UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL

INSTITUTO DE MATEMÁTICA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA

MESTRADO PROFISSIONALIZANTE EM ENSINO DE MATEMÁTICA

ALINE FRAGA ROSA ROLLSING BRAGA

O USO INTEGRADO DE RECURSOS MANIPULATIVOS DIGITAIS E NÃO-DIGITAIS PARA O ENSINO-APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA

PORTO ALEGRE

2013

ALINE FRAGA ROSA ROLLSING BRAGA

O USO INTEGRADO DE RECURSOS MANIPULATIVOS DIGITAIS E NÃO-DIGITAIS PARA O ENSINO-APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA

Dissertação de Mestrado elaborada como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática, pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Orientador: Dr. Marcus Vinicius de Azevedo Basso

PORTO ALEGRE

2013

ALINE FRAGA ROSA ROLLSING BRAGA

O USO INTEGRADO DE RECURSOS MANIPULATIVOS DIGITAIS E NÃO-DIGITAIS PARA O ENSINO-APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA

Dissertação de Mestrado elaborada como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática, pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Orientador: Dr. Marcus Vinicius de Azevedo Basso

BANCA EXAMINADORA

____
Dr. Eduardo Henrique de Mattos Brietzke
Universidade Federal do Rio Grande do Sul

____
Dra. Márcia Rodrigues Notare Meneghetti
Universidade Federal do Rio Grande do Sul

____
Dra. Leandra Anversa Fioreze
Universidade Federal de Santa Maria

A minha mãe, Marilene, e ao meu marido, Carlos, com carinho, amor, admiração e gratidão pela compreensão e pelo incansável apoio ao longo dessa caminhada.

AGRADECIMENTOS

Ao meu orientador, Marcus Vinícius de Azevedo Basso, por todos os momentos de orientação e incentivo, inclusive nos momentos mais difíceis. Por acreditar no meu trabalho e contribuir para o meu crescimento científico e intelectual.

À Universidade Federal do Rio Grande do Sul, pela oportunidade de formação continuada.

Aos professores do Mestrado Profissionalizante em Ensino de Matemática, por todo o aprendizado.

Aos colegas de curso, pelas trocas que enriqueceram esses dois anos de estudo e às colegas e amigas Larissa Monzon e Elisa Martins, pelas orientações conjuntas e pela amizade e companheirismo durante todo esse percurso.

Aos meus alunos da 6ª série/2012 do Colégio Sinodal do Salvador, que se dedicaram intensamente durante o trabalho.

Ao Colégio Sinodal do Salvador, pela oportunidade e acolhimento, onde tenho liberdade para criar e aplicar minhas ideias.

E a todas as pessoas que de alguma forma contribuíram para o resultado final desse trabalho.

RESUMO

Este trabalho apresenta uma experiência que analisa as contribuições que o uso integrado de recursos manipulativos digitais e não-digitais podem trazer para o ensino-aprendizado de geometria, mais especificamente na compreensão de conceitos sobre polígonos. O estudo foi desenvolvido durante o ano de 2012, com duas turmas de 6ª série de uma escola da rede privada de Porto Alegre, no horário regular de aula. Apoiada na Teoria dos Campos Conceituais, de Gérard Vergnaud, e utilizando o estudo de caso como metodologia, a presente pesquisa aponta que os estudantes podem construir seu próprio conhecimento, quando lhes são oferecidas diversas possibilidades de conceitualização, em diferentes âmbitos educativos. Os resultados mostram estudantes mais críticos, autônomos e com maior poder de argumentação.

Palavras chave: Recursos digitais e não-digitais; Ensino-aprendizagem de matemática; Geometria; Teoria dos Campos Conceituais.

ABSTRACT

This paper presents an experience which analyzes the contributions that the integrated usage of manipulative digital and non-digital resources may bring to the teaching-learning of geometry, specifically on understanding concepts of polygons. The study was developed in 2012, with two groups of 6th graders from a private school in Porto Alegre during the regular school schedule. Supported by the Theory of Conceptual Fields, by Gérard Vergnaud, and using the case study as methodology, this research points that students can construct their own knowledge when various possibilities of conceptualization are offered to them, in different areas of education. The results show more critical, autonomous students, with a bigger argumentative power.

Keywords: Digital and non-digital resources; Mathematics Teaching-learning; Geometry; Theory of Conceptual Fields.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

SUMÁRIO

1 APRESENTAÇÃO

Ao iniciar este trabalho, me fiz uma pergunta: como vim parar aqui? Tudo passou tão rápido que quando percebi as disciplinas do mestrado já haviam terminado e eu estava aqui, escrevendo.

Parei um pouco para pensar no meu percurso. Em março de 2010, quando ingressei no mestrado ainda não havia decidido o tema da minha dissertação. A primeira ideia que tive foi trabalhar com as funções exponenciais a partir da meia-vida de algumas drogas, proporcionando um minicurso para alunos do 1º ano do Ensino Médio.

Em agosto de 2010, assumi as turmas de 4ª a 6ª séries[1] do Ensino Fundamental do Colégio Sinodal do Salvador e optei por pensar em uma proposta que contemplasse o tema da dissertação e que fosse adequada a esse novo público.

Com o passar dos meses, consegui perceber alguns pontos do currículo que poderiam ser melhorados, pois quando recebi o plano de trabalho que estava vigente durante aquele ano, observei que os conteúdos de geometria estavam sendo parcialmente contemplados de 4ª a 6ª séries, diferente do que indicam os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN's).

No ano seguinte tive liberdade para fazer reformulações no currículo e assim, antecipar o estudo de geometria. A intenção era que os alunos construíssem conceitos geométricos já a partir da 4ª série, para que a compreensão dos conceitos fosse feita de forma gradativa e natural.

Pensando em experiências anteriores, onde o trabalho com geometria foi realizado integrando o uso de recursos não-digitais, com a manipulação de materiais concretos, e o uso de recursos manipulativos digitais, através do uso de softwares e objetos digitais de aprendizagem, percebi o quanto seria interessante pesquisar sobre essa integração.

[1] Usaremos o termo 4ª, 5ª e 6ª séries, atuais 5º, 6º e 7º anos do Ensino Fundamental, pois no ano de 2012, o Ensino Fundamental II da escola onde foi aplicada essa sequência de atividades, ainda não havia ingressado no novo currículo.

A partir dessa ideia, iniciei a pesquisa e a escrita da minha dissertação, onde procurei, a partir de uma experimentação, argumentos que mostrassem o quanto a integração entre os recursos manipulativos digitais e não-digitais contribuem para a aprendizagem de conceitos matemáticos, nesse caso ligados a geometria.

1.1 Estrutura do texto

A organização do texto apresenta-se da seguinte maneira: ainda neste capítulo temos a questão de investigação e os objetivos da pesquisa.

O capítulo seguinte traz a fundamentação teórica que embasou o planejamento, desenvolvimento e análise dessa proposta, na qual abrange a Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud, a importância da geometria para o desenvolvimento das crianças, as recomendações dos Parâmetros Curriculares Nacionais e por fim a importância do uso integrado de materiais manipulativos digitais e não-digitais para a aprendizagem.

O capítulo 3 inicia com a metodologia de pesquisa, trazendo aspectos importantes do estudo de caso de cunho qualitativo. Apresenta a escola e os sujeitos investigados, inclui a coleta de dados e traz a descrição das atividades.

O capítulo 4 apresenta a aplicação da sequência de atividades e a análise da produção dos estudantes com seus resultados, destacando o que deu certo e errado durante a investigação.

O capítulo 5 traz as considerações finais e uma reflexão sobre a pesquisa, acerca da questão norteadora e de perspectivas futuras de continuidade do projeto.

Os apêndices trazem os planos de aula, com as atividades desenvolvidas pelos alunos durante a pesquisa.

1.2 Questão de Investigação

A proposta dessa dissertação foi construir uma sequência de atividades associando o uso de recursos manipulativos digitais e não-digitais e verificar se esse uso integrado possibilita a aprendizagem de geometria em Matemática. Portanto uma das questões que norteou esse trabalho e que o mesmo pretende responder foi:

O uso integrado de recursos manipulativos digitais e não-digitais contribui para a aprendizagem dos conceitos de geometria?

Embora ainda não tivesse coletado e analisado dados sobre o assunto naquele momento, minhas experiências anteriores me faziam acreditar que sim, que era possível construir conceitos aliando recursos digitais e não-digitais de aprendizagem.

Então, outras questões vieram secundariamente:

Como organizar o trabalho para que os mesmos conceitos sejam contemplados no ambiente digital e no ambiente não-digital de aprendizagem?

Que tipo de atividades contribui para a construção desses conceitos?

Após ter decidido o tema dessa dissertação comecei a ler trabalhos sobre esse assunto e a pensar em atividades que fossem desenvolvidas nos dois ambientes: sala de aula e laboratório de informática; utilizando os dois recursos: não-digital e digital.

Minha intenção era trazer algo novo para aqueles alunos, trabalhar a geometria de uma forma atrativa e divertida, que não ficasse num simples ato de decorar algumas fórmulas que logo em seguida seriam esquecidas.

Percebia que parte dos estudantes apresentava um sentimento de fracasso em relação à Matemática e ainda, pensavam que aula de Matemática só era possível dentro da sala de aula, fazendo cálculos. Assim, minha intenção era apresentar uma nova maneira de aprender, a partir da construção do seu próprio conhecimento.

Quando o aluno é convidado a construir seu próprio conhecimento, estamos possibilitando um momento de interação/ação do sujeito muito importante. As aulas ficam mais interessantes para o estudante e a vontade de aprender floresce.

Tendo em vista que a Matemática é considerada, muitas vezes, como uma disciplina baseada em técnicas repetitivas que faz uso de uma simbologia desprovida de significação quero mostrar aos estudantes que podemos aprender o conteúdo de uma maneira diferente, construindo os seus conceitos aos poucos. A ação do sujeito sobre os objetos, através da percepção, visualização, manipulação e construção, permite uma aprendizagem de forma natural e instigadora.

A intenção é tornar a aprendizagem de matemática mais interessante para os alunos, de forma que eles se envolvam e a partir daí desenvolvam o seu aprendizado.

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN's (1997, p. 19) "A matemática é componente importante na construção da cidadania, na medida em que a sociedade se utiliza, cada vez mais, de conhecimentos científicos e recursos tecnológicos, dos quais os cidadãos devem se apropriar".

Além disso, sabemos que o conhecimento matemático é necessário em uma diversidade de situações, como apoio a outras áreas do conhecimento, como instrumento para lidar com situações cotidianas ou como forma de desenvolver habilidades do pensamento, ao longo da vida pessoal e profissional.

Fagundes (1977) diz que o aprendizado de matemática ocorre quando temos a capacidade de relacionar esta área do conhecimento com a realidade, bem como de entender o significado de suas simbolizações. Entende-se que os processos de aprendizagem devem criar condições favoráveis para a construção de conceitos de matemática, por isso os professores devem trabalhar os conteúdos via metodologia atraente e diversificada, com a finalidade de auxiliar e possibilitar a compreensão dos saberes.

É preciso que a matemática seja vista como uma área do conhecimento desafiante, interessante e estimuladora da curiosidade. Isso tem por objetivo fazer que seu ensino e seu aprendizado sejam prazerosos e possibilite ao aluno (re)construir concepções e conceitos. Além disso, as aulas devem permitir o desenvolvimento da criatividade e do pensamento autônomo e crítico.

Segundo os PCN's (1997, p. 19) "a atividade matemática escolar não é 'olhar para coisas prontas e definitivas', mas a construção e a apropriação de um conhecimento pelo aluno, que se servirá dele para compreender e transformar sua realidade."

Sabemos que os conceitos usados hoje, já foram construídos e demonstrados anteriormente, mas ao fazer uma atividade onde o estudante sente-se autor, descobrindo os conceitos envolvidos teremos resultados mais expressivos e consistentes.

1.3 Objetivos da pesquisa

O principal objetivo dessa dissertação é verificar, a partir da análise de situações onde se fez o uso de recursos digitais e não-digitais, se tal fato contribui para a aprendizagem de conceitos relacionados com o estudo da geometria plana.

Parte-se da hipótese que a construção de conceitos a partir de diferentes experiências, passando por variados ambientes e ainda a troca de saberes com colegas e professor torna-se fator positivo para a aprendizagem.

A escolha da geometria deu-se por ser um assunto importante, atrativo e por contribuir na relação de visualização e abstração que servirá para a construção de outros conceitos matemáticos e, até mesmo, para a construção de conceitos de outras áreas do conhecimento. Além disso, os PCN's (1997) afirmam que os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo, pois desenvolvem um tipo especial de pensamento que permite compreender, descrever e representar o mundo a sua volta.

Embora tenha pensado em atividades para desenvolver na 4ª, 5ª e 6ª séries, precisava determinar qual série seria o foco dessa dissertação.

Após apresentar a proposta aos alunos, optei por escrever sobre as experiências obtidas com a 6ª série, pois todos se mostraram muito entusiastas com a ideia.

O assunto escolhido foi polígonos. Queria observar como eles utilizariam a noção que possuem sobre figuras geométricas, construída durante as séries iniciais e durante suas experiências cotidianas.

Ainda não sabia quanto tempo seria necessário para desenvolver todas as atividades pensadas, então dos quatro períodos semanais que temos, dois foram destinados ao estudo da geometria e os outros dois à aritmética, para que a organização curricular trimestral não ficasse prejudicada.

Outro ponto importante foi a forma de registrar o que era produzido. Como as aulas versariam sobre a manipulação digital e não-digital de objetos, seria necessário que eles escrevessem, desenhassem e salvassem os arquivos para que mais tarde pudéssemos analisá-los. Além disso, filmamos e fotografamos as aulas, a fim de não perder falas importantes e imagens das construções realizadas, questões que serão retomadas posteriormente.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Este capítulo apresenta a fundamentação teórica do trabalho, onde buscou-se, na Teoria dos Campos Conceituais, suporte para entender os processos de aprendizagem envolvidos nesse estudo.

Traz também a importância da aprendizagem de geometria para a formação de nossos alunos, bem como a sua importância na construção de uma visão de mundo, as indicações dos Parâmetros Curriculares Nacionais e as possibilidades que o uso integrado de recursos digitais e não-digitais apresentam para o ensino-aprendizagem de matemática.

2.1 Teoria dos Campos Conceituais

Para entender como se dá o processo de construção do conhecimento, a Teoria dos Campos Conceituais, de Gérard Vergnaud, surge como um interessante referencial teórico, no qual me apoio para refletir, entender e analisar as ações dos estudantes durante a aplicação da sequência de atividades.

Discípulo de Piaget, Vergnaud inicia seus estudos na área da mímica e ao defrontar-se com os conceitos piagetianos de assimilação e acomodação, observa que parte importante desses conceitos já haviam surgido no estudo da mímica corporal (FALCÃO, 2009).

Através de Piaget, Vergnaud entra em contato com elementos que serão decisivos para o desenvolvimento da sua teoria: a Teoria dos Campos Conceituais, onde estudará sobre a aprendizagem e o desenvolvimento de conceitos no âmbito da matemática.

Vergnaud trará grandes contribuições à ideia de esquema, originalmente de Piaget, mas enriquecida por ele com os elementos representacionais, agregados ao conceito de organização invariante.

Seus estudos avançam na compreensão de como se adquirem e se organizam os conhecimentos, e como esses conhecimentos se relacionam com o saber escolar.

A Teoria dos Campos Conceituais é uma teoria cognitivista que segundo Vergnaud tem como objetivo

> propiciar uma estrutura às pesquisas sobre atividades cognitivas complexas, em especial com referência às aprendizagens científicas e técnicas. Trata-se de uma teoria psicológica do conceito, ou melhor, da conceitualização do real, que permite situar e estudar as filiações e rupturas entre conhecimentos, do ponto de vista de seu conteúdo conceitual. Ela também possibilita analisar a relação entre os conceitos enquanto conhecimentos explícitos e as invariantes operatórias implícitas nos comportamentos dos sujeitos em determinada situação, bem como aprofundar a análise das relações entre significados e significantes. (VERGNAUD, 1993, p.1)

Um campo conceitual é um conjunto de situações que permite ao aluno dar sentido aos conceitos, cada um no seu tempo, usando os seus conhecimentos prévios e as suas experiências. Esse conjunto de situações pode ser traduzido como um conjunto de problemas, relações, conteúdos ou estruturas que interligados formam uma rede complexa de conceitos, ou seja, um campo conceitual.

Essa teoria afirma que é a partir de situações-problemas e da ação do sujeito frente a essas situações que o conhecimento é adquirido. Ao deparar-se com uma classe de situações o sujeito organiza esquemas, que estruturam a atividade.

Os esquemas, segundo Vergnaud (1993), não são únicos e por vezes são até ineficazes. Assim, será necessária a modificação ou a organização de novos esquemas que entram em competição e para chegarem à solução procurada devem ser acomodados, descombinados e recombinados, gerando assim novas descobertas.

Os conhecimentos contidos nos esquemas são conhecidos como teoremas em ação e conceitos em ação, também chamados de invariantes operatórios, ou seja, os conceitos que estão implícitos nos esquemas, e tem por objetivo organizar uma atividade, visando o resultado final. Para Vergnaud (2009, p.23) “Um conceito em ação é um conceito considerado pertinente na ação em situação. Um teorema em ação é uma proposição tida como verdadeira na ação em situação.”

Portanto, de acordo com Vergnaud, um esquema

> é uma totalidade organizada, que permite gerar uma classe de condutas diferentes, em função das características particulares de cada uma das situações da classe à qual se dirige. (VERGNAUD, 1996, p.180)

Eles permitem que o sujeito reconheça os elementos pertinentes de cada situação, recolhendo as informações necessárias, antecipando os objetivos a serem alcançados e propondo regras de ação.

Esse estudo afirma que o estudante é capaz de reconhecer os invariantes de um conceito quando lhes são apresentadas diversas situações de aprendizagem, ou seja,

> a operacionalidade de um conceito deve ser experimentada através de situações variadas, e o investigador deve analisar uma grande variedade de condutas e de esquemas para compreender em que consiste, do ponto de vista cognitivo, este ou aquele conceito. (VERGNAUD, 1996, p.165)

Assim, as atividades desenvolvidas a partir da manipulação de objetos digitais e não-digitais em torno de um mesmo conceito visam contribuir para a compreensão e percepção desses invariantes, pois em cada ambiente o estudante terá a oportunidade de reconhecer os conceitos envolvidos e perceber que a essência do conceito não se altera ao mudarmos de ambiente, favorecendo assim, a aprendizagem.

Para Vergnaud (2009) o termo conceito é definido como uma terna de três conjuntos: C = (S, I, R)

- S conjunto de *situações* que dão sentido ao conceito;

- I conjunto de *invariantes* operatórios que estruturam os esquemas (o significado);

- R conjunto das *representações* linguísticas e simbólicas que permitem representar os conceitos e suas relações (o significante).

Há uma grande variedade de situações em um campo conceitual e são essas situações, as quais o sujeito se depara, que o levam a dar uma resposta para determinada atividade, adquirindo, assim, sentido aos conceitos que lhes são ensinados.

O confronto com diversificadas situações-problemas envolverão diferentes significados de um mesmo conceito, desacomodando os conhecimentos adquiridos até o momento, que após adaptação, permitirão a assimilação de novos saberes.

Dadas as situações, os sujeitos organizam esquemas para estruturá-las, onde encontram-se elementos invariantes (conceitos e teoremas em ação) que participam de toda a classe de situações, integrando o conjunto dos invariantes operatórios. Dessa forma, as diferentes atividades participantes de uma mesma classe de situações servirão para trabalhar os mesmos conceitos, de forma que eles adquiram um significado.

Já as representações, que podem ser simbólicas ou em forma de linguagem oral e escrita, representam o significante do conceito. Para Vergnaud:

> São as situações que dão sentido aos conceitos matemáticos, mas o sentido não está nas próprias situações. Também não está nas palavras nem nos símbolos matemáticos. Contudo, diz-se que uma representação simbólica, uma palavra ou um enunciado matemático têm sentido, ou vários sentidos, ou não têm sentido para este ou aquele indivíduo; diz-se igualmente que uma situação tem ou não sentido. (VERGNAUD, 1996, p.179)

O sentido, no contexto da Teoria dos Campos Conceituais, é a relação do sujeito com as situações e os seus respectivos significantes, é o que ele pode por em prática para trabalhar uma situação. São os esquemas organizados pelo indivíduo que trarão sentido a uma determinada classe de situações, ou seja, as representações adquirem sentido quando acompanhadas por seus significados, os invariantes operatórios.

A função da linguagem é considerada tripla na Teoria dos Campos Conceituais, ela

> - ajuda à designação e, portanto, à identificação das invariantes: objetos, propriedades, relações e teoremas;
> - ajuda ao raciocínio e à inferência;

> - ajuda à antecipação dos efeitos e metas, à planificação e ao controle da ação. (VERGNAUD, 1993, p. 18)

Enfim, a linguagem serve como meio de comunicação e representação. Interpretar e saber utilizar os símbolos matemáticos também é uma forma de conceitualização, contudo não podemos afirmar que o sujeito compreendeu um determinado conceito por ter utilizado determinada simbologia matemática, pois o uso dos mesmos não é uma condição necessária, nem suficiente para fazermos tal afirmação. Portanto o que irá definir se o sujeito construiu determinado conceito é a relação feita entre significados e significantes, ou seja, o sentido que aquele símbolo representa para ele.

Podemos concluir que somente os símbolos ou somente as situações não irão favorecer a aprendizagem, mas sim, a ação do sujeito frente a essas situações e o sentido que as representações feitas terão para cada indivíduo.

> (...) um bom desempenho didático baseia-se necessariamente no conhecimento da dificuldade relativa das tarefas cognitivas, dos obstáculos habitualmente enfrentados, do repertório de procedimentos disponíveis e das representações possíveis. (VERGNAUD, 1993, p. 17)

Ou seja, a aprendizagem é um conjunto de relações complexas e o papel do professor nesse meio é de orientador. Temos que estar sempre atentos às construções e conceitualizações dos alunos, a fim de que possamos ajudá-los a entender o sentido das representações existentes, pois de nada adianta o sujeito entender determinado conceito, mas representá-lo de uma maneira que só tem sentido/significado para ele e não para a sociedade, que já possui uma representação simbólica culturalmente construída.

Abaixo segue um mapa conceitual que sintetiza as principais características da Teoria dos Campos Conceituais, onde os recursos digitais e não-digitais fazem parte do conjunto de situações, nas quais os estudantes serão apresentados, a fim de construírem conceitos relacionados à geometria plana - polígonos. A partir dessas situações-problemas, eles organizam esquemas, ora eficazes, ora ineficazes, que entram em competição e permitem a construção do conhecimento. Ao organizar esses esquemas é possível realizar antecipações e regras de ação que serão úteis à construção do conceito. Ao deparar-se com um conjunto de situação, em diferentes âmbitos educativos, o estudante tem maior chance de reconhecer os invariantes contidos em cada conceito, reconhecendo as suas diferentes formas de representação.

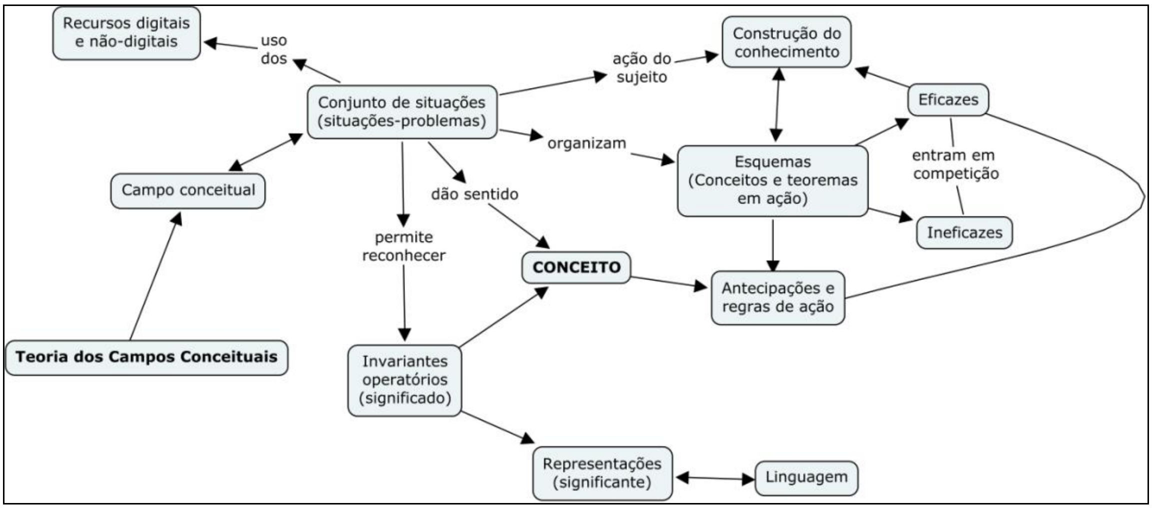


Figura 1: Mapa conceitual sobre a Teoria dos Campos Conceituais

2.2 A importância da geometria no currículo escolar

Justificar a necessidade de se trabalhar geometria desde as séries iniciais não é difícil. Um argumento é que o estudo da geometria desenvolve o pensar geométrico e o raciocínio visual, por exemplo, tão usual em situações cotidianas não somente ligadas à área da matemática, mas também a outras áreas do conhecimento.

A geometria descreve o mundo, que segundo Kruppel e Brandt (2012) representa a parte da matemática mais intuitiva, concreta e ligada à realidade, já que vivemos num ambiente repleto de geometria desde o nascimento.

Embora estejamos convivendo diariamente nesse ambiente geometrizado, Santos (2005) afirma que esse contato não garante o desenvolvimento da capacidade de observação geométrica e da diferenciação das suas dimensões, necessitando que a escola trabalhe de forma a desenvolver tais capacidades.

A geometria é um instrumento para a compreensão, descrição e interação com o espaço e seu estudo permite que o estudante experimente, descubra, raciocine, interprete, conceitue, demonstre, enfim, desenvolva diversas habilidades, facilitando a comunicação das ideias matemáticas.

