

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

TRANSFERÊNCIA DE CALOR COMBINANDO RADIAÇÃO E CONVECÇÃO NO  
INTERIOR DE DUTOS DE GERADORES DE VAPOR FUMOTUBULARES

por

Marcelo Moraes Galarça

Dissertação para obtenção do Título de  
Mestre em Engenharia

Porto Alegre, Maio de 2006.

TRANSFERÊNCIA DE CALOR COMBINANDO RADIAÇÃO E CONVECÇÃO NO  
INTERIOR DE DUTOS DE GERADORES DE VAPOR FUMOTUBULARES

por

Marcelo Moraes Galarça

Tecnólogo em Polímeros

Dissertação submetida ao Corpo Docente do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, PROMEC, da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do Título de

Mestre em Engenharia

Área de Concentração: Fenômenos dos Transportes

Orientador: Prof. Dr. Francis H. R. França

Aprovada por:

Prof. Dr. Paulo Otto Beyer

Prof. Dr. Horácio Antônio Vielmo

Prof. Dr. Nilo S. M. Cardozo

Prof.Dr.Flávio José Lorini  
Coordenador do PROMEC

Porto Alegre, Maio de 2006.

*Aos meus pais, Luiz Osório de Oliveira Galarça e Tânia  
Bernadete Moraes Galarça.*

*À minha irmã, Gabriela Moraes Galarça.*

*À minha namorada Manalua de Mello da Silva.*

*Estes são meus melhores e mais fiéis amigos e companheiros*

## AGRADECIMENTOS

Primeiramente agradeço a Deus, aos meus mentores e amigos espirituais, os quais sempre me guiaram, permitindo-me chegar, com êxito, ao final deste trabalho.

Agradeço à minha família e namorada por todo o apoio e compreensão; pela paciência comigo, principalmente naqueles dias em que algum resultado ruim, em provas ou no trabalho, me fazia ficar uma pessoa não muito sociável; pelos cuidados nos períodos em que, por cansaço talvez, o organismo não me segurou em pé, mas graças a vocês superei. À minha irmã, pela paciência e disponibilidade de servir, em vários momentos, como ouvinte de assuntos os quais mal compreendia, mas se esforçava apenas para me ajudar na conclusão de algum trabalho ou idéia. À minha namorada por ser compreensiva, mesmo que o tempo dedicado a ela tenha sido reduzido, continuou sempre amiga e excelente companheira.

Agradeço ao professor, e amigo, Francis H. R. França (PROMEC/UFRGS), pois certamente sem o empenho e a confiança deste, depositada em mim, este trabalho não seria possível. Ao professor Paulo S. Schneider (PROMEC/UFRGS), pelo grande incentivo e apoio logo no começo desta etapa.

Aos professores da comissão de avaliação, os quais se disponibilizaram a contribuir com este trabalho e com minha formação.

Aos amigos e colegas, os quais em muitos momentos me incentivaram, auxiliaram e ensinaram. Com certeza o apoio destes tornou bem mais tranquilo a realização do trabalho. Dentre estes, acho justo citar os nomes de: Alexandre Seewald, João A. O. Aguirre, Darci Savicki, Cristiano Vitorino, Franco C. Degrazzia, Camila P. da Costa, Daniela Buske, André Maurenre, Rodrigo Danielli, José L. Salvadorette e Felipe F. Rodrigues.

Agradeço, também, aos professores Luciano C. Vilanova e Lúcia Forgiarini, ambos do CEFET-RS, os quais me deram os “empurrõezinhos” que faltavam para ingressar na pós-graduação. À professora Roselaine Batista (Engenharia de Produção – UFRGS), pela atenção e auxílio para algumas soluções em determinadas etapas deste trabalho.

À CAPES, pela bolsa de estudos.

## RESUMO

Esta dissertação de mestrado considera a transferência de calor combinando convecção e radiação térmica no escoamento de gases participantes em dutos de seção circular. Partindo de uma metodologia geral, o trabalho enfoca principalmente os casos típicos de aplicação em geradores de vapor fumotubulares de pequeno e médio porte, em que gases em alta temperatura escoam através de um tubo mantido em temperatura uniforme. O escoamento é turbulento e o perfil de velocidade é plenamente desenvolvido desde a entrada do duto. A temperatura do gás, contudo, é uniforme na entrada, considerando-se a região de desenvolvimento térmico. Duas misturas de gases são tratadas, ambas constituídas por dióxido de carbono, vapor d'água e nitrogênio, correspondendo a produtos típicos da combustão estequiométrica de óleo combustível e metano. As propriedades físicas dos gases são admitidas uniformes em todo o duto e calculadas na temperatura de mistura média, enquanto que as propriedades radiantes são modeladas pela soma-ponderada-de-gases-cinzas. O campo de temperatura do gás é obtido a partir da solução da equação bidimensional da conservação da energia, sendo os termos advectivos discretizados através do método de volumes de controle com a função de interpolação *Flux-Spline*; as trocas de energia radiantes são avaliadas por meio do método das zonas, onde cada zona de radiação corresponde a um volume de controle. Em um primeiro passo, a metodologia é verificada pela comparação com resultados apresentados na literatura para a transferência de calor envolvendo apenas convecção e combinando convecção com radiação. Em seguida, discutem-se alguns efeitos da inclusão da radiação térmica, por exemplo, no número de Nusselt convectivo e na temperatura de mistura do gás. Finalmente, são propostas correlações para o número de Nusselt total, que leva em conta tanto a radiação quanto a convecção. Essa etapa exige inicialmente uma análise dos grupos adimensionais que governam o processo radiante para redução do número elevado de parâmetros independentes. As correlações, aplicáveis a situações encontradas em geradores de vapor fumotubulares de pequeno e médio porte, são validadas estatisticamente pela comparação com os resultados obtidos pela solução numérica.

## **ABSTRACT**

### **“HEAT TRANSFER COMBINING RADIATION AND CONVECTION IN THE INTERIOR OF SMOKETUBE STEAM GENERATORS TUBES”**

This dissertation considers the heat transfer combining convection and thermal radiation in the flow of participating gases inside circular tubes. Starting from a general methodology, the work is focused on typical cases applied to small and medium sized smoketube steam generators, in which gases in high temperature flow through tubes having uniform temperature. The fluid flow is turbulent and fully developed at the duct entrance. The gas temperature, however, is uniform at the entrance, and so the thermal development is considered. Two gaseous mixtures are treated, both ones being composed of carbon dioxide, water vapor and nitrogen, corresponding to typical products of stoichiometric combustion of fuel oil and methane. The thermophysical properties of the gases are assumed to be uniform and evaluated at the gas average bulk temperature, while the radiative properties are computed from the weighted-sum-of-gray-gases model. The gases temperature fields are obtained from the solution of the two-dimensional energy conservation equation, in which the advective terms are computed by the Flux-Spline control volume method, and the radiative exchanges are determined by the zonal method, where each radiative zone corresponds to a control volume. In a first step, the methodology is verified by a comparison of the obtained results with those available in the literature for heat transfer considering only convection and combining convection to radiation. Next, the effects of including thermal radiation, for instance, on the convective Nusselt number and on the gas bulk temperature, are discussed. Finally, correlations are proposed for the total Nusselt number, which takes into account both radiation and convection. This step requires initially a dimensional analysis to reduce the number of independent parameters. The correlations, applied to situations that are found in small and medium sized smoketube steam generators, are validated statistically by the comparison with the results obtained from the numerical solution.

## ÍNDICE

<b>1</b>	<b>Introdução.....</b>	<b>1</b>
1.1	Descrição do Problema.....	1
1.2	Revisão Bibliográfica.....	2
1.3	Objetivos do trabalho .....	6
<b>2</b>	<b>Convecção Forçada em Dutos Circulares e Radiação Térmica em Meios Participantes .....</b>	<b>8</b>
2.1	Introdução à Convecção .....	8
2.2	Escoamentos Internos.....	9
2.3	Modelos de Turbulência.....	9
2.4	Transferência de Calor em Escoamentos Turbulentos em Dutos .....	16
2.5	Introdução à Radiação .....	17
2.6	Radiação em Meios Participantes .....	18
2.7	Modelos de Gases Participantes.....	25
2.8	Método de Solução de Problemas de Radiação em Meios Participantes.....	28
2.9	O Modelo da Soma Ponderada de Gases Cinzas Aplicado ao Método das Zonas.....	30
2.9.1	Troca de energia radiante gás-superfície.....	30
2.9.2	Troca de energia radiante superfície-superfície .....	32
2.9.3	Troca de energia radiante gás-gás .....	34
2.9.4	Troca de energia radiante superfície-gás.....	35
2.10	Balanco Global de Energia Radiante .....	37
2.11	Áreas de Troca Direta para Cavidades Cilíndricas .....	38
<b>3</b>	<b>Geradores de Vapor e Modelagem Física do Problema .....</b>	<b>45</b>
3.1	Introdução aos Geradores de Vapor (Caldeiras) .....	45
3.1.1	Caldeiras Fumotubulares (Fogotubulares) .....	46
3.2	Modelagem e Descrição do Problema.....	49
3.3	Equações Básicas para o Gás .....	50
<b>4</b>	<b>Solução Numérica.....</b>	<b>55</b>
4.1	Solução de Problemas de Convecção-Difusão Bidimensionais: Equação da Energia no Gás..	55
4.1.1	Condições de Contorno .....	65
4.2	Balanco de energia .....	70
4.3	Acoplamento entre o Método das Zonas e o de Volumes de Controle .....	70
<b>5</b>	<b>Apresentação e Discussão dos Resultados.....</b>	<b>72</b>
5.1	Introdução.....	72
5.2	Convecção Forçada em Duto com Temperatura de Superfície Uniforme .....	72

5.3	Convecção Forçada Combinada com Radiação Térmica em Duto com Temperatura de Superfície Uniforme .....	76
5.4	Efeito da Radiação Térmica .....	78
5.5	Efeito do Diâmetro .....	84
5.6	Correlações.....	87
5.6.1	Análise dimensional da transferência de calor radiante.....	87
5.6.2	Plano experimental.....	89
5.6.3	Relação entre variáveis e teoria da correlação .....	91
5.6.4	Ajustamento de curvas .....	91
5.6.5	Equações das Curvas de Ajustamento.....	92
5.6.6	Índices Estatísticos .....	92
5.7	Obtenção das Correlações .....	94
5.8	Aplicação e Validação das Correlações .....	99
5.8.1	Procedimento de emprego da correlação .....	102
5.9	Características de Máquina .....	104
<b>6</b>	<b>Conclusões.....</b>	<b>105</b>
	<b>Referências Bibliográficas .....</b>	<b>108</b>
	<b>APÊNDICE – Propriedades Físicas dos Gases.....</b>	<b>114</b>



## LISTA DE SÍMBOLOS

$a_i$	coeficiente de absorção do gás cinza $i$ [ $\text{m}^{-1}$ ]
$a_\lambda$	coeficiente de absorção espectral [ $\text{m}^{-1}$ ]
$A$	área [ $\text{m}^2$ ]
$A$	coeficiente para aplicação das correlações de Nusselt radiante médio
$A^+$	constante empregada no cálculo de $\ell$ pela equação de van Driest
$AIM$	coeficiente das equações de $t$ e $t'$
$AIP$	coeficiente das equações de $t$ e $t'$
$AJM$	coeficiente das equações de $t$ e $t'$
$AP$	coeficiente das equações de $t$ e $t'$
$B$	coeficiente para aplicação das correlações de Nusselt radiante médio
$BJr$	coeficiente da equação dos fluxos $Jr$
$BJx$	coeficiente da equação dos fluxos $Jx$
$B_X$	forças de campo aplicadas a um elemento de volume do gás
$c_e$	coeficientes polinomiais das funções de ponderação $C_e$
$cte$	constante
$C$	constante utilizada no cálculo de $\overline{Nu}$ pela correlação de Kays e Crawford (1980)
$C$	coeficiente para aplicação das correlações de Nusselt radiante médio
$C_a$	função de ponderação do modelo de soma ponderada de gases cinzas
$C_e$	função de ponderação do modelo de soma ponderada de gases cinzas
$CJr$	coeficiente da equação dos fluxos $Jr$
$CJx$	coeficiente da equação dos fluxos $Jx$
$c_p$	calor específico do gás [ $\text{kcal/kmol K}$ ]
$dQ_{a\lambda}$	taxa de energia radiante espectral absorvida [ $\text{W}$ ]
$dQ_{e\lambda}$	taxa de energia radiante espectral emitida [ $\text{W}$ ]
$dV$	elemento infinitesimal de volume do gás
$D$	coeficiente para aplicação das correlações de Nusselt radiante médio
$D_i$	diâmetro interno do tubo [ $\text{m}$ ]
$DJr$	coeficiente da equação dos fluxos $Jr$
$DJx$	coeficiente da equação dos fluxos $Jx$
$e_b$	poder emissivo total de corpo negro [ $\text{W/m}^2$ ]

$e_{\lambda b}$	poder emissivo espectral de corpo negro
$f$	coeficiente de atrito
$F$	fator de correção das áreas de troca direta
$Fa2$	fator de dois
$Fb$	fator de inclinação
$Fs$	desvio fracional padrão
$g$	constante gravitacional [m/s <sup>2</sup> ]
$\overline{g_{\gamma^*} g_{\gamma}}$	área de fluxo direcionado entre as zonas de gás $\gamma^*$ e $\gamma$
$\left(\overline{g_{\gamma^*} g_{\gamma}}\right)_i$	área de troca direta entre as zonas de gás $\gamma^*$ e $\gamma$ , para o gás cinza $i$
$\overline{g_{\gamma} g_k}$	área de fluxo direcionado entre a zona de gás $\gamma$ e a de superfície $k$
$\left(\overline{g_{\gamma} g_k}\right)_i$	área de troca direta entre a zona de gás $\gamma$ e a de superfície $k$ , para o gás cinza $i$
$q_o$	radiosidade total [W/m <sup>2</sup> ]
$q_i$	irradiação total [W/m <sup>2</sup> ]
$q_{o\lambda}$	radiosidade espectral [W/m <sup>2</sup> $\mu\text{m}$ ]
$q_{i\lambda}$	irradiação espectral [W/m <sup>2</sup> $\mu\text{m}$ ]
$h_C$	coeficiente de película para a convecção forçada no interior do duto
$i$	intensidade de radiação total [W/m <sup>2</sup> sr]
$i_{\lambda}$	intensidade de radiação espectral [W/m <sup>2</sup> sr $\mu\text{m}$ ]
$\overline{i_{\lambda}}$	intensidade de radiação espectral média [W/m <sup>2</sup> sr $\mu\text{m}$ ]
$I$	número de gases cinzas utilizados no modelo de soma ponderada de gases cinzas
$J$	número de zonas de superfície
$J-1$	ordem da função polinomial $C_e$
$Jr$	fluxo difusivo adimensional no gás na direção $r$
$Jr^*$	estimativa de $Jr$
$\hat{J}r$	parâmetro adimensional
$\hat{J}r^*$	estimativa de $\hat{J}r$
$Jx$	fluxo difusivo adimensional no gás na direção $x$
$Jx^*$	estimativa de $Jx$
$\hat{J}x$	parâmetro adimensional
$\hat{J}x^*$	estimativa de $\hat{J}x$

$k$	condutividade térmica do gás [cal/smK]
$K_\lambda$	coeficiente de extinção espectral [ $m^{-1}$ ]
$\ell$	comprimento de mistura de Prandtl
$l$	comprimento adimensional do duto
$L$	comprimento do duto [m]
$L$	parâmetro utilizado no cálculo das áreas de troca direta
$M$	número de volumes de controle na direção radial
$\dot{m}$	descarga de gás [kg/s]
$n$	constante para aplicação das correlações de número de Nusselt médio radiante
$N$	número de volumes de controle ou zonas na direção axial
$N$	número de superfícies isotérmicas contidas em uma cavidade
$N$	número de situações genéricas amostrais
$N$	número de tubos
$Nmse$	erro quadrático médio normalizado
$Nu_C$	número de Nusselt convectivo
$Nu_{CD}$	número de Nusselt convectivo na região térmica desenvolvida
$Nu_{CR}$	parâmetro condução-radiação [ $k/\sigma DT^3$ ]
$Nu_R$	número de Nusselt radiante
$Nu_T$	número de Nusselt total
$\overline{Nu}_{Re_D=10000}$	número de Nusselt para $Re_D = 10000$
$P$	parâmetro utilizado no cálculo das áreas de troca direta
$P$	pressão do gás [atm]
$\bar{P}$	componente média da pressão
$Pe$	número de Peclet
$Pe_t$	número de Peclet turbulento
$Pr$	número de Prandtl do gás
$Pr_t$	número de Prandtl turbulento
$Pr_{t\infty}$	constante utilizada no cálculo de $Pr_t$
$P_T$	pressão total do gás [atm]
$P_x$	parâmetro adimensional
$q'''$	taxa de energia gerada no gás, por unidade de volume [ $W/m^3$ ]
$q_C$	taxa de calor convectivo no tubo [ $W/m^3$ ]

$q_R$	taxa de energia radiante perdida por unidade de volume [W/m <sup>3</sup> ]
$q_R^*$	taxa de energia radiante perdida por unidade de volume (adimensional)
$Q$	taxa de energia radiante perdida [W]
$Q_a$	taxa de energia radiante absorvida [W]
$Q_e$	taxa de energia radiante emitida [W]
$r$	coordernada radial adimensional, $R/D_i$
$r$	coeficiente de correlação
$R$	coordenada radial
$R$	parâmetro utilizado no cálculo das áreas de troca direta
$R_i$	raio interno do tubo [m]
$Re$	número de Reynolds
$R_{min}$	parâmetro utilizado no cálculo das áreas de troca direta
$\overline{s_j g_\gamma}$	área de fluxo direcionado entre a zona de superfície $j$ e a de gás $\gamma$
$\overline{(s_j g_\gamma)}_i$	área de troca direta entre a zona de superfície $j$ e a de gás $\gamma$ , para o gás cinza $i$
$\overline{s_j s_k}$	área de fluxo direcionado entre as zonas de superfície $j$ e $k$
$\overline{(s_j s_k)}_i$	área de troca direta entre as zonas de superfície $j$ e $k$ , para o gás cinza $i$
$S$	trajetória em um gás participante [m]
$S$	termo fonte da equação da conservação da energia no gás
$t$	temperatura adimensional do gás, $T/T_g$
$t'$	correção da temperatura $t$
$t^*$	estimativa de $t$
$t_m$	temperatura de mistura adimensional do gás
$t_s$	temperatura adimensional do tubo, $T_s/T_g$
$T$	temperatura [K]
$T^*$	razão de temperatura, $T_g/T_s$
$T$	temperatura do gás [K]
$\overline{T}$	componente média de $T$ [K]
$T$	componente flutuante de $T$ [K]
$T_m$	temperatura de mistura do gás [K]
$T_g$	temperatura de entrada do gás [K]

$T_s$	temperatura do tubo [K]
$u$	velocidade adimensional na direção $x$
$u^+$	velocidade adimensional na direção $x$
$U$	velocidade na direção $X$ [m/s]
$U$	parâmetro utilizado no cálculo das áreas de troca direta
$\bar{U}$	componente média da velocidade $U$
$U'$	componente flutuante da velocidade $U$
$U_m$	velocidade média do gás [m/s]
$V$	velocidade do gás na direção normal a $X$ [m/s]
$\bar{V}$	componente média de $V$
$V'$	componente flutuante de $V$
$x$	coordenada adimensional, $X/D_i$
$x_D$	comprimento de entrada térmico
$X$	coordenada na direção axial
$X$	variável independente genérica
$y^+$	coordenada adimensional na direção normal a $X$
$Y$	coordenada na direção normal a $X$
$Y$	variável dependente genérica

### Símbolos Gregos

$\alpha$	absortância total hemisférica
$\alpha_g$	absortância total direcional do gás
$\alpha_\lambda$	absortância espectral hemisférica de superfície
$\alpha_\lambda$	absortância espectral direcional de gás
$\beta$	ângulo de cone
$\beta$	coeficiente de expansão do gás
$\delta_{99}$	espessura da camada limite em placa plana
$\Delta r$	dimensão radial de cada volume de controle
$\Delta x$	dimensão axial de cada volume de controle
$\Delta X$	parâmetro utilizado no cálculo das áreas de troca direta

$\varepsilon$	emitância total hemisférica
$\varepsilon_\lambda$	emitância espectral hemisférica de superfície
$\varepsilon_\lambda$	emitância espectral direcional de gás
$\varepsilon_g$	emitância total direcional do gás
$\varepsilon_H$	difusividade turbulenta para a equação da conservação da energia
$\varepsilon_M$	difusividade turbulenta para a equação da quantidade de movimento
$\varepsilon_\lambda$	emitância espectral hemisférica
$\Phi$	termo de dissipação viscosa
$\gamma$	ângulo de azimute
$\eta$	fator de relaxação
$\Gamma$	número de zonas de gás
$\Gamma_r$	coeficiente difusivo radial adimensional
$\Gamma_x$	coeficiente difusivo axial adimensional
$\kappa$	constante de von Karman
$\kappa_\lambda$	espessura óptica ou opacidade espectral
$\theta$	coordenada cilíndrica, normal a $R$
$\rho$	densidade do gás [ $\text{kg}/\text{cm}^3$ ]
$\mu$	viscosidade dinâmica do gás [ $\text{kg}/\text{ms}$ ]
$\sigma$	constante de Stefan-Boltzmann [ $\text{W}/\text{m}^2 \text{K}^4$ ]
$\sigma$	desvio padrão populacional
$\sigma_\lambda$	coeficiente de espalhamento espectral [ $\text{m}^{-1}$ ]
$\tau$	instante de tempo
$\tau_\lambda$	transmitância espectral direcional
$\nu$	viscosidade cinemática do gás [ $\text{m}^2/\text{s}$ ]
$\omega$	ângulo sólido
$\xi$	constante empregada no cálculo de $\ell$ para regiões afastadas da placa plana
$\xi$	parâmetro utilizado no cálculo das áreas de troca direta
$\psi$	parâmetro utilizado no cálculo das áreas de troca direta

### **Sub-índices**

$i$  posição axial dos volumes de controle

<i>i</i>	especificação do gás cinza
<i>j</i>	posição radial dos volumes de controle
<i>j</i>	zona de superfície
<i>j</i>	especificação dos coeficientes polinomiais da soma ponderada de gases cinzas
<i>j</i>	índice da Tabela 2-2
<i>k</i>	zona de superfície
<i>k</i>	índice da Tabela 2-2
<i>l</i>	índice da Tabela 2-2

### **Abreviaturas**

GCT	escoamento turbulento, combinando os processo de convecção e radiação para o gás cinza de coeficiente de absorção $a = 0,1 \text{ m}^{-1}$
Lit	resultados provenientes da literatura
Num	resultados provenientes da solução numérica
PCT	escoamento turbulento, considerando apenas o processo de convecção
RCT	escoamento turbulento, combinando os processo de convecção e radiação para a mistura de $\text{CO}_2$ , $\text{H}_2\text{O}$ e $\text{N}_2$
VC	volume de controle no gás

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1 Comprimentos de mistura obtidos por Anderson et al. (1975).....	12
Figura 2.2 Perfis de velocidade na camada limite externa turbulenta [Anderson et al.,1975].....	14
Figura 2.3 Comparação entre as propriedades radiantes do tungstênio e dióxido de carbono: efeito do comprimento de onda na (a) emitância espectral hemisférica do tungstênio; (b) absortância espectral direcional do dióxido de carbono [Siegel e Howell, 2002]. .....	19
Figura 2.4 Geometria para definição da intensidade de radiação em meio participante.....	19
Figura 2.5 Absorção de radiação em uma camada de meio participante com espessura infinitesimal.....	20
Figura 2.6 Cavidade composta por $N$ superfícies isotérmicas e contendo gás participante.....	21
Figura 2.7 Troca radiante entre duas superfícies com meio participante entre elas.....	22
Figura 2.8 Troca de energia radiante ente uma zona de gás e uma zona de superfície.....	31
Figura 2.9 Troca de energia radiante entre duas zonas de superfície.....	32
Figura 2.10 Troca de energia radiante entre duas zonas de gás. ....	34
Figura 2.11 Troca de energia radiante entre uma zona de superfície e uma zona de gás. ....	36
Figura 2.12 Zonas de radiação no interior de uma cavidade cilíndrica.....	39
Figura 2.13 Par de zonas de gás. ....	40
Figura 2.14 Par de zonas de gás e superfície do duto. ....	41
Figura 2.15 Par de zonas de gás e superfície da extremidade (reservatório). ....	42
Figura 2.16 Par de zonas de superfície do duto.....	42
Figura 2.17 Par de zonas de superfície do duto e extremidade (reservatório). ....	43
Figura 3.1 Representação de caldeiras típicas: (a) aquatubular; (b) fumotubular (três passes). ...	46
Figura 3.2 Esquema representativo de caldeira multitubular. ....	47
Figura 3.3 Representação esquemática do problema. ....	50
Figura 4.1 Volume de controle típico.....	59
Figura 4.2 Volume de controle no interior do duto.....	59
Figura 4.3 Continuidade de temperatura em volumes de controle adjacentes. ....	61
Figura 4.4 Domínio de aplicação: (A) Eq.(4.27); (B) Eq.(4.21). ....	64
Figura 4.5 Domínio de aplicação: (A) Eq.(4.27); (B) Eq.(4.24). ....	64
Figura 4.6 Fronteiras do domínio. ....	65
Figura 5.1 Comparação entre resultados obtidos pela solução numérica e pela correlação de Gnielinski, 1976, para $Nu_{CD}$ .....	75
Figura 5.2 Número de Nusselt local ao longo do duto. Comparação entre a presente solução e a apresentada por Smith et al. (1985). ....	78



Figura 5.3 Números de Nusselt convectivos locais para o problema puramente convectivo e combinado. Mistura 1. ....	80
Figura 5.4 Números de Nusselt convectivos locais para o problema puramente convectivo e combinado. Mistura 2. ....	81
Figura 5.5 Números de Nusselt: convectivo puro, radiante e total. Mistura 1.....	82
Figura 5.6 Números de Nusselt: convectivo puro, radiante e total. Mistura 2.....	82
Figura 5.7 Temperatura de mistura do gás ao longo do duto, incluindo ou não o processo de radiação. Mistura 1. ....	83
Figura 5.8 Temperatura de mistura do gás ao longo do duto, incluindo ou não o processo de radiação. Mistura 2. ....	84
Figura 5.9 Variação da taxa de calor com relação ao número de tubos. Mistura 1. $T_g/T_s = 2$ . ....	85
Figura 5.10 Variação da taxa de calor com relação ao número de tubos. Mistura 2. $T_g/T_s=2$ . ....	86
Figura 5.11 Representação da organização experimental para a geração de dados amostrais.....	90
Figura 5.12 Exemplo de linhas de tendência: linear (esq.); não-linear (dir.).....	92
Figura 5.13 Variação de $\overline{Nu}_R$ com $T_g/T_s$ e ajuste de curvas para Mistura 1. ....	95
Figura 5.14 Variação de $\overline{Nu}_R$ com $T_g/T_s$ e ajuste de curvas para Mistura 2. ....	95
Figura 5.15 Ajuste de curva: análise do comportamento dos coeficientes da Eq.(5.21). Mistura 1. ....	97
Figura 5.16 Ajuste de curva: análise do comportamento dos coeficientes da Eq.(5.21). Mistura 2. ....	97
Figura 5.17 Gráfico de espalhamento para resultados referentes à mistura 1.....	101
Figura 5.18 Gráfico de espalhamento para resultados referentes à mistura 2.....	102

## ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 1.1 Quadro comparativo dos trabalhos sobre transferência de calor combinando convecção e radiação no escoamento de gases participantes em dutos. ....	5
Tabela 2.1 Coeficientes para cálculo da emitância total - modelo de soma ponderada de gases cinzas [Smith, Shen e Friedman, 1982]. ....	28
Tabela 2.2 Argumentos das funções $\overline{gs}_o$ , $\overline{gg}_o$ e $\overline{ss}_o$ e coeficientes $\xi$ .....	44
Tabela 3.1 Especificações usuais para geradores de vapor em aplicações industriais_[Shields, 1961; Babcock & Wilcox, 1972]. ....	49
Tabela 3.2 Dimensões de tubos com ou sem costura para sistemas de troca térmica segundo normas ASTM A-179, A-192 e A-210 (sem costura); A-178, A-214 (com costura) .....	49
Tabela 5.1 Comparação entre os números de Nusselt convectivos desenvolvidos obtidos pela solução numérica e pela correlação de Gnielinski (1976). Pr=0,88.....	75
Tabela 5.2 Comparação dos números de Nusselt convectivos médios entre casos de convecção pura e problema combinando convecção e radiação.....	80
Tabela 5.3 Números de Nusselt médios: convectivo e radiante para diferentes diâmetros. ....	85
Tabela 5.4 Coeficientes para a aplicação da Eq.(5.21). Misturas 1 e 2.....	98
Tabela 5.5 Comparação de resultados gerados pela aplicação das correlações e pela solução computacional. Mistura 1.....	99
Tabela 5.6 Comparação de resultados gerados pela aplicação das correlações e pela solução computacional. Mistura 2.....	100
Tabela 5.7 Índices estatísticos para as duas misturas de gases. ....	100
Tabela 5.8 Comparação entre os números de Nusselt médios totais, $\overline{Nu}_T$ , obtidos por solução computacional e a partir das correlações. ....	103
Tabela A-1 Coeficientes para cálculo do calor específico de cada componente do gás .....	115
Tabela A-2 Coeficientes para cálculo da viscosidade dinâmica de cada componente do gás ...	116
Tabela A-3 Coeficientes para cálculo da condutividade de cada componente do gás.....	116

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 Descrição do Problema

O conhecimento da transferência de calor combinando radiação e convecção em meios participantes é fundamental para a determinação dos fluxos de calor de numerosas aplicações em engenharia. Exemplos incluem geradores de vapor e equipamentos de geração de potência, fornalhas industriais para processamento de materiais, combustores e diversos outros. A transferência de calor do gás para as paredes dos sistemas resulta de processos acoplados envolvendo convecção e radiação, os quais, geralmente, são calculados separadamente [Khan et al. 1997].

Viskanta (1998) relaciona um número de dificuldades fundamentais introduzidas pela radiação. A primeira delas é relativa ao tratamento da natureza espectral da radiação térmica, como, por exemplo, a predição dos coeficientes de absorção dos gases em temperaturas elevadas nos diferentes comprimentos de onda. A segunda dificuldade diz respeito à natureza da “ação à distância” da radiação, a qual geralmente requer o cálculo da taxa de calor radiante local como uma integração sob todo o espaço. O terceiro problema surge das não homogeneidades nas distribuições de temperatura e concentração, as quais fortemente afetam o coeficiente de absorção espectral em escoamentos que evoluem reações químicas. A quarta dificuldade vem da relação não-linear entre a radiação e as flutuações dos campos de temperatura em escoamentos turbulentos, pois os fluxos radiantes não podem ser preditos baseados somente nos campos de temperatura.

Para contornar estas dificuldades, aplicam-se metodologias específicas de solução da equação de transferência radiante. A seleção do método depende diretamente do tipo de problema a ser resolvido.

No presente trabalho faz-se uma análise dos processos de transferência de calor combinando radiação e convecção, aplicados aos escoamentos de gases de combustão no interior dos dutos em caldeiras fumotubulares. É observado o comportamento do campo de temperatura, bem como as taxas de transferência de calor para casos usuais de geração de vapor. O conhecimento desses parâmetros é bastante útil e de aplicação prática na engenharia. Atualmente a predição das taxas de transferência de calor é possível através de correlações existentes na literatura, as quais consideram apenas o processo de convecção térmica, porém é mostrado neste estudo que a influência da radiação térmica pode ser bastante significativa. Assim, a proposição de correlações que tornem possível a previsão da parcela radiante em processos combinados com

convecção pode ser um importante auxílio nos projetos de sistemas térmicos que se enquadram ao problema proposto neste trabalho.

Nesta dissertação, resolve-se numericamente a transferência de calor combinando convecção e radiação no escoamento de gases participantes em dutos circulares. Segue a revisão bibliográfica dos trabalhos relacionados a esse problema e as condições específicas consideradas na solução.

## 1.2 Revisão Bibliográfica

Trabalhos envolvendo o estudo da transferência de calor, em problemas combinados de convecção-radiação, no escoamento de gases participantes no interior de dutos circulares foram feitos com diferentes condições de contorno, escoamento e modelos de gases.

Dentre os estudos já desenvolvidos, problemas semelhantes foram considerados por alguns autores. Quanto à característica do escoamento, Einstein (1963) e Echigo et al. (1975) resolveram para o caso laminar, enquanto que Campo e Schuler (1988a, 1988b) analisaram os casos laminar e turbulento. Esses autores admitiram a temperatura uniforme na parede do duto e a aplicação do modelo de gás cinza, ou seja, o coeficiente de absorção não dependia do comprimento de onda, evitando a análise espectral das trocas de energia radiante. O tratamento dos termos convectivos e difusivos da equação da energia foi feito por meio de diferenças finitas [Einstein, 1963; Echigo et al., 1975] e pelo método de linhas com aproximação por volumes finitos [Campo e Schuler, 1988a e 1988b]. Para a solução da troca de energia radiante, Einstein (1963) e Campo e Schuler (1988a e 1988b) consideraram a superfície do duto negra, enquanto que Echigo et al. (1975) consideraram perfeitamente cinza e difusa. Campo e Schuler (1988a, 1988b) utilizaram a aproximação P-1 para simplificar os termos íntegro-diferenciais, provenientes do balanço de energia radiante, por meio de termos diferenciais de primeira ordem. Entre os resultados apresentados nesses trabalhos, incluem-se o efeito da radiação na energia transferida da parede aquecida para os perfis desenvolvidos de velocidade e o comportamento do número de Nusselt para o fluxo de energia radiante bidimensional (axial e radial) ou unidimensional (radial).

Diferentemente dos trabalhos mencionados anteriormente, Pearce e Emery (1970), Jeng et al. (1976), Greif (1978) e Seo et al. (1994) aplicaram modelos por bandas de absorção para tratamento das propriedades espectrais dos gases. O escoamento considerado nos trabalhos era laminar e a condição de contorno na parede do duto era de temperatura uniforme, exceto para Greif (1978) que considerou a condição de desenvolvimento térmico. Este último propôs superfície negra para o duto, assim como Pearce e Emery (1970), já os demais obtiveram

resultados para superfície cinza. Em todos os casos, gases participantes foram considerados. Jeng et al. (1976) utilizaram uma mistura de gases: vapor de água, monóxido de carbono e metano. Pearce e Emery (1970) resolveram o problema para monóxido e dióxido de carbono. Seo et al. (1994) propuseram um problema envolvendo uma mistura de gases provenientes da combustão, dióxido de carbono, vapor de água e nitrogênio. Greif (1978) obteve resultados teóricos e experimentais para o dióxido de carbono. Dentro das condições estabelecidas, os resultados incluíam a análise do quão dominante na transferência de calor é o processo de radiação, os fluxos de calor na parede e temperaturas na linha de centro ao longo do escoamento, além de comparação dos resultados teóricos com experimentais.

Habib e Greif (1970) obtiveram, através de resultados teóricos e experimentais, perfis de temperatura de gases participantes e não-participantes, dióxido de carbono e ar, em duto circular. O escoamento era turbulento no interior do duto e a superfície interna deste era aquecida eletricamente, de modo a proporcionar fluxo de calor uniforme. A parede do tubo era negra e difusa, admitindo-se ser pequeno o efeito da emitância da parede do tubo. Foi considerado, para a formulação radiante, apenas o fluxo radial. As propriedades espectrais foram modeladas por meio de bandas de radiação. Os resultados incluíam os efeitos da radiação nos perfis de temperatura no interior do duto, bem como nos números de Nusselt.

A modelagem das propriedades espectrais do gás participante utilizando bandas de absorção foi também utilizada em trabalhos de Wassel et al. (1975) e Wassel e Edwards (1976). Em ambos os trabalhos, consideraram-se os escoamentos laminar e turbulento e a superfície do duto foi assumida negra. Apenas o fluxo radial de energia radiante foi incluído no balanço de energia, tornando ambos os problemas unidimensionais. No primeiro, foi considerado que todo o calor gerado pelo gás era perdido para a parede, enquanto que, no segundo, o perfil de temperatura era completamente desenvolvido e o fluxo de calor do gás para a parede era uniforme.

O método das zonas, combinado com o modelo de soma ponderada de gases cinzas, para a solução da transferência de calor no escoamento de gases participantes em dutos circulares, foi empregado por Nakra e Smith (1977), Clausen e Smith (1979), Smith et al. (1985) e França e Goldstein (1998). Para os três primeiros trabalhos, a superfície do duto foi considerada negra. O gás era constituído de mistura equimolar de dióxido de carbono e vapor de água em ar. França e Goldstein (1998) adotaram superfície perfeitamente difusa e cinza, e o gás era uma mistura de dióxido de carbono, nitrogênio e vapor d'água. Condições de contorno diferentes foram adotadas: no primeiro, no terceiro e no quarto trabalhos, a temperatura na parede foi tratada uniforme, já Clausen e Smith (1979) resolveram para condição de fluxo de calor uniforme na

parede do tubo. O escoamento para os dois primeiros trabalhos citados era desenvolvido e laminar. Smith et al. (1985) analisaram os casos laminar e turbulento, França e Goldstein (1998) resolveram apenas o turbulento. Nakra e Smith (1977), bem como Clausen e Smith (1979) analisaram os efeitos do comprimento do duto, das temperaturas da parede, de entrada do gás e do número de Stanton. Nessas duas análises, as zonas eram fatias cilíndricas e a convecção foi introduzida por meio de coeficientes de película previamente conhecidos. Smith et al. (1985) e França e Goldstein (1998) consideraram zonas toroidais, permitindo a determinação do fluxo convectivo de calor a partir do balanço de energia aplicado em cada zona de gás. Seus resultados incluem a distribuição radial e axial de temperatura do gás e os números de Nusselt correspondentes à soma dos fluxos de calor convectivo e radiante, efeito da temperatura de entrada do gás e efeito do diâmetro interno do duto.

Stasiek (1988) e Stasiek e Collins (1993) modelaram o gás como cinza e o coeficiente de película para convecção térmica era previamente conhecido, ou seja, não foi determinado a partir da solução da equação da energia. A parede do duto era cinza e perfeitamente difusa. No primeiro trabalho a condição de contorno adotada foi a de fluxo de calor uniforme, já no segundo tanto o fluxo de calor fornecido à parede quanto o coeficiente de película variavam ao longo do duto. Os resultados analisaram o efeito da emitância da parede do duto, do coeficiente de absorção do gás e do comprimento do duto. Foi feita uma verificação experimental do modelo de solução proposto e a distribuição da parede obtida pela solução numérica foi ajustada à experimental por meio do coeficiente de absorção.

Bergero et al. (1999) analisaram a transferência de calor combinando convecção e radiação em um canal retangular tridimensional. O gás foi modelado como sendo cinza. As temperaturas eram diferentes nas paredes do canal, porém prescritas. As superfícies foram tratadas como perfeitamente cinzas e difusas. O método de volumes finitos foi adotado para descrever ambos os processos de transferência de calor, radiação e convecção. Os resultados abordaram os efeitos da razão de aspecto, espessura óptica, espalhamento e emissividade da parede sobre a temperatura de mistura do gás.

Sediki et al. (2002) resolveram dois problemas, um unidimensional (radial) e outro bidimensional (axial e radial) de transferência de calor combinando convecção e radiação para região de entrada de um duto circular horizontal. O meio participante era dióxido de carbono ou vapor d'água. A temperatura da superfície era constante. O problema foi solucionado de duas formas, utilizando-se modelos de bandas de absorção *CK-Correlated-k* ou o modelo global *ADF-Absorption Distribution Function* para tratamento das propriedades espectrais dos gases. A condição de contorno na parede do duto é de temperatura constante. Em uma continuação desses

estudos, Sediki et al. (2003) resolveram um problema semelhante, porém agora a orientação do duto é vertical e, além dos gases serem analisados de forma separada, uma mistura de dióxido de carbono e vapor d'água foi também incluída. Os resultados apresentam os campos de temperatura e de intensidade de radiação juntamente com a evolução das temperaturas de mistura e dos coeficientes de transferência de calor. Foi também mostrado que, para gases aquecidos em tubos verticais, a radiação tende a reduzir o efeito do empuxo. A transferência radiante retarda, assim, significativamente a ocorrência de escoamento reverso para gases aquecidos, enquanto que para gases resfriados o regime praticamente não se afeta.

