 654, Jan. 1988.
- [36] ADAMIAK, K. et al. The Causes and Consequences of Phase Unbalance in Single-Sided Linear Induction Motors. **IEEE Transactions on Magnetics**, New York, v. 24, n. 6, p. 3223 – 3233, Nov. 1988.
- [37] ZHANG, Z.; EASTHAM, T.R.; DAWSON, G.E. LIM Dynamic Performance Assessment from Parameter Identification. In: **INDUSTRY APPLICATIONS SOCIETY ANNUAL MEETING, 1993**, New York. **Proceeding...** New York: IEEE, Oct. 1993. p. 295 – 300, v.1.
- [38] LAITHWAITE, E.R. Adapting a Linear Induction Motor for the Acceleration of Large Masses to High Velocities. **Electric Power Applications, IEE Proceedings**, New York, v. 142, n. 4, p. 262 – 268, July 1995.
- [39] SIMONE, G.A.; CREPPE, R.C.; DE SOUSA, C. The Thrust and the Relation Factor  $k_r$  in Linear Induction Machine. In: **ELECTRIC MACHINES AND DRIVER CONFERENCE, 1997**, New York. **Proceeding...** New York: IEEE International, May 1997. p MB1/11.1 - MB1/11.3.
- [40] TACHINO, K. et al. Characteristics of two-phase Levitated Linear Induction Motor. In: **POWER ELECTRONICS AND DRIVER SYSTEMS, 1999**, Hong Kong. **Proceedings...** Piscataway: IEEE Service Center, 1999. v. 1, p. 281 – 285.
- [41] FAIZ, J.; JAFARI, H. Accurate Modelling of Single-Sided Linear Induction Motor, In: **INTERNATIONAL MAGNETIC CONFERENCE, 1999**, Kyonju. **Proceeding...** Kyonju: IEEE International, 1999. p. AS19 - AS19, May.



- [42] MIRSALIM, M.; DOROUDI, A.; MOGHANI, J. S. Obtaining the Operating Characteristics of Linear Induction Motors: a new approach. **IEEE Transactions on Magnetic**, New York, v. 38, n. 2, p. 1365 – 1370, Mar. 2002.
- [43] ABOURARA, D. N., et al. Tomorrow's Mass Rapid Transit Available Today. **IEEE Spectrum**, v. 4, p. 61-70, Jan.1967.
- [44] KAWAKAMI, T. Electrical Features of the New Tokaido Line. **IEEE Spectrum**, v. 3, p. 57 – 63, Jan. 1966.
- [45] POLOUJADOFF, M. Linear Induction Machines. P. II – applications. **IEEE Spectrum**, New York, p. 77-86, Mar. 1971.
- [46] LIU, H. Feasibility of Using Pneumatic Capsule Pipelines in New York City for Underground Freight Transport. In: ASCE PIPELINE CENFERENCE, 2004, San Diego. **Proceeding...** San Diego: IEEE Publications, Aug, 2004.
- [47] CHAPMAM, S. J. **Electric Machinery Fundamentals**, Boston: McGraw-Hill, 1999.
- [48] RODRIGUES, A. Leão. **Design of Low Speed Linear induction Motor**. London: 1973, Master's Degree Project, London University, 1973.
- [49] HOMRICH, R. P.; BELUCO, A.; POHMANN, F. Geração Assíncrona Trifásica Utilizando Motor de Indução Trifásico. In: SEMINÁRIO DE MATERIAIS DO SETOR ELÉTRICO - COPEL/UFPR, 1994, Curitiba. **Proceeding...** Curitiba: Editora da UFPR, 1994.
- [50] FITZGERALD, A. E.; KINGSLEY, C. Jr.; UMANS, S. **Electrical Machines**. 6. ed. New York: Editora Bookman, 2006.
- [51] LEITE, L. C. **Identificação do Conjugado de Uma Máquina de Indução Setorial via Rede Neurais Artificiais**. Campinas, 2003. Tese (Doutorado). Programa de Pós Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Estadual de Campinas, 2003.
- [52] HOANG, V. N. **Design of Single-Sided Linear Induction Motor**. Queensland, 2003. Bachelor (Electrical Engineering Project). School of Information Technology and Electrical Engineering, University of Queensland, 2003.
- [53] EBIHARA, D.; WATONOBÉ, T.; WATADA, M. **Characteristic Analysis of Surface Motor**. Tokyo: Musashi Institurte of Technology, 2005.
- [54] PLODPRADISTHA, W. **Study of Tubular Linear Induction Motor for Pneumatic Capsule Pipeline System**. Ph.D. (These), Columbia. Department of Electrical Engineering, University of Missouri- Columbia, 2002.
- [55] BRENNEMANN, A. E.; HOLLIS, R. L. **Magnetic and Optical-Fluorescente Position Sensing for Planar Linear Motor**. Pittsburgh: Carnegie Mellon University, 1995.
- [56] MARC, M. P. A.; FELIX, G. P.; ANTONIUS, T. A. Development of a Surface Acoustic Wave planar Motor under Closed Loop Control. In: EUSPEN INTERNATIONAL CONFERENCE, 2002, Eindhoven, **Proceeding...** Eindhoven: [s.n.]: 2002.