> (...) a geometria pode ser estimulante, motivadora, gratificante, instigadora do raciocínio e, às vezes, desafiante (com frequência tanto para o professor como para o aluno). Alunos que não são brilhantes em aritmética às vezes são os primeiros a resolver um quebra-cabeça (...) (DANA, 1994, p. 141)

Embora seu aprendizado seja tão importante, muitas vezes é deixada de lado pelos professores por vários motivos. Alguns preferem valorizar mais o ensino da aritmética e da álgebra do que o da geometria, mas de acordo com Pavanello

> A ausência do ensino da geometria e a ênfase no da álgebra pode estar prejudicando a formação dos alunos por privá-los da possibilidade do desenvolvimento integral dos processos de pensamento necessários à resolução de problemas matemáticos. (PAVANELLO, 1993, p. 16)

Sabemos que essas três áreas da matemática – aritmética, álgebra e geometria – são essenciais para a formação da criança, mas temos que ter o cuidado para que a supervalorização da álgebra não leve os alunos à execução mecânica de exercícios, utilizando somente regras pré-estabelecidas e operando sem questionar. A geometria por sua vez favorece a análise das situações e a criação de relações, proporcionando o desenvolvimento de um pensamento crítico e autônomo.

Outra razão do abandono da geometria vem da falta de conhecimento de muitos professores, que não sentem-se seguros para incluir esse conteúdo na sua grade curricular, ou ainda deixam para o final do ano letivo e pouco conseguem trabalhar, segundo Pavanello (1993) essa tentativa pode ser até intencional, embora inconsciente, pois a falta de tempo seria um pretexto para a não realização do trabalho programado.

Além disso, o mais interessante seria o trabalho contínuo, ao longo de todo o ano, integrando álgebra e geometria e estabelecendo um equilíbrio entre o intuitivo e o dedutivo, o concreto e o abstrato, o experimental e o lógico para uma aprendizagem significativa da geometria (LORENZATO, 1995).

Outro ponto que favorece a omissão da geometria é o fato de não termos uma distribuição curricular da disciplina, como ocorre com as outras áreas da matemática. Apesar de sabermos o quanto é importante trabalhar geometria em todos os níveis, não há um padrão quanto ao conteúdo, sua sequência de ensino e a série em que deve ser trabalhado, o que dificulta o aprendizado dos alunos que por ventura mudem de escola. Nem os livros didáticos são unânimes, pois ao olharmos algumas coleções veremos que os conteúdos são abordados em diferentes momentos.

> É difícil estabelecer padrões de desempenho na geometria da escola elementar, em âmbito nacional, sem algum tipo de concordância nacional quanto ao núcleo do currículo. É preciso que haja o mesmo grau de detalhamento com que se especifica a aritmética. (USISKIN, 1994, p. 24)

De acordo com Bigode (s/d) o Ensino Fundamental – séries finais deve incluir geometria bi e tridimensional em seu currículo, para que os alunos sejam capazes de descrever, desenhar e classificar figuras; desenvolver a percepção espacial; relacionar ideias geométricas com ideias numéricas e de medição e finalmente, para que possam reconhecer e apreciar a geometria dentro do seu próprio mundo. Além disso, as atividades não devem centrar-se na memorização de vocabulários e fórmulas, ou seja, devemos dar importância para teoria, mas mesclada com a experimentação.

De acordo com Lorenzato (1995), a partir do 5º ano é o momento de iniciarmos as primeiras explorações, onde serão construídas as primeiras deduções lógicas e as primeiras discussões não formais. Para isso é muito importante o uso de algum material de apoio, que contribua para provocar a imaginação. “O apoio do material didático, visual ou manipulável, ainda é fundamental.” (LORENZATO, 1995, p. 10)

Segundo Lorenzato (1995), o aluno que não aprende geometria produz uma interpretação incompleta do mundo, a redução na comunicação das ideias e a distorção da visão da matemática.

Por isso a importância de nós, professores, trabalharmos com geometria com nossos alunos. Nosso papel em diversas atividades, segundo Dana (1994) é de observador e até mesmo de companheiro da aprendizagem, pois ao ensinar geometria permitimos que os estudantes sejam autores através de suas construções, desenhos e descobertas.

Lorenzato (1995) sugere que o professor não responda às perguntas dos estudantes, mas sim os conduza à descoberta, fazendo perguntas como:

> Por que você pensa assim? Como você chegou a essa conclusão? Isso vale para outros casos? Como isso pode ser dito de outro modo? É possível representar essa situação? O que isto quer dizer? Por que você concorda? Existem outras possibilidades? O que mudou? Como isto é possível? (LORENZATO, 1995, p. 11)

Para isso precisamos de profissionais qualificados, dispostos a usar diversos materiais, a fazer pesquisa e dispostos a fazerem uso da tecnologia, onde há um vasto campo para o desenvolvimento da geometria.

Professor bem preparado é produto de uma formação sólida e de qualidade, sabemos que um professor que não se sente seguro quanto ao seu conhecimento, terá mais receio em lecionar determinados conteúdos.

Observando a grade curricular dos cursos de Licenciatura em Matemática de algumas universidades, percebemos que a maioria possui uma disciplina destinada à geometria plana, outra à geometria espacial e uma terceira destinada à geometria analítica, oferecidas nas grades curriculares não necessariamente nessa ordem.

Algumas universidades ainda disponibilizam uma disciplina de tecnologia para a aprendizagem de softwares e disciplinas de laboratório de ensino-aprendizagem e estágio, contudo essas disciplinas não são especificamente voltadas para o ensino de geometria.

Percebe-se ainda que a geometria trabalhada é, em quase todas as Universidades, a Euclidiana sendo poucos os currículos que contemplam o estudo voltado às geometrias não Euclidianas.

Quadro 1: Disciplinas relacionadas com o ensino de Geometria em algumas Universidades

PUC/ RS 1º semestre – GEOMETRIA I 2º semestre – DESENHO GEOMÉTRICO PARA MATEMÁTICA – GEOMETRIA II 3º semestre – GEOMETRIA ANALÍTICA 4º semestre – RECURSOS TEC. NO ENSINO DE MATEMÁTICA 8º semestre – INTRODUÇÃO À GEOMETRIA DIFERENCIAL UFRGS 1º semestre – GEOMETRIA ANALÍTICA B – GEOMETRIA I 2º semestre – GEOMETRIA II 4º semestre – LABORATÓRIO DE PRÁTICA DE ENSINO-APRENDIZAGEM EM MATEMÁTICA II 6º semestre – EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E TECNOLOGIA UNISINOS 1º semestre – GEOMETRIA PLANA 2º semestre – GEOMETRIA ESPACIAL – ÁLGEBRA VETORIAL E MATRICIAL 4º semestre – TECNOLOGIAS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA UFSM 1º semestre – GEOMETRIA PLANA E DESENHO GEOMÉTRICO 2º semestre – TÓPICOS E ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL – GEOMETRIA ANALÍTICA I A USP 1º semestre – GEOMETRIA ANALÍTICA 4º semestre – GEOMETRIA E DESENHO GEOMÉTRICO I 5º semestre – GEOMETRIA E DESENHO GEOMÉTRICO II 7º semestre – GEOMETRIA III

O quadro acima deixa claro que as Universidades que tiveram o currículo analisado trabalham em algum momento com geometria. Não podemos afirmar que o número de disciplinas é suficiente, nem que os estudantes que concluem tais cursos saem bem preparados para lecionar geometria, pois temos aqui uma pequena amostra variável entre si.

Observa-se, contudo, que a geometria é valorizada no currículo das universidades, como comprovam os dados do quadro 1, o qual constata-se a sua forte presença na formação dos futuros professores.

O uso das tecnologias está com pouco destaque nos currículos observados. Hoje, procuramos inserir cada vez mais a tecnologia em nossas aulas, pois sabemos da sua importância e das possibilidades de interação que ela representa. Sabe-se que a geometria é uma disciplina muito propícia para o trabalho com softwares e com objetos digitais de aprendizagem.

> O objetivo é dar preferência a uma aprendizagem menos específica ou pontual e mais aberta, livre, integrada, produtiva e principalmente significativa para o aluno, legando a ele uma visão matemática diferente daquela que tradicionalmente temos sido autores e vítimas. (LORENZATO, 1995, p. 11)

Enfim, para termos professores mais qualificados precisamos de um trabalho mais aprofundado nas Universidades, mais participação dos professores em pesquisas relacionadas à geometria e por fim, mais discussão sobre esse currículo tão aberto.

> Soluções esporádicas ou pontuais não serão suficientes para resolver a questão da omissão geométrica. É preciso um amplo e contínuo esforço de diferentes áreas educacionais para que mudanças se efetivem no atual quadro do ensino da Geometria escolar. (LORENZATO, 1995, p. 4)

2.2.1 A Geometria nos Parâmetros Curriculares Nacionais

Em 1997, o governo federal criou os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN's) a fim de tê-lo como um referencial para escolas e professores de todo o Brasil. Em seu texto cita como propósito "apontar metas de qualidade que ajudem o aluno a enfrentar o mundo atual como cidadão participativo, reflexivo e autônomo, conhecedor de seus direitos e deveres." (BRASIL, 1997, p. 4)

Os parâmetros são abertos e flexíveis, para que possam ser adaptados à pluralidade e realidade de cada região.

Em matemática, os conteúdos são subdivididos em quatro partes em cada ciclo: números e operações, espaço e forma, grandezas e medidas e tratamento da informação. Na parte destinada ao espaço e forma, buscamos as recomendações para o ensino de geometria.

Os PCN's (1997) ressaltam a importância do aluno ser ativo na construção do seu conhecimento, de não se utilizar da memorização para a aprendizagem, mas sim construir seu conhecimento a partir de experiências práticas, resolução de problemas, criações, construções, etc.

Ao falar de geometria plana, objeto de estudo deste trabalho, afirma que o estudo da geometria é um campo vasto para se trabalhar com situações-problemas, tema que costuma despertar o interesse natural dos alunos. Sugere construções com régua e compasso, a fim de permitir a visualização e a percepção de propriedades das figuras planas e o uso de instrumentos como o transferidor e o esquadro. Traz a observação das figuras como um fator importante para perceber semelhanças e diferenças, identificando as suas regularidades.

> (...) as atividades geométricas centram-se em procedimentos de observação, representações e construções de figuras, bem como o manuseio de instrumentos de medidas que permitam aos alunos fazer conjecturas sobre algumas propriedades dessas figuras. Desse modo, o estudo do espaço e das formas privilegiará a observação e a compreensão de relações e a utilização das noções geométricas para resolver problemas, em detrimento da simples memorização de fatos e de um vocabulário específico. Porém, isso não significa que não se deva ter preocupação em levar os alunos a fazer uso de um vocabulário mais preciso. (BRASIL, 1997, p. 68)

Afirma ainda, que a geometria é um campo fértil para a produção de argumentações e para a iniciação das demonstrações matemáticas.

Embora o texto apresente as razões pelas quais a geometria deva estar presente nos currículos escolares, ele aponta que o ensino de geometria tem tido pouco destaque nas aulas de matemática.

Prossegue argumentando que seu abandono afeta a aprendizagem dos alunos, pois “desempenha um papel fundamental no currículo, na medida em que possibilita ao aluno desenvolver um tipo de pensamento particular para compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive.” (BRASIL, 1997, p. 122)

Além disso, tolhe o fato de que a geometria costuma despertar o interesse de forma natural e espontânea para a aprendizagem.

2.3 O uso dos materiais não-digitais e digitais na aprendizagem

Faz muitas décadas que ouvimos falar da importância do uso de materiais concretos para a aprendizagem. Piaget (apud Fagundes, 1977), na década de 70, já afirmava que experimentar com objetos é um fator imprescindível para o desenvolvimento das estruturas cognitivas das crianças.

Contudo, os anos foram passando e a tecnologia se desenvolvendo cada vez mais. Assim, o uso dessa tecnologia nas escolas, passou a integrar o discurso de grande parte dos pesquisadores que atuam nessa área. Muitos afirmam que a escola está ultrapassada e apontam o uso das novas tecnologias como uma solução para os problemas de interesse e aprendizagem dos estudantes.

Mas será que aquilo que tanto nos foi útil agora não é mais? Acreditamos que não. O uso dos materiais concretos continua trazendo grandes contribuições para a aprendizagem e ajudam a despertar o interesse dos nossos alunos.

Essa proposta traz uma possibilidade de integração entre esses dois recursos manipulativos: os não-digitais, com os seus materiais concretos e os digitais, com seus softwares e objetos de aprendizagem.

Trataremos aqui, os dois recursos como sendo manipulativos, pois num meio virtual também podemos mover os objetos. Quando movimentamos uma figura em um software, estamos manipulando-a, igualmente como fazemos com os materiais concretos.

De acordo com Piaget (apud Hoffmann, 2009) quando convidamos um estudante a manipular um objeto, oferecemos duas possibilidades: as experiências físicas e as experiências lógico-matemáticas.

Nas experiências físicas, a criança age sobre o objeto modificando suas características físicas e adquire o conhecimento a partir das relações que consegue obter experimentando, ou seja, a partir das modificações (forma, posição) que realizou sobre o objeto.

Já nas experiências lógico-matemáticas, o conhecimento é adquirido a partir das ações que o sujeito realiza sobre o objeto e não do objeto em si. Nesse caso, a criança transforma o objeto com o propósito de conhecê-lo. A aprendizagem consistirá na interiorização dessas ações (classificar, juntar, ordenar) e na reestruturação das antigas significações para que mais tarde não seja necessário o uso dos materiais concretos.

Nossa proposta é mostrar que essas experiências físicas e lógico-matemáticas não precisam ocorrer somente no concreto, o ambiente virtual também oferece várias possibilidades de ação e manipulação, permitindo que o estudante construa relações e alcance as abstrações necessárias.

> Assim, o trabalho com recursos digitais e não-digitais fornece suporte tanto para as experiências físicas que são base para as operações lógico-matemáticas que, ulteriormente, podem dispensar a ação manipulativa, quanto para as experiências lógico-matemáticas que, da mesma forma, têm papel imprescindível na generalização das ações e das coordenações das ações do sujeito. (HOFFMANN et al, 2009, p. 4).

É importante que proporcionemos atividades que incluam observação, manipulação, obtenção de relações, construção, produção de texto e conceitualização, pois assim estaremos propiciando aos estudantes experiências físicas e lógico-matemáticas, onde será possível realizar tanto abstrações empíricas, quanto abstrações reflexionantes. Dessa forma, o aluno será preparado para o desenvolvimento do pensamento dedutivo, ou seja, terá mais facilidade nas futuras generalizações e até mesmo nas futuras demonstrações.

As experiências obtidas enquanto criança podem ter grande influência sobre o modo de como resolverão atividades e problemas posteriormente, portanto o aluno deve ser o centro do processo de aprendizagem, um ser ativo, que investiga, experimenta e verifica, ou seja, busca seu próprio conhecimento.

Fagundes (1977, p.4) chega a dizer que “num meio inerte, o sistema nervoso pode não chegar a adquirir as estruturas necessárias a cada indivíduo para aprender este mundo de complexidade sempre crescente.”

Os recursos manipulativos digitais e não-digitais quando usados como complementação um do outro, permitem a exploração de propriedades que são observáveis ora nos desenhos e nas construções feitas a partir da manipulação de materiais concretos, ora a partir da manipulação de objetos digitais e softwares de geometria dinâmica, onde é possível construir, reconstruir e movimentar os objetos. De acordo com DeGuire (1994, p. 77) “materiais de manipulação fornecem oportunidades para raciocinar com objetos e, portanto, para ensinar a resolver problemas.”

Essa oportunidade de manipular livremente e experimentar, que os recursos manipulativos oferecem, leva o estudante a reconhecer as propriedades dos objetos que está manuseando. Esse tipo de atividade envolve os alunos, abrange diversas estruturas cognitivas e desenvolve certa autonomia em cada um.

> O conhecimento, segundo Piaget, não é uma cópia da realidade. Não resulta de olhar e fazer simplesmente uma copia mental, uma imagem de um objeto. Para conhecer um objeto, um fato, é preciso agir sobre ele, modificá-lo, transformá-lo, compreender o processo dessa transformação e, como consequência entender a maneira como o objeto é construído. (FAGUNDES, 1977, p. 3).

Para complementar as ações de manipulação no concreto é importante que se faça uso de objetos virtuais, onde o aluno possa aprender a partir de algumas situações experimentais, que tornam-se viáveis somente em ambientes informatizados.

Gravina (2001) define os objetos construídos nos softwares como objetos concreto-abstratos, pois eles podem ser manipulados livremente diretamente na tela do computador.

> O “desenho em movimento” torna-se revelador dos invariantes que são decorrências implícitas da construção feita. De imediato percebe-se parte da potencialidade do ambiente: ao permitir a construção e manipulação de objetos *concreto-abstratos*, ele desencadeia algumas das primeiras ações mentais características do pensar matemático – o estabelecer relações e conjecturar – e o faz de forma contundente, se comparando às possibilidades apresentadas pelo desenho, estático, em papel. (GRAVINA, 2001, p. 6)

Segundo Gravina (1996), é a partir dos experimentos “dinâmicos” que os estudantes vão percebendo as regularidades e os invariantes dos objetos, e a partir da essência do pensamento matemático vai surgindo naturalmente a busca por demonstrações que independem das experiências concretas, no caso as simulações no computador.

Em outras palavras, podemos dizer que o pensamento matemático desenvolve-se a partir de ações suscetíveis a repetições, e isso fica possibilitado a partir do uso de objetos virtuais e softwares de geometria dinâmica, onde é possível desenhar, mover, apagar, tentar de novo, tudo isso com grande facilidade, para mais tarde chegar às generalizações.

> (...) softwares com recurso de "desenhos em movimento" podem ser ferramentas ideais na superação das dificuldades. Vemos emergir uma nova forma de ensinar e aprender Geometria; a partir de exploração experimental viável somente em ambientes informatizados, os alunos conjecturam e, com o feedback constante oferecido pela máquina, refinam ou corrigem suas conjecturas, chegando a resultados que resistem ao "desenho em movimento", passando então para a fase abstrata de argumentação e demonstração matemática. (GRAVINA, 1996, p. 2)

Além disso, o uso das tecnologias está cada vez mais presente no dia-a-dia de cada um de nós e assim, surge um desafio para a escola, integrar ao seu trabalho os recursos da informática, como uma nova forma de conhecer e comunicar. Segundo os PCN's:

> (...) tudo indica que pode ser um grande aliado do desenvolvimento cognitivo dos alunos, principalmente na medida em que possibilita o desenvolvimento de um trabalho que se adapta a distintos ritmos de aprendizagem e permite que o aluno aprenda com seus erros. (BRASIL, 1997, p. 44)

Pode-se afirmar que o uso das novas tecnologias veio para contribuir na preparação, condução e avaliação do processo de ensino-aprendizagem, pois os recursos informáticos surgem como uma estratégia pedagógica favorável à construção do conhecimento geométrico. (GRAVINA, 2001)

A matemática é um conhecimento que pode e deve ser explicado, construído e entendido de diversas formas, uma vez que cada pessoa tem a sua maneira de matematizar uma situação-problema, assim a utilização de recursos manipulativos digitais e não-digitais contribuem para a construção de diversos conceitos matemáticos, dos mais básicos aos mais avançados, e ainda estimulam a descoberta e o argumento crítico dos alunos.

Não podemos tratar nossos alunos como um grupo uniforme, que caminha junto, por isso a integração entre o uso dos materiais concretos e o uso dos materiais virtuais traz uma nova perspectiva de construção do conhecimento, permitindo que cada estudante aprenda no seu tempo.

3 PROCEDIMENTOS E MATERIAIS DA PESQUISA

Este capítulo trará a metodologia de pesquisa utilizada, a caracterização dos sujeitos participantes desse estudo e do local onde ocorreu a investigação. Além disso, apresenta a coleta de dados e a descrição de todas as atividades realizadas.

3.1 Características da pesquisa

Essa pesquisa tem um caráter qualitativo, onde suas principais características são segundo Lüdke (1986): contato direto do pesquisador com o ambiente investigado, através do trabalho de campo, sem manipulação intencional do investigador; dados predominantemente descritivos; maior preocupação com o processo do que com o resultado final e uma análise interpretativa dos dados, podendo ou não apoiar-se em alguma teoria de aprendizagem.

> A pesquisa qualitativa envolve a obtenção de dados descritivos, obtidos no contato direto do pesquisador com a situação estudada, enfatiza mais o processo do que o produto e se preocupa em retratar a perspectiva dos participantes. (BOGDAN E BIKLEN, 1982 apud LÜDKE, 1986, p. 13)

A metodologia escolhida foi o estudo de caso, que segundo Ponte “visa conhecer em profundidade o seu “como” e os seus “porquês”, fazendo justiça à sua unidade e identidade próprias.”(1994, p.1)

Além das características acima, das pesquisas de cunho qualitativo, o estudo de caso se caracteriza, de acordo com Lüdke (1986) por visar à descoberta, enfatizar a interpretação num contexto, retratar a realidade de forma completa e profunda, usar uma variedade de fontes de informação, revelar e relatar experiências, usar linguagem acessível e estilo narrativo.

Podemos ainda, realizar um estudo de caso em três fases segundo Nisbet e Watt (1978) apud Lüdke (1986), sendo a primeira uma fase mais exploratória, envolvendo uma revisão bibliográfica, períodos de observação, de entrevistas, ou ainda baseada numa experiência pessoal do pesquisador. A segunda, após delimitação do estudo, destinada à coleta dos dados, selecionando os aspectos mais relevantes para chegar à compreensão da situação estudada. E a terceira fase, que compreende a análise dos dados recolhidos e a elaboração do relatório final.

O estudo de caso embora seja caracterizado como uma metodologia fortemente descritiva, pode ter também um caráter analítico, onde é possível interrogar o sujeito em determinadas situações e confrontar suas respostas com teorias já existentes.

Os questionamentos podem ser feitos a fim de que o pesquisador compreenda o pensamento dos participantes desse estudo e acompanhe a sua caminhada na construção do conhecimento.

Nesse trabalho utilizou-se o estudo de caso como forma de orientar a pesquisa. A pesquisadora realizou intenso trabalho de campo, permanecendo em contato direto com os estudantes investigados, mantendo-se como orientadora do processo, questionando os alunos a fim de compreender melhor suas colocações e valorizando todo o caminho percorrido por cada indivíduo participante.

Para validar a pesquisa, coletou-se dados ricos em descrições, como fotografias, falas dos estudantes, arquivos e cópias dos trabalhos realizados de forma a permitir uma análise detalhada de cada atividade, onde nos apoiamos na Teoria dos Campos Conceituais para chegarmos às conclusões contidas no capítulo 4.

3.2 A escola e os sujeitos investigados

A sequência de atividades foi desenvolvida em uma escola da rede privada de Porto Alegre, com alunos de 6ª série (7º ano) do Ensino Fundamental, durante o primeiro trimestre de 2012. As atividades foram aplicadas nas duas turmas de 6ª série do Colégio Sinodal do Salvador, uma no turno da manhã (turma 161) com trinta e três alunos e a outra no turno da tarde (turma 162) com trinta e dois alunos. As atividades foram realizadas em duplas e em alguns trios.

Na escola, dispomos de quatro períodos de Matemática por semana, sendo que a divisão dos períodos deu-se da seguinte maneira: dois períodos da semana para trabalhar geometria e os outros dois para trabalhar o conjunto dos números inteiros, conteúdo que estava sendo desenvolvido no 1º trimestre.

Optou-se por intercalar os dois conteúdos devido à disponibilidade do laboratório de informática, que é dividido entre todos os alunos da escola, desde o nível 3 (três anos de idade) até o 3º ano do Ensino Médio, pela organização curricular dos demais conteúdos, e também, por considerar importante trabalhar a geometria durante o ano inteiro, juntamente com a aritmética e a álgebra.

O tempo de duração das atividades foi quinze períodos, sendo dois períodos de quarenta e cinco minutos por semana totalizando oito semanas de aplicação, que iniciaram-se no dia 13/03/2012 e estenderam-se até o dia 18/05/2012.

As aulas ocorreram nas terças-feiras na turma 161, durante o 2º e o 3º período e nas sextas-feiras na turma 162, durante o 3º e o 4º período. Esse intervalo entre a aplicação das atividades nas duas turmas foi pensado para que, caso houvesse a necessidade de fazer alguma modificação/alteração na sequência de atividades, tivéssemos tempo para fazê-la.

3.3 Coleta de dados

Para a coleta de dados foram utilizadas as anotações feitas pela pesquisadora num diário de aula, onde ficaram registrados questionamentos e comentários feitos pelos alunos; vídeos das aulas, onde foi possível resgatar algumas falas não anotadas anteriormente; fotografias das construções feitas pelos grupos; e ainda coletou-se o material produzido pelos alunos (arquivos digitais das tarefas realizadas no laboratório de informática, que foram enviados por e-mail e folhas de respostas das atividades feitas na sala de aula, que foram recolhidas pela professora).

Outras duas atividades iniciais, do bloco 1 e do bloco 2, foram parte importante da coleta de dados. O questionário realizado na primeira aula, para sabermos os conhecimentos prévios dos estudantes sobre geometria e o dicionário de matemática, construído na quarta aula, onde os alunos significaram termos que seriam utilizados posteriormente.

A ideia do dicionário de matemática foi inspirada no glossário desenvolvido por Basso (2003), onde os alunos usaram um formulário para escrever o significado das palavras desconhecidas, que surgiam no decorrer do trabalho.

Para transcrever as perguntas, comentários e respostas dos alunos e manter em sigilo os seus nomes, as duplas foram numeradas de 1 a 34. Além disso, no decorrer do texto, constam extratos, onde manteve-se a redação original dos estudantes. Os extratos estão identificados de acordo com o quadro a seguir.

Quadro 2: Identificação dos extratos

Símbolo	Referência
P	Professor: fala do professor.
D x	Dupla x: fala que representa o pensamento da dupla, sendo x o número de cada dupla.
Aluno dupla x	Quando a fala é somente de um aluno da dupla.
T	Turma: quando a resposta parte de aproximadamente 75% dos alunos e os emissores não são identificados.
Alguns alunos	Quando a fala representa aproximadamente 30% da turma e os emissores não são identificados.

A sequência de atividades foi dividida em três blocos, conforme quadro abaixo.

Quadro 3: Divisão da sequência de atividades e seus objetivos

Blocos	Objetivos de cada bloco
Bloco 1 (Aulas 1, 2 e 3)	- Identificar as figuras geométricas; - Construir figuras geométricas planas; - Classificar/nomear as figuras de acordo com o número de lados; - Identificar os elementos das figuras; - Conceituar polígonos; - Reconhecer e conceituar polígonos regulares.
Bloco 2 (Aulas 4, 5 e 6)	- Familiarizar-se com o compasso e o transferidor e saber utilizá-los; - Construir polígonos regulares utilizando os materiais acima citados; - Medir ângulos; - Conhecer e manipular o software GeoGebra. - Conhecer as propriedades dos polígonos.
Bloco 3 (Aulas 7 e 8)	- Reconhecer pavimentações no plano; - Identificar as condições necessárias para realizar uma pavimentação no plano; - Criar mosaicos com polígonos regulares.