A Tabela 1.1 traz uma listagem dos trabalhos mencionados segundo os seguintes critérios: tipo de escoamento, condição de contorno na parede do duto, características radiantes da superfície do duto, modelo de gás participante e fluxo de energia radiante.

Tabela 1.1 Quadro comparativo dos trabalhos sobre transferência de calor combinando convecção e radiação no escoamento de gases participantes em dutos.

<b>Trabalho</b>	<b>Escoamento<sup>1</sup></b>	<b>Condição de Contorno na Parede</b>	<b>Superfície do Duto</b>	<b>Modelo de Gás</b>	<b>Fluxo de Energia Radiante</b>
Einstein (1963)	uniforme e laminar	temperatura uniforme	negra	cinza	radial e axial
Habib e Greif (1970)	Turbulento	geração interna de calor	negra	bandas de absorção	radial
Pearce e Emery (1970)	Laminar	temperatura uniforme	negra	bandas de absorção	radial e axial
Wassel et al. (1975)	laminar e turbulento	desenvolvimento térmico <sup>2</sup>	negra	bandas de absorção	radial
Echigo et al. (1975)	Laminar	temperatura uniforme	cinza	cinza	radial e axial
Wassel e Edwards (1976)	laminar e turbulento	desenvolvimento térmico	negra	bandas de absorção	radial
Jeng et al. (1976)	Laminar	temperatura uniforme	cinza	bandas de absorção	radial

<sup>1</sup> Todos os perfis de velocidade são plenamente desenvolvidos na entrada do duto, com exceção de Pearce e Emery (1970) e Seo et al. (1994);

<sup>2</sup> Devido à hipótese de desenvolvimento térmico, é possível estabelecer a solução em termos da diferença entre as temperaturas do gás e da parede;

Nakra e Smith (1977)	Uniforme	temperatura uniforme	negra	soma ponderada de gases-cinzas	radial e axial
Greif (1978)	Laminar	desenvolvimento térmico <sup>2</sup>	negra	bandas de absorção	radial
Clausen e Smith (1979)	laminar	geração interna de calor	negra	soma ponderada de gases-cinzas	radial e axial
Smith et al. (1985)	laminar e turbulento	temperatura uniforme	negra	soma ponderada de gases-cinzas	radial e axial
Stasiek (1988)	laminar e turbulento <sup>3</sup>	geração interna de calor	cinza	cinza	radial e axial
Campo e Schuler (1988a)	laminar	temperatura uniforme	negra	cinza	radial
Schuler e Campo (1988b)	turbulento	temperatura uniforme	negra	cinza	radial
Stasiek e Collins (1993)	laminar e turbulento <sup>3</sup>	geração interna de calor	cinza	cinza	radial e axial
Seo et. al (1994)	laminar	temperatura uniforme	cinza	bandas de absorção	radial
França e Goldstein (1995)	laminar e turbulento	temperatura uniforme	cinza	soma ponderada de gases-cinzas	radial e axial
Bergero et al. (1999)	laminar	temperatura uniforme	cinza	cinza	3D
Sediki et al. (2002)	laminar	temperatura uniforme	negra	bandas de absorção	radial e axial
Sediki et al. <sup>4</sup> (2003)	laminar	temperatura uniforme	negra	bandas de absorção	radial e axial

### 1.3 Objetivos do trabalho

Embora muitos trabalhos tenham sido feitos com o propósito de avaliar a influência da radiação térmica em processos combinados com convecção, não existem ainda correlações que incluam a parcela de energia radiante na taxa de transferência de calor.

<sup>3</sup> A convecção foi introduzida através de coeficientes de película que eram conhecidos previamente. Assim, tanto escoamento laminar quanto turbulento poderiam ser incluídos;

<sup>4</sup> A orientação do duto circular, neste caso, era vertical.



Nesta dissertação, considerou-se o problema da transferência de calor no escoamento de gases participantes no interior de dutos circulares. Os gases possuem temperaturas elevadas, de modo que a radiação térmica deve ser incluída na solução, combinada com os processos de condução e convecção. Os parâmetros como temperatura, diâmetro, velocidade e mistura de gases são aplicados de modo a se adequarem às condições usuais em caldeiras fumotubulares.

O trabalho objetiva os seguintes pontos:

- avaliar a significância da radiação térmica e o comportamento do processo convectivo com e sem a inclusão da radiação térmica;
- aplicar de forma prática os resultados gerados neste estudo, visando sua utilização em geradores de vapor fumotubulares;
- propor correlações para o número de Nusselt radiante médio a fim de que a parcela de energia transmitida por radiação possa ser estimada e, também, considerada juntamente à convecção.

Os termos convectivos e difusivos da equação da energia são discretizados por meio do método de volumes finitos e a aplicação da função de interpolação *Flux-Spline* [Varejão, 1979]. Utiliza-se o método das zonas para avaliação das trocas de energia radiante, levando em conta as direções radial e axial no interior do duto. A dependência das propriedades radiantes do gás em relação ao comprimento de onda é incluída por meio do modelo da soma-ponderada-de-gases-cinzas. Os gases são constituídos de misturas de dióxido de carbono, vapor de água - produtos típicos de processos de combustão estequiométrica de óleo combustível e metano - e nitrogênio. A parede do duto é cinza e perfeitamente difusa para radiação térmica. As propriedades físicas do gás são calculadas na temperatura de mistura média. Na entrada do duto, os gases possuem temperatura uniforme e o perfil de velocidade é completamente desenvolvido. Como as propriedades do gás são uniformes, o perfil de velocidade não se altera ao longo do duto e as equações da energia e da quantidade de movimento tornam-se desacopladas. A análise é feita para o escoamento turbulento. Apesar de não ter sido estudado o problema de perfil de velocidade não-desenvolvido, este trabalho também propõe um modo de estender os resultados para essa condição.

## 2 CONVECÇÃO FORÇADA EM DUTOS CIRCULARES E RADIAÇÃO TÉRMICA EM MEIOS PARTICIPANTES

Este capítulo trata o escoamento de gases em dutos circulares, com ênfase na análise do caso turbulento, condição considerada neste trabalho. Apresenta, também, os princípios físicos, o modelo de gases participantes e o método de solução empregado no problema radiante. Desenvolve-se a formulação do método das zonas, associado ao modelo de soma-ponderada-de-gases-cinzas para o cálculo da transferência de energia radiante. Os resultados apresentados aqui serão diretamente empregados no capítulo 4, onde é desenvolvida a formulação matemática para o problema em questão.

### 2.1 Introdução à Convecção

A troca de energia térmica entre um fluido e uma parede sólida, em diferentes temperaturas é muito maior quando o fluido está em movimento do que quando em repouso; isso se deve ao processo de convecção. Esse mecanismo está relacionado ao padrão de escoamento, que deve ser conhecido para a solução de qualquer problema de transferência de calor envolvendo convecção. De acordo com o tipo de indução, esse mecanismo pode ser dividido em dois modos. O primeiro deles é a convecção forçada, quando o escoamento é induzido artificialmente, como exemplo, por bombas ou ventiladores. No outro modo, o movimento resulta das diferenças de densidade no fluido, devido ao campo de temperaturas, sendo denominado convecção natural.

Em muitos problemas importantes da engenharia, a convecção é o mecanismo predominante na transferência de calor, o que tem estimulado diversos trabalhos experimentais e modelos físicos para a sua descrição. Kays e Crawford (1980) citam as duas fases em que a pesquisa em convecção poderia ser dividida: a primeira delas corresponde ao período em que quase todos os conhecimentos estavam baseados nos resultados experimentais, conduzindo a coeficientes de película de, ainda hoje, aplicações práticas extensivas. A partir de 1960, iniciou-se a segunda fase, com a tentativa de desenvolvimento de modelos físicos e matemáticos para aplicação das equações básicas. Essa última fase depende de métodos computacionais, cujo desenvolvimento nas últimas décadas levou à solução de problemas novos e complexos. A escolha entre um e outro método depende das exigências e características de cada problema. Nesta dissertação, a inclusão da radiação térmica exige uma análise do problema a partir das equações fundamentais. Por isso, serão abordados a seguir os modelos físicos de convecção no escoamento de gases em dutos circulares, necessários para a solução numérica do problema proposto.

## 2.2 Escoamentos Internos

O primeiro ponto a ser considerado é a respeito do padrão de escoamento interno. Dois critérios diferentes podem ser utilizados, conduzindo às divisões seguintes, independentes entre si: laminar ou turbulento e desenvolvido ou não-desenvolvido. Este trabalho considera escoamento turbulento desenvolvido.

O regime turbulento é caracterizado por pequenos volumes do fluido, denominados turbilhões, que apresentam movimento caótico que se superpõe ao movimento médio. O transporte de energia se dá principalmente devido ao movimento desses pequenos volumes, caracterizando a difusão turbilhonar, o que, no regime laminar ocorre apenas pela difusão molecular (propriedade do fluido). Observações experimentais indicam que a transição do regime laminar para o turbulento em escoamentos em dutos circulares ocorre para números de Reynolds,  $Re$ , em torno de 2300. Assim,  $Re > 2300$  é considerado regime turbulento. Da definição de número de Reynolds, tem-se:

$$Re = \frac{\rho U_m D_i}{\mu} \quad (2.1)$$

$\rho$  e  $\mu$  são, respectivamente, a densidade e a viscosidade cinemática do fluido,  $U_m$  é a velocidade média e  $D_i$  o diâmetro interno do duto.

Quando um fluido com velocidade uniforme entra em um duto, o perfil de velocidade modifica-se até atingir seu padrão final, que depende das características do escoamento. A primeira região, quando o perfil de velocidade está ainda se modificando, é denominada não desenvolvida; a outra região é a desenvolvida. O comprimento de entrada compreende o trecho do duto em que o perfil está se desenvolvendo e seu tamanho depende se o regime é laminar ou turbulento. Em escoamentos laminares, o comprimento de entrada pode compreender até mais do que 100 (cem) diâmetros, enquanto que em turbulentos, apenas 10 (dez) diâmetros, independentemente do número de Reynolds. Por essa razão, para dutos longos ( $L/D \gg 10$ ) a consideração de escoamento desenvolvido é satisfatória.

## 2.3 Modelos de Turbulência

Turbulência é um dos mais importantes problemas de engenharia ainda sem solução exata. Não existe teoria geral através da qual esse fenômeno possa ser tratado para todas as configurações de interesse. Sabe-se que as equações de Navier-Stokes, juntamente com as equações da continuidade e da energia, governam os escoamentos turbulentos. Porém, mesmo

considerando os recentes avanços computacionais, não é possível ainda a solução numérica das equações descrevendo numerosas aplicações práticas. Mesmo geometrias simples requerem elevado esforço computacional e dependem das informações provenientes de observações experimentais [Pletcher, 1988]. Entre as conquistas obtidas, a estrutura da camada limite turbulenta externa, em placa plana, está razoavelmente compreendida e muitas de suas características são universais, ou seja, são também apresentadas por escoamentos em outras geometrias, como escoamentos em dutos circulares. Por isso, a camada limite externa será discutida inicialmente. Em seguida, esses resultados são estendidos aos dutos circulares.

**Estrutura da turbulência em camadas limites externas:** Conforme observações experimentais, a camada limite externa turbulenta pode ser dividida em duas regiões distintas. A primeira situa-se imediatamente próxima à superfície da parede, onde as transferências de quantidade de movimento e energia são devidas principalmente aos mecanismos de tensão viscosa e condução molecular. A segunda região é a completamente turbulenta e compreende a maior parte da camada limite, apresentando flutuações de velocidade em consequência dos turbilhões. As transferências de quantidade de movimento e energia são maiores do que as provocadas pela tensão viscosa e pela condução molecular, devido à existência de elementos do fluido com velocidade normal à direção principal de escoamento, transportando tanto quantidade de movimento quanto energia térmica.

A primeira região é denominada subcamada viscosa e, embora seja fina e junto à parede, é nela que ocorrem os eventos fundamentais que conduzem à turbulência. Ela corresponde aproximadamente a uma camada laminar que se desenvolve continuamente, até acontecer a ruptura. Nesse ponto, ocorre a ejeção de elementos de fluido da parede, com baixa velocidade, até a região completamente turbulenta, onde a colisão com elementos de maior velocidade origina a fonte primária de energia mecânica turbulenta, ou seja, a energia cinética dos turbilhões.

Matematicamente, as velocidades são tratadas como contendo duas componentes, uma média e independente do tempo e outra levando em conta as flutuações, como indicado abaixo:

$$\begin{aligned} U &= \bar{U} + U' \\ V &= \bar{V} + V' \end{aligned} \tag{2.2}$$

$U$  e  $V$  são, respectivamente, as velocidades na direção  $X$ , paralela à direção de escoamento, e na direção  $Y$ , perpendicular a  $X$ . Nessas expressões, o primeiro termo é o valor médio e o segundo corresponde à flutuação. A conveniência desse tipo de notação ficará evidente no capítulo 4, quando são apresentadas as equações da quantidade de movimento e da energia. O importante no

momento é que, nessas deduções, aparece o termo  $\overline{U'V'}$ , definido como uma tensão turbulenta aparente, devido ao deslocamento de elementos do fluido para pontos de diferentes velocidades. Caso não houvesse gradientes de velocidades no fluido, era de se esperar que essa tensão fosse zero. Por isso é razoável admitir que:

$$\overline{U'V'} \propto \frac{\partial \bar{U}}{\partial Y} \quad (2.3)$$

O fator de proporcionalidade é definido como a difusividade turbulenta da equação quantidade de movimento  $\varepsilon_M$ :

$$\overline{U'V'} = -\varepsilon_M \frac{\partial \bar{U}}{\partial Y} \quad (2.4)$$

Em escoamentos laminares,  $U' = V' = 0$ , ou seja,  $U = \bar{U}$ ,  $V = \bar{V}$  e  $\varepsilon_M = 0$ .

Entre os vários métodos existentes para a avaliação da difusividade turbulenta  $\varepsilon_M$ , a teoria do comprimento de mistura de Prandtl é a mais simples e conduz a resultados adequados para camadas limites externas. Essa teoria postula que a difusividade turbulenta  $\varepsilon_M$  é proporcional ao módulo do gradiente de velocidade na direção normal ao escoamento:

$$\varepsilon_M = \ell^2 \left| \frac{\partial \bar{U}}{\partial Y} \right| \quad (2.5)$$

$\ell$  é denominado comprimento de mistura de Prandtl, cujo valor deve ser determinado a partir de resultados experimentais. Prandtl considerou que  $\ell$  para regiões não muito distantes da parede, deveria ser proporcional à distância  $Y$  da parede:

$$\ell = \kappa Y \quad (2.6)$$

sendo  $\kappa$  a constante de von Karman. A Figura 2.1 apresenta medidas experimentais de  $\ell$  em diferentes posições na superfície.  $\delta_{99}$  corresponde à espessura da camada limite em que  $\bar{U} / U_\infty = 0,99$ , sendo  $U_\infty$  a velocidade da corrente livre, distante da placa. Próximo à parede, a Eq.(2.6) mostra-se adequada, com  $\kappa = 0,41$ . Para  $Y/\delta_{99}$  acima de 0,70, o comprimento de mistura torna-se diretamente proporcional à espessura da camada limite, de acordo com:

$$\ell = \xi \delta_{99} \quad (2.7)$$

sendo  $\xi$  igual a 0,085. Na Figura 2.1, as medidas experimentais não englobam a subcamada laminar, por estar muito próxima à parede. Além disso, a Eq.(2.4) não é representativa dessa região, pois foi concebida apenas para regiões turbulentas.

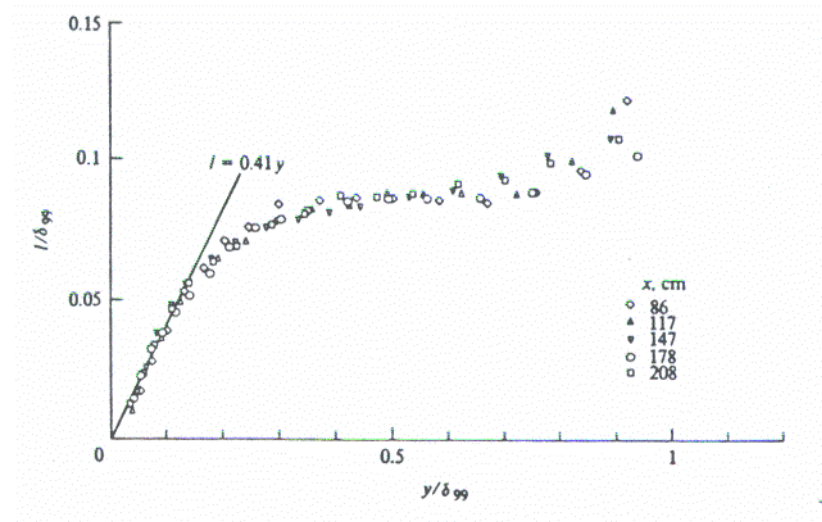


Figura 2.1 Comprimentos de mistura obtidos por Anderson et al. (1975).

Com os resultados apresentados acima, pode-se obter o perfil de velocidades no escoamento turbulento ao longo de uma placa plana: na subcamada viscosa, admite-se que  $\varepsilon_M = 0$ ; na camada turbulenta, desconsideram-se os efeitos moleculares ( $\varepsilon_M \gg \nu$ ) e admite-se que  $\varepsilon_M$  se comporta segundo a Eq.(2.6). Em seguida, resolve-se a equação da quantidade de movimento. Obtém-se, desse modo, um perfil de velocidade para cada região, como apresentado abaixo na forma adimensional:

$$u^+ = y^+ \quad y^+ \leq 10,8 \quad \text{subcamada viscosa}$$

e

$$u^+ = 2,44 \ln y^+ + 5,0 \quad y^+ > 10,8 \quad \text{região turbulenta}$$

onde:

$$u^+ = \frac{\bar{U}/U_\infty}{\sqrt{C_f/2}} = \frac{\bar{U}/U_\infty}{\sqrt{f/8}} \quad (2.8)$$

$$y^+ = \frac{YU_\infty\sqrt{C_f/2}}{\nu} = \frac{YU_\infty\sqrt{f/8}}{\nu} \quad (2.9)$$

onde  $C_f$  e  $f$  são, o coeficiente de atrito e o fator de atrito, respectivamente. O perfil de velocidades da camada turbulenta possui padrão logarítmico, recebendo a denominação de lei da parede. O valor 10,8 foi obtido de modo a minimizar o desvio das duas equações acima em relação aos resultados experimentais, que serão discutidos adiante. Considerou-se não haver transferência de massa na parede, nem gradiente de pressão na direção do escoamento.

O modelo das duas camadas possui a limitação de assumir uma subcamada perfeitamente laminar ( $\varepsilon_M = 0$ ). Enquanto para solução da equação da quantidade de movimento isso possa não trazer erros significativos, a qualidade dos resultados para o cálculo da transferência de calor pode ficar comprometida, pois uma pequena difusividade turbulenta na região  $y^+ < 5,0$  pode contribuir consideravelmente neste último cálculo.

Van Driest (1956) propôs um modelo de subcamada em que a difusividade turbulenta  $\varepsilon_M$  é zero apenas na parede,  $Y = 0$ ; a partir daí,  $\varepsilon_M$  eleva-se até a região turbulenta, sem descontinuidade. Assim, estende-se o comprimento de mistura de Prandtl até a parede, ao invés de assumi-lo zero na subcamada, através de uma função de amortecimento aplicada à Eq.(2.6):

$$\ell = \kappa Y \left[ 1 - \frac{1}{\exp(y^+/A^+)} \right] \quad (2.10)$$

Por meio da expressão acima, resolve-se a equação da quantidade de movimento para a obtenção do perfil de velocidades na camada limite externa. O valor de  $A^+$  é obtido pela escolha de vários valores e a comparação dos perfis de velocidades calculados com os experimentais.  $A^+ = 25,0$  conduziu aos melhores resultados, sendo válido apenas quando não há gradiente de pressão ou transferência de massa na parede. O modelo acima é denominado lei contínua da parede. Na Figura 2.2, são apresentados os perfis de velocidade  $u^+ = u^+(y^+)$  para os dois modelos, o das duas camadas e o de van Driest, juntamente com os resultados experimentais. As vantagens do segundo método são evidentes. À medida que se afasta da parede, porém, o desvio entre os modelos e as medidas experimentais aumenta. Isso pode ser explicado pelo fato de que o comprimento de mistura deveria ser calculado, na região distante da parede, por intermédio da

Eq.(2.7), ao invés de (2.6) ou (2.10). Outra fonte de desvio seria a presença de gradiente de pressão ao longo da camada limite, que possui influência sobre  $A^+$ .

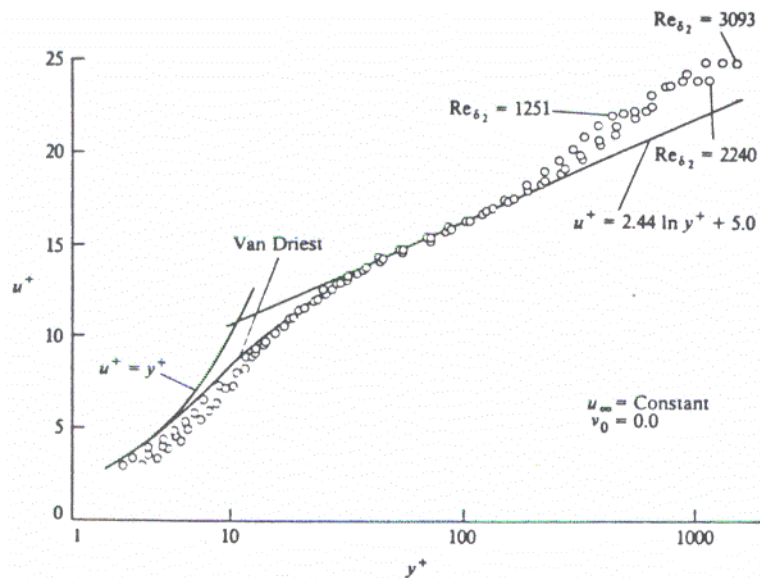


Figura 2.2 Perfis de velocidade na camada limite externa turbulenta [Anderson et al.,1975].

Pode-se estabelecer, assim, o procedimento para determinação da distribuição de velocidade na camada limite externa turbulenta. A equação da quantidade de movimento exige o conhecimento da difusividade turbulenta  $\varepsilon_M$ , calculada a partir da Eq.(2.5). O comprimento de mistura é calculado na região próxima à parede por (2.10), enquanto que nos pontos mais afastados por meio da Eq.(2.7). Para determinar o domínio de aplicação das duas equações, determina-se o valor de  $Y$  para o qual os valores de  $\ell$ , quando calculados por (2.7) e (2.10), coincidem.

**Escoamento turbulento em dutos circulares:** As características da turbulência em escoamentos em dutos são muito semelhantes às da camada limite externa. Do mesmo modo, observam-se duas regiões: uma subcamada viscosa próxima à parede, onde os efeitos moleculares são predominantes, e um núcleo turbulento, em que os efeitos de turbulência são mais importantes. A diferença básica em relação ao caso externo é que a camada limite desenvolve-se até a linha de centro, onde se encontra com a camada limite da parede oposta. Quando as propriedades físicas são constantes, o escoamento não mais se modifica e é denominado desenvolvido.

A solução da equação da quantidade de movimento exige o conhecimento da difusividade turbulenta  $\varepsilon_M$ . Na subcamada viscosa, poderia ser utilizado o modelo de van Driest, Eq.(2.10), sendo que, neste caso,  $A^+ = 26,0$  conduz a melhores resultados do que  $A^+ = 25,0$ . Na região



externa à subcamada laminar, a utilização de um comprimento de mistura constante, como no caso de camada limite externa, não conduz a bons resultados. Reichardt (1951) propôs a seguinte expressão empírica para a difusividade turbulenta nessa região:

$$\frac{\varepsilon_M}{\nu} = \frac{\kappa y^+}{6} \left(1 + \frac{R}{R_i}\right) \left[1 + 2 \left(\frac{R}{R_i}\right)^2\right] \quad (2.11)$$

sendo  $R_i$  o raio interno do duto e  $R$ , no sistema de coordenadas cilíndricas, a distância do ponto à linha de centro. Nesse caso, a constante de von Karman,  $\kappa$ , é melhor representada por 0,40. A grandeza  $y^+$  é adimensionalizada de acordo com:

$$y^+ = \frac{Y U_m \sqrt{f/8}}{\nu} \quad (2.12)$$

em que  $Y = R_i - R$ . O limite de aplicação de cada equação é o ponto no qual os valores de  $\varepsilon_M/\nu$ , calculados por (2.10) e (2.11), são os mesmos. Uma alternativa mais simples e que conduz a resultados adequados é utilizar, em todo o núcleo turbulento, o valor de  $\varepsilon_M/\nu$  calculado pela Eq.(2.11) na linha de centro.

O fator de atrito  $f$  é obtido por meio de correlações empíricas. Pode ser calculado por meio da correlação proposta por Gnielinski (1976), a qual fornece um desvio de até 10%, sendo uma das mais precisas, válida para  $2300 \leq Re \leq 5 \times 10^6$ . Assim,

$$f = (0,790 \ln Re_D - 1,64)^{-2} \quad (2.13)$$

Os resultados foram apresentados sem considerar o que acontece quando propriedades como viscosidade e densidade variam com a temperatura. Por exemplo, na adimensionalização indicada em (2.8) e (2.9), essas duas propriedades são empregadas e surge a questão a respeito do local, ou da temperatura, em que elas deveriam ser avaliadas. A mesma questão surge a respeito da avaliação dos números de Reynolds, Eq.(2.1). Há poucos trabalhos que tratam do efeito provocado pela dependência das propriedades físicas do fluido com a temperatura, não sendo suficiente as informações a respeito de como considerar as equações básicas.

A determinação do perfil de velocidade a partir da equação da quantidade de movimento depende do conhecimento, em cada ponto do escoamento, das propriedades físicas, que

dependem do campo de temperatura. Esse campo, por sua vez, é obtido da equação da energia apenas quando se conhece a distribuição de velocidades. O problema torna-se, assim, acoplado e as equações devem ser resolvidas simultaneamente: considerando propriedades constantes, resolve-se o campo de velocidade pela equação da quantidade de movimento. Com esse campo, calculam-se as temperaturas em cada ponto pela equação da energia e, em seguida, as propriedades físicas, que serão novamente introduzidas na equação da quantidade de movimento. Repete-se esse processo até a convergência das distribuições de velocidade e temperatura.

## 2.4 Transferência de Calor em Escoamentos Turbulentos em Dutos

Na solução da equação da energia em escoamentos turbulentos, surge o termo  $\overline{T'V'}$ , sendo  $T$  a flutuação de temperatura resultante da turbulência. Em analogia ao tratamento do termo  $\overline{U'V'}$ , Eq.(2.4), define-se a difusividade turbulenta térmica  $\varepsilon_H$  como:

$$\overline{T'V'} = -\varepsilon_H \frac{\partial \bar{T}}{\partial Y} \quad (2.14)$$

$\bar{T}$  é a temperatura média em cada ponto do escoamento. Interessa aqui apenas como estimar o valor de  $\varepsilon_H$ ; o modo como o termo  $\overline{T'V'}$  surge será discutido no capítulo 4, quando as equações da energia e da quantidade de movimento são discutidas com mais detalhes. Os resultados apresentados para  $\varepsilon_M$  e  $\varepsilon_H$  neste capítulo serão diretamente inseridos naquelas equações. No caso laminar,  $\overline{T'V'} = 0$ , de modo que  $\varepsilon_H = 0$ .

Para a avaliação de  $\varepsilon_H$ , fez-se relação à difusividade turbulenta da quantidade de movimento,  $\varepsilon_M$ , uma vez que o procedimento para cálculo de  $\varepsilon_M$  já está estabelecido. Desse modo, define-se número de Prandtl turbulento,  $Pr_t$ :

$$Pr_t = \frac{\varepsilon_M}{\varepsilon_H} \quad (2.15)$$

Para estimar o número de Prandtl turbulento  $Pr_t$ , há a analogia entre a transferência da quantidade de movimento e energia, a mais simples das quais é a denominada Analogia de Reynolds, segundo a qual  $\varepsilon_M = \varepsilon_H$  e  $Pr_t = 1,0$ . Embora uma simplificação de um fenômeno bastante complexo, o resultado acima mostra-se adequado para fluidos com número de Prandtl,  $Pr$ , acima de 5,0. Experimentos para camada limite indicam que  $Pr_t$  varia entre 0,6 e 0,7 na

região externa da camada limite e em torno de 1,5 próximo à parede [Moffat e Kays, 1984]. Porém, os modelos algébricos de turbulência fornecem bons resultados para número de Prandtl turbulento  $Pr_t$  constante e em torno de 0,9 e 1,0 [Pletcher, 1988]. Para a determinação de  $Pr_t$  com maior precisão, pode-se utilizar a seguinte expressão [Kays e Crawford, 1980]:

$$Pr_t = \frac{1}{\frac{1}{2Pr_{t\infty}} + CPe_t \sqrt{\frac{1}{Pr_{t\infty}}} - (CPe_t)^2 \left[ 1 - \exp\left(-\frac{1}{CPe_t \sqrt{Pr_{t\infty}}}\right) \right]} \quad (2.16)$$

sendo:  $Pe_t = \frac{\varepsilon M}{\nu} Pr$  ;

$$Pr_{t\infty} = 0,86 , e$$

$$C = 0,2$$

O número de Prandtl é calculado por:

$$Pr = \frac{\mu c_p}{k} \quad (2.17)$$

sendo  $c_p$ ,  $k$  e  $\mu$  o calor específico à pressão constante, a condutividade térmica e a viscosidade dinâmica do fluido, respectivamente.

## 2.5 Introdução à Radiação

O mecanismo da transferência de calor por radiação térmica distingue-se da convecção por não ser local e por ser realizado sem contato físico direto entre os sistemas que apresentam temperaturas diferentes. A transferência de calor por radiação pode ocorrer mesmo que o espaço entre as duas superfícies esteja totalmente evacuado.

A radiação térmica pode ser entendida como o fluxo de radiação eletromagnética emitido por um meio (corpo sólido, líquido, mistura de gases). A temperatura e a radiação térmica emitida refletem o grau de energia interna do meio.

Nesta seção é tratada a transferência de calor radiante em meios participantes. Entre suas várias aplicações em engenharia, cita-se o dimensionamento de sistemas térmicos como câmaras

de combustão e geradores de vapor, devido à presença de gases de combustão em temperaturas elevadas. Negligenciar o mecanismo de radiação térmica em meios participantes resulta em dimensionamentos incorretos desses sistemas.

## 2.6 Radiação em Meios Participantes

Meios participantes absorvem, emitem e espalham energia radiante. São exemplos de meios participantes gases como o monóxido e o dióxido de carbono, o metano e o vapor de água. O ar e os gases monoatômicos são transparentes à radiação térmica.

**Mecanismos Físicos de Absorção e Emissão:** As propriedades radiantes de sólidos opacos variam mais suavemente com o comprimento de onda do que as dos gases. As Figuras 2.3(a) e 2.3(b) mostram essa tendência para a emitância espectral hemisférica do tungstênio e o coeficiente de absorção do dióxido de carbono.

As irregularidades decorrem dos vários tipos de transição de energia que ocorrem nos gases, compostos de moléculas, átomos, íons e elétrons livres, cada qual com níveis diferentes de energia. Sob o ponto de vista atômico, o processo de radiação pode ser entendido através do conceito de fóton, a unidade básica de radiação. Emissão e absorção ocorrem quando fótons são liberados e capturados, respectivamente, provocando transições de energia.

Três tipos de transição podem ocorrer : *bound-bound*, *bound-free* e *free-free*. A radiação em problemas de engenharia geralmente envolve gases que participam com transições nos estados de vibração ou rotação (*bound-bound*) e que, desse modo, têm coeficientes de absorção que variam bruscamente com o comprimento de onda. Neste caso, o fóton é absorvido ou emitido por um átomo ou molécula e não se verifica recombinação de íons e elétrons, mas salto quântico de energia de um estado de vibração, rotação ou eletrônico para outro. Uma vez que essas variações de energia ocorrem aos saltos, os coeficientes de absorção e emissão são funções que variam abruptamente com o comprimento de onda.

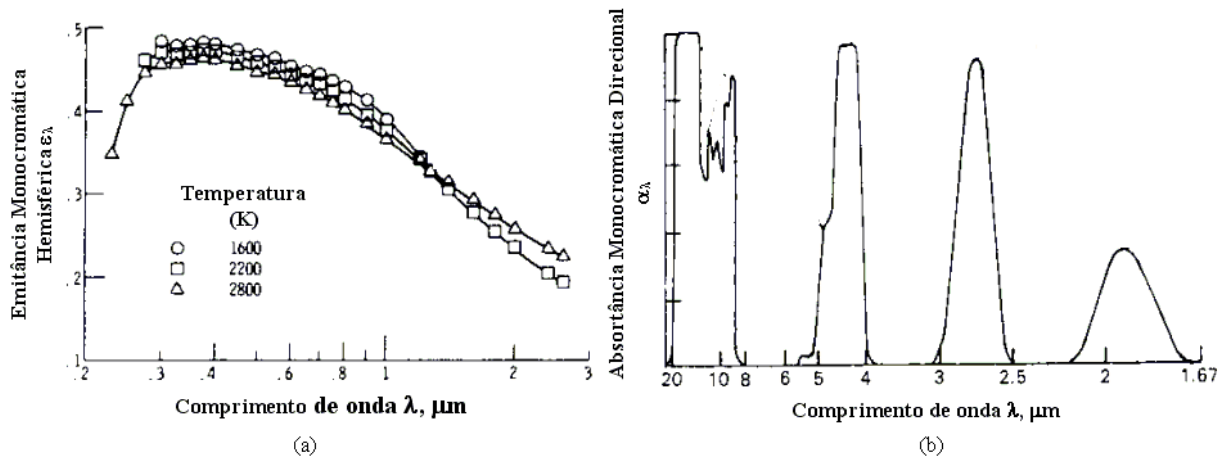


Figura 2.3 Comparação entre as propriedades radiantes do tungstênio e dióxido de carbono: efeito do comprimento de onda na (a) emitância espectral hemisférica do tungstênio; (b) absorptância espectral direcional do dióxido de carbono [Siegel e Howell, 2002].

**Formulação matemática:** Na área diferencial  $dA$  da Figura 2.4, contida em gás participante, incide a taxa de energia radiante espectral  $d^3Q$ , dentro do ângulo sólido  $d\omega$ . A intensidade de radiação  $i_{\lambda}$  é a energia radiante incidente nessa área por unidade de tempo, ângulo sólido e área projetada na direção normal a  $i_{\lambda}$ :

$$i_{\lambda} = \frac{d^3Q}{dA \cos \beta d\omega d\lambda} \quad (2.18)$$

onde  $\beta$  é o ângulo entre a normal da área e a direção do ângulo sólido. A intensidade mantém-se constante quando não há atenuação ou emissão no meio.

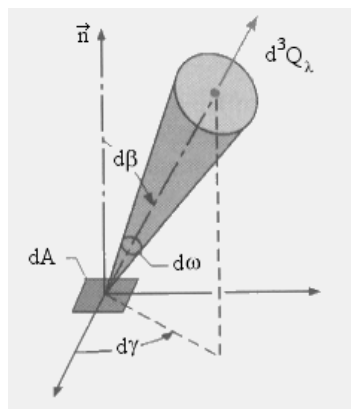


Figura 2.4 Geometria para definição da intensidade de radiação em meio participante.

Conforme apresentado na Figura 2.5, a redução na intensidade de radiação atravessando uma camada de meio participante de espessura  $dS$  é proporcional ao produto de  $i_\lambda$  por  $dS$ , sendo a constante de proporcionalidade dada pelo coeficiente de extinção  $K_\lambda$  :

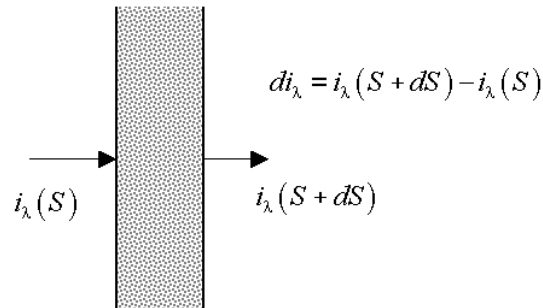


Figura 2.5 Absorção de radiação em uma camada de meio participante com espessura infinitesimal,  $dS$ .

$$di_{\lambda a} = -K_\lambda i_\lambda dS \quad (2.19)$$

$K_\lambda$  depende do comprimento de onda  $\lambda$  e das temperatura, pressão e composição do gás ou mistura de gases.

O coeficiente de extinção  $K_\lambda$  é composto pelos coeficientes de absorção,  $a_\lambda$ , e de espalhamento,  $\sigma_\lambda$  :

$$K_\lambda = a_\lambda + \sigma_\lambda \quad (2.20)$$

Neste trabalho, não é considerado o espalhamento, de modo que  $K_\lambda = a_\lambda$ . O coeficiente de absorção depende da temperatura e pressão do gás e apresenta forte variação com o comprimento de onda. Quando a intensidade atravessa uma camada finita, a Eq.(2.19) é integrada ao longo da trajetória percorrida, resultando:

$$i_\lambda(S) = i_\lambda(0) \exp[-\kappa_\lambda(S)] \quad (2.21)$$

onde  $i_\lambda(0)$  e  $i_\lambda(S)$  são as intensidades nas extremidades inicial e final da trajetória,  $\kappa_\lambda$  a espessura óptica ou opacidade. A Eq.(2.21), a Lei de Bouguer, mostra que a intensidade de radiação é atenuada exponencialmente ao longo do caminho considerado.

Assim como  $a_\lambda$ , a espessura óptica  $\kappa_\lambda$  depende da temperatura, pressão e composição do meio ao longo da trajetória de integração, sendo uma medida da capacidade do meio de atenuar energia radiante no comprimento de onda  $\lambda$ . Quanto maior a espessura óptica, maior será a atenuação. Quando o coeficiente de absorção  $a_\lambda$  é constante ao longo da trajetória de integração, a espessura óptica se reduz a:

$$\kappa_\lambda(S) = a_\lambda S \quad (2.22)$$

Além da absorção e espalhamento, os gases participantes emitem radiação. A intensidade de radiação emitida na direção  $S$  por um elemento infinitesimal de meio participante com temperatura  $T$  é dada por:

$$di_{\lambda e} = a_\lambda i_{\lambda b} dS \quad (2.23)$$

onde  $i_{\lambda b}$  é a intensidade de radiação do corpo negro na temperatura  $T$ .

**Transferência de Energia Radiante no Interior de Cavidades:** A Figura 2.6 apresenta uma cavidade limitada por  $N$  superfícies e contendo um gás participante em seu interior. Nesta análise, cada uma das superfícies é admitida isotérmica e assume-se que as energias radiantes emitida e refletida por elas, bem como a incidente, sejam difusas e uniformemente distribuídas em suas áreas. O gás, porém, não é necessariamente isotérmico.

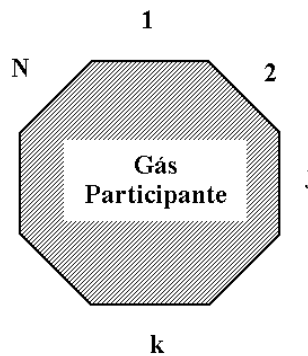


Figura 2.6 Cavidade composta por  $N$  superfícies isotérmicas e contendo gás participante.

A taxa de energia radiante espectral,  $dQ_k$ , que uma superfície genérica  $k$  perde é obtida de:

$$dQ_k = A_k (q_{\lambda o,k} + q_{\lambda i,k}) d\lambda \quad (2.24)$$

onde  $q_{\lambda o,k}$  e  $q_{\lambda i,k}$  são, respectivamente, a radiosidade e a irradiação espectrais da superfície  $k$ , em  $W/m^2 \mu m$ , sendo  $A_k$  sua área. A relação entre  $q_{\lambda o,k}$  e  $q_{\lambda i,k}$  é dada por:

$$q_{\lambda o,k} = \varepsilon_{\lambda,k} e_{\lambda b,k} d\lambda + (1 - \alpha_{\lambda,k}) q_{\lambda i,k} \quad (2.25)$$

$\varepsilon_{\lambda,k}$  e  $\alpha_{\lambda,k}$  são, respectivamente, a emitância e a absorvância espectrais hemisféricas da superfície  $k$  e  $e_{\lambda b,k}$ , o poder emissivo do corpo negro à temperatura dessa superfície. A radiosidade e a irradiação são também consideradas difusas.