- [57] JANSEN, J. W.; et al. **Ironless Magnetically Levitated Planar Actuator**. Eindhoven, 2008. Department of Electrical Engineering, Eindhoven University of Technology, Eindhoven, 2008.
- [58] JEON, J. W.; CARAIANI, M.; KIM, S.-S. **High-Precision Control of Magnetic of Magnetic Levitation System**. Korea: Korea Eletechnology Research Institute. Machine Control and Application Group, 1995.
- [59] BOLDEA, I.; NASAR, S. A. **Linear Electric Actuators and Generators**. Cambridge: Cambridge University Press, 1997.
- [60] FLORES FILHO, A. F. et al. Analysis and Development of a New xy Actuator Based on Orthogonal Coils. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON LINEAR DRIVES FOR INDUSTRY APPLICATIONS-LDIA, 2001, Nagano. **Proceedings...** Nagano: IEEJ, 2001. p. 268-273.
- [61] FLORES FILHO, A. F.; SUZIM, A. A.; SILVEIRA, M. A. Produção de Movimento Bidirecional Através de um Novo Atuador Planar. In: SEMINÁRIO NACIONAL DE CONTROLE E AUTOMAÇÃO - SNCA, 2001, Salvador. **Anais...** Salvador: AINST/IEEE /UFBA, 2001. TT-041.
- [62] FLORES FILHO, A. F.; SUZIM, A. A.; SILVEIRA, M. A. 3D Analysis and Simulation of a Novel Planar Actuator. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON ELECTRICAL MACHINES, 2000, Espoo. **Proceedings...** Espoo: Helsinki University of Technology, 2000. v.3, p. 1379-1383.
- [63] RIDA, A.; FERNANDEZ, V.; GIJS, M. A. M. **Planar Coil-Based Microsystem for the Long-Range Transport of Magnetic Beads**. Lausanne: Swiss Federal Institute of Technology Lausanne. Institute of Microelectronics and Microsystems, 1996.
- [64] PERSSON, P. Jansso. Soft Magnetic Composite Material: use for electrical machines. In: CONFERENCE ELECTRICAL MACHINES AND DRIVES, 1998, Newcastle Upon Tyne. **Proceedings...** New York: IEE. The University Newcastle, 1998.
- [65] PERSSON, P. Jansso. **Advances in Powder Metallurgy Soft Magnetic Composite Materials for Electrical Machines**. Savoy Place, London: The Institution of Electrical Engineers, Published by the IEE, 1998.
- [66] LALL, Chaman. **Soft Magnetism: fundamentals for powder metallurgy and metal injection molding**. Princeton: Metal Powder Industries Federation, 1992.
- [67] ASSUMPCÃO BASTOS, J. P. **Eletromagnetismo e Cálculo de Campo**. 3. ed. Florianópolis: Editora da UFSC, 1996.
- [68] ASSUMPCÃO BASTOS, J. P. **Eletromagnetismo para Engenharia: estática e quase-estática**. Florianópolis: Editora da UFSC, 2004.

- [69] MAINIER, F. B.; SILVA, P. C. F. Revestimento de Níquel-Fósforo Aplicado em Equipamentos Utilizados na Produção de Petróleo. In: SEMANA DE ENGENHARIA DA UFF, SEMINÁRIO FLUMINENSE DE ENGENHARIA, 2005, Niterói. **Anais...** Rio de Janeiro: Editora da UFF, 2005.
- [70] CHICINAS, I.; et al. Soft Magnetic Composite Based on Mechanically Alloyed Nanocrystalline Ni<sub>3</sub>Fe Phase. **Journal of Magnetism and Magnetic Materials**, New York, v. 290-291, Part 2, p. 1531-1534, 2005.
- [71] GUO, Y.; et al. 3D Vector Magnetic Properties of Soft Magnetic Composite Material. **Journal of Magnetism and Magnetic Materials**, Sydney, v. 302, n. 2, p. 511-516, July, 2006.
- [72] GUO, J. Z.; GUO, Y. **Study with Magnetic Property Measurement of Soft Magnetic Composite Material and Its Application in Electrical Machines Center for Electrical Machines and Power Electronics**. Sydney: Faculty of Engineering University of Technology, 2004.
- [73] JANSSON, P. Advances in Soft Magnetic Composites Based in Iron Powder. Sweden, Höganäs AB. In: SOFT MAGNETIC MATERIAL CONFERENCE, 1998, Barcelona. **Proceeding...** Barcelona: Gorham/Intertech Consulting, 1998.
- [74] PETKOVSKA, L.; CVETKOVSKI, G. **Soft Magnetic Composite Core**: a new perspective for small ac motors design. Macedonia, Ss. Cyril and Methodius University. Faculty of Electrical Engineering and Information Technologies, 2001.
- [75] JANSSON, P. Soft Magnetic Composites: from dc to 1 MHz with iron powder. Sweden, Höganäs AB. In: POWDER METALLURGY WORLD CONGRESS, 1998, Granada. **Proceeding...** Granada: IEEE Publications, 1998.
- [76] JANSSON, P. SMC Materials: including present and future applications. Sweden, Höganäs AB. In: PERMANENT MAGNETIC TECHNOLOGY CONFERENCE 2000, New York. **Proceeding...** New York, 2000.
- [77] PERSSON, M. Soft Magnetic Composite: more than material. Sweden, Höganäs AB. In: CONFERENCE MAGNETIC MATERIALS BASED ON POWDER METALLURGY, 1998, Londo. **Proceeding...** London, 1998.
- [78] SHOKROLLAHI, H.; JANGHIRBAN, K. **Soft Magnetic Composite Materials (SMCs)**. Sweden. Department of Materials Science and Engineering, School of Engineering, Shiraz University, 2007.
- [79] ANDERSSON, O. **Advances in Soft Magnetic Composites**: materials and applications Höganäs AB, S-263 83 Höganäs, Sweden Paul Hofecker North American Höganäs, 111 Höganäs Way Hollsopple, PA 15935-6416, USA, 2001
- [80] DUCAN, J. Linear Induction Motor-Equivalent Circuit Model. **IEEE Proceedings**, New York, Part B – Electric Power Applications, v. 130, n. 1, p. 51-57, 2003.