3.4 Descrição das atividades

A seguir segue a descrição de cada aula, com assunto, recursos, objetivos específicos e duração. As aulas aconteceram alternadamente na sala de aula e no laboratório de informática, de forma que fosse possível trabalhar o mesmo conceito via recurso manipulativo não-digital e digital, para que a partir das variadas experiências pudéssemos analisar se estava ocorrendo ou não aprendizagem.

Aula 1 – Questionário

Assunto: Geometria – figuras geométricas.

Recursos: Computador – editor de textos.

Objetivos: Investigar os conhecimentos prévios dos alunos sobre geometria de forma espontânea.

Duração: Um período.

Iniciou-se a experimentação com um pequeno questionário que pretendia investigar o conhecimento prévio dos alunos sobre geometria, mais especificamente sobre as figuras geométricas. Esse questionário foi respondido no laboratório de informática por todas as duplas e enviado por e-mail para a professora. As perguntas foram respondidas espontaneamente a partir do conhecimento já adquirido pelos alunos, sem a possibilidade de pesquisas.

Perguntas:

1. Este ano vamos estudar geometria, o que vocês acham que estudamos em geometria?
2. O que das formas geométricas estudamos?
3. Quais formas geométricas vocês conhecem?
4. Pense em objetos do seu dia a dia que se assemelham com as formas citadas no item 3.
5. Escolha uma das formas geométricas do item acima e explique com as suas palavras e com um desenho o que vocês sabem sobre ela.

As questões não foram lançadas todas ao mesmo tempo, para que as perguntas posteriores não induzissem as respostas das anteriores, assim foi feita a primeira pergunta, as duplas responderam e apresentaram suas respostas para a turma, após foi feita a segunda pergunta e assim sucessivamente.

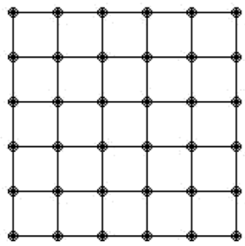
Aula 2 – Estudando os polígonos

<u>Assunto:</u> Polígonos e polígonos regulares.

<u>Recursos:</u> Geoplano de madeira, elásticos, folhas de papel pontilhado e envelopes contendo triângulos e quadriláteros de papel.

> O geoplano consiste em uma prancha de madeira na qual são fixados pregos, formando uma rede quadricular como na figura abaixo. Criado pelo Professor Caleb Gattegno, do Institute of Education, London University, o Geoplano pode ser utilizado, por exemplo, na exploração e estudo dos conceitos de comprimento e área. Como sugestão para o desenvolvimento de atividades envolvendo conceitos de Matemática, propomos a utilização de geoplanos 6x6, ou seja, geoplanos formados por 36 pregos dispostos em seis filas de seis pregos cada, de maneira que elas mantenham entre si, horizontal e verticalmente, uma distância constante. A esta distância constante se

atribui o valor de 1 (uma) unidade de comprimento (1 u.c.) e ao quadrado de lado 1 u.c. atribui-se a área de 1 (uma) unidade de área (1 u.a.).



(http://www.pead.faced.ufrgs.br/sites/publico/eixo4/matematica/encontros_presenciais/geoplano/geoplano.htm)

Objetivos: O principal objetivo dessa aula era conceituar, espontaneamente, polígonos e polígonos regulares. Além disso, eles tinham que identificar, representar e classificar os polígonos de acordo com o número de lados.

Duração: Dois períodos.

Cada dupla recebeu uma folha de papel pontilhado, um geoplano de madeira e alguns elásticos, onde deveriam criar figuras conforme sua criatividade, usando apenas um atilho em cada uma. Após foi solicitado que eles criassem figuras de três, quatro, cinco e seis lados sempre reproduzindo as figuras criadas no papel pontilhado.

Questionamentos feitos aos grupos:

- Como chamamos as figuras que possuem 3 lados?

- E as figuras de 4 lados?

- Todas as figuras de 4 lados são chamadas de quadrado?

- Que outras figuras de 4 lados vocês construíram?

- Como chamamos as figuras que possuem 5 lados?

- E as de 6 lados?

- Genericamente, podemos chamar todas as figuras de polígonos, escreva o que você entende por polígono.

Depois que todos concluíram a atividade realizamos um momento de trocas, onde cada dupla compartilhou o seu conceito de polígono.

Após, falou-se sobre os elementos de um polígono. Eles identificaram, nas figuras construídas no papel pontilhado, lados, vértices e ângulos internos e após entregaram a folha com as tarefas.

A última tarefa era escrever sobre polígonos regulares. Para isso, cada grupo recebeu um envelope contendo diversos triângulos e quadriláteros. Foi solicitado que eles separassem os mesmos em grupos de figuras que se assemelhassem e explicassem o critério utilizado para a separação e por fim, escrevessem o conceito de polígonos regulares.

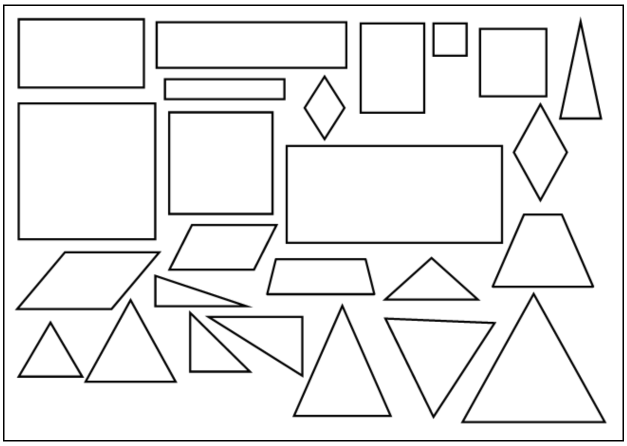


Figura 2: Triângulos e quadriláteros entregue aos alunos
Fonte: Arquivo pessoal

Aula 3 – Aperfeiçoando os meus conceitos

Assunto: Polígonos e polígonos regulares.

Recursos: Geoplano virtual e folha de papel pontilhado.

Objetivos: Manipular o geoplano virtual, a fim de complementar a atividade da aula anterior. Reconhecer as propriedades das figuras com o propósito de reescrever/aperfeiçoar o conceito de polígono e principalmente o de polígono regular, que não foi bem compreendido na aula anterior.

Duração: Dois períodos.

A terceira aula iniciou com a apresentação das duplas que ficaram responsáveis por pesquisar o nome dos polígonos a partir de 7 lados. Após realizamos uma atividade que complementou a tarefa realizada anteriormente utilizando um geoplano virtual.

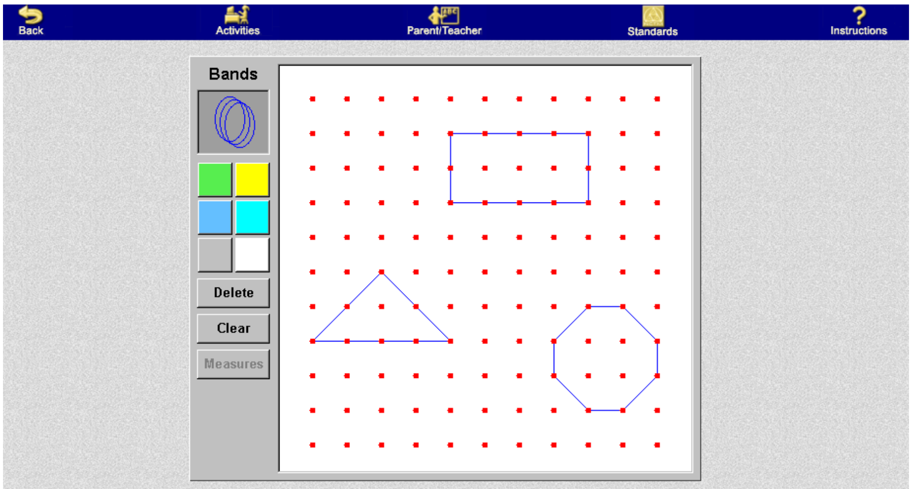


Figura 3: Objeto de aprendizagem Geoplano virtual
Fonte: http://nlvm.usu/en/nav/frames_asid_172_g_2_t_3.html?open=activities&from=category_g_2_t_3.html

Tarefas:

- Construir três triângulos diferentes.

Pergunta: Algum deles possui os lados todos iguais (com a mesma medida)?

- Construir quatro quadriláteros distintos.

Perguntas: Algum deles possui todos os lados iguais?

Se sim, qual o nome dessa(s) figura(s).

- Nomeie os demais quadriláteros construídos.

- Tente construir outras figuras que possuam lados iguais, além do quadrado.

No fim da aula estava previsto para sentamos em círculo para compartilharmos as respostas e discutirmos sobre a importância de termos além de lados iguais, ângulos iguais para que um polígono seja dito regular e as duplas pudessem aprimorar os conceitos escritos anteriormente.

Aula 4 – Dicionário de geometria

Assunto: Significação de termos geométricos.

Recursos: Editor de textos e software GeoGebra[2].

[2] O GeoGebra é um software matemático livre para estudar geometria, álgebra e funções. Disponível em www.geogebra.org – acessado em 04/08/2012.

Objetivos: Montar um dicionário de matemática com o significado dos termos que serão utilizados nas aulas seguintes. As descrições foram espontâneas a partir da visualização de imagens, não podendo fazer o uso de pesquisa.

Duração: Dois períodos.

A partir de imagens os alunos escreveram o significado de alguns termos utilizados na geometria. As palavras que eles tiveram que significar foram: raio, diâmetro e centro do círculo, ângulo, retas paralelas e retas perpendiculares.

Eles tinham que escrever o que viesse à mente após ver uma imagem e só poderiam trocar ideia dentro da sua dupla. A intenção era observar quais conceitos e propriedades os alunos já possuem pré-construídos de alguma maneira.

Os objetos mostrados foram: um CD, para mostrar o raio, o diâmetro e o centro do círculo; dois lápis como se fossem duas semirretas e um polígono para indicar um ângulo; o rodapé e o roda forro para representar retas paralelas e uma cruz para representar retas perpendiculares.

Após escreverem o significado de cada termo os alunos tiveram o primeiro contato com o software GeoGebra. Eles puderam manipular o software livremente e após desenhar/construir os termos do dicionário de matemática.

Aula 5 – Construção de polígonos regulares

Assunto: Construção de polígonos regulares com régua, compasso e transferidor.

Recursos: Régua, compasso e transferidor.

Objetivos: Utilizar régua, compasso e transferidor para construir polígonos regulares. Medir ângulos, identificar os elementos dos polígonos e perceber as propriedades de construção das figuras.

Duração: Dois períodos.

Primeiramente as duplas foram questionadas em como poderiam calcular o ângulo central de cada polígono (chamado de ângulo de construção pelos alunos). A única informação que eles tinham era que o círculo possui 360º.

Após um tempo de discussão entre as duplas, os valores obtidos foram apresentados e comentados pela turma. A partir daí eles iniciaram a montagem de um livrinho com os polígonos regulares de três a dez lados.

Os passos da construção de cada polígono foram:

- Traçar um segmento que servirá de raio do círculo;
- usar o raio traçado e fazer um círculo com o compasso;
- posicionar o transferidor sobre o raio e marcar o ângulo central desejado;
- transferir essa medida com o compasso para o restante do círculo;
- juntar os pontos com a régua para formar o polígono.

Com os polígonos desenhados, os alunos mediram os ângulos internos de cada um e identificaram os seus elementos: lados, vértices e ângulos internos.

Figura 4: Livrinhos confeccionados pelos alunos com os polígonos regulares
Fonte: Arquivo pessoal

Aula 6 – Construção de polígonos regulares

Assunto: Construção de polígonos regulares com o software GeoGebra.

Recursos: Software GeoGebra.

Objetivos: Construir polígonos regulares usando o software GeoGebra e trabalhar algumas propriedades dos polígonos.

Duração: Dois períodos.

Foi pedido aos alunos que construíssem um quadrado sem usar o recurso “construir polígono regular” e após movimentassem a figura para verificar se o quadrado preservava suas propriedades.

Como todas as duplas construíram quadrados a partir de segmentos de reta, a professora construiu um quadrado juntamente com os estudantes e ao movimentá-lo os alunos perceberam a conservação da figura.

A tarefa seguinte foi tentar construir qualquer polígono regular no GeoGebra, sem usar o recurso “construir polígono regular”.

Aula 7 – Pavimentando o plano

Assunto: Pavimentação do plano.

Recursos: Polígonos regulares de 3 a 8 lados (papel) e folha de papel quadriculado.

Objetivos: Determinar pavimentações do plano que utilizam apenas um tipo de polígono regular e construir mosaicos que utilizam diferentes tipos de polígono regular.

Duração: Dois períodos.

As duplas pesquisaram em casa sobre mosaicos de polígonos regulares e em aula expuseram o que foi trazido.

Após, receberam polígonos regulares de três, quatro, cinco, seis, sete e oito lados, com a medida dos lados iguais, para tentar cobrir o plano sem deixar espaços e sem sobrepor as figuras.

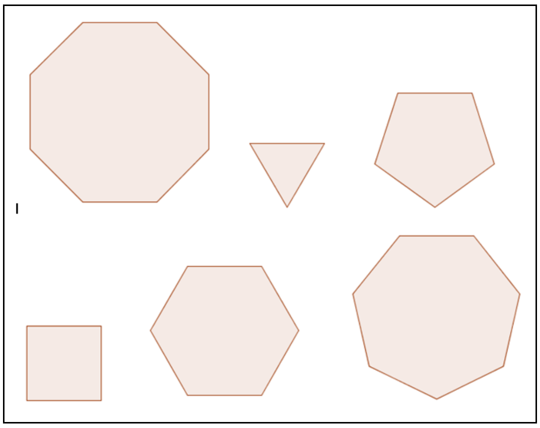


Figura 5: Polígonos regulares entregues aos alunos
Fonte: Arquivo pessoal

Eles testaram cada tipo de polígono regular dado individualmente e responderam às seguintes questões:

- Quais polígonos regulares permitem pavimentar o plano?

- Qual a soma dos ângulos em torno do vértice em que as figuras se encaixam?

- Qual a condição para que possamos encaixar os polígonos regulares sem que sobrem espaços ou sem que sejam sobrepostos?

- Crie um mosaico livre com diferentes polígonos regulares.

Aula 8 – Criando mosaicos

Assunto: Pavimentação do plano.

Recursos: Objeto de aprendizagem sobre polígonos regulares.

Objetivos: Verificar pavimentações do plano que utilizam apenas um tipo de polígono regular com mais de oito lados e construir mosaicos que utilizam diferentes tipos de polígono regular.

Duração: Dois períodos.

Primeiramente eles acessaram o endereço www.uff.br/cdme/ppr/ppr-html/ppr-br.html onde as atividades com polígonos regulares estão divididas em três partes.

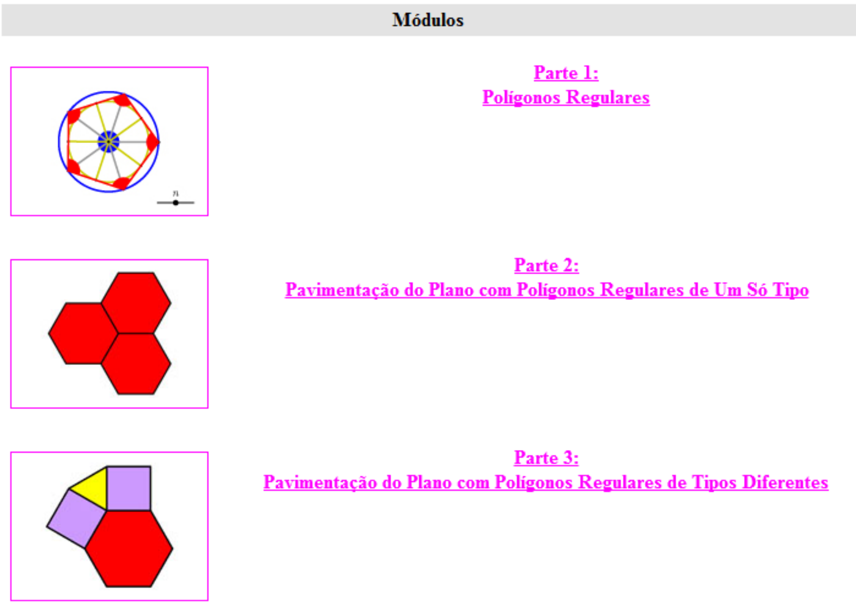


Figura 6: Página das atividades sobre polígonos regulares da UFF
Fonte: www.uff.br/cdme/ppr/ppr-html/ppr-br.html

Na primeira parte da aula eles acessaram a “Parte 2: Pavimentação do Plano com Polígonos Regulares de Um Só Tipo” para experimentar as pavimentações com polígonos acima de oito lados, pois na aula anterior já haviam testado até o octógono. Esse objeto de aprendizagem permitiu-os experimentar com polígonos de até vinte lados. Após a experimentação eles deveriam escrever suas conclusões.

A segunda tarefa da aula era acessar a “Parte 3: Pavimentação do Plano com Polígonos Regulares de Tipos Diferentes” e a partir das conclusões obtidas nas tarefas anteriores, criar um mosaico de polígonos. Caso houvesse dúvidas quanto ao valor do ângulo interno de algum polígono, eles poderiam acessar a “Parte 1: Polígonos Regulares”, onde tem-se a construção de cada figura com seus respectivos ângulos internos.

4 ANÁLISES E RESULTADOS

Esse capítulo apresenta com detalhes como ocorreu a aplicação da sequência de atividades. Traz também os acertos, os erros e uma análise dos resultados, segundo a Teoria dos Campos Conceituais.

O primeiro contato dos alunos com o trabalho que seria desenvolvido no ano de 2012 foi no início de março, quando receberam uma carta explicativa (apêndice B) que deveria ser assinada pelos seus responsáveis.

A euforia contagiou grande parte dos estudantes e alguns pais vieram à escola para saber um pouco mais sobre o projeto.

A expectativa era grande para saber o que de matemática aprenderíamos no laboratório de informática, pois muitos ainda tinham a visão que as aulas de matemática só podem ocorrer na sala de aula, com caderno e livro.

Como o volume de material produzido pelos estudantes foi grande, estão registrados no texto alguns trechos das falas e das atividades, na qual são estabelecidas relações com a Teoria dos Campos Conceituais.

Os extratos escolhidos foram selecionados após leituras e releituras de todo o material recolhido. Tentou-se trazer para este trabalho os registros mais ricos, com as descrições mais detalhadas e por vezes até incorretas, de forma que fique tão claro ao leitor, tanto quanto ficou para a pesquisadora, a experiência ocorrida e a aprendizagem dos participantes nessa caminhada.

A seguir seguem os relatos das aulas e as experiências vivenciadas pelos estudantes.

Aula 1 – No primeiro momento os alunos agruparam-se em duplas, conforme afinidade. Para iniciarmos o trabalho foi proposto aos grupos que respondessem um questionário. A ideia do questionário surgiu para sabermos o que os alunos já sabiam de geometria, por ter estudado em outras séries ou pela própria experiência cotidiana.

Queríamos saber que esquemas já estavam construídos, quais conhecimentos prévios eles já possuíam que pudessem contribuir na antecipação de alguns objetivos futuros, para posterior organização de regras de ação.

A reação frente a escrita foi de estranheza, pois escrever na aula de matemática ainda era algo difícil para eles. Muitos pensaram que já iriam sair fazendo cálculos e aprendendo fórmulas, pois a palavra geometria ainda estava muito associada implicitamente a cálculos de área e perímetro.

Inicialmente, o exercício da escrita não foi fácil. Expressar um conhecimento que eles já possuíam trouxe certa resistência de alguns alunos. Eles achavam que deveríamos ter uma aula na sala de aula, com um texto acompanhado de explicações e depois sim, poderiam ser questionados sobre o texto.

Como estávamos no laboratório de informática, as duplas possuíam acesso livre a internet. Mesmo tendo acesso a web, os estudantes não a utilizaram para escreverem suas definições, gerando um material construído de forma espontânea. Após a explicação do que era pretendido com a atividade, a maioria dos alunos esforçou-se para dar suas próprias respostas às perguntas.

As primeiras respostas vieram tímidas, com poucas palavras. As ideias teimavam em não vir e toda hora alguém repetia a frase: “não sei o que escrever sobre isso”.

As perguntas foram lançadas uma a uma e após respondidas, as duplas apresentavam suas respostas e aprendiam com as colocações dos outros colegas.

A primeira questão do questionário foi a seguinte: “Esse ano vamos estudar geometria, o que vocês acham que estudamos em geometria?”

D 1: Nós achamos que em geometria aprendemos a reconhecer, calcular formas geométricas.
P: Mas calcular o quê?
D 1: Calcular as medidas.
P: Que medidas?
D 1: Dos lados das formas, por exemplo.
P: Mas se a forma já vier com as medidas dos lados, tem alguma outra coisa que se possa calcular?

D 1: Dá pra calcular quanto cabe dentro.

Extrato 1: Resposta da dupla 1 à primeira questão

D 9: Em geometria estudamos forma e dimensões geométricas e também estudamos sua história. P: O que é dimensão geométrica? D 9: As medidas né profe!

Extrato 2: Resposta da dupla 9 à primeira questão

D 34: Nós achamos que vamos estudar o tamanho, largura, espessura e a função das formas geométricas. P: O que seria a função das formas geométricas? D 34: Pra que elas servem! P: E vocês sabem pra que elas servem? D 34: Pra traduzir as coisas do dia-a-dia. P: Traduzir? D 34: É, tipo o círculo traduz a roda.

Extrato 3: Resposta da dupla 34 à primeira questão

D 17: Achamos que estudaremos formas geométricas e seus tamanhos. P: O que vocês entendem por tamanho? D 17: Tipo aquilo dos quadradinhos, quantos cabem em cada figura. P: E posso medir qualquer figura com quadradinhos? Aluno 1 da dupla: Não, só as figuras quadradas. Aluno 2 da dupla: Pode sim, eu já fiz isso uma vez e foi com várias figuras.

Extrato 4: Resposta da dupla 17 à primeira questão

Depois que os alunos responderam a primeira pergunta, cada dupla compartilhou a sua resposta/opinião para o grupo, oportunizando a troca de saberes entre a turma.

Das 34 duplas, 25 responderam que estudaríamos as formas geométricas. Embora eles não soubessem exatamente o que estudaríamos de geometria, intuitivamente eles sabiam que as formas fazem parte da geometria, ou seja, são os esquemas que cada um possuía internalizado.

O papel do professor nesse momento foi de mediador do debate, fazendo perguntas quando as respostas dadas não eram suficientemente claras.

Segunda questão do questionário: "O que das formas geométricas estudamos?"

D 16: Cubos, quadrados, triângulos, losangos, retângulos, círculos e paralelepípedos.

Extrato 5: Resposta da dupla 16 à segunda questão

D 5: Nós estudamos as formas, larguras, área, volume...

Extrato 6: Resposta da dupla 5 à segunda questão

D 21: Aprendemos a calcula-las. P: Calcular o que? Aluno dupla 21: Depois de medir usamos as medidas para calcular alguma coisa, mas não sei dizer o nome. P: Mas tu sabes me explicar como é? Aluno dupla 21: É tipo fazer vezes eu acho.

Extrato 7: Resposta da dupla 21 à segunda questão

D 15: Várias formas de diversos tipos, tamanho, como largura, altura e também mais detalhes sobre as formas como se faz corretamente a forma e a medida.

Extrato 8: Resposta da dupla 15 à segunda questão

Essa segunda pergunta veio em função de grande parte das respostas da questão um fazer referência ao estudo das formas geométricas. Em geral, as respostas mencionavam o nome das figuras e algumas citavam o cálculo de área e perímetro. Como o termo “medir a figura” apareceu bastante, na hora da exposição das respostas os alunos foram questionados sobre o que seria medir uma figura.

P (para todos os alunos): O que significa medir uma figura? É pegar uma régua e medir um lado da figura? Alguns alunos: Não Aluno dupla 26: Eu acho que é. Alguns alunos concordaram. Aluno dupla 11: Não, pra pegar a régua e medir não precisa de aula. Eu acho que medir significa medir por dentro. Usar as medidas pra calcular como se chega nessa medida de dentro.

Extrato 9: Discussão entre alunos e professor acerca do significado de medir

Terceira questão: “Quais formas geométricas vocês conhecem?”

D 1: Quadrado, triângulos, retângulos, círculos, paralelepípedo, esferas, cubos, pirâmides, hexágono e lozangulos.

Extrato 10: Resposta da dupla 1 à terceira questão

D 6: Triangulo, pentagono, circulo, quadrado, pirâmide, esferas, cubos, oval, retangulo e cone.

Extrato 11: Resposta da dupla 6 à terceira questão

Trinta das 34 duplas citaram pelo menos cinco figuras geométricas e na hora da discussão surgiram várias outras.

Quarta questão: “Pense em objetos do seu dia a dia que se assemelham com as formas citadas no item 3.”

Essa questão foi acrescentada depois e respondida somente pela turma 162. A pergunta foi incluída para sabermos se eles estavam associando corretamente o nome da figura a sua representação.

D 20: Circulo=ervilha, despertador, lâmpada, ovo.
Quadrado=TV, computador, espelho, Box.
Losângulo=toalha, diamante.
Retângulo=geladeira, caixa de som, caixa de suco, Forma de torta.
Oval=ovo da páscoa ,tapete, uva, abacaxi.
Triangulo=doritos, pedaço de pizza, placa de transito, brinco.
P: O ovo e o ovo de páscoa não tem a mesma forma?
D 20: É verdade! É que pensamos no ovo olhando ele por cima e no ovo de páscoa olhando de frente.
P: E a toalha, a mãe de vocês possui toalha na forma de losango?
Aluno dupla 20: Sim, ela coloca atravessada na mesa e aí fica losangular.
P: E se tu tirar a toalha da mesa e olhar ela reta com o chão, que forma tem essa toalha?
Aluno dupla 20: Não sei, nunca reparei nela fora da mesa, mas acho que continua sendo losangular.

Extrato 12: Resposta da dupla 20 à quarta questão

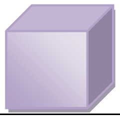
Percebe-se que eles utilizam muitos objetos tridimensionais para representar formas planas, pois pensam na representação de uma de suas vistas, é como se somente uma face fosse o significante do objeto.

D 25: Quadrado= Bob Esponja
Circulo= Pupila
Retângulo= Quadro negro
Oval= Planeta Terra
Triangulo= Pirâmides do Egito
Cone= Casquinha de sorvete

Extrato 13: Resposta da dupla 25 à quarta questão

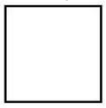
Quinta questão: “Escolha uma das formas geométricas do item acima e explique com as suas palavras e com desenho o que você sabe sobre ela.”