A irradiação  $q_{\lambda i,k}$  leva em consideração tanto a radiação das superfícies quanto o efeito do gás participante. Na Figura 2.7, apresenta-se um par de superfícies  $j$ - $k$ , separadas pelo gás. Na direção de  $S$ , deixa a área  $dA_j$  a radiação de intensidade  $i_{\lambda,j}$  que atravessa o meio contido no ângulo sólido  $d\omega_k$  e atinge  $dA_k$ .

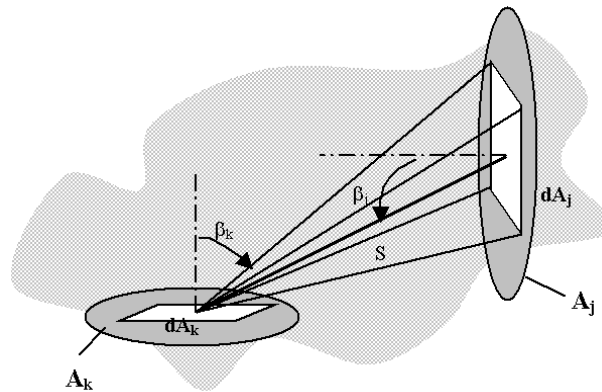


Figura 2.7 Troca radiante entre duas superfícies com meio participante entre elas.

A taxa de energia radiante que chega a  $dA_k$ ,  $d^3Q_{i,j-k}$ , provém da definição de intensidade de radiação [Siegel e Howell, 2002], Eq.(2.18):



$$d^3Q_{i,j-k} = \left( \frac{q_{\lambda o,j}}{\pi} \exp(-\kappa_\lambda) + \int_0^{\kappa_\lambda} \frac{e_{\lambda b}(\kappa_\lambda^*)}{\pi} \exp(-\kappa_\lambda + \kappa_\lambda^*) d\kappa_\lambda^* \right) \times \frac{\cos \beta_j \cos \beta_k}{S^2} dA_j dA_k d\lambda \quad (2.26)$$

Integrando-se a Eq.(2.26) e dividindo-se por  $A_k$  e  $d\lambda$ , chega-se à irradiação espectral, proveniente da superfície  $A_j$ :

$$q_{\lambda i,j-k} = \frac{1}{A_k} \int_{A_j} \int_{A_k} \frac{d^3Q_{i,j-k}}{d\lambda} \quad (2.27)$$

O total da irradiação espectral,  $q_{\lambda i,k}$ , que chega a  $k$  deve levar em conta todas as outras superfícies, de  $j=1$  até  $N$ :

$$q_{\lambda i,k} = \sum_{j=1}^N q_{\lambda i,j-k} \quad (2.28)$$

Finalmente, a irradiação total em  $k$ ,  $q_{i,k}$ , é obtida pela integração de  $q_{\lambda i,k}$  em todos os comprimentos de onda,  $\lambda$ :

$$q_{i,k} = \int_{\lambda} q_{\lambda i,k} d\lambda \quad (2.29)$$

Conhecida a distribuição de temperatura do gás, a solução do problema exige o conhecimento da temperatura ou da taxa de energia radiante espectral em cada superfície. Em geral, o campo de temperatura do gás é desconhecido e é necessário o balanço de energia radiante no gás. Na realidade, os problemas podem conter os outros modos de transferência, condução e convecção, e é necessário o balanço global de energia no gás e nas superfícies envolventes.

**Balanço de Energia Radiante no Meio Participante:** Na solução da equação da energia no meio participante, é necessário o balanço de energia radiante em cada volume infinitesimal do meio. Como será visto no capítulo 4, esse balanço aparece como a divergência do fluxo de energia radiante que atravessa as fronteiras desse volume,  $div(\vec{q}_R)$ . Fisicamente, esse termo corresponde à taxa de energia radiante perdida por unidade de volume.

A taxa de energia espectral emitida por um elemento volumétrico de gás  $dV$  é:

$$d^2Q_{\lambda,e} = 4e_{\lambda,b}a_{\lambda}d\lambda dV \quad (2.30)$$

De modo análogo ao utilizado na obtenção da equação acima [Siegel e Howell, 2002], pode-se demonstrar que a energia absorvida por esse elemento é:

$$d^2Q_{\lambda,a} = 4\pi\bar{i}_{\lambda}a_{\lambda}d\lambda dV \quad (2.31)$$

sendo  $\bar{i}_{\lambda}$  o valor médio da intensidade de radiação incidente em  $dV$ ,  $i_{\lambda}$ , dentro do ângulo sólido  $d\omega$ . Definindo-se  $\bar{i}_{\lambda}$  como:

$$\bar{i}_{\lambda} = \frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} i_{\lambda} d\omega \quad (2.32)$$

A taxa líquida total de energia dissipada, por unidade de volume, deve levar em conta todos os comprimentos de onda. Desse modo:

$$\begin{aligned} \text{div}(\vec{q}_R) &= \int_{\lambda} dq_{\lambda} \\ &= 4 \int_{\lambda} a_{\lambda} [e_{\lambda,b}(T) - \pi\bar{i}_{\lambda}] d\lambda \end{aligned} \quad (2.33)$$

**Análise da Formulação de Cálculo:** Embora o equacionamento descrito acima seja completo e consistente, sua aplicação em problemas reais é quase impraticável. Em primeiro lugar, o campo de temperaturas no gás dificilmente é conhecido e a utilização da Eq.(2.33) é dificultada por duas razões: a intensidade média em cada ponto é desconhecida e a avaliação da emissão depende das temperaturas, tornando o processo iterativo. Segundo, as propriedades radiantes do gás dependem de suas condições térmicas, que não são conhecidas. Além disso, o balanço total de energia requer a integração das equações espectrais, que são dificultadas pelo comportamento descontínuo das propriedades espectrais.

Desse modo, simplificações são feitas tanto na descrição das propriedades dos gases quanto na formulação do processo. São comuns soluções que admitem o gás como cinza, ou seja, suas propriedades radiantes não variam no espectro. Em outros problemas, sua temperatura pode ser assumida constante, permitindo o uso de tabelas apropriadas à transferência radiante em

cavidades de diferentes geometrias. De qualquer forma, a formulação desenvolvida é ponto de partida para os métodos de solução computacionais.

## 2.7 Modelos de Gases Participantes

A solução de problemas que envolvem a combinação do transporte de energia por convecção e radiação térmica em escoamento de gases a altas temperaturas requer o conhecimento das propriedades radiantes dos gases. Sendo necessário, então, um método eficiente para a solução da equação de transferência de calor por radiação, a fim de determinar o campo espectral radiante, e eventualmente calcular a divergência do fluxo radiante [Viskanta, 1998].

Para a avaliação das propriedades de gases participantes existem diversos modelos que podem ser seguidos. Estes foram desenvolvidos de modo a levarem em consideração a estrutura espectral da radiação gasosa. São classificados em dois, principais, tipos: modelos de bandas e modelos globais (totais). Este trabalho, devido às condições adotadas para estudo, segue um dos modelos globais.

### • Soma-Ponderada-de-Gases-Cinzas

Supondo-se um gás participante à temperatura constante e estabelecida uma trajetória  $S$ , sua emitância direcional espectral  $\varepsilon_\lambda$ , é dependente desta trajetória, da temperatura e da pressão do gás. Define-se emitância direcional total,  $\varepsilon_g$ , como sendo a razão da energia radiante emitida pelo gás na direção  $S$  pela energia que seria emitida pelo corpo negro à temperatura do gás. Assim, expressando-se essas energias direcionais em termos de intensidade de radiação, obtém-se:

$$\varepsilon_g = \sum_{i=0}^I C_{e,i}(T) [1 - \exp(-a_i S)] \quad (2.34)$$

sendo  $e_{\lambda,b} = i_{\lambda,b} / \pi$ .

Embora o coeficiente de absorção apresente comportamento descontínuo no espectro de radiação, Figura 2.3(b), é possível dividir esse espectro em  $I$  regiões onde o coeficiente de absorção pode ser considerado constante.

Assim, a emitância do gás real pode ser dada pela soma ponderada das emitâncias dos gases cinzas "contidos" no seu espectro de radiação, sendo o fator de ponderação função apenas da temperatura.  $C_{e,i}$  são os termos de ponderação, função apenas da temperatura;  $i = 0$

corresponde a todas as faixas do espectro nas quais o coeficiente de absorção é zero. Assim,  $a_0 = 0$  e, pela definição dos fatores de ponderação:

$$C_{e,0}(T) = 1 - \sum_{i=1}^I C_{e,i}(T) \quad (2.35)$$

O coeficiente de absorção é dependente da temperatura, pressão e composição do gás, e a emitância total depende, adicionalmente, da trajetória  $S$  considerada.

O mesmo procedimento pode ser utilizado para a avaliação da absorptância direcional total do gás,  $\alpha_g$ , definida como a razão entre a energia absorvida pelo gás na trajetória  $S$  e a energia incidente. Novamente, divide-se o domínio de integração acima nas  $I$  regiões em que  $a_\lambda$  pode ser considerado constante, ou seja, nas  $I$  regiões "cinzas" do gás [Siegel e Howell, 2002]. Assim,

$$\begin{aligned} \alpha_g &= \sum_{i=0}^I \left\{ [1 - \exp(-a_i S)] \frac{\int_{\Delta\lambda_i} i_\lambda(0) d\lambda}{\int_{\lambda} i_\lambda(0) d\lambda} \right\} \\ &= \sum_{i=0}^I \{ C_{a,i}(T, T_e) [1 - \exp(-a_i S)] \} \end{aligned} \quad (2.36)$$

sendo  $C_{a,i}$  os coeficientes de ponderação, dependentes das temperaturas do gás,  $T$ , e da fonte emissora,  $T_e$ . A dependência de  $C_{a,i}$  em relação a  $T$  deve-se ao fato de que é essa temperatura que determina as faixas  $\Delta\lambda_i$  do espectro em que  $a_i$  pode ser admitida constante; em relação a  $T_e$ , essa dependência vem da relação entre os termos integrais da Eq.(2.36).

As Eqs.(2.34) e (2.36) foram obtidas apenas por meio de artifícios algébricos e são capazes de fornecer valores exatos para  $\varepsilon_g$  e  $\alpha_g$ , desde que conhecido o comportamento espectral do coeficiente de absorção  $a_\lambda$ . Mas, nesse ponto reside a maior dificuldade, pois para cada temperatura e pressão, esse comportamento varia muito, sendo necessário o conhecimento do comportamento espectral de  $a_\lambda$  para cada condição. Uma alternativa é empregar as Eqs.(2.34) e (2.36) como equações de interpolação de valores experimentais de  $\varepsilon_g$  e  $\alpha_g$ , sendo os coeficientes de absorção ai considerados independentes da temperatura, e  $C_{e,i}(T)$  e  $C_{a,i}(T, T_e)$  funções apenas das temperaturas envolvidas, sendo esse, em essência, o procedimento adotado no modelo da soma ponderada de gases cinzas. Além disso, as faixas do espectro em que  $a_\lambda$  é

constante são independentes da temperatura do gás, de modo que  $C_{a,i}(T, T_e) = C_{a,i}(T_e)$ . Quando a fonte emissora é um corpo negro, ocorre, da definição dos coeficientes de ponderação  $C_{e,i}$  e  $C_{a,i}$ , que  $C_{e,i}(T) = C_{a,i}(T)$ .

Smith, Shen e Friedman (1982) representaram os coeficientes de ponderação por meio de uma função polinomial de ordem  $J-1$  da temperatura:

$$C_{e,i}(T) = \sum_{j=1}^J c_{e,i,j} T^{j-1} \quad (2.37)$$

em que  $c_{e,i,j}$  são os coeficientes da função polinomial. Assim, a Eq.(2.34) torna-se:

$$\varepsilon_g = \sum_{i=1}^I \left( \sum_{j=1}^J c_{e,i,j} T^{j-1} \right) [1 - \exp(-a_i S)] \quad (2.38)$$

Utilizou-se o modelo de soma ponderada de gases cinzas para determinar as absorptâncias e emitâncias de gases resultantes de combustão. Geralmente, a temperatura desses gases situa-se entre 600 e 2400 K e a pressão total mantém-se em torno de 1 atm. O produto da combustão estequiométrica de óleos combustíveis contém a mistura de dióxido de carbono e vapor de água, ambos à pressão de 0,1 atm no caso de combustão estequiométrica e metano, as pressões parciais do dióxido de carbono e do vapor de água são, respectivamente, 0,1 e 0,2 atm. O restante da mistura é nitrogênio, que é transparente à radiação térmica.

Para essas condições de temperatura e pressão, utilizou-se a Eq.(2.38) como equação de interpolação de valores experimentais da emitância total dessas misturas. Testes preliminares mostraram a equação de interpolação resultante de  $I = 3$  e  $J = 4$  como adequada. Os coeficientes polinomiais  $c_{e,ij}$  e os coeficientes de absorção  $a_i$ , assim obtidos, são apresentados na Tabela 2.1, que também indica as condições físicas para as quais os resultados foram gerados. A emitância total, avaliada por meio da Eq.(2.38) através desses coeficientes, manteve-se em concordância com os dados disponíveis.

Tabela 2.1 Coeficientes para cálculo da emitância total - modelo de soma ponderada de gases cinzas [Smith, Shen e Friedman, 1982].

I	$a_i$ (m-1)	$ce,i,1 \times 10^4$	$ce,i,2 \times 10^4$ (K-1)	$ce,i,3 \times 10^7$ (K-2)	$ce,i,4 \times 10^{11}$ (K-3)
Mistura CO <sub>2</sub> +H <sub>2</sub> O : $P_{CO_2} = 0,1$ atm, $P_{H_2O} = 0,1$ atm					
1	0,08606	5,150	-2,303	0,9779	-1,494
2	1,4110	0,7749	3,399	-2,297	3,770
3	35,620	1,907	-1,824	0,5608	-0,5122
Mistura CO <sub>2</sub> +H <sub>2</sub> O : $P_{CO_2} = 0,1$ atm, $P_{H_2O} = 0,2$ atm					
1	0,12603	6,508	-5,551	3,029	5,353
2	1,9548	-0,2504	6,112	-3,882	6,528
3	39,570	2,718	-3,118	1,221	-1,612

$P_T = 1$  atm;  $0,001 \leq PS \leq 10,0$  atm-m;  $600 \leq T \leq 2400$  K

## 2.8 Método de Solução de Problemas de Radiação em Meios Participantes

A maioria dos métodos de solução da transferência de calor combinando condução, convecção e radiação em meios participantes foi desenvolvida a partir dos anos sessenta. De um modo geral, não existe método que possa ser considerado o melhor para todos os problemas; a escolha depende das características e exigências de cada um deles. Howell (1988) realizou uma análise dos principais métodos disponíveis para a solução de problemas envolvendo radiação em meios participantes, bem como as dificuldades enfrentadas nesses métodos.

Soluções por Elementos Finitos (FEM- *Finite-Element Method*) têm sido aplicadas em problemas combinando radiação e convecção e/ou condução térmica, considerando ou não espalhamento, com as condições de contorno podendo ser temperaturas ou fluxos de calor. É um método que pode fornecer um bom acoplamento e boa solução computacional mesmo quando outros modos de transferência de calor estão presentes. O meio participante é dividido em subvolumes (elementos finitos), “nós” são distribuídos ao longo das fronteiras dos elementos, sendo que alguns podem, também, ser posicionados no interior de cada elemento. A distribuição da temperatura (ou outra variável dependente) é descrita pela aplicação de funções de interpolação. Em problemas bidimensionais as distribuições de temperatura nos elementos são geralmente descritas por funções biquadráticas. A continuidade é garantida igualando-se as temperaturas da fronteira de cada elemento com as das fronteiras do elemento adjacente. A maior

desvantagem do método consiste no longo tempo de cálculo exigido, levando à aplicação de malhas pouco refinadas.

Um outro método de solução é o de Monte Carlo. O método é, em síntese, um conjunto de técnicas numéricas baseadas nas características estatísticas de processos físicos ou em modelos análogos que descrevam esses processos. São técnicas que se utilizam de um processo aleatório com o propósito de analisar problemas com alto grau de complexidade. No método, a emissão, absorção, reflexão e espalhamento são representados por uma função de densidade de probabilidade. Este método estatístico pode, em princípio, ser utilizado para simulação de todos os processos envolvidos em problemas de radiação. Uma das vantagens do método sobre outros é o tratamento simples do espalhamento, mesmo quando este não é homogêneo. A limitação, na utilização do Monte Carlo, reside na dificuldade de compatibilizar a malha por ele exigida e a requerida para a solução das equações da energia e da quantidade de movimento. Para contornar esse problema, é necessária uma redução da malha do método, para que haja coincidência com as malhas das equações da energia e da quantidade de movimento, resultando no aumento do número de simulações estatísticas, o que exige um alto poder computacional.

Existem ainda os métodos Multi-fluxos, os quais solucionam a equação da energia de forma diferencial. São, geralmente, aplicados em soluções de sistemas em meios translúcidos e opticamente delgados. Dentre estes métodos as aproximações  $P$ - $N$  são bastante conhecidas. Consistem na expansão da intensidade de radiação em harmônicos esféricos, com aproximação de até  $N$  termos. Através desse procedimento, é possível reduzir os termos íntegro-diferenciais resultantes do balanço de energia radiante em termos diferenciais. Quanto maior o valor de  $N$ , maior a precisão dos resultados provenientes desse método. Quando  $N = 1$ , o fluxo de energia radiante é expresso por meio de diferenciais de primeira ordem da intensidade de radiação, e o método é denominado aproximação diferencial. Desta forma, quando as séries são truncadas nos três primeiros termos, o método é chamado  $P_1$  ou  $P_3$ .

O método das zonas consiste na subdivisão do meio participante não isotérmico em volumes de gás onde as temperaturas são admitidas uniformes, denominados zonas de radiação. Da mesma forma, as superfícies envolventes podem ser divididas em zonas de superfície. O conceito básico do método é que as energias radiantes recebidas por uma zona de gás, por exemplo, de outras zonas, de área e de gás, são proporcionais, respectivamente, à radiosidade e ao poder emissivo de corpo negro correspondentes. As constantes de proporcionalidade são denominadas áreas de troca direta. Algumas limitações do método residem na dificuldade de tratar geometrias mais complexas do que cavidades cilíndricas e retangulares, na incorporação do fenômeno de espalhamento e na compatibilização da malha do método das zonas com a

requerida para solução dos termos difusivos e convectivos da equação da energia. Ainda assim, esse método tem se mostrado poderoso na solução de problemas tridimensionais e tem sido o mais utilizado em projetos de fornalhas. Nakra e Smith (1977), Clausen e Smith (1979), Smith et al. (1985) e França (1995) empregaram o método das zonas na transferência de calor no escoamento de gases participantes em dutos circulares. A dependência do coeficiente de absorção em relação ao comprimento de onda pode ser introduzida por meio do modelo da soma-ponderada-de-gases-cinzas.

## 2.9 O Modelo da Soma Ponderada de Gases Cinzas Aplicado ao Método das Zonas

Detalha-se, nesta secção, o procedimento para obter as expressões necessárias ao cálculo das trocas radiantes no interior de um duto de superfície cinza, sem a ocorrência de espalhamento.

### 2.9.1 Troca de energia radiante gás-superfície

A Figura 2.8 apresenta um volume de gás participante,  $V_\gamma$ , e uma superfície de área  $A_k$ . De acordo com o método das zonas, assume-se que cada um deles possui temperatura constante. A determinação da energia radiante que a zona de gás envia à área é dada pela integração das energias radiantes que cada volume infinitesimal  $dV_\gamma$ , contido em  $V_\gamma$ , envia a cada elemento infinitesimal  $dA_k$ , contido em  $A_k$ . Conforme Siegel e Howell (2002), a energia radiante espectral emitida por  $dV_\gamma$  é dada por  $4a_\lambda(T_\gamma)e_{\lambda b}(T_\gamma)dV_\gamma d\lambda$ , sendo  $a_\lambda(T_\gamma)$  o coeficiente de absorção de  $V_\gamma$  e  $e_{\lambda b}(T_\gamma)$  o poder emissivo do corpo negro à temperatura de  $V_\gamma$ . Essa emissão é uniforme em todas as direções, de modo que a energia emitida, por unidade de ângulo sólido é  $a_\lambda(T_\gamma)e_{\lambda b}(T_\gamma)dV_\gamma d\lambda / \pi$ . A energia emitida por  $V_\gamma$  que chega em  $dA_k$  deve estar contida dentro do ângulo sólido  $d\omega_{\gamma-k} = dA_k \cos\beta_k / S_{\gamma-k}^2$ , como indicado na Figura 2.8. Além disso, apenas a fração transmitida ao longo da trajetória  $S_{\gamma-k}$  deve ser levada em conta.



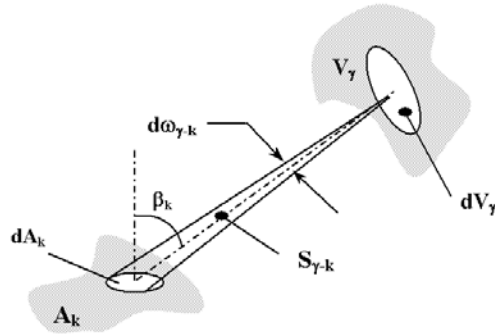


Figura 2.8 Troca de energia radiante ente uma zona de gás e uma zona de superfície.

A irradiação total ( $q_{i,\gamma-k}$ ) que chega a  $A_k$  proveniente de  $V_\gamma$  é determinada pela avaliação de toda energia radiante que sai do volume de gás em todo o espectro de radiação. Utiliza-se, para tanto, o modelo da soma-ponderada-de-gases-cinzas. Divide-se o espectro de radiação em  $I$  intervalos nos quais o coeficiente de absorção é independente do comprimento de onda e utiliza-se a hipótese de que  $q_i$  não depende da temperatura, sendo constante na trajetória  $S_{\gamma-k}$ . Assim:

$$\begin{aligned}
 q_{i,\gamma-k} &= \frac{1}{A_k} \sum_{i=0}^I \left[ C_{e,i}(T_\gamma) a_i \int_{V_\gamma} \int_{A_k} \frac{\cos \beta_k}{\pi S_{\gamma-k}^2} \exp(-a_i S_{\gamma-k}) dV_\gamma dA_k \right] \int_{\lambda} e_{\lambda b}(T_\gamma) d\lambda \\
 &= \frac{1}{A_k} \sum_{i=0}^I \left[ C_{e,i}(T_\gamma) \frac{a_i}{\pi} \int_{V_\gamma} \int_{A_k} \frac{\cos \beta_k}{S_{\gamma-k}^2} \exp[-a_i S_{\gamma-k}] dV_\gamma dA_k \right] \sigma T_\gamma^4
 \end{aligned} \tag{2.39}$$

em que os termos  $C_{e,i}(T_\gamma)$  são os coeficientes de ponderação da Eq.(2.34), calculados a partir da Eq.(2.37). Define-se como área de troca direta  $(\overline{g_\gamma s_k})_i$ , para cada gás cinza  $i$ :

$$(\overline{g_\gamma s_k})_i = \frac{a_i}{\pi} \int_{V_\gamma} \int_{A_k} \frac{\cos \beta_k}{S_{\gamma-k}^2} \exp[-a_i S_{\gamma-k}] dV_\gamma dA_k \tag{2.40}$$

A área de fluxo direcionado  $\overrightarrow{g_\gamma s_k}$  é obtida de:

$$\overrightarrow{g_\gamma s_k} = \sum_{i=0}^I C_{e,i}(T_\gamma) (\overline{g_\gamma s_k})_i \tag{2.41}$$

e a irradiação  $q_{i,\gamma-k}$  torna-se igual a:

$$q_{i,\gamma-k} = \frac{\overrightarrow{g_\gamma s_k}}{A_k} \sigma T_\gamma^4 \quad (2.42)$$

em que  $\overrightarrow{g_\gamma s_k}$  depende da temperatura da fonte emissora de energia, o que determina um sentido de  $V_\gamma$  para  $A_k$ .

### 2.9.2 Troca de energia radiante superfície-superfície

Considera-se, agora, a troca entre duas superfícies,  $A_j$  e  $A_k$ , conforme a Figura 2.9. Como já discutido na apresentação da Eq.(2.26), a taxa de energia espectral,  $d^3Q_{j-k}$ , que deixa  $dA_j$  e chega a  $dA_k$  é fornecida por:

$$d^3Q_{j-k} = \frac{q_{\lambda o,j}}{\pi} \exp \left[ - \int_0^{S_{j-k}} a_\lambda(S^*) dS^* \right] \frac{\cos \beta_j \cos \beta_k}{S_{j-k}^2} dA_j dA_k d\lambda \quad (2.43)$$

onde  $q_{\lambda o,j}$  é a radiosidade espectral da superfície  $A_j$ . Obtém-se a taxa total de energia  $Q_{j-k}$  e, em seguida, a irradiação  $q_{i,j-k}$ , pela integração desta equação nas áreas  $A_j$  e  $A_k$  e em todos os comprimentos de onda  $\lambda$ :

$$Q_{j-k} = q_{i,j-k} A_k = \int_{\lambda} \int_{A_j} \int_{A_k} \frac{q_{\lambda o,j}}{\pi} \exp \left[ - \int_0^{S_{j-k}} a_\lambda(S^*) dS^* \right] \frac{\cos \beta_j \cos \beta_k}{S_{j-k}^2} dA_j dA_k d\lambda \quad (2.44)$$

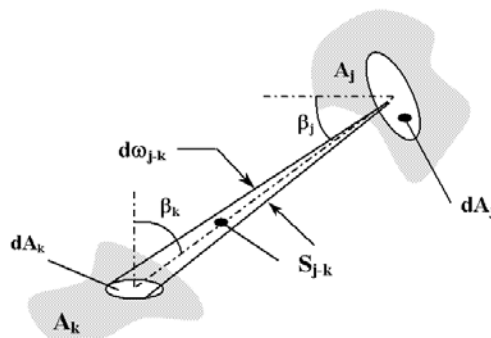


Figura 2.9 Troca de energia radiante entre duas zonas de superfície.

Valendo-se novamente do modelo de soma-ponderada-de-gases-cinzas e admitindo-se que  $q_{\lambda o,j}$  seja diretamente proporcional a  $e_{\lambda b}(T_j)$ , tem-se:

$$q_{\lambda o,j} = cte \times e_{\lambda b}(T_j) \quad (2.45)$$

Integrando-se os dois membros desta equação em todo o espectro de radiação e no intervalo  $\Delta\lambda_i$ , resulta:

$$\int_{\Delta\lambda_i} q_{\lambda o,j} dx = C_{e,i}(T_j) q_{o,j} \quad (2.46)$$

onde  $q_{o,j}$  é a radiosidade da superfície  $A_j$  e  $C_{e,i}$ , os mesmos coeficientes da Eq.(2.34).

A Eq.(2.45) é rigorosamente exata apenas quando a superfície  $A_j$  é negra. Neste trabalho, as superfícies são assumidas cinzas e ela constitui uma aproximação. Desse modo, pode-se escrever:

$$q_{i,j-k} = \frac{1}{A_k} \sum_{i=0}^I \left( C_{e,i}(T_j) \int_{A_j} \int_{A_k} \exp(-a_i S_{j-k}) \frac{\cos \beta_j \cos \beta_k}{\pi S_{j-k}^2} dA_j dA_k \right) q_{o,j} \quad (2.47)$$

As áreas de troca direta  $(\overline{s_j s_k})_i$  e de fluxo direcionado  $\overline{s_j s_k}$  podem ser escritas como:

$$(\overline{s_j s_k})_i = \int_{A_j} \int_{A_k} \exp(-a_i S_{j-k}) \frac{\cos \beta_j \cos \beta_k}{\pi S_{j-k}^2} dA_j dA_k \quad (2.48)$$

$$\overline{s_j s_k} = \sum_{i=0}^I C_{e,i}(T_j) (\overline{s_j s_k})_i \quad (2.49)$$

Com isso,  $q_{i,j-k}$  torna-se:

$$q_{i,j-k} = \frac{\overline{s_j s_k}}{A_k} q_{o,j} \quad (2.50)$$

Observe que a irradiação na superfície  $k$  depende do conhecimento da radiosidade em cada superfície  $j$  e que, conforme já visto, a radiosidade é obtida por meio do conhecimento da irradiação, que é o que se pretende determinar. Um modo de evitar esse problema é utilizar as chamadas áreas de troca direta totais [Hottel e Sarofim, 1967], que levam em conta as múltiplas reflexões e absorções que ocorrem nas superfícies. Nesse caso, a energia radiante que a zona  $A_j$  envia a  $A_k$  é obtida pelo produto da área de troca direta total pelo poder emissivo do corpo negro à temperatura de  $A_j$ ,  $\sigma T_j^4$ . Neste trabalho, optou-se por manter as áreas de troca direta, não introduzindo as áreas de troca totais.

A irradiação total em  $A_k$  é dada pela soma das irradiações provenientes das  $\Gamma$  zonas de gás e das  $J$  zonas de superfície:

$$q_{i,k} = \sum_{\gamma=1}^{\Gamma} q_{i,\gamma-k} + \sum_{j=1}^J q_{i,j-k} = \frac{1}{A_k} \left( \sum_{\gamma=1}^{\Gamma} \overline{g_{\gamma} s_k} \sigma T_{\gamma}^4 + \sum_{j=1}^J \overline{s_j s_k} q_{o,j} \right) \quad (2.51)$$

### 2.9.3 Troca de energia radiante gás-gás

Considera-se, a seguir, a troca de energia radiante entre duas zonas de gás,  $V_{\gamma}$  e  $V_{\gamma^*}$ , conforme a Figura 2.10.

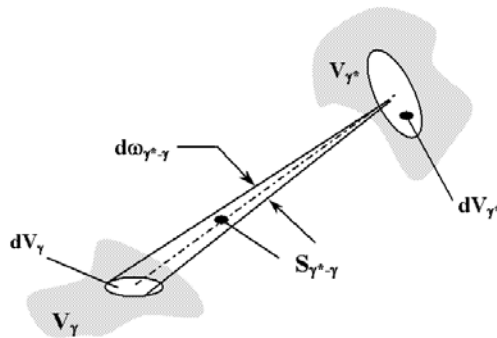


Figura 2.10 Troca de energia radiante entre duas zonas de gás.

A taxa de energia espectral emitida por  $dV_{\gamma^*}$ , contida no ângulo sólido  $d\omega_{\gamma^*-\gamma} = dA_{\gamma} / S_{\gamma^*-\gamma}^2$ , é igual a  $i_{\lambda,b}(T_{\gamma^*}) a_{\lambda}(T_{\gamma^*}) d\lambda d\omega_{\gamma^*-\gamma} dV_{\gamma^*}$ . A energia absorvida por  $dV_{\gamma}$ ,  $d^3 Q_{\lambda a, \gamma^*-\gamma}$ , é dada por:

$$d^3Q_{a,\gamma^*-\gamma} = a_\lambda(T_{\gamma^*})e_{\lambda b}(T_{\gamma^*})d\lambda dV_{\gamma^*} \frac{a_\lambda(T_\gamma)dV_\gamma}{\pi S_{\gamma-\gamma}^2} \exp\left[-\int_0^{S_{\gamma^*-\gamma}} a_\lambda(S^*)dS^*\right] \quad (2.52)$$

Encontra-se a energia total emitida por  $V_{\gamma^*}$  e absorvida por  $V_\gamma$  pela integração de  $d^3Q_{a,\gamma^*-\gamma}$  em  $V_{\gamma^*}$ ,  $V_\gamma$  e  $\lambda$ . Aplicando-se, novamente, o modelo de soma-ponderada-de-gases-cinzas, obtém-se:

$$Q_{a,\gamma^*-\gamma} = \left[ \sum_{i=0}^I C_{e,i}(T_{\gamma^*}) a_i^2 \int_{V_{\gamma^*}} \int_{V_\gamma} \frac{\exp(-a_i S_{\gamma^*-\gamma})}{\pi S_{\gamma^*-\gamma}^2} dV_\gamma dV_{\gamma^*} \right] \sigma T_{\gamma^*}^4 \quad (2.53)$$

As áreas de troca direta  $(\overline{g_{\gamma^*}g_\gamma})_i$  e de fluxo direcionado  $\overrightarrow{g_{\gamma^*}g_\gamma}$  são definidas como:

$$(\overline{g_{\gamma^*}g_\gamma})_i = a_i^2 \int_{V_{\gamma^*}} \int_{V_\gamma} \frac{\exp(-a_i S_{\gamma^*-\gamma})}{\pi S_{\gamma^*-\gamma}^2} dV_\gamma dV_{\gamma^*} \quad (2.54)$$

$$\overrightarrow{g_{\gamma^*}g_\gamma} = \sum_{i=0}^I \left[ C_{e,i}(T_{\gamma^*}) (\overline{g_{\gamma^*}g_\gamma})_i \right] \quad (2.55)$$

Assim, a taxa de energia radiante emitida por  $V_{\gamma^*}$  e absorvida por  $V_\gamma$  é dada por:

$$Q_{a,\gamma^*-\gamma} = \overrightarrow{g_{\gamma^*}g_\gamma} \sigma T_{\gamma^*}^4 \quad (2.56)$$

## 2.9.4 Troca de energia radiante superfície-gás

A energia radiante que o volume  $V_\gamma$  recebe de uma área  $A_j$ , conforme a Figura 2.11, provém da integração em  $A_k$ ,  $V_\gamma$  e  $\lambda$  da energia radiante proveniente de  $dA_j$  e absorvida por  $dV_\gamma$ , indicada por  $d^3Q_{\lambda a,j-\gamma}$ :

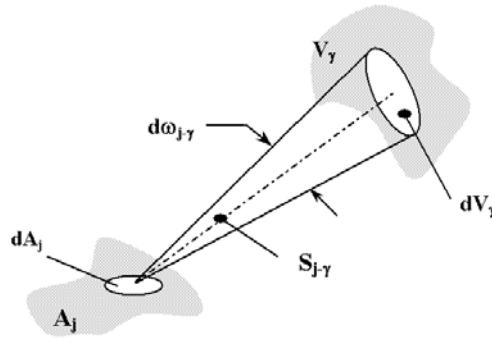


Figura 2.11 Troca de energia radiante entre uma zona de superfície e uma zona de gás.

$$d^3Q_{\lambda a, j-\gamma} = \frac{q_{\lambda o, j}}{\pi} \exp\left(\int_0^{S_{j-\gamma}} -a_\lambda(S^*) dS^*\right) dV_\gamma \frac{dA_j \cos \beta_j}{S_{j-\gamma}^2} a_\lambda(T_\gamma) d\lambda \quad (2.57)$$

Utilizando-se o modelo de soma-ponderada-de-gases-cinzas no método das zonas, chega-se a:

$$Q_{a, j-\gamma} = \sum_{i=0}^I \left( C_{e, i}(T_j) \frac{a_i}{\pi} \int_{V_\gamma} \int_{A_j} \frac{\exp(-a_i S_{j-\gamma}) \cos \beta_j}{S_{j-\gamma}^2} dV_\gamma dA_j \right) q_{o, j} \quad (2.58)$$

As áreas de troca direta  $(\overline{s_j g_\gamma})_i$  e de fluxo direcionado  $\overrightarrow{s_j g_\gamma}$  são obtidas de:

$$(\overline{s_j g_\gamma})_i = \frac{a_i}{\pi} \int_{V_\gamma} \int_{A_j} \frac{\exp(-a_i S_{j-\gamma}) \cos \beta_j}{S_{j-\gamma}^2} dV_\gamma dA_j \quad (2.59)$$

$$\overrightarrow{s_j g_\gamma} = \sum_{i=0}^I C_{e, i}(T_j) (\overline{s_j g_\gamma})_i \quad (2.60)$$

sendo  $T_j$  a temperatura da superfície  $A_j$ . Nota-se que  $(\overline{s_j g_\gamma})_i = (\overline{g_\gamma s_j})_i$ , porém  $\overrightarrow{g_\gamma s_j}$  e  $\overrightarrow{s_j g_\gamma}$  não são necessariamente iguais. Desse modo, a taxa de energia proveniente de  $A_j$  e absorvida por  $V_\gamma$  torna-se:

$$Q_{a, j-\gamma} = \overrightarrow{s_j g_\gamma} q_{o, j} \quad (2.61)$$

A energia total absorvida por  $V_\gamma$ ,  $Q_a$ , é determinada pela inclusão da contribuição de todas as  $\Gamma$  zonas de gás e  $J$  zonas de superfície:

$$Q_{a,\gamma} = \sum_{\gamma^*=1}^{\Gamma} Q_{a,\gamma^*-\gamma} + \sum_{j=1}^J Q_{a,j-\gamma} = \sum_{\gamma^*=1}^{\Gamma} \overline{g_{\gamma^*} g_\gamma} \sigma T_{\gamma^*}^4 + \sum_{j=1}^J \overline{s_j g_\gamma} q_{o,j} \quad (2.62)$$

As Eqs.(2.50) e (2.61) são obtidas apenas quando se admite a validade da hipótese da Eq.(2.45). Ainda assim, elas são comumente aceitas [Modest, 1993].

A energia total emitida por  $V_\gamma$ ,  $Q_{e,\gamma}$ , ou seja, integrada em todos os comprimentos de onda e no volume  $V_\gamma$  é dada por :

$$Q_{e,\gamma} = \int_{\lambda} \int_{V_\gamma} 4e_{\lambda b}(T_\gamma) a_\lambda(T_\gamma) dV_\gamma d\lambda \quad (2.63)$$

Como cada volume  $V_\gamma$  tem propriedades uniformes:

$$Q_{e,\gamma} = \int_{\lambda} 4e_{\lambda b}(T_\gamma) a_\lambda(T_\gamma) V_\gamma d\lambda = 4V_\gamma \sum_{i=0}^I (C_{e,i}(T_\gamma) a_i) \sigma T_\gamma^4 \quad (2.64)$$

Assim, a taxa de energia radiante perdida por  $V_\gamma$ , por unidade de volume, é dada por:

$$q_{R,\gamma} = \frac{1}{V_\gamma} (Q_{e,\lambda} - Q_{a,\lambda}) \quad (2.65)$$

$$= \frac{1}{V_\gamma} \left[ 4V_\gamma \sum_{i=0}^I (C_{e,i}(T_\gamma) a_i) \sigma T_\gamma^4 - \sum_{\gamma^*=1}^{\Gamma} \overline{g_{\gamma^*} g_\gamma} \sigma T_{\gamma^*}^4 - \sum_{j=1}^J \overline{s_j g_\gamma} q_{o,j} \right]$$

## 2.10 Balanço Global de Energia Radiante

Considere uma cavidade radiante em que todas as zonas de superfície e volume se encontram na mesma temperatura  $T$ . A segunda lei da termodinâmica impõe que a taxa líquida de energia radiante trocada seja nula para cada zona. Considere também que o meio participante seja cinza e que as superfícies da cavidade sejam negras.

Para um gás participante cinza de coeficiente de absorção  $a_i$ , a taxa de energia radiante  $Q_{e,\gamma}$  emitida por uma zona de volume  $V_\gamma$  é igual a:

$$Q_{e,\gamma} = 4V_{\gamma}a_i\sigma T^4 \quad (2.66)$$

Para que o equilíbrio de energia radiante seja respeitado,  $Q_{e,\gamma}$  deve ser igual à soma das taxas de energia enviadas a cada uma das outras zonas de volume e superfície,  $V_{\gamma^*}$  e  $A_j$ , recebem de  $V_{\gamma}$ .