- [81] PLODPRADISTA, W. **Study of Tubular Linear Induction Motor for Pneumatic Capsule Pipeline System**. Missouri-Columbia, 2002. Ph.D. (These), Department of Electrical Engineering, University of Missouri-Columbia, 2002.
- [82] XU, W., GOU, Y., WANG, Y. Equivalent Circuits for Single-sided Linear Induction Motor. **IEEE Transaction on Industrial Application**, New York, v. 46, n. 6, p. 2410 – 2423, Dec. 2010
- [83] GERÇEK, A. S., KARSLI, V. M. Performance Prediction of the Single-Sided Linear Induction Motors for Transportation Considers Longitudinal End Effect by Using Analytic Method. **Contemporary Engineering Sciences**, Ruse, v. 2, p. 95-104, 2009.
- [84] IDA, N.; BASTOS, J. P. A. **Electromagnetics and Calculations of Fields**. 2. ed. New York: Springer – Verlag, 1986.
- [85] KRAUS, J. D.; CARVER, K. R. **Eletromagnetismo**. 2. ed. Rio de Janeiro: Guanabara Dois, 1978.
- [86] SCHWARTZ, M. **Principles of Electrodynamics**. New York: Dover Publications, 1987.
- [87] MELCHER, J. R. **Continuum Electromechanics**. Cambridge: MIT Press, 1981.
- [88] KIM, W. J. **High-Precision Planar Magnetic Levitation**. Cambridge, 1997. Ph.D. (Thesis), Massachusetts Institute of Technology, 2007.
- [89] BINNS, K. J.; LAWRENSON, P. J.; TROMBRIDGE, C. W. **The Analytical and Numerical Solution of Electric and Magnetic Field**. Chichester: John Wiley, 1992.
- [90] GRIFFITHS, D. J. **Introduction to Electrodynamics**. 3. ed. New Jersey: Prentice Hall, 1999.
- [91] IDA, N.; ASSUMPÇÃO BASTOS, J. P. **Electro-Magnetics and Calculation of Fields**. 2. ed. New York: Springer-Verlag New York, 1997.
- [92] BINNS, K. J.; LAWRENSON, P. J.; TROWBRIDGE, C. W. **The Analytical and Numerical Solution of Electric and Magnetic Fields**. Chichester: John Wiley, 1992.
- [93] BAGGIO FILHO, N. F.; FLORES FILHO, A. F. An Analysis on Electric and Magnetic Behavior on an Induction Planar Actuator In: INTERNATIONAL ELECTRIC MACHINES AND DRIVES CONFERENCE, 2011, Niagara Falls. **Proceeding...**, Niagara Falls: IEEE Publications, 2011.
- [94] BAGGIO FILHO, N. F.; FLORES FILHO, A. F. Analysis of an Induction Planar Actuator In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON ELECTRICAL MACHINES, 2010, Roma. **Proceedings...** Roma: [s.n]: 2010.
- [95] BAGGIO FILHO, N. F.; FLORES FILHO, A. F. Estudo, Análise e Desenvolvimento de um Atuador Planar de Indução In: CONGRESSO BRASILEIRO DE AUTOMÁTICA, 2010,

Bonito. **Anais...** Bonito: Sociedade Brasileiro de Automática, 2010.

[96] BAGGIO FILHO, N. F.; FLORES FILHO, A. F. Induction Planar Actuator: an analytical, numerical and experimental study In: IEEE/IAS INTERNATIONAL CONFERENCE ON INDUSTRY APPLICATIONS, 2010, São Paulo. **Proceedings...** São Paulo: IEEE, 2010.

[97] BAGGIO FILHO, N. F.; FLORES FILHO, A. F. Induction Planar Actuator: Analytical. Numerical and Experimental Study In: MOMAG 2010 – CONGRESSO BRASILEIRO DE ELETROMAGNETISMO, 2010, Vila Velha. **Anais...** Vila Velha, 2010.

[98] FLORES FILHO, A. F.; BAGGIO FILHO, N. F. Behavior and effects of induced electrical current in an XY-Actuator In: IEEE INTERNATIONAL ELECTRIC MACHINES AND DRIVES CONFERENCE, 2009, Miami. **Proceedings...** Miami: Omnipress, 2009. p.714 – 719.

[99] BAGGIO FILHO, N. F.; FLORES FILHO, A. F.. A Comparative Study on the Loss in an Induction Planar Actuator Using Soft Magnetic Composite Material in the Armature Core In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON SOFT MAGNETIC MATERIALS, 2011, Kos. **Proceeding....** Piraeus: X. Mpenou Publication House, 2011; p.10 – 10.

[100] BAGGIO FILHO, N. F.; et al. A Study on the Behavior of Induced Current and the Planar Traction Force on na Induction Planar Actuator In: INTERNATIONAL MAGNETICS CONFERENCE, 2011, Taipei. **Proceedings...** Piscataway: IEEE Magnetics Society, 2011.

[101] BAGGIO FILHO, N. F.; FLORES FILHO, A. F. Equivalent Circuit and Planar Traction Force on the Induction Planar Actuator In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON APPLIED ELECTROMAGNETICS AND MECHANICS, 2011, Naples. **Anais...** Naples: [s.n.]: 2011.

[102] BAGGIO FILHO, N. F.; FLORES FILHO, A. F. Analysis of the Magnetic Field and the Force in a XY-Induction Actuator In: JOINT MMM-INTERMAG CONFERENCE, 2010, Washington, DC. **Proceedings...** New York : AIP, 2010.

[103] FLORES FILHO, A. F.; BAGGIO FILHO, N. F. Induced Currents and Planar Force in an Induction Planar Actuator In: BIENNIAL IEEE CONFERENCE ON ELETROMAGNETIC FIELD COMPUTATION, 2010, Chicago. **Proceedings....** Chicago: Omnipress, 2010.