D 13: Cubo: É um quadrado em 3 dimensões (com seis lados). Exemplo:dados,gelo,caixas,etc. O cubo tem todos os lados iguais.Tem 8 pontas.



Extrato 14: Resposta da dupla 13 à quinta questão

D 5: quadrado possui 4 pontas , é constituído de 4 linhas reta que se encontram.



Extrato 15: Resposta da dupla 5 à quinta questão

D 19: Não sabemos essa!
P: Já escolheram a forma?
D 19: Sim, o quadrado.
P: Tá, então me digam como vocês sabem que o quadrado é um quadrado? Como ele é?
D 19: Ele tem 4 pontas e 4 retas bem retas.

P: Esse foi o quadrado que vocês criaram?
D 19: Sim, fizemos no Word.
P: E vocês têm certeza que essa figura é um quadrado?
D 19: Sim, tem 4 pontas e 4 retas.

Extrato 16: Resposta da dupla 19 à quinta questão

Assim como a dupla 19, outras duplas tiveram certa resistência em descrever a figura, houve várias falas do tipo “não sei o que escrever”, “não sei nada sobre as figuras”, mas aos poucos, com alguns questionamentos foram surgindo as respostas. Além disso, a representação do quadrado por um retângulo ocorreu mais de uma vez, na hora da discussão do grupo alguns disseram que não podia ser, pois afirmaram que o quadrado tem todos os lados iguais, assim alguns queriam mudar suas figuras por considerar que haviam feito o desenho errado.

Essa questão nos permitiu perceber quais conhecimentos em ação os alunos possuem sobre as definições das figuras geométricas.

Uma dificuldade sentida foi os questionamentos de certo ou errado, a todo o momento eles queriam saber se suas respostas estavam corretas. Foi dito que queríamos saber como estavam pensando, não importando se estava certo ou não. Além disso, alguns achavam que não podiam responder a perguntas de um conteúdo que não tinha sido trabalhado ainda. Eles queriam um texto introdutório para poder responder às questões.

A primeira aula teve seu objetivo cumprido, embora algumas crianças tenham mostrado certa resistência ao escrever, conseguimos observar o conhecimento que eles possuíam sobre o assunto. Foi possível observar os teoremas em ação que já estão construídos, ou seja, as proposições que eles têm como verdadeiras, como por exemplo algumas definições de figuras geométricas, representações até mesmo algumas propriedades básicas. Todas as duplas concluíram a atividade, mas o tempo programado foi curto, foi necessário usar alguns minutos do período seguinte.

Aula 2 – A segunda aula iniciou com a distribuição de geoplanos de madeira, elásticos e folhas de papel pontilhado. Como eles não conheciam o material, experimentaram livremente durante alguns minutos.

Após, foi pedido que construíssem figuras de 3, 4, 5 e 6 lados utilizando apenas um elástico em cada e transcrevessem as figuras construídas para o papel pontilhado.

Figura 7: Aluno transcrevendo suas construções para o papel pontilhado
Fonte: Arquivo pessoal

Questionamentos feitos para as duplas:

P: Como chamamos as figuras de 3 lados?
T: triângulo.

P: E as de 4 lados?
Maioria dos alunos: Quadrado.
Foi mostrado aos alunos um outro quadrilátero construído por uma das duplas.
P: E essa figura também é chamada de quadrado?
T: Não.
T: É um retângulo.
P: Então, posso chamar qualquer figura de 4 lados de quadrado?
T: Não.
P: Alguém sabe se existe um nome genérico para todas as figuras de 4 lados?
Ninguém se pronunciou.
P: Quadrilátero, pois quadri significa quatro e látero significa lados, portanto quadrilátero – figura de quatro lados.
P: E as figuras de 5 lados, como chamamos?
Surgiram várias respostas, como: quintilátero, cinquelátero, quintângulo, etc.
P: Como chamamos um time que ganhou 5 vezes um título?
Alguns alunos: Pentacampeão.
P: O prefixo que representa cinco é penta, então os polígonos de 5 lados são chamados de pentágonos.

Extrato 17: Discussão sobre a nomenclatura das figuras

Concluímos a nomenclatura até os polígonos de 6 lados. Como alguns sentiram curiosidade em saber o nome de outras figuras, ficaram de pesquisar em casa e apresentar para os colegas na aula seguinte.

Essa primeira parte da aula ainda trabalhou com os conhecimentos já adquiridos pelos alunos e com ideias intuitivas. Conhecimentos prévios que servirão de base para a construção de futuros esquemas, para se chegar a novos saberes.

Continuamos a aula falando que aquelas figuras formavam um conjunto e que podíamos dar um nome genérico para esse conjunto: polígonos.

Eles, então, tinham que escrever o significado da palavra polígono com as suas palavras, ou seja, o seu conceito.

Essa atividade gerou bastante discussão entre os integrantes das duplas. Seguem alguns questionamentos e conceitos que surgiram:

Aluno dupla 3: Polígonos são todas as formas com mais de 10 lados.
Professor: Por quê?
Aluno dupla 3: Porque "poli" são vários.
P: Então as figuras de 3 lados não são polígonos?
D 3: São...
P: Eu não posso considerar que mais de um lado são vários?
Aluno dupla 3: Até pode, mas vários me lembra um montão!

Extrato 18: Discussão sobre o conceito de polígono

D 15: "Poli" são vários né?

P: Sim. D 15: Então podemos dizer que polígonos são figuras de vários tipos? P: Se vocês acham que é isso escrevam, caso vocês mudem de opinião depois teremos um momento para reescrever os conceitos.

Extrato 19: Discussão sobre o conceito de polígono

Mais uma vez os alunos se utilizam de conhecimentos prévios para a construção de um novo conceito. Eles utilizam o significado do prefixo da palavra polígono, para determinar o seu conceito.

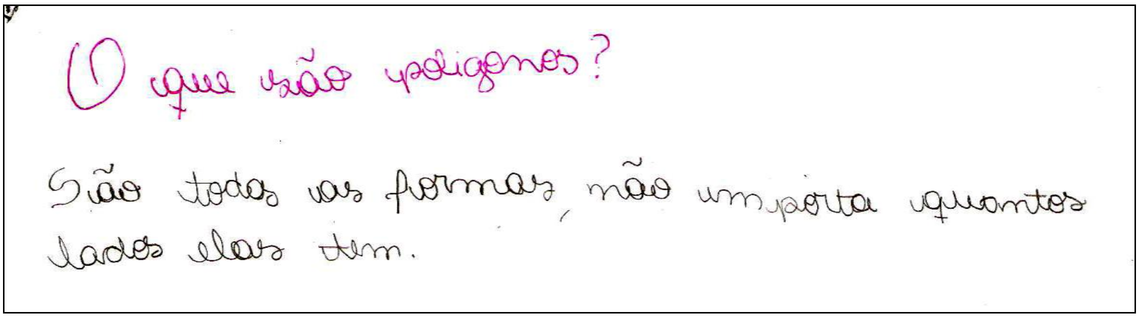

O que são poligonos?
São todas as formas, não importa quantos lados elas tem.

Figura 8: Conceito da dupla 26 sobre polígono
Fonte: Arquivo pessoal

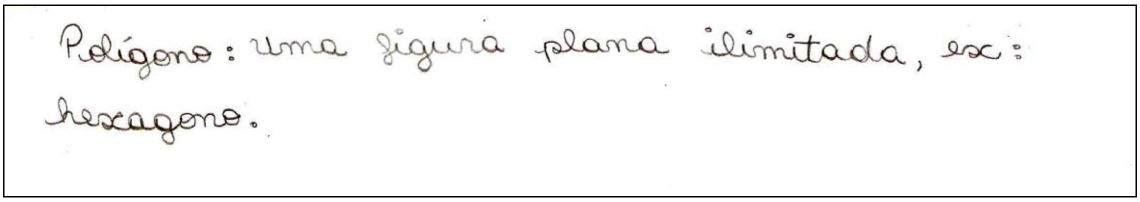

Polígono: uma figura plana ilimitada, ex: hexagono.

Figura 9: Conceito da dupla 7 sobre polígono
Fonte: Arquivo pessoal

Questionados sobre o que seria uma figura plana ilimitada, a dupla explicou que ilimitada significa que a quantidade de lados da figura pode variar infinitamente.

Em 70% dos casos, conceituou-se polígonos como um conjunto de formas ou figuras.

A partir da situação apresentada aos alunos, percebe-se que parte deles consegue usar uma linguagem adequada para expressar os seus conhecimentos, e também que a linguagem matemática já vem acompanhada de um significado/sentido.

Após foi o momento de identificar os elementos de um polígono. Os alunos destacaram nas figuras transcritas para o papel pontilhado, os lados, vértices e ângulos internos de um polígono.

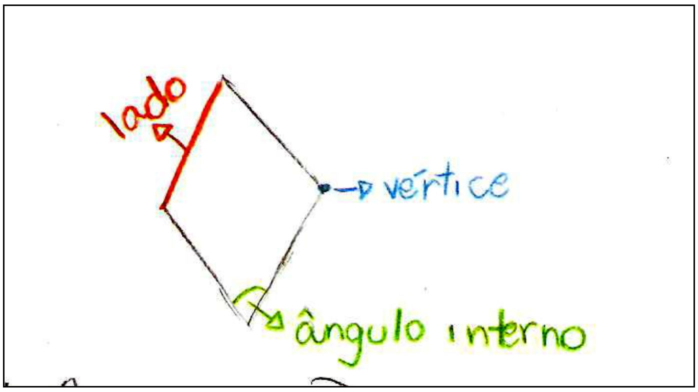


Figura 10: Elementos de um polígono pela dupla 21
Fonte: Arquivo pessoal

A parte final da aula foi destinada ao estudo dos polígonos regulares. Cada dupla recebeu um envelope que continha vários triângulos (equiláteros, isósceles e escalenos) e vários quadriláteros (quadrados, retângulos, losangos, paralelogramos e trapézios), que deveriam ser agrupados de acordo com propriedades semelhantes, com o objetivo que eles observassem grupos de figuras com lados iguais. Os alunos questionaram a quantidade de grupos, mas pedimos que separassem da forma que achassem mais adequado.

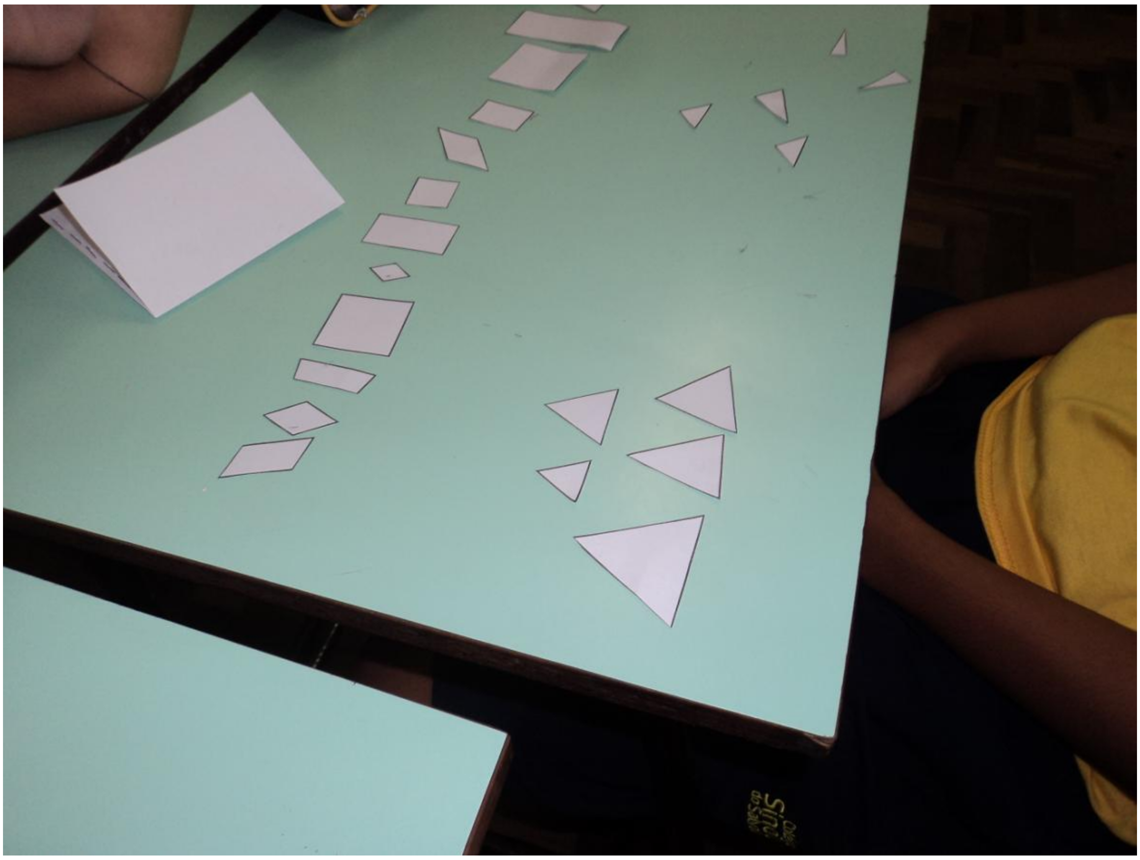


Figura 11: Estudantes agrupando as figuras recebidas
Fonte: Arquivo pessoal

Em geral, a separação foi feita em dois grupos: triângulos e quadriláteros. Então foi solicitado que eles subdividissem os triângulos em novos grupos, observando outros detalhes. E o mesmo com os quadriláteros.

Seis das 34 duplas chegaram numa classificação que levou em consideração as propriedades das figuras: triângulos equiláteros, triângulos isósceles, triângulos escalenos, quadrados, retângulos, losangos, paralelogramos e trapézios de diferentes tamanhos.

O professor questionou a turma qual havia sido o critério utilizado para a separação dos grupos e as respostas foram bem variadas.

D 11: Separamos por tipos.
Professor: Quais tipos?
D 11: Quadrados, retângulos e outros de 4 lados e triângulos perfeitos e triângulos meio tortos.

D 9: Nós separamos por tamanho, uns mais pequenos e os outros maiores.

D 27: Separamos os parecidos, por exemplo, tem uns triângulos mais compridos e uns mais gordinhos, então fizemos dois grupos de triângulos. Os outros, separamos em 4 grupos, mas não sei explicar bem como ficou. Tem um grupo de quadrados, outro de retângulos e mais dois que achamos meio parecidos.

Extrato 20: Respostas dos estudantes sobre o agrupamento das figuras

O próximo questionamento foi se havia algo de semelhante entre o grupo dos triângulos e dos quadriláteros.

As primeiras respostas foram negativas, pois afirmaram que os triângulos são diferentes dos quadriláteros pela quantidade dos lados, mesmo as seis duplas que haviam separado todas as figuras por classes desde o início, não conseguiam ver semelhanças entre o grupo dos triângulos e dos quadriláteros.

Após algumas indagações, algumas duplas perceberam que nos dois conjuntos havia um grupo de figuras com lados iguais.

Essa percepção não foi simples, inclusive teve alunos que não se convenceram com a afirmação dos colegas, então foi dito que eles poderiam medir os lados das figuras, para verificar se realmente eram iguais. Após as medidas todos estavam convencidos que nos dois conjuntos havia algo de semelhante: formas que tinham todos os lados com a mesma medida.

Concluímos essa aula, afirmando que dentro da família dos polígonos havia um conjunto especial, somente de figuras que possuem as medidas dos lados todos iguais. O nome polígono regular não foi mencionado inicialmente, então os alunos criaram um nome que consideraram adequado e escreveram o conceito de polígono regular com as suas palavras. Quanto aos ângulos, nada foi dito, somente na aula seguinte viram a importância dos ângulos congruentes.

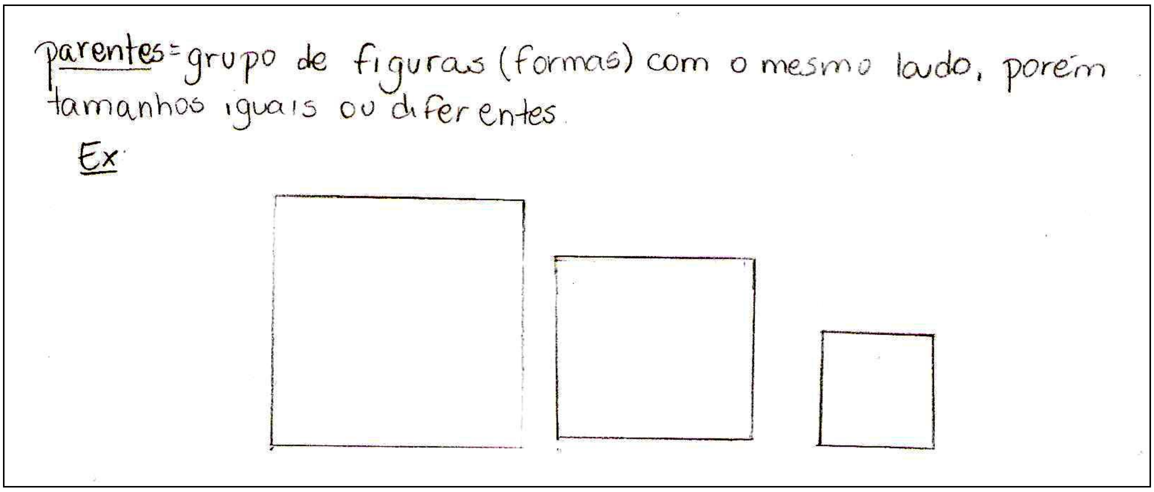


Figura 12: Conceito de polígono regular da dupla 29
Fonte: Arquivo pessoal

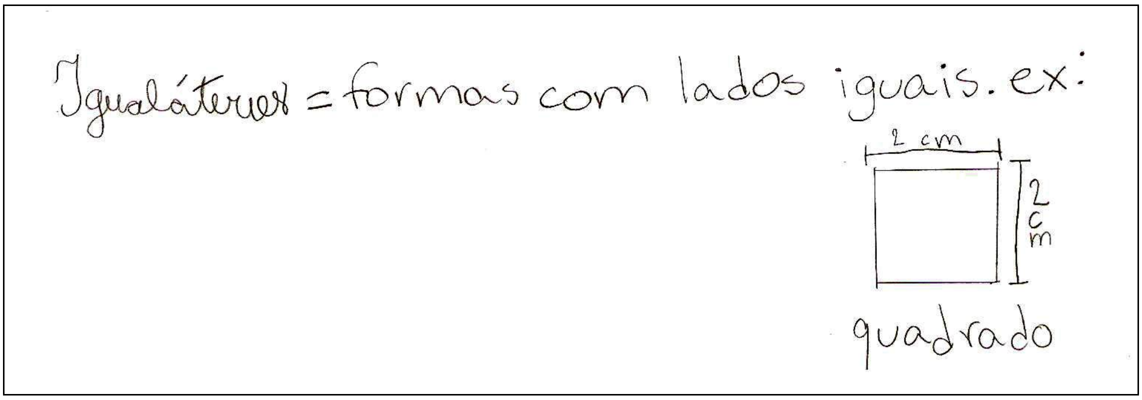


Figura 13: Conceito de polígono regular da dupla 17
Fonte: Arquivo pessoal

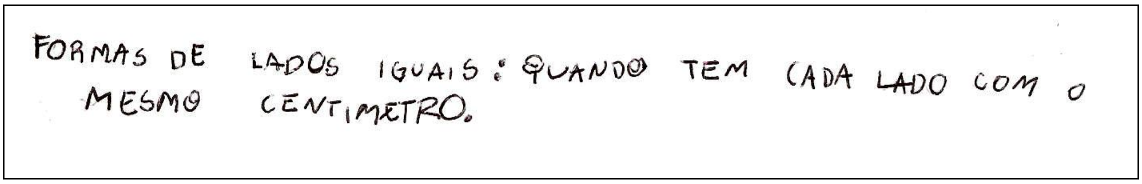


Figura 14: Conceito de polígono regular da dupla 11
Fonte: Arquivo pessoal

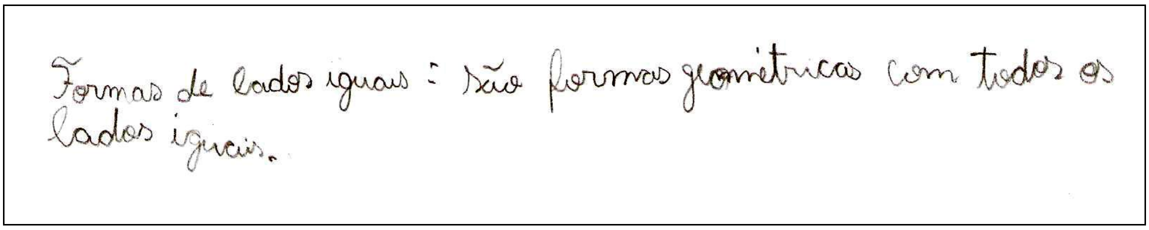


Figura 15: Conceito de polígono regular da dupla 4
Fonte: Arquivo pessoal

Devido ao tempo a discussão das respostas acerca de polígonos regulares ficou prejudicada.

Para uma próxima experiência mudaríamos a parte final desta aula, na qual os alunos tiveram que reconhecer figuras de lados iguais, dentre outras figuras. Eles tiveram que ser convencidos que havia figuras de lados iguais, pois não estavam compreendendo onde queríamos chegar. Igualmente concordaram que havia um grupo especial de figuras que possuíam os lados todos iguais, mas observa-se que a atividade não auxiliou nessa construção. A maior parte dos esquemas utilizados foram ineficazes e precisaram ser revistos e reconstruídos, embora esse fato também seja importante na construção do conhecimento.

Apesar da parte final não ter tido o sucesso esperado, o uso do geoplano foi muito positivo. Todos os alunos gostaram de “brincar” no geoplano, criando figuras e em alguns casos competindo para ver quem conseguiria criar a figura com o maior número de lados possível. Daí surgiu um questionamento interessante: um aluno perguntou se contávamos os lados da figura cada vez que o elástico passava por um prego, ou se só podíamos contar quando o elástico fazia uma “curva”.

Aula 3 – A primeira parte da terceira aula foi destinada a apresentação de alguns estudantes sobre a pesquisa em relação à nomenclatura dos polígonos, que haviam feito em casa. Eles apresentaram os nomes dos polígonos de 7 a 12 lados e também alguns outros mais curiosos como os de 20 lados em diante.

Em seguida descemos até o laboratório de informática para prosseguirmos o trabalho da aula anterior: aperfeiçoar o conceito de polígono e polígono regular.

Essa aula possibilitaria uma nova experiência, uma outra atividade para lidar com os mesmos conceitos trabalhados anteriormente.

Ao chegarmos, os alunos receberam uma folha de papel pontilhado para anotar e desenhar as respostas, foram sentando com suas duplas e acessaram o geoplano virtual através do seguinte endereço:

http://nlvm.usu.edu/en/nav/frames_asid_172_g_2_t_3.html?open=activities&from=category_g_2_t_3.html

Rapidamente eles estavam construindo figuras e mudando de cor, antes mesmo que todos sentassem e recebessem as orientações para as tarefas.

A primeira parte da tarefa era construir três triângulos diferentes e eles tinham que dizer se algum deles tinha a medida dos lados todos iguais.

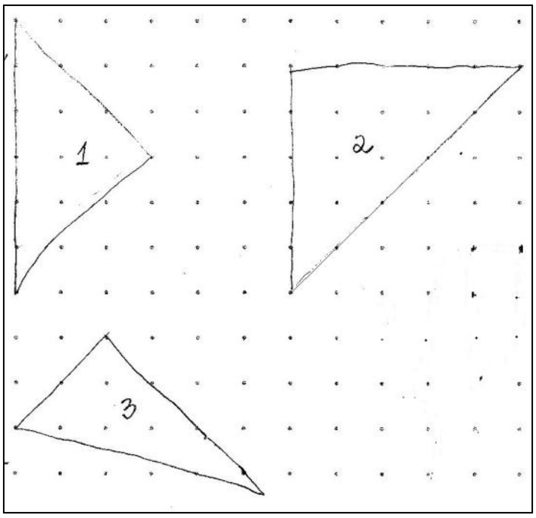


Figura 16: Resposta da dupla 9 à primeira questão
Fonte: Arquivo pessoal

A dupla 9, assim como muitas outras, identificou os triângulos 1 e 2 como tendo os lados com a mesma medida. Essa interpretação ocorreu somente quando os triângulos desenhados eram isósceles. Mais da metade das duplas que desenharam triângulos isósceles os identificaram como sendo equiláteros, pois visualmente, alguns ficam muito parecidos ou porque possuem a mesma quantidade de pontos do geoplano nos seus lados.

Percebendo que esse equívoco estava bastante presente, fez-se alguns questionamento aos alunos a partir dos triângulos feitos pela dupla 5.

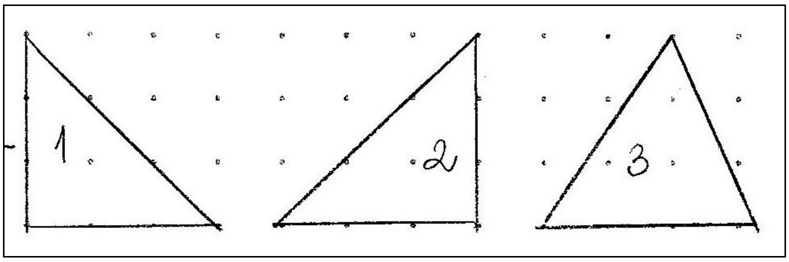


Figura 17: Resposta da dupla 5 à primeira questão
Fonte: Arquivo pessoal

P: Vamos todos observar os triângulos feitos pela dupla 5 (que foi transcrito no quadro). Vocês acham que alguns desses triângulos possuem a medida dos lados iguais? Alguns alunos disseram que sim e outros que não. P: Aluno da dupla 2, quais triângulos você acha que possuem lados com a mesma medida? Aluno dupla 2: O primeiro e o segundo têm a mesma medida prof., eles são até iguais, só que um tá virado pra cá e outro pra lá. P: Todos concordam que os dois primeiros triângulos são iguais? T: Sim. Aluno dupla 5: Não tinha visto prof., depois a gente faz mais um pra completar a atividade. P: OK. P: Então me explica, aluno da dupla 2, por que você acha que eles possuem lados iguais? Aluno dupla 2: Olha só, aqui embaixo tem 3 espaços (referindo-se ao 1º triângulo), aqui do lado também (referindo-se à altura) e aqui desse lado também tem 3 espaços (referindo-se à hipotenusa). Alunos dupla 5: (Levantou-se rapidamente) Mas esse lado aqui tem 3 espaços maiores que o do outro e que o de baixo (referindo-se à hipotenusa). O espaço é inclinado, se a gente pegar a régua e medir quanto tem de um pontinho até outro em linha reta vai dar um valor, se for inclinado vai dar outro. P: Vamos medir então, todos que tiverem uma régua meçam a distância entre 2 pontinhos na horizontal, na vertical e na diagonal. A partir da medida eles viram que a distância entre 2 pontos na diagonal era maior, e convenceram-se que aqueles triângulos não eram equiláteros. P: Os triângulos da dupla 5 não possuem a medida dos lados iguais, mas alguém conseguiu desenhar algum que tem os 3 lados iguais? Vieram outros exemplos que entraram em discussão, mas no fim ficou claro que com o geoplano não é possível desenhar triângulos equiláteros.