Assim:

$$Q_{e,\gamma} = \sum_{\gamma^*=1}^{\Gamma} \left( \overline{g_{\gamma}g_{\gamma^*}} \right)_i \sigma T^4 + \sum_{j=1}^J \left( \overline{g_{\gamma}s_j} \right)_i \sigma T^4 \quad (2.67)$$

As Eqs.(2.66) e (2.67) são obtidas de modo análogo ao apresentado na Seção 2.9, com a diferença de que, neste caso, o coeficiente de absorção é constante e igual a  $a_i$ . Combinando-se as Eqs.(2.66) e (2.67), obtém-se:

$$4V_{\gamma}a_i = \sum_{\gamma^*=1}^{\Gamma} \left( \overline{g_{\gamma}g_{\gamma^*}} \right)_i + \sum_{j=1}^J \left( \overline{g_{\gamma}s_j} \right)_i \quad (2.68)$$

Considerando-se agora uma zona de superfície  $A_k$ , a aplicação do procedimento acima conduz a:

$$A_k = \sum_{\gamma^*=1}^{\Gamma} \left( \overline{s_k g_{\gamma^*}} \right)_i + \sum_{j=1}^J \left( \overline{s_k s_j} \right)_i \quad (2.69)$$

Quando o gás real é modelado pela soma-ponderada-de-gases-cinzas, a verificação das Eqs.(2.68) e (2.69) para cada gás cinza garante que a energia radiante emitida por cada zona corresponda à soma das energias radiantes recebidas por todas as outras zonas e provenientes daquela. Respeita-se, desse modo, o balanço global de energia radiante. É importante observar que as Eqs.(2.68) e (2.69) não trazem informações novas a respeito do cálculo das áreas de troca direta. Na realidade, essas equações devem ser verificadas quando as áreas de troca direta são avaliadas por meio das Eqs.(2.40), (2.48) e (2.54).

## 2.11 Áreas de Troca Direta para Cavidades Cilíndricas

O método das zonas permite um tratamento direto das trocas de energia radiante, desde que sejam conhecidas as áreas de troca direta para cada par de zonas, indicadas pelas Eqs.(2.40),



(2.42), (2.54) e (2.59). Apresentam-se, a seguir, as expressões para o cálculo das áreas de troca direta para as zonas contidas no interior de uma cavidade cilíndrica, para a geometria de interesse neste trabalho. Essas expressões foram desenvolvidas por Sika (1991), e são vantajosas por permitirem o cálculo das áreas de troca direta para zonas axissimétricas de dimensões arbitrárias.

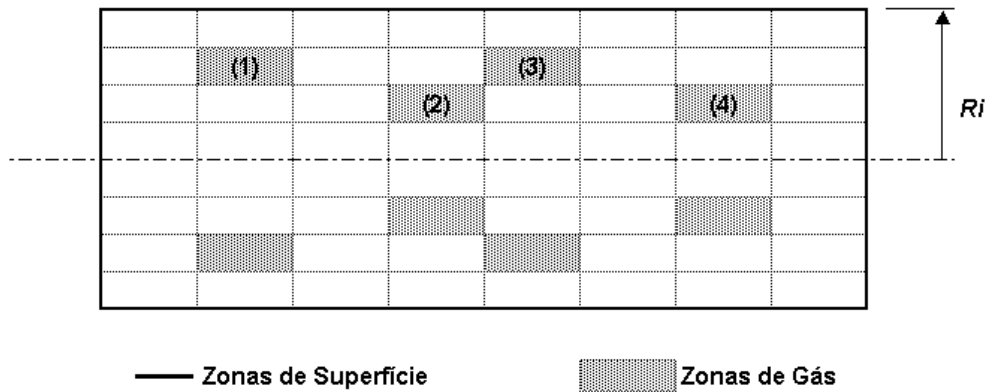


Figura 2.12 Zonas de radiação no interior de uma cavidade cilíndrica.

A Figura 2.12 mostra o interior do duto dividido em zonas de volume e de superfície. As extremidades do duto são representadas por superfícies negras, à temperatura dos reservatórios correspondentes, sendo incluídas nas trocas de energia radiante. O gás possui coeficiente de absorção  $a_i$ . Os cinco tipos de pares de zonas são apresentados nas Figuras 2.13 à 2.17.

A área de troca direta  $(\overline{g_1 g_2})_i$  para duas zonas de gás, Figura 2.13, é calculada por:

$$(\overline{g_1 g_2})_i = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^2 \xi_j \sum_{k=1}^2 \xi_k \sum_{l=1}^4 \xi_l (\overline{g_1 g_2})_o (R_j, R_k, \Delta X_l) \quad (2.70)$$

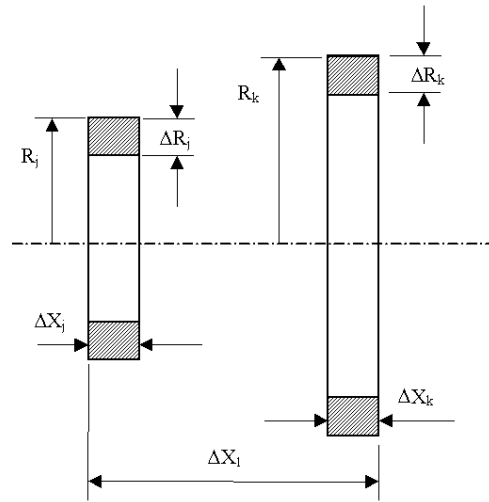


Figura 2.13 Par de zonas de gás.

em que:

$$\begin{aligned} \frac{\overline{g_1 g_2}_o}{a_i^2}(R_j, R_k, \Delta X_l) &= 4R_j R_k \int_{\beta=0}^{\pi} P \int_{\phi=0}^{\psi} (tg\psi - tg\phi) \exp(-a_i R / \cos\phi) d\phi d\beta \\ &+ 2\pi R_{\min}^2 \left\{ \int_{|R_j - R_k|}^{\sqrt{(R_j - R_k)^2 + \Delta X_l}} \left[ L^2 - (R_j - R_k)^2 - 2\Delta X_l \sqrt{L^2 - (R_j - R_k)^2} \right] \exp\left(\frac{-a_i L}{L}\right) dL \right. \\ &+ \left. \int_0^{\sqrt{(R_j - R_k)^2 + \Delta X_l}} (2\Delta X_l - L) \exp(-a_i L) dL + \int_{\Delta X_l}^{\sqrt{(R_j - R_k)^2 + \Delta X_l}} (\Delta X_l - L)^2 \frac{\exp(-a_i L)}{L} dL \right\} \end{aligned}$$

O par da Figura 2.14 compreende uma zona de gás e outra de parede do duto. A área de troca direta  $\overline{(g_1 s_2)}_i$  para esse par é:

$$\overline{(g_1 s_2)}_i = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^2 \xi_i \sum_{l=1}^4 \xi_l \overline{(g_1 s_s)}_o(R_j, R_l, \Delta X_l) \quad (2.72)$$

sendo:

$$\overline{(g_1 s_2)}_o(R_j, R_k, \Delta X_l) = 8R_j^2 R_k^2 \int_{\beta=0}^{\pi} \frac{\text{sen}^2 \beta}{R} \int_{\phi=0}^{\psi} (tg\psi - tg\phi) \cos\phi \exp\left(\frac{-a_i R}{\cos\phi}\right) d\phi d\beta \quad (2.73)$$

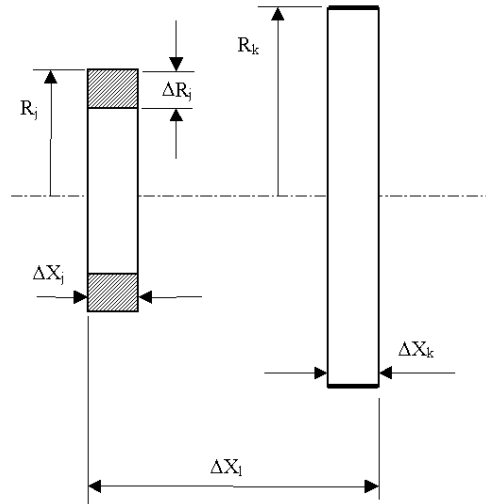


Figura 2.14 Par de zonas de gás e superfície do duto.

Na Figura 2.15, o par é constituído por uma zona de gás e pela extremidade do duto. Nesse caso, a área de troca direta  $(\overline{g_1 s_2})_i$  é:

$$(\overline{g_1 s_2})_i = \sum_{j=1}^2 \xi_j \sum_{l=1}^2 \xi_l \overline{g_1 s_2}_o (R_j, R_l, \Delta X_l) \quad (2.74)$$

em que:

$$\begin{aligned} \frac{\overline{g_1 s_2}_o (R_j, R_k, \Delta X_l)}{a_i} &= \frac{R_j R_k}{2} \int_0^\pi (2PR^2 + UR_j^2 R_k^2) \left[ \frac{\exp(-a_i R)}{R^3} - \frac{\exp(-a_i \sqrt{R^2 + \Delta X_l^2})}{\sqrt{(R^2 + \Delta X_l^2)^3}} \right] d\beta \\ &+ \pi \frac{R_j^2 R_k^2}{R_j + R_k} \int_0^{\text{tg}^{-1}(\Delta X_l / (R_j + R_k))} \text{sen} \beta \exp\left(-a_i (R_j + R_k) / \cos \beta\right) d\beta \\ &+ \pi R_{\text{mín}}^2 \left[ \int_0^{|R_j - R_k|} \exp(-a_i L) dL - \int_{\Delta X_l}^{\sqrt{(R_j - R_k)^2 + \Delta X_l^2}} \left(1 - \frac{\Delta X_l}{L}\right) \exp(-a_i L) dL \right] \end{aligned} \quad (2.75)$$

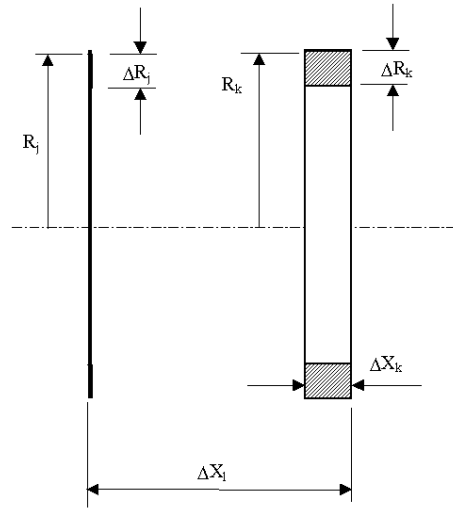


Figura 2.15 Par de zonas de gás e superfície da extremidade (reservatório).

Para as duas zonas de superfície da Figura 2.16, a área de troca direta  $(\overline{s_1 s_2})_i$  é obtida de:

$$(\overline{s_1 s_2})_i = \frac{1}{2} \sum_{l=1}^4 \xi_l (\overline{s_1 s_2})_o (R_j, R_k, \Delta X_k) \tag{2.76}$$

sendo:

$$(\overline{s_1 s_2})_o (R_j, R_k, \Delta X_l) = 2 \int_{\beta=0}^{\pi} R^2 \int_{\phi=0}^{\psi} (tg \psi - tg \phi) \cos^2 \phi \exp\left(\frac{-a_i R}{\cos \phi}\right) d\phi d\beta \tag{2.77}$$

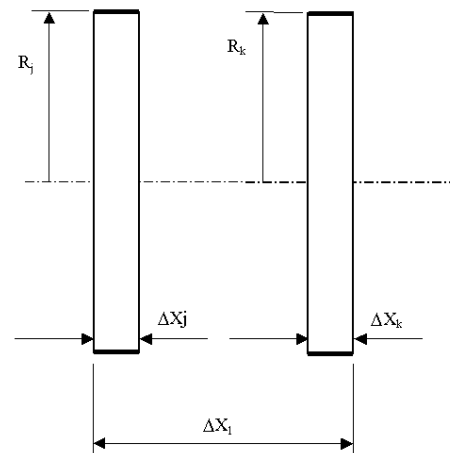


Figura 2.16 Par de zonas de superfície do duto.

A última combinação corresponde às duas zonas de superfície da Figura 2.17. A área de troca direta  $(\overline{s_1 s_2})_i$ , nesse caso, é:

$$(\overline{s_1 s_2})_i = \sum_{l=1}^2 \xi_l (\overline{s_1 s_2})_o (R_i, R_l, \Delta X_k) \quad (2.78)$$

em que:

$$\begin{aligned} (\overline{s_1 s_2})_o (R_j, R_k, \Delta x_l) = & R_j^3 R_k^3 \int_0^\pi U \left[ \frac{\exp(-a_i R)}{R^4} - \frac{\exp\left(-a_i \sqrt{R^2 + \Delta X_l^2}\right)}{(R^2 + \Delta X_l^2)^2} \right] d\beta \\ & + 2\pi \frac{R_j^2 R_k^2}{(R_j + R_k)^2} \int_0^{\text{tg}^{-1}(\Delta X_l / (R_j + R_k))} \text{sen}\beta \cos\beta \exp\left(\frac{-a_i (R_j + R_k)}{\cos\beta}\right) d\beta \end{aligned} \quad (2.79)$$

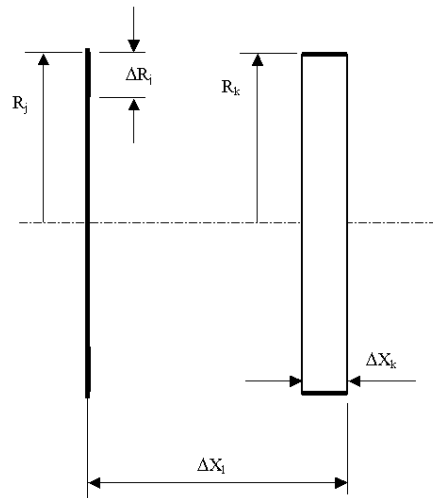


Figura 2.17 Par de zonas de superfície do duto e extremidade (reservatório).

Os parâmetros das expressões anteriores são obtidos de:

$$P = \left[ R_j^2 \cos^{-1}\left(\frac{R_j - R_k \cos\beta}{R}\right) + R_k^2 \cos^{-1}\left(\frac{R_k - R_j \cos\beta}{R}\right) - R_j R_k \text{sen}\beta \right] \text{sen}\beta \quad (2.80)$$

para  $R_j = R_k$ :  $P = R_j^2 (\pi - \beta - \text{sen}\beta) \text{sen}\beta$

$$U = (2\beta - \text{sen}2\beta) \text{sen}\beta \quad (2.81)$$

$$R = \sqrt{R_j^2 + R_k^2 - 2R_jR_k \cos\beta} \quad (2.82)$$

para  $R_j = R_k : R = 2\text{sen}(\beta/2)$

$$\psi = \text{tg}^{-1} \left( \frac{\Delta X_l}{R} \right) \quad (2.83)$$

$$R_{\text{mín}} = \text{mín} \{ R_j, R_k \} \quad (2.84)$$

Na Tabela 2.2, são apresentados os argumentos das funções  $\overline{gs})_o$ ,  $\overline{gg})_o$  e  $\overline{ss})_o$ , bem como os coeficientes  $\xi$ .

Como pode ser observado, as expressões para o cálculo das áreas de troca direta são muito complexas e exigem esforço computacional intenso, principalmente se houver um número elevado de zonas no duto. Além disso, os cálculos devem ser repetidos para cada um dos três gases cinzas que compõem o gás. Um modo de reduzir os cálculos é pelo emprego de zonas de largura  $\Delta X$  uniforme. Por exemplo, a área de troca direta do par de zonas de gás (1)-(2) é igual, por simetria, à do par (3)-(4), Figura 2.12

Tabela 2.2 – Argumentos das funções  $\overline{gs})_o$ ,  $\overline{gg})_o$  e  $\overline{ss})_o$  e coeficientes  $\xi$

	j, k, l			
	1	2	3	4
$R_j$	$R_1$	$R_1 - \Delta R_1$		
$R_k$	$R_2$	$R_2 - \Delta R_2$		
$\Delta X_l$	$\Delta X$	$ \Delta X - \Delta X_1 $	$ \Delta X - \Delta X_2 $	$ \Delta X - \Delta X_1 - \Delta X_2 $
$\xi_j, \xi_k, \xi_l$	+1	-1	-1	+1

### 3 GERADORES DE VAPOR E MODELAGEM FÍSICA DO PROBLEMA

Neste capítulo, são apresentadas as características de geradores de vapor (caldeiras) e de seus componentes básicos, além das especificações típicas. Apresentam-se uma breve discussão sobre os tipos selecionados para a análise do problema e, logo após, a formulação matemática da transferência de calor no escoamento de gases participantes em dutos circulares, com as equações necessárias à determinação dos campos de temperatura no gás.

#### 3.1 Introdução aos Geradores de Vapor (Caldeiras)

O termo “caldeira” se aplica a um dispositivo para geração de vapor aplicável em processos industriais ou calefação; ou para aquecimento de água de utilização geral. Por simplicidade, é comum considerar a caldeira como sendo um gerador de vapor. No entanto muitos projetos de caldeiras para a produção de vapor são convertidos para produção de água aquecida [Mesny, 1961].

As caldeiras são projetadas para transmitir energia térmica procedente de uma fonte externa (geralmente pela combustão) para um fluido. Se este fluido não é água nem vapor, a unidade é classificada como um gerador de vapor ou aquecedor de líquidos térmicos. O vapor, ou água quente, deve ser alimentado nas condições desejadas, ou seja, de acordo com a pressão, temperatura e qualidade, e na quantidade (produção) desejada. O vapor deve ser gerado e fornecido com o mínimo de perdas possível [Pera, 1966].

A unidade geradora é composta por uma fornalha, onde se queima o combustível. Em unidades compactas, como também em grandes centrais de potência, estão incluídos também os queimadores de combustível, os controladores e os acessórios periféricos. Por definição, a caldeira compreende unicamente o sistema constituído do recipiente e das superfícies de calefação por convecção. Com o emprego de paredes resfriadas por água para a fornalha, superaquecedores, aquecedores de ar e economizadores, o termo “gerador de vapor” se tornou mais apropriado. A capacidade de produção de calor depende de alguns fatores: grau de combustão ( $\text{kg}/\text{m}^3\text{hV}$ ,  $\text{kg}$  de gás queimado por hora e  $\text{m}^3$  de câmara de combustão) do combustível na fornalha; área da superfície de transferência de calor; proporção em que é distribuída a superfície em áreas de calefação primárias (calor radiante) e secundárias (convecção); e modo de circulação do vapor ou da água e dos produtos da combustão.

Uma classificação das caldeiras se baseia pelo fluido que escoar no interior dos tubos. Deste modo, existem as do tipo fumotubular (ou fogotubular) e aguatubular (ou aquatubular), Figura 3.1. As primeiras são dotadas de tubos retos, envoltos por água e pelo seu interior passam os gases provenientes da combustão. Sua montagem é feita com a instalação de tubos geralmente na

parte inferior do tambor, abaixo do nível de água. O segundo tipo de caldeira transporta água ou vapor d'água no seu interior, enquanto que os gases de combustão encontram-se no lado externo dos mesmos.

Nos dois tipos, a forma e disposição dos tubos podem variar de caldeira para caldeira. Assim, podem ainda ser classificadas pela forma: como retos, curvos ou sinuosos; ou pela disposição: horizontais, inclinados ou verticais [Shields, 1961].

Este trabalho enfoca o estudo da transferência de calor combinado no interior de tubos circular horizontais para caldeiras fumotubulares. Será, então, um pouco mais discutida esta configuração do equipamento.

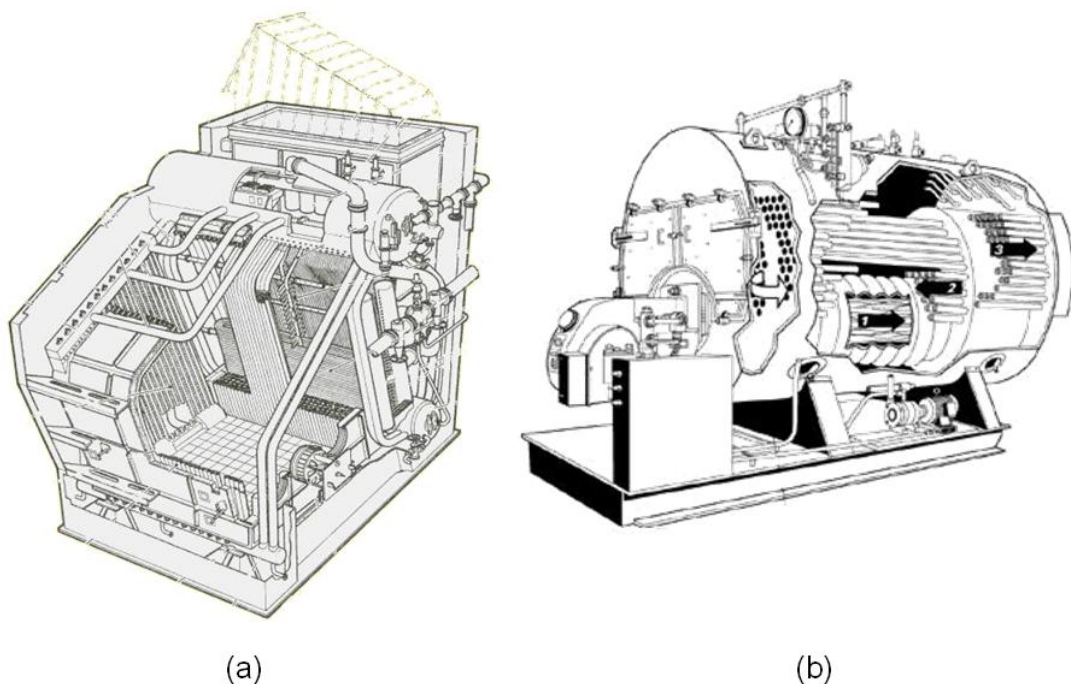


Figura 3.1 Representação de caldeiras típicas: (a) aquatubular; (b) fumotubular (três passes).

### 3.1.1 Caldeiras Fumotubulares (Fogotubulares)

Este tipo de caldeira pode ser ainda dividido em duas classes: verticais e horizontais. Estas, por sua vez, se subdividem da seguinte forma:

a) verticais:

a.i) fornalha interna

a.ii) fornalha externa

b) horizontais

b.i) fornalha externa multitubulares (com 2 ou 3 passes de tubos geralmente)



b.ii) fornalha interna

- de único tubo central, também denominada cornovaglia;
- de duplo tubo, denominada Lancashire;
- locomotivas;
- escocesas: marítimas, estacionárias, compactas.

Conforme já mencionado anteriormente, este trabalho deteve-se nas configurações horizontais, embora se possam estender os resultados para a configuração vertical.

**Caldeira Multitubular:** como o nome indica, possui vários tubos fixados nas placas planas extremas, chamadas de espelhos, no interior dos quais circulam os gases. Essas unidades, em configurações mais antigas, eram totalmente revestidas de alvenaria, mas atualmente são projetadas com corpo de aço, e compactas (Figura 3.2). Os tubos em caldeiras pequenas e médias são de 2 – 3” e em maiores unidades, de 4”.

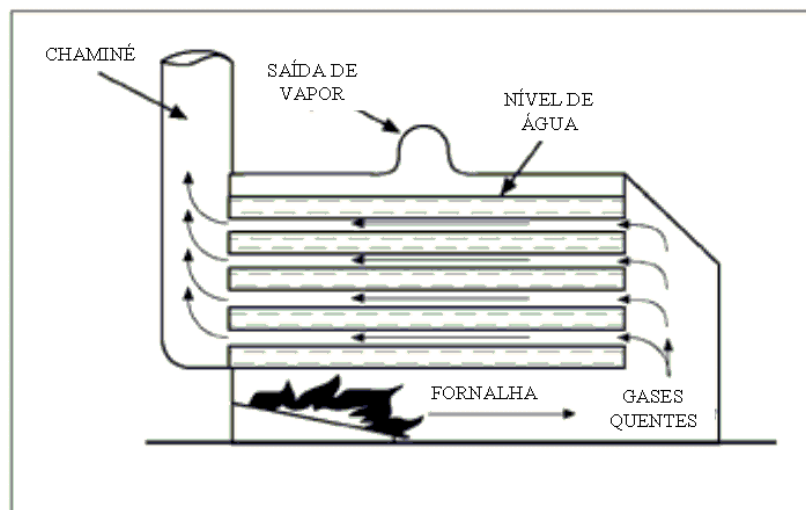


Figura 3.2 Esquema representativo de caldeira multitubular.

A fornalha é constituída pela própria alvenaria (ou corpo de aço) de revestimento, colocada abaixo do corpo cilíndrico. Os gases quentes, produzidos pela combustão, entram primeiro em contato com a parte inferior do corpo; dão uma volta na face posterior da caldeira, entram no interior dos tubos, e saem, diretamente para a chaminé. Neste caso, são duas voltas (passes) de chama [Shields, 1961]. Outras vezes, ainda na parte frontal, os gases retornam lateralmente, estabelecendo contato com parte do corpo externo e descem na parte posterior, para o canal da chaminé, o que caracteriza um terceiro passe [Babcock e Wilcox, 1972].

**Caldeira Escocesa:** Este tipo, por ser bastante compacto, surgiu basicamente para serviço marítimo. São unidades de maior produção do que as anteriores, e serviram como modelos para caldeiras aplicadas na indústria, sendo bastante semelhantes às anteriores em sua forma física.

Os gases quentes, produzidos na fornalha, atingem o espelho traseiro, escoam pelo interior dos tubos e saem para chaminé. Podem ser de dois, três e quatro passes de tubo. As unidades compactas alcançam alto rendimento térmico, cerca de 83% [Babcock e Wilcox, 1972]. A eficiência (ou rendimento) de um gerador de vapor é baseada na razão entre a quantidade de energia absorvida pelo vapor e a entrada total de energia, não incluindo a perda de calor do corpo da caldeira [Kakaç, 1991].

Os gases circulam com velocidade elevada, dependendo da produção e da configuração da caldeira. Os valores variam de 10 – 40 m/s, o que permite a obtenção de coeficientes de transferência de calor elevados (regime turbulento)[Shields, 1961].

Atualmente existe uma ampla variedade de tamanhos e configurações de geradores de vapor para servir a uma gama de aplicações. Capacidades de vaporização de aplicação industrial podem ser desde 200 kg/h até 75000 kg/h e pressões que podem ir da atmosférica até acima do ponto crítico [Babcock e Wilcox, 1972]. A Tabela 3.1 apresenta algumas especificações gerais desses geradores de vapor. Os valores apresentados na tabela não estão “amarrados”, ou seja, dão apenas uma visão geral das características encontradas nesses equipamentos quando utilizados na indústria. Normalmente os geradores de vapor de grande porte são mais encontrados em aplicações navais. A Tabela 3.2 mostra alguns valores para diâmetros e espessura de tubos aplicáveis em sistemas térmicos, entre estes, geradores de vapor. As medidas de diâmetro apresentadas foram as adotadas para as simulações deste trabalho. Assumiram-se tubos sem costura de espessura 2,77 mm, apenas para referência, uma vez que quaisquer das medidas de espessura apresentadas podem ser adotadas segundo o projeto do equipamento. O comprimento dos tubos depende da capacidade de produção do equipamento projetado e/ou do fabricante. Geralmente suas dimensões se encontram entre três e seis metros. Como os tubos são comercializados em unidades de seis ou doze metros, os geradores de vapor são projetados para utilizar valores próximos a estes ou submúltiplos, para evitar desperdício de material.

As vantagens oferecidas por estas unidades são devido aos seguintes fatores: limpeza fácil da fuligem (em comparação com as outras configurações); fácil substituição de eventual dano nos tubos; dispensa de tratamento rigoroso da água de alimentação; e menor custo de aquisição. As desvantagens ficam nos limites de capacidade e pressão, porém atualmente já se consegue projetar equipamentos com faixas mais amplas [Spring, 1940; Mesny, 1961].

Tabela 3.1 Especificações usuais para geradores de vapor em aplicações industriais [Shields, 1961; Babcock & Wilcox, 1972].

3.1.1.1.1 Geradores de Vapor			
<i>Característica/Porte</i>	<i>Pequeno</i>	<i>Médio</i>	<i>Grande</i>
Produção (kg/h)	200 - 3500	3500 - 20000	20000 - 75000
Superfície de aquecimento (m <sup>2</sup> )	6 - 85	85 - 500	500 - 2000
Pressão de trabalho (atm)	1 - 10		10 - 25

Tabela 3.2 Dimensões de tubos com ou sem costura para sistemas de troca térmica segundo normas ASTM A-179, A-192 e A-210 (sem costura); A-178, A-214 (com costura)

∅ Externo	Espessura de tubos com e sem costura													
	1,65	1,83	2,11	2,25	2,44	2,85	2,77	3,05	3,4	3,78	4,19	4,25	4,57	4,75
mm														
50,80			2,751	2,921	3,124	3,415	3,559	3,887	4,308	4,722	5,210	5,272	5,627	
57,15			3,111	3,305	3,536	3,867	4,031	4,407	4,889	5,364	5,928	5,997	6,407	
60,32						4,093	4,268	4,687	5,179	5,685	6,283	6,359	6,797	
63,50						4,320	4,504	4,927	5,470	6,006	6,642	6,722	7,187	
70,00						4,783	4,989	5,460	6,065	6,663	7,374	7,464	7,985	
76,20						5,225	5,450	5,967	6,632	7,290	8,073	8,172	8,747	9,073
82,55						5,878	5,923	6,487	7,213	7,932	8,789	8,897	9,527	9,889
88,90						6,130	6,396	7,007	7,794	8,574	9,504	9,622	10,30	10,69

Com base nas informações apresentadas até aqui, sobre caldeiras fumotubulares, a análise do problema é feita e modelada a partir do escoamento de gases provenientes da combustão. Duas misturas são consideradas e suas características foram apresentadas no Capítulo 2. A taxa de transferência de calor é estudada para diferentes casos possíveis de especificação, com base nos limites impostos pelo projeto das caldeiras. Segue, então, a modelagem do problema.

### 3.2 Modelagem e Descrição do Problema

A Figura 3.3 mostra um duto de seção circular de diâmetro interno  $D_i$  e comprimento  $L$ , pelo qual escoam um gás participante. Por hipótese, o problema é axissimétrico e, por isso, as coordenadas  $X$  e  $R$  são suficientes para a descrição do fenômeno. A temperatura do gás na entrada é uniforme e indicada por  $T_g$ . O escoamento é assumido turbulento, e o perfil de

velocidade na entrada é considerado plenamente desenvolvido, sendo indicado por  $U(R)$ . As propriedades físicas do gás são admitidas independentes da temperatura, de modo que o perfil de velocidade não se modifica ao longo do duto. Para a superfície do tubo é admitida temperatura prescrita constante,  $T_s$ . Deste modo, é analisado o campo de temperatura no gás,  $T(X,R)$ , levando em conta a transferência de calor por convecção e por radiação, conforme a abordagem do capítulo anterior.

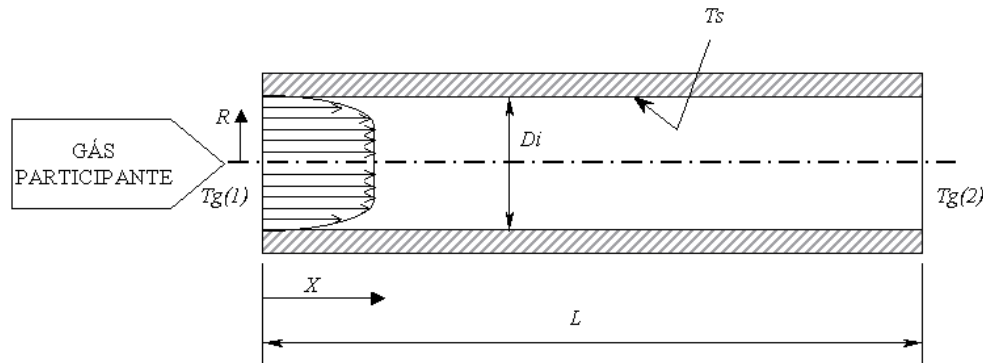


Figura 3.3 Representação esquemática do problema.

### 3.3 Equações Básicas para o Gás

Em problemas de sistemas térmicos em engenharia é necessário o balanço de energia no gás. Para tanto, três equações básicas são aplicadas: continuidade, quantidade de movimento e energia. A solução acoplada das duas primeiras fornece o campo de velocidades. Quando as propriedades do gás são dependentes da temperatura, a equação da energia deve também ser acoplada. Para o problema deste trabalho, a hipótese de propriedades constantes do gás faz com que o perfil de velocidade desenvolvido se mantenha inalterado com as variações de temperatura. Assim, não é necessária a solução das equações da continuidade e da quantidade de movimento, e estas são apresentadas aqui devido à analogia empregada na equação da energia.

**Equação da Continuidade.** Corresponde ao princípio da conservação de massa de um sistema. Sendo tratado o escoamento em duto circular, esta é melhor apresentada em coordenadas cilíndricas. Levando em consideração escoamento axissimétrico, regime permanente e turbulento, aplicando os conceitos apresentados no capítulo 2 através da analogia de Reynolds, a equação da continuidade é expressa por:

$$\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (R\rho\bar{V}) + \frac{\partial}{\partial X} (\rho\bar{U}) = 0 \quad (3.1)$$

A obtenção da equação acima é feita com a análise sobre um período longo de tempo,  $\tau^*$ , ou seja, uma equação média no tempo. Utilizam-se as propriedades da turbulência, sendo que a média no tempo dos termos de flutuação ( $U'$  e  $V'$ ) é nula e não aparecem na Eq.(3.1). Essas propriedades são:

$$\frac{1}{\tau^*} \int_0^{\tau^*} \bar{U} d\tau = \bar{U} \Rightarrow \frac{1}{\tau^*} \int_0^{\tau^*} \frac{\partial \bar{U}}{\partial X} d\tau = \frac{\partial \bar{U}}{\partial X}$$

e

$$\frac{1}{\tau^*} \int_0^{\tau^*} U' d\tau = 0 \Rightarrow \frac{1}{\tau^*} \int_0^{\tau^*} \frac{\partial U'}{\partial X} d\tau = 0$$
(3.2)

O mesmo é válido para  $\bar{V}$  e  $V'$ .

**Equação da Quantidade de Movimento.** Essa equação provém da segunda lei de Newton: a variação da quantidade de movimento de um elemento de fluido é igual à resultante das forças que agem nele. As mesmas considerações e hipóteses adotadas para a equação da continuidade são tomadas para a obtenção da equação da quantidade de movimento. Além disso, negligenciam-se as forças de campo (como a gravidade, por exemplo) e assume-se que no interior de dutos, as variações de velocidade na direção  $R$  são muito maiores do que na direção  $X$ . Novamente é considerada a analogia de Reynolds, e esta é também aplicada ao termo de pressão, ou seja,  $P = \bar{P} + P'$ . Surge na equação da quantidade de movimento o termo  $\overline{U'V'}$ , que poder ser expresso em termos da difusividade turbulenta,  $\varepsilon_M$ , Eq.(2.5). Levando em conta essas considerações e a equação da conservação da massa, Eq.(3.1), a equação da quantidade de movimento na sua forma final fica:

$$\frac{\partial}{\partial X} [(\rho \bar{U}) \bar{U}] + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left[ R(\rho \bar{V}) \bar{U} - R(\mu + \rho \varepsilon_M) \frac{\partial \bar{U}}{\partial R} \right] = -\frac{d\bar{P}}{dX}$$
(3.3)

Há, portanto, três incógnitas,  $\bar{U}$ ,  $\bar{V}$  e  $\bar{P}$ , e apenas uma equação. Ou seja, a solução desse problema exige outras duas equações. A primeira delas é a da continuidade diferencial, Eq.(3.3). A segunda equação corresponde à da continuidade integral:

$$\dot{m} = \int_A (\rho \bar{U}) dA$$
(3.4)

sendo  $\dot{m}$  a descarga de gás e  $A$  a área de secção do duto.

Na presente solução, o perfil de velocidade é plenamente desenvolvido e as propriedades físicas do gás são independentes da temperatura. Isso implica que:

$$\frac{\partial}{\partial X} [(\rho \bar{U}) \bar{U}] = 0,$$

$$\bar{V} = 0, \tag{3.5}$$

e

$$\frac{d\bar{P}}{dX} \equiv \text{constante}$$

A equação da quantidade de movimento, Eq.(3.3), se reduz a:

$$\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left[ R(\mu + \rho \varepsilon_M) \frac{\partial \bar{U}}{\partial R} \right] = \frac{d\bar{P}}{dX} \tag{3.6}$$

A determinação do campo de escoamento torna-se, deste modo, um problema unidimensional em  $R$ . O caso turbulento não possui solução exata para o perfil de velocidade completamente desenvolvido. Existem, porém, várias soluções que apresentam resultados muito próximos dos experimentais. Entre elas, têm-se a de Reichardt (1951):

$$u^+ = 2,5 \ln(1 + 0,4y^+) + 7,8 \left[ 1 - \exp\left(-\frac{y^+}{11}\right) - \frac{y^+}{11} \exp(-0,33y^+) \right] \tag{3.7}$$

sendo  $u^+ = \frac{U}{U_m} \sqrt{f}$

A grandeza adimensional  $y^+$  e o fator de atrito  $f$  são calculados pelas Eqs.(2.12) e(2.13). Entre outros perfis de velocidade propostos a Eq.(3.7) possui a vantagem de a velocidade e sua derivada serem contínuas em todo o domínio ( $y^+ \geq 0$ ).

**Equação da Conservação da Energia.** Corresponde à primeira lei da termodinâmica, ou seja, o calor transferido para cada elemento infinitesimal do gás é igual à elevação de sua energia interna adicionada ao trabalho realizado por ele. A equação da energia pode ser escrita como:

$$\rho c_p \frac{dT}{d\tau} = \beta T \frac{dP}{d\tau} + \Phi + q''' + \text{div}(\vec{q}) \quad (3.8)$$

O primeiro membro dessa equação se refere aos efeitos advectivos, em que  $dT/d\tau$  é a derivada substancial da temperatura em relação ao tempo. O primeiro termo do segundo membro corresponde ao trabalho das forças de compressão realizado nesse elemento, em que  $\beta$  e  $dP/d\tau$  são o coeficiente de expansão térmica e a derivada substancial da pressão em relação ao tempo.  $\Phi$  corresponde à taxa de energia produzida por efeitos viscosos e  $q'''$ , à energia gerada no interior do volume. O último termo contabiliza o fluxo de energia atravessando a fronteira do volume, sendo  $\vec{q}$  dado por:

$$\vec{q} = k \text{div}(T) - \vec{q}_R \quad (3.9)$$

A primeira parcela é o fluxo de energia entrando no elemento de volume por condução. O vetor  $\vec{q}_R$  indica o fluxo total de energia radiante perdido por esse elemento. Os termos de energia mencionados correspondem, dimensionalmente, à energia por unidade de volume e de tempo ( $\text{W}/\text{m}^3$ ).

Neste problema, como foi visto anteriormente, o escoamento é axissimétrico, o regime, permanente, a pressão, função apenas da coordenada  $X$ . No escoamento turbulento, as velocidades, a temperatura e a pressão são expressas através de um termo médio e outro de flutuação. Procedese do mesmo modo que nas equações da continuidade e quantidade de movimento para obter a equação da energia em termos médios. Por meio da Eq.(3.2) e da continuidade (3.1). Aparece, aqui, como no caso da quantidade de movimento, um termo  $\overline{V'T'}$  que pode ser tratado por meio da difusividade térmica,  $\varepsilon_H$ , Eq.(2.14). Além disso, seguindo as simplificações feitas para o caso da equação da quantidade de movimento, as propriedades físicas do gás independem da temperatura e o perfil de velocidade é plenamente desenvolvido. Finalmente, negligencia-se a dissipação viscosa (gás com pequena viscosidade) e geração de energia no gás (não ocorre combustão no interior do tubo),  $\Phi = q''' = 0$ . A equação da energia em sua forma final se apresenta como:

$$\frac{\partial}{\partial X} \left[ (\rho \bar{U}) \bar{T} - \frac{k}{c_p} \frac{\partial \bar{T}}{\partial X} \right] - \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left[ R \left( \frac{k}{c_p} + \rho \varepsilon_H \right) \frac{\partial \bar{T}}{\partial R} \right] = - \frac{q_R}{c_p} \quad (3.10)$$

A taxa de energia radiante perdida por unidade de volume,  $q_R$ , corresponde à divergência do fluxo de energia radiante,  $\text{div}(\vec{q}_R)$ , calculada pela Eq.(2.33). Devido ao grau de dificuldade imposto por essa equação, o interior do duto é dividido em zonas de superfície e gás, e  $q_R$  é obtido pela Eq.(2.65).