Extrato 21: Discussão sobre a primeira questão

Esse exemplo mostra o quanto os estudantes trabalham com a observação e com aproximações lógicas, o aluno da dupla 2 estava equivocado ao afirmar que os triângulos eram equiláteros, mas ele havia construído um esquema que sustentava a sua ação, esquema esse que possuía lógica, ao comparar as distâncias entre os pontos.

Suas ideias entraram em conflito com as ideias do outro colega, nesse momento ocorreu o aprendizado. O professor não disse “está errado e a resposta certa é essa”, cada aluno defendeu sua tese e no fim o grupo pôde se posicionar, e perceber quem possuía argumentos consistentes e verdadeiros.

A segunda parte da atividade era construir 4 quadriláteros distintos.

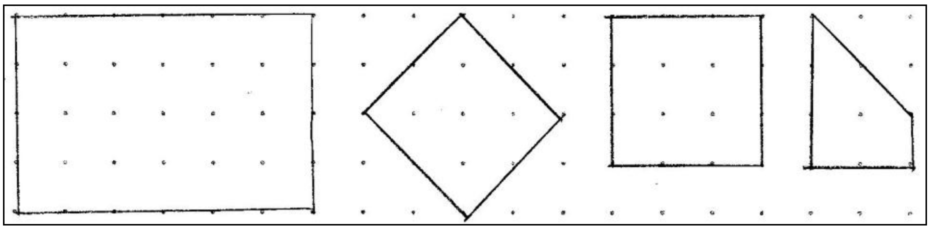


Figura 18: Resposta da dupla 18 à segunda questão
Fonte: Arquivo pessoal

Nessa questão eles deveriam responder se algum dos polígonos desenhados possuía a medida dos lados iguais e nomear as figuras.

D 18: Sim, o losango e o quadrado tem os lados com a mesma medida. Nomes: retângulo, losango, quadrado e trapézio.

Extrato 22: Resposta da dupla 18 à segunda questão

Um terço dos alunos desenhou e identificou somente o quadrado como tendo lados com a mesma medida. Quinze, das 34 duplas também apontou o losango como tendo a medida dos lados iguais.

Antes de discutirmos essa questão, foi solicitado que eles tentassem construir outras figuras que tivessem a medida dos lados iguais.

Além dos quadrados e losangos, surgiram nove octógonos e uma cruz.

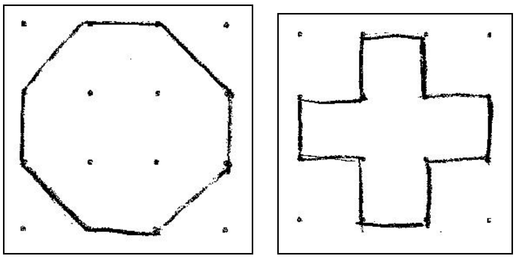


Figura 19: Polígonos que os alunos apresentaram como tendo a medida dos lados iguais
Fonte: Arquivo pessoal

Ao ver o octógono, vários alunos logo perceberam que o caso era igual ao do triângulo (extrato 21) e, portanto, não era uma figura com os lados iguais. Eles fizeram uma antecipação à regra de ação, partiram do esquema que haviam construído na tarefa anterior, e chegaram à conclusão que o octógono construído no geoplano não é regular.

Usando a cruz e os desenhos de um quadrado e de um losango, feitos pelas duplas, discutimos quais dos polígonos faziam parte daquele grupo especial que tínhamos visto na aula anterior.

Começamos pelo quadrado e pelo losango, mostrando a figura abaixo para os estudantes.

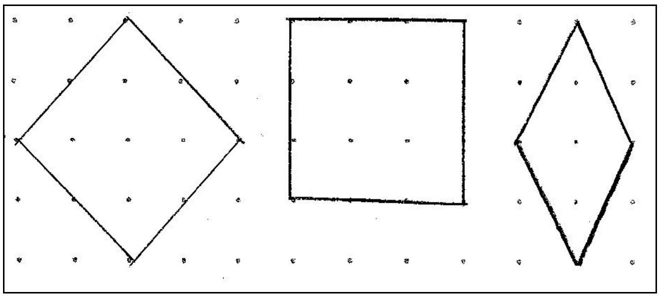


Figura 20: Imagem mostrada aos estudantes para estudar polígonos regulares
Fonte: Arquivo pessoal

P: Que polígono é esse? (referindo-se à primeira figura)
Todos: Losango.
P: E esse? (referindo-se à segunda figura)
T: Quadrado.
P: E se eu recortar esse losango (primeira figura) e colar ele novamente na folha, paralelo ao chão, que polígono teremos?
As respostas se dividiram entre quadrado e losango.
P: Vocês conseguem enxergar que esse polígono (primeira figura) pode ser um quadrado?
T: Sim.
P: E este último, é o que?
T: Losango.
P: E se eu trocar a posição dele, vai se parecer com um quadrado?
T: Não.
P: Então como podemos saber se é um losango ou um losango-quadrado?
Aluno dupla 22: Pelas hastes (referindo-se aos segmentos que constituem os lados). O encontro das hastes do quadrado são como os cantos da parede ou da mesa e as do losango são como o sinal de maior e menor. (Estávamos aprendendo a comparar números inteiros, por isso a relação com o sinal de maior e menor).
P: Essa abertura é chamada de ângulo. E é assim que percebemos se é um quadrado / losango-quadrado ou um losango, quando o ângulo interno é reto, como o canto da mesa de vocês, teremos um quadrado.
P: E é essa diferença que é importante para um polígono fazer ou não parte do grupo especial, que cada um nomeou. Esse grupo chama-se grupo dos polígonos regulares e só o quadrado faz parte dele. Alguém arrisca o por quê?
Aluno dupla 31: Deve ter alguma coisa com o ângulo.
Aluno dupla 33: Só os que tem ângulo reto fazem parte?
P: Não, esse triângulo (desenho de um triângulo equilátero) também é um polígono regular. Alguém mais tem alguma ideia?
Ninguém se manifestou.
P: Somente quando os ângulos internos são todos iguais também é que podemos dizer que um polígono é regular.
Aluno dupla 24: Mas pode ter quantos lados eu quiser?
P: Sim, se todos os ângulos internos também tiverem a mesma medida ele será regular.
Aluno dupla 29: Mas como vou saber se os ângulos são iguais?
P: Alguns são fáceis de ver. Mas iremos aprender a medir os ângulos, para que vocês não tenham dúvidas na hora de dizer se um polígono é ou não regular.

Bom, agora que vocês já sabem como identificar um polígono regular me digam se a cruz é um polígono regular? A maioria disse que não. Aluno dupla 19: Mas se dividirmos a cruz dá bem certinho 5 quadrados dentro dela, aí não é regular? P: Temos que olhar para os ângulos internos da figura, sem pensar que é uma composição de quadrados. (Mostrou-se os ângulos no quadro) Aluno dupla 19: Então não é mesmo!

Extrato 23: Discussão sobre como identificar um polígono regular

Após esse momento a aula estava terminando, então pediu-se que eles reescrevessem os conceitos de polígono e de polígono regular. Não foi possível discutir as respostas como estava previsto, pois as discussões anteriores tomaram um bom tempo, mas ficou claro que o mais importante foi discutido. Os extratos 21 e 23 comprovam como foi proveitosa e cheia de aprendizado a conversa entre alunos e professor.

Percebemos que eles estão mais críticos às respostas dadas pelos outros colegas, eles conseguem argumentar e questionar às ideias do grupo, e cada vez mais usam da abstração e menos do concreto.

Ao voltarmos para a sala de aula, em uma conversa mais informal, perguntou-se para alguns alunos se o conceito de polígono regular estava mais claro, e eles rapidamente disseram que agora haviam compreendido o que era um polígono regular.

Abaixo seguem algumas das respostas que eles reescreveram.

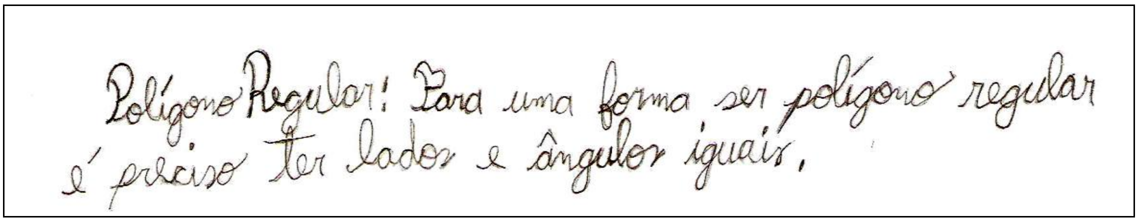

Polígono Regular: Para uma forma ser polígono regular é preciso ter lados e ângulos iguais.

Figura 21: Conceito de polígono regular pela dupla 4
Fonte: Arquivo pessoal

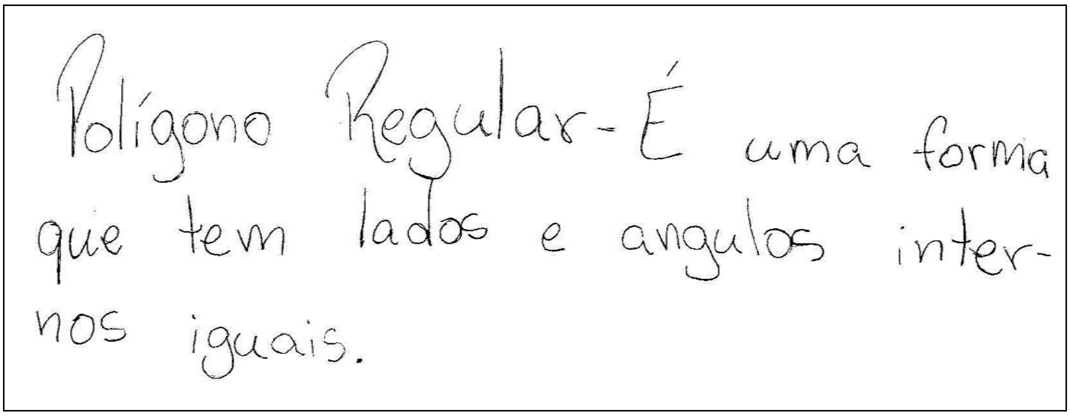

Polígono Regular - É uma forma que tem lados e angulos inter-
nos iguais.

Figura 22: Conceito de polígono regular pela dupla 3
Fonte: Arquivo pessoal

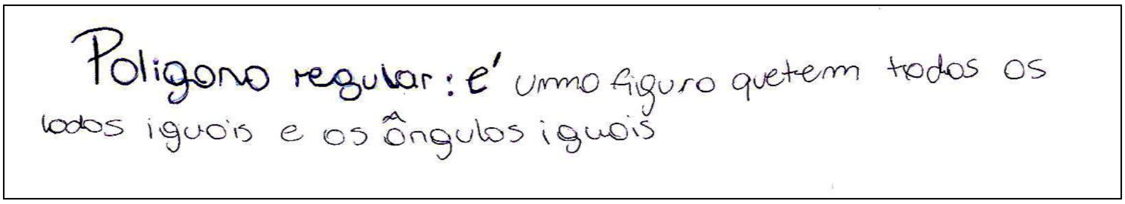

Poligono regular: e' umma figuro quetem todos os
lodos iguois e os ôngulos iguois

Figura 23: Conceito de polígono regular pela dupla 32
Fonte: Arquivo pessoal

Não trouxemos respostas sobre o conceito de polígono, pois elas continuaram iguais.

A ideia para o fim dessa aula era discutirmos o conceito de polígono e de polígono regular que seria usado a partir desse momento, pois os alunos ainda não tinham um retorno sobre o que estavam escrevendo. Como já estávamos usando uns minutos do período posterior, tivemos que deixar essa tarefa para a aula seguinte.

Esta aula encerra o primeiro bloco de atividades, onde tínhamos como objetivos gerais identificar e construir polígonos, classificá-los e nomeá-los, identificar seus elementos, conceituar polígono e por fim, reconhecer e conceituar polígono regular.

Todos esses objetivos foram cumpridos com êxito, todas as tarefas previstas foram executadas e de forma geral a avaliação dessas três primeiras aulas é positiva, pois conseguimos proporcionar momentos de aprendizagem, onde a participação dos estudantes foi empolgante e entusiasmante.

O conjunto de situações proposto aos alunos, nesse primeiro bloco de atividades, permitiu que eles identificassem os conceitos construídos anteriormente, desenvolvessem a escrita e o poder de argumentação, fizessem uso da linguagem matemática e construíssem seus próprios conceitos para polígono e polígono regular.

Com vista na Teoria dos Campos Conceituais, percebe-se que eles puderam propor regras de ação, antecipar alguns resultados e principalmente, fazer abstrações após realizarem experimentações no concreto.

Nos materiais digitais e não-digitais encontraram situações que lhes trouxeram diferentes significados para o mesmo conceito e assim puderam dar sentido aos novos saberes.

Aula 4 – Iniciamos esta aula retomando os conceitos de polígono e de polígono regular que os alunos haviam reescrito na aula anterior. Algumas duplas leram os seus conceitos e juntos montaram um único conceito.

Polígono: conjunto de todas as formas geométricas planas. Polígono regular: conjunto de todas as formas geométricas planas que possuem lados e ângulos internos iguais.

Extrato 24: Conceitos definidos pela turma 161

Polígono: qualquer figura plana. Polígono regular: figuras que possuem a medida dos lados e dos ângulos internos iguais.

Extrato 25: Conceitos definidos pela turma 162

Após esse momento, descemos até o laboratório de informática para criarmos um dicionário de geometria. A criação do dicionário não estava prevista inicialmente, mas percebemos que alguns termos necessitavam de explicação, quando falamos em diagonal, por exemplo, foi necessário parar e explicar o seu significado.

Como iríamos usar vários termos que não faziam parte do vocabulário dos alunos, resolvemos inserir esta aula para que eles pudessem pensar no significado desses termos geométricos, sem obter respostas imediatas. A ideia era saber que conceitos estavam pré-definidos e o que eles pensavam ao ver representado cada um desses termos, ou seja, que significado cada dupla iria dar para cada palavra.

Além disso, seria importante que todos os estudantes compreendessem a linguagem do professor, para que os próximos comandos ficassem claros a todos.

A atividade proposta foi escrever espontaneamente o que eles entendiam ao ver algumas imagens e enviar as respostas por e-mail.

Nesse momento a resistência à escrita já havia ficado esquecida, as diversas reclamações por ter que explicar o que sabiam ou estavam pensando não ocorriam com frequência.

O primeiro objeto mostrado foi um CD e eles tinham que significar raio, diâmetro e centro do círculo.

Raio: É a distância do centro até qualquer um dos lados de um círculo.

Extrato 26: Significado de raio pela dupla 11

Raio = É a distância do centro até qualquer extremidades da circunferência.

Extrato 27: Significado de raio pela dupla 8

Raio é uma linha que fica dentro de um círculo que vai do meio até a ponta, para a direita.

Extrato 28: Significado de raio pela dupla 24

Apesar dos alunos não terem estudado circunferência, todas as ideias apresentadas tinham lógica, algumas escritas mais formalmente e outras menos, usando termos inadequados, como por exemplo “lado do círculo”. O conceito: “uma linha que vai do centro até a ponta direita” apareceu em praticamente 30% das respostas, pois quando mostramos o CD, apontou-se para o lado direito para indicar o raio. Ao ver essas respostas, marcamos um raio no CD e mostramos novamente às duplas, girando o CD, para que eles percebessem que o raio é qualquer linha que vai do centro até a borda do círculo.

A próxima definição que eles escreveram foi de diâmetro, como já havíamos marcado uma linha para representar o raio, estendemos essa linha e marcamos o diâmetro. Para não haver confusão, giramos o CD de forma que os alunos percebessem que o diâmetro não era uma linha fixa, paralela com o chão.

Diâmetro é uma linha que divide o círculo em duas partes iguais e mede dois raios.

Extrato 29: Significado de diâmetro pela dupla 23

Diâmetro - É uma linha que vai de uma extremidade a outra passando pelo centro da forma geométrica.

Extrato 30: Significado de diâmetro pela dupla 16

Algumas duplas se referiram ao diâmetro somente como uma linha que vai de uma borda a outra, sem citar que passava pelo centro. Então mostramos que qualquer outro segmento que vá de uma extremidade a outra, mas não passe pelo centro não se chama diâmetro, mas sim corda. Além disso, ressaltou-se que um diâmetro mede dois raios.

A definição seguinte era a de centro, como havíamos usado o termo centro ao falar de raio e de diâmetro, os estudantes já o haviam identificado. Por ser uma palavra autoexplicativa, as definições foram bastante sucintas, e por vezes até redundantes.

O centro é um “ponto” no centro de um círculo.

Extrato 31: Significado de centro pela dupla 24

Centro - É o ponto central (que fica exatamente no meio) da forma geométrica.

Extrato 32: Significado de centro pela dupla 16

A definição de ângulo foi a mais complicada, houve respostas muito diferentes. As imagens mostradas foram dois lápis, indicando duas semirretas, onde foi apontado que o ângulo era a região delimitada pelas mesmas e um polígono, onde também foi apontada a região delimitada por dois segmentos da figura. Mostrou-se duas imagens para que os estudantes observassem que o ângulo não é uma região exclusiva dos polígonos, mas também do encontro de quaisquer retas, semirretas ou segmentos.

Ângulo é a medida quando duas linhas semi retas se encontram.

Extrato 33: Significado de ângulo pela dupla 5

Ângulo: É uma forma de medir os cantos de uma forma geométrica.

Extrato 34: Significado de ângulo pela dupla 1

Ângulo: liga as linhas nas dobras de uma figura qualquer.

Extrato 35: Significado de ângulo pela dupla 18

Ângulo é o ligamento das juntas das figuras ou de duas linhas.

Extrato 36: Significado de ângulo pela dupla 34

Mais da metade das respostas se referiram aos polígonos, as palavras cantos, dobras e abertura apareceram mais de uma vez. A expressão "forma de medir" também apareceu algumas vezes. Nenhuma definição foi formal, mas todas tinham sentido e explicavam o significado que cada expressão tinha para os alunos.

Para representar retas paralelas, utilizamos o rodapé e o roda forro como exemplo. Falou-se que assim como o rodapé, podemos pegar uma parte da reta, com início e fim: chamada de segmento; que pode ter um início, mas não ter fim: chamada de semirreta e representada por uma linha com uma flecha em um dos lados; ou ainda, infinita, sem início e sem fim: chamada de reta e representada por uma linha com uma flecha em cada um dos seus lados, para indicar continuidade.

A ideia de uma reta ser infinita foi pouco compreendida pelos alunos, escutando as conversas, vários comentavam da impossibilidade de uma reta ser infinita, pois apoiavam-se na sua representação, que é finita. Então explicamos que a flecha representava a continuidade, pois não conseguimos desenhar no papel algo infinito.

A ideia de uma linha infinita (reta) os deixou mais atentos para o significado de reta do que de paralela.

Retas paralelas são linhas do mesmo tamanho.

Extrato 37: Significado de retas paralelas pela dupla 29

Retas paralelas = são linhas retas que não se cruzam.

Extrato 38: Significado de retas paralelas pela dupla 1

Retas Paralelas: Linhas que se comportam de forma igual mas sem se unir.

Extrato 39: Significado de retas paralelas pela dupla 9

Retas paralelas = são duas linhas retas que seguem o mesmo caminho e tem o mesmo comprimento mas não se encontram.

Extrato 40: Significado de retas paralelas pela dupla 26

Ficou a impressão de comprimentos iguais, quando questionados sobre sua resposta, a dupla 9 afirmou que se comportar de forma igual significa ir para o mesmo lugar e ter a mesma medida. O fato das retas não se cruzarem ficou claro a todos, para mostrar que não necessariamente as retas precisam ter comprimentos iguais, colocou-se um lápis no chão, encostado no rodapé e perguntou-se aos alunos:

P: Se o lápis representasse um segmento e o roda forro uma reta (infinita) eles seriam paralelos? T: Sim. P: Isso mostra que podemos ter um segmento paralelo a uma reta, ou uma semirreta paralela a um segmento, etc.

Extrato 41: Conversa sobre comprimento e retas paralelas

Na turma 161 a próxima e última expressão que eles deveriam significar eram retas perpendiculares, na qual representamos por uma cruz. Porém, ao fim da aula percebemos que era importante falar de ângulo reto antes de falar de retas perpendiculares, pois todas as definições falavam em “retas que se cruzam no centro ou no meio”, ou então “que se cruzam em forma de cruz ou de mais (sinal de adição)”.

Assim, resolvemos inserir, na turma 162, a definição de ângulo reto antes de falarmos em retas perpendiculares. Escrever o significado de ângulo reto não seria fácil, embora eles tivessem definido ângulo anteriormente, não havíamos falado em medidas e nem em nomenclaturas especiais. Só havíamos citado o termo ângulo reto ao falarmos de polígonos regulares.

Até tentou-se que eles significassem ângulo reto sozinhos, a partir da observação de uma figura, mas não foi possível sem falar sobre sua medida.

Para representá-lo fizemos o desenho de um retângulo e falamos que sempre que o ângulo for como o canto de uma mesa, de um retângulo ou de um quadrado ele tem uma medida específica, 90º, e um nome especial: ângulo reto. Eles, então, reescreveram o que haviam entendido.

Sempre que o ângulo formar um quadradinho significa que ele mede 90º e é chamado de ângulo reto.

Extrato 42: Significado de ângulo reto pela dupla 19

Ângulo reto = é o encontro de duas retas quando medem 90º.

Extrato 43: Significado de ângulo reto pela dupla 27

A última definição foi de retas perpendiculares. Mostrou-se uma cruz para as duplas em várias posições, para que a imagem de reta perpendicular não ficasse atrelada sempre a uma das retas paralela ao chão.

As definições da turma 161 foram menos ricas que as da turma 162, já que não foi falado em ângulo reto na primeira turma.

Retas perpendiculares: São duas retas que compõe 4 lados como se fossem quatro quadrados.

Extrato 44: Significado de retas perpendiculares pela dupla 10

São retas perpendiculares quando elas se cruzam bem no centro.

Extrato 45: Significado de retas perpendiculares pela dupla 5

Retas perpendiculares é quando duas retas se cruzam formando quatro ângulos retos.

Extrato 46: Significado de retas perpendiculares pela dupla 19

Retas perpendiculares – é quando as retas se cruzam em um ângulo de 90º, formando um ângulo reto.

Extrato 47: Significado de retas perpendiculares pela dupla 22

Após terminarem de significar esse conjunto de palavras, as duplas foram apresentadas ao software livre GeoGebra.

Eles manipularam o software livremente por alguns instantes, observaram as funções do menu e já saíram fazendo algumas construções. É impressionante a facilidade que os estudantes têm de interagir com um software totalmente novo, a impressão que passavam era de já o conhecerem a algum tempo.

Para complementar a tarefa do dicionário, pedimos que representassem no GeoGebra os termos que haviam significado.

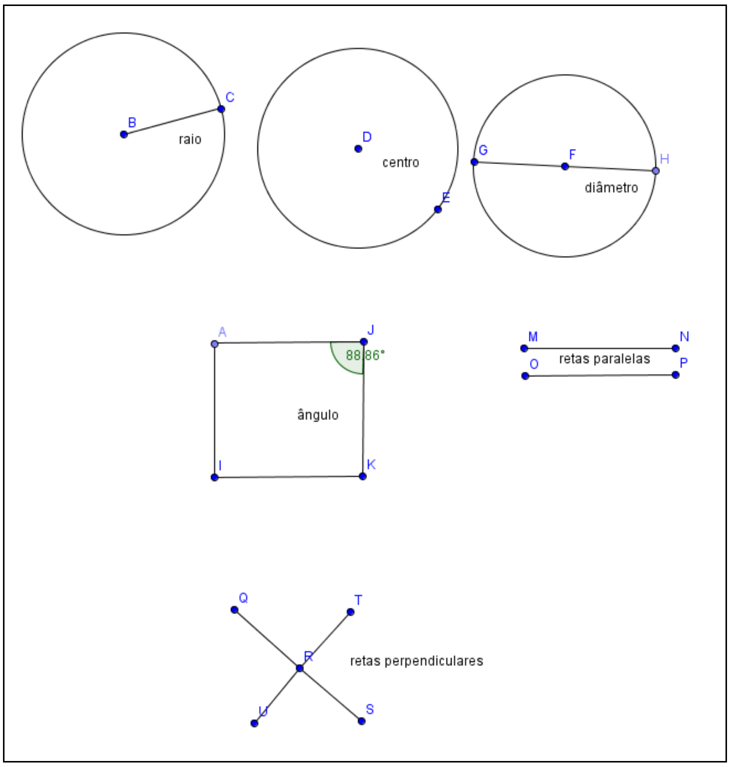


Figura 24: Construções feita no GeoGebra pela dupla 13
Fonte: Arquivo pessoal

O raio, diâmetro e centro foram representados com facilidade. No menu do GeoGebra não há uma função que trace diretamente o diâmetro de um círculo, assim alguns fizeram a composição de dois raios, pois nas definições havíamos falado que o diâmetro mede dois raios e outros traçaram um segmento de uma borda a outra da circunferência, passando pelo seu centro.

A maior parte das representações de ângulo foi feito a partir da função “ângulo”, somente a dupla 13 identificou-o em um polígono e alguns usaram o botão “ângulo com amplitude fixa”, mas perguntaram o significado de amplitude fixa.

Nas representações de ângulo reto, feitas pela turma 162, todos utilizaram a ferramenta “ângulo” e conseguiram chegar aos 90º a partir de tentativas, movimentando uma de suas extremidades.

Assim como a dupla 13 todas as duplas, coincidentemente, fizeram os desenhos de retas paralelas e de retas perpendiculares utilizando segmentos de reta, ou seja, utilizando uma aproximação visual do que seria um par de retas paralelas ou de retas perpendiculares, pois se usarmos a função retas paralelas que há no menu do software, por exemplo, ele irá desenhar uma reta e não um segmento.

Ao observar esse fato, questionamos os estudantes se eles não haviam visto o botão reta paralela/reta perpendicular no menu do software. Alguns afirmaram que não viram, mas outros afirmaram que viram a função e como o desenho atravessava toda a tela, acharam melhor ou até mesmo mais bonito usar segmentos de reta.

P: Cliquem na setinha que está no canto esquerdo da tela, bem em cima. Agora movam um dos pontos dos segmentos das retas paralelas ou das retas perpendiculares. O que aconteceu? Aluno dupla 30: A reta que a gente mexeu ficou maior e entortou um pouco. P: Como assim, entortou? Aluno dupla 30: Inclinou, acho que elas não são mais paralelas e agora mexemos na outra ela também mudou. Podemos mexer pro lado que a gente quiser! Aluno dupla 26: A perpendicular não tem mais o ângulo de 90º, então não é mais perpendicular, mas a paralela deu uma inclinada, mas continua sem cruzar com a outra. P: Mesmo que estejamos usando um segmento, temos que pensar que ele representa um pedaço da reta e a reta é infinita. Para que os dois segmentos sejam paralelos, eles não podem se cruzar em momento algum, se pegarmos esse exemplo do aluno da dupla 26 e prolongarmos (foi feito o desenho no quadro) eles irão se cruzar no infinito. Temos que ter cuidado, pois o GeoGebra executa o comando que damos a ele, o software não executa o que estamos pensando. Aluno dupla 19: Então o certo é usar as retas paralelas que tem no programa? P: Se vocês usarem o recurso reta paralela ou perpendicular, vocês podem mexer a vontade que elas se movimentarão juntas e continuarão sendo paralelas ou perpendiculares. Se usarem o segmento para a construção, não podemos afirmar com certeza que as retas são paralelas, por exemplo, pois às vezes parecem ser, mas não são.

Extrato 48: Discussão sobre o uso do software GeoGebra

Observamos que algumas duplas nomearam suas construções no próprio GeoGebra, usando o recurso “inserir texto”. Todos que utilizaram tal recurso usaram sem a orientação do professor.

O sinal tocou e algumas duplas ainda precisavam enviar seus arquivos por e-mail. O tempo estava sendo curto para as nossas longas e produtivas conversas. Tivemos muita sorte de contarmos com a compreensão dos dois professores que entravam após as aulas de geometria.

A construção do dicionário foi muito produtiva, embora não tenhamos feito uma discussão coletiva acerca de cada definição, todas as respostas foram lidas após essa aula para, caso fosse necessário, fazer alguma correção posteriormente.

A intenção da pesquisadora era de conversar pessoalmente com as duplas que tivessem escrito algo incorreto, ou de complementar algumas respostas que precisavam de um detalhe ou outro para ficarem claras e bem explicadas.

Essa conversa aconteceu no encontro seguinte, a aula não era de geometria, mas para que as definições ainda estivessem recentes, achou-se melhor optar por essa aula, além disso precisávamos que os alunos tivessem essas definições bem construídas para o nosso próximo encontro de geometria.

Um exemplo de duas definições que foram complementadas está nos extratos 37 e 45. No extrato 37 temos como definição de retas paralelas: “linhas do mesmo tamanho”, então ressaltou-se para a dupla que o comprimento não define nada, mas sim a importância das retas não se cruzarem em nenhum momento. Já no extrato 45 temos como definição de retas perpendiculares: “retas que se cruzam no centro”, então falou-se que as retas não possuem centro, assim isso não implica em serem perpendiculares, para isso é necessário que o ângulo formado entre as duas retas seja reto, ou seja, de 90º.

Essa aula chega ao fim com o seu propósito alcançado, fez-se que todos os estudantes pensassem nas definições propostas para que não chegassem à próxima aula perguntando o significado de algumas palavras e recebessem respostas prontas. Além disso, a conexão do não-digital com o digital foi feita no mesmo dia, o que não havia acontecido ainda.

Embora eles não tenham manipulado nenhum material concreto, eles fizeram uma construção teórica e após visualizaram/abstraíram essa construção através das representações feitas no GeoGebra.

Foi muito interessante observar que embora esses termos não fizessem parte do vocabulário dos estudantes, eles conseguiram construir um dicionário com seus significados através da visualização de figuras/objetos.

Eles observaram a representação das palavras que deveriam significar e a partir das trocas feitas com a sua dupla, construíram os conceitos. A ação de construir um dicionário foi imprescindível para trabalhar a linguagem e a abstração retirada das representações.

Nessa atividade, eles puderam dar um significado/sentido para cada termo, representaram os objetos no software e confrontaram as definições escritas com a construção do GeoGebra, ampliando as suas representações.

Aula 5 – Após a construção do dicionário, as duplas estavam prontas para a próxima atividade. Essa aula estava sendo esperada desde o primeiro dia de aula, pois no nosso primeiro encontro eles queriam saber quando e para que usaríamos compasso e transferidor, materiais ainda não manuseados e solicitados na lista de materiais.

Além de aprender a lidar com o compasso e o transferidor, o objetivo dessa aula era que a partir da construção dos polígonos regulares, eles começassem a perceber algumas propriedades que invariam nas figuras e também fossem desenvolvendo cada vez mais sua visão geométrica.

Iniciamos explicando que para facilitar a construção de cada polígono regular, usaríamos um círculo como apoio, ou seja, cada polígono seria inscrito no círculo. E que para fazer o desenho, precisávamos descobrir qual ângulo servia para construir cada um deles.

Sabíamos que chegar a esses valores não seria fácil, mas partimos falando que um círculo inteiro possui um ângulo de 360º. Alguns questionamentos foram feitos para instigar os alunos.

P: O círculo tem 360º, como podemos descobrir que parte dessa medida usaremos para construir um triângulo, um quadrado, um pentágono, ...
Ninguém se pronunciou.
Sabemos que o triângulo tem 3 lados, o quadrado, 4 lados, o pentágono, 5,... e nós queremos repartir o círculo em partes iguais para desenhar uma figura que possua lados e ângulos iguais...alguém tem alguma ideia?
Aluno dupla 12: Repartir o círculo na quantidade de lados da figura que a gente vai desenhar?
P: Isso mesmo, um círculo tem 360º como vamos reparti-lo para desenhar um triângulo?
Alguns alunos: 360 dividido por 3.
P: E se eu quiser desenhar um quadrado?
Alguns alunos: 360 dividido por 4.
P: Todos compreenderam?
T: Sim.
P: Então se eu quiser desenhar um polígono regular de 15 lados, como vou saber que ângulo usar?
T: 360 dividido por 15.

Extrato 49: Discussão entre alunos e professor sobre como calcular o ângulo central de cada polígono regular

Após a discussão, solicitou-se às duplas que calculassem o ângulo central dos polígonos regulares de 3 a 10 lados e escrevessem como fizeram para chegar a tais resultados. Para evitar erros de cálculo, eles compartilharam suas respostas com os demais colegas.

Terminado os cálculos, passamos para o uso do compasso e do transferidor.

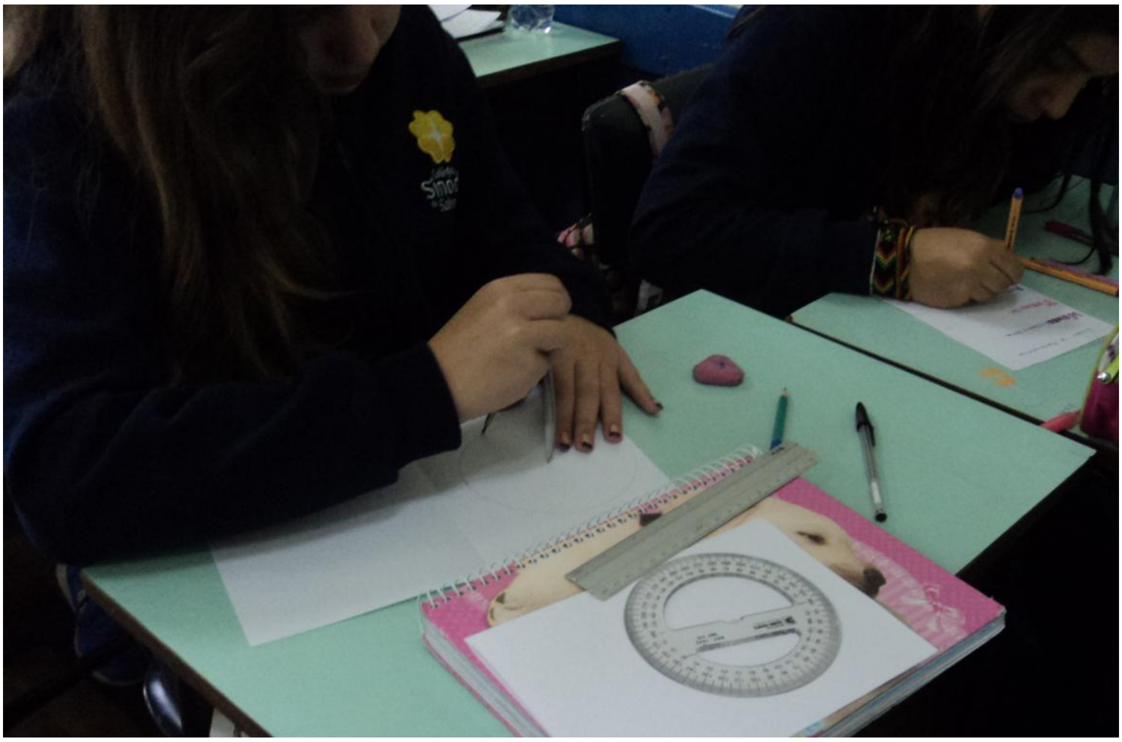


Figura 25: Estudante manuseando o compasso
Fonte: Arquivo pessoal

Todos aprenderam muito rápido a usar o compasso, alguns o pressionavam demais no papel e o compasso acabava se abrindo, mas bastou algumas dicas e os círculos estavam saindo perfeitos.

Já com o transferidor foi um pouco diferente, a maioria levou um pouco mais de tempo para conseguir medir um ângulo. Aqueles que compreenderam logo no início, ajudaram o professor auxiliando os colegas com mais dificuldade.

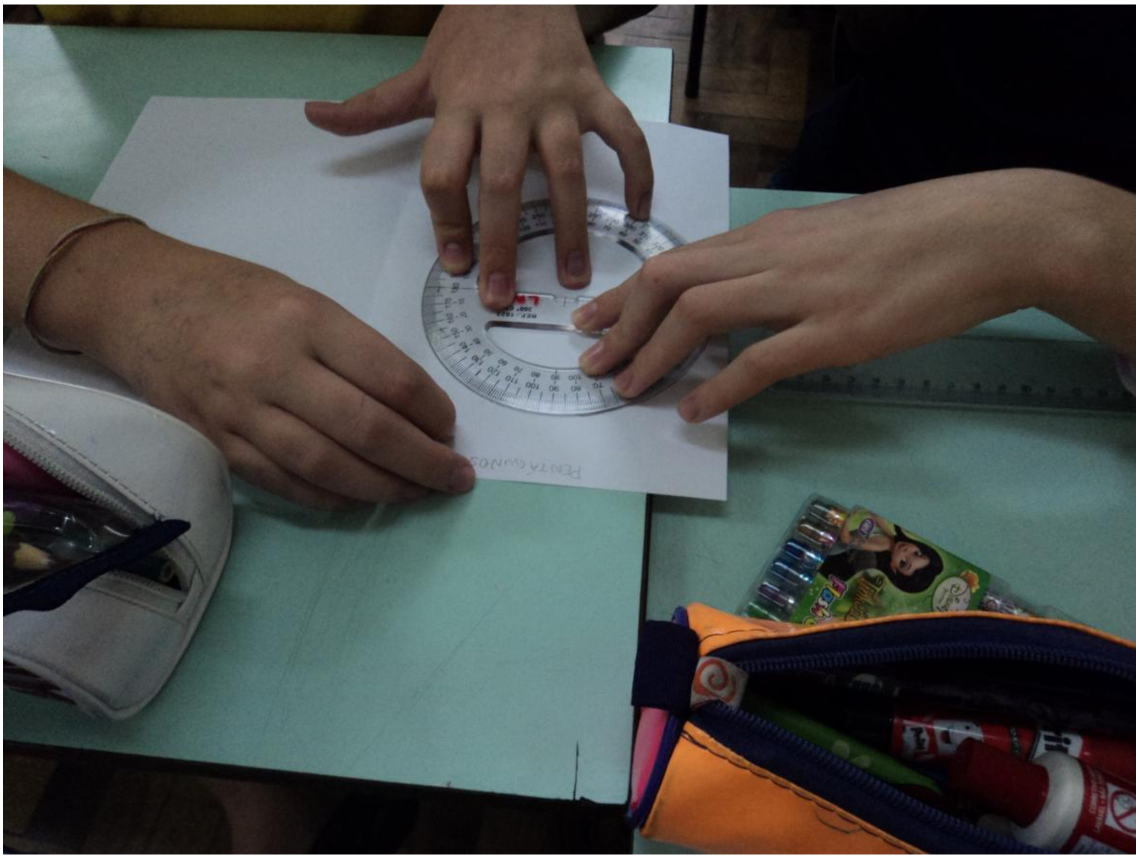


Figura 26: Estudante ajudando o colega a usar o transferidor
Fonte: Arquivo pessoal

Somente nessas primeiras tarefas, havíamos usado quase todo o primeiro período, sendo que a atividade principal dessa aula era confeccionar um livrinho contendo uma tabela com o ângulo central de cada polígono regular, de 3 a 10 lados, a construção com régua, compasso e transferidor desses polígonos e a identificação dos seus elementos. Eles ainda deveriam medir todos os ângulos internos de cada polígono, a fim de perceber que as construções feitas à mão, normalmente, não são perfeitas, mas se executadas com cuidado apresentam poucas diferenças.

Pensou-se durante algum tempo se construiríamos os polígonos juntamente com os alunos, ou se tentaríamos, por meio de algumas dicas, que eles chegassem aos passos da construção sozinhos.

Analisando o passo a passo da construção dos polígonos, optou-se por fazer um trabalho conjunto, pois nenhuma das nossas aulas anteriores contribuiria para que eles sugerissem passos da construção.

Iniciamos explicando o que deveria constar no livrinho e distribuindo as folhas. Escolhemos o triângulo para começar e o primeiro passo era traçar um raio, de aproximadamente 6 cm.

Apesar do livro ser confeccionado pela dupla, solicitou-se que todos acompanhassem e fizessem a construção do triângulo.

A próxima etapa era usar o compasso e fazer um círculo a partir do raio já traçado. Alguns alunos marcaram o raio bem no centro da folha, que estava dobrada ao meio, e assim não conseguiram desenhar o círculo, pois ele ultrapassou o limite da folha. Estes tiveram que apagar e iniciar novamente.

O passo seguinte era posicionar o transferidor com o 0º sobre o raio, alinhar o orifício do transferidor com o centro do círculo e marcar com um lápis o ângulo desejado. Para essa tarefa alguns precisaram de ajuda, pois não estavam conseguindo posicionar o transferidor de maneira correta.

Após, eles tinham que abrir o compasso, colocando uma das pontas na extremidade do raio e a outra na marca feita com lápis e por fim, transferir essa medida para o restante da circunferência. O triângulo estava construído, só faltava unir os pontos com a régua para finalizá-lo.

Os demais polígonos deveriam ser construídos da mesma forma, seguindo os mesmos passos. Alguns aproveitaram o triângulo já construído para fazer parte do livro, outros optaram por fazer novamente, pois o primeiro desenho tinha ficado mal feito.

Figura 27: Estudante desenhando o triângulo equilátero
Fonte: Arquivo pessoal

O restante da aula foi usado para confeccionar os livros, conforme surgiam as dúvidas, as duplas levantavam a mão e as esclareciam. Esperamos que todos tivessem construído pelo menos três polígonos, para mostrar como eles deveriam posicionar o transferidor para medir os ângulos internos.

A maioria das duplas optou por dividir o trabalho de forma que cada um construísse um polígono e medisse seus ângulos internos. No fim, juntaram todo o material e montaram o livro. Aqueles que sentiram mais dificuldade na construção ficaram com a medição dos ângulos e os acabamentos finais.

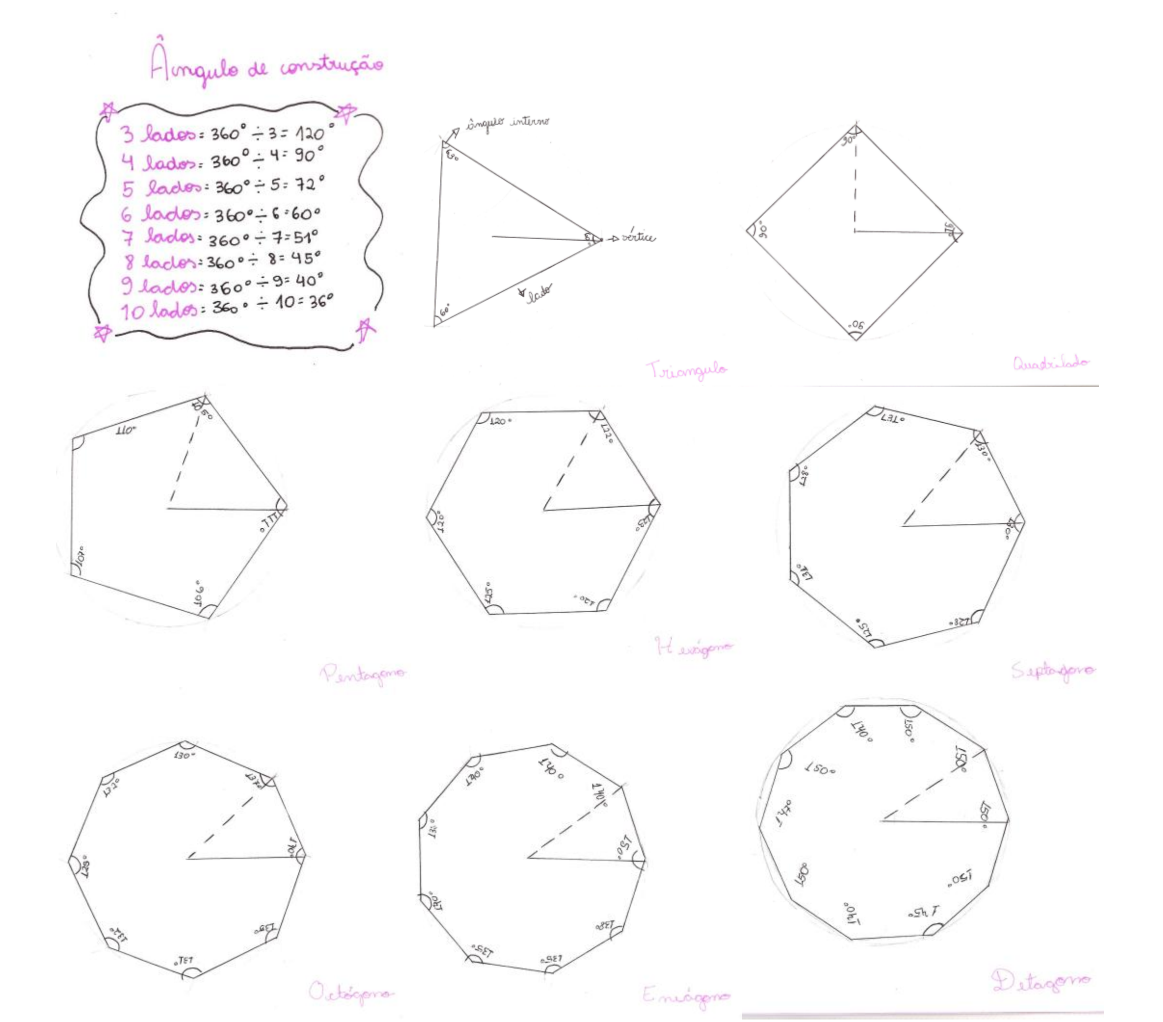


Figura 28: Livro feito pela dupla 8
Fonte: Arquivo pessoal

No livro da dupla 8 percebemos uma variação nos valores dos ângulos internos, em alguns casos por terem lido a medida equivocadamente do transferidor e em outros, por falta de precisão.

Não foi possível terminar todo o livro em aula, então eles levaram para concluir em casa. Um pouco antes de acabar o período discutimos sobre a diferença entre o ângulo interno e o ângulo central de cada polígono.

Aproximadamente 25% das duplas por acharem que o ângulo central era igual ao ângulo interno, não se deram o trabalho de medi-los e colocaram os mesmos valores que haviam utilizado para construir o polígono.

P: Vamos olhar os ângulos internos que a dupla 8 achou e os que a dupla 11 achou. O triângulo da dupla 8 mede 60º, 60º e 63º e o da dupla 11 mede 120º, 120º e 120º.
Algum deles está correto?
Aluno dupla 8: Acho que eles não mediram, só colocaram o ângulo de construção! (os alunos se referiam ao ângulo central como ângulo de construção).
Aluno dupla 11: Mas a gente achou que não precisava.
Aluno dupla 12: O nosso deu 60° também.
P: Realmente os ângulos internos de um triângulo regular medem 60º, mas alguém sabe dizer por que o interno mede 60º e o de construção mede 120°?
Aluno dupla 3: É que um vértice fica muito longe do outro, aí precisamos de um ângulo grande pra construí-lo.
Aluno dupla 6: E ainda a ponta do triângulo é estreitinha, por isso mede 60°.
P: Se vocês traçarem uma linha de cada vértice até o centro (raios), em todos os polígonos, vocês vão enxergar melhor o ângulo de construção e vão perceber que a medida é diferente do ângulo interno. Alguém já mediu os ângulos do quadrado?
Aluno dupla 8: É 90º?
P: Sim.
Aluno dupla 8: Mas é igual ao ângulo de construção?
P: Isso mesmo, o único polígono que possui a medida do ângulo interno igual a do ângulo central é o quadrado. Quem já desenhou o pentágono mede os ângulos internos para vermos.
Aluno dupla 1: O nosso não deu todos iguais, deu 109º, 112º, 109º, 107º e 108º.
P: Se fizermos com bastante precisão, vamos achar 108º, sendo que o ângulo de construção é 72º.
Aluno dupla 1: Fazendo os raios dá pra ver que o ângulo de construção é menor que o ângulo interno mesmo.
P: Exatamente, só que vocês têm que ter cuidado pra não medir o ângulo interno até o raio que traçaram, porque assim vai estar errado. Medimos o ângulo interno de um lado até o lado consecutivo.

Extrato 50: Discussão sobre a diferença entre ângulo central e ângulo interno

Ao final desta aula percebemos pela empolgação e pelas falas dos estudantes, que eles gostaram muito das construções com régua, compasso e transferidor.

Mais uma vez o tempo foi curto, mas todas as discussões previstas foram realizadas. As duplas que não conseguiram terminar seus livros puderam entregá-los na próxima aula de geometria, uma semana depois.

Quanto às propriedades, os alunos já conseguem perceber que os polígonos regulares são como uma “família”, que para calcular o ângulo central basta dividir 360 pelo número de lados, que a quantidade de lados e de ângulos internos são iguais para cada polígono e que isso invaria para qualquer figura regular. Eles conseguem compreender o sentido das representações feitas.

Mesmo que não se tenha solicitado a medida dos lados, alguns mediram com a régua para comprovar que a figura possuía lados e ângulos iguais. Nenhuma dupla achou valores exatamente iguais, mas a maioria eram bem próximos. Já havíamos conversado a respeito da precisão e eles sabiam que era muito difícil ser preciso quando fazemos um desenho à mão.

Essa atividade tinha a intenção de contribuir para a construção de esquemas que serão usados nas aulas seguintes. Analisando os livros e todas as falas das duplas, contidas nos diários de aula e nas filmagens, e ainda comparando-as com as primeiras aulas percebemos o quanto os alunos haviam desenvolvido a escrita, a criticidade, a autonomia e o poder de argumentação.

Aula 6 – A sexta aula iniciou com o recolhimento dos livros de polígonos regulares e com a observação de um aluno.

Aluno dupla 2: Professora, tava olhando o nosso livro e percebi que depois do quadrado todos os polígonos tem o ângulo de construção menor que o ângulo interno, isso sempre acontece? P: Sim, quanto maior for a quantidade de lados que o polígono tiver, maior será seu ângulo interno. Além disso, quanto mais lados tiver esse polígono, mais parecido com um círculo ele será. Vamos ver um exemplo no GeoGebra. Aluno dupla 2: E também os ângulos de construção vão diminuindo e os ângulos internos vão aumentando.

Extrato 51: Observação de um estudante sobre a variação dos ângulos centrais e internos

Em seguida descemos ao laboratório de informática e todos foram logo sentando e abrindo o GeoGebra. Primeiramente, solicitamos que usassem a função “polígono regular” para observarmos que quanto maior o número de lados, maior será o ângulo interno e mais semelhante a um círculo será o polígono.

Eles ficaram surpresos com tal fato, um aluno chegou a questionar se a partir de um determinado número de lados os polígonos passam a ser círculos. Explicamos que visualmente eles serão muito parecidos, mas não deixarão de ser polígonos.

A atividade dessa aula era uma continuação da anterior, que tratava da construção de polígonos regulares. Na aula 5 utilizaram régua, compasso e transferidor para desenhar as figuras, queríamos, agora, que eles usassem outras propriedades, que utilizassem os esquemas elaborados anteriormente para encontrar outras maneiras de construir polígonos regulares.

Para iniciar, solicitamos que fizessem um quadrado, sem usar o recurso "polígono regular". Todos, sem exceção, construíram quatro segmentos de reta, que pareciam ser um quadrado.

P: Cliquem no botão "mover" e movimentem um dos pontos do quadrado que vocês construíram. O quadrado continua sendo um quadrado?
T: Não.
P: Nós temos que construir um quadrado, que ao movimentá-lo continue sendo um quadrado, ou seja, preserve suas propriedades, que continue tendo lados iguais e ângulos de 90º.
Aluno dupla 20: Mas se usar o "polígono regular" fica bem direitinho, a gente fez aqui. Por que não pode usar?
P: Se vocês usarem essa função sempre vai dar certo, mas quem pensou foi o computador e não vocês. Quero que vocês tentem fazer um que dê certo também, mas com as ideias de vocês.