## 4 SOLUÇÃO NUMÉRICA

A determinação das distribuições de temperatura no gás depende da solução da Eq.(3.10). O acoplamento dos processos torna sua solução bastante difícil, exigindo um processo iterativo de cálculo que é viável apenas numericamente. No presente trabalho é aplicado o método de volumes finitos, para avaliação dos termos advectivos e difusivos, associado ao método das zonas, para inclusão das trocas de energia radiante. Neste capítulo, é apresentado o método numérico para solução de problemas bidimensionais de convecção e difusão, bem como o procedimento de acoplamento desse método com o das zonas.

### 4.1 Solução de Problemas de Convecção-Difusão Bidimensionais: Equação da Energia no Gás

Nesta solução, considera-se que as propriedades físicas do gás são independentes da temperatura e que o perfil de velocidade do gás, na entrada do duto, é completamente desenvolvido. Como consequência, a determinação do campo de temperatura do gás exige apenas a solução da Eq.(3.10), uma vez que a velocidade do gás é conhecida em cada ponto do escoamento. Apresenta-se, a seguir, o método de volumes de controle para discretização dos termos difusivos e advectivos da Eq.(3.10). Antes, essa equação é reescrita em forma adimensional.

A equação da energia aplicada ao gás é, de acordo com a Eq.(3.10):

$$\frac{\partial}{\partial X} \left[ \left( \rho \bar{U} - \frac{k}{c_p} \frac{\partial \bar{T}}{\partial X} \right) \right] - \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left[ R \left( \frac{k}{c_p} + \rho \varepsilon_H \right) \frac{\partial \bar{T}}{\partial R} \right] = - \frac{q_R}{c_p} \quad (4.1)$$

Esta pode ser reescrita de forma adimensional, como

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( ut - \Gamma_x \frac{\partial t}{\partial x} \right) - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \Gamma_r \frac{\partial t}{\partial r} \right) = - \frac{1}{Pe N_{CR}} q_R^* \quad (4.2)$$

em que:

$$t = \frac{\bar{T}}{T_g}; x = \frac{X}{D_i}; r = \frac{R}{D_i}; u = \frac{\bar{U}}{U_m}$$

$$\Gamma_x = \frac{1}{Pe}; \Gamma_r = \frac{1}{Pe} + \frac{1}{Re} \frac{\varepsilon_H}{\nu}$$

$$q_R^* = \frac{q_R D_i}{\sigma T_g^4}; N_{CR} = \frac{k}{\sigma D_i T_g^3}$$

$T_g$  é a temperatura do gás na entrada do duto, admitida uniforme e  $U_m$  é a velocidade média do gás.  $N_{CR}$  é denominado parâmetro condução-radiação. O termo  $Pe$  é o número de Peclet:

$$Pe = Re Pr \quad (4.3)$$

sendo os números de Reynolds,  $Re$ , e Prandtl,  $Pr$ , calculados pelas Eqs.(2.1) e (2.17), respectivamente. Em escoamentos de fluidos com número de Peclet elevado, os efeitos advectivos são predominantes na transferência de energia; do contrário, quando o número de Peclet é pequeno, os efeitos difusivos são mais importantes.

O perfil de velocidade no escoamento turbulento, Eq.(3.7), já foi apresentado anteriormente, sendo dado adimensionalmente por

$$u^+ = 2,5 \ln(1 + 0,4 y^+) + 7,8 \left[ 1 - \exp\left(-\frac{y^+}{11}\right) - \frac{y^+}{11} \exp(-0,33 y^+) \right] \quad (4.4)$$

em que  $u^+ = u \sqrt{f}$

A grandeza adimensional  $y^+$ , Eq.(2.12), pode ser reescrita como:

$$y^+ = (0,5 - r) Re \sqrt{f/8} \quad (4.5)$$

De acordo com a Eq.(2.15), o termo  $\varepsilon_H/\nu$  relaciona-se com  $\varepsilon_M/\nu$  através de:

$$\frac{\varepsilon_H}{\nu} = \frac{1}{Pr_t} \frac{\varepsilon_M}{\nu} \quad (4.6)$$

em que o número de Prandtl turbulento,  $Pr_t$ , é dependente apenas do número de Prandtl  $Pr$ , conforme a Eq.(2.16). Como discutido na seção 2.3, a difusividade turbulenta para quantidade de

movimento,  $\varepsilon_M$ , pode ser calculada através de duas expressões distintas. No núcleo turbulento, vale a Eq.(2.11), que na forma adimensional fica:

$$\frac{\varepsilon_M}{\nu} = \frac{\kappa y^+}{6} (1 + 2r)(1 + 8r^2) \quad (4.7)$$

Próximo à parede,  $\varepsilon_M$  é calculado pela Eq.(2.5). A adimensionalização dessa equação resulta em:

$$\frac{\varepsilon_M}{\nu} = \text{Re} \left( \frac{\ell}{D_i} \right)^2 \left| \frac{du}{dr} \right| \quad (4.8)$$

O comprimento de mistura  $\ell$  é calculado pela expressão de van Driest, Eq.(2.10):

$$\frac{\ell}{D_i} = (0,5 - r) \left[ 1 - \frac{1}{\exp(y^+ / A^+)} \right] \quad (4.9)$$

sendo  $\kappa = 0,40$  e  $A^+ = 26,0$ .

De acordo com a adimensionalização realizada, o primeiro membro da Eq.(4.2), que leva em conta os efeitos advectivos e difusivos, quando o escoamento é turbulento o problema fica completamente caracterizado pelos números de Reynolds e de Prandtl.

O primeiro adimensional que aparece quando a radiação térmica é incluída no balanço de energia é o parâmetro condução-radiação,  $N_{CR}$ . Quanto menor esse número, maior o efeito da radiação em comparação ao processo de condução. A taxa de energia radiante perdida por unidade de volume,  $q_R$ , foi adimensionalizada pelo termo  $\sigma T_g^4 / D_i$ . Quando o gás é cinza e possui coeficiente de absorção  $a_j$ , um único parâmetro adicional é necessário para caracterizar  $q_R^*$ , obtido a partir do produto  $a_i D_i$ , que é a espessura óptica. Quando se trata de gases reais, devem ser especificados o gás e uma temperatura de referência,  $T_g$ , para cálculo dos coeficientes de ponderação utilizados no modelo de soma ponderada de gases cinzas. Além dos grupos adimensionais mencionados, devem ser especificadas as condições de contorno nas fronteiras do problema, que serão discutidas adiante. A especificação da fronteira exige o conhecimento do comprimento adimensional do duto,  $l = L / D_i$ .

**Método de Volumes de Controle.** É aplicada a metodologia mostrada em Patankar (1980), tendo como particularidade a função de interpolação *Flux-Spline* [Varejão, 1979]. Embora com mais esforço computacional para a sua computação, relativamente à *Power-Law*, a função *Flux-Spline* apresentou boa adaptabilidade ao acoplar-se ao problema radiante sobre a mesma malha, ou seja, não foram realizadas interpolações sobre a malha do problema convectivo para acoplar ao radiativo. Segue sua aplicação para a discretização da Eq.(4.2).

O primeiro passo consiste em definir os fluxos  $J_x$  e  $J_r$  e o termo fonte  $S$ :

$$\begin{aligned} a) J_x &= ut - \Gamma x \frac{\partial t}{\partial x}; \\ b) J_r &= -\Gamma r \frac{\partial t}{\partial r}; \\ c) S &= -\frac{1}{PeN_{CR}} q_R^* \end{aligned} \tag{4.10}$$

Assim, Eq.(4.2) pode ser reescrita de modo mais simplificado:

$$\frac{\partial J_x}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial (rJ_r)}{\partial r} = S \tag{4.11}$$

Embora  $S$  não corresponda fisicamente a uma fonte de energia no gás, mas ao balanço de energia radiante em cada elemento infinitesimal do gás, essa denominação será mantida, devido a seu uso corrente em soluções numéricas.

A Figura 4.1 apresenta um volume de controle típico, indicado por  $VC_{ij}$ . Os volumes são estabelecidos de modo que os pontos da malha se mantenham no centro de cada um deles. O problema é axissimétrico, ou seja, as grandezas  $t$ ,  $J_x$ ,  $J_r$  e  $S$  dependem apenas de  $x$  e  $r$ , de modo que os volumes de controle podem ser representados por anéis de seção retangular. Os índices  $i$  e  $j$  indicam a posição de cada ponto na direção  $x$  e  $r$ , respectivamente, e definem a temperatura  $t$  em cada volume de controle, bem como os fluxos  $J_x$  e  $J_r$  em suas fronteiras.  $\Delta x_i$  e  $\Delta r_j$  correspondem às dimensões da secção de  $VC_{ij}$ ;  $r_j$  indica a posição radial de cada ponto da malha em relação à linha de centro do escoamento. A malha não é necessariamente uniforme, de modo que  $\Delta x_i$  e  $\Delta r_j$  podem variar dentro do domínio. A divisão do interior do duto em volumes de controle é mostrada na Figura 4.2.

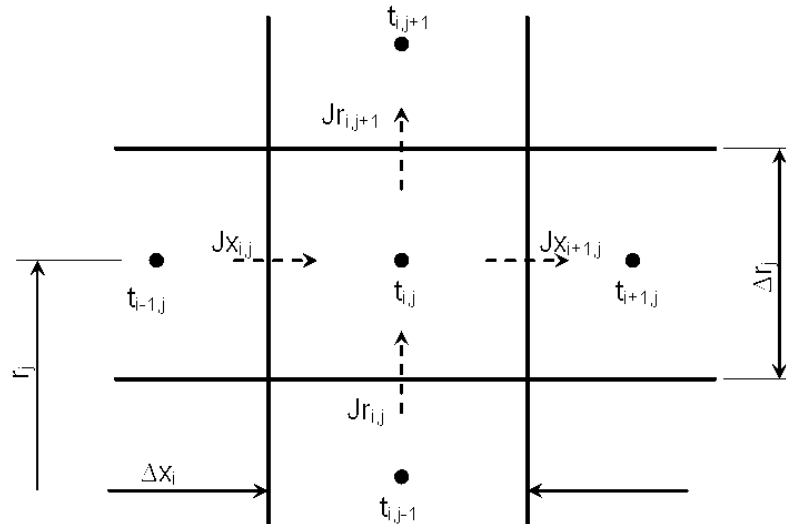


Figura 4.1 Volume de controle típico.

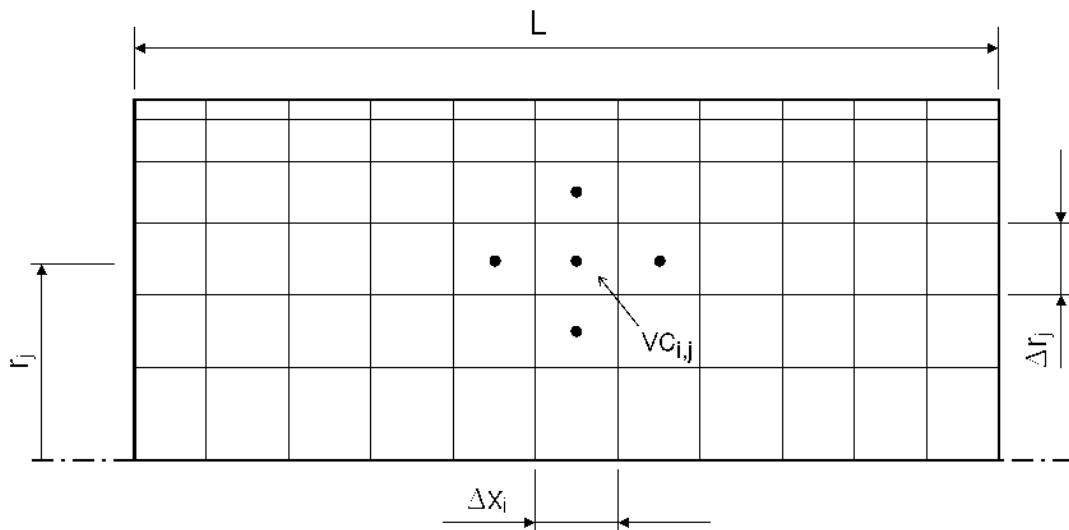


Figura 4.2 Volume de controle no interior do duto.

A característica básica do método de volumes de controle é que as equações de discretização são obtidas da integração das equações básicas em cada volume de controle. Como consequência, o princípio de conservação da energia é respeitado em cada volume de controle e, portanto, em todo o domínio. Integra-se, a seguir, a Eq.(4.11) no volume de controle  $VC_{ij}$ :

$$\int_{VC_{ij}} \left[ \frac{\partial Jx}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial(rJr)}{\partial r} \right] dV = \int_{VC_{ij}} S dV \quad (4.12)$$

Integrando cada termo,

$$\int_{\Delta x_i} \int_{\Delta r_j} \frac{\partial Jx}{\partial x} 2\pi r dr dx + \int_{\Delta x_i} \int_{\Delta r_j} \frac{\partial (rJr)}{\partial r} 2\pi dr dx = \int_{\Delta x_i} \int_{\Delta r_j} 2\pi S r dr dx = 2\pi r_j \Delta x_i \Delta r_j S_{i,j} \quad (4.13)$$

onde  $S_{i,j}$  é o valor de  $S$  dentro de  $VC_{ij}$ . Considera-se que, nas fronteiras de  $VC_{ij}$ ,  $Jx$  e  $Jr$  são constantes nas direções radial e axial, respectivamente. Assim:

$$\int_{\Delta x_i} \int_{\Delta r_j} \frac{\partial Jx}{\partial x} 2\pi r dx dr = 2\pi (Jx_{i+1,j} - Jx_{i,j}) r_j \Delta r_j \quad (4.14)$$

e

$$\int_{\Delta x_i} \int_{\Delta r_j} \frac{\partial (rJr)}{\partial r} 2\pi dx dr = 2\pi \left[ \left( r_j + \frac{\Delta r_j}{2} \right) Jr_{i,j+1} - \left( r_j - \frac{\Delta r_j}{2} \right) Jr_{i,j} \right] \Delta x_i \quad (4.15)$$

Desse modo, a equação integrada da energia, Eq.(4.12), pode ser escrita como:

$$(Jx_{i+1,j} - Jx_{i,j}) r_j \Delta r_j + \left[ \left( r_j + \frac{\Delta r_j}{2} \right) Jr_{i,j+1} - \left( r_j - \frac{\Delta r_j}{2} \right) Jr_{i,j} \right] \Delta x_i = r_j \Delta x_i \Delta r_j S_{i,j} \quad (4.16)$$

A característica principal da função *Flux-Spline* se dá pela imposição de uma variação linear dos fluxos  $Jx$  e  $Jr$  dentro de cada volume de controle, como o próprio nome sugere. Assim,  $Jx$  e  $Jr$  podem ser calculados dentro de  $VC_{ij}$  por meio de:

$$\begin{aligned} a) Jx &= Jx_{i,j} + \frac{Jx_{i+1,j} - Jx_{i,j}}{\Delta x_i} x; \\ b) Jr &= Jr_{i,j} + \frac{Jr_{i,j+1} - Jr_{i,j}}{\Delta r_j} r \end{aligned} \quad (4.17)$$

em que  $0 \leq x \leq \Delta x_i$  e  $0 \leq r \leq \Delta r_j$ . Por outro lado, as Eqs.(4.10) (a) e (b) podem ser escritas, dentro do volume de controle, como:

$$\begin{aligned}
 a) Jx &= u_j t - \Gamma x \frac{\partial t}{\partial x}; \\
 b) Jr &= -\Gamma r_j \frac{\partial t}{\partial r}
 \end{aligned}
 \tag{4.18}$$

O coeficiente difusivo  $\Gamma x$  é constante em todos os volumes de controle, mas  $\Gamma r_j$  depende da posição radial;  $u_j$  é a velocidade na fronteira correspondente a  $Jx_{i,j}$ , sendo dependente apenas da posição radial. Combinando-se as Eqs.(4.17)-(a) e (4.18)-(a), resulta:

$$u_j t - \Gamma x \frac{\partial t}{\partial x} = Jx_{i,j} + \frac{Jx_{i+1,j} - Jx_{i,j}}{\Delta x_i} x
 \tag{4.19}$$

Considerando o problema como unidimensional em  $x$ ,  $\partial t/\partial x = dt/dx$  e a Eq.(4.19) torna-se uma equação diferencial ordinária linear. Sua solução fornece a temperatura  $t$ , dentro do volume de controle, como função de  $x$ ,  $t_{i,j}$ ,  $Jx_{i,j}$ ,  $Jx_{i+1,j}$ ,  $u_j$  e  $\Gamma x$ . O valor de  $t$  em  $x = 0$  é denominado  $t_{i,j}^-$ . Adota-se o mesmo procedimento para o volume de controle correspondente ao ponto  $(i-1,j)$ . Do mesmo modo, temperatura  $t$  dentro desse volume dependerá de  $x$ ,  $t_{i-1,j}$ ,  $Jx_{i-1,j}$ ,  $Jx_{i,j}$ ,  $u_j$  e  $\Gamma x$ . O valor de  $t$  em  $x = \Delta x_{i-1}$  é denominado  $t_{i-1,j}^+$ . Como  $t_{i,j}^-$  e  $t_{i-1,j}^+$  correspondem ao mesmo ponto  $P$ , Figura 4.3, impõem-se a continuidade de temperatura nas fronteiras dos volumes adjacentes:

$$t_{i,j}^- = t_{i-1,j}^+
 \tag{4.20}$$

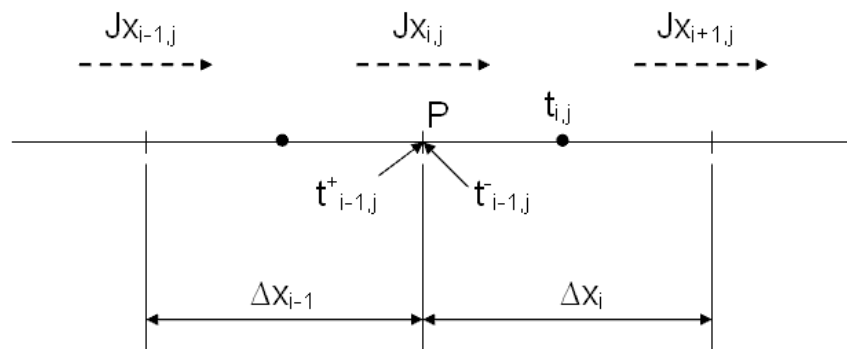


Figura 4.3 Continuidade de temperatura em volumes de controle adjacentes.

Igualando-se as expressões para  $t_{i,j}^-$  e  $t_{i-1,j}^+$ , chega-se à equação dos fluxos na direção  $x$ :

$$(1 - BJ_{x_{i,j}} - CJ_{x_{i,j}}) J_{x_{i,j}} = -BJ_{x_{i,j}} J_{x_{i+1,j}} - CJ_{x_{i,j}} J_{x_{i-1,j}} + DJ_{x_{i,j}} \left[ \exp(Px_{i-1,j}^+) t_{i-1,j} - \exp(-Px_{i,j}^-) t_{i,j} \right] \quad (4.21)$$

em que

$$DJ_{x_{i,j}} = \left[ \frac{1}{A(-Px_{i,j}^-)} \frac{\Delta x_i}{2\Gamma x} + \frac{1}{A(Px_{i-1,j}^+)} \frac{\Delta x_{i-1}}{2\Gamma x} \right]^{-1};$$

$$BJ_{x_{i,j}} = \frac{\Delta x_i}{4\Gamma x} G(-Px_{i,j}^-) DJ_{x_{i,j}};$$

$$CJ_{x_{i,j}} = \frac{\Delta x_{i-1}}{4\Gamma x} G(Px_{i-1,j}^+) DJ_{x_{i,j}};$$

$$Px_{i,j}^- = \frac{u_j \Delta x_{i,j}}{2\Gamma x}; Px_{i-1,j}^+ = \frac{u_j \Delta x_{i-1}}{2\Gamma x};$$

$$A(P) = \frac{P}{\exp(P) - 1}, \text{ para } P \neq 0;$$

$$A(P) = 1, \text{ para } P = 0;$$

$$G(P) = \frac{\exp(P)(P-1)+1}{P^2}, \text{ para } P \neq 0;$$

$$G(P) = 1, \text{ para } P = 0.$$

A Eq.(4.21) pode ser reescrita como:

$$J_{x_{i,j}} = \hat{J}_{x_{i,j}} + DJ_{x_{i,j}} \left[ \exp(Px_{i-1,j}^+) t_{i-1,j} - \exp(-Px_{i,j}^-) t_{i,j} \right] \quad (4.22)$$

sendo



$$\hat{J}x_{i,j} = BJx_{i,j} (Jx_{i,j} - Jx_{i+1,j}) + CJx_{i,j} (Jx_{i,j} - Jx_{i-1,j}) \quad (4.23)$$

De maneira análoga, obtêm-se a equação dos fluxos na direção  $r$ :

$$(1 - BJr_{i,j} - CJr_{i,j}) Jr_{i,j} = -BJr_{i,j} Jr_{i,j+1} - CJr_{i,j} Jr_{i,j-1} + DJr_{i,j} (t_{i,j-1} - t_{i,j}) \quad (4.24)$$

em que

$$DJr_{i,j} = \left[ \frac{\Delta r_j}{2\Gamma r_j} + \frac{\Delta r_{j-1}}{2\Gamma r_{j-1}} \right]^{-1};$$

$$BJr_{i,j} = \frac{\Delta r_j}{4\Gamma r_j} DJr_{i,j};$$

$$CJr_{i,j} = \frac{\Delta r_{j-1}}{4\Gamma r_{j-1}} DJr_{i,j}$$

Reescrevendo a Eq.(4.24):

$$Jr_{i,j} = \hat{J}r_{i,j} + DJr_{i,j} (t_{i,j-1} - t_{i,j}) \quad (4.25)$$

sendo

$$\hat{J}r_{i,j} = BJr_{i,j} (Jr_{i,j} - Jr_{i,j+1}) + CJr_{i,j} (Jr_{i,j} - Jr_{i,j-1}) \quad (4.26)$$

O próximo passo consiste em aplicar as Eqs.(4.22) e (4.25) na equação integrada da energia, Eq.(4.16). Obtêm-se, desse modo, a equação das temperaturas  $t$ :

$$\begin{aligned} AP_{i,j}t_{i,j} = & AIP_{i,j}t_{i+1,j} + AIM_{i,j}t_{i-1,j} + AJP_{i,j}t_{i,j+1} + AJM_{i,j}t_{i,j-1} + \\ & r_j\Delta r_j (\hat{J}x_{i,j} - \hat{J}x_{i+1,j}) + \left( r_j - \frac{\Delta r_j}{2} \right) \Delta x_i \hat{J}r_{i,j} - \left( r_j + \frac{\Delta r_j}{2} \right) \Delta x_i \hat{J}r_{i,j+1} + r_j \Delta x_i \Delta r_j S_{i,j} \end{aligned} \quad (4.27)$$

em que

$$AIP_{i,j} = r_j \Delta r_j \exp(-Px_{i+1,j}^-) DJx_{i+1,j};$$

$$AIM_{i,j} = r_j \Delta r_j \exp(Px_{i-1,j}^+) DJx_{i,j};$$

$$AJP_{i,j} = \left( r_j + \frac{\Delta r_j}{2} \right) \Delta x_i DJr_{i,j+1};$$

$$AJM_{i,j} = \left( r_j - \frac{\Delta r_j}{2} \right) \Delta x_i DJr_{i,j};$$

$$AP_{i,j} = AIP_{i,j} + AIM_{i,j} + AJP_{i,j} + AJM_{i,j}.$$

Os domínios de aplicação das Eqs.(4.21) a (4.27) não abrangem toda a malha, sendo indicados nas Figuras 4.4 e 4.5. Há  $N$  pontos nodais na direção  $x$ , enquanto que, na direção  $r$ , existem  $M$  pontos, ou seja, existem  $N-1$  e  $M-1$  intervalos nas direções  $x$  e  $r$ , respectivamente. As demais equações provém das condições de contorno.

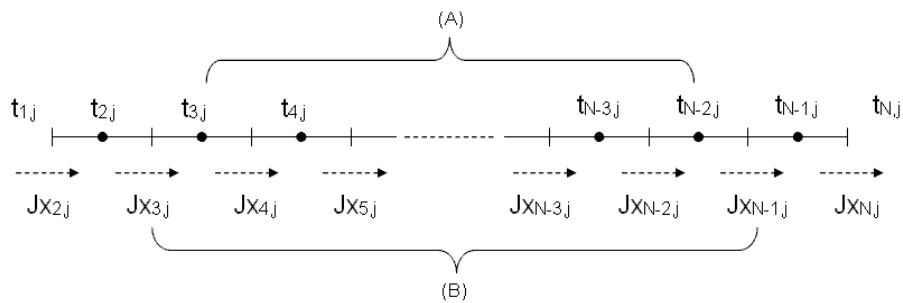


Figura 4.4 Domínio de aplicação: (A) Eq.(4.27); (B) Eq.(4.21).

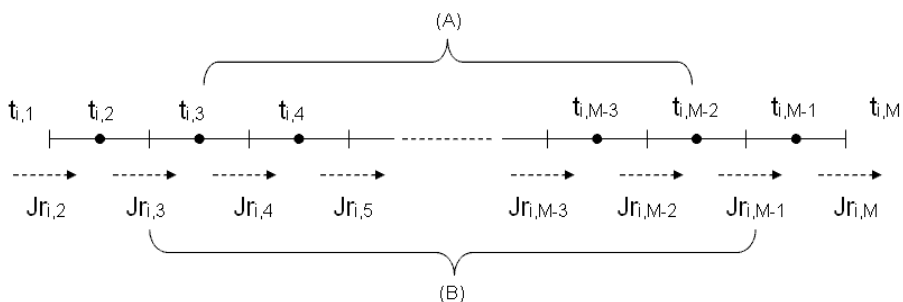


Figura 4.5 Domínio de aplicação: (A) Eq.(4.27); (B) Eq.(4.24).

#### 4.1.1 Condições de Contorno

Para a solução do problema, é necessário o conhecimento da temperatura ou do fluxo em cada fronteira. A Figura 4.6 apresenta as quatro fronteiras do domínio:

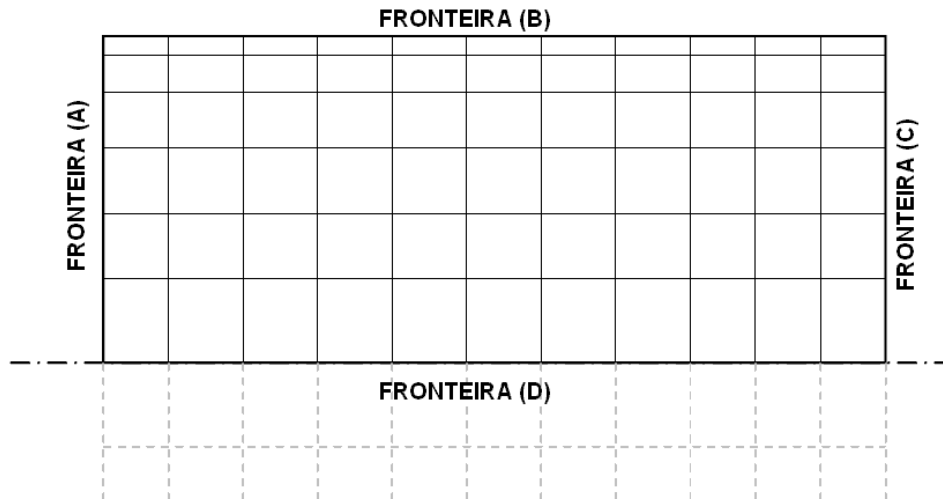


Figura 4.6 Fronteiras do domínio.

**Fronteira (A):** neste caso, a condição de contorno é a temperatura de entrada, que, neste problema, é uniforme e igual a  $T_g$ . Assim:

$$t_{1,j} = 1, \text{ para } 1 \leq j \leq M$$

Seguindo o mesmo procedimento utilizado para chegar à Eq.(4.21), impondo-se que, em  $x = 0$ ,  $t_{2,j}^- = t_{1,j}$ , as expressões que se obtêm para  $Jx_{2,j}$  e  $\hat{J}x_{2,j}$  são análogas, respectivamente, às Eqs.(4.21) e (4.23), em que:

$$DJx_{2,j} = \left[ \frac{1}{A(-Px_{2,j}^-)} \frac{\Delta x_2}{2\Gamma x} \right];$$

$$CJx_{2,j} = 0; \text{ e}$$

$$Px_{1,j}^+ = 0$$

Todos os demais termos são idênticos. Conhecido  $Jx_{2,j}$ , é possível estabelecer a expressão para  $t_{2,j}$  ( $3 \leq j \leq M-2$ ), que é idêntica à Eq.(4.27), com exceção do termo  $AIM_{2,j}$ :

$$AIM_{2,j} = r_j \Delta r_j DJx_{2,j}$$

**Fronteira (B):** a condição de contorno é a própria temperatura da parede:

$$t_{i,M} = ts_i = 1, \text{ para } 2 \leq i \leq N$$

As expressões para  $Jr_{i,M}$  e  $\hat{J}r_{i,M}$  são idênticas às Eqs. (4.24) e (4.26), sendo:

$$DJr_{i,M} = \left[ \frac{1}{A(\text{Pr}_{i,M-1}^+)} \frac{\Delta r_{M-1}}{2\Gamma r_{M-1}} \right];$$

$$BJr_{i,M} = 0; \text{ e}$$

$$\text{Pr}_{i,M}^- = 0.$$

A equação para  $t_{i,M-1}$  ( $3 \leq i \leq N-2$ ) corresponde à Eq.(4.27), em que:

$$AJP_{i,M-1} = \left( r_{M-1} + \frac{\Delta r_{M-1}}{2} \right) \Delta x_i DJr_{i,M}$$

**Fronteira (C):** nesta fronteira, são desconhecidos tanto o fluxo  $Jx$  quanto a temperatura  $t$ . Para contornar essa dificuldade, admite-se conhecida a temperatura  $t_{N,j}$ , de modo que as equações para  $Jx_{N,j}$ ,  $\hat{J}x_{N,j}$  e  $t_{N-1,j}$  ( $3 \leq i \leq M-2$ ) podem ser obtidas das Eqs.(4.21), (4.23) e (4.27), respectivamente, através das modificações seguintes:

$$DJx_{N,j} = \left[ \frac{1}{A(Px_{N-1,j}^+)} \frac{\Delta x_{N-1}}{2\Gamma x} \right]^{-1};$$

$$BJx_{N,j} = 0;$$

$$Px_{N,j}^- = 0; e$$

$$AIP_{N-1,j} = r_j \Delta r_j DJx_{N,j}.$$

Resta ainda estabelecer o valor de  $t_{N,j}$ . Uma possibilidade seria interpolar linearmente as temperaturas  $t_{N-1,j}$  e  $t_{N-2,j}$ , calculadas na iteração anterior:

$$t_{N,j} = t_{N-2,j} - \frac{\Delta x_{N-1} + 2\Delta x_{N-2}}{\Delta x_{N-1} + \Delta x_{N-2}} (t_{N-2,j} - t_{N-1,j}) \quad (4.28)$$

Esta aproximação foi proposta por França (1995) e aceita após a verificação dos resultados.

**Fronteira (D):** o problema é axissimétrico, de modo que:

$$Jr_{i,1} = 0$$

A equação para  $t_{i,2}$  ( $3 \leq i \leq N-2$ ) corresponde à Eq.(4.27), sendo:

$$AJM_{i,2} = 0$$

A temperatura na linha de centro do escoamento é determinada pela solução da equação diferencial resultante da combinação das Eqs.(4.17)-(b) e (4.18)-(b):

$$t_{i,1} = t_{i,2} + \frac{\Delta r_2}{4\Gamma r_2} Jr_{i,3} \quad (4.29)$$

As expressões para as temperaturas dos volumes de controle que se limitam com duas fronteiras do domínio, ou seja, para  $t_{2,2}$ ,  $t_{2,M-1}$ ,  $t_{N-1,2}$ , e  $t_{N-1,M-1}$ , correspondem à Eq.(4.27), modificando os seguintes coeficientes:

$$AIM_{2,2} = r_2 \Delta r_2 DJx_{2,2}$$

$t_{2,2} :$

$$AJM_{2,2} = 0$$

$$AIM_{2,M-1} = r_{M-1} \Delta r_{M-1} DJx_{2,M-1}$$

$t_{2,M-1} :$

$$AJP_{2,M-1} = \left( r_{M-1} + \frac{\Delta r_{M-1}}{2} \right) \Delta x_2 DJr_{2,M}$$

$$AIP_{N-1,2} = r_2 \Delta r_2 DJx_{N,2}$$

$t_{N-1,2} :$

$$AJM_{N-1,2} = 0$$

$$AIP_{N-1,M-1} = r_{M-1} \Delta r_{M-1} DJx_{N,M-1}$$

$t_{N-1,M-1} :$

$$AJP_{N-1,M-1} = \left( r_{M-1} + \frac{\Delta r_{M-1}}{2} \right) \Delta x_{N-1} DJr_{N-1,M}$$

Desse modo, completa-se a formulação para todo o domínio, que compreende:

$$Jx_{i,j} : 2 \leq i \leq N \text{ e } 2 \leq j \leq M - 1;$$

$$Jr_{i,j} : 2 \leq i \leq N - 1 \text{ e } 2 \leq j \leq M - 1; \text{ e}$$

$$t_{i,j} : 1 \leq i \leq N \text{ e } 1 \leq j \leq M$$

**Procedimento de Cálculo.** Conhecido o campo de temperatura, os fluxos  $Jx$  e  $Jr$  podem ser calculados na fronteira de cada volume de controle por meio das Eqs.(4.21) e (4.24). Porém, as temperaturas são desconhecidas e, para determiná-las através da Eq.(4.27) é necessário o conhecimento dos fluxos. Assim, o problema deve ser resolvido iterativamente. Admitindo, inicialmente, um campo de temperatura  $t^*$ , pode-se obter os fluxos  $Jx^*$  e  $Jr^*$ , bem como  $\hat{Jx}^*$  e  $\hat{Jr}^*$ , através das Eqs.(4.21), (4.23), (4.24) e (4.26), chegando-se às seguintes expressões:

$$\begin{aligned} a) Jx_{i,j}^* &= \hat{Jx}_{i,j}^* + DJx_{i,j} \left[ \exp(Px_{i-1,j}^+) t_{i-1,j}^* - \exp(-Px_{i,j}^-) t_{i,j}^* \right] \\ b) Jr_{i,j}^* &= \hat{Jr}_{i,j}^* + DJr_{i,j} \left[ t_{i,j-1}^* - t_{i,j}^* \right] \end{aligned} \quad (4.30)$$

Subtraindo a Eq.(4.30)-(a) da Eq.(4.22) e a Eq.(4.30)-(b) da Eq.(4.25), e considerando que  $\hat{J}x_{i,j} \cong \hat{J}x_{i,j}^*$  e  $\hat{J}r_{i,j} \cong \hat{J}r_{i,j}^*$ , chega-se a:

$$\begin{aligned} a) Jx_{i,j} &= Jx_{i,j}^* + DJx_{i,j} \left[ \exp(Px_{i-1,j}^+) t'_{i-1,j} - \exp(-Px_{i,j}^-) t'_{i,j} \right] \\ b) Jr_{i,j} &= Jr_{i,j}^* + DJr_{i,j} \left[ t'_{i,j-1} - t'_{i,j} \right] \end{aligned} \quad (4.31)$$

em que  $t'$  é a correção de temperatura, isto é:

$$t'_{i,j} = t_{i,j} - t_{i,j}^* \quad (4.32)$$

Substituindo-se as Eqs.(4.31)-(a) e (b) na Eq.(4.16), obtém-se a equação para  $t'$ :

$$\begin{aligned} AP_{i,j} t'_{i,j} &= AIP_{i,j} t'_{i+1,j} + AIM_{i,j} t'_{i-1,j} + AJP_{i,j} t'_{i,j+1} + AJM_{i,j} t'_{i,j-1} + \\ & r_j \Delta r_j (Jx_{i,j}^* - Jx_{i+1,j}^*) + \left( r_j - \frac{\Delta r_j}{2} \right) \Delta x_i Jr_{i,j}^* - \left( r_j + \frac{\Delta r_j}{2} \right) \Delta x_i Jr_{i,j+1}^* + r_j \Delta x_i \Delta r_j S_{i,j}^* \end{aligned} \quad (4.33)$$

Os coeficientes desta equação são os mesmos da Eq.(4.27);  $S_{i,j}^*$  corresponde ao termo fonte calculado a partir das temperaturas estimadas  $t^*$ . O domínio de aplicação da Eq.(4.33) é mostrado nas Figuras 4.5 e 4.6 e sua extensão aos demais pontos é feita do mesmo modo que para a Eq.(4.27). Nas fronteiras (A), (B), (C), as temperaturas são conhecidas, de modo que  $t' = 0$  nesses pontos. Não é necessário o conhecimento de  $t'$  na fronteira (D), na medida em que  $AJM_{i,2} = 0$ .

A solução do problema pode ser obtida, portanto, através dos seguintes passos:

- i. Estima-se um campo de temperatura  $t^*$ ;
- ii. Por meio desse campo, calculam-se os fluxos  $Jx^*$  e  $Jr^*$  através das Eqs.(4.21) e (4.24);
- iii. Resolve-se o campo  $t'$ , por meio da Eq.(4.33);
- iv. Obtido o campo  $t'$ , corrigem-se os fluxos  $Jx$  e  $Jr$  através de (4.31)-(a) e (b);
- v. Com  $Jx$  e  $Jr$ , determinam-se  $\hat{J}x$  e  $\hat{J}r$  pelas Eqs.(4.23) e (4.26) e, em seguida, o campo  $t$  através da Eq.(4.27), e
- vi. Retorna-se ao passo (i), fazendo  $t^* = t$ , repetindo o processo até que a convergência seja alcançada.

Embora a inclusão da correção de temperatura  $t'$  introduza uma equação adicional, verificou-se que a convergência da solução tornou-se mais rápida. Em problemas difusivos unidimensionais, por exemplo, uma única repetição do processo é suficiente para alcançar a convergência exata [Varejão, 1979].

## 4.2 Balanço de energia

De acordo com o equacionamento e condições de contorno aplicados ao problema, sabe-se que o gás perde energia para a superfície interna do duto. Desta forma, a temperatura de saída do gás é menor do que a de entrada. Esta diferença na quantidade de energia é o calor que chega à superfície interna do tubo, sendo o balanço verificado da seguinte forma:

$$\dot{m}C_p(T_s - T_e) = \int_A q_T dA \quad (4.34)$$

onde  $q_T = q_C + q_R$  é o fluxo de calor total, somando as parcelas convectiva e radiante.

## 4.3 Acoplamento entre o Método das Zonas e o de Volumes de Controle

No tratamento numérico dos termos convectivos e difusivos da equação da energia, o interior do duto foi dividido em volumes de controle. As expressões para cálculo das trocas de energia radiante foram obtidas a partir da divisão do domínio em zonas de radiação. Assim, há dois tipos de malhas envolvidos: volumes de controle e zonas de radiação.

Em princípio, não é necessário que essas duas malhas sejam coincidentes, ou seja, volumes de controle e zonas de radiação do mesmo tamanho. Um exemplo disso constitui o trabalho de Steward e Tannakore (1979), em que a malha para discretização dos termos convectivos e difusivos era mais refinada que a de zonas.

Alternativamente, o emprego de volumes de controle e zonas de mesma dimensão, ou seja, malhas coincidentes, permite que o balanço de energia radiante em cada zona de gás, Eq.(2.65), seja utilizado diretamente no cálculo do termo fonte  $S$ , Eq.(4.10)-(c), do volume de controle correspondente. A desvantagem deste procedimento é a necessidade de se utilizar volumes de controle de dimensão uniforme na direção axial, o que pode impedir o refinamento da malha na região de entrada.

França (1995) utilizou a malhas dos volumes de controle e a das zonas coincidentes, possuindo dimensão uniforme na direção axial. Neste trabalho a aplicação de malhas coincidentes foi, também, adotada. Na direção radial, porém, não é necessário que a malha seja



uniforme, permitindo maior refinamento próximo à parede. Para que não haja um número excessivo de volumes de controle (ou zonas) no duto, a região de entrada não pode ser muito refinada. Daí a necessidade de se empregar um método eficiente para a avaliação dos termos difusivos e convectivos.

Em cada volume de controle correspondendo a uma zona de radiação, o cálculo de  $q_R$ , por meio da Eq.(2.65), permite a avaliação de  $S$ , Eq.(4.10)-(c). O problema deve ser resolvido iterativamente, ou seja, as distribuições de temperatura do gás depende do conhecimento das trocas de energia radiante, que, por sua vez, são determinadas a partir das distribuições de temperatura. O procedimento adotado consiste em calcular as trocas de energia radiante a partir das temperaturas calculadas na iteração anterior. Embora possua a vantagem da simplicidade, essa solução não é a mais eficiente do ponto de vista de convergência numérica. O modo mais recomendado (Patankar, 1980) consiste na linearização de alguns termos de  $S$  e introduzi-los diretamente na Eq.(4.27). Na presente solução foi mantido o cálculo das trocas de energia radiante a partir do campo de temperatura obtido na iteração anterior, devido à maior simplicidade.

## 5 APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

### 5.1 Introdução

Neste capítulo, são apresentados os resultados obtidos para o problema de transferência de calor no escoamento de gases participantes em dutos de secção circular, levando em conta dois processos de transferência de calor: convecção e radiação.

Numa primeira etapa, comparam-se os resultados obtidos pelo procedimento de cálculo proposto com os apresentados na literatura para o caso de temperatura uniforme da parede do tubo, iniciando-se por uma breve análise para o caso em que não se considera transferência de energia radiante, ou seja, considera-se apenas a convecção forçada para o escoamento turbulento. Em seguida, inclui-se o processo de radiação, comparando-se os resultados com os obtidos por Smith et al. (1985). Finalmente, propõem-se correlações para o número de Nusselt radiante baseadas em todo o conjunto de simulações computacionais para duas misturas de gases: dióxido de carbono e vapor d'água, ambos à pressão de 0,1 atm, produto da combustão estequiométrica de óleos combustíveis; e dióxido de carbono e vapor d'água à pressões parciais de 0,1 e 0,2 atm, respectivamente, no caso de combustão estequiométrica de metano (gás natural). O restante da mistura é nitrogênio, transparente à radiação térmica. A partir deste ponto, estas duas misturas serão tratadas por “Mistura 1” e “Mistura 2”, respectivamente. Essas correlações são validadas a partir de critérios estatísticos e por comparação com resultados gerados computacionalmente. Discute-se ainda como acoplar as correlações dos números de Nusselt radiante e convectivos para a determinação do número de Nusselt total.

### 5.2 Convecção Forçada em Duto com Temperatura de Superfície Uniforme

O problema de convecção forçada no escoamento de gases em dutos exige a solução da equação da energia com o termo fonte radiante nulo,  $q_R^* = 0$ . A condição de contorno na parede corresponde à temperatura do duto, que é conhecida e admitida uniforme. Em caldeiras, na região de mudança de fase, a diferença de temperatura entre o gás, no interior do duto, e a parede é geralmente muito maior do que a diferença entre as temperaturas da parede e do vapor de água no lado externo. Isto resulta dos elevados coeficientes de transferência de calor no exterior do duto, muito maiores do que no interior do mesmo. Desta forma, assumir a temperatura constante na parede e igual à temperatura do vapor é uma simplificação bastante razoável do problema.

O número de Nusselt convectivo,  $Nu_C$ , é calculado como:

$$Nu_c = \frac{h_c(X)D_i}{k} \quad (5.1)$$

em que  $h_c(X)$  corresponde ao coeficiente de película na coordenada  $X$ , calculado a partir de:

$$h_c(X) = \frac{q_c(X)}{T_m(X) - T_s(X)} \quad (5.2)$$

onde  $q_c(X)$  é o calor trocado por convecção, e  $T_s(X)$  e  $T_m(X)$  são as temperaturas da superfície e de mistura do gás na posição  $X$ . A temperatura de mistura do gás adimensional é calculada, para o caso em que se admite a densidade independente da temperatura, como:

$$t_m(x) = 8 \int_0^{0.5} u(r)t(x,r)rdr \quad (5.3)$$

onde  $t_m(x) = T_m(X)/T_g$ . O fluxo de calor convectivo,  $q_c(X)$ , é obtido do calor que o gás cede por condução na parede e é calculado por meio de:

$$q_c(X) = -k \left. \frac{\partial T(X,R)}{\partial R} \right)_{R=D_i/2} \quad (5.4)$$

Combinando-se as equações anteriores, obtém-se a seguinte expressão para o número de Nusselt convectivo:

$$Nu_c(X) = - \frac{1}{t_m(x) - t_s(x)} \left. \frac{\partial t(x,r)}{\partial r} \right)_{r=0.5} \quad (5.5)$$

Na entrada do duto,  $Nu_c$  possui valor elevado, tendendo a infinito para  $x = 0$ . À medida que o fluido escoar ao longo do duto,  $Nu_c$  se reduz até atingir um valor limite,  $Nu_{CD}$ , caracterizando o desenvolvimento térmico do escoamento. O trecho do duto em que  $Nu_c$  ainda se altera é denominado região de entrada térmica.

A determinação do valor de  $Nu_{CD}$  para escoamentos turbulentos é feita por meio de estimativas através de correlações apresentadas na literatura. Dentre as correlações usuais, a

proposta por Gnielinski (1976) fornece resultados bons quando comparados aos experimentais. A correlação se apresenta como:

$$Nu_{CD} = \frac{\left(\frac{f}{8}\right)(Re_D - 1000)Pr}{1 + 12,7\left(\frac{f}{8}\right)^{1/2}(Pr^{2/3} - 1)} \quad (5.6)$$

A Eq.(5.6) é válida para  $0,5 < Pr < 2000$  e  $2300 < Re_D < 5 \times 10^6$ . A correlação se aplica tanto aos casos de fluxo de calor uniforme na superfície quanto de temperatura uniforme na superfície. O fator de atrito  $f$  é obtido por meio da Eq.(2.13) para a região de tubos lisos.

Em muitas aplicações de engenharia, o valor médio de Nusselt,  $\overline{Nu}$ , com relação ao comprimento do tubo é de maior utilidade, pois este é utilizado para o cálculo do coeficiente de transferência de calor médio na obtenção da taxa de calor trocada no sistema. Para tubos com comprimentos em torno de 20 diâmetros ou maiores e escoamentos turbulentos, é possível estimar um valor médio de Nusselt a partir da seguinte equação

$$\frac{\overline{Nu}}{Nu_{CD}} = 1 + \frac{C}{x/D} \quad (5.7)$$

onde  $C$  é uma constante obtida através da análise de dados experimentais. Para o caso do perfil de velocidades completamente desenvolvido, propõe-se o valor de 1,4 [Kays e Crawford, 1980].

Na Figura 5.1, comparam-se o número de Nusselt desenvolvido encontrado a partir da correlação de Gnielinski, Eq.(5.6), e o obtido pela solução numérica, para o caso de transferência de calor puramente convectiva em regime turbulento. O fluido, neste caso, consiste de uma mistura de gás com  $Pr = 0,88$ , que é um valor típico para gases provenientes da combustão. A Figura 5.1 mostra que a solução numérica da Eq.(4.2) fornece resultados satisfatórios em comparação ao previsto pela correlação de Gnielinski, quando não é considerada a transferência de energia radiante.

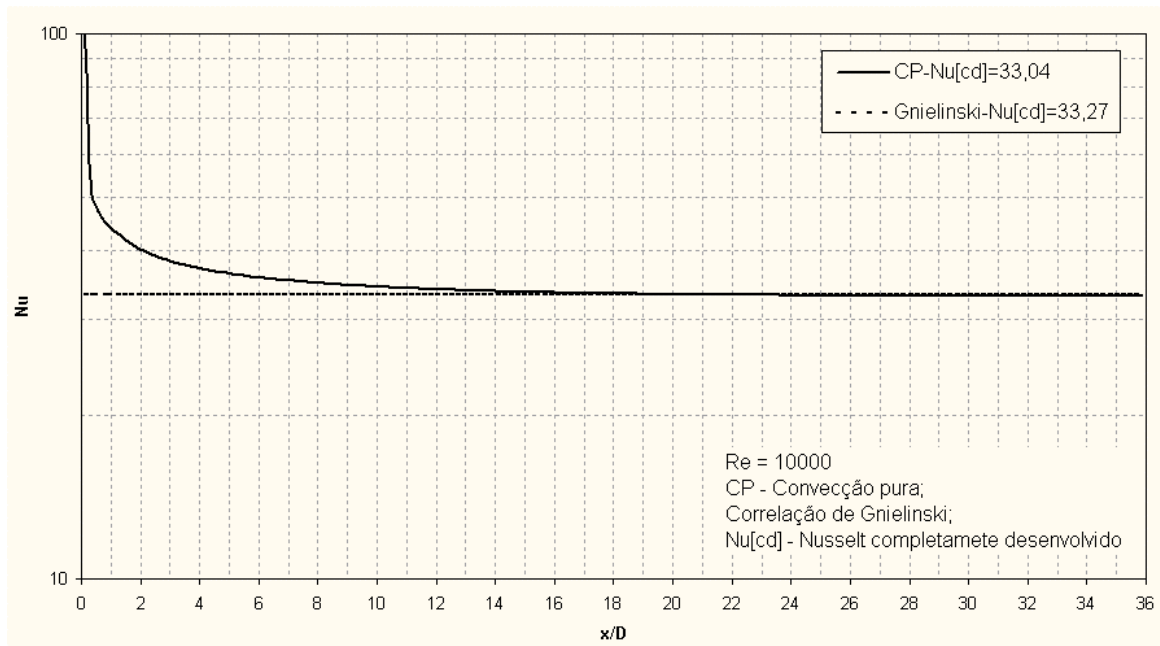


Figura 5.1 Comparação entre resultados obtidos pela solução numérica e pela correlação de Gnielinski, 1976, para  $Nu_{CD}$ .

Tabela 5.1 Comparação entre os números de Nusselt convectivos desenvolvidos obtidos pela solução numérica e pela correlação de Gnielinski (1976).  $Pr=0,88$ .

Re	$Nu_{CD)_{Num}}$	$Nu_{CD)_{Lit}}$	Desvio (%)
10000	33,04	33,27	0,81
20000	56,42	58,23	3,21
25000	67,25	69,49	3,33
30000	78,34	80,24	2,43

A Tabela 5.1 apresenta resultados para outros valores de números de Reynolds e, novamente, pode ser vista a proximidade existente entre os dados na região desenvolvida, como por exemplo, o valor encontrado para  $Re = 10000$  do  $Nu_{CD)_{Num}} = 33,04$  obtido pela solução numérica contra  $Nu_{CD)_{Lit}} = 33,27$  gerado pela correlação de Gnielinski. Os resultados para  $\overline{Nu}$  obtidos pela solução numérica e pelas correlações da literatura, apresentaram valores de desvio bastante próximos aos desvios encontrados entre os  $Nu_{CD)_{Num}}$  e  $Nu_{CD)_{Lit}}$ , sendo o maior valor de desvio de número de Nusselt médio, encontrado para  $Re = 25000$ , de 3,22% e o menor valor, para  $Re = 10000$ , de 0,63%.

Assim, pode-se considerar válida a solução numérica do problema bidimensional de difusão-convecção, utilizando-se o função de volumes finitos *Flux-Spline*.

### 5.3 Convecção Forçada Combinada com Radiação Térmica em Duto com Temperatura de Superfície Uniforme

Efetuada a verificação da solução numérica para o caso em que  $q_R^* = 0$ , considera-se, agora, o problema incluindo a transferência de energia radiante no gás e na superfície do duto. O primeiro passo consiste na definição do número de Nusselt radiante,  $Nu_R$ . Analogamente a  $Nu_C$ , Eq.(5.5), ele é definido como:

$$Nu_R = -\frac{D_i}{k} \frac{q_R(X)}{T_m(X) - T_s(X)} \quad (5.8)$$

onde  $q_R(X)$  é o fluxo líquido de energia radiante que o elemento do tubo, localizado em  $X$ , perde. Este é obtido de:

$$q_R(X) = q_o(X) - q_i(X) \quad (5.9)$$

Reescrevendo a Eq.(5.8) a partir de termos adimensionais e utilizando a Eq.(5.9), obtém-se:

$$Nu_R = -\frac{1}{Nu_{CR}} \frac{1}{t_m(x) - t_s(x)} \frac{q_o(X) - q_i(X)}{\sigma T_o^4} \quad (5.10)$$

O número de Nusselt radiante  $Nu_R(x)$  leva em conta não apenas a energia radiante que o elemento do duto troca com o gás, mas também com os demais elementos do duto e com os reservatórios nas extremidades do duto.

O número de Nusselt total  $Nu_T(x)$  considera toda energia que chega ao elemento do duto, incluindo tanto a radiação quanto a convecção. Assim, da definição dos números  $Nu_C(x)$  e  $Nu_R(x)$ , obtém-se:

$$Nu_T(x) = Nu_C(x) + Nu_R(x) \quad (5.11)$$

O número de Nusselt convectivo,  $Nu_c(x)$ , é calculado pelo mesmo procedimento adotado quando a radiação térmica não é incluída, levando em conta a energia que o gás cede ao duto por condução, em  $R = D_i/2$ , Eq.(5.5). Quando a radiação térmica não é considerada, temos  $Nu_T = Nu_c$ .

A solução foi comparada com a apresentada por Smith et al. (1985). Considerou-se o escoamento de gás participante através de um duto de diâmetro interno de 1,0 m e comprimento de 5,0 m (ou seja,  $l = 5,0$ ), mantido à temperatura uniforme de 800 K. O gás entra no duto à temperatura de 2000 K, sendo constituído pelos seguintes gases: dióxido de carbono, vapor de água, ambos à pressão parcial de 0,1 atm, e nitrogênio, a 0,8 atm. As propriedades radiantes desse gás foram modeladas pela soma-ponderada-de-gases-cinzas, como descrito na seção 2.7.

Foi, também, considerado um gás cinza de coeficiente de absorção igual a  $0,1 \text{ m}^{-1}$ . Foram analisados casos de escoamento turbulento com  $Pe = 10000$ . O parâmetro condução-convecção e o número de Prandtl são  $N_{CR} = 6,4 \times 10^{-4}$  e  $Pr = 0,71$ , respectivamente. A Figura 5.2 compara os números de Nusselt totais,  $Nu_T$ , obtidos por Smith et al. (1985) e pela presente solução para os três casos distintos indicados abaixo:

PCT: escoamento turbulento, considerando apenas o processo de convecção;

GCT: escoamento turbulento, combinando os processos de convecção e radiação para o gás cinza;

RCT: escoamento turbulento, combinando a convecção e a radiação para o gás real, mistura de  $\text{CO}_2$ ,  $\text{H}_2\text{O}$  e  $\text{N}_2$ .

Como pode ser observado na Figura 5.2, os números de Nusselt totais,  $Nu_T$ , obtidos pelas duas soluções são coincidentes tanto quando o processo de radiação é considerado, quanto o caso de convecção pura. Os resultados mostram que a inclusão do processo de radiação aumenta a energia térmica cedida pelo gás ao duto. Ao contrário dos casos em que apenas a convecção forçada foi considerada,  $Nu_T$  eleva-se na saída do duto quando a radiação foi incluída na solução. Isso se deve à energia radiante proveniente do reservatório 2, que é representado por uma superfície negra na temperatura de mistura do gás na saída.

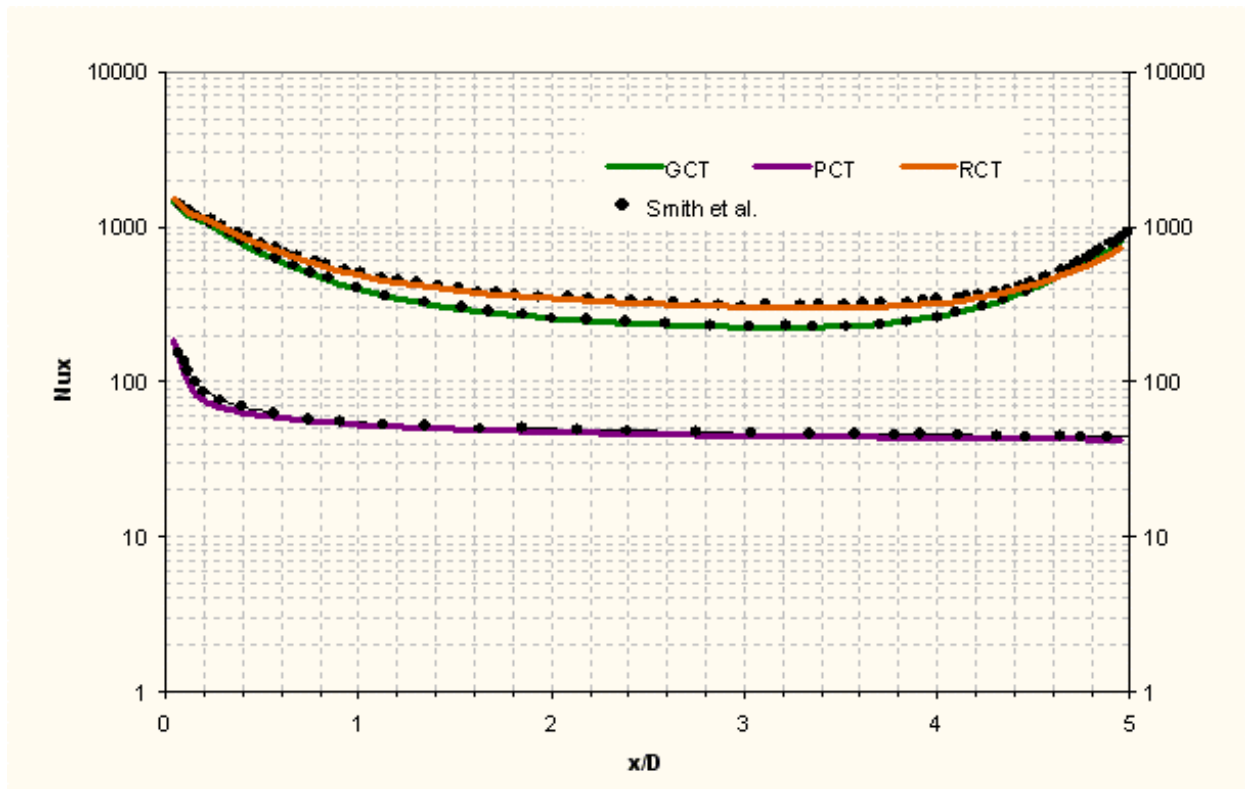


Figura 5.2 Número de Nusselt local ao longo do duto. Comparação entre a presente solução e a apresentada por Smith et al. (1985).

Os resultados apresentados na Figura 5.2 foram obtidos, em ambas as soluções, utilizando-se uma malha com  $N = 60$  e  $M = 10$ . A aplicação de malhas mais refinadas não provocou variações significativas nos resultados. Na direção axial, o tubo foi dividido uniformemente em  $N$  partes, a fim de reduzir o número de áreas de troca direta a serem calculadas. Na direção radial, a malha empregada não foi uniforme, sendo  $\Delta r_M = 10y^+$ . As dimensões  $\Delta r_j$  dos demais elementos foram obtidas segundo uma progressão geométrica.

#### 5.4 Efeito da Radiação Térmica

Nas Figuras 5.3 e 5.4, apresentam-se o número de Nusselt convectivo local para os dois tipos de mistura de gases especificados no começo deste capítulo, Mistura 1 e 2. Para ambas as misturas são apresentados os resultados em que se leva em conta somente a transferência de calor convectiva pura, como também quando é considerada a troca de energia radiante.

Observa-se que a diferença entre os valores de  $Nu_c$  local, tanto para o caso de convecção pura quanto para o caso em que se inclui a radiação térmica, é pequena para os dois tipos de mistura. Nota-se que na presença de radiação térmica as taxas de troca de energia convectiva,  $Nu_c$ , são levemente maiores do que no caso em que somente a convecção é levada em conta.



Isto ocorre para ambos os tipos de mistura considerados. A diferença entre os valores de Nusselt locais por convecção pura e por transferência combinada resulta, como esperado, em diferenças pouco significativas nos valores de Nusselt médio,  $\overline{Nu}_C$ . Para a Mistura 1, o desvio relativo ficou em 2,65%, para a Mistura 2, o desvio foi de 3,44%. Outros casos podem ser vistos na Tabela 5.2. Nota-se que mesmo em condições variadas a diferença entre os números de Nusselt convectivos médios,  $\overline{Nu}_C$ , para o problema de convecção pura e o problema combinado, é muito pequena quando ambos os tipos de mistura são analisados. Na realidade, como será visto adiante, para tubos com diâmetros elevados ( $D_i > 1$  m), usuais em câmaras de combustão, observa-se um maior efeito da radiação térmica no número de Nusselt convectivo. Contudo, para as condições usualmente encontradas em feixes de tubo de geradores de vapor, pode-se considerar válido o comportamento observado na Tabela 5.2.

Uma importante conclusão segue dos resultados discutidos acima. Com a pequena diferença entre os valores de  $\overline{Nu}_C$  em processos combinados ou de convecção pura, pode-se estimar o número de Nusselt convectivo em ambos os casos pelas correlações disponíveis na literatura, que levam em consideração apenas o mecanismo de convecção. Da mesma forma, embora os resultados acima contemplem escoamento desenvolvido na entrada do duto, é razoável considerar que o mesmo comportamento do número de Nusselt convectivo, com ou sem a presença de radiação térmica, seja observado para o caso de escoamento não-desenvolvido na entrada, onde a troca por convecção é ainda maior.

Outro ponto também observado nas Figuras 5.3 e 5.4 é o fato da diferença no desenvolvimento térmico ocorrer com atraso quando incluída a radiação térmica. Para a Mistura 1 o desenvolvimento térmico puramente convectivo se dá em torno de  $x/D = 10$ , enquanto que para o caso com a radiação térmica este valor fica entre  $18 < x/D < 20$ . Com relação à Mistura 2 o mesmo ocorre, porém com valores mais próximos entre os dois casos: quando puramente convectivo o desenvolvimento térmico ocorre em  $x/D = 14$ ; quando incluída a radiação térmica, este se dá em  $x/D = 18$ . Os valores de temperatura, diâmetro e número de Reynolds utilizados são típicos de aplicações em caldeiras fumotubulares, conforme indicado nas figuras.

Tabela 5.2 Comparação dos números de Nusselt convectivos médios entre casos de convecção pura e problema combinando convecção e radiação.

5.4.1.1.1.1 Números de Nusselt convectivos médios							
	$T_g$ (K)	$T_s$ (K)	$L/D_i$	$Re_D$	Convecção Pura $\overline{Nu}_c$	Combinado $\overline{Nu}_c$	Desvio (%)
Mistura 1	1000	500	60	10000	31,35	31,28	0,22
	1200	600	110,5	25000	62,49	62,34	0,24
	1500	500	77,6	30000	74,31	73,71	0,81
	2000	500	77,6	20000	54,66	53,96	1,28
Mistura 2	1000	500	60	10000	32,15	31,56	1,87
	1200	600	110,5	25000	63,84	63,42	0,66
	1500	500	77,6	30000	76,29	75,31	1,28
	2000	500	77,6	20000	57,05	55,94	1,94

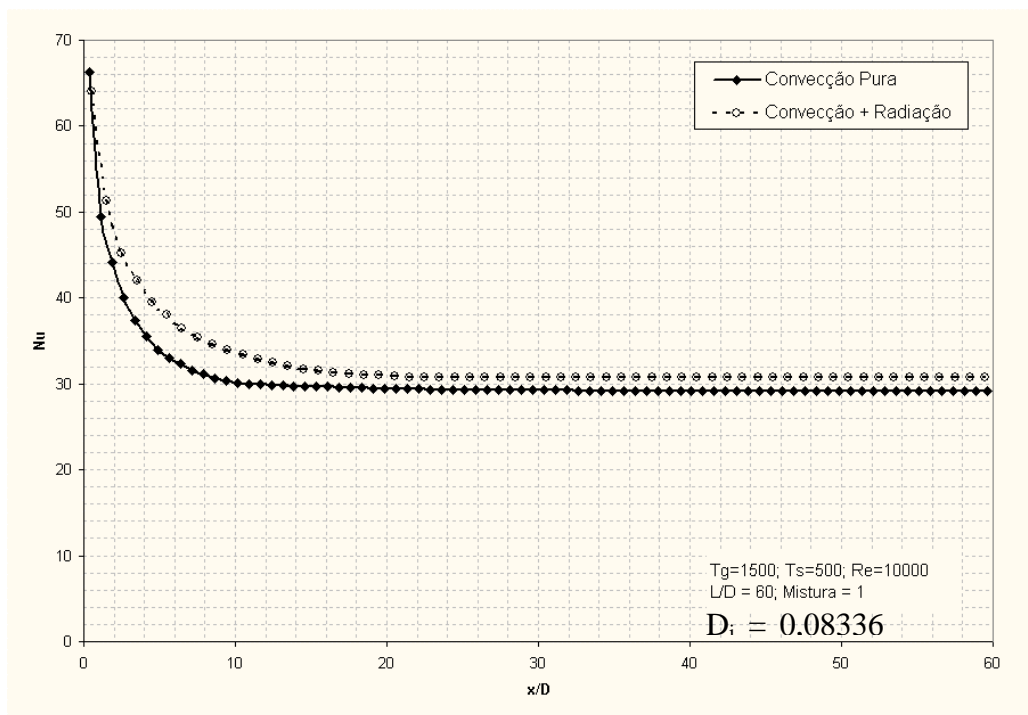


Figura 5.3 Números de Nusselt convectivos locais para o problema puramente convectivo e combinado. Mistura 1.

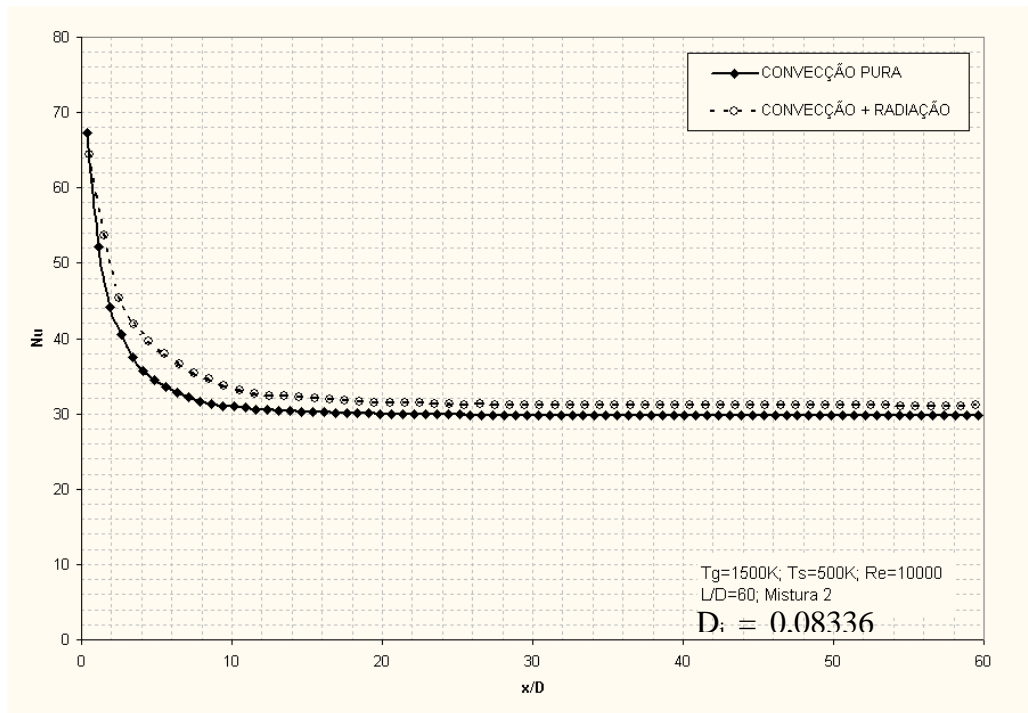


Figura 5.4 Números de Nusselt convectivos locais para o problema puramente convectivo e combinado. Mistura 2.

Embora a inclusão da radiação térmica não tenha apresentado muita influência nos valores de números de Nusselt convectivos, esta se dá em termos de Nusselt total,  $Nu_T$ . No caso em que a radiação é considerada, possui dois componentes,  $Nu_C$  e  $Nu_R$ . Observa-se nas Figuras 5.5 e 5.6 que a inclusão da radiação implica na elevação de  $Nu_T$ , pois sendo pequena a alteração em  $Nu_C$ , quando incrementado pelo  $Nu_R$ , a elevação torna-se significativa.

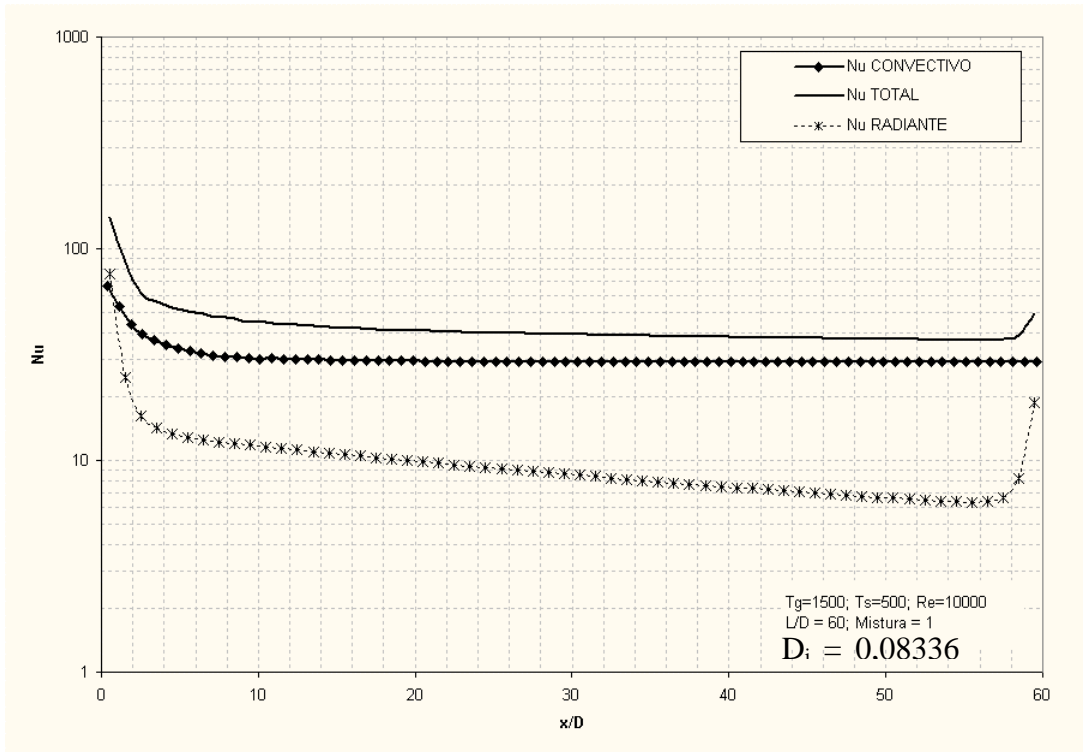


Figura 5.5 Números de Nusselt: convectivo puro, radiante e total. Mistura 1.

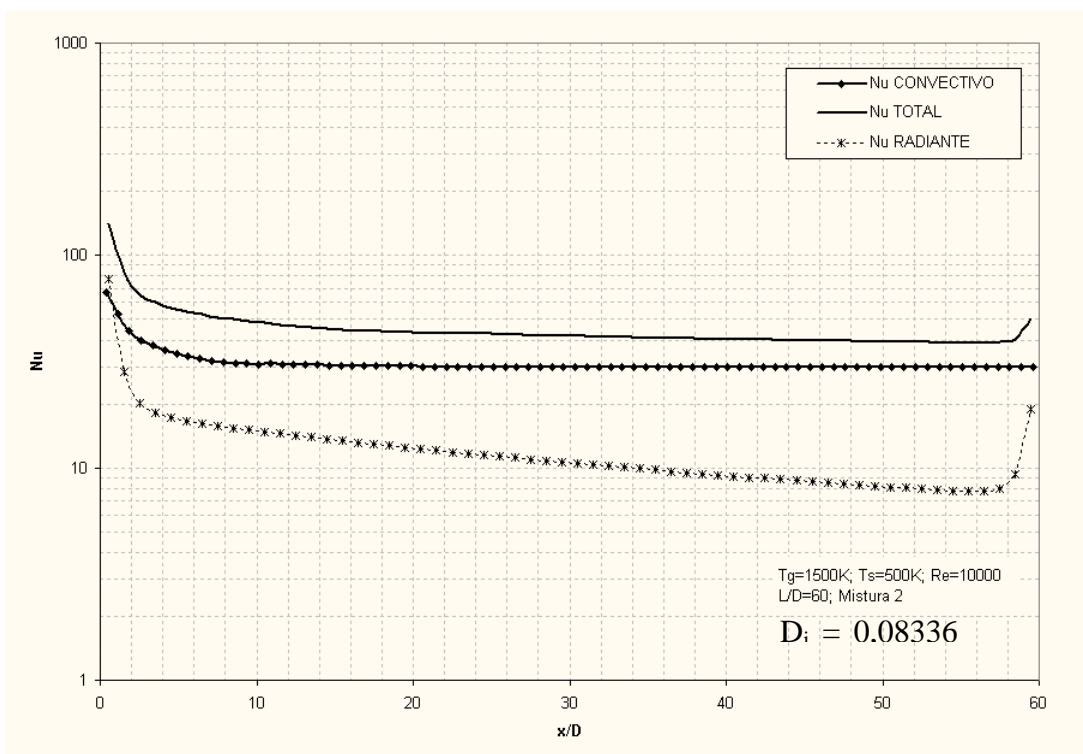


Figura 5.6 Números de Nusselt: convectivo puro, radiante e total. Mistura 2.

Um outro aspecto observado nas Figuras 5.5 e 5.6 é o fato de que o número de Nusselt radiante,  $Nu_R$ , decai ao longo do duto até a extremidade de saída, quando se eleva devido a consideração de superfície negra nas extremidades do duto (reservatórios). No entanto, mesmo quando a radiação é incluída o número de Nusselt convectivo,  $Nu_C$ , atinge o desenvolvimento térmico, se comportando de forma semelhante ao caso em que não é considerada a radiação térmica.

As Figuras 5.7 e 5.8 apresentam as temperaturas de mistura do gás quando apenas a convecção é considerada e quando esse processo é combinado com a radiação para as duas misturas de gases. A temperatura de mistura do gás na saída do duto reduziu quando a radiação térmica foi considerada, decorrente da maior capacidade de transferência de calor do gás para a parede do duto. No caso apresentado nas Figuras 5.7 e 5.8, o aumento na transferência de calor corresponde a 40% e 46% para as misturas 1 e 2, respectivamente.

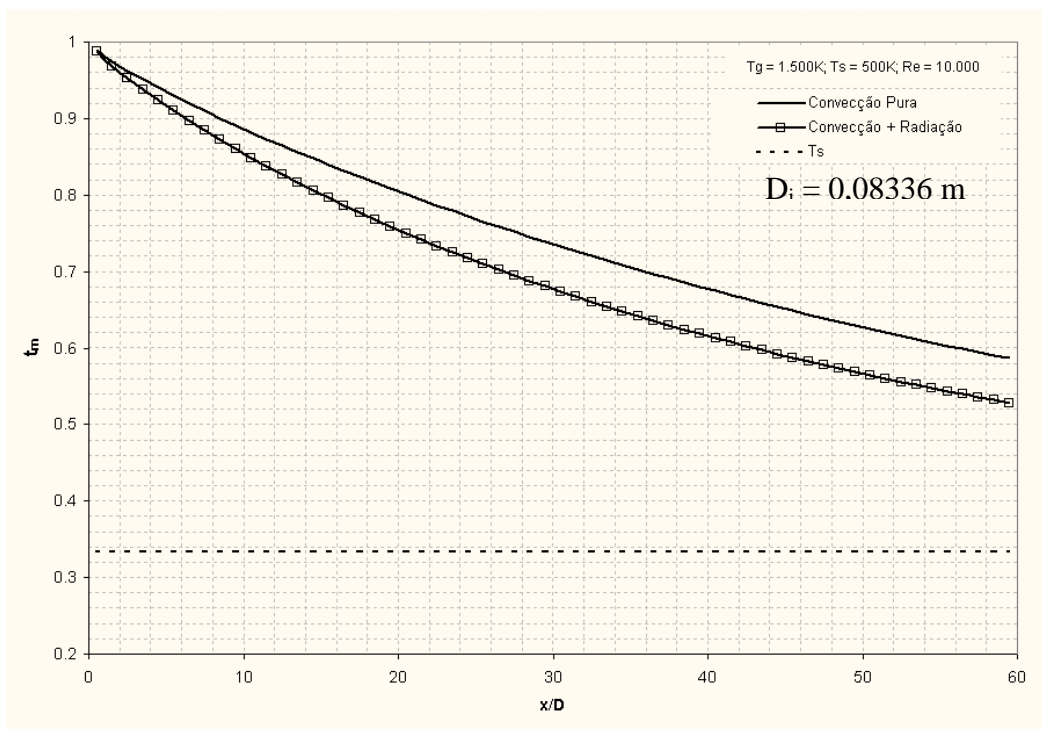


Figura 5.7 Temperatura de mistura do gás ao longo do duto, incluindo ou não o processo de radiação. Mistura 1.

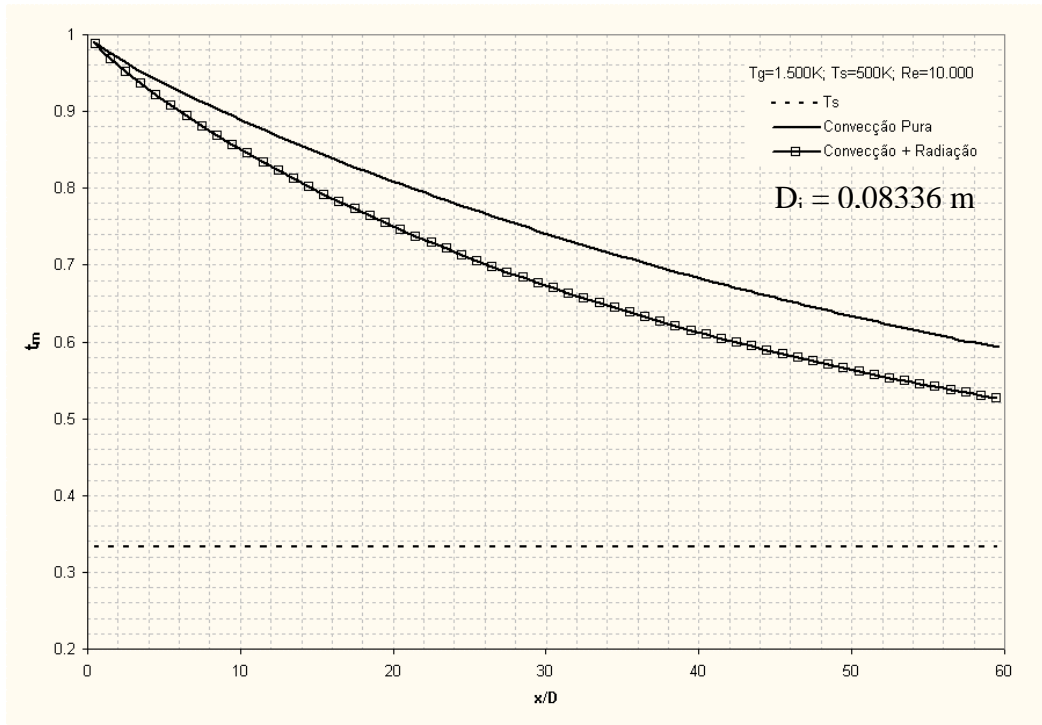


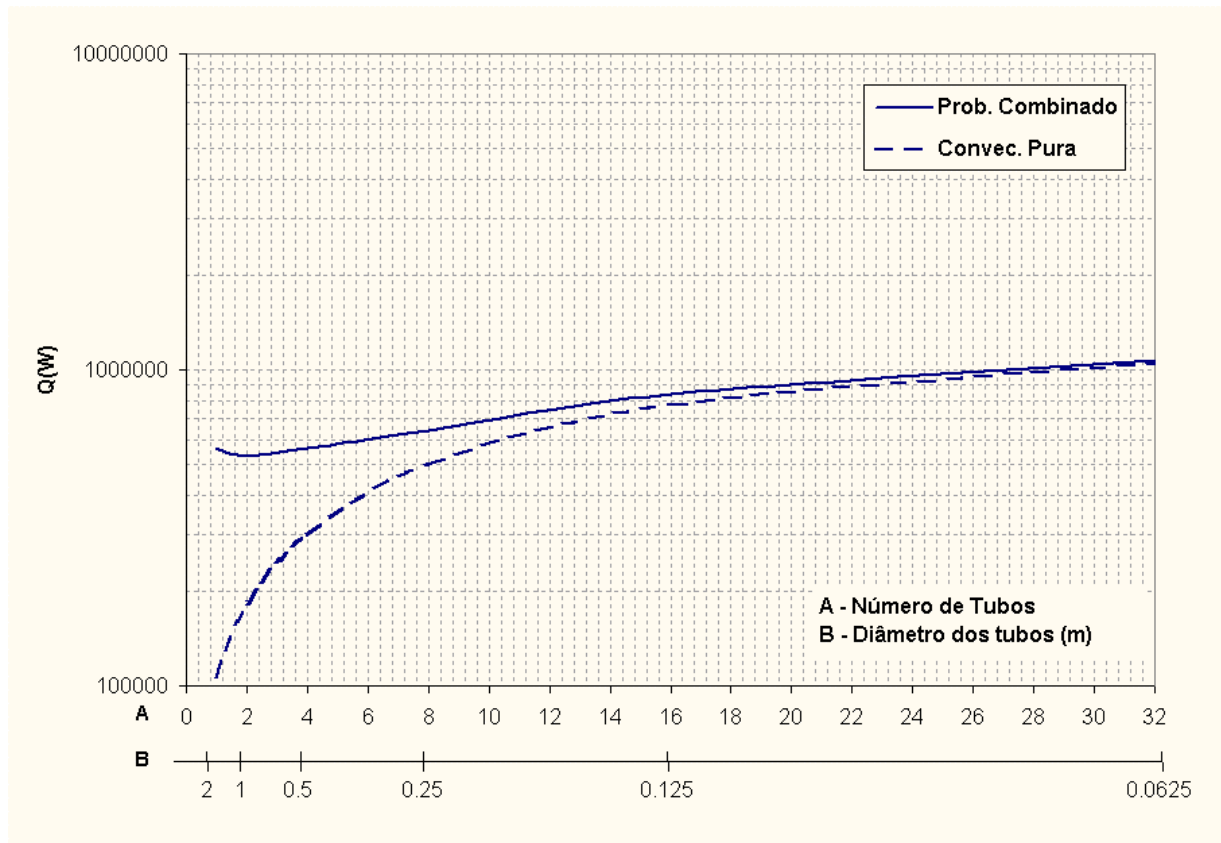
Figura 5.8 Temperatura de mistura do gás ao longo do duto, incluindo ou não o processo de radiação. Mistura 2.

## 5.5 Efeito do Diâmetro

A Tabela 5.3 apresenta números de Nusselt para seis valores de diâmetros aplicados em ambos os tipos de mistura, 1 e 2. Nota-se que para os diâmetros maiores a radiação térmica é dominante, porém à medida que estes reduzem, os números de Nusselt radiantes decrescem abruptamente quando comparados com os convectivos. O comprimento dos tubos foi mantido constante,  $L = 10$  m. Como base de comparação para cálculo da taxa de transferência de calor  $Q$  (em W), considerou-se a mesma área de superfície,  $A = N\pi D_i L$ , onde  $N$  é o número de tubos. Deste modo, para  $D_i = 2$  m, tem-se  $N = 1$ ; para  $D_i = 1$  m,  $N = 2$ ; e assim por diante, até  $D_i = 0,0625$  m, com  $N = 32$ . Em todos os casos, considerou-se a mesma vazão mássica total de 2 kg/s. Isso resulta aproximadamente em mesmos números de Reynolds em todos os casos, o que poderia indicar números de Nusselt convectivos semelhantes, conforme discussão da seção anterior. Contudo, para os diâmetros mais elevados, devido à considerável distorção no campo de temperatura devido à intensa transferência radiante, observa-se uma importante variação no número de Nusselt convectivo.

Tabela 5.3 Números de Nusselt médios: convectivo e radiante para diferentes diâmetros.

$N^\circ$ Tubos	$D_i$ (m)	Mistura 1		Mistura 2	
		$\overline{Nu}_C$	$\overline{Nu}_R$	$\overline{Nu}_C$	$\overline{Nu}_R$
1	2	113.61	750.17	122.01	831.20
2	1	94.70	293.21	98.17	347.77
4	0.5	87.69	105.64	89.52	132.26
8	0.25	84.04	37.02	85.86	47.95
16	0.125	84.61	13.51	82.79	17.11
32	0.0625	87.52	5.09	91.08	6.37

Figura 5.9 Variação da taxa de calor com relação ao número de tubos. Mistura 1.  $T_g/T_s = 2$ .

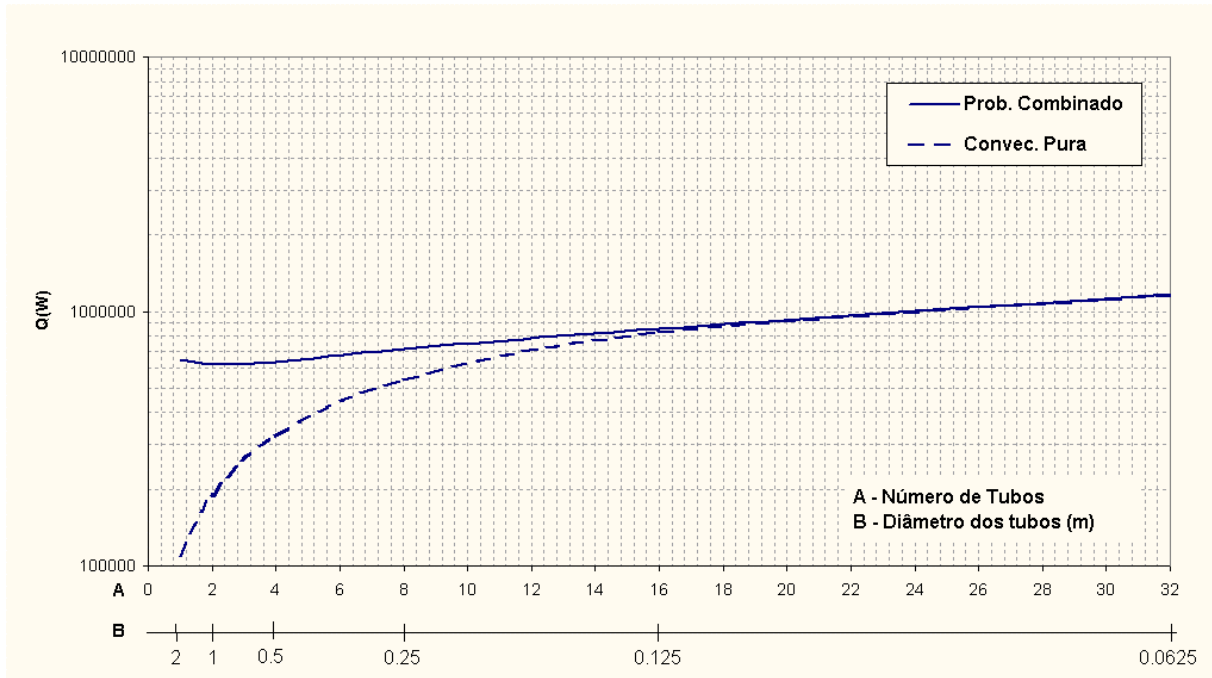


Figura 5.10 Variação da taxa de calor com relação ao número de tubos. Mistura 2.  $T_g/T_s=2$ .

Primeiramente, resolveu-se o problema para um duto com diâmetro de 2 m, obtendo-se 564,5 kW e 643,4 kW como taxa de calor trocado, para misturas 1 e 2, respectivamente. Em seguida, dois dutos com diâmetro de 1 m foram analisados, obtendo-se 266,5 kW e 310 kW para as misturas 1 e 2, respectivamente. Repetiu-se o procedimento para o diâmetro até 32 vezes menor, ou seja, 0,06250 m. As Figuras 5.9 e 5.10 apresentam a variação da taxa total de calor,  $Q$ , em função dos diâmetros dos tubos apresentados na Tabela 5.3. Como pode ser observado nas Figuras 5.9 e 5.10, para ambas as misturas de gases o comportamento foi o mesmo, ou seja, a taxa de calor total se eleva para bancos com tubos de menor diâmetro. Outra observação importante, nestas figuras, é vista para os casos em que somente convecção está sendo considerado, as taxas de transferência de calor decaem abruptamente para tubos com diâmetros maiores, em que a radiação térmica domina no problema combinado. Isso se explica com o fato de que, embora o número de Nusselt total,  $\overline{Nu}_T$ , se eleve para tubos de maior diâmetro, a taxa de calor é proporcional ao coeficiente de transferência de calor médio,  $\overline{h}_T = \overline{Nu}_T k / D_i$ , que decai com o diâmetro.



## 5.6 Correlações

### 5.6.1 Análise dimensional da transferência de calor radiante

Para a determinação de uma ou mais correlações que descrevam o comportamento de determinado processo/fenômeno, é necessário primeiro conhecer as variáveis envolvidas.

Os resultados apresentados na seção 5.4 demonstram que o número de Nusselt convectivo é geralmente pouco afetado pela presença da radiação térmica para dutos com diâmetros não muito elevados, que são geralmente os empregados. Isto possibilita o emprego das correlações disponíveis na literatura para o termo convectivo, e assim todo o esforço na obtenção de uma correlação para o número de Nusselt total pode ser concentrado no mecanismo de radiação térmica (através do número de Nusselt radiante).

As variáveis que influenciam o número de Nusselt radiante,  $Nu_R$ , podem ser obtidas a partir da análise dimensional. Para fins de simplificação desta análise, a partir do modelo da soma-ponderada-de-gases-cinzas e método das zonas, considera-se um gás cinza no interior de uma cavidade com superfícies internas negras. Com estas considerações, a taxa de energia radiante emitida pelo volume de gás,  $V_\gamma$ , é dada pela Eq.(2.65):

$$q_{R,\gamma} = \frac{1}{V_\gamma} \left[ 4V_\gamma a \sigma T_\gamma^4 - \sum_{\gamma^*} \overline{g_{\gamma^*} g_\gamma} \sigma T_{\gamma^*}^4 - \sum_{j=1}^J \overline{s_j g_\gamma} \sigma T_j^4 \right] \quad (5-12)$$

Nota-se que os conceitos de fluxo direcionado (representado pelo vetor) e de radiosidade,  $q_{o,j}$  não foram aplicados na Eq.(5-12), devido à hipótese de se considerar apenas gás cinza e superfícies negras. Desta forma, utilizam-se as áreas de troca direta, caracterizadas pela barra. Combinando-se o fluxo de energia radiante adimensional,  $q_R^* = q_R D_i / \sigma T_g^4$ , com a Eq.(5-12), tem-se:

$$q_R^* = \frac{D_i q_R}{\sigma T_g^4} = \frac{D_i}{\sigma T_g^4} \frac{1}{V_\gamma} \left[ 4V_\gamma a \sigma T_\gamma^4 - \sum_{\gamma^*} \overline{g_{\gamma^*} g_\gamma} \sigma T_{\gamma^*}^4 - \sum_{j=1}^J \overline{s_j g_\gamma} \sigma T_j^4 \right] \quad (5.13)$$

Combinando-se as Eqs.(5-12) e (5.13) obtém-se a equação da taxa de energia radiante perdida pelo gás, na forma adimensional, como:

$$q_R^* = \frac{D_i}{V_\gamma} \Phi = 4a D_i T_\gamma^{*4} - \sum_{\gamma^*} \overline{g_{\gamma^*} g_\gamma} \frac{D_i}{V_\gamma} T_{\gamma^*}^{*4} - \sum_{j=1}^J \overline{s_j g_\gamma} \frac{D_i}{V_\gamma} T_j^{*4} \quad (5.14)$$

onde  $T_\gamma^* = T_\gamma/T_g$  e  $T_j^* = T_j/T_g$ . Nota-se o surgimento de um grupo adimensional, a *espessura óptica*,  $\kappa = aD_i$ . Pode-se, ainda, adimensionalizar as áreas de troca direta. Para gás-gás, temos:

$$\begin{aligned} \frac{g_\gamma^* g_\gamma}{V_\gamma} \frac{D_i}{V_\gamma} &= \left( \frac{a^2}{\pi} \int_{V_\gamma^*} \int_{V_\gamma} \frac{\exp(-aS_{\gamma^*-\gamma})}{S_{\gamma^*-\gamma}^2} dV_\gamma dV_{\gamma^*} \right) \frac{D_i}{V_\gamma} \\ &= \frac{\kappa^2}{V_\gamma D_i^3 \pi} \int_{V_\gamma^*} \int_{V_\gamma} \frac{\exp(-\kappa s_{\gamma^*-\gamma})}{s_{\gamma^*-\gamma}^2} dV_\gamma dV_{\gamma^*} \end{aligned} \quad (5.15)$$

onde  $s = S/D_i$ . Para as áreas de troca direta superfície-gás, Eq.(2.59), o mesmo procedimento é adotado. A equação se apresenta como:

$$\begin{aligned} \frac{s_j g_\gamma}{V_\gamma} \frac{D_i}{V_\gamma} &= \left( \frac{a}{\pi} \int_{V_\gamma} \int_{A_j} \frac{\exp(-aS_{j-\gamma}) \cos \beta}{S_{j-\gamma}^2} dA_j dV_\gamma \right) \frac{D_i}{V_\gamma} \\ &= \frac{\kappa^2}{V_\gamma D_i^2 \pi} \int_{V_\gamma} \int_{A_j} \frac{\exp(-\kappa s_{j-\gamma}) \cos \beta}{s_{j-\gamma}^2} dA_j dV_\gamma \end{aligned} \quad (5.16)$$

É possível demonstrar que, uma vez estabelecida a geometria, as áreas de troca-direta adimensionais, definidas pelas Eqs.(5.15) e (5.16), dependem unicamente da espessura óptica,  $\kappa$ . A partir desses grupos adimensionais, juntamente com a definição de  $Nu_R$ , Eq.(5.10), pode ser visto que a variável dominante na transferência de calor por radiação é a espessura óptica,  $\kappa$ . Durante as simulações foi observado que a variação do número de Reynolds afetava as taxas de energia radiantes. A ocorrência disto se deve ao fato de que com velocidades mais altas, a temperatura do gás decai mais lentamente, tornando mais efetivo o mecanismo de radiação térmica. Assim, surgem os seguintes grupos adimensionais para a descrição do processo radiante:  $\kappa$ ,  $T_g/T_s$  e  $Re_D$ . Na realidade, dois outros grupos adimensionais deveriam ser incluídos,  $L/D_i$  e  $N_{CR} = k/\sigma D_i T_g^3$ , totalizando cinco grupos adimensionais e tornando muito mais difícil, se não inviável, a tarefa de se obter uma correlação para Nusselt radiante. A razão de aspecto,  $L/D_i$ , leva em conta o efeito dos reservatórios, mas como a correlação objetiva situações encontradas em geradores de vapor, onde  $L/D_i \ll 1$ , podemos negligenciar esse efeito. O parâmetro condução-radiação,  $N_{CR}$ , acopla o mecanismo de radiação térmica ao de convecção na equação da energia. Como está sendo proposto o cálculo independente dos números de Nusselt

convectivo e radiante, isso implica que o parâmetro  $N_{CR}$  torna-se desnecessário. Na realidade, isso é uma aproximação, e um modo de se reduzir o erro de sua exclusão é empregar diferentes temperaturas  $T_g$  e  $T_s$  para uma dada razão  $T_g/T_s$ , fazendo variar os valores de  $N_{CR}$  e absorvendo esse efeito nos valores do número de Nusselt radiante. Desta forma, o número de Nusselt radiante médio é uma função dependente de três variáveis,  $\overline{Nu}_R = \overline{Nu}_R(T_g/T_s, \kappa, Re_D)$ . A principal dificuldade na geração de correlações está em agrupar estas variáveis de forma a tornar a correlação suficientemente sensível, a fim de captar os efeitos provocados pela variação de cada uma delas.

### 5.6.2 Plano experimental

O problema de convecção no escoamento turbulento no interior de dutos já é bastante conhecido e a literatura apresenta correlações obtidas a partir de resultados numérico-experimentais, as quais fornecem valores estimados para o número de Nusselt desenvolvido. Em prática de engenharia, é fundamental a obtenção de correlações que forneçam resultados com boa confiabilidade.

Conforme foi apresentado nas seções anteriores, nota-se que o processo de radiação térmica, quando considerado juntamente com a convecção, altera consideravelmente o comportamento térmico do sistema. Assim, na análise de transferência de energia no interior dos tubos que transportam o gás em caldeiras fumotubulares, não se deve levar em conta somente a convecção térmica, mas também a radiação, havendo assim uma inadequação das correlações existentes na literatura.

A elaboração de correlações que considerem o efeito radiante partiu dos resultados obtidos pela solução numérica. Foram simuladas 180 condições para cada tipo de mistura de gases (misturas 1 e 2), um total de 360 simulações foram feitas.

A forma de organização para as simulações está representada na Figura 5.11. Desta forma, foram consideradas variações de temperatura da superfície,  $T_s$ , de 450K a 600K, o que representa a temperatura do vapor de água na parte externa dos tubos da caldeira. Para as temperaturas de entrada dos gases,  $T_g$ , valores de 1000K a 2400K foram adotados [Spring, 1940]. Os diâmetros selecionados são usuais para caldeiras de média a alta produção de vapor, e suas dimensões se dão conforme normas ASTM A-179, A-192 e A-210 para tubos de aço sem costura, com espessura de parede de 2,77 mm e diâmetros externos de 50,8 mm a 88,9 mm. O comprimento dos tubos foi fixado em 5m. A faixa para os números de Reynolds ficou dependente das velocidades usuais em aplicações fumotubulares, de 15m/s à 35m/s [Babcock & Wilcox, 1972]. No entanto, se simulações fossem feitas apenas para estes limites de velocidade, poucos dados

seriam gerados. Assim, para a aplicação da análise de tendência uma faixa com maior amplitude foi aplicada, com valores de velocidades ficaram entre 10m/s e 100m/s, a fim de possibilitar um conjunto amostral maior. As extrapolações se fizeram necessárias de modo a garantir uma amostragem significativa de resultados para a elaboração de correlações.

Com o propósito de se trabalhar apenas com valores adimensionais, a partir dos valores mencionados anteriormente, optou-se por quatro valores para razão de temperaturas,  $T_g/T_s = 2; 3; 4$  e 5. Para cada razão de temperatura foram adotadas três razões de diferentes valores de  $T_g$  e  $T_s$  de modo a garantir que estes não influenciassem o processo, mantendo-se a razão principal, como por exemplo,  $T^* = \frac{T_g}{T_s} = \frac{1500K}{500K} = \frac{1380K}{460K} = \frac{1485K}{495K} = 3$ . Os três valores de diâmetros adotados influenciaram no valor da espessura óptica,  $\kappa = a_{\text{médio}} D_i$ , para a qual foram tomados os valores intermediários do coeficiente de absorção:  $a_1 = 1,411\text{m}^{-1}$  e  $a_2 = 1,9548\text{m}^{-1}$  para as misturas de gases 1 e 2, respectivamente, de acordo com os valores apresentados na 2.1.

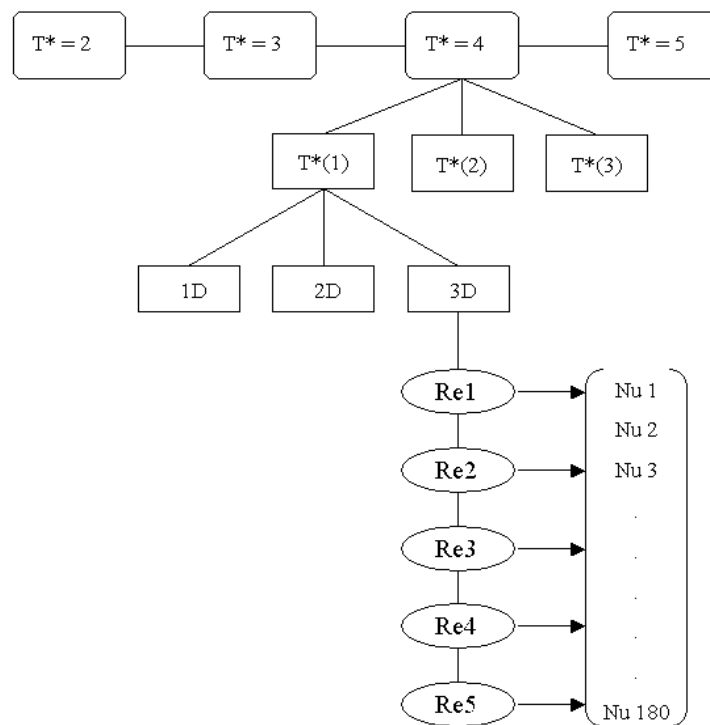


Figura 5.11 Representação da organização experimental para a geração de dados amostrais.

Assim, 180 resultados de números de Nusselt radiantes médios,  $\overline{Nu}_R$ , para cada tipo de mistura de gás foram gerados a partir da solução numérica, e esses valores foram tomados como base para a comparação com os valores obtidos pelas correlações propostas neste trabalho.

### 5.6.3 Relação entre variáveis e teoria da correlação

Com frequência, é desejável expressar a relação entre duas ou mais variáveis por meio de correlações. Na prática, é bastante comum a existência duma relação entre duas (ou mais) variáveis. Se todos os valores das variáveis dependentes satisfizerem exatamente uma equação, diz-se que elas estão perfeitamente correlacionadas. Quando estão em questão somente duas variáveis, denomina-se correlação e análise de regressão simples, já quanto se trata de mais de duas variáveis, correlação e análise de regressão múltipla [Montgomery, 1997]. O segundo conceito pode ser aplicado neste trabalho, porém a análise de regressão múltipla para o problema em questão é não linear, tornando desta forma sua aplicação extremamente complexa. Tentativas de utilização da mesma metodologia na obtenção de correlações múltiplas lineares foram feitas, mas como a equação linear não descreve de maneira coerente o processo combinado de transferência de calor, gerando desvios relativamente altos, esta não foi aplicada.

O tratamento estatístico permite a utilização de ferramentas variadas para análise do comportamento amostral, assim o esforço na obtenção das correlações se deu pela aplicação do ajustamento de curvas, gerando correlações mais coesas com o comportamento apresentado pelo processo de transferência de calor. A seguir é apresentada a teoria do ajustamento de curvas, e logo após, os ajustes feitos para este trabalho.

### 5.6.4 Ajustamento de curvas

Para auxiliar a determinação de uma equação que relacione as variáveis, um primeiro passo consiste em colecionar dados (amostragem) que indiquem os valores correspondentes das variáveis consideradas.

Por exemplo, considere que  $X$  e  $Y$  represente, respectivamente, a razão de temperatura ( $T^*$ ) e o número de Nusselt radiante médio,  $\overline{Nu}_R$ . Então, uma amostra de  $N$  eventos apresentaria as razões de temperatura  $X_1, X_2, \dots, X_N$  e os valores de  $\overline{Nu}_R, Y_1, Y_2, \dots, Y_N$ .

Uma segunda etapa consiste em localizar os pontos  $(X_1, Y_1), (X_2, Y_2), \dots, (X_N, Y_N)$  em um sistema de coordenadas cartesianas. O conjunto de pontos resultante é denominado, às vezes, diagrama de dispersão.

No diagrama de dispersão é possível visualizar uma curva que se aproxime dos dados. Essa curva é denominada de curva de ajustamento ou linha de tendência. Na Figura 5.12 à esquerda, por exemplo, os dados parecem estar bem próximos de uma linha reta, e diz-se que há uma relação linear entre as variáveis; à direita, entretanto, embora exista uma relação entre as variáveis, ela não tem o mesmo comportamento e é denominada relação não-linear [Spiegel, 1969].

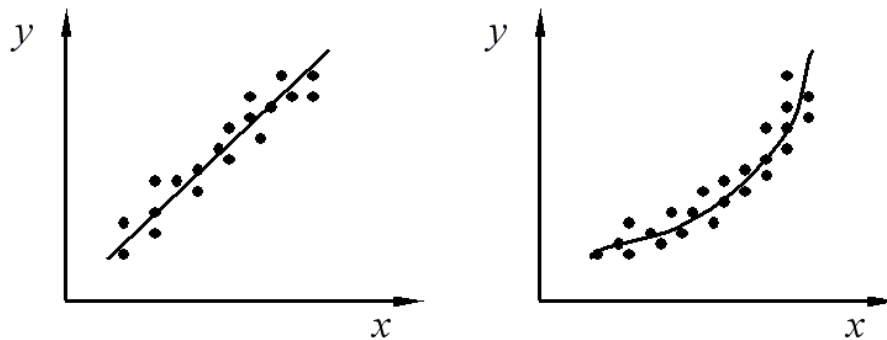


Figura 5.12 Exemplo de linhas de tendência: linear (esq.); não-linear (dir.).

O problema geral da determinação das equações de curvas que se acomodem a certos conjuntos de dados é denominado ajustamento de curvas.

### 5.6.5 Equações das Curvas de Ajustamento

As curvas (equações) que se ajustam aos dados representando uma tendência no seu comportamento podem ser de vários tipos: reta, polinomial (segundo, terceiro, quarto, ..., enésimo grau), hiperbólicas, exponenciais, logarítmica, entre outras.

Para decidir qual a curva a ser adotada, é conveniente a obtenção dos diagramas de dispersão das variáveis transformadas. Este trará uma idéia do tipo de curva que melhor se ajusta e descreve o comportamento dos dados. Uma forma bastante prática para a avaliação da adequação da curva aos dados é através do coeficiente de correlação, sendo este um dos principais índices estatísticos para a validação de um modelo ou correlação.

### 5.6.6 Índices Estatísticos

A comparação entre os dados gerados pela solução numérica com os resultados obtidos através das correlações propostas é feita através de índices estatísticos. Hanna (1989) desenvolveu um programa para análise estatística que utiliza um procedimento padrão reconhecido pela comunidade científica da área de dispersão de poluentes na atmosfera. Embora a aplicação desta metodologia seja bastante difundida em outra área científica, esta faz uso dos conceitos estatísticos reconhecidos e aplicáveis para qualquer natureza experimental onde se deseja comparar resultados.

A análise proposta por Hanna (1989) foi utilizada no presente trabalho a fim de validar as equações de correlação elaboradas a partir de resultados da solução computacional, assumida como correta.

Fazendo uso dos índices “o” e “p” para indicar respectivamente, os valores observados (gerados a partir da solução computacional) e os valores preditos (obtidos pela correlação);  $\overline{Nu_R}$  é o número de Nusselt radiante médio e  $\sigma$  é o desvio padrão. Os índices estatísticos aplicados são definidos do seguinte modo:

**Coefficiente de correlação:** É uma forma de se identificar a existência ou não de uma relação entre duas variáveis e, caso ela exista, de quantificar tal relação. O grau de relacionamento é dado pelo valor do coeficiente (geralmente designado por “r” ou “R”), o qual pode variar de “0” (nenhum relacionamento) a “1” (perfeito relacionamento). A natureza positiva (quando uma aumenta, a outra também o faz) ou negativa (quando uma aumenta, a outra diminui) é dada, respectivamente, pelo sinal positivo ou negativo do coeficiente. A existência ou não de um relacionamento entre as variáveis é dada pela probabilidade do coeficiente encontrado ser devida ao acaso.

$$r = \frac{\left(\overline{Nu_{R,o}} - \overline{Nu_{R,o}}\right)\left(\overline{Nu_{R,p}} - \overline{Nu_{R,p}}\right)}{\sigma_o \sigma_p} \quad (5.17)$$

Este valor pode ser elevado ao quadrado,  $r^2$ , e sua interpretação é, também, bastante interessante.

**Erro quadrático médio normalizado:** Informa sobre todos os desvios entre os resultados preditos e os observados. É uma estatística adimensional e seu valor deve ser o menor possível para um bom modelo.

$$Nmse = \frac{\left(\overline{Nu_{R,o}} - \overline{Nu_{R,p}}\right)^2}{\overline{Nu_{R,o}} \times \overline{Nu_{R,p}}} \quad (5.18)$$

**Fator de dois (Fa2):** Representa a fração de dados (%) que estão entre  $0,5 \leq \frac{\overline{Nu_{R,p}}}{\overline{Nu_{R,o}}} \leq 2$ .

**Fração de Inclinação (Fb):** Informa a tendência do modelo de superestimar ou subestimar os valores observados. O valor ótimo é zero.

$$Fb = \frac{\overline{Nu_{R,o}} - \overline{Nu_{R,p}}}{0,5(\overline{Nu_{R,o}} + \overline{Nu_{R,p}})} \quad (5.19)$$

**Desvio fracional padrão ( $F_s$ ):** Relaciona os desvios dos valores observados e preditos. Faz uma associação do quão distante os dados comparados estão. O valor ótimo igual a zero.

$$F_s = 2 \frac{\sigma_o - \sigma_p}{\sigma_o + \sigma_p} \quad (5.20)$$

## 5.7 Obtenção das Correlações

Conhecendo-se os valores de  $\overline{Nu_R}$  para os 180 casos de cada mistura de gás, conforme organização experimental (Figura 5.11), os dados foram agrupados e a análise foi feita com os valores das médias de  $\overline{Nu_R}$ . Agrupar dados amostrais e desenvolver análises de tendência de comportamento com base em seus valores médios é uma forma de aumentar a probabilidade do resultado final apresentar boa confiabilidade, desde que os valores entre si não apresentem discrepância superior a 5%. Acima disto, a confiabilidade dos resultados fica comprometida [Montgomery, 1997].

Conforme apresentado na organização experimental (Figura 5.11), foram considerados para cada razão de temperatura ( $T^*=T_g/T_s$ ) três valores diferentes de  $T_g$  e  $T_s$ , obtendo-se para cada valor de espessura óptica,  $\kappa$ , quinze valores de  $\overline{Nu_R}$  diferentes. Assim, para cada espessura óptica, após as médias dos  $\overline{Nu_R}$  serem feitas, cinco valores (um para cada  $Re_D$ ) destes foram tomados para a análise do comportamento do problema. Dessa forma, para as duas misturas foi analisado o comportamento da variação de  $\overline{Nu_R}$  com relação a  $T^*=T_g/T_s$ , para a faixa de  $10000 \leq Re_D \leq 30000$ . Este comportamento é apresentado nas Figuras 5.13 e 5.14.



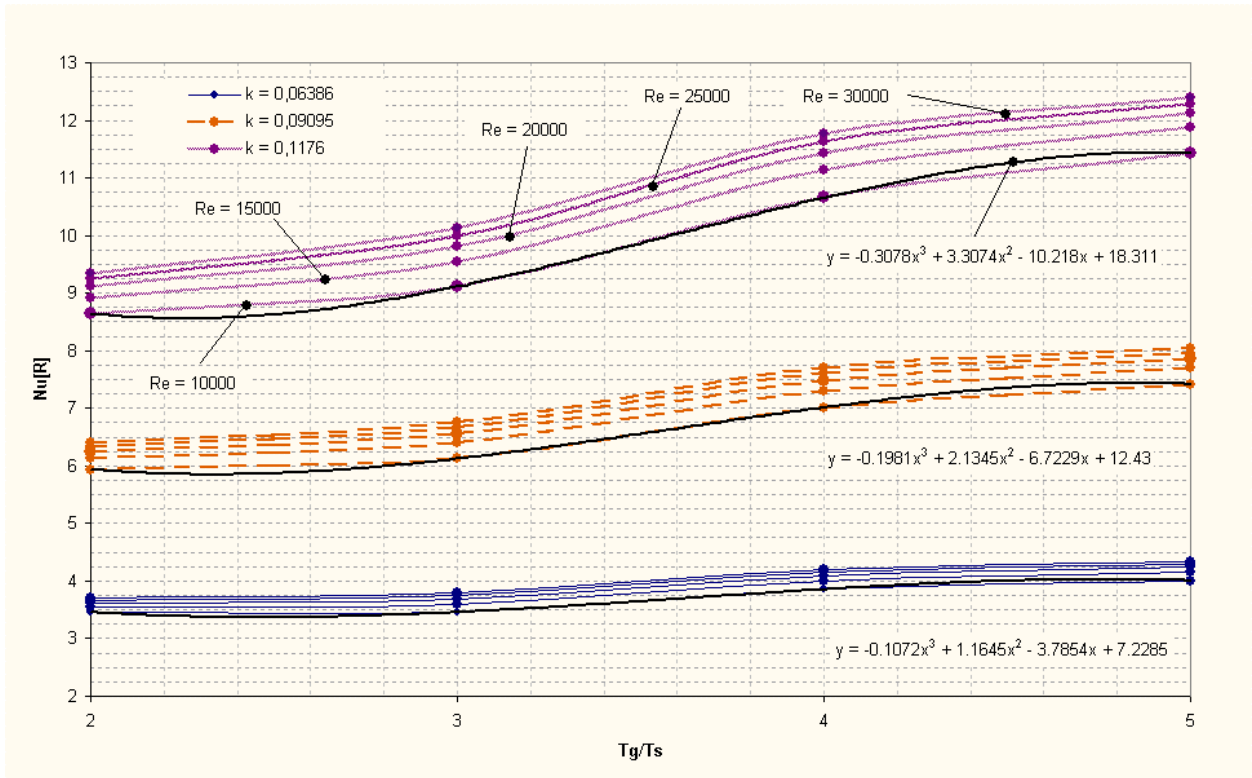


Figura 5.13 Variação de  $\overline{Nu}_R$  com  $T_g/T_s$  e ajuste de curvas para Mistura 1.

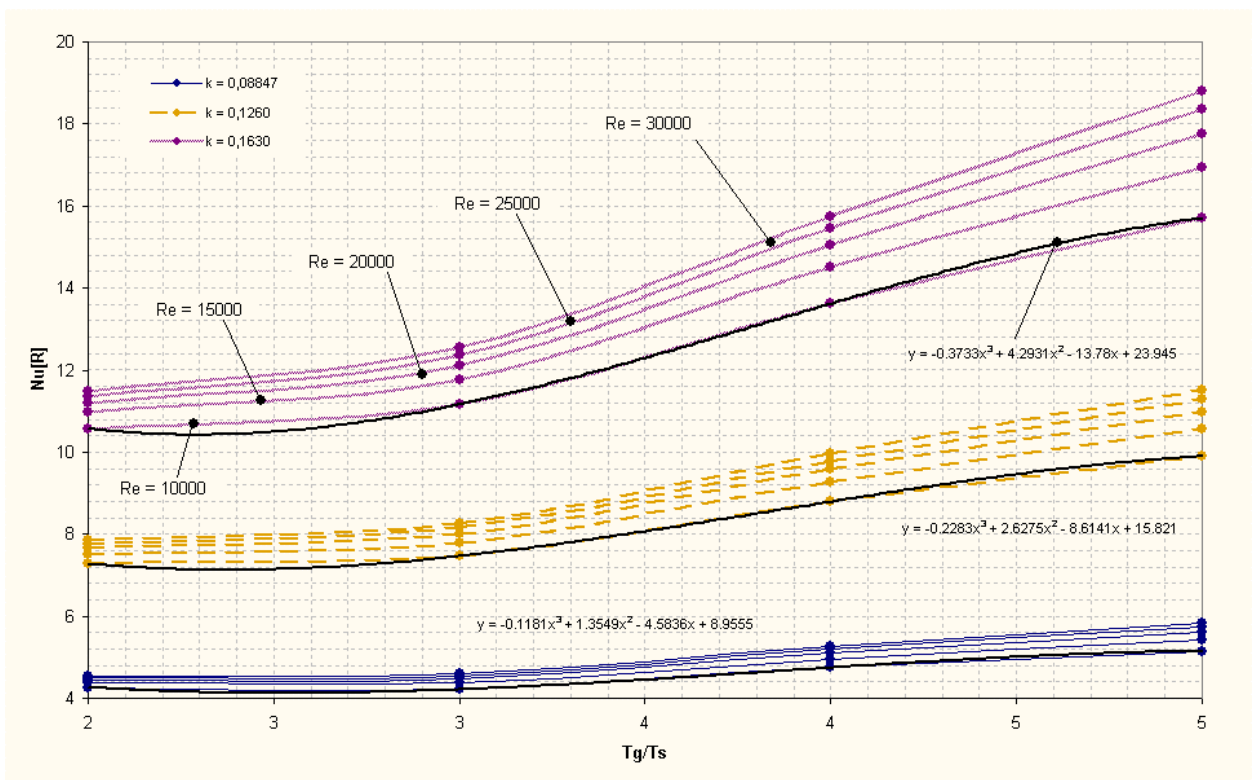


Figura 5.14 Variação de  $\overline{Nu}_R$  com  $T_g/T_s$  e ajuste de curvas para Mistura 2.

As Figuras 5.13 e 5.14 apresentam o número de Nusselt radiante em função da razão de temperatura  $T_g / T_s$  para diferentes valores de espessura óptica,  $\kappa$ , e  $Re_D$ . Nas figuras, também são apresentadas as curvas de ajuste da dependência de  $\overline{Nu_R}$  em relação a  $T_g / T_s$  para números de Reynolds,  $Re_D = 10000$ . Como se observa, curvas polinomiais de terceira ordem mostram-se adequadas para representar o comportamento do processo.

Nota-se, também, que nos dois casos o aumento de  $\overline{Nu_R}$  é fortemente influenciado espessura óptica,  $\kappa$ , que é dependente do diâmetro interno. Esta conclusão reforça os resultados apresentados na Tabela 5.3. Por outro lado, a influência do número de Reynolds<sup>5</sup> não é tão significativa quanto  $T_g/T_s$  e  $\kappa$ , mas também será levada em conta.

Obtido o ajuste das curvas para os casos em que  $Re=10000$  para cada  $L/D_i$ , torna-se necessário, agora, conhecer como correlacionar a variação de  $\kappa$  com  $\overline{Nu_R}$ . Isto foi feito a partir do comportamento dos coeficientes (A, B, C e D) de cada modelo de equação cúbica. A equação se apresenta da seguinte forma geral:

$$y = -Ax^3 + Bx^2 - Cx + D$$

ou

$$\overline{Nu_R} = -A \left( \frac{T_g}{T_s} \right)^3 + B \left( \frac{T_g}{T_s} \right)^2 - C \left( \frac{T_g}{T_s} \right) + D \quad (5.21)$$

Os valores dos coeficientes foram, também, analisados e seu comportamento se apresentou como mostrado nas Figuras 5.15 e 5.16 para mistura 1 e 2, respectivamente.

---

<sup>5</sup> Embora as indicações dos números de Reynolds tenham sido apresentadas apenas para um dos conjuntos de curvas nas Figuras 5.13 e 5.14, a mesma tendência segue para os outros conjuntos, de modo que os valores são crescentes de baixo para cima, ou seja, de  $Re=10000$  a  $Re=30000$ .

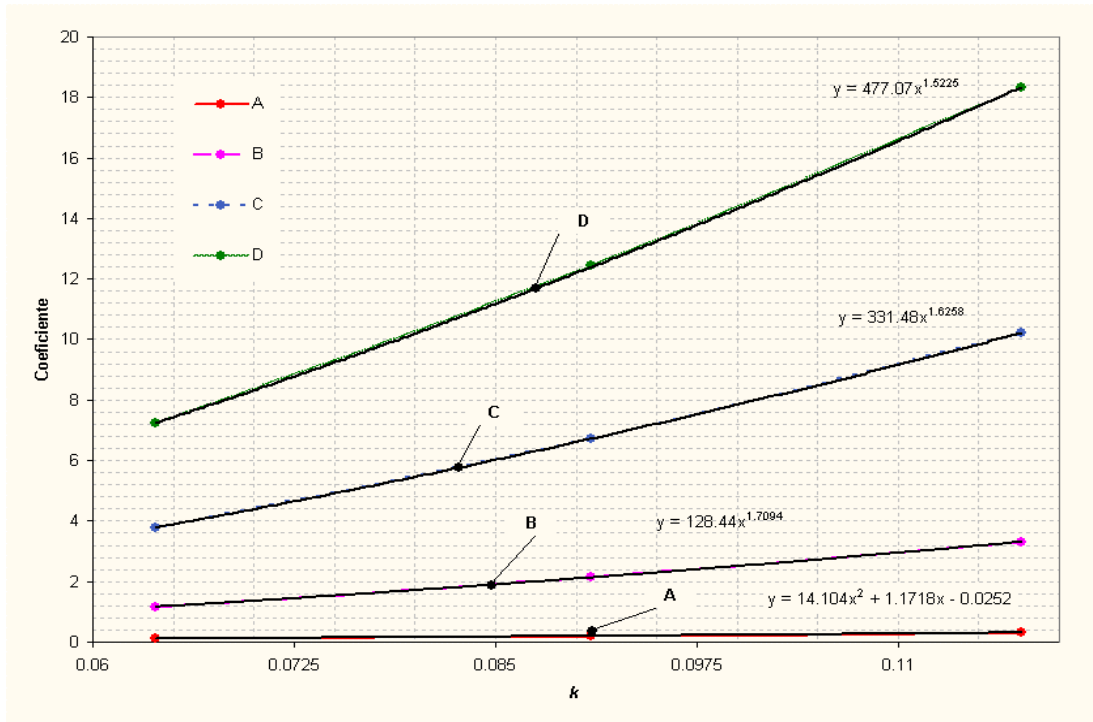


Figura 5.15 Ajuste de curva: análise do comportamento dos coeficientes da Eq.(5.21). Mistura 1.

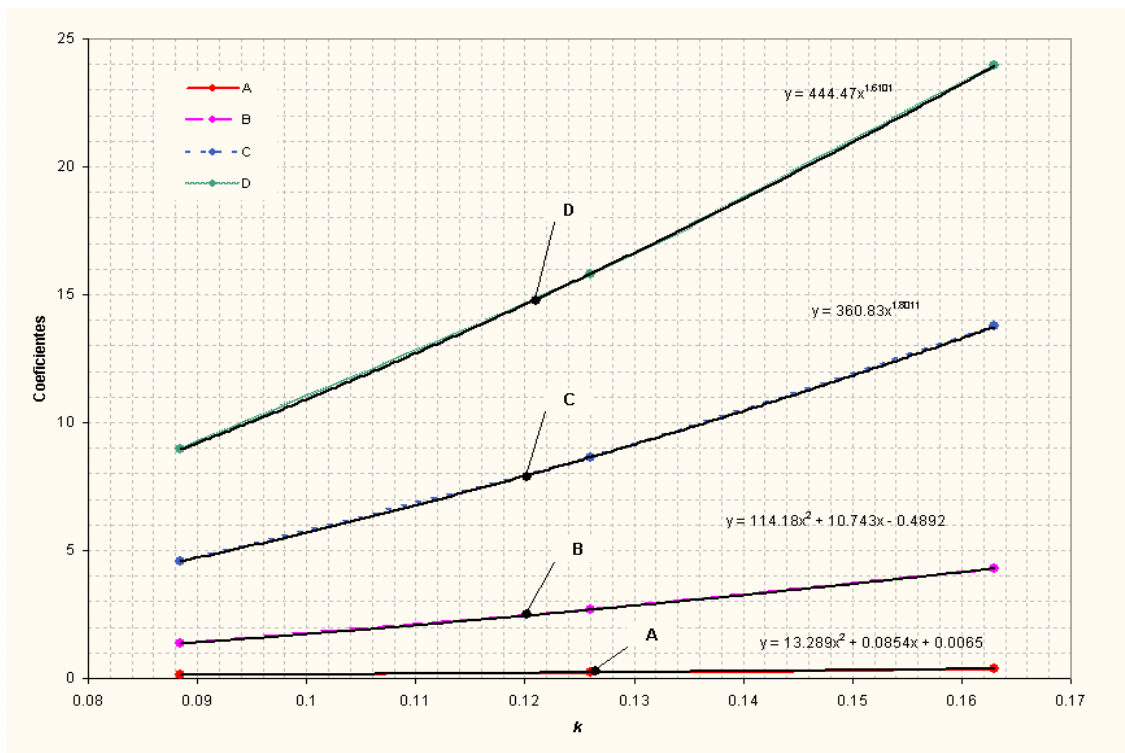


Figura 5.16 Ajuste de curva: análise do comportamento dos coeficientes da Eq.(5.21). Mistura 2.

Como pode ser notado, as equações de ajuste foram obtidas com base na espessura óptica,  $\kappa = aD_i$ . Optou-se por se fazer a análise baseada nesta variável devido à grande influência da mesma no processo de transferência de calor por radiação, conforme já discutido anteriormente.

A razão de aspecto,  $L/D_i$ , tornou-se então um parâmetro limitante da confiabilidade da correlação, a qual é aplicável com segurança apenas dentro da faixa  $60 \leq L/D_i \leq 110,5$  que é adequada para os sistemas de geração de vapor considerados.

Com as equações para os coeficientes conhecidas, estas são inseridas na Eq.(5.21) para os respectivos tipos de mistura. A Tabela 5.4, apresenta como configurar a equação do modelo.

Tabela 5.4 Coeficientes para a aplicação da Eq.(5.21). Misturas 1 e 2.

$$\overline{Nu_R})_{Re_D=10000} = -A \left( \frac{T_g}{T_s} \right)^3 + B \left( \frac{T_g}{T_s} \right)^2 - C \left( \frac{T_g}{T_s} \right) + D$$

Coeficiente	Mistura 1	Mistura 2
A	$14,104(\kappa)^2 + 1,1718(\kappa) - 0,0252$	$13,289(\kappa)^2 + 0,0854(\kappa) + 0,0065$
B	$128,44(\kappa)^{1,7094}$	$114,18(\kappa)^2 + 10,743(\kappa) - 0,4892$
C	$331,48(\kappa)^{1,6258}$	$360,83(\kappa)^{1,8011}$
D	$477,07(\kappa)^{1,5225}$	$444,47(\kappa)^{1,6101}$

Os resultados obtidos pela aplicação da Eq.(5.21) com os coeficientes apresentados na Tabela 5.4 foram gerados com  $\overline{Nu_R})_{Re_D=10.000}$ , ou seja, números de Nusselt radiante médios para  $Re_D = 10000$ , pois a análise foi feita com esse valor de Reynolds (Figura 5.13 e Figura 5.14). Assim, através das curvas descritas nessas figuras, é possível estabelecer a dependência de  $\overline{Nu_R}$  variam com o número de Reynolds, mas com base em um valor de  $\overline{Nu_R})_{Re_D=10.000}$ . Assim,

$$\overline{Nu_R} = \overline{Nu_R})_{Re_D=10.000} \left( \frac{Re_D}{10.000} \right)^n \quad (5.22)$$

O expoente  $n$  foi obtido através dos resultados gerados pela solução computacional, ou seja, para valores de Reynolds de 10000, 15000, 25000 e 30000 foram tomados os resultados de  $\overline{Nu_R}$  e  $\overline{Nu_R})_{Re_D=10.000}$ , referentes a cada  $L/D_i$  e  $T_g/T_s$ . Esses valores foram inseridos na Eq.(5.22). Assim, para cada agrupamento de resultados, uma média aritmética para os valores de  $n$  de cada

grupo foi feita e após, testados os valores que melhor descreviam os resultados obtidos pela solução computacional.

Desta forma, para a aplicação da Eq.(5.22) os valores de  $n$  são

$$n = 0,09778 \quad (\text{Mistura 1}) \quad (5.23)$$

$$n = 0,07934 \quad (\text{Mistura 2})$$

### 5.8 Aplicação e Validação das Correlações

Obtidas as correlações, agora se faz uso destas para validar sua aplicação prática como determinação de valores para  $\overline{Nu}_R$ . É importante ressaltar que uma real validação é somente caracterizada através da comparação com resultados experimentais, aqui os resultados numéricos servem como parâmetro para validar os resultados obtidos pelas correlações. As Tabelas 5.5 e 5.6 apresentam resultados de  $\overline{Nu}_R$ , para as duas misturas de gases, gerados pela aplicação das correlações, Eqs.(5.21), (5.22) e (5.23), e a comparação destes com os resultados obtidos pela solução computacional.

Tabela 5.5 Comparação de resultados gerados pela aplicação das correlações e pela solução computacional. Mistura 1.

$T_g/T_s$	$\kappa$	$Re_D$	$\overline{Nu}_R$ (Solução Comp.)	$\overline{Nu}_R$ (Correlação)	Desvio(%)
2,5	0,06386	10000	3,345	3,383	1,164
3,5	0,06386	14380	3,937	3,802	3,413
4,5	0,09095	19547	7,345	7,765	5,712
5	0,09095	10000	7,374	7,331	0,585
5	0,11762	30040	12,344	12,846	4,070

Tabela 5.6 Comparação de resultados gerados pela aplicação das correlações e pela solução computacional. Mistura 2.

$T_g/T_s$	$\kappa$	$Re_D$	$\overline{Nu_R}$ (Solução Comp.)	$\overline{Nu_R}$ (Correlação)	Desvio(%)
2,5	0,08847	10000	4,102	4,142	0,980
2,5	0,08847	31596	4,450	4,635	4,149
3,5	0,16295	20502	14,151	13,327	5,824
4,5	0,12601	10000	8,710	9,318	6,980
4,5	0,12601	18941	9,492	9,802	3,266

Embora o desvio obtido para o conjunto de resultados apresentados nas tabelas anteriores tenha sido baixo, esse comportamento não foi observado para todos os resultados quando comparados para todos os valores utilizados na geração das correlações, ou seja, as 180 simulações para cada mistura. Observam-se erros relativos de até 17% e 15% para as misturas 1 e 2, respectivamente. Os maiores erros ocorreram para valores baixos de espessura óptica, ou seja, diâmetros pequenos abaixo de 57,15mm ( $2\frac{1}{4}$ " ). Esta dificuldade é minimizada pelo fato de que, nestes casos, a transferência de calor é dominada pela convecção, e assim o erro na radiação térmica possui pequeno efeito sobre o resultado final.

A validação completa do modelo é feita com base nos índices estatísticos (seção 5.6.6), que foram obtidos com todas as amostras das duas misturas. A Tabela 5.7 traz os resultados obtidos para o presente trabalho.

Tabela 5.7 Índices estatísticos para as duas misturas de gases.

Mistura 1				
$Nmse$	$r$	$Fa2$	$Fb$	$Fs$
0,001	0,988	1,000	-0,009	-0,001
Mistura 2				
$Nmse$	$r$	$Fa2$	$Fb$	$Fs$
0,010	0,984	1,000	-0,002	0,058

Como pode ser visto na tabela anterior, os índices estatísticos demonstram a boa concordância dos resultados gerados pela correlação, Eqs.(5.21) e (5.22). O coeficiente de correlação,  $r$ , para os dois tipos de mistura é muito próximo do valor ideal, que é 1 (um). Para Mistura 1 o valor de  $r$  é igual a 0,988, e para Mistura 2 o valor de  $r$  é igual a 0,984. Estes valores significam que pelo menos 98% dos resultados obtidos pela correlação apresentam concordância com os valores gerados a partir da solução computacional. Esta conclusão é reforçada pelos outros índices estatísticos. O erro quadrático médio normalizado,  $Nmse$ , para os dois tipos de mistura, é bastante pequeno. Conforme sugerido por Hanna (1989), este valor deve ser o menor possível a fim de garantir um bom modelo. O fator de dois,  $Fa2$ , para os resultados analisados apresenta valor de 100% para as duas misturas, ou seja, todos os resultados obtidos pelas correlações estão dentro dos limites determinados pela razão entre os valores preditos e observados,  $0,5 \leq Fa2 \leq 2$ . Para os outros dois índices estatísticos - fração de inclinação,  $Fb$ , e desvio fracional padrão,  $Fs$  – o valor ótimo é igual a zero. Com base nos resultados apresentados pela validação do modelo através dos índices estatísticos, pode-se considerar que as correlações propostas para determinação de números de Nusselt médios radiantes sejam adequadas às condições estabelecidas neste trabalho.

As Figuras 5.17 e 5.18 mostram os gráficos de espalhamento para os dados gerados pela solução computacional contra os obtidos pelas correlações.

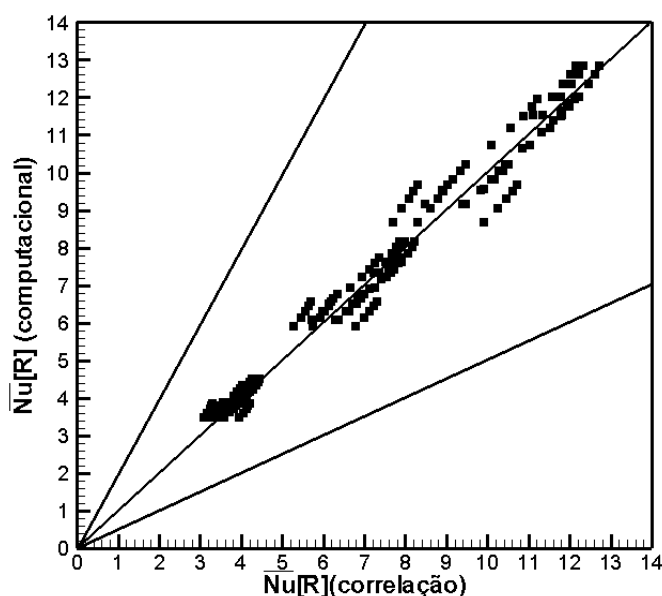


Figura 5.17 Gráfico de espalhamento para resultados referentes à mistura 1.

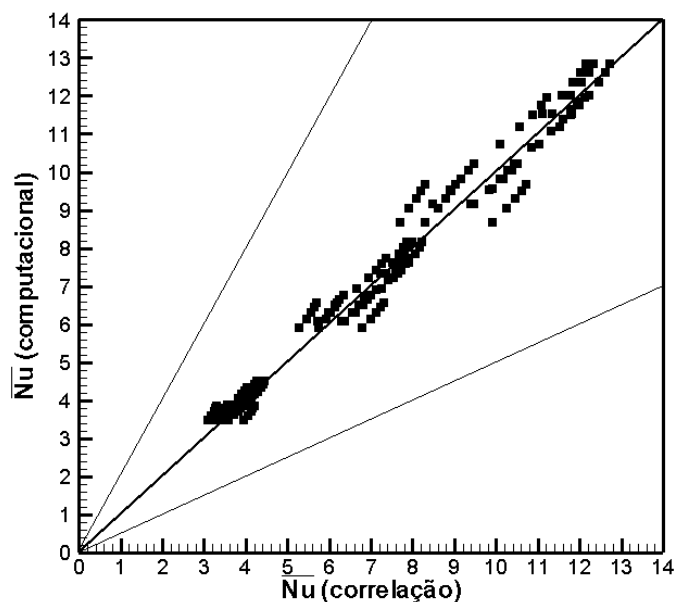


Figura 5.18 Gráfico de espalhamento para resultados referentes à mistura 2.

Como pode ser observado tanto na Tabela 5.7 quanto nas Figuras 5.17 e 5.18 os resultados obtidos pelas correlações propostas apresentam boa confiabilidade em sua aplicação.

### 5.8.1 Procedimento de emprego da correlação

O objetivo da proposição de uma correlação para números de Nusselt médios radiantes,  $\overline{Nu_R}$ , é sua aplicação junto ao número de Nusselt médio convectivo,  $\overline{Nu_C}$ , para a determinação do número de Nusselt médio total. O procedimento geral para a obtenção do número de Nusselt médio total,  $\overline{Nu_T}$ , envolve as seguintes etapas:

- Seleciona-se uma correlação, que seja consistente com o caso que se deseja aplicar, para o número de Nusselt convectivo completamente desenvolvido,  $Nu_{CD}$ . Neste trabalho, é usada a correlação de Gnielinski, Eq.(5.6);
- O valor obtido pela correlação para  $Nu_{CD}$  é utilizado para a determinação do número de Nusselt convectivo médio pela utilização da Eq.(5.7). Esta equação é utilizada para encontrar o valor local de Nusselt médio convectivo. Em escoamento desenvolvido, para a aplicação junto às correlações propostas nesta dissertação esta equação deve ser utilizada considerando-se o comprimento total do duto, assim:

$$\frac{\overline{Nu_C}}{Nu_{CD}} = 1 + \frac{C}{L/D_i}$$



Em escoamentos não-desenvolvidos, em virtude do desacoplamento entre a obtenção dos números de Nusselt convectivo e radiante, basta aplicar as correlações existentes na literatura para este tipo de escoamento, envolvendo convecção.

- Para a obtenção do número de Nusselt médio radiante,  $\overline{Nu}_R$ , primeiramente especifica-se fluido, neste caso, Mistura 1 ou Mistura 2. A partir desta informação calcula-se o número de Nusselt médio radiante para  $Re_D = 10000$ ,  $\overline{Nu}_R)_{Re_D=10000}$ , pela Eq.(5.21) e pelos coeficientes da Tabela 5.4;
- Caso o valor de  $Re_D$  seja superior a 10000 (dez mil), mas inferior a 30000, aplica-se o resultado obtido no passo anterior na Eq.(5.22). O valor de  $n$  deve ser selecionado conforme Eq.(5.23);
- Conhecendo-se os valores de  $\overline{Nu}_C$  e de  $\overline{Nu}_R$ , obtém-se o valor de  $\overline{Nu}_T$  a partir da soma das parcelas convectiva e radiante.

Na Tabela 5.8, são comparados alguns casos de obtenção do número de Nusselt médio total,  $\overline{Nu}_T$ , a partir da aplicação das correlações para  $\overline{Nu}_R$  propostas neste trabalho.

Tabela 5.8 Comparação entre os números de Nusselt médios totais,  $\overline{Nu}_T$ , obtidos por solução computacional e a partir das correlações.

$T_g/T_s$	$\kappa$	$Re_D$	$\overline{Nu}_T$ (Solução Comp.)	$\overline{Nu}_T$ (Correlação)	Desvio (%)
Mistura 1					
2,5	0,09095	10000	38,16	38,58	1,10
2,5	0,11762	16734	58,90	59,32	0,71
3,5	0,09095	14454	47,56	51,10	7,44
4,5	0,14110	21585	74,89	79,56	6,24
5	0,11762	10000	43,57	44,42	1,95
Mistura 2					
2,5	0,08847	31595	79,31	82,54	4,07
2	0,12601	10000	39,67	40,31	1,61
3	0,12601	25000	73,11	78,15	6,89
3,5	0,16295	20500	71,52	74,92	4,75
5	0,16295	15000	63,84	66,14	3,60

Embora os resultados na Tabela 5.8, gerados a partir da aplicação das correlações, tenham apresentado baixos desvios, sendo a média para o grupo amostral da Mistura 1 igual a 7,2% e para Mistura 2 igual a 7,8%, em alguns casos observou-se desvio de até 15%.

As correlações podem ser empregadas para as seguintes faixas:

$$10000 \leq Re_D \leq 30000$$

$$60 \leq L/D_i \leq 110,5$$

$$2 \leq T_g/T_s \leq 5 \quad \text{para } 450K \leq T_s \leq 600K \quad (5.24)$$

$$0,06 \leq \kappa \leq 0,124 \quad \text{para Mistura 1}$$

$$0,08 \leq \kappa \leq 0,163 \quad \text{para Mistura 2}$$

Uma vez que a forma de obtenção das correlações se deu através de modelos de regressão, ou seja, a geração de uma ou mais equações que descrevessem o comportamento do processo/fenômeno observado, é intuitivo pensar que a faixa de  $Re_D$  aplicável possa se estender até valores bem maiores do que 30000 (trinta mil).

## 5.9 Características de Máquina

Para todas as simulações efetuadas fez-se uso de uma máquina PC com sistema operacional Microsoft Windows 2000 NT, processador GenuineIntel Família 6 Modelo 8 – 800MHz e memória RAM de 256MB. O tempo computacional despendido, em cada simulação, para o processo combinado foi de oito à dez minutos, enquanto que para avaliação do processo puramente convectivo este tempo não atingiu dois segundos.

## 6 CONCLUSÕES

Nesta dissertação de mestrado, estudou-se a transferência de calor, combinando convecção e radiação térmica no escoamento de gases participantes em dutos de seção circular. Foram considerados casos típicos de aplicação em geradores de vapor fumotubulares de pequeno e médio porte. Dois tipos de mistura de gás foram assumidos, ambos constituídos por dióxido de carbono, vapor de água e nitrogênio, correspondendo a produtos típicos da combustão estequiométrica de óleo combustível e de metano.

As propriedades físicas do gás foram admitidas uniformes em todo o duto e calculadas na temperatura de mistura média. As propriedades radiantes foram modeladas pela somaponderada-de-gases-cinzas. Considerou-se a região de desenvolvimento térmico, sendo que a temperatura do gás, na entrada do duto, era uniforme.

O campo de temperatura do gás foi obtido a partir da solução da equação bidimensional da conservação da energia, sendo os termos advectivos discretizados através da função de interpolação *Flux-Spline* aplicada ao método de volumes de controle; as trocas de energia radiante foram avaliadas por meio do método das zonas. Considerou-se escoamento turbulento e desenvolvido.

Através dos resultados gerados pelos trezentos e sessenta casos para os dois tipos de mistura de gases, foram elaboradas correlações para a avaliação do número de Nusselt radiante. Fez-se uma análise estatística para a validação dos resultados gerados pelas correlações propostas.

Da avaliação dos resultados obtidos no trabalho, destacam-se as seguintes observações:

- A troca de energia radiante no interior do duto mostrou-se significativa para todos os casos em que os diâmetros aplicados eram superiores a 60 mm. Assim, com a temperatura do duto mantida constante, a inclusão da radiação, quando comparada com a solução em que apenas a convecção foi considerada, provocou a aproximação das temperaturas de mistura do gás e do tubo, ou seja, a perda de calor do gás para o duto foi maior e mais rápida;
- O diâmetro do tubo, conseqüentemente a espessura óptica, apresenta grande influência na troca de calor por radiação térmica. Quanto maior o diâmetro, maior é a participação da radiação térmica no processo de transferência de energia. No entanto, a utilização de bancos de tubos com menor diâmetro provou-se efetiva na transferência de calor;
- O número de Nusselt total elevou-se quando a radiação interna foi incluída. O número de Nusselt convectivo quando a radiação interna foi incluída não se alterou de forma significativa quando comparado ao obtido quando apenas a convecção foi considerada,

com exceção de tubos com diâmetros mais elevados do que os empregados em geradores de vapor fumotubulares. Esta importante observação permitiu manter as correlações de convecção disponíveis na literatura, enquanto que todo o esforço concentrou-se na obtenção do número de Nusselt radiante médio;

- O diâmetro interno do tubo apresentou influência significativa no número de Nusselt total, devido, principalmente, à elevação do número de Nusselt radiante, que depende do volume de gás. De acordo com os casos analisados, quando o diâmetro interno aumentou em trinta e duas vezes, o número de Nusselt radiante elevou-se aproximadamente cento e cinquenta vezes para a Mistura 1 e cento e quarenta vezes para a Mistura 2;
- Os resultados obtidos a partir da aplicação das correlações propostas para o cálculo do número de Nusselt radiante apresentaram, em sua grande maioria, um desvio pequeno com relação aos resultados gerados pela solução computacional;
- O número de Nusselt radiante médio demonstrou dependência direta da razão de temperaturas, do número de Reynolds e da espessura óptica.

A partir dos resultados obtidos e das dificuldades enfrentadas, algumas sugestões para trabalhos futuros podem ser feitas, tais como:

- Embora as correlações propostas tenham apresentado bons resultados, as faixas de aplicação para estas não são muito extensas. O principal limitante é a razão de aspecto, que, devido ao fato de que as correlações foram obtidas através de técnicas estatísticas para análise de comportamento, este não é considerado variável independente para o cálculo do número de Nusselt radiante, não sendo incluído na análise pelo ajuste de curvas. Para ampliar a faixa de aplicação com relação à razão de aspecto seria necessária uma amostragem maior do que a utilizada nesta dissertação. Estes resultados serviriam para validar ou não as correlações propostas em aplicações cujas faixas são mais abrangentes;
- Aplicar o procedimento numérico para a solução da equação da energia, combinando a convecção e a radiação, em outras geometrias e assumindo-se outros fluidos como meio participante, a fim de gerar mais correlações ou mesmo, correlações mais abrangentes em termos de aplicações práticas de engenharia;
- Inclusão da dependência das propriedades físicas do gás em relação à temperatura. Nessas condições, o campo de velocidade do gás altera-se ao longo do duto, conforme as variações nas propriedades físicas, exigindo o acoplamento das equações da quantidade de movimento e da conservação da energia;

- Gerar correlações aplicando outros métodos estatísticos para análises de tendência e, a partir destes, verificar as variações de resultados entre o modelo proposto e outros, podendo otimizar as correlações propostas;
- Resolver o problema hidrodinâmico, fazendo esta metodologia valer também para a região de entrada;
- Colocar condição de contorno de terceira espécie na parede, possibilitando a aplicação da metodologia quando não há mudança de fase no exterior, como nos casos de pré-aquecedores e superaquecedores.

**REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

Anderson, P. S., Kays, W. M., e Moffat, R. J., 1975, “**J. Fluid Mechanics**”, Vol. 69, pp. 353-375, citados em Kays e Crawford (1980).

ASTM A179, Seamless Cold Drawn Low Carbon Steel Heat Exchanger and Condenser Tubes.

ASTM A192 / ASME SA192, Seamless Carbon Steel Boiler Tubes for High Pressure Service.

ASTM A210 / ASME SA210, Seamless Medium Carbon Steel Boiler and Superheater Tubes.

ASTM A178 / ASME SA178, Electric Resistance Welded Carbon Steel Boiler Tubes.

ASTM A214 / ASME SA214, Electric Resistance Welded Carbon Steel Heat Exchanger and Condenser Tubes.

Bergero, S., Nannei, E., Sala R., 1999, “Combined Radiative and Convective Heat Transfer in a Three-Dimensional Rectangular Channel at Different Wall Temperatures”, **Heat and Mass Transfer**, Vol. 35, pp. 443 – 450.

Campo, A., e Schuler, C., 1988a, "Thermal Radiation and Laminar Forced Convection in a Gas Pipe Flow", **Wärme-und Stoffübertragung** 22, pp. 251-257.

Clausen, C. W., Smith, T. F., 1979, "Radiative and Convective Transfer for Real Gas Flow through a Tube with Specified Wall Heat Flux", **ASME Journal of Heat Transfer**, Vol. 101, pp. 376-378.

Costa, C. P. da, 2004, “**Influência de Efeitos não-locais na Dispersão de Poluentes na Camada Limite Planetária**”. Porto Alegre: Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 80 p. Dissertação de Mestrado.

Echigo, R., Hasegawa, S., e Kamiuto, K., 1975, "Composite Heat Transfer in a Pipe with Thermal Radiation of Two-Dimensional Propagation - in Connection with the Temperature Rise in Flowing Medium Upstream from Heating Section", **Int. J. Heat Mass Transfer**, Vol. 18, pp. 1149-1159.

Einstein, T.H., 1963, "Radiant Heat Transfer to Absorbing Gases Enclosed in a Circular Pipe with Conduction, Gas Flow, and Internal Heat Generation", **NASA TR R-156**, 28 pp.

França, F. H. R., 1995, "**Transferência de Calor no escoamento de Gases Participantes em Alta Temperatura através de Dutos de Secção Circular Revestidos com Isolamento Não Ideal**", São Paulo: Universidade Estadual de Campinas – Faculdade de Engenharia Mecânica. Dissertação de Mestrado.

França, F. H. R., e Goldstein Jr., L., 1998, "Effects of Temperature and Geometry on the Heat Transfer from Turbulent Flow of a Participating Gas Through a Duct", **Heat Transfer Engineering**, Vol. 19, pp. 25-33.

Gnieliski, V., 1976, "New equations for heat and mass transfer in turbulent pipe and channel flow," **Int. Chemical Engineering.**, Vol. 16, pp. 359-368, citado em Incropera (2002).

Greif, R., 1978, "Laminar Convection with Radiation: Experimental and Theoretical Results", **Int. J. Heat Mass Transfer**, Vol. 21, pp. 477-480.

Habib, I. S., e Greif, R., 1970, "Heat Transfer to a Flowing Non-Gray Radiating Gas : an Experimental and Theoretical Study", **Int. J. Heat Mass Transfer**, Vol.13, pp. 1571-1582.

Hanna, S. R., 1989, "Confidence Limit for Air Quality Models as Estimated by Bootstrap and Jackknife Resampling Methods", **Atmospheric Environment** **23**, pp. 1385-1395, citado por Costa, C. P. (2004).

Holman, J. P., 1983, "**Transferência de Calor**", McGraw Hill do Brasil, São Paulo.

Hottel, H. C., e Sarofim, A. F., 1967, **Radiative Transfer**, McGraw-Hill Book Company.

Howell, J. R., 1988, "Thermal Radiation in Participating Media: the Past, the Presente, and Some Possible Futures", **ASME Journal of Heat Transfer**, vol. 110, pp. 1220-1229.

Incropera, F. P., de Witt, D. P., 2002, "**Fundamentos de Transferência de Calor e de Massa**", 5<sup>a</sup>. Ed., Editora LTC, Rio de Janeiro.

Jeng, D. R., Lee, E. J., e DeWitt, K. J., 1976, "A Study of Two Limiting Cases in Convective and Radiative Heat Transfer with Nongray Gases", **Int. J. Heat Mass Transfer**, Vol. 19, pp. 589-596.

Khan, Y. U., Lawson, D. A., Tuckers, R. J., 1997, "Simple Models of Spectral Radiative Properties of Carbon Dioxide", **Int. J. Heat Mass Transfer**, Vol. 15, pp. 3581-3593.

Kakaç, S., 1991, "**Boilers, Evaporators and Condensers**", John Wiley & Sons, New York.

Kays, W. M., e Crawford, M. E., 1980, "**Convective Heat and Mass Transfer**", McGraw Hill Book Company, 2nd edition.

Mesny, M., 1961, "**Calderas de Vapor: descripción, teoría, manejo y mantenimiento**", 3<sup>a</sup> Ed. Alsima, Buenos Aires.

Modest, M. F., 1993, "**Radiative Heat Transfer**", McGraw Hill Book Company.

Moffat, R. J., Kays W. M. 1984, "**A Review of Turbulent-Boundary-Layer Heat Transfer**" Research at Stanford, 1950-1983, Academic Press, New York.

Montgomery, D. C., 1997, "**Design and Analysis of Experiments**", 4<sup>th</sup> edition, John Wiley & Sons, New York.

Nakra, N. K., e Smith, T. F., 1977, "Combined Radiation-Convection for a real Gas", **ASME Journal of Heat Transfer**, pp. 60-65.



Patankar, S. V., 1980, “**Numerical Heat Transfer and Fluid Flow**”, Hemisphere Publishing Corporation.

Pearce, B. E., e Emery, A. F., 1970, "Heat Transfer by Thermal Radiation and Laminar Forced Convection to an Absorbing Fluid in the Entry Region of a Pipe", **ASME Journal of Heat Transfer**, pp. 221-230.

Pera, H. 1966, “**Geradores de Vapor de Água**”, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo – Departamento de Engenharia Mecânica.

Pletcher, R. H., 1988, "Progress in Turbulent Forced Convection", **ASME Journal of Heat Transfer**, Vol. 110, pp. 1129-1144.

Reichardt, H., 1951, **Arch. Ges. Warmetechnik**, Vol. 6/7, citado em Kays e Crawford (1980).

Reid, R. C., Prausnitz, J. M., e Sherwood, T. K., 1977, “**The Properties of Gases and Liquids**”, McGraw Hill Book Company, 3rd edition.

Schuler, C, e Campo, A., 1988b, "Numerical Prediction of Turbulent Heat Transfer in Gas Pipe Flows Subject to Combined Convection and Radiation", **Int. J. Heat and Fluid Flow**, Vol. 9, No. 3, pp. 308-315.

Sediki, E., Soufiani A., Sifaoui, M. S., 2003, “Combined Gas Radiation and Laminar Mixed Convection in Vertical Circular Tubes”, **Int. J. Heat and Fluid Flow**, Vol. 24, pp. 736 – 746.

Sediki, E., Soufiani A., Sifaoui, M. S., 2002, “Spectrally Correlated Radiation and Laminar Forced Convection in the Entrance Region of a Circular Duct”, **Int. J. Heat and Mass Transfer**, Vol. 45, pp. 5069-5081.

Seo, T., Kaminski, e Jensen, M. K., 1994, Combined Convection and Radiation in Simultaneously Developing Flow and Heat Transfer with Nongray Gas Mixtures", **Numerical Heat Transfer, Part A**, Vol. 26, pp. 49-66.

Shields, C. D., 1961, "**Boiler: Types, Characteristics and Functions**", F. W. Dodge Co. New York.

Siegel, R., e Howell, J. R., 2002, "**Thermal Radiation Heat Transfer**", Taylor & Francis, 4th edition, New York.

Sika, J., 1991, "Evaluation of Direct-Exchange Areas for a Cylindrical Enclosure", **ASME Journal of Heat Transfer**, Vol. 113, pp. 1040-1044.

Smith, T. F., Shen, Z. F., e Friedman, J. N., 1982, "Evaluation of Coefficients for the Weighted Sum of Gray Gases Model", **ASME Journal of Heat Transfer**, Vol. 104, pp. 602-608.

Smith, T. F., Shen, Z. F., e Alturki, A. M., 1985, "Radiative and Convective Transfer in a Cylindrical Enclosure for a Real Gas", **ASME Journal of Heat Transfer**, Vol. 107, pp. 482-485.

Spiegel, M. R., 1969, "**Estatística**", Ao Livro Técnico S.A., Rio de Janeiro.

Spring, H. M., 1940, "**Boiler Operator's Guide**", McGraw-Hill. 1st edition. New York and London.

Stasiek, J., 1988, "Transformational-Zone Method of Calculation of Complex Heat Exchange During Flow of Optically Active Medium Inside Tube of Diffuse Grey Surface", **Wärme-und Stoffübertragung** 22, pp. 129-139.

Stasiek, J., e Collins, M. W., 1993, "Radiant and Convective Heat Transfer for Flow of a Radiation Gas in a Heated/Cooled Tube with a Grey Wall", **Int. J. Heat Mass Transfer**, Vol. 36, No. 14. pp. 3633-3645.

The Babcock & Wilcox Company, 1972, “**Steam: Its Generation and Use**”. 38<sup>th</sup> edition. New York.

Van Driest, 1956, “On turbulent flow near a wall”, **J.Aero.Sci.**, Vol.23, p1007.

Varejão, L. M. C., 1979, “**Flux-Spline Method for Heat, Mass, and Momentum Transfer**”. Minnesota: Faculty of the Graduate School of the University of Minnesota, 235 p. Tese (Doutorado).

Viskanta, R., 1998, “Overview of Convection and Radiation in High Temperature Gas Flows”, **Int. J. Engineering Science**, Vol. 36, pp. 1677-1699.

Wassel, A. T., e Edwards, D. K., 1976, "Molecular Gas Radiation in a Laminar or Turbulent Pipe Flow", **ASME Journal of Heat Transfer**, pp. 101-107.

Wassel, A. T., Edwards, D. K., e Catton, I., 1975, "Molecular Gas Radiation and Laminar or Turbulent Heat Diffusion in a Cylinder with Internal Heat generation", **Int. J. Heat Mass Transfer**, Vol. 18, pp.1267-1276.

Wilke, C.R., 1950. “**Chemical Engineering Progress 46**”, pp. 95-104.

## APÊNDICE – Propriedades Físicas dos Gases

**Densidade.** A densidade do gás participante,  $\rho$ , é calculada como:

$$\rho = \sum_{j=1}^3 y_j \rho_j \quad (1)$$

onde  $y_j$  é a fração molar de cada um dos componentes da mistura, equivalendo a:

$$y_j = P_j / P_T \quad (2)$$

em que  $P_j$  é a pressão parcial de cada componente e  $P_T$  a pressão total. A densidade de cada componente  $j$  é calculada como:

$$\rho_j = \frac{P_T y_j M_j}{RT} \quad (3)$$

onde  $\bar{R}$  e  $M_j$  correspondem, respectivamente, à constante universal dos gases e à massa molar de cada componente. Para o dióxido de carbono, o vapor de água e o nitrogênio,  $M_j$  vale 44,01, 28,02 e 18,02 kg/kmol, respectivamente. A Eq.(3) considera que cada componente apresente comportamento de gás perfeito, o que é razoável na medida em que o gás participante se encontra em temperaturas elevadas.

**Calor Específico a Pressão Constante.** O calor específico do gás participante,  $c_p$ , é obtido por meio de:

$$c_p = \sum_{j=1}^3 y_j c_{pj} \quad (4)$$

em que  $c_{pj}$  é o calor específico de cada componente e pode ser calculado por meio da seguinte expressão:

$$c_{pj} = A_j + B_j T + C_j T^2 + D_j T^3 \quad [\text{kcal/kmol K}] \quad (5)$$

$T$  em graus Kelvin. Os valores de  $A_j$ ,  $B_j$ ,  $C_j$  e  $D_j$  são apresentados na Tabela A-1.

Tabela A-1 Coeficientes para cálculo do calor específico de cada componente do gás

	J	$A_j$	$B_j (\times 10^{-3})$	$C_j (\times 10^{-6})$	$D_j (\times 10^{-9})$	Validade
CO <sub>2</sub>	1	5,14	15,4	-9,94	2,42	298 K - 1500 K
H <sub>2</sub> O	2	8,10	-0,72	3,63	-1,16	298 K - 1500 K
N <sub>2</sub>	3	7,07	-1,32	3,31	-1,26	298 K - 1500 K

**Viscosidade dinâmica.** Conforme Reid et al. (1977), a viscosidade dinâmica da mistura pode ser obtida de:

$$\mu = \frac{\sum_{j=1}^3 y_j \mu_j}{\sum_{i=1}^3 y_j \phi_{ji}} \quad (6)$$

Para a determinação de  $\phi_{ji}$ , utiliza-se a expressão de Wilke (1950):

$$\phi_{ij} = \frac{\left[1 + (\mu_j / \mu_i)^{1/2} (M_i / M_j)^{1/4}\right]^2}{\left[8(1 + M_j / M_i)\right]^{1/2}} \quad (7)$$

A viscosidade de cada componente é calculada como:

$$\mu_j = A_j + B_j T + C_j T^2 \quad [10^{-7} \text{ kg/(ms)}] \quad (8)$$

$T$  em graus Kelvin. Os coeficientes  $A_j$ ,  $B_j$  e  $C_j$  são fornecidos na Tabela A-2.

Tabela A-2 Coeficientes para cálculo da viscosidade dinâmica de cada componente do gás

	j	A <sub>j</sub>	B <sub>j</sub> (×10 <sup>-2</sup> )	C <sub>j</sub> (×10 <sup>-6</sup> )	Validade
CO <sub>2</sub>	1	25,45	45,49	-86,49	200 K - 1700 K
H <sub>2</sub> O	2	-31,89	41,45	-8,272	273 K - 1300 K
N <sub>2</sub>	3	30,43	49,89	-109,3	100 K - 1500 K

**Condutividade térmica.** De acordo com Reid et al. (1977), A condutividade térmica  $k$  do gás pode ser calculada como:

$$k = \frac{\sum_{j=1}^3 y_j k_j}{\sum_{i=1}^3 y_i \psi_{ji}} \quad (9)$$

em que  $\psi_{ji} = \phi_{ji}$ . A condutividade  $k_j$  de cada componente provém da seguinte expressão:

$$k_j = A_j + B_j T + C_j T^2 + D_j T^3 \quad [\times 10^{-3} \text{ cal}/(\text{smK})] \quad (10)$$

$T$  em graus Kelvin. Os valores de  $A_j$ ,  $B_j$ ,  $C_j$  e  $D_j$  são apresentados nas Tabela A-3.

Tabela A-3 Coeficientes para cálculo da condutividade de cada componente do gás

	j	A <sub>j</sub>	B <sub>j</sub> (×10 <sup>-2</sup> )	C <sub>j</sub> (×10 <sup>-4</sup> )	D <sub>j</sub> (×10 <sup>-8</sup> )	Validade
CO <sub>2</sub>	1	-17,23	19,14	0,1308	-2,514	200 K - 1400 K
H <sub>2</sub> O	2	17,53	-2,42	2,93	-8,68	273 K - 1100 K
N <sub>2</sub>	3	0,9354	23,44	-1,21	3,591	100 K - 1500 K

Os coeficientes das Tabelas A-1, A-2 e A-3 foram obtidos de *Physical & Thermodynamic Properties*.