Extrato 52: Discussão sobre a construção de um quadrado

Foi dado um tempo para que as duplas tentassem construir o quadrado, mas ninguém conseguiu. Então, fizemos uma das construções possíveis juntamente com os alunos.

P: Vamos começar traçando uma reta e uma reta perpendicular a essa primeira.
Vamos marcar um ponto na interseção das duas retas, a interseção é o ponto onde elas se cruzam. Usem o botão "interseção de dois objetos" para garantir que o ponto vai ficar exatamente no encontro das duas.
Agora vamos fazer um círculo usando o botão "círculo dados centro e um de seus pontos", para o centro usem o ponto de interseção entre as duas retas e o tamanho do círculo cada dupla escolhe o seu.
Agora vamos marcar a interseção entre as retas e o círculo, também usando o botão "interseção de dois objetos" e por fim, ligar esses pontos usando segmentos.
Cliquem no botão "mover" e vejam o que acontece!

Extrato 53: Passos da construção de um quadrado

Foi muito interessante ver a reação dos estudantes frente ao quadrado, eles o moviam para lá e para cá, a fim de encontrar um ponto que deformasse o quadrado. As duplas, em geral, não tiveram dificuldades para executar os passos da construção, pois o menu do GeoGebra é explicativo, se deixarmos o cursor sobre o recurso desejado, ele orienta o que deve ser feito.

Após passar pelos passos da construção de um quadrado, foi proposto às duplas que construíssem qualquer polígono regular usando as propriedades e não o recurso "polígono regular". Poderia, inclusive, ser outro quadrado, desde que fosse construído de outra maneira.

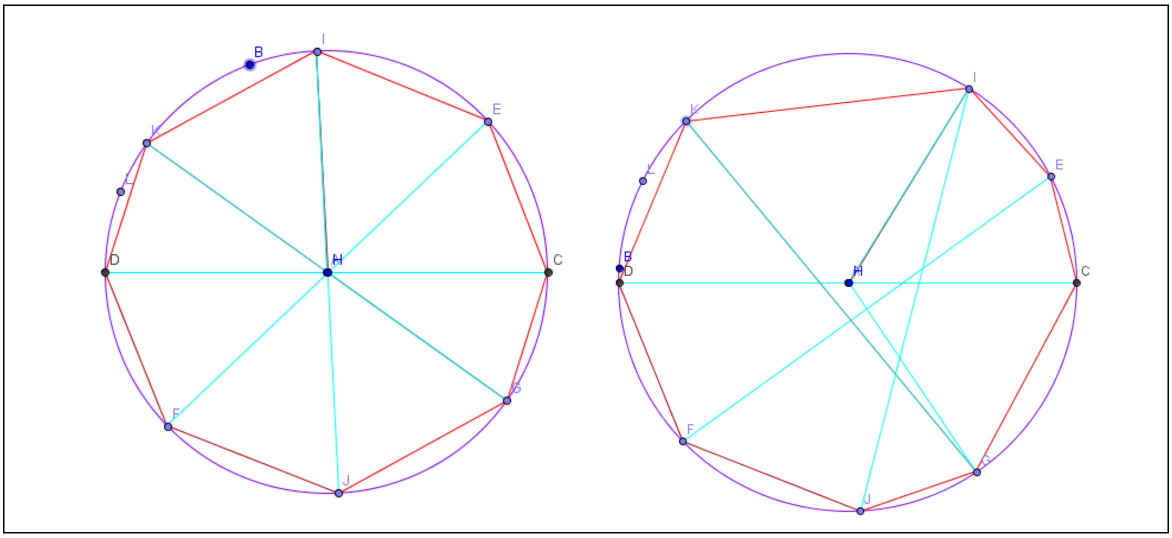


Figura 29: Octógono construído pela dupla 21
Fonte: Arquivo pessoal

Percebemos que a dupla 21 tentou reproduzir o desenho do octógono feito na aula anterior. Eles fizeram um círculo e usaram segmentos para dividi-lo em oito partes, mesmo antes de mover qualquer ponto já é perceptível que o octógono não é regular, pois os triângulos internos não são do mesmo tamanho. Ao lado tal fato se comprova, pois não foi usada nenhuma propriedade para sustentar a construção do polígono.

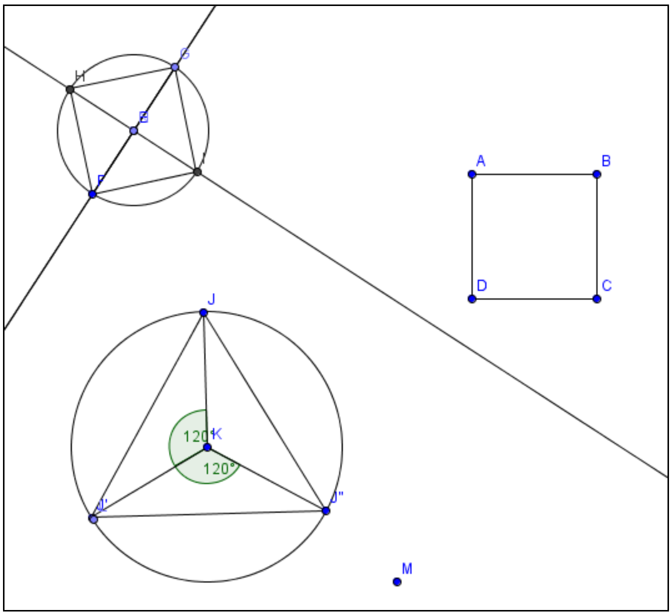


Figura 30: Construções da dupla 16
Fonte: Arquivo pessoal

Na figura acima, vemos o quadrado construído por quatro segmentos de reta, o quadrado construído a partir das propriedades, juntamente com o professor e um triângulo.

Esse triângulo foi feito com base nas construções realizadas com compasso e transferidor, assim como este, teve outros polígonos que foram construídos usando os esquemas elaborados na aula anterior.

Pedimos que a dupla explicasse os passos que foram executados e eles então, elencaram com segurança o que haviam feito para chegar ao triângulo equilátero.

Aluno dupla 16: Nós fizemos um círculo e marcamos o raio.
P: Como marcaram o raio?
Aluno dupla 16: Com um segmento. Aí a gente foi lá nos ângulos e escolhemos esse que tem amplitude fixa.
P: Por que?
Aluno dupla 16: Pra ele não se mexer.
P: Então se eu clicar no botão “mover”, ele não irá se movimentar?
Aluno dupla 16: Vai, mas ele não vai se alterar, vai continuar tendo 120º. Aí quando a gente marca esse ângulo de 120º, o programa marca um ponto em cima do círculo, aí traçamos outro raio e usamos de novo o ângulo com amplitude fixa a partir dali.
O mais chatinho é que tem que cuidar o ponto que a gente clica primeiro, porque se não o ângulo é desenhado do outro lado.
P: Tem uma ordem então pra clicar nos pontos?
Aluno dupla 16: Sim, se tu quer desenhar o ângulo de construção, tem que clicar primeiro no ponto que está em cima do círculo e depois no centro, assim vai dá bem certinho.
Aí traçamos outro raio e nem precisou desenhar o último ângulo, ele já sai automaticamente, no fim é só fazer segmentos que liguem os raios. Pode mexer à vontade que só muda o tamanho, fica sempre regular.

Extrato 54: Passos da construção de um triângulo equilátero pela dupla 16

Percebemos pela fala do aluno que ele compreendeu os passos da construção e não simplesmente os decorou. Além disso, ele usa a linguagem com propriedade e tem um bom domínio do software. Ele fez as antecipações necessárias e após executou a ação, mostrando que construiu o esquema referente à construção de um polígono regular.

Outras construções que surgiram foram feitas a partir dos segmentos que representam os lados da figura e de seus ângulos internos.

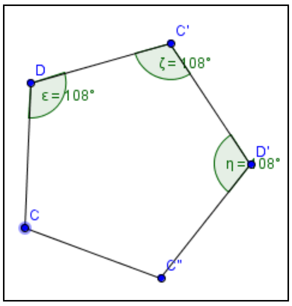


Figura 31: Pentágono regular construído pela dupla 10
Fonte: Arquivo pessoal

Muitas duplas tentaram desenvolver uma construção usando retas perpendiculares, círculos, retas paralelas, entre outros, mas nenhuma teve sucesso. Sabíamos o quanto isso seria difícil, mas o importante é que todos tentaram, pensaram, fizeram errado, tentaram novamente e dessa experiência, com certeza, levaram algum aprendizado.

Alguns ficaram tão entusiasmados que disseram que iam baixar o GeoGebra em casa para continuar tentando encontrar outras construções.

Essa aula encerra o segundo bloco de atividades. Tínhamos como objetivos gerais para esse bloco a utilização do compasso e do transferidor, a construção de polígonos regulares, a medição de ângulos, a manipulação do software GeoGebra e o conhecimento de algumas propriedades dos polígonos.

Iniciamos com o dicionário de geometria, que serviu de base para as aulas seguintes, onde os alunos se apropriaram do vocabulário e fizeram experimentações no GeoGebra.

Após, realizamos a construção dos polígonos regulares no ambiente não-digital e no digital. Essa combinação de atividades, elaboradas nos dois ambientes, permitiu que os estudantes compreendessem o real significado de um polígono regular.

Além disso, puderam verificar algumas propriedades dos polígonos regulares como:

- o número de lados é igual ao número de vértices e de ângulos;

- a soma dos ângulos centrais é igual a 360º;

- o ângulo central de um polígono de n lados é igual a 360º dividido por n;

- todo polígono regular pode ser inscrito num círculo.

A partir da análise dos resultados de todas as tarefas realizadas até o momento, percebemos o crescimento do grupo de alunos. Eles estão mais independentes, não necessitando a todo instante da palavra do professor e mais seguros do seu próprio conhecimento.

Aula 7 – A partir dessa aula introduzimos mais um assunto: a pavimentação do plano.

Havia ficado de tema de casa fazer uma pesquisa sobre mosaicos de polígonos regulares, então iniciamos a aula com a exposição do material trazido pelas duplas.

Alguns trouxeram textos mais completos, com imagens, outros apenas uma pequena descrição anotada no caderno, mas a maioria falava da importância de encaixarmos os polígonos sem deixar espaços e sem que eles fiquem sobrepostos para podermos formar um mosaico.

Explicou-se aos alunos que o ato de cobrir um determinado espaço, sem que haja lacunas ou superposições pode ser chamado de pavimentação do plano.

Para a atividade, cada dupla recebeu uma folha de papel quadriculado e um conjunto de polígonos regulares em folha de papel, que continham diversos triângulos, quadrados, pentágonos, hexágonos, heptágonos e octógonos, todos com a medida dos lados iguais.

A primeira tarefa era tentar pavimentar o plano usando somente um polígono regular, onde todos os polígonos dados deveriam ser experimentados.

Figura 32: Estudante verificando quais polígonos pavimentavam o plano
Fonte: Arquivo pessoal

Eles reproduziram os mosaicos que conseguiram formar no papel quadriculado e responderam algumas questões.

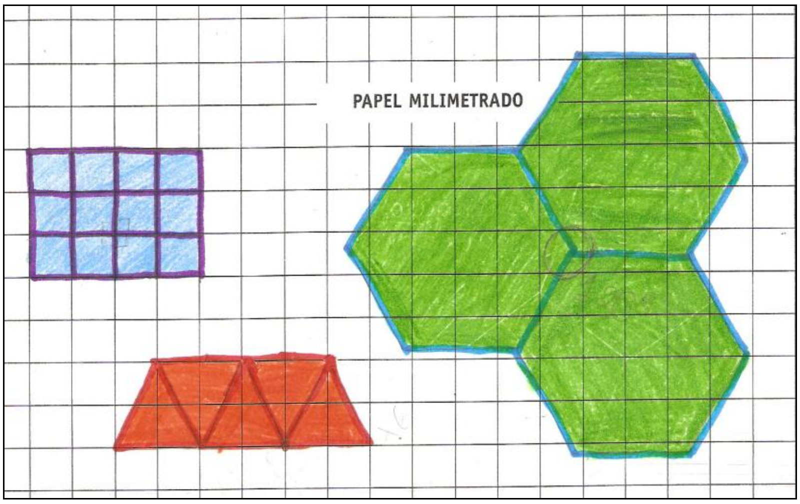
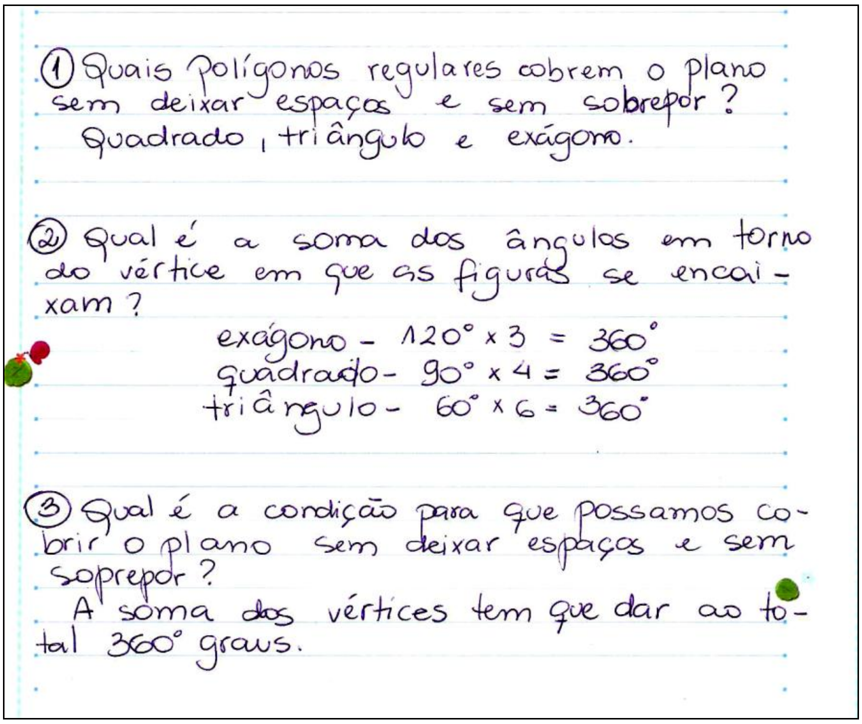


Figura 33: Mosaicos criados pela dupla 15
Fonte: Arquivo pessoal



① Quais polígonos regulares cobrem o plano sem deixar espaços e sem sobrepor?
Quadrado, triângulo e exágono.

② Qual é a soma dos ângulos em torno do vértice em que as figuras se encai-
xam?
exágono - 120° x 3 = 360°
quadrado - 90° x 4 = 360°
triângulo - 60° x 6 = 360°

③ Qual é a condição para que possamos co-
brir o plano sem deixar espaços e sem soprepor?
A soma dos vértices tem que dar ao to-
tal 360° graus.

Figura 34: Questões respondidas pela dupla 15
Fonte: Arquivo pessoal

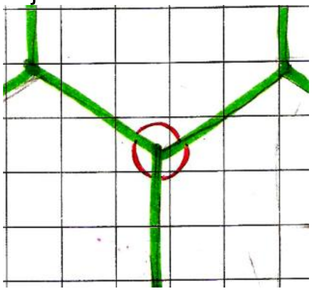
A primeira questão perguntava quais polígonos regulares pavimentam o plano, e todos responderam igualmente: triângulo, quadrado e hexágono.

Já a segunda questão perguntava sobre a soma dos ângulos na qual as figuras se encaixam, e as respostas não foram unânimes. Tiveram respostas certas, 360º, e outras de valores variados para cada polígono. Acredita-se que alguns erros tenham ocorrido por falta de atenção, pois na quinta aula eles haviam medido o ângulo interno dos polígonos regulares, além disso, todos tinham à disposição seus transferidores, caso quisessem medir os ângulos novamente.

Na terceira questão as respostas oscilaram bastante, alguns não conseguiram responder por ter errado a questão número 2 e outros porque não conseguiram chegar a uma conclusão e elaborar uma resposta. Uma resposta que apareceu por mais de uma vez foi que as figuras deveriam ter lados iguais, mas não faziam referência a soma dos ângulos em torno de um vértice. Um pouco menos da metade das duplas acertaram essa questão.

Após respondidas as três primeiras questões, discutimos as respostas no grande grupo e um aluno trouxe a seguinte contribuição para a terceira questão:

Aluno dupla 7: Olha só, pra um polígono encaixar no outro não pode sobrar espaço, então a junção dos polígonos forma um circulinho (círculo pequeno) no vértice e todo círculo tem 360º, por isso que a condição que precisa ter é que a soma de todos os cantos em torno do vértice seja 360º.



(círculo no qual o aluno se referiu)

Extrato 55: Comentário de um estudante sobre a condição necessária para montarmos um mosaico

Foi surpreendente, mas todos disseram que haviam entendido após a explicação e o desenho do colega da dupla 7. O fato de terem linguagens semelhantes contribuiu para que os outros alunos entendessem o que ele estava explicando. Fica evidente também, que esse aluno abstraiu o conhecimento contido nesse conjunto de situações.

A quarta e última tarefa dessa aula era construir um mosaico livre, podendo usar qualquer polígono regular. Esperava-se que eles usassem a condição escrita na questão número 3 para fazer o desenho, mas observando o trabalho das duplas percebemos que a maioria optou pela experimentação, pois estavam com diversos polígonos a sua frente.

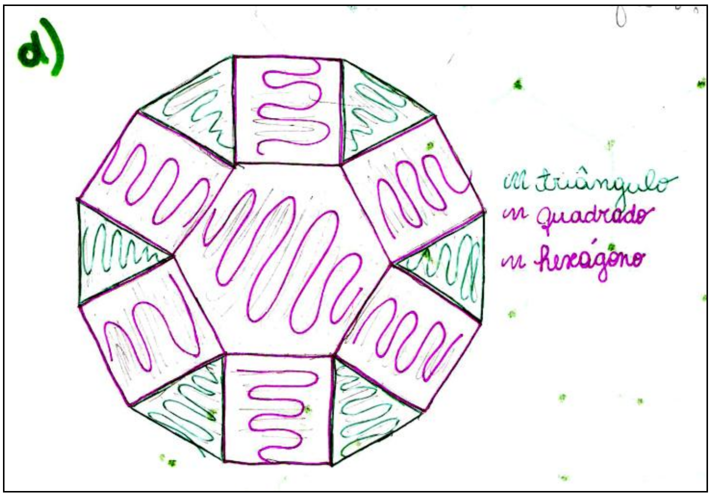


Figura 35: Mosaico livre da dupla 24
Fonte: Arquivo pessoal

Os mosaicos não variaram muito, alguns estudantes entenderam que só era possível construir mosaicos usando triângulos, quadrados e hexágonos. Conforme foi-se passando nas mesas, esclarecemos que podemos formar mosaicos com outros polígonos, desde que a soma dos vértices que estão unidos seja 360º.

Aula 8 – A sequência de atividades encerrou-se com a experimentação de um objeto de aprendizagem desenvolvido pela Universidade Federal Fluminense (UFF).

Essa aula pretendia dar uma continuidade às atividades desenvolvidas na sétima aula.

O objeto de aprendizagem disponível no endereço www.uff.br/cdme/ppr/ppr-html/ppr-br.html trata sobre a pavimentação do plano com polígonos regulares. Ele apresenta uma introdução sobre o assunto, seguido de um módulo de atividades interativas dividido em três partes.

A primeira parte, chamada de "Polígonos Regulares", destina-se à construção de polígonos regulares. Nele é possível construir qualquer polígono regular, medir seus ângulos internos e externos.

A segunda parte, chamada de "Pavimentação do Plano com Polígonos Regulares de Um Só Tipo", tem por objetivo determinar as pavimentações do plano que usam apenas um tipo de polígono regular. É possível experimentar os polígonos de até 20 lados.

A terceira parte, chamada "Pavimentação do Plano com Polígonos Regulares de Tipos Diferentes", tem o objetivo de determinar todas as pavimentações existentes que usam polígonos de tipos diferentes.

Todas as três partes apresentam a parte interativa, onde é possível fazer as experimentações, seguidas de uma lista de exercícios.

Como queríamos dar continuidade às atividades da última aula, solicitamos que as duplas acessassem a "Parte 2", onde deveriam verificar se algum outro polígono regular a partir de nove lados pavimenta o plano. Não queríamos somente um sim ou não como resposta, eles deveriam experimentar, tirar suas conclusões e enviá-las por e-mail.

Polígonos de 5 até 20 lados não é possível porque eles encobrem os outros polígonos ou deixam espaço sobrando.

Figura 36: Resposta da dupla 9 referente à Parte 2 do objeto de aprendizagem
Fonte: Arquivo pessoal

Professora Aline!

Não conseguimos fazer um plano com as figuras de 6 lados para cima pois, a soma delas não dá 360°.
Aqui está nosso mosaico.

Beijos,

Figura 37: Resposta da dupla 22 referente à Parte 2 do objeto de aprendizagem
Fonte: Arquivo pessoal

Na parte 2, de 8 acima não deu certo porque não "completaram" 360° graus com seu ângulo e também porque sobrou um espaço entre as formas, mas o certo é não sobrar.

Figura 38: Resposta da dupla 12 referente à Parte 2 do objeto de aprendizagem
Fonte: Arquivo pessoal

Enquanto todos faziam a tarefa acima uma dupla chamou o professor e fez o seguinte questionamento:

Aluno dupla 13: Precisamos testar um por um desses polígonos? Porque eu já sei que não vai dar!
P: Por que tu achas que não vai dar?
Aluno dupla 13: Todos esses (referindo-se aos polígonos) tem o ângulo interno muito grande, o último que deu certo foi o hexágono, porque dá 120º + 120º + 120º. Pra ter outro que desse certo a gente teria que ter um (polígono) de 180º + 180º que é 360º e não existe um polígono com esse ângulo. Depois não tem nenhuma soma de números iguais que dê 360º.
P: Então escreve isso que tu me falaste e envia por e-mail.

Extrato 56: Argumentação do estudante sobre a pavimentação do plano com polígonos de um só tipo

A argumentação do estudante da dupla 13 mostra que ele construiu o conceito que determina as pavimentações do plano. Percebemos que ele utilizou o esquema formado anteriormente, quando estávamos trabalhando a experimentação no concreto, e agora consegue tirar suas conclusões sem fazer as verificações baseadas na manipulação. Concluímos que ele avançou da fase de manipulação para uma fase mais abstrata, de generalização.

A segunda tarefa era acessar a “Parte 3” do objeto de aprendizagem e criar um mosaico com polígonos de tipos diferentes. Para que atingíssemos nosso objetivo com esse exercício, pedimos que as duplas pensassem na soma dos ângulos em torno de um vértice e não simplesmente tentassem formar o mosaico por tentativa e erro. Foi interessante perceber que a maioria das duplas atendeu o pedido.

Para auxiliá-los com as medidas dos ângulos internos, caso não lembrassem ou precisassem de um que não haviam medido, eles podiam acessar a “Parte 1” do objeto de aprendizagem, que fornece uma construção igual a que fizemos com compasso e transferidor.

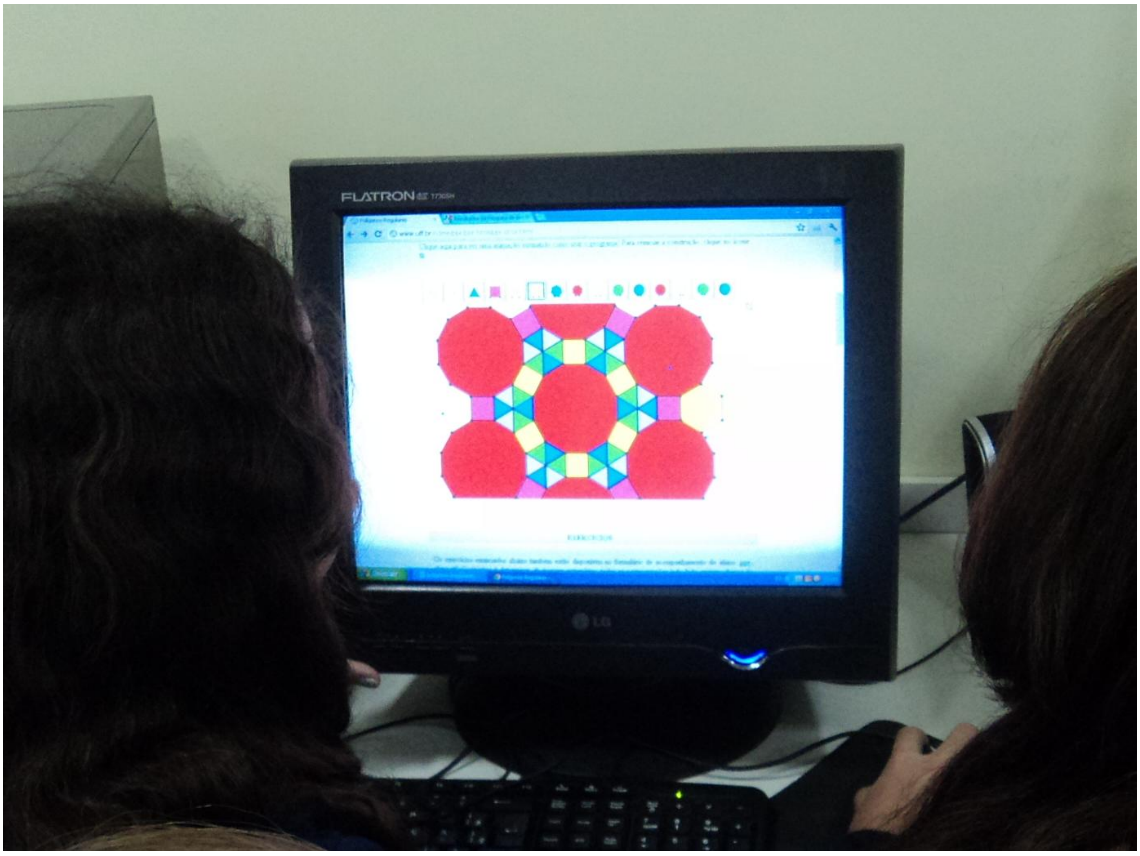


Figura 39: Mosaico da dupla 26
Fonte: Arquivo pessoal

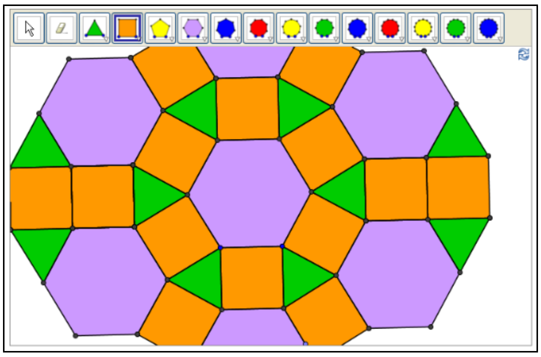


Figura 40: Mosaico da dupla 14
Fonte: Arquivo pessoal

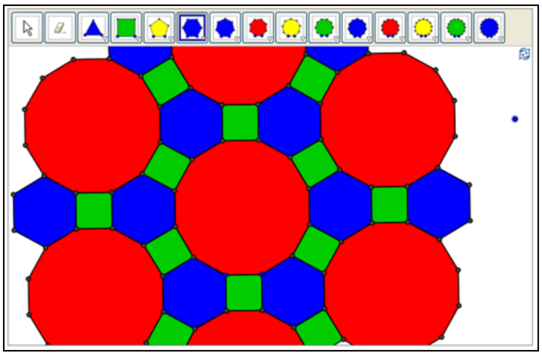


Figura 41: Mosaico da dupla 31
Fonte: Arquivo pessoal

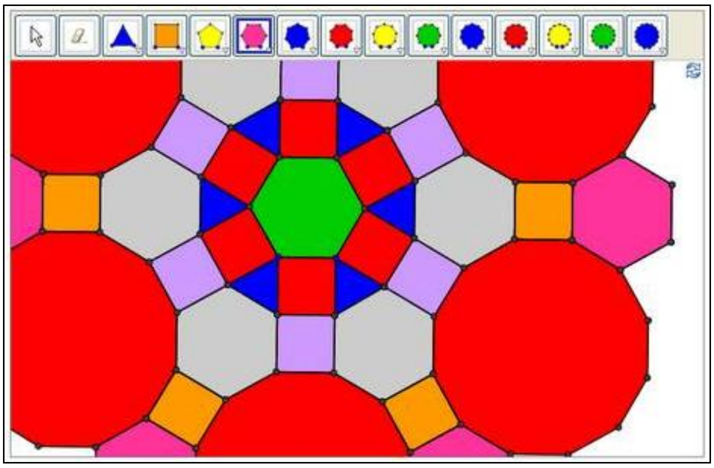


Figura 42: Mosaico da dupla 23
Fonte: Arquivo pessoal

Chegamos ao fim da oitava aula. Queríamos que os estudantes compreendessem o que é uma pavimentação no plano e que conseguissem explicar com suas palavras a matemática que está por trás dos mosaicos. Mais da metade dos alunos conseguiram expressar essa compreensão através da escrita ou da fala, o que mostra que esse conjunto de situações contribuiu para a construção desse conceito.

Percebe-se que o trabalho integrado no ambiente não-digital e no ambiente digital contribuiu de forma positiva para todas as conceitualizações construídas.

Não podemos afirmar que 100% dos alunos construíram todos os conceitos, pois as atividades foram feitas em duplas, mas acredita-se que essa troca que ocorreu entre os integrantes das duplas, entre os grupos e entre o professor foi muito produtiva, pois “a escola ativa pressupõe (...) alternâncias entre o trabalho individual e o trabalho de grupo, porque a vida coletiva se revelou indispensável ao desenvolvimento da personalidade.” (PIAGET, 2011, p. 100)

A participação das duas turmas foi muito importante para o resultado final desse trabalho, eles nunca foram tão participativos quanto nesse período. Embora a maneira de trabalhar tenha causado estranheza em alguns alunos no início das atividades, no fim percebíamos que todos estavam mais críticos e autônomos, além disso, desenvolveram a escrita e a argumentação.

Essa aula encerra o terceiro bloco e a nossa sequência de atividades. Acredita-se que criamos um ambiente favorável para a construção de novos saberes, que o uso integrado dos materiais manipulativos digitais e não-digitais contribuiu para a construção dos teoremas e conceitos em ação, para a formação dos esquemas necessários e para as antecipações e regras de ação que foram utilizados ao longo desse período.

Com certeza se fossemos realizar as atividades novamente, faríamos algumas modificações, a fim de alcançarmos resultados ainda melhores, mas ficou evidente o crescimento de todos os estudantes.

Essa sequência de atividades mostra que “o que se deseja é que o professor deixe de ser apenas um conferencista e que passe a estimular a pesquisa e o esforço, em vez de se contentar com a transmissão de soluções já prontas.” (PIAGET, 2011, p. 24)

Abaixo segue um quadro que sintetiza a avaliação dos estudantes. Os percentuais referem-se aos resultados obtidos no fim de todo o processo.

Quadro 4: Avaliação dos estudantes ao final do estudo

Questões	Percentual aproximado
Procura resolver problemas por seu próprio meio?	60%
Faz perguntas?	80%
Usa estratégias criativas?	45%
Justifica as respostas obtidas?	95%

Comunica suas respostas com clareza?	100%
Participa dos trabalhos em grupo?	100%
Ajuda os outros na resolução de problemas?	30%
Contesta pontos que não compreende ou com os quais não concorda?	65%

Fonte: Parâmetros Curriculares Nacionais

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A partir de reflexões sobre a prática docente desenvolveu-se um conjunto de atividades, na qual pudéssemos trabalhar a geometria integrando o uso de recursos manipulativos digitais e não-digitais.

Nossa intenção é que as ideias aqui apresentadas possam ser discutidas e até complementadas, a fim de que outros professores possam utilizá-las como alternativa para trabalhar esses e outros conteúdos.

Essa pesquisa chega ao fim e mostra que houve um legítimo processo de aprendizagem. Tínhamos a pretensão de apresentar uma, entre tantas maneiras, de se trabalhar o conteúdo de geometria e acreditamos que conseguimos atingir esse objetivo.

Respondendo as questões que nos inquietavam inicialmente, podemos afirmar que sim, que o uso integrado de recursos digitais e não-digitais contribui para a aprendizagem dos conceitos de geometria e isso está comprovado ao longo do texto, pelas falas e respostas dos estudantes participantes dessa pesquisa, interpretadas com base na Teoria dos Campos Conceituais.

Ficou claro o quanto essa integração auxiliou na construção de saberes matemáticos, pois ao colocarmos os alunos em interação com diversos conceitos, via utilização de variados recursos didático-pedagógicos, estamos apresentando uma alternativa viável para a sala de aula, que contribui para o aprendizado dos estudantes.

Percebemos uma melhora expressiva na maneira de organização dos estudantes, de comunicação entre eles, de saber ouvir e de aceitar as críticas e opiniões dos colegas. Além disso, eles desenvolveram a escrita, a autonomia e estão aprendendo a não aceitar respostas prontas, estão mais críticos.

Quanto à maneira de organizar o trabalho, apresentamos aqui uma possibilidade de uso integrado dos recursos não-digitais e digitais, de forma que as experimentações com materiais concretos complementassem as construções e verificações nos softwares e objetos digitais de aprendizagem, proporcionando diversas possibilidades de conceitualização.

O uso da tecnologia foi de extrema importância para o resultado final desse trabalho, o computador realmente se tornou essencial em todo o processo, contribuindo fortemente para a aquisição de novos saberes.

São vários os conceitos que podem ser desenvolvidos usando essa dinâmica de trabalho. Nesse texto apresentamos a integração dos recursos digitais e não-digitais para desenvolver conceitos relacionados a polígonos, mas essa é apenas uma possibilidade. Após essa pesquisa já desenvolvemos outros conteúdos que tiveram sua construção nos dois ambientes, como simetria, frações, área e perímetro e em todas obtemos resultados expressivos.

Isso mostra que as possibilidades são diversas e que a integração entre recursos digitais e não-digitais surge como uma alternativa para se trabalhar matemática na escola. Essa proposta foi desenvolvida com turmas de 6ª série, mas acreditamos que ela seja viável até para trabalhar conceitos matemáticos no Ensino Médio, e quem sabe até mesmo professores de outras disciplinas não se aventuram nessa ideia.

Foi um trabalho intenso e gratificante. Intenso por precisar de grande dedicação no momento das aulas e da análise dos resultados e gratificante por acompanharmos a evolução de cada um, e ainda ter reconhecimento por parte dos alunos, dos pais e da escola.

Todo o percurso e aprendizado desde o primeiro dia de aula do Mestrado em Ensino de Matemática também contribuíram para o resultado final dessa dissertação. Todas as trocas realizadas entre colegas e professores foram fundamentais para a construção de um caminho que está ainda começando.

Queremos que a partir da leitura desse texto, os leitores consigam vivenciar um pouquinho da experiência que tivemos nessas oito aulas e que outros professores possam se inspirar evitando que nos acomodemos, sempre buscando o melhor para a educação.

Para o futuro nos resta “moldar indivíduos capazes de produzir ou de criar, e não apenas de repetir.” (PIAGET, 2011, p. 27)

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BASSO, Marcus Vinicius de Azevedo. **Espaços de aprendizagem em rede: novas orientações na formação de professores de matemática**. 2003. 412p. Tese (Doutorado em Informática na Educação) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

BIGODE, Antonio José Lopes. **Perspectivas para o ensino da Geometria do século XXI.** s/d.
Disponível em:
<http://www.matematicahoje.com.br/telas/autor/artigos/artigos_view.asp?cod=36>. Acesso em: 15 out. 2012.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática.** MEC/SEF, 1997.

DANA, Marcia E. Geometria – um enriquecimento para a escola elementar. In: LINDQUIST, Mary Montgomery; SHULTE, Alberto P. **Aprendendo e ensinando geometria.** Tradução Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1994. p. 141-155.

DEGUIRE, Linda J. Geometria: um caminho para o ensino da resolução de problemas, do jardim-de-infância à nona série. In: LINDQUIST, Mary Montgomery; SHULTE, Alberto P. **Aprendendo e ensinando geometria.** Tradução Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1994. p. 73-85.

FAGUNDES, Léa da Cruz. **Materiais manipulativos no ensino de matemática a crianças de 7 a 14 anos: Período das operações concretas.** In: SEMINÁRIO NACIONAL SOBRE RECURSOS AUDIOVISUAIS NO ENSINO DE 1º GRAU, Brasília, 1977. Disponível em: <http://mdmat.mat.ufrgs.br/PEAD/livros/leituras/01_materiais_manipulativos.htm>. Acesso em: 27 jan. 2013.

FALCÃO, Jorge Tarcísio da Rocha. Prefácio. In: BITTAR, Marilena; MUNIZ, Cristiano Alberto (Orgs.). **A aprendizagem matemática na perspectiva da Teoria dos Campos Conceituais.** 1.ed. Curitiba: CRV, 2009. p. 9-11.

GRAVINA, Maria Alice. **Os ambientes de geometria dinâmica e o pensamento hipotético-dedutivo.** 2001. 277f. Tese (Doutorado em Informática na Educação) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

GRAVINA, Maria Alice. **Geometria dinâmica: uma nova abordagem para o aprendizado da geometria.** In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE INFORMÁTICA NA EDUCAÇÃO, 7.,Belo Horizonte, 1996. *Anais do VII Simpósio Brasileiro de Informática na Educação.* Belo Horizonte, 1996. p. 1-13.

HOFFMANN, Daniela Stevanin; MARTINS, Elisa Friedrich; BASSO, Marcus Vinícius de Azevedo. **Experiências físicas e lógico-matemática em Espaço e Forma: uma arquitetura pedagógica de uso integrado de recursos manipulativos digitais e não-digitais.** In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE INFORMÁTICA NA EDUCAÇÃO, 20., Florianópolis, 2009. *Anais do XX Simpósio Brasileiro de Informática na Educação.* Florianópolis, 2009.

KLUPEL, Gabriela Teixeira; BRANDT, Célia Finck. **Reflexões sobre o ensino da geometria em livros didáticos à luz da teoria de representações semióticas segundo Raymond Duval.** In: IX SEMINÁRIO DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO DA REGIÃO SUL, Caxias do Sul, 2012. Disponível em: <http://bicen-tede.uepg.br/tde_busca/processaPesquisa.php?listaDetalhes%5B%5D=538&processar=Processar>. Acesso em: 14 dez. 2012.

LORENZATO, Sérgio. **Por que não ensinar geometria?** A educação Matemática em Revista, Blumenau – SBEM, ano III, n. 4, 1 sem., 1995.

LÜDKE, Menga. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**/ Menga Lüdke, Marli E. D. A. André. – São Paulo: EPU, 1986. 99p.

PAVANELLO, Regina Maria. **O abandono do ensino da geometria no Brasil: causas e consequências.** *Zetetiké,* Campinas, v. 1, n. 1, p. 7-39, mar. 1993. Disponível em: <http://www.fe.unicamp.br/zetetike/viewissue.php?id=29>. Acesso em: 3 jan. 2013.

PIAGET, Jean. **Para onde vai a educação?** Tradução Ivette Braga. 21.ed. Rio de Janeiro: José Olympio, 2011. 228p.

PONTE, João Pedro da. **O estudo de caso na investigação em educação matemática.** *Quadrante,* Lisboa v. 3, n. 1, p. 3-18, out. 1994. Disponível em: <http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt%5C94-Ponte(Quadrante-Estudo%20caso).pdf>. Acesso em: 24 jan. 2013.

SANTOS, Rosângela Salles dos. **Para além da geometria na escola: antigas e novas abordagens** / Rosângela Salles dos Santos, Graciela Ormezzano. – Passo Fundo: Ed. Universidade de Passo Fundo, 2005.

USISKIN, Zalman. Resolvendo os dilemas permanentes da geometria escolar. In: LINDQUIST, Mary Montgomery; SHULTE, Alberto P. **Aprendendo e ensinando geometria.** Tradução Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1994. p. 21-39.

VERGNAUD, Gérard. **Teoria dos Campos Conceituais.** In: NASSER, L. (Ed.) Anais do 1º Seminário Internacional de Educação Matemática do Rio de Janeiro, 1993. p. 1-26.

VERGNAUD, Gérard. A Teoria dos Campos Conceituais. In: BRUM, Jean. **Didáctica da matemáticas.** Lisboa: Instituto Piaget, 1996. p.155-191.

VERGNAUD, Gérard. O que é aprender? In: BITTAR, Marilena; MUNIZ, Cristiano Alberto (Orgs.). **A aprendizagem matemática na perspectiva da Teoria dos Campos Conceituais.** 1.ed. Curitiba: CRV, 2009. p. 13-36.

APÊNDICES

Apêndice A – Sequência de atividades

Abaixo segue o conjunto de atividades desenvolvidas como produto dessa dissertação.

Essa atividades trabalham conceitos relacionados a polígonos no ambiente não-digital e digital e foram desenvolvidas com um grupo de alunos de 6ª série.

Bloco 1: Polígonos e polígonos regulares

Objetivos do bloco 1:
- Identificar as figuras geométricas;
- Construir figuras geométricas planas;
- Classificar/nomear as figuras de acordo com o número de lados;
- Identificar os elementos das figuras;
- Conceituar polígonos;
- Reconhecer e conceituar polígonos regulares.

Aula 1: Questionário

Objetivos da aula 1: Investigar os conhecimentos prévios dos alunos sobre geometria de forma espontânea.

Recursos: Editor de textos.

Procedimentos metodológicos: (1 período)

Iniciar a aula com a divisão das duplas. Cada dupla deve responder as perguntas abaixo, a partir do seu próprio conhecimento, sem utilizar pesquisa.

Perguntas:

1. Este ano vamos estudar geometria, o que vocês acham que estudamos em geometria?
2. O que das formas geométricas estudamos?

3. Quais formas geométricas vocês conhecem?
4. Pense em objetos do seu dia a dia que se assemelham com as formas citadas no item 3.
5. Escolha uma das formas geométricas do item acima e explique com as suas palavras e com um desenho o que vocês sabem sobre ela.

Aula 2: Estudando os polígonos

Objetivos da aula 2: Conceituar, espontaneamente, polígonos e polígonos regulares. Identificar, representar e classificar os polígonos de acordo com o número de lados.

Recursos: Geoplano de madeira, elásticos, folha de papel pontilhado e triângulos e quadriláteros de papel.

Procedimentos metodológicos: (2 períodos)

Cada dupla receberá um geoplano de madeira, elásticos e uma folha de papel pontilhado, onde inicialmente eles deverão criar figuras conforme sua criatividade para conhecer o geoplano.

Após eles deverão criar figuras de 3, 4, 5 e 6 lados utilizando somente uma borrachinha para cada uma, transcrevendo as figuras criadas no papel pontilhado.

<u>Questionamentos para a turma:</u>

- Como chamamos as figuras que possuem 3 lados?

- E as figuras de 4 lados? (Se a maioria responder “quadrado” mostrar um quadrilátero qualquer construído por algum grupo e perguntar se àquela figura também é um quadrado).

- Todas as figuras de 4 lados são chamadas de quadrado?

- Que outras figuras de 4 lados vocês construíram?

- Como chamamos as figuras que possuem 5 lados?

- E as de 6 lados?

- Genericamente, podemos chamar todas as figuras de polígonos, escreva o que você entende por polígono.

As próximas perguntas serão de acordo com os questionamentos dos alunos.

Caso eles tenham curiosidade de saber a nomenclatura de polígonos com mais de seis lados, pedir que eles pesquisem em casa e tragam na próxima aula.

Depois que todos concluírem a atividade realizar um momento de trocas, onde cada dupla compartilhará o seu conceito de polígono.

Após, falar sobre os elementos de um polígono. Eles devem identificar, nas figuras construídas no papel pontilhado, lados, vértices e ângulos internos e após entregar a folha com as tarefas.

A última tarefa será escrever sobre polígonos regulares. Para isso, cada grupo receberá um envelope contendo diversos triângulos e quadriláteros. A proposta é separar os mesmos em grupos de figuras semelhantes e explicar o critério utilizado para a separação, as perguntas serão feitas de acordo com os questionamentos dos alunos e com o critério que utilizarão para separar as figuras.

A ideia é que eles percebam que há grupos de figuras com lados iguais. Após perceberem esse grupo, eles devem escolher um nome que faça sentido para esse grupo especial de figuras e escrever a sua definição.

Aula 3: Aperfeiçoando meus conceitos

Objetivos da aula 3: Manipular o geoplano virtual, a fim de complementar a atividade da aula anterior. Reconhecer as propriedades das figuras com o propósito de reescrever/aperfeiçoar o conceito de polígono e o de polígono regular.

Recursos: Geoplano virtual e folha de papel pontilhado.

Procedimentos metodológicos: (2 períodos)

Essa aula deve se realizar no laboratório de informática. Os grupos recebem uma folha de papel pontilhado para anotar as respostas e desenhar as construções feitas.

Tarefas:

Entrar no seguinte endereço:

http://nlvm.usu.edu/en/nav/frames_asid_172_g_2_t_3.html?open=activities&from=category_g_2_t_3.html

- Construir 3 triângulos diferentes.

Pergunta: Algum deles possui os lados todos iguais (com a mesma medida)?

- Construir 4 quadriláteros distintos.

Pergunta: Algum deles possui os lados todos iguais?

Se sim, qual o nome dessa(s) figura(s).

- Nomeie os demais quadriláteros construídos.

- Tente construir outras figuras que possuam lados iguais, além do quadrado.

No fim da aula compartilham-se as respostas e discute-se sobre a importância de termos além de lados iguais, ângulos iguais para que um polígono seja dito regular. Assim, as duplas poderão aprimorar os conceitos escritos anteriormente.

Bloco 2: Construção de polígonos regulares

Objetivos do bloco 2:

- Familiarizar-se com o compasso e o transferidor e saber utilizá-los;
- Construir polígonos regulares utilizando os materiais acima citados;
- Medir ângulos;
- Conhecer e manipular o software GeoGebra.
- Conhecer as propriedades dos polígonos.

Aula 4: Dicionário de geometria

Objetivos da aula 4: Montar um dicionário de matemática com o significado dos termos que serão utilizados nas aulas seguintes. As descrições serão espontâneas a partir da visualização de imagens, não podendo fazer o uso de pesquisa.

Recursos: Editor de textos e software GeoGebra.

Procedimentos metodológicos: (2 períodos)

A construção do dicionário deve ser feita no laboratório de informática. As duplas devem escrever o significado das palavras no editor de textos e depois realizar as construções no software GeoGebra.

As palavras que eles têm que significar é: raio, diâmetro e centro do círculo, ângulo, retas paralelas e retas perpendiculares.

Eles devem escrever o que vier à mente após ver uma imagem e só podem trocar ideia com a sua dupla.

Os objetos mostrados serão: um CD, para mostrar o raio, o diâmetro e o centro do círculo; dois lápis como se fossem duas semirretas e um polígono para indicar um ângulo; o rodapé e o roda forro para representar retas paralelas e uma cruz para representar retas perpendiculares.

Após escreverem o significado de todos os termos, eles devem enviar as respostas por e-mail.

No fim da aula, as duplas terão o primeiro contato com o software GeoGebra. Eles podem manipular o software livremente e após desenhar/construir os termos do dicionário de matemática.

Aula 5: Construção de polígonos regulares

Objetivos da aula 5: Utilizar régua, compasso e transferidor para construir polígonos regulares. Medir ângulos, identificar os elementos dos polígonos e perceber algumas propriedades de construção das figuras.

Recursos: Régua, compasso e transferidor.

Procedimentos metodológicos: (2 períodos)

Nessa aula as duplas devem confeccionar um livrinho com os polígonos regulares de 3 a 10 lados.

Antes de iniciarem a construção das figuras, questionar como calcular o ângulo central de cada polígono regular. A única informação dada é a medida do ângulo interno do círculo (360º).

Para orientar as construções, pode ser feito, juntamente com as duplas, a construção de um triângulo.

Passos da construção:

- Traçar um segmento que servirá de raio do círculo;
- usar o raio traçado e fazer um círculo com o compasso;
- posicionar o transferidor sobre o raio e marcar o ângulo central desejado;
- transferir essa medida com o compasso para o restante do círculo;
- juntar os pontos com a régua para formar o polígono.

Com os polígonos regulares construídos, eles devem identificar os elementos do polígono e medir os ângulos internos de cada um.

Aula 6: Construção de polígonos regulares

Objetivos da aula 6: Construir polígonos regulares usando o software GeoGebra e trabalhar algumas propriedades dos polígonos.

Recursos: Software GeoGebra.

Procedimentos metodológicos: (2 períodos)

Nesta aula as duplas devem tentar construir polígonos regulares no GeoGebra a partir das suas propriedades.

Para iniciar pedir que eles construam um quadrado sem usar o recurso “construir polígono regular”. Caso ao movimentar os quadrados eles não preservem suas propriedades, construir um quadrado juntamente com os alunos.

Por fim, eles devem tentar construir qualquer polígono regular sem usar o recurso “construir polígono regular”.

Bloco 3: Pavimentação do plano

Objetivos do bloco 3:

- Reconhecer pavimentações no plano;

- Identificar as condições necessárias para realizar uma pavimentação no plano;

- Criar mosaicos com polígonos regulares.

Aula 7: Pavimentando o plano

Objetivos da aula 7: Determinar pavimentações do plano que utilizam apenas um tipo de polígono regular e construir mosaicos que utilizam diferentes tipos de polígono regular.

Recursos: Polígonos regulares de 3 a 8 lados (papel) e folha de papel quadriculado.

Procedimentos metodológicos: (2 períodos)

As duplas devem pesquisar em casa sobre mosaicos de polígonos regulares e trazer para apresentar em aula.

Após a apresentação, receberão polígonos regulares de papel de três, quatro, cinco, seis, sete e oito lados, com a medida dos lados iguais, para tentar cobrir o plano sem deixar espaços e sem sobrepor as figuras.

Depois de testar cada tipo de polígono regular dado individualmente eles devem responder às seguintes questões:

- Quais polígonos regulares permitem pavimentar o plano?

- Qual a soma dos ângulos em torno do vértice em que as figuras se encaixam?

- Qual a condição para que possamos encaixar os polígonos regulares sem que sobrem espaços ou sem que sejam sobrepostos?

- Crie um mosaico livre com diferentes polígonos regulares.

As respostas devem ser entregues no fim da aula.

Aula 8: Criando mosaicos

Objetivos da aula 8: Verificar pavimentações do plano que utilizam apenas um tipo de polígono regular com mais de oito lados e construir mosaicos que utilizam diferentes tipos de polígono regular.

Recursos: Objeto de aprendizagem sobre polígonos regulares.

Procedimentos metodológicos: (2 períodos)

Essa aula deve se realizar no laboratório de informática com o objeto de aprendizagem desenvolvido pela Universidade Federal Fluminense.

Primeiramente eles devem acessar o endereço www.uff.br/cdme/ppr/ppr-html/ppr-br.html onde as atividades com polígonos regulares estão divididas em três partes.

Na primeira parte da aula eles devem acessar a “Parte 2: Pavimentação do Plano com Polígonos Regulares de Um Só Tipo” para experimentar as pavimentações com polígonos acima de oito lados, pois na aula anterior já haviam testado até o octógono. Esse objeto de aprendizagem permite experimentar com polígonos de até vinte lados. Após a experimentação eles devem escrever suas conclusões.

A segunda tarefa da aula é acessar a “Parte 3: Pavimentação do Plano com Polígonos Regulares de Tipos Diferentes” e a partir das conclusões obtidas nas tarefas anteriores, criar um mosaico de polígonos. Caso haja dúvidas quanto à medida do ângulo interno de algum polígono, eles podem acessar a “Parte 1: Polígonos Regulares”, onde tem-se a construção de cada figura com seus respectivos ângulos internos.

Apêndice B – Termo de consentimento informado

TERMO DE CONSENTIMENTO INFORMADO

Prezados pais:

A professora de matemática da 6ª série é mestranda da UFRGS e está desenvolvendo uma pesquisa acadêmica com os alunos das turmas 161 e 162. A pesquisa não prejudica, nem interrompe a aula de matemática e os dados serão tabulados sem identificação dos alunos. Para que as informações possam ser utilizadas pela Professora Aline, em sua dissertação, solicitamos a anuência dos senhores através do preenchimento do termo de autorização que segue:

Eu, ____, R.G. __________________, responsável pelo(a) aluno(a) ______________________________________, da turma ___________, declaro, por meio deste termo, que concordei que o(a) aluno(a) participe da pesquisa intitulada **O Uso Integrado de Recursos Digitais e Não-Digitais para o Ensino-Aprendizagem de Geometria**, desenvolvida pela professora/pesquisadora Aline Fraga Rosa. Fui informado(a), ainda, de que a pesquisa é coordenada/orientada por Marcus Basso do Instituto de Matemática da UFRGS.

Tenho ciência de que a participação do(a) aluno(a) não envolve nenhuma forma de incentivo financeiro, sendo a única finalidade desta participação a contribuição para o sucesso da pesquisa.

As informações e imagens obtidas serão utilizadas apenas em situações acadêmicas.

Porto Alegre, março de 2012.

Assinatura do Responsável: