

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
CENTRO ESTADUAL DE PESQUISAS EM SENSORIAMENTO E METEOROLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM SENSORIAMENTO REMOTO

TIAGO CAVAGNOLI SEVERO

**ESTUDO DAS ALTITUDES FÍSICAS APLICADO À
REDE ALTIMÉTRICA FUNDAMENTAL DO BRASIL
NO ESTADO DO RIO GRANDE DO SUL**

Dissertação de Mestrado

PORTO ALEGRE

2013

TIAGO CAVAGNOLI SEVERO

**ESTUDO DAS ALTITUDES FÍSICAS APLICADO À REDE ALTIMÉTRICA
FUNDAMENTAL DO BRASIL NO ESTADO DO RIO GRANDE DO SUL**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Sensoriamento Remoto da UFRGS, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Sensoriamento Remoto.

Área de concentração: Sensoriamento Remoto e Geoprocessamento

Linha de Pesquisa: Geodésia por Satélite

Orientador: Sérgio Florêncio de Souza

Co-orientador: Marcelo Tomio Matsuoka

PORTO ALEGRE

2013

BANCA EXAMINADORA

Dr. Sílvio Rogério Correia de Freitas
Departamento de Geomática – UFPR

Dr. Francisco Humberto Simões Magro
Departamento de Geodésia – UFRGS

Dr. Ronaldo dos Santos da Rocha
Departamento de Geodésia – UFRGS

DEDICATÓRIA

A meus pais Marta e Luiz Afonso, grandes incentivadores da minha formação, os quais me apresentaram o valor da educação e do conhecimento.

AGRADECIMENTOS

Ao Programa de Pós-Graduação em Sensoriamento Remoto da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, pela oportunidade de realização do curso de mestrado.

A Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), pela concessão de bolsa de estudo durante meu primeiro ano de mestrado.

Ao IBGE pelo fornecimento dos dados de nivelamento da Rede Altimétrica Fundamental do Brasil.

Ao Laboratório de Pesquisas em Geodésia (LAGEO), onde adquiri e compartilhei diversas aprendizagens, e encontrei muitos amigos.

Ao Professor Sérgio Florêncio de Souza, primeiramente pela oportunidade dada na iniciação científica, me despertando o interesse pela pesquisa, e permitindo minha convivência em um ambiente tão favorável ao crescimento intelectual e pessoal. Também agradeço os conselhos, incentivos e críticas realizados durante esses anos, sempre autênticos e que me auxiliaram a melhorar. Por último sou grato pelas discussões, debates e sobre tudo a orientação desta dissertação.

Ao Professor Marcelo Tomio Matsuoka, pela acolhida que recebi durante todos esses anos que estive no laboratório, pelos ensinamentos e companheirismo nesta jornada. Agradeço principalmente a confiança em mim depositada e as palavras de encorajamento quando foram necessárias.

Aos meus professores da graduação, pelo conhecimento propiciado e dedicação em formar Engenheiros Cartógrafos.

Aos colegas que tive e tenho no LAGEO – Ivandro, Mábila, Carolina, Elen, Aleksei, Felipe, Johny, Fernando, que tornaram a convivência nesse ambiente tão intenso, fraterno,

divertido e solidário. Agradeço a todos os amigos que fiz durante os tempos de estudo na UFRGS, os quais sempre fico feliz em reencontrar.

Aos colegas de mestrado pela ótima vivência em sala de aula, aos grupos de estudo, e a parceria que tivemos nos momentos de lazer.

Ao meu irmão Fernando, por poder contar com sua companhia e amizade durante os seis anos morando em Porto Alegre, compartilhando felicidades, agonias e aprendizagens.

A meus pais, pela luta e esforço realizados para que eu me dedicasse aos estudos. Agradeço principalmente a compreensão pelo fato de eu não poder estar presente em casa tanto quanto gostariam.

Aos meus tios e primos, que durante minha jornada em Porto Alegre preocuparam-se em proporcionar a mim e ao meu irmão as melhores condições, além de um convívio familiar sempre fraterno.

A minha namorada e companheira Luciana, que nessa nova fase da vida é minha paz e minha segurança. Agradeço principalmente ao apoio, compreensão, paciência, dedicação e amor, dado nos últimos meses que antecedem a conclusão desta pesquisa, e que são essenciais para o término da mesma.

Aos meus colegas da Petrobras em Manaus, que me receberam de forma muito especial e acolhedora, fazendo com que rapidamente me sentisse integrado nessa nova casa.

EPÍGRAFE

“tão certo é que as cousas valem pelas ideias que nos sugerem.”

Machado de Assis

RESUMO

A adoção de uma rede altimétrica consistente constitui uma importante necessidade dentro da modernização do sistema geodésico nos contextos brasileiro e sul-americano. Atualmente na Rede Altimétrica Fundamental do Brasil (RAFB) aplica-se aos desníveis observados uma correção teórica devida ao não paralelismo das superfícies equipotenciais de forma a reduzir este erro, porém esta condição não assegura um significado físico para as altitudes. Buscando apresentar uma solução unívoca para a realização de sistemas altimétricos adota-se as altitudes físicas, as quais são fundamentadas no conhecimento do potencial da gravidade, baseado em importantes condições definidoras de um sistema vertical moderno. A presente pesquisa tem como objetivo determinar e avaliar a magnitude das correções das altitudes dinâmica, normal e ortométrica de Helmert, esta última aplicando a modelagem convencional da redução gravimétrica de Poincaré-Prey e também utilizando um tratamento refinado na redução obtido a partir da determinação de modelo de densidade de massas topográficas, em uma linha de nivelamento pertencente à RAFB situada na região nordeste do estado do Rio Grande do Sul em um trajeto que possui 1.179,73 m de desnível. Para a realização das correções utilizou-se observações de gravimetria terrestre e outra abordagem baseada em dados de modelos do geopotencial. Os resultados obtidos na correção dos desníveis observados para as altitudes físicas mostram que o sistema de altitude normal é o mais compatível à atual rede altimétrica brasileira, pois as correções para este tipo de altitude possuem a maior aproximação ao termo corretivo aplicado aos desníveis da RAFB, dentre os sistemas avaliados. A utilização de dados de gravimetria oriundos de modelos do geopotencial mostra-se eficiente na determinação das correções sobre a linha nivelada em regiões plana, principalmente para a altitude normal. Porém para sua aplicação em áreas de grande variação topográfica esta metodologia necessita de um maior aprimoramento.

Palavras-chave: Altitudes Físicas, Sistemas Altimétricos, Geopotencial.

ABSTRACT

The adoption of a consistent altimetric network constitutes an important need within the modernization of the geodetic system in the contexts Brazilian and South American. Currently at the Brazilian Fundamental Altimetric Network (RAFB) are applied to the leveling increments observed a theoretical correction due to non-parallelism of equipotential surfaces in order to reduce this error, however this condition does not guarantee a physical meaning for the heights. Searching for provide a univocal solution for the realization of altimetric systems is adopted the physics heights, which are based on knowledge of the gravity potential, based on important conditions for defining a modern vertical system. This study aims to determine and evaluate the magnitude of the correction of dynamic height, normal height, and Helmert orthometric height, this latter applying the conventional modeling of Poincaré-Prey gravity reduction and also using a refined treatment in reduction obtained from the determination of the topographic mass density model, in a leveling line belonging to the RAFB located in the northeast region of the state of Rio Grande do Sul in a path that has 1.179,73 m of gap. The results obtained in the correction of the leveling increments observed for physics heights shows that the normal height system is the most compatible to the current Brazilian altimetric network, because the corrections for this kind of height have the closest approximation to the correction term applied to the height differences of RAFB, among the systems evaluated. The use of gravity data derived from geopotential models proves efficient in the determination of corrections on the leveling line in flat regions, primarily for normal height. However for its application in areas of great topographic variation this approach requires further refinement.

Keywords: Physics Heights, Height Systems, Geopotential.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Superfícies equipotenciais do campo de gravidade real e normal.....	27
Figura 2 - A soma dos desníveis parciais (δni) entre os pontos A e B não será igual à soma das parcelas (δHi) entre as mesmas superfícies equipotenciais sobre a vertical do ponto B, devido ao não paralelismo das superfícies equipotenciais.	28
Figura 3 - Medidas relacionadas às superfícies altimétricas de referência.....	35
Figura 4 - Relação da anomalia de altitude e altitude geoidal com as altitudes normal e ortométrica.....	42
Figura 5 - Localização da área de estudo, apresentado a linha nivelada em amarelo.	48
Figura 6 - Localização geográfica das RRNN na área de estudo.	49
Figura 7 - Diferença dos desníveis obtidos após o ajustamento simultâneo da RAFB e desníveis observados corrigidos do não paralelismo das equipotenciais.	51
Figura 8 - Mapa Litológico e linha nivelada utilizada nos experimentos.	56
Figura 9 - Rede Gravimétrica e Altimétrica do IBGE no Estado do Rio Grande do Sul.....	61
Figura 10 - Correções dinâmica, normal e ortométrica de Helmert acumuladas ao longo do trajeto analisado.....	65
Figura 11 - Correções dinâmicas aplicada aos desníveis utilizando γ_0 calculado a partir das latitudes de 0° e 45°	66
Figura 12 - Detalhe do comportamento das correções normal e ortométrica.....	67
Figura 13 - Correções ortométrica (CO), normal (CN), e normal-ortométrica (CNO) acumuladas e perfil do terreno.....	68
Figura 14 - Separação entre quase-geoide e geoide nas RRNN testadas.	69
Figura 15 - Variação de g sobre as RRNN da linha nivelada.....	70
Figura 16 - Correções ortométricas acumuladas.	74

Figura 17 - Variação do valor de densidade para cada RRNN comparando com o valor de densidade padrão para o cálculo da Redução de Poincaré-Prey.....	75
Figura 18 - Comparação entre $CO\rho$ e CO para cada RRNN.....	75
Figura 19 - Histograma das diferenças entre g dos modelos e g de observações gravimétricas terrestres.....	78
Figura 20 - Mapa de avaliação da gravidade reconstruída pelo modelo EGM2008.	79
Figura 21 - Discrepâncias entre: gravidade (mGal), correção normal (m), e correção ortométrica de Helmert (m), a partir da aplicação das diferentes técnicas de obtenção da gravidade.	81

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Desníveis entre as RRNN na linha nivelada.	51
Tabela 2 – Parâmetros do GRS80.	54
Tabela 3 – Cálculo de densidade (g cm^{-3}) da massa topográfica para as RRNN.	57
Tabela 4 – Redução de Poincaré-Prey baseado nos dados de densidade variável.	57
Tabela 5 - Modelos globais do geopotencial avaliados.	62
Tabela 6 - Estatísticas do cálculo da densidade para as RRNN.	73
Tabela 7 - Avaliação da gravidade (mGal) baseada nos modelos do geopotencial.	76

LISTA DE SIGLAS

CHAMP	<i>CHALLENGING Minisatellite Payload</i>
CPRM	Companhia de Pesquisa de Recursos Minerais
DTM2006.0	<i>Digital Topographic Model 2006.0</i>
DVB	<i>Datum Vertical Brasileiro</i>
EGM2008	<i>Earth Gravitational Model 2008</i>
EGM96	<i>Earth Gravitational Model 1996</i>
GNSS	<i>Global Navigation Satellite System</i>
GOCE	<i>Gravity field and steady-state Ocean Circulation Explorer</i>
GRACE	<i>Gravity Recovery And Climate Experiment</i>
GRS80	<i>Geodetic Reference System 1980</i>
IAG	Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas
IBGE	Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
ICGEM	<i>International Center For Global Earth Models</i>
MDA	Modelo Digital de Altitude
MG	Modelo do Geopotencial
NOAA	<i>National Oceanic and Atmospheric Administration</i>
RAAP	Rede Altimétrica de Alta Precisão
RAFB	Rede Altimétrica Fundamental do Brasil
RN	Referência de Nível
RRNN	Referências de Nível
RTM	<i>Residual Terrain Model</i>
SAD-69	<i>South American Datum 1969</i>
SGB	Sistema Geodésico Brasileiro

SIRGAS	Sistema de Referência Geocêntrico para as Américas
SRTM	<i>Shuttle Radar Topography Mission</i>
SVSIRGAS	Sistema Vertical SIRGAS

LISTA DE SÍMBOLOS

α	Achatamento do elipsoide de referência
γ	Valor da gravidade normal
γ_e	Gravidade normal no equador
γ_o	Valor constante da gravidade normal
γ_P	Gravidade normal nos polos
δg	Distúrbio da gravidade
Δg_B	Anomalia da gravidade Bouguer
δn	Desnível observado
ζ	Anomalia de altitude
η	Linha normal
ν	Linha de prumo
ρ	Densidade das massas topográficas
φ	Latitude geodésica
ω	Velocidade angular da Terra
a	Semi-eixo maior do elipsoide
b	Semi-eixo menor do elipsoide
C	Número geopotencial
C_1 e C_2	Coefficientes da correção normal-ortométrica
CD	Correção dinâmica
CN	Correção normal
CNO	Correção normal-ortométrica
CO	Correção ortométrica
CO^p	Correção ortométrica de Helmert com uso da variação da densidade

e^2	Primeira excentricidade do elipsoide
F	Redução ar-livre
g	Valor da gravidade real
G	Constante gravitacional universal
g_B	Gravidade reduzida ao geoide pela redução Bouguer
H	Altitude ortométrica
h	Altitude elipsoidal
H^C	Altitude científica
H^D	Altitude dinâmica
H^N	Altitude normal
J	Curvatura média das superfícies equipotenciais
J_2	Constante dinâmica de forma
N	Altitude geoidal
U	Terra normal (esferopotencial)
U_0	Superfície de referência do esferopotencial
W	Terra real (geopotencial)
W_0	Superfície de referência do geopotencial (geoide)

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	19
1.1	OBJETIVOS	21
1.1.1	Objetivos Específicos	22
1.2	JUSTIFICATIVA	23
1.3	ESTRUTURA DO TRABALHO	24
2	ALTITUDES E GEOPOTENCIAL	26
2.1	ALTITUDE DINÂMICA	30
2.2	ALTITUDE ORTOMÉTRICA	32
2.3	ALTITUDE NORMAL	37
2.4	RELAÇÃO DAS ALTITUDES ORTOMÉTRICA E NORMAL	39
2.5	GRAVIDADE BASEADA EM MODELOS GEOPOTENCIAIS	42
3	INVESTIGAÇÃO NUMÉRICA	46
3.1	ÁREA DE ESTUDO	47
3.2	AVALIAÇÃO DAS OBSERVAÇÕES DE DESNÍVEL	49
3.3	CÁLCULO DA CORREÇÃO DINÂMICA	53
3.4	CÁLCULO DA CORREÇÃO ORTOMÉTRICA DE HELMERT	54
3.4.1	Correção de Helmert Usando Variação de Densidade	55
3.5	CÁLCULO DA CORREÇÃO NORMAL	59
3.6	CÁLCULO DA GRAVIDADE BASEADA EM MODELOS GEOPOTENCIAIS	60
4	RESULTADOS E DISCUSSÕES	64
4.1	ANÁLISES DAS CORREÇÕES ÀS ALTITUDES FÍSICAS	64

4.2	APROXIMAÇÃO DA RAFB ÀS ALTITUDES FÍSICAS	70
4.3	GNSS NA DETERMINAÇÃO DAS ALTITUDES FÍSICAS.....	71
4.4	CORREÇÕES ORTOMÉTRICAS USANDO MODELO DE DENSIDADE.....	73
4.5	AVALIAÇÃO DA GRAVIDADE RECONSTRUIDA	76
4.6	ALTITUDES FÍSICAS BASEADAS NA GRAVIDADE RECONSTRUIDA.....	80
5	CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES.....	84
	REFERÊNCIAS	87

1 INTRODUÇÃO

O Brasil, assim como diversos outros países, vem desenvolvendo esforços com o intuito de modernizar seu sistema de referência altimétrico, revisando a definição e realização do mesmo. Nos trabalhos de Luz (2004); Kingdon *et al.* (2005); Amos *et al.* (2005); Featherstone e Kuhn (2006); Christie (1994); Kouba (2006); Véronneau e Héroux (2007), Kotsakis *et al.* (2012), e Hayden *et al.* (2013), são abordadas questões altimétricas como o modelo de altitudes adotado e a sua vinculação a um *datum* vertical nos seus respectivos contextos locais e regionais, sendo propostas em alguns destes trabalhos, soluções para o problema da definição de um novo referencial vertical na área estudada.

Sistemas altimétricos podem ser interpretados de forma genérica como um sistema unidimensional métrico no qual se quantifica a separação de duas superfícies de referência que definem o sistema, segundo uma determinada direção específica. Dessa forma, segundo Blitzkow *et al.* (2004) pode-se considerar, de maneira geral, dois tipos fundamentais de altitudes: as não vinculadas ao campo da gravidade terrestre, conhecidas como altitudes geométricas; e as ligadas ao conceito físico do potencial de atração da gravidade, chamadas altitudes físicas.

O emprego de altitudes baseadas na integração de dados gravimétricos e nivelamento geométrico (altitudes físicas) fornece uma referência unívoca, na qual as altitudes independem do trajeto nivelado, portanto estabelecem redes altimétricas consistentes.

A atual rede altimétrica brasileira apresenta características as quais não satisfazem importantes requisitos de um sistema vertical moderno, como o significado físico das altitudes e o vínculo ao geopotencial global (Burša *et al.*, 2002; Ihde, 2007). As metodologias clássicas aplicadas na definição e realização tanto da rede de nivelamento, que carece do

acompanhamento de observações gravimétricas e dos preceitos atuais para controle de qualidade, quanto do *Datum* Vertical, vinculado as observações maregráficas convencionais durante um período limitado de tempo e reduzido a uma determinada época (Luz *et al.*, 2007 *apud* Palmeiro e Freitas, 2010), necessitam ser revisadas de forma a se adequarem à definição de um sistema altimétrico para América do Sul, conforme apresentado por Drewes *et al.* (2002).

No Brasil, fatores definidores da RAFB (Rede Altimétrica Fundamental do Brasil), também conhecida como RAAP (Rede Altimétrica de Alta Precisão), levam a mesma a apresentar distorções que aumentam conforme as estações vão se afastando dos *Data* Verticais, mesmo após o ajustamento simultâneo realizado (IBGE, 2011). Dessa forma os resultados apresentados no ajustamento global, imprescindível para fornecer maior consistência aos dados da rede e minorar os degraus altimétricos antes existentes, nos fornecem a necessidade da aplicação de altitudes vinculadas ao campo de gravidade, independentemente do modelo a ser adotado.

A compatibilização de modelos geoidais e redes verticais é outra questão que deve ser analisada, visto que os órgãos oficiais responsáveis por gerir os Sistemas Geodésicos nos seus respectivos países publicam geoides e preservam suas redes altimétricas, constituindo dois referencias verticais distintos.

Pode-se ainda verificar uma série de trabalhos publicados como Featherstone *et al.* (2001), e Matos *et al.* (2012), avaliando a aderência de geoides e modelos do geopotencial a partir da obtenção da altitude geoidal advinda de RRNN (Referências de Nível) associadas a observações GNSS (*Global Navigation Satellite System*). Estas avaliações são utilizadas na validação dos modelos nos contextos locais e regionais, porém a falta de uma definição sobre o tipo de altitude aplicado nas redes verticais (em especial as que são corrigidas por aproximações teóricas do campo de gravidade) e a forma de modelagem do *Datum* Vertical,

leva a indeterminação sobre qual superfície as RRNN estão referenciadas. Esses fatores estão relacionados ao efeito indireto de *Datum*, problemática observada em Gatti *et al.* (2013).

Atualmente o surgimento de missões espaciais com o intuito de mapear os elementos do campo de gravidade da Terra como GRACE (*Gravity Recovery And Climate Experiment*), CHAMP (*CHallenging Minisatellite Payload*) e GOCE (*Gravity field and steady-state Ocean Circulation Explorer*) fez com que diversos trabalhos com objetivo da unificação regional e global de redes verticais independentes fossem publicados (Sacher *et al.* 2009, Sánchez 2009, e Rülke *et al.* 2013). Isso só é possível devido ao recente sucesso destas missões na entrega de modelos geoidais globais acurados. Assim uma rede altimétrica global unificada, com precisão de alguns centímetros, está próxima de ser concretizada (Woodworth, 2012). No contexto Sul-Americano sabe-se que a RAFB é inconsistente com as demais redes dos países vizinhos e até mesmo entre seus próprios *Data Verticais* (Imbituba e Santana), conforme apresentado por Dalazoana (2006).

Os referenciais altimétricos constituem uma importante parcela do Sistema Geodésico de um País. A busca por uma rede de referência vertical consistente torna-se cada vez mais necessária, à medida que a integração de dados locais com modelos globais está se tornando uma prática cada vez mais aplicada na Geodésia moderna.

1.1 OBJETIVOS

Buscando contribuir dentro do contexto apresentado, a presente pesquisa tem como objetivo geral determinar e avaliar a magnitude das correções aplicadas às altitudes dinâmica, normal e ortométrica em uma linha de nivelamento pertencente à RAFB, auxiliando nos estudos de avaliação e definição de uma rede altimétrica compatível aos preceitos atuais da Geodésia e modernização do Sistema Geodésico Brasileiro (SGB).

A dissertação busca apresentar os diferentes tipos altitudes físicas, introduzindo suas distintas características e definições, bem como a relação existente entre os sistemas altimétricos, relacionando a definição das altitudes no âmbito brasileiro com as demais. Assim, realizar-se-á uma análise crítica do sistema altimétrico baseado na aplicação das altitudes físicas oriundas de diferentes tipos de dados, contribuindo na discussão sobre a definição e implantação de uma nova rede vertical no país.

1.1.1 Objetivos Específicos

As etapas que serão apresentadas a seguir descrevem os objetivos particulares que serão abordados na dissertação, de forma a estudar o contexto e a problemática envolvida na adoção de sistemas altimétricos consistentes. Os estudos serão realizados sobre desníveis brutos pertencentes à RAFB dentro do estado do Rio Grande do Sul, dessa forma, a pesquisa será aplicada em um escopo apenas regional.

Lista dos objetivos específicos:

- a) Calcular e avaliar as altitudes ortométricas de Helmert determinadas a partir da redução do valor da gravidade (g) ao longo da vertical com a técnica de Poincaré-Prey convencional, e a refinando através da determinação da variação de densidade das massas topográficas;
- b) Realizar o cálculo e avaliação das altitudes vinculadas ao campo normal (teórico) terrestre, as quais não requerem a realização de modelagem da densidade da crosta e de correção topografia. Nesta abordagem, serão estudadas as altitudes normal e dinâmica;

- c) Analisar as discrepâncias entre os desníveis brutos, ajustados pelo IBGE e corrigidos do não paralelismo das equipotenciais, nas RRNN pertencentes à área de estudo;
- d) Identificar qual tipo de altitude física possui maior aderência às altitudes da RAFB, verificando o modelo de referência (e.g. geóide) mais indicado a ser empregado na determinação das altitudes físicas determinadas a partir da associação com dados GNSS, de forma que estas estejam compatíveis ao sistema atual de altitudes brasileiras na região avaliada;
- e) Avaliar o valor da gravidade real (g) sobre as RRNN, determinados a partir dos coeficientes do geopotencial de modelos globais de média e alta resolução. Dessa forma, verificar a aplicação destes dados na determinação das altitudes físicas na área de estudo.

1.2 JUSTIFICATIVA

A realização de uma rede altimétrica consistente constitui uma importante necessidade dentro da modernização do sistema geodésico nos contextos brasileiro e sul-americano, estendendo a questão à rede vertical do SIRGAS (Sistema de Referência Geocêntrico para as Américas), que será futuramente estabelecida com o acrônimo SVSIRGAS (Sistema Vertical SIRGAS). Atualmente a RAFB aplica aos desníveis observados uma correção teórica baseada no campo da gravidade normal, devido ao não paralelismo das superfícies equipotenciais de forma a reduzir este erro, porém esta condição não assegura um significado físico para as altitudes. Buscando apresentar uma solução unívoca para a realização de sistemas altimétricos adota-se as altitudes físicas, as quais são fundamentadas no conhecimento do potencial

gravitacional (W), baseado em importantes condições definidoras de um sistema vertical moderno.

O emprego de um sistema altimétrico baseado em números geopotenciais para o Brasil, bem como para os demais países sul-americanos, é essencial na busca de um sistema altimétrico consistente não apenas em termos locais, mas também nos âmbitos regional, nacional e principalmente continental. Assim a análise das altitudes físicas aplicadas aos desníveis brutos da RAFB se torna importante na verificação da consistência dos diferentes tipos de altitudes físicas sobre esta rede, mesmo que o estudo seja efetuado apenas em um contexto regional.

Nesta dissertação se propõe, portanto, a investigação da viabilidade do emprego das altitudes físicas aplicadas à RAFB, à medida que se analisará o atual sistema altimétrico empregado, bem como sua relação com os sistemas de altitudes físicas consistentes (e.g. altitudes ortométricas de Helmert), a partir da realização das correções aplicadas às altitudes utilizando diferentes estratégias e dados.

1.3 ESTRUTURA DO TRABALHO

Este trabalho está dividido em cinco capítulos. O primeiro capítulo apresenta a introdução do mesmo. No capítulo 2 constam os aspectos teóricos relacionados aos sistemas verticais. Inicialmente neste capítulo é apresentada a relação do potencial da gravidade com as altitudes. Em seguida, mostra-se de forma conceitual os principais sistemas de altitudes físicas, bem como a relação entre as mesmas, além da concepção envolvida na determinação da gravidade baseada em modelos globais do geopotencial.

O terceiro capítulo trata da metodologia aplicada na realização dos experimentos, ao mesmo tempo em que é realizada a apresentação e análise dos dados utilizados. O quarto

capítulo contém os resultados alcançados a partir dos experimentos aplicados na dissertação, assim como as discussões e avaliações obtidos através dos mesmos. Finalmente, no Capítulo 5, constam as conclusões e recomendações a que se chegou neste trabalho.

2 ALTITUDES E GEOPOTENCIAL

O processo de nivelamento geométrico via métodos ópticos ou opto/eletrônicos de medição proporciona diferença geométrica de altitude entre dois pontos. As diferenças de altitudes medidas variam de acordo com o campo de gravidade na região, além das heterogeneidades topográficas. As quantidades observadas correspondem às distâncias existentes entre as superfícies equipotenciais do campo de gravidade terrestre. O somatório dos desníveis permite conhecer a diferença de altura entre os pontos extremos de interesse (Freitas e Blitzkow, 1999). A realização do processo de nivelamento geométrico deve ser efetuada sobre a superfície definida pelo horizonte local do eixo óptico do instrumento, posicionando as miras graduadas de forma com que estas estejam alinhadas com o vetor gravidade nos correspondentes pontos.

Se um circuito fechado de nivelamento geométrico for mensurado, ou seja, uma linha de nivelamento que inicia em um ponto A e termina no mesmo ponto A , a soma dos desníveis parciais deve ser nula, pois a altitude da estação inicial é a mesma altitude da estação de término do circuito ($H_A = H_A$). Entretanto, devido à presença inevitável de erros nos processos de medições, na prática dificilmente esta condição é obedecida. Mesmo que se tomem medidas para a redução desses erros, como a instalação do nível a igual distância das miras, minimizando a influência da curvatura terrestre e da refração atmosférica (Torge, 2001, p. 206-210), o nivelamento geométrico conduzirá a diferentes altitudes para um ponto qualquer, nivelado a partir de percursos distintos, sendo que uma das causas é atribuída ao não paralelismo das superfícies equipotenciais. (Heiskanen e Moritz, 1967).

As superfícies equipotenciais do campo de gravidade são superfícies de nível nas quais o valor do potencial gravimétrico é constante. O comportamento destas depende do modelo terrestre adotado, podendo ser a Terra real (geopotencial) (W) ou a Terra normal

(esferopotencial) (U), representados na Figura 1. O espaçamento das superfícies equipotenciais da Terra real varia com a latitude (φ) e também de acordo com a distribuição de massas na crosta terrestre, tendo como sua superfície de referência (W_0) o Geoide (superfície equipotencial que melhor se ajusta, no sentido do método dos mínimos quadrados, ao nível médio dos mares). O esferopotencial varia apenas de acordo com a latitude, sendo o elipsoide de revolução (modelo matemático definido por parâmetros geométricos e físicos, com distribuição de massa homogênea) a superfície de referência (U_0) deste modelo.

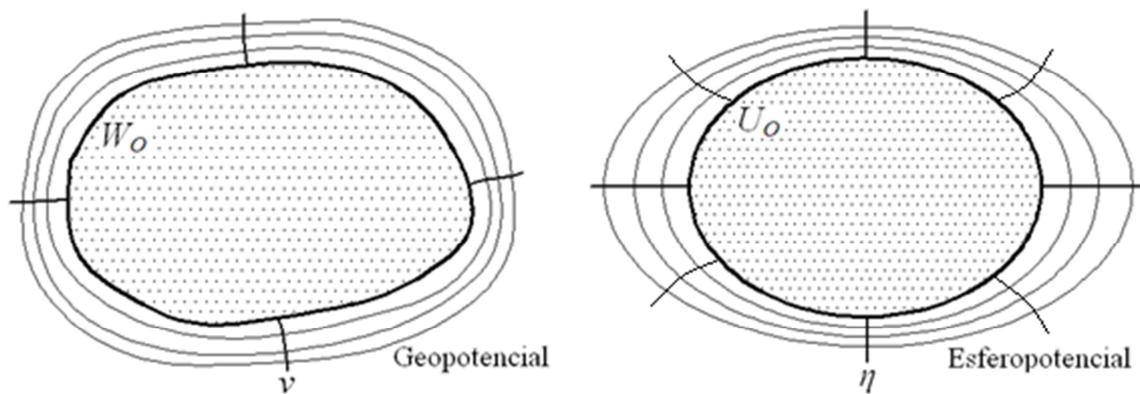


Figura 1 - Superfícies equipotenciais do campo de gravidade real e normal.

As linhas de força, perpendiculares às equipotenciais, são tangentes ao vetor gravidade em um determinado ponto. Se estas são perpendiculares às equipotenciais da gravidade real, denominam-se linhas de prumo ou linhas de campo (v), sendo medidos sobre estas linhas de força os valores da gravidade real. A direção do vetor gravidade em um ponto determina a vertical do ponto, elemento este mais fundamental de orientação relativamente ao corpo planetário. O campo de gravidade normal, descrito de forma apenas teórica, determina a linha normal (η), determinada pela direção do vetor gravidade normal ou teórica no ponto. O entendimento das diferentes linhas de força e campos da gravidade é essencial para a compreensão das altitudes, pois são estes os conceitos definidores das mesmas.

Na Figura 2 é mostrado o nivelamento geométrico entre dois pontos A e B , os quais são considerados suficientemente distantes, necessitando de diversas seções de nivelamento para conectá-los. A cada seção nivelada, os pontos de ré e vante estarão em diferentes superfícies equipotenciais. Assim, a soma de todos os desníveis (δn) fornecerá a diferença geométrica de altitude entre os pontos A e B , a qual não será igual à diferença de altitude ortométrica (δH) (distância contada sobre a vertical entre as superfícies física e do geóide) nos mesmos pontos. Isso ocorre, pois o espaçamento entre as superfícies equipotenciais não são constantes, gerando diferentes desníveis ($\delta n_i \neq \delta H_i$) entre as mesmas superfícies equipotenciais.

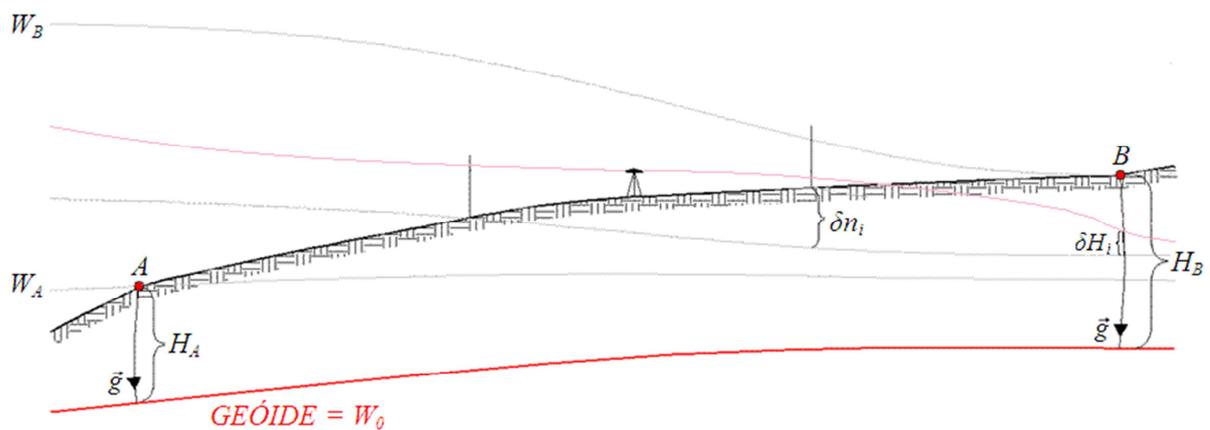


Figura 2 - A soma dos desníveis parciais (δn_i) entre os pontos A e B não será igual à soma das parcelas (δH_i) entre as mesmas superfícies equipotenciais sobre a vertical do ponto B , devido ao não paralelismo das superfícies equipotenciais.

A distinção das altitudes nivelada e ortométrica pode ser compreendida quando estas são relacionadas ao potencial da gravidade W . A equação (1) mostra que a gravidade (g) é o gradiente vertical negativo do W em uma porção infinitesimal de H (Heiskanen e Moritz, 1967).

$$g = -\frac{\partial W}{\partial H} \quad (1)$$

Pode-se explicitar g como a grandeza física que relaciona o potencial e a altitude ortométrica, tratando a gravidade como o resultado de uma mudança de potencial em uma separação finita e isolando na mesma equação o potencial W (equação 2).

$$-\delta W = g \delta H \quad (2)$$

Assim, partindo-se do pressuposto que δn_i e δH_i possuem diferentes magnitudes, porém estão entre as mesmas superfícies equipotenciais, e que desta forma possuem iguais diferenças de potencial, chega-se a $-\delta W = g \delta n_i = \bar{g} \delta H_{B,i}$, onde g é o valor da gravidade observada sobre a estação de nivelamento na seção nivelada e \bar{g} a média da gravidade, medida na vertical da estação B (Meyer *et al.*, 2006), mostrando que a gravidade deve ser diferente nestes dois pontos. Dessa maneira, relacionam-se no contexto apresentado, as altitudes niveladas e ortométricas a partir de:

$$\delta H_{B,i} = \frac{g}{\bar{g}} \delta n_i \neq \delta n_i \quad (3)$$

onde as mesmas altitudes diferem apenas por um fator multiplicativo resultante da razão entre os valores da gravidade obtidos na superfície física onde determinou-se o desnível, e sua correspondente na mesma equipotencial sobre a vertical do ponto no qual deseja-se determinar a altitude ortométrica.

Os sistemas altimétricos requerem o estabelecimento de uma definição unívoca e com significado físico. Nesse âmbito os sistemas de altitudes físicas devem ser baseados em números geopotenciais (C). Este valor físico é calculado pela diferença de potencial entre a superfície de referência da Terra real, o Geoide (W_0), e de um ponto de interesse W_p , sendo definido como uma “medida natural de altitude”, mesmo que este não apresente dimensões de comprimento. Conforme descrito por Heiskanen e Moritz (1967), o número geopotencial é dado por:

$$C = W_O - W_P = \int_0^P g dn = \sum_{i=0}^P g_i \delta n_i \quad (4)$$

No entanto, o uso dos números geopotenciais como definição de altitudes é pouco intuitivo, devido ao difícil entendimento prático do potencial e, portanto, da unidade a qual esta grandeza é medida (distância ao quadrado dividida pelo tempo ao quadrado). A transformação de números geopotenciais para medidas de altitudes requer a divisão deste por um valor específico da gravidade, o qual definirá os diferentes tipos de altitudes físicas. Assim, todos os sistemas de altitudes natural/físico são baseados neste princípio (Featherstone *et al.*, 2006). A busca de uma solução unívoca para a altitude de um ponto P pode ser definida por meio de uma altitude física, também conhecida como altitude científica (H^C), onde G é o valor particular de gravidade considerado.

$$H^C = \frac{C}{G} \quad (5)$$

A partir da abordagem já exposta, onde se estabeleceu a importância das definições de gravidade e de potencial da gravidade como os principais elementos caracterizadores das altitudes, serão apresentados neste contexto, os tipos altitudes físicas mais empregados na definição de sistemas altimétricos.

2.1 ALTITUDE DINÂMICA

O sistema de altitudes dinâmicas (H^D) é estreitamente relacionado com o sistema de números geopotenciais. Como esta altitude é dada pela simples divisão de C por um valor constante de gravidade normal (γ_0), o qual é calculado sobre o campo normal (esferopotencial), para alguma latitude arbitrária, iguais valores desta altitude materializam superfícies equipotenciais, preservando assim, as mesmas características nos dois sistemas

com exceção da grandeza física medida. Conforme Heiskanen e Moritz (1967), a altitude dinâmica é calculada a partir de:

$$H^D = \frac{c}{\gamma_0} \quad (6)$$

O uso prático da altitude dinâmica não é recomendado pelo fato desta carecer de qualquer significado geométrico, sendo uma quantidade puramente física (Jekeli, 2000). Isso pode ser entendido pelo fato dos valores de altitudes neste sistema variarem com relação à gravidade de referência γ_0 arbitrada, sujeitando um mesmo ponto a ter diferentes altitudes dinâmicas, dependendo do valor de γ_0 utilizado.

A determinação das altitudes dinâmicas em uma linha de nivelamento é realizada através da aplicação da correção dinâmica (CD), apresentada na equação (7), conforme Heiskanen e Moritz (1967). Esta corrige os desníveis brutos para altitudes dinâmicas em uma seção nivelada entre os pontos A e B , apresentados na Figura 2, onde g_i é o valor médio da gravidade entre as estações de nivelamento na seção nivelada, δn_i é o desnível bruto medido em cada seção, e γ_0 é o valor constante da gravidade normal para alguma latitude arbitrária.

$$CD_{AB} = \sum_{i=A}^B \frac{g_i - \gamma_0}{\gamma_0} \delta n_i \quad (7)$$

A correção dinâmica aplicada aos desníveis brutos pode ter valores elevados se a escolha de γ_0 aplicada não for representativa na região onde se realizou a operação de nivelamento (Torge, 2001). Recomenda-se então para aplicações locais o uso da latitude média da região para o cálculo de γ_0 . Para áreas com dimensões continentais, como o Brasil, a adoção de altitudes dinâmicas se tornaria inviável pela elevada magnitude de correções que deveriam ser aplicadas.

2.2 ALTITUDE ORTOMÉTRICA

A distância contada desde a superfície do geóide até o ponto na superfície física da Terra ao longo da linha de campo é definida como altitude ortométrica (H) do ponto (Freitas e Blitzkow, 1999), conforme apresentado na Figura 3. Esta altitude é definida por (Heiskanen e Moritz, 1967) como:

$$H = \frac{C}{\bar{g}} \quad (8)$$

Nota-se que a equação obtida em (3) apresenta o mesmo resultado que (8), considerando que em (3) C_B pode ser calculado pelo somatório do produto entre gravidade e desníveis observados em uma linha de nivelamento conectando um ponto sobre W_O até o ponto B conforme a equação (4). Dada à impossibilidade de se obter \bar{g} no interior da crosta terrestre, a altitude ortométrica tem um caráter puramente teórico, não podendo ser obtida a menos de hipóteses simplificativas sobre a densidade e distribuição do material que compõe a litosfera (Tenzer *et al.*, 2005). Existem diversos métodos de redução gravimétrica, os quais variam segundo o tratamento dado as massas topográficas externas ao geóide (Hwang e Hsiao, 2003; Tenzer *et al.*, 2005) determinando os distintos tipos com aproximação à ortométrica.

A correta redução do valor da gravidade até o geóide, e por consequência na determinação de \bar{g} , requer o conhecimento do gradiente vertical da gravidade ($\partial g/\partial H$), dado pela equação de Bruns (9) (Bruns, 1878 *apud* Heiskanen e Moritz, 1967):

$$\frac{\partial g}{\partial H} = -2gJ + 4\pi G\rho - 2\omega^2 \quad (9)$$

onde G é a constante gravitacional universal, e ω é a velocidade angular da Terra.

Porém a determinação deste gradiente requer o conhecimento da curvatura média das superfícies equipotenciais (J) e da densidade das massas topográficas externas ao geoide (ρ). Esta situação é contornada com a aplicação do gradiente normal da gravidade ($\partial\gamma/\partial h$), onde na equação (9) substitui-se o campo da Terra real pelo campo normal, na correspondente altitude elipsoidal (h) do ponto no qual se deseja realizar a redução gravimétrica. Se $\rho=0$, então assume-se não existir massas externas ao elipsoide de referência, levando a concepção do gradiente normal ar-livre (equação 10), conforme Heiskanen e Moritz (1967).

$$\frac{\partial\gamma}{\partial h} = -2\gamma J - 2\omega^2 \quad (10)$$

Numericamente, se negligenciado a variação de ($\partial\gamma/\partial h$) com a latitude, e J for aproximado ao valor médio de curvatura das superfícies do esferopotencial, então, o valor da redução ar-livre (F), para H em metros, é dado por Heiskanen e Moritz (1967) pela equação:

$$F \cong -\frac{\partial\gamma}{\partial h} H \cong 0,3086 H_{[mgal]} \quad (11)$$

Uma aproximação um pouco mais realista da redução de g até a sua projeção no geoide pode ser obtida a partir da contribuição do Platô de Bouguer, sendo o objetivo deste modelo, remover completamente o efeito das massas topográficas sobre o geoide (Hofmann-Wellenhof e Moritz, 2005). Assumindo a área próxima a uma estação P onde se deseja reduzir g , como plana, horizontal e com densidade de massas homogênea, pode-se tratar a atração (A_B) dessa massa sobre P como a atração de um cilindro de raio infinito e de altitude H conforme apresentado em Heiskanen e Moritz (1967):

$$A_B = 2\pi G\rho H \quad (12)$$

Se o valor de densidade padrão for utilizado ($\rho=2,67 \text{ g cm}^{-3}$), e H for expresso em metros, a equação (12) torna-se:

$$A_B = 0,1119 H_{[mgal]} \quad (13)$$

A forma mais simples de aproximação da altitude ortométrica utiliza a redução gravimétrica simplificada de Poincaré-Prey, sendo esta conhecida como altitude ortométrica de Helmert (Filmer *et al.*, 2010). A redução de Poincaré-Prey realiza uma série de simplificações com respeito às massas externas ao geoide, como a simplificação do efeito do terreno e negligência das variações de densidade nas massas topográficas (Tenzer *et al.*, 2005). A aproximação de \bar{g} nesta redução é dada pelas contribuições do gradiente normal ar-livre e do Platô de Bouguer, único efeito topográfico considerado. A redução é apresentada por Heiskanen e Moritz (1967) como:

$$\bar{g}^H = g_P + \frac{1}{2}F(H_P) - A_B(H_P) = g_P + 0,0424(H_P) \quad (14)$$

onde g_P (em Gal) é o valor da gravidade observada no ponto P sobre a superfície terrestre, e H_P (km) é a altitude ortométrica de P (Figura 3).

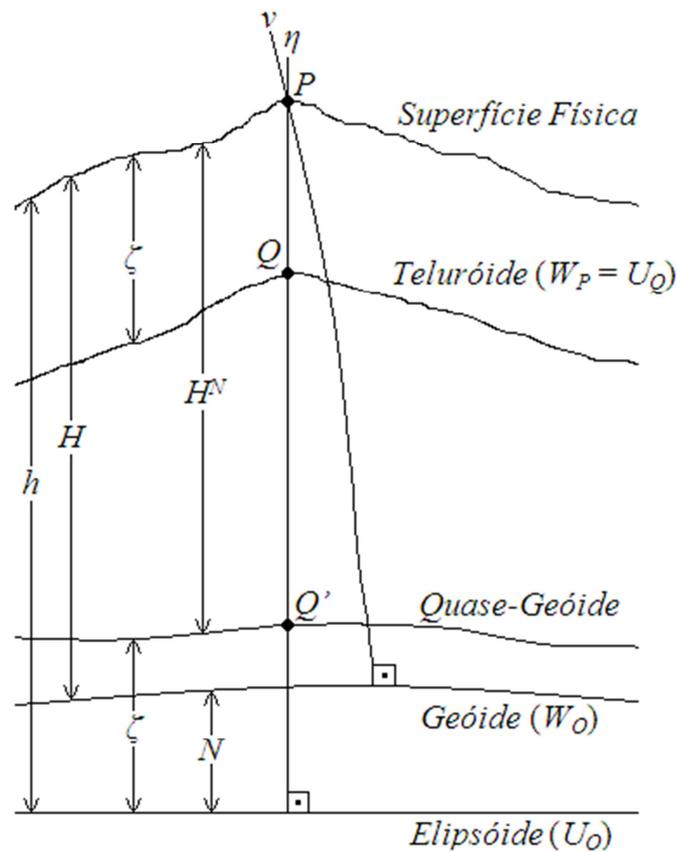


Figura 3 - Medidas relacionadas às superfícies altimétricas de referência.

Na determinação da altitude ortométrica (equação 8) fica clara a importância do cálculo da quantificação da gravidade média ao longo da vertical. Dessa forma, métodos mais refinados foram desenvolvidos para uma melhor aproximação de \bar{g} .

Os erros devidos à negligência da variação de densidade nas massas topográficas (ρ) são envolvidos no cálculo de \bar{g} como pode ser visto na equação (9). A informação de densidade pode ser inserida na determinação do efeito topográfico do Platô de Bouguer refinando o cálculo de \bar{g} e conseqüentemente aproximando a altitude ortométrica à realidade física da região trabalhada.

Outra técnica que pode ser aplicada de maneira a determinar \bar{g} de forma mais realista é a que calcula a altitude ortométrica de Mader, a qual é baseada no cálculo de \bar{g} a partir de (Mader, 1954 *apud* Dennis e Featherstone, 2003):

$$\bar{g}^M = g + \frac{1}{2}F(H_P) - 2\pi G\rho H_P + \frac{1}{2}(\delta g^T - \delta g_o^T) \quad (15)$$

onde δg^T e δg_o^T são as correções do terreno aplicadas à superfície topográfica e ao geóide, respectivamente.

O modelo que melhor representa as variações de \bar{g} sobre a vertical é o implementado dentro das altitudes ortométricas de Niethammer. A redução de \bar{g} é apresentada por (Niethammer 1932 *apud* Dennis e Featherstone, 2003) como:

$$\bar{g}^N = g + \frac{1}{2}F(H_P) - 2\pi G\rho H_P + \delta g^T + \bar{\delta} g^T \quad (16)$$

sendo $\bar{\delta} g^T$ o valor médio do efeito do terreno sobre a gravidade, entre H_P e o geóide, contada sobre a vertical de P .

As técnicas desenvolvidas por Mader e Niethammer são refinamentos para melhor aproximação da altitude ortométrica de Helmert por incluírem as variações de efeito local na rugosidade relativa do terreno, desconsiderada pelo Platô de Bouguer. Porém enquanto a correção de Mader considera apenas a média simples do efeito do terreno no geóide e na superfície terrestre, a correção de Niethammer calcula a média integral de \bar{g} a partir de pontos discretos ao longo da vertical (Santos *et al.*, 2006).

Altitudes ortométricas podem também ser calculadas a partir das correções ortométricas (CO) aplicadas aos desníveis mensurados, conforme Heiskanen e Moritz (1967):

$$CO_{AB} = \sum_{i=A}^B \frac{g_i - \gamma_0}{\gamma_0} \delta n_i + \frac{\bar{g}_A - \gamma_0}{\gamma_0} H_A - \frac{\bar{g}_B - \gamma_0}{\gamma_0} H_B \quad (17)$$

onde as reduções de \bar{g} , dadas nas equações (14, 15 e 16) devem ser aplicadas anteriormente para determinar o valor médio da gravidade nos pontos A (\bar{g}_A) e B (\bar{g}_B), os quais possuem respectivamente altitudes ortométricas H_A e H_B , definindo, dessa forma, os diferentes tipos de altitudes ortométricas. O primeiro termo da equação (17) a direita da igualdade representa a correção dinâmica, enquanto os termos adicionais são acrescentados para a correção ortométrica. Dessa forma, o valor de γ_o não mais influenciará no valor das correções obtidas, apesar de estar presente em (17).

2.3 ALTITUDE NORMAL

Com a intenção de contornar o problema da determinação da gravidade real média ao longo da vertical (\bar{g}), em 1945 Molodensky (Molodensky *et al.*, 1962) propôs a concepção do sistema de altitudes normal. Este consiste na substituição de \bar{g} pelo valor médio da gravidade normal medida sobre a linha normal entre o teluróide e o elipsoide de referência ($\bar{\gamma}$), conforme representado na Figura 3, na forma (Heiskanen e Moritz 1967):

$$H^N = \frac{C}{\bar{\gamma}} \quad (18)$$

A superfície conhecida como teluróide pode ser mais bem entendida se imaginarmos um ponto P localizado na superfície terrestre, o qual possui certo potencial W_P e também certo potencial normal U_P , sendo em geral ($W_P \neq U_P$). Existirá um ponto Q , ao longo da normal, onde ($W_P = U_Q$), assim esta superfície será definida pelos pontos onde o potencial normal U no ponto Q é igual ao potencial W no ponto P (Hofmann-Wellenhof e Moritz, 2005), indicando que o teluróide não representa uma superfície equipotencial, pois normalmente pontos na superfície física possuem diferentes W_P .

A distância contada entre os pontos P e Q representa a anomalia de altitude ζ . Esta mesma distância contada a partir do elipsoide de referência, materializa o quase-geoide, sendo esta superfície igualmente não definidora de uma equipotencial. Dessa forma, a altitude normal (H^N) do ponto P , pode ser definida como a distância entre o quase-geoide e a superfície física, contada sobre a linha normal passante pelo ponto P , conforme apresentado na Figura 3.

A correção aplicada aos desníveis brutos para a correção normal (CN), dada na equação (19) por Heiskanen e Moritz (1967), é similar à apresentada em (17), onde se realiza a correção ortométrica. Para o cálculo de (19) é necessário o conhecimento prévio das altitudes normal nas estações inicial H_A^N e final H_B^N da seção nivelada. Assim como para a altitude ortométrica, a correção normal independe do valor de γ_0 escolhido como referência.

$$CN_{AB} = \sum_{i=A}^B \frac{g_i - \gamma_0}{\gamma_0} \delta n_i + \frac{\bar{\gamma}_A - \gamma_0}{\gamma_0} H_A^N - \frac{\bar{\gamma}_B - \gamma_0}{\gamma_0} H_B^N \quad (19)$$

Ainda para os pontos inicial (A) e final (B) deve-se determinar o valor médio da gravidade normal $\bar{\gamma}$ entre a estação observada e seu correspondente no quase-geoide ao longo da linha normal (equivalente a média de γ realizada sobre a linha normal entre o teluróide e o elipsoide de referência). Para tanto, calcula-se primeiramente o valor da gravidade normal γ correspondente aos pontos A e B com a expressão dada por Moritz (1980).

$$\gamma = \gamma_e \frac{1 + k \sin^2 \varphi}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi}} \quad (20)$$

O valor de γ é dependente de parâmetros do elipsoide de referência e da latitude (φ) do ponto de interesse. Sendo $e^2 = (a^2 - b^2)/a^2$ a primeira excentricidade do elipsoide, definido por seus semi-eixos a e b ; e k dado por $(k = (b \gamma_P / a \gamma_e) - 1)$, onde γ_e e γ_P são a gravidade normal no equador e nos polos respectivamente, para o elipsoide de referência.

A fórmula para calcular $\bar{\gamma}$ deriva da correção de segunda ordem ar-livre da gravidade (Heiskanen e Moritz, 1967):

$$\bar{\gamma} = \gamma \left[1 - (1 + \alpha + m - 2\alpha \sin^2 \varphi) \frac{H^N}{a} + \frac{(H^N)^2}{a^2} \right] \quad (21)$$

na qual $m \cong (a\omega^2)/\gamma_e$ representa a relação entre a força centrífuga no equador e a gravidade normal equatorial; e $\alpha = (a - b)/a$ é o achatamento do elipsoide de referência.

A determinação de $\bar{\gamma}$ dispensa qualquer hipótese sobre distribuição de densidade de massas ou correções no terreno, tornando o sistema de altitudes normal, uma alternativa à utilização da altitude ortométrica. Porém faz-se a ressalva que o quase-geoide, diferentemente do geoide, não materializa uma superfície equipotencial.

2.4 RELAÇÃO DAS ALTITUDES ORTOMÉTRICA E NORMAL

Conforme Heiskanen e Moritz (1967) a separação entre geoide e quase-geoide e conseqüentemente a diferença entre as altitudes ortométrica e normal é dada na equação (22), onde (N) é a altitude geoidal, sendo esta contada pela reta perpendicular ao elipsoide, deste ponto até o geoide, conforme mostrado na Figura 3.

$$H - H^N = \zeta - N = \frac{\bar{\gamma} - \bar{g}}{\bar{\gamma}} H \quad (22)$$

Nesta mesma figura pode se extrair a relação entre as altitudes normal e ortométrica com respeito à altitude elipsoidal (h), sendo esta uma altitude de característica puramente geométrica contada do elipsoide até a superfície física sobre a reta perpendicular ao elipsoide

de referência. Dessa forma o sinal de aproximado nas equações (23) e (24) se dá ao fato que as diferentes altitudes são medidas em diferentes linhas.

$$H \approx h - N \quad (23)$$

$$H^N \approx h - \zeta \quad (24)$$

A partir da equação (22) nota-se que o conhecimento da separação entre as superfícies de referência da altitude ortométrica e normal é dependente do tratamento de \bar{g} , sendo o mesmo problema encontrado na determinação da altitude ortométrica rigorosa. A precisão alcançada na investigação do comportamento de g ao longo da vertical até o geoide é dependente das condições de topografia e complexidade geológica da região analisada. Assim uma área plana, baixa e com densidade de massas homogêneas alcançará uma precisão em \bar{g} maior que em regiões acidentadas, altas e geologicamente complexas (Flury e Rummel, 2009a), tornando importante a adoção de modelos fisicamente compatíveis com as características da área de interesse.

Se a altitude ortométrica de Helmert for analisada em um contexto de separação geoide e quase-geoide o termo $(\bar{\gamma} - \bar{g})$ pode ser aproximado pelo valor negativo da anomalia de gravidade Bouguer (Δg_B) dado em Heiskanen e Moritz (1967):

$$\bar{\gamma} - \bar{g} = -\Delta g_B = -(g_B - \gamma) \quad (25)$$

onde g_B é a gravidade real reduzida ao geoide (W_O) pela redução Bouguer completa, e γ é a gravidade normal sobre o elipsoide de referência (U_O).

A determinação da gravidade sobre o geoide por redução Bouguer aplica a combinação do processo de remoção do Platô de Bouguer com a redução ar-livre (F).

$$g_B = g - A_B + F = g + 0,1967 H \quad (26)$$

Se o valor de $\bar{\gamma}$ no denominador da equação (22) for considerado um valor constante (~ 981 Gal) então se obtêm (27):

$$(\zeta - N) = -\Delta g_{B[mgal]} H_{[m]} \quad (27)$$

As anomalias Bouguer são geralmente negativas sobre os continentes, sendo então, a diferença $(\zeta - N)$ positiva nestas áreas (Heiskanen e Moritz,1967). Regionalmente o valor das anomalias Bouguer dependerá da altitude média da região, decrescendo aproximadamente 0,1 Gal a cada 1000 m de elevação média no terreno (Heiskanen e Moritz,1967), porém localmente (dimensões de até dezenas de quilômetros) este valor tende a se manter constante quando utilizado um valor de ρ único para a região, levando a separação $(\zeta - N)$ ser diretamente proporcional a altitude.

As correções obtidas para as altitudes ortométrica (CO) e normal (CN) são somadas aos desníveis brutos (δn) de forma que este apresente as características específicas de cada uma das altitudes citadas. Em uma linha nivelada conectando dois pontos A e B a diferença de altitude ortométrica e normal entre estas estações é dada pela subtração dos valores de CO e CN nas expressões (28) e (29) respectivamente.

$$\delta H_{AB} = \delta n_{AB} + CO_{AB} \quad (28)$$

$$\delta H_{AB}^N = \delta n_{AB} + CN_{AB} \quad (29)$$

Dessa forma se CO for maior que CN em uma linha nivelada, constata-se que o valor da altitude geoidal (N) será menor que a anomalia de altitude (ζ). Isso pode ser mais bem compreendido na Figura 4. Pode-se então esperar em áreas sobre os continentes, correções ortométricas com valores maiores que correções normais para os desníveis brutos.

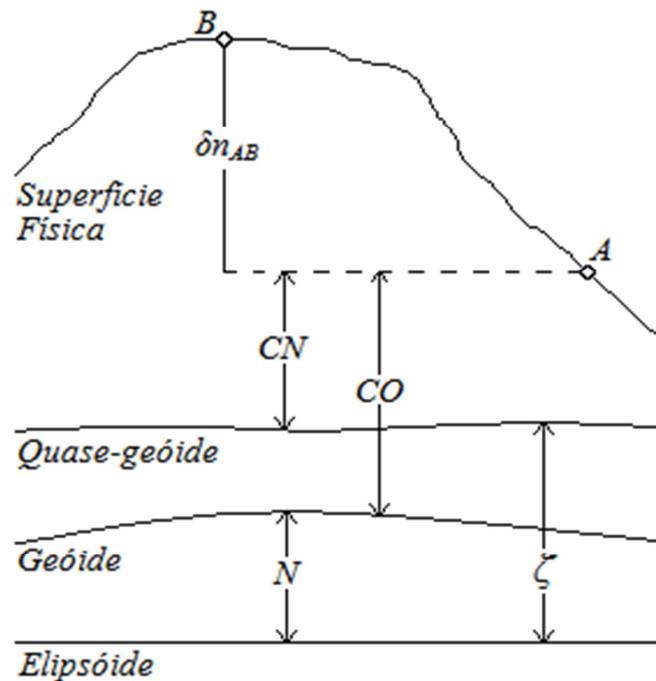


Figura 4 - Relação da anomalia de altitude e altitude geoidal com as altitudes normal e ortométrica.

Conforme Sjöberg (2006), em regiões de grande elevação e terreno acidentado, os efeitos de correção topográfica e de variação lateral de densidades das massas podem ter magnitudes da mesma ordem que o termo relacionado à anomalia Bouguer na modelagem da separação geóide e quase-geóide. Assim, a relação obtida a partir da anomalia Bouguer, nesta separação, pode apresentar inconsistências na representação da realidade física em regiões montanhosas. Estudos como Marti (2005) e Flury e Rummel (2009a) mostram que a separação das superfícies é reduzida se a contribuição das massas topográficas for considerada.

2.5 GRAVIDADE BASEADA EM MODELOS GEOPOTENCIAIS

A gravidade é definida como a magnitude do gradiente do potencial (incluindo o potencial centrífugo) em um determinado ponto (Vaníček e Krakiwski, 1986 e Gemael, 2001),

sendo o conhecimento dessa força por unidade de massa, objeto de extensa investigação. Desde o início da era espacial, as investigações e modelagem do campo gravitacional da Terra têm sido conduzidas com sucesso por meio de observações das perturbações nas órbitas dos satélites em baixa altitude. Estas perturbações são induzidas pelo efeito gravitacional de heterogeneidades de massas relativamente a uma distribuição esférica homogênea, gerando informações das anomalias associadas às feições de longos e médios comprimentos de onda deste campo. Estas informações associadas ao potencial centrífugo possibilitam o estabelecimento de modelos do geopotencial (Kaula, 1966 *apud* Melo e Freitas, 2012).

Os modelos do geopotencial são estabelecidos a partir de um conjunto de coeficientes do desenvolvimento do potencial gravitacional em série de funções harmônicas esféricas, e sendo determinados através da integração de dados obtidos por uma grande variedade de instrumentos e técnicas sobre observáveis heterogêneas, assim determinando as diferentes resoluções alcançadas pelos modelos dependentes de erros de comissão (ou obtenção dos coeficientes) e de omissão (ou truncamento).

A partir dos modelos do geopotencial podem-se determinar os elementos físicos relacionados ao campo gravitacional. Dessa forma, para a atribuição dos valores da gravidade sobre RRNN pode-se lançar mão de uma abordagem aproximada, baseada na reconstrução da gravidade sobre as mesmas, a partir de modelos do geopotencial.

Uma estratégia para o cálculo do valor de (g) sobre as RRNN é realizada a partir do distúrbio da gravidade (δg), sendo este um escalar definido como a diferença entre a magnitude da gravidade real observada e a gravidade normal no mesmo ponto, conforme apresentado na equação (30) por Heiskanen e Moritz, 1967:

$$\delta g_{RN} = g_{RN} - \gamma_{RN} \quad (30)$$

Então se pode inferir o valor de gravidade real a partir de:

$$g_{RN} = \gamma_{RN} + \delta g_{RN} \quad (31)$$

Para a determinação de (g_{RN}) com base no distúrbio da gravidade é necessário o conhecimento da altitude elipsoidal (h) sobre cada uma das RRNN, porém esse tipo de observação é inexistente para a maior parte das estações niveladas no Brasil. Assim, as altitudes elipsoidais sobre as RRNN podem ser determinadas através de modelos topográficos globais, ou a partir de uma estratégia alternativa, como o uso de uma superfície de referência (geoide ou quase-geoide) associada às altitudes da RAFB (equação 32), podendo fornecer uma melhor aproximação à realidade física do distúrbio da gravidade sobre as RRNN.

$$h^{RN} \approx H^{RN} + \zeta \quad (32)$$

Então com o conhecimento de (h) das RRNN é possível determinar a gravidade normal (γ) sobre os vértices nivelados através da aplicação da correção ar-livre de segunda ordem, conforme apresentado por Filmer *et al.*(2010):

$$\delta g_{F2} = \frac{2\gamma}{a} (1 + \alpha + m - 2\alpha \sin^2 \varphi) h + \frac{3\gamma}{a^2} h^2 \quad (33)$$

Essa correção é dependente de parâmetros do elipsoide de referência e da latitude do ponto, sendo similar a equação 21, já apresentada anteriormente.

A gravidade normal sobre a RN (Referência de Nível) será dada por:

$$\gamma_{RN} = \gamma - \delta g_{F2} \quad (34)$$

Finalmente a aplicação da equação (31) na reconstrução da gravidade real sobre as RN é realizada através de:

$$g_{RN} = \gamma - \delta g_{F2} + \delta g_{RN}(MG) \quad (35)$$

onde o distúrbio da gravidade (δg_{RN}) é obtido a partir do modelo do geopotencial (MG) definido.

3 INVESTIGAÇÃO NUMÉRICA

Neste item, primeiramente, será realizada uma breve descrição da área de estudo e avaliação das observações de desnível altimétrico disponíveis. A seguir será apresentada a metodologia para realização do cálculo da correção dinâmica, correção ortométrica de Helmert aplicando dados de densidade constantes e variáveis, e correção normal. Por último, nesta seção, será abordado o procedimento de determinação da gravidade baseada em modelos do geopotencial, que também será aplicada no cálculo das correções às altitudes físicas.

A realização da altitude ortométrica (H) requer o conhecimento do valor gravidade média sobre a vertical do ponto onde se deseja determinar a altitude. Assim, faz-se importante a adoção de modelos fisicamente compatíveis com as características da área de interesse, para uma correta determinação de \bar{g} e conseqüentemente de H . Com o intuito de estudar as correções aplicadas às altitudes ortométricas, serão testadas diferentes estratégias de aproximações no valor de \bar{g} , determinando a real eficiência dos diferentes tipos de reduções e dados utilizados.

Será aplicado primeiramente o método que determina a altitude ortométrica de Helmert, a qual realiza uma redução constante na determinação de \bar{g} , baseado em aproximações médias de densidade da crosta e negligência do efeito do terreno. Posteriormente se realizará a aplicação do método que implica na determinação de um modelo de densidade, o qual requer a extração do valor de ρ através de mapas geológicos que contenham informações dos materiais que compõem a crosta terrestre, para o refinamento do cálculo da redução gravimétrica, utilizada nas correções ortométricas.

A determinação do valor específico da gravidade G , apresentado na equação (5) para as altitudes dinâmica ($G = \gamma_o$) e normal ($G = \bar{\gamma}$), requer apenas uma modelagem analítica sobre o campo gravitacional teórico, conforme apresentado nas seções 2.1 e 2.3 respectivamente. A partir da determinação dos valores específicos de G para cada tipo de altitude física, em cada RN que compõe a linha nivelada na área de estudo, se estabelecerá as altitudes dinâmica e normal.

A investigação do cálculo das correções aplicadas às altitudes físicas também será efetuada a partir da reconstrução da gravidade sobre as RRNN baseada em modelos do geopotencial, verificando a potencialidade do uso deste tipo de dado na realização de uma rede vertical vinculada ao conceito físico do potencial da gravidade.

3.1 ÁREA DE ESTUDO

A região adotada para a realização do cálculo das altitudes físicas foi definida por apresentar o relevo com características que propiciam uma avaliação potencializada das correções aplicadas, à medida que a área possui um perfil com alta variabilidade topográfica e grande diferença de altitude.

Outro fator relevante na definição da área é a presença de cobertura gravimétrica junto à rede altimétrica, essencial para a realização dos experimentos. Dessa forma utilizaram-se os seguintes dados: desníveis observados corrigidos de erros sistemáticos, que compõem linhas niveladas pertencentes à RAFB, à qual compõe o Sistema Geodésico Brasileiro (SGB), obtidas junto ao Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE); e valores da gravidade sobre os desníveis observados, cedidos pelo Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas (IAG). A Figura 5 apresenta a área estudada em um contexto geral, mostrando

que a mesma se encontra entre as regiões do Vale dos Sinos e Serra Geral, no Nordeste do Estado do Rio Grande do Sul.

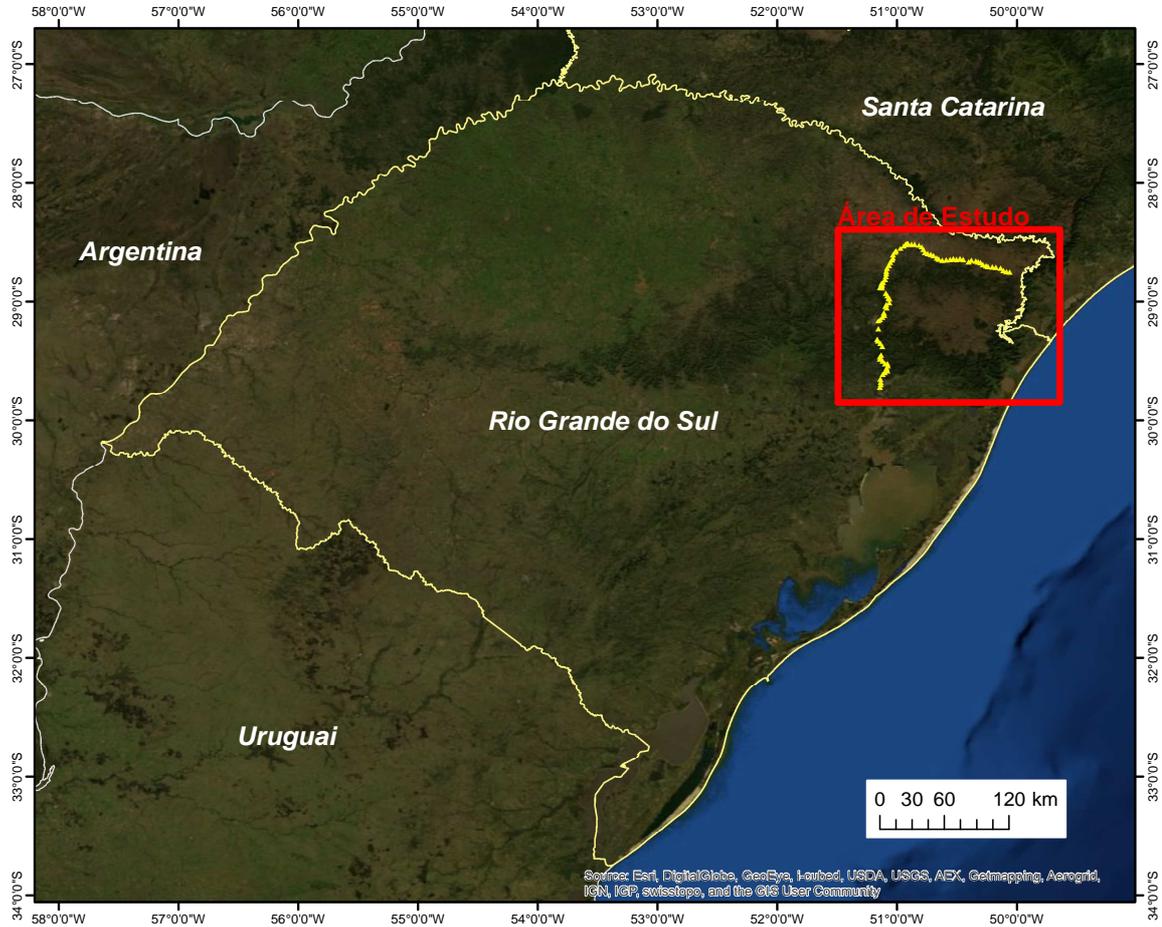


Figura 5 - Localização da área de estudo, apresentado a linha nivelada em amarelo.

O experimento foi realizado em uma linha de nivelamento desenvolvida ao longo das BR-116 e BR-285 desde o município de Novo Hamburgo até o município de São José dos Ausentes (Figura 6). O trajeto nivelado possui 1.179,73 m de desnível, compreendido entre as RRNN 1776L e 1766U em uma extensão de aproximadamente 308 km. Esta linha é composta por 88 RRNN.

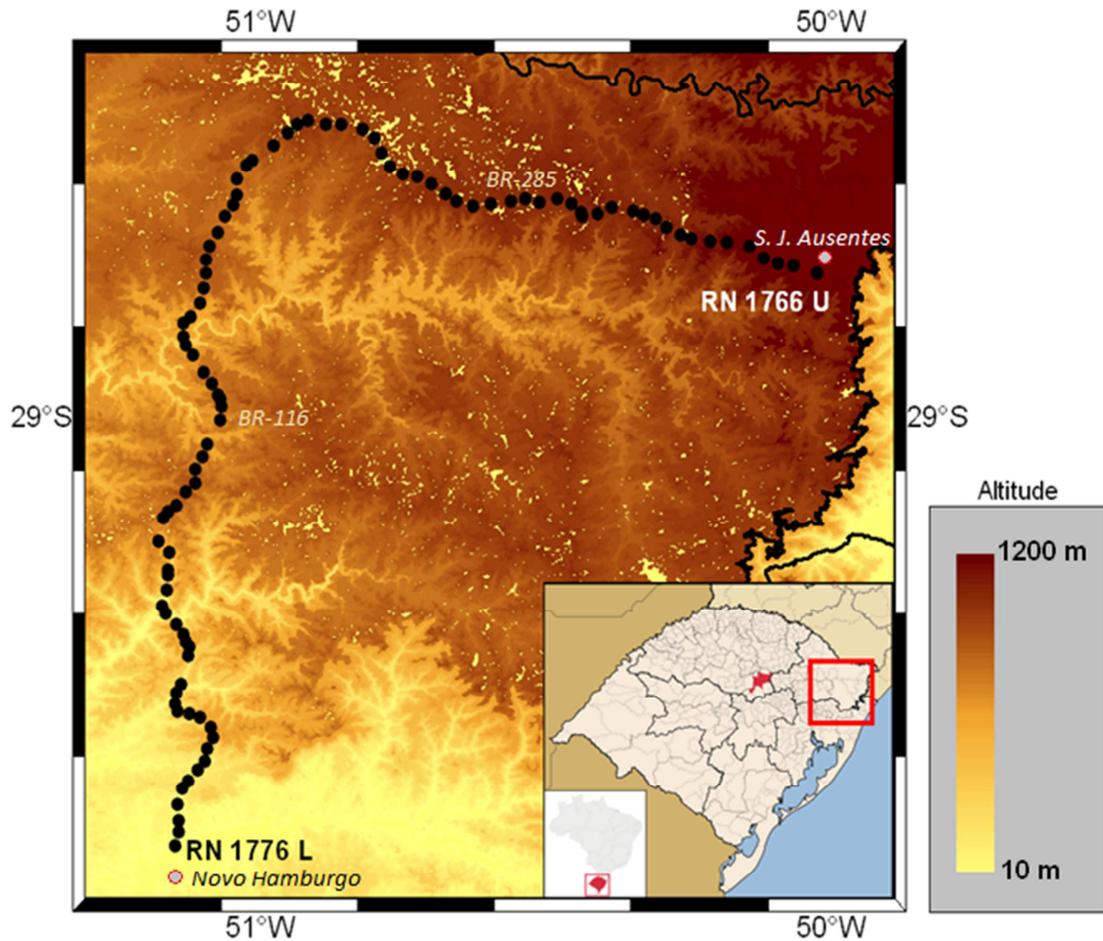


Figura 6 - Localização geográfica das RRNN na área de estudo.

3.2 AVALIAÇÃO DAS OBSERVAÇÕES DE DESNÍVEL

O desnível calculado a partir dos dados de nivelamento observados (brutos) difere em 13,62 cm do desnível obtido a partir dos memoriais descritivos das RRNN, que compõem a rede de nivelamento ajustada e corrigida de termo aplicado aos desníveis observados (equação 36), o qual atenua o erro causado pelo não paralelismo das superfícies equipotenciais, manifestado pela falta de dados gravimétricos disponíveis.

$$C_o = -\frac{H_m (C_1 \text{sen} 2\varphi_m + 2C_2 \text{sen} 4\varphi_m) \Delta\varphi}{(1 + C_1 \text{sen}^2 \varphi_m + C_2 \text{sen}^2 2\varphi_m)} \quad (36)$$

Na equação (36) H_m é a altitude média da seção de nivelamento considerada; φ_m a latitude média da seção; $\Delta\varphi$ representa a diferença de latitudes entre os extremos da seção; e C_1 e C_2 são os coeficientes do campo de gravidade normal, respectivamente com valores de 0,0053023655 e -0,0000059 (Pina *et al.* 2006). Esta aproximação considera o potencial da Terra normal, que como já visto, varia apenas com a latitude.

A correção apresentada na equação (36) vincula as altitudes da RAFB a um tipo de referência conhecida como normal-ortométrica. Este tipo de altitude substitui completamente o uso do potencial da Terra real (W), pelo uso do esferopotencial (U). Dessa forma, os números do geopotencial (C) são substituídos pelos números do potencial normal (CN) (Filmer *et al.* 2010). Existem inúmeros tipos de correções normal-ortométrica, podendo-se citar Bomford (1980) além de Amos e Featherstone (2009). Neste trabalho a correção normal-ortométrica será denotada como (CNO).

Pode-se verificar a influência do ajustamento simultâneo da RAFB (IBGE, 2011) sobre as altitudes das RRNN se comparados os desníveis obtidos a partir dos memoriais descritivos, nos quais foram aplicados CNO e ajustados, com os desníveis observados e corrigidos para a altitude normal-ortométrica. Esta análise é apresentada na Figura 7, que mostra a discrepância entre os desníveis determinados pelos dois métodos (memorial descritivo e CNO sobre dados observados) para cada seção nivelada na área de estudo, com exceção aos desníveis obtidos entre as RRNN 1767P e 1767L, por se tratarem de observações *outliers*. A soma dos desníveis ajustados difere em 10,48 cm dos desníveis corrigidos para a altitude normal-ortométrica aplicada à RAFB. A discrepância média obtida para cada seção nivelada é de 1,1 mm e o desvio padrão de 3,1 mm.

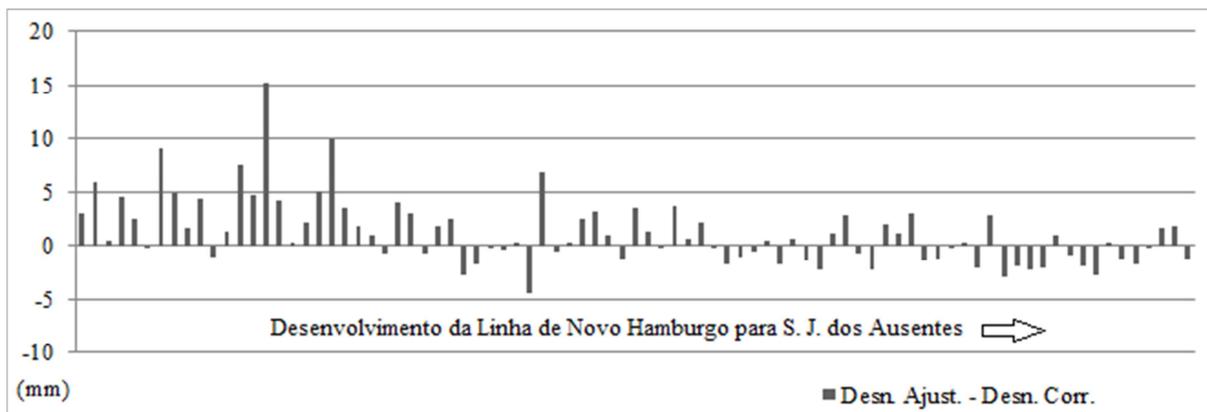


Figura 7 - Diferença dos desníveis obtidos após o ajustamento simultâneo da RAFB e desníveis observados corrigidos do não paralelismo das equipotenciais.

Como já apresentado, os desníveis ajustados diferem respectivamente em 13,62 cm e 10,48 cm dos desníveis observados (brutos), e dos desníveis corrigidos pela equação 36. Assim, percebe-se a grande influência do ajustamento na determinação das altitudes das RRNN, à medida que a aplicação da *CNO* sobre os dados observados reduz a diferença para os desníveis advindos das altitudes ajustadas em apenas 3,14 cm, na comparação com os dados observados. A Tabela 1 apresenta os desníveis brutos e ajustados, bem como a diferença de desnível obtida em cada RRNN.

Tabela 1 - Desníveis entre as RRNN na linha nivelada.

RN		Desnível Observado Bruto (m)	Desnível Ajustado (m)	Diferença (m)
De	Para			
1776L	1776J	15,2712	15,2742	0,0030
1776J	1776G	12,7673	12,7732	0,0059
1776G	1776F	1,2821	1,2827	0,0006
1776F	1776D	99,6686	99,6733	0,0047
1776D	1776C	11,1852	11,1879	0,0027
1776C	1776B	23,7936	23,7936	0,0000
1776B	1775Z	132,1933	132,2028	0,0095
1775Z	1775X	171,3163	171,3218	0,0055
1775X	1775V	56,64	56,6422	0,0022
1775V	1775U	-89,5468	-89,5425	0,0043
1775U	1775T	-11,5154	-11,5157	-0,0003
1775T	1775R	-150,5995	-150,5978	0,0017
1775R	1775N	-191,6816	-191,6738	0,0078
1775N	1775M	15,2386	15,2434	0,0048
1775M	1775F	391,3778	391,3946	0,0168
1775F	1775D	-298,1419	-298,137	0,0049
1775D	1775C	-121,795	-121,7946	0,0004
1775C	1775B	21,7008	21,7031	0,0023

De	Para	Desnível Observado Bruto (m)	Desnível Ajustado (m)	Diferença (m)
1775B	1774V	368,8712	368,8781	0,0069
1774V	1774S	356,4549	356,4684	0,0135
1774S	1774R	30,9665	30,9707	0,0042
1774R	1774P	9,8702	9,8735	0,0033
1774P	1774N	-108,9144	-108,9124	0,0020
1774N	1774M	-74,3752	-74,3748	0,0004
1774M	1774J	-164,0461	-164,0401	0,0060
1774J	1774H	156,1205	156,1242	0,0037
1774H	1774G	38,1052	38,1051	-0,0001
1774G	1774F	-48,6082	-48,6055	0,0027
1774F	1774D	75,1486	75,153	0,0044
1774D	1774C	-52,4556	-52,458	-0,0024
1774C	1774B	89,9508	89,9502	-0,0006
1774B	1774A	-108,3747	-108,374	0,0007
1774A	1767Z	-264,981	-264,9794	0,0016
1767Z	1767X	-104,0956	-104,0953	0,0003
1767X	1773Z	407,9873	407,9832	-0,0041
1773Z	1767U	-71,5163	-71,5089	0,0074
1767U	1767T	107,0307	107,0308	0,0001
1767T	1767S	9,7323	9,7332	0,0009
1767S	1767R	21,5839	21,5878	0,0039
1767R	1767N	64,5013	64,5075	0,0062
1767N	1767P	-15,2212	-15,2218	-0,0006
1767P	1767M	31,3572	31,7933	0,4361
1767M	1767L	22,035	21,6064	-0,4286
1767L	1767J	-45,5066	-45,502	0,0046
1767J	1767H	-104,6391	-104,634	0,0051
1767H	1767G	93,3451	93,3476	0,0025
1767G	1767F	-12,5242	-12,5232	0,0010
1767F	1767E	34,2814	34,2868	0,0054
1767E	1767D	15,393	15,3951	0,0021
1767D	1767C	34,8254	34,8282	0,0028
1767C	1767B	15,5696	15,5711	0,0015
1767B	1767A	11,6277	11,6274	-0,0003
1767A	1764G	46,6909	46,6909	0,0000
1764G	1764J	2,716	2,716	0,0000
1764J	1765B	2,7778	2,7782	0,0004
1765B	1765C	0,1502	0,148	-0,0022
1765C	1765D	-12,7024	-12,7017	0,0007
1765D	1765E	7,8526	7,8504	-0,0022
1765E	1765F	5,3498	5,3465	-0,0033
1765F	1765G	-1,8228	-1,8235	-0,0007
1765G	1765H	2,7092	2,7102	0,0010
1765H	1765J	-9,6871	-9,6888	-0,0017
1765J	1765L	-15,1767	-15,1793	-0,0026
1765L	1765M	53,5977	53,5987	0,0010
1765M	1765N	19,0015	19,0013	-0,0002
1765N	1765P	-12,6868	-12,6846	0,0022
1765P	1765R	27,5525	27,5503	-0,0022
1765R	1765S	-1,2929	-1,2938	-0,0009
1765S	1765T	-6,089	-6,0891	-0,0001
1765T	1765U	-23,2631	-23,2622	0,0009
1765U	1765V	35,5505	35,5478	-0,0027
1765V	1765X	-25,8657	-25,8624	0,0033
1765X	1765Z	19,7048	19,7012	-0,0036
1765Z	1766D	49,4872	49,4838	-0,0034
1766D	1766E	-16,7261	-16,7274	-0,0013

De	Para	Desnível Observado Bruto (m)	Desnível Ajustado (m)	Diferença (m)
1766E	1766F	-7,9022	-7,9049	-0,0027
1766F	1766G	-10,7295	-10,729	0,0005
1766G	1766H	-14,1514	-14,1529	-0,0015
1766H	1766J	40,9086	40,9055	-0,0031
1766J	1766L	-33,2633	-33,2669	-0,0036
1766L	1766M	31,278	31,2777	-0,0003
1766M	1766N	0,3671	0,3655	-0,0016
1766N	1766P	56,963	56,961	-0,0020
1766P	1766R	39,3904	39,3898	-0,0006
1766R	1766S	24,9482	24,9481	-0,0001
1766S	1766T	-1,9478	-1,9469	0,0009
1766T	1766U	-2,6096	-2,6111	-0,0015
SOMA		1179,7338	1179,87	0,1362

3.3 CÁLCULO DA CORREÇÃO DINÂMICA

Conforme apresentado na equação (7), aplica-se aos desníveis um termo corretivo dependente da média da gravidade observada entre cada par de vértices que compõem um desnível (g_i), e do valor escolhido para a gravidade normal (γ_0). O valor de γ_0 influenciará na magnitude da correção dinâmica, porém isso faz sentido se for entendido que a altitude dinâmica não possui cunho geométrico, tornando importante na aplicação da correção dinâmica, informar o valor da gravidade normal utilizado. Neste trabalho a gravidade normal da latitude de 29° (latitude média da região do experimento), foi utilizada. O cálculo de γ_0 é realizado a partir equação (20), utilizando os parâmetros referenciados ao GRS80 (*Geodetic Reference System 1980*), apresentados em Moritz (1980) e Hofmann-Wellenhof e Moritz, (2005), e exposto na Tabela 2.

Tabela 2 – Parâmetros do GRS80.

Parâmetro	Símbolo	Valor
Semi-eixo maior	a	6378137 m
Constante Gravitacional Geocêntrica	GM	$3986005 (10^8) \text{ m}^3 \text{ s}^{-2}$
Constante Dinâmica de Forma	J_2	$108263 (10^8)$
Velocidade Angular da Terra	ω	$7292115 (10^{-11}) \text{ rad s}^{-1}$
Semi-eixo menor	b	6356752,3141 m
Primeira excentricidade	e^2	0,00669438002290
Achatamento do elipsoide	α	1 : 298,257222101
Potencial normal no Elipsoide	U_0	$62636860,850 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$
Gravidade Normal no Equador	g_e	$9,7803267715 \text{ m s}^{-2}$
Gravidade Normal nos Polos	g_p	$9,8321863685 \text{ m s}^{-2}$

3.4 CÁLCULO DA CORREÇÃO ORTOMÉTRICA DE HELMERT

A correção da altitude ortométrica aplicada aos desníveis depende do conhecimento prévio das altitudes ortométricas nos vértices inicial e final da linha nivelada, sendo possível obter esses valores se for conhecido os números geopotenciais (C) nos mesmos vértices. Como estes valores não são disponibilizados para a região de estudo considerou-se o valor de C para a RN 1776L (início do nivelamento efetuado) como sendo o produto da sua altitude constada no seu memorial do IBGE e de seu valor da gravidade medido em campo. O valor de C para o vértice final (RN 1766U) foi calculado a partir do valor de C do ponto inicial conforme a equação (37).

$$C_{1766U} = \sum_{i=1776L}^{i=1766U} g_i \delta n_i \quad (37)$$

Conhecidos os valores de C para os vértices inicial (A) e final (B) da linha nivelada, calcula-se os valor de H nestes vértices a partir da definição da altitude ortométrica apresentada na equação (8). A determinação de \bar{g} nas estações inicial e final da linha nivelada é realizada através da redução simples de Poincaré-Prey (equação 14), sendo por

consequência, a correção da altitude ortométrica de Helmert (CO) efetuada neste experimento, a partir da aplicação da equação (17) sobre a linha nivelada.

3.4.1 Correção de Helmert Usando Variação de Densidade

O efeito da variação da densidade das massas topográficas foi incluído no cálculo da redução de Poincaré-Prey, e por consequência na correção ortométrica de Helmert. Neste trabalho o cálculo das altitudes ortométricas realizado com a aplicação da variação de densidade será denotada de (H^p), enquanto a gravidade média sobre a vertical obtida deste método de redução será apresentada como \bar{g}^p , evitando a ambiguidade nos experimentos que estão sendo realizados.

Alguns estudos já foram realizados nesse nível, com o intuito de refinar o modelo ortométrico de Helmert, tentando melhorar a aproximação da média da gravidade ao longo da vertical (e.g. Sünkel 1986; Allister e Featherstone, 2001; Hwang e Hsiao, 2003). Dessa forma a abordagem aplicada nesta seção será baseada nestes trabalhos já publicados.

Para a realização desta investigação numérica foram utilizados dados litológicos obtidos em Cartas Geológicas do Brasil ao Milionésimo, publicadas pela CPRM (Companhia de Pesquisa de Recursos Minerais), mais precisamente na Carta Geológica de Porto Alegre. Então a partir das coordenadas planimétricas das RRNN, adquiridas nos memoriais do IBGE (a seção 3.5 abordará uma análise da precisão destas coordenadas), realizou-se a extração da informação litológica referente a cada RN. O mapa apresentado na Figura 8 mostra a variação litologia na região, com suas diferentes formações, bem como a espacialização das RRNN na área de estudo.

Tabela 3 – Cálculo de densidade (g cm^{-3}) da massa topográfica para as RRNN.

RN	Sigla Formação	Composição de Materiais	ρ Mat. 1	ρ Mat. 2	ρ Mat. 3	Média ρ p/ RN
1775B	N4pi	Areia, Argila, Silte	2,20	2,20	2,20	2,20
1775C	NP3pe γ 2Ipl	Granodiorito, Monzogranito	2,72	2,72		2,72

Para os exemplos da Tabela 3 vê-se que pode ser geradas duas derivações na redução de Poincaré-Prey (Equação 14). Aplicando-se o valor preciso de densidade para a RRNN, obtém-se para a RN 1775B:

$$\bar{g}^p = g_p + 0,1543 - 0,0923 = g_p + 0,0620(H_p) \quad (38)$$

e para a RN 1775C tem-se:

$$\bar{g}^p = g_p + 0,1543 - 0,1141 = g_p + 0,0402(H_p) \quad (39)$$

onde percebe-se que (38) e (39) fogem do valor da redução de Poincaré-Prey ($0,0424(H_p)$), referentes a ρ padrão de $2,67 \text{ g cm}^{-3}$. Assim a partir da aplicação da equação 17, se realiza a correção ortométrica de Helmert com variação de densidade (CO^p) utilizando \bar{g}^p .

Os valores da contribuição do Platô de Bouguer, e da própria redução de Poincaré-Prey, calculados a partir da densidade variável obtidas do mapa litológico, e utilizados na determinação refinada da altitude ortométrica, estão apresentados, para todas as RRNN que compõem a linha avaliada, na Tabela 4.

Tabela 4 – Redução de Poincaré-Prey baseado nos dados de densidade variável.

RN	Composição de Materiais	Média ρ p/ RN (g cm^{-3})	Termo referente à contribuição do Platô de Bouguer	Termo referente a Redução Poincaré-Prey
1776L	Argilito, Argilito siltico, Siltito	2,21	0,0927	0,0616
1776J	Arenito fino, Quartzo arenito	2,22	0,0931	0,0612
1776G	Siltito argiloso	2,22	0,0931	0,0612
1776F	Argilito, Folhelho, Siltito	2,37	0,0994	0,0549
1776D	Arenito, Siltito arenoso, Siltito	2,22	0,0931	0,0612
1776C	Arenito, Folhelho, Siltito	2,38	0,0996	0,0547
1776B	Arenito, Folhelho, Ritmito	2,38	0,0996	0,0547
1775Z	Arenito, Folhelho, Ritmito	2,38	0,0996	0,0547

1775X	Granito	2,66	0,1115	0,0428
1775V	Sienogranito	2,60	0,1090	0,0453
1775U	Sienogranito	2,60	0,1090	0,0453
1775T	Sienogranito	2,60	0,1090	0,0453
1775R	Granodiorito, Monzogranito	2,72	0,1141	0,0402
1775N	Areia	2,20	0,0923	0,0620
1775M	Areia, Sedimento elvio-coluvionar	2,20	0,0923	0,0620
1775F	Arenito, Folhelho, Siltito	2,38	0,0996	0,0547
1775D	Sienogranito	2,60	0,1090	0,0453
1775C	Granodiorito, Monzogranito	2,72	0,1141	0,0402
1775B	Areia, Argila, Silte	2,20	0,0923	0,0620
1774V	Areia	2,20	0,0923	0,0620
1774S	Arenito, Folhelho, Ritmito	2,38	0,0996	0,0547
1774R	Sienogranito	2,60	0,1090	0,0453
1774P	Arenito	2,22	0,0931	0,0612
1774N	Sienogranito	2,60	0,1090	0,0453
1774M	Areia, Argila, Silte	2,20	0,0923	0,0620
1774J	Areia, Argila, Silte	2,20	0,0923	0,0620
1774H	Sienogranito	2,60	0,1090	0,0453
1774G	Areia, Argila, Silte	2,20	0,0923	0,0620
1774F	Arenito, Folhelho, Siltito	2,38	0,0996	0,0547
1774D	Arenito, Folhelho, Siltito	2,38	0,0996	0,0547
1774C	Areia	2,20	0,0923	0,0620
1774B	Areia, Argila, Silte	2,20	0,0923	0,0620
1774A	Areia	2,20	0,0923	0,0620
1767Z	Granodiorito, Monzogranito	2,72	0,1141	0,0402
1767X	Granodiorito, Monzogranito	2,72	0,1141	0,0402
1773Z	Granodiorito, Monzogranito	2,72	0,1141	0,0402
1767U	Riodacito, Quartzo latito	2,22	0,0931	0,0612
1767T	Sienogranito	2,60	0,1090	0,0453
1767S	Arenito	2,22	0,0931	0,0612
1767R	Basalto, Latito	2,74	0,1149	0,0394
1767N	Areia	2,20	0,0923	0,0620
1767P	Areia, Argila, Silte	2,20	0,0923	0,0620
1767M	Sienogranito	2,60	0,1090	0,0453
1767L	Areia	2,20	0,0923	0,0620
1767J	Areia, Sedimento elvio-coluvionar	2,20	0,0923	0,0620
1767H	Areia, Argila, Silte	2,20	0,0923	0,0620
1767G	Areia	2,20	0,0923	0,0620
1767F	Areia, Argila, Silte	2,20	0,0923	0,0620
1767E	Granodiorito, Monzogranito	2,72	0,1141	0,0402
1767D	Arenito, Folhelho, Siltito	2,38	0,0996	0,0547
1767C	Areia, Argila, Silte	2,20	0,0923	0,0620
1767B	Arenito, Folhelho, Ritmito	2,38	0,0996	0,0547
1767A	Arenito, Folhelho, Siltito	2,38	0,0996	0,0547
1764H	Arenito	2,22	0,0931	0,0612
1764J	Arenito, Folhelho, Ritmito	2,38	0,0996	0,0547
1765B	Sienogranito	2,60	0,1090	0,0453
1765C	Areia, Sedimento elvio-coluvionar	2,20	0,0923	0,0620
1765D	Arenito, Folhelho, Ritmito	2,38	0,0996	0,0547
1765E	Basalto, Latito	2,74	0,1149	0,0394
1765F	Arenito, Folhelho, Ritmito	2,38	0,0996	0,0547

1765G	Granodiorito, Monzogranito	2,72	0,1141	0,0402
1765H	Siltito argiloso	2,22	0,0931	0,0612
1765J	Areia	2,20	0,0923	0,0620
1765L	Arenito	2,22	0,0931	0,0612
1765M	Areia, Sedimento elvio-coluvionar	2,20	0,0923	0,0620
1765N	Arenito, Folhelho, Siltito	2,38	0,0996	0,0547
1765P	Areia	2,20	0,0923	0,0620
1765R	Areia	2,20	0,0923	0,0620
1765S	Sienogranito	2,60	0,1090	0,0453
1765T	Sienogranito	2,60	0,1090	0,0453
1765U	Areia, Argila, Silte	2,20	0,0923	0,0620
1765V	Areia, Sedimento elvio-coluvionar	2,20	0,0923	0,0620
1765X	Arenito, Folhelho, Ritmito	2,38	0,0996	0,0547
1765Z	Basalto, Latito	2,74	0,1149	0,0394
1766D	Basalto, Latito	2,74	0,1149	0,0394
1766E	Arenito	2,22	0,0931	0,0612
1766F	Arenito, Folhelho, Ritmito	2,38	0,0996	0,0547
1766G	Arenito, Folhelho, Ritmito	2,38	0,0996	0,0547
1766H	Areia	2,20	0,0923	0,0620
1766J	Areia, Argila, Silte	2,20	0,0923	0,0620
1766L	Sienogranito	2,60	0,1090	0,0453
1766M	Areia, Sedimento elvio-coluvionar	2,20	0,0923	0,0620
1766N	Arenito	2,22	0,0931	0,0612
1766P	Arenito	2,22	0,0931	0,0612
1766R	Areia, Argila, Silte	2,20	0,0923	0,0620
1766S	Areia, Argila, Silte	2,20	0,0923	0,0620
1766T	Basalto, Latito	2,74	0,1149	0,0394
1766U	Basalto, Latito	2,74	0,1149	0,0394

3.5 CÁLCULO DA CORREÇÃO NORMAL

De forma similar a correção ortométrica, as altitudes normais dos pontos inicial e final da linha nivelada foram calculadas a partir dos C dos mesmos, utilizando a equação básica da altitude normal (equação 18). A determinação dos valores de γ e posteriormente os valores de $\bar{\gamma}$ para as RRNN, são realizadas respectivamente pelas equações (20) e (21). Os parâmetros relativos ao GRS80 foram empregados para a determinação dos valores da gravidade normal. Dessa forma, a correção normal pode ser aplicada aos desníveis brutos a partir da equação (19).

O cálculo de γ para as RRNN depende da altitude elipsoidal além da latitude das mesmas, assim a precisão planimétrica da rede de nivelamento deve ser considerada. As

coordenadas horizontais das RRNN utilizadas no estudo foram consultadas nos seus memoriais descritivos, sendo estas extraídas de cartas topográficas pertencentes ao mapeamento sistemático nas escalas de 1:50.000 e 1:100.000, possuindo precisão planimétrica de 25 e 50 metros respectivamente. Ainda deve-se considerar que estas cartas estão referenciadas ao sistema de referência SAD-69 (*South American Datum 1969*), sendo a transformação para o sistema GRS80 de aproximadamente 60 metros. Assim, o erro em γ devido a transformação de *data* e incerteza nas coordenadas extraídas das cartas para as RRNN utilizadas (~110 metros) é de aproximadamente 0,1 mGal, o que pode levar a um erro de 1 centímetro na determinação das altitudes normais.

3.6 CÁLCULO DA GRAVIDADE BASEADA EM MODELOS GEOPOTENCIAIS

Outra abordagem aplicada para o cálculo das correções das altitudes físicas sobre a linha nivelada é a que utiliza a gravidade sobre RRNN determinadas a partir de modelos do geopotencial. Essa análise se torna importante à medida que a rede gravimétrica existente é incompatível a RAFB, dessa forma não havendo observações gravimétricas sobre a maior parte das RRNN. Isso pode ser analisado de forma mais consistente se verificada a Figura 9, a qual apresenta, para o Estado do Rio Grande do Sul, a RAFB e a Rede Gravimétrica do IBGE distinguindo as referências preservadas (em bom estado) das destruídas e não encontradas (não utilizado), conforme informações disponibilizadas pelo IBGE. Percebe-se a clara falta de cobertura gravimétrica adequada sobre a rede altimétrica, sendo a distribuição de dados de g tão esparsa em certas regiões que impede uma interpolação razoável da gravidade.

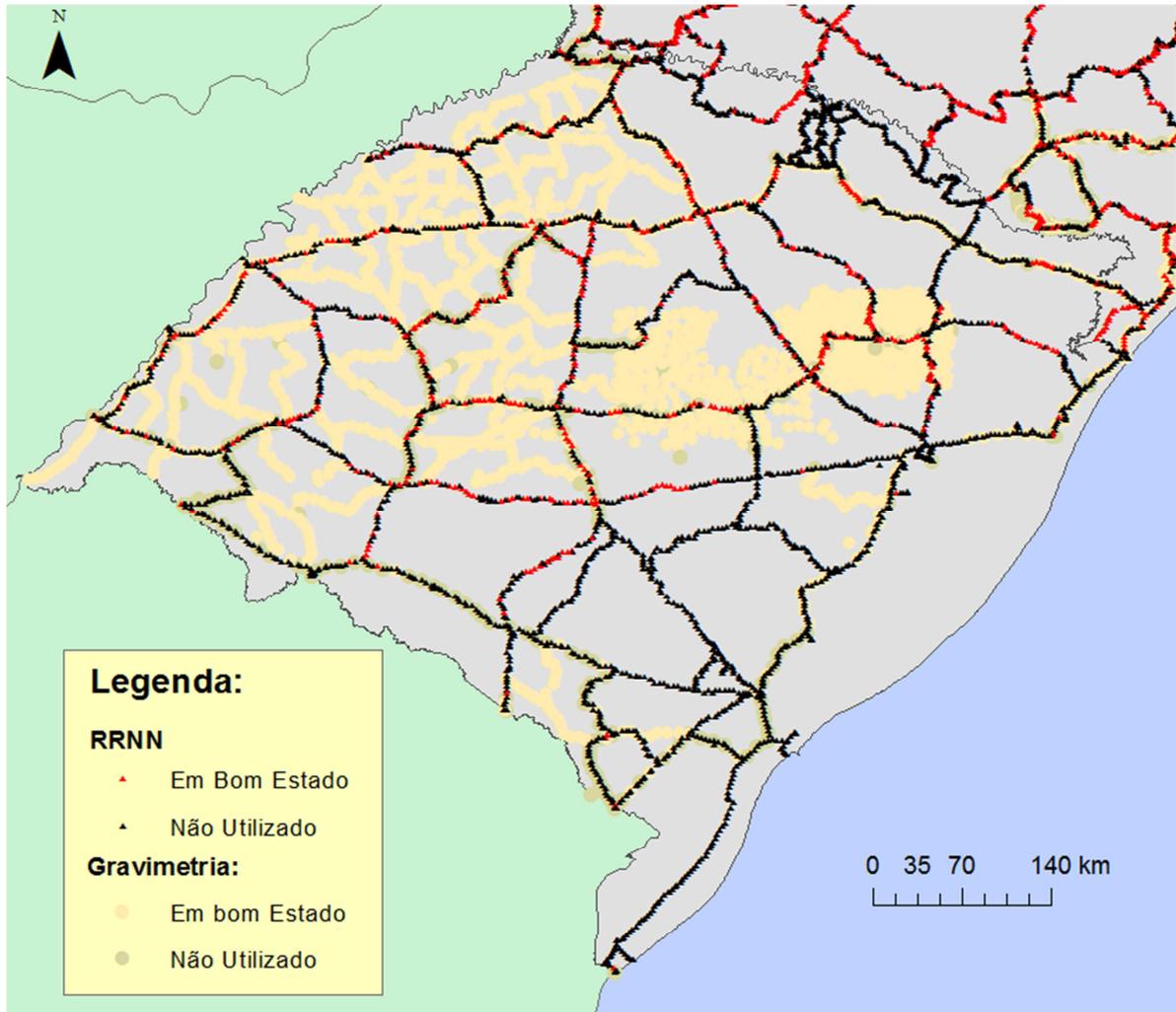


Figura 9 - Rede Gravimétrica e Altimétrica do IBGE no Estado do Rio Grande do Sul.

Na metodologia exposta nesta seção, os valores de gravidade nas estações altimétricas, concebidos a partir de modelos do geopotencial, primeiramente serão avaliados e validados através dos dados de gravimetria terrestre existentes na região de estudo. Para isso serão utilizadas 128 RRNN nas quais foram realizadas observações gravimétricas diretas, dentro da área de estudo. Estes dados de gravimetria foram cedidos pelo IAG e IBGE.

Para calcular, sobre as RRNN, a gravidade determinada a partir dos modelos do geopotencial, se utiliza a abordagem apresentada na seção 2.5, a qual é constituída pela determinação do distúrbio da gravidade (δg), coeficientes dos modelos do geopotencial, e cálculo da gravidade normal (γ) nas RRNN da RAFB, sobre a superfície topográfica.

O cálculo de reconstrução da gravidade foi realizado utilizando nos modelos do geopotencial o sistema livre de maré (*tide free*), o qual elimina os efeitos permanentes e elásticos da maré (Burša, 1995), e referenciados ao GRS80. Os modelos avaliados neste trabalho estão apresentados na Tabela 5. Nesta tabela estão presentes os anos de publicação, grau máximo no qual o modelo foi desenvolvido, dados utilizados no cálculo (S – Dados de Satélites; G – Dados de Gravidade; A – Dados de Altimetria), além das referências publicadas.

Tabela 5 - Modelos globais do geopotencial avaliados.

MODELO	ANO	GRAU MAX.	DADO	REFERÊNCIA
EGM2008	2008	2190	S(Grace),G,A	Pavlis et al, 2008
ITG-Goce02	2013	240	S(Goce)	Schall et al, 2013
EIGEN-6C2	2012	1949	S(Goce,Grace,Lageos),G,A	Förste et al, 2012
EGM96	1996	360	S,G,A	Lemoine et al, 1998

Os modelos escolhidos para a avaliação são heterogêneos em termos dos dados que os conceberam. Dessa forma, pode-se avaliar o desempenho na determinação da gravidade quanto à utilização das componentes de longo comprimento de onda, ou seja, modelos de baixo grau, os quais são determinados, principalmente, a partir da análise de órbitas de satélites; e modelos de alta resolução, que combinam dados de orbitas de satélite com observações terrestres da gravidade (aéreos, marinhos e continentais) e dados de altimetria por satélites (anomalias da gravidade ou altitudes geoidais) (Ferreira *et al.* 2010).

Assim avaliou-se neste trabalho o modelo do geopotencial EGM2008 (Earth Gravitational Model 2008) no grau 240, 360 e 2160, e os modelos ITG-Goce02, EIGEN-6C2 e EGM96 (Earth Gravitational Model 1996) no grau máximo de cada um destes. Para a extração do valor da gravidade sobre as RRNN gerou-se para cada modelo uma grade com resolução de 5' de arco com dados da gravidade terrestre, disponibilizados on-line pelo sítio do ICGEM (ICGEM, 2013). Então se realizou a interpolação da grade (utilizando o método

Inverso da Distância ao Quadrado) e extração do valor da gravidade nas RRNN, baseada nas coordenadas obtidas em seus memórias descritivos.

Com a obtenção dos dados de gravidade efetuada diretamente a partir dos modelos do geopotencial, a altitude associada ao cálculo de g nas RRNN adveio do modelo topográfico utilizado pelo ICGEM, atualmente o modelo ETOPO1 (versão *Ice Surface*). O ETOPO, desenvolvido pelo NOAA (*National Oceanic and Atmospheric Administration*), trata-se de um modelo global que mescla dados de topografia e batimetria, reunindo dados de MDA (Modelo Digital de Altitude) oriundos de diversas fontes. Segundo Amante e Eakins (2009), a acurácia horizontal e vertical do modelo ETOPO será dependente do dado utilizado para calcular o MDA. Na área de estudo, a fonte do MDA trata-se do modelo SRTM30 (Shuttle Radar Topography Mission), com resolução espacial de 30 metros, acurácia vertical absoluta de 16 metros e relativa de 10 metros, com 90% confiança (NASA, 2005).

Então se efetuou a correção para a altitude ortométrica de Helmert e altitude normal baseada na gravidade sintética obtida pelo modelo melhor avaliado na área de estudo. A avaliação dos modelos do geopotencial e o cálculo das correções às altitudes físicas aplicando os dados de gravidade reconstruída estão apresentados, respectivamente, nas seções 4.5 e 4.6 deste trabalho.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste capítulo serão apresentados e discutidos os principais resultados obtidos nesta dissertação. As análises realizadas nas seções 4.1, 4.2 e 4.3 avaliarão apenas as altitudes dinâmica, ortométrica de Helmert, e normal, determinadas com a utilização dos dados oriundo dos levantamentos gravimétricos terrestre e desníveis observados. A seção 4.4 apresentará os resultados obtidos para as correções ortométricas considerando um modelo de densidade das massas topográficas, enquanto as seções 4.5 e 4.6 irão tratar do uso da gravidade reconstruída a partir de modelos do geopotencial aplicadas na determinação das altitudes físicas.

4.1 ANÁLISES DAS CORREÇÕES ÀS ALTITUDES FÍSICAS

Os resultados obtidos na correção acumulada dos desníveis observados entre as RRNN 1776L e 1766U para as altitudes dinâmica, ortométrica de Helmert, e normal são respectivamente de -20,45; 11,78; e 4,19 centímetros. A maior magnitude da correção dinâmica é atribuída ao desenvolvimento da linha com relação à latitude e principalmente ao afastamento do valor da gravidade real medida nas RRNN com relação a γ_o . Destaca-se que, neste experimento, no cálculo de γ_o foi utilizada como referência a latitude média da região da linha nivelada, porém, ao utilizar outra latitude mais afastada da área teste como referência para o cálculo de γ_o , a correção dinâmica teria magnitude ainda maior. As correções encontradas para as altitudes ortométrica e normal representam o afastamento das estações com relação às superfícies de referência, geóide e quase-geóide, respectivamente, conforme é desenvolvida a linha nivelada, sendo independente de γ_o utilizado na correção. A Figura 10 apresenta como as correções das altitudes físicas avaliadas se comportam conforme desenvolve-se o nivelamento entre as estações inicial e final da linha.

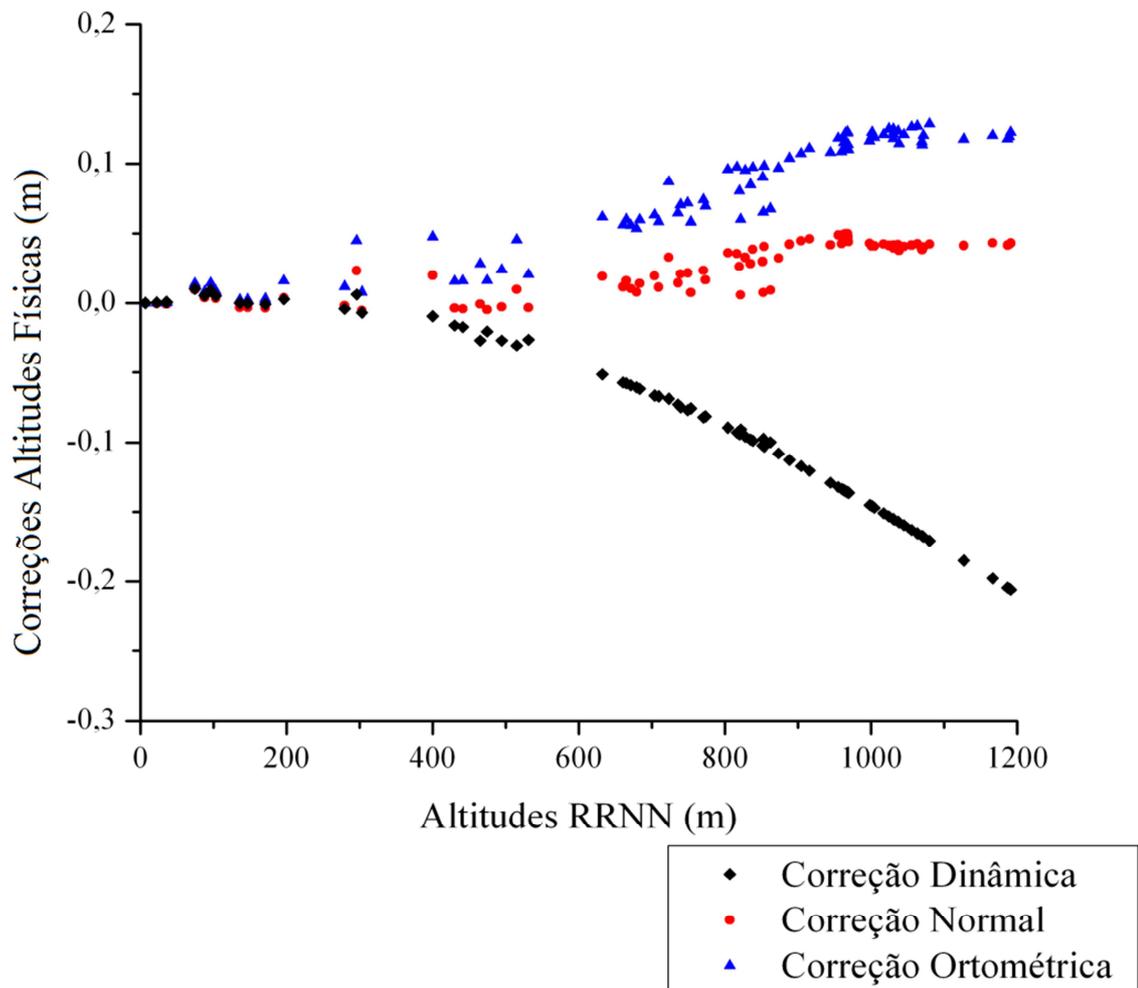


Figura 10 - Correções dinâmica, normal e ortométrica de Helmert acumuladas ao longo do trajeto analisado.

Observa-se na Figura 10 que a correção dinâmica é praticamente nula na parte inicial da linha nivelada. Isso ocorre, pelo fato do valor de g medido sobre as RRNN da região inicial da linha ser muito próximo à γ_o calculado, fazendo com que o termo multiplicativo aos desníveis (δn) na equação (7) seja aproximadamente zero, levando a $CD \approx 0$ nos primeiros desníveis corrigidos. Conforme o valor de g nas RRNN começa a se afastar de γ_o a correção dinâmica passa a apresentar uma variação quase linear com relação à elevação do terreno, exceto pela ocorrência das pequenas variações do valor da gravidade na região do nivelamento, gerando diferentes valores de g para cada estação nivelada.

Dependendo do valor de γ_o adotado a correção dinâmica pode ser diretamente ou inversamente proporcional à altitude. Se a gravidade (g) medida nas estações for maior que γ_o a correção dinâmica terá relação proporcional à altitude, aumentando conforme maiores elevações, porém, se g for menor que γ_o os valores de CD serão negativos e inversamente correlacionados à elevação. Na Figura 11 estão apresentadas as correções dinâmicas aplicadas à linha utilizada no experimento para γ_o calculado a partir das latitudes de 0° e 45° . Lembra-se que o valor da gravidade aumenta conforme também se aumenta a latitude, assim, para $\varphi = 0^\circ$ ocorrerá $g > \gamma_o$ enquanto $\varphi = 45^\circ$ implicará em $g < \gamma_o$.

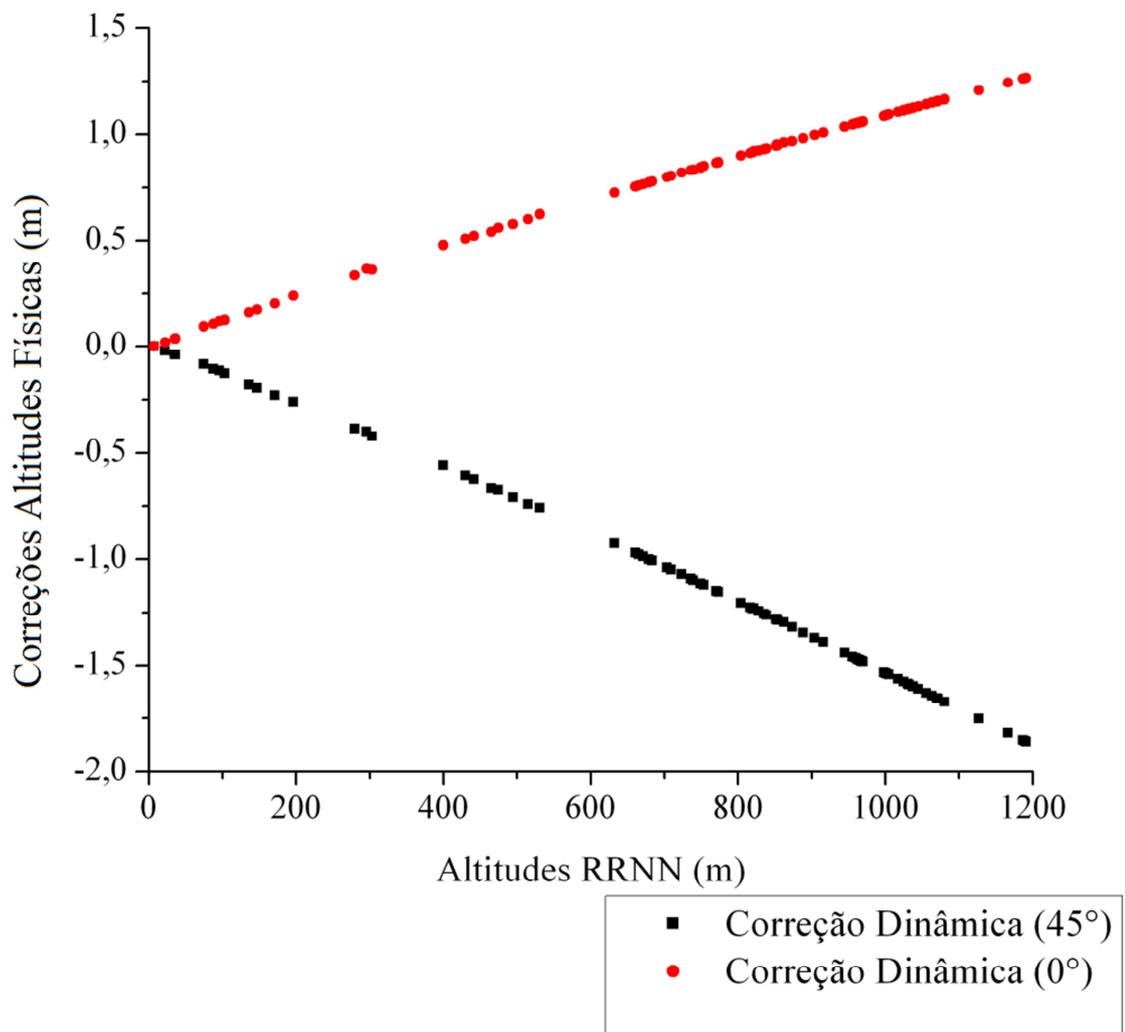


Figura 11 - Correções dinâmicas aplicada aos desníveis utilizando γ_o calculado a partir das latitudes de 0° e 45° .

Constata-se que diferentes valores de γ_o produzem diferentes altitudes dinâmicas para as RRNN da linha, porém, deve-se observar que a diferença de potencial nas estações niveladas pode ser obtida de forma direta neste tipo de altitude, a partir do conhecimento do γ_o utilizado no cálculo da correção dinâmica.

O comportamento das correções acumuladas para as altitudes ortométrica e normal estão detalhados na Figura 12. Conforme previsto, é comprovado que para áreas sobre os continentes, a correção ortométrica é sempre maior que a correção normal, indicando que a diferença ($\zeta - N$) é positiva na região teste.

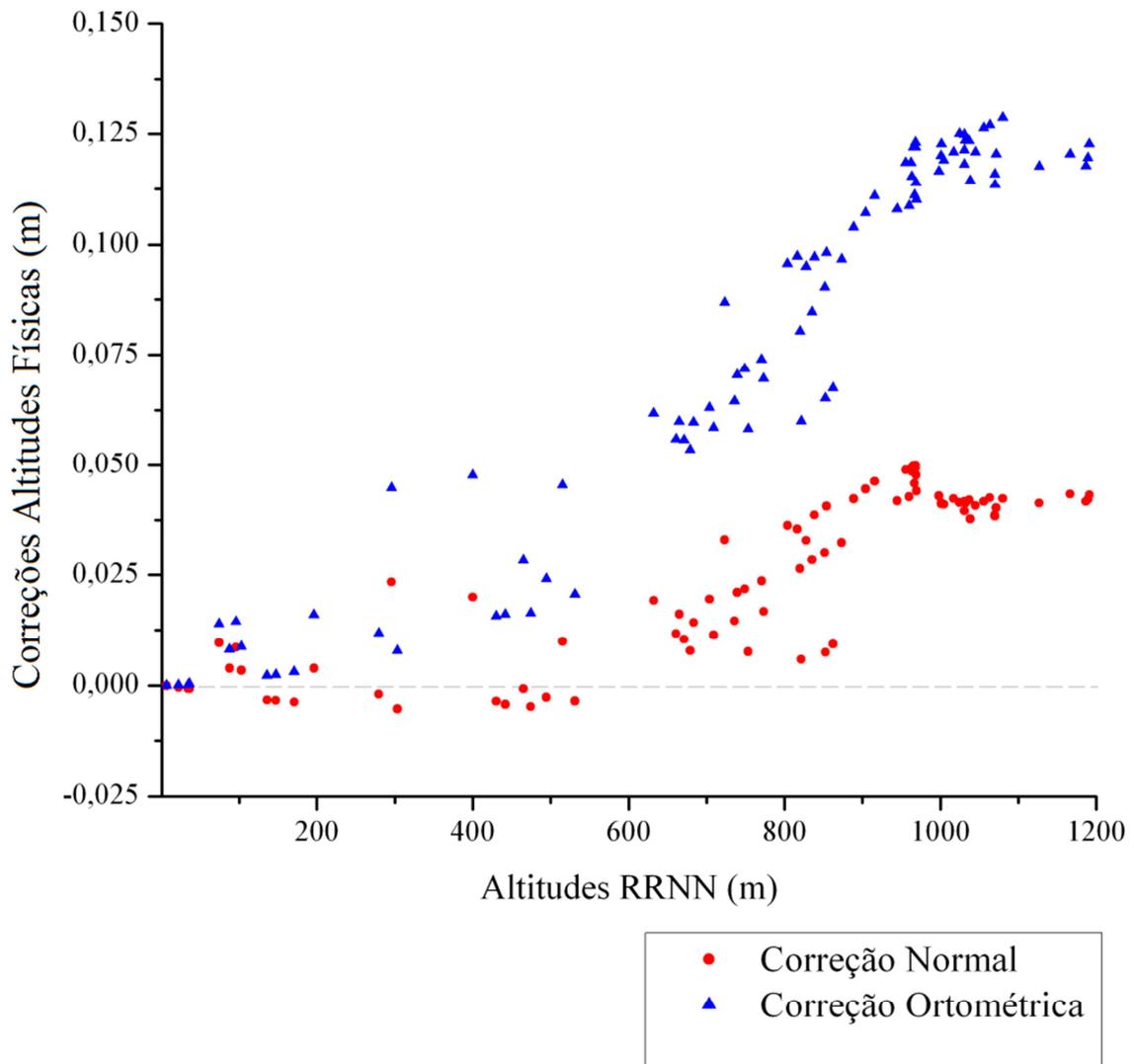


Figura 12 - Detalhe do comportamento das correções normal e ortométrica.

A partir das regiões menos elevadas no início do perfil nivelado, a diferença encontrada no valor das correções ortométrica e normal aumenta gradativamente, conforme a altitude é ampliada (Figura 13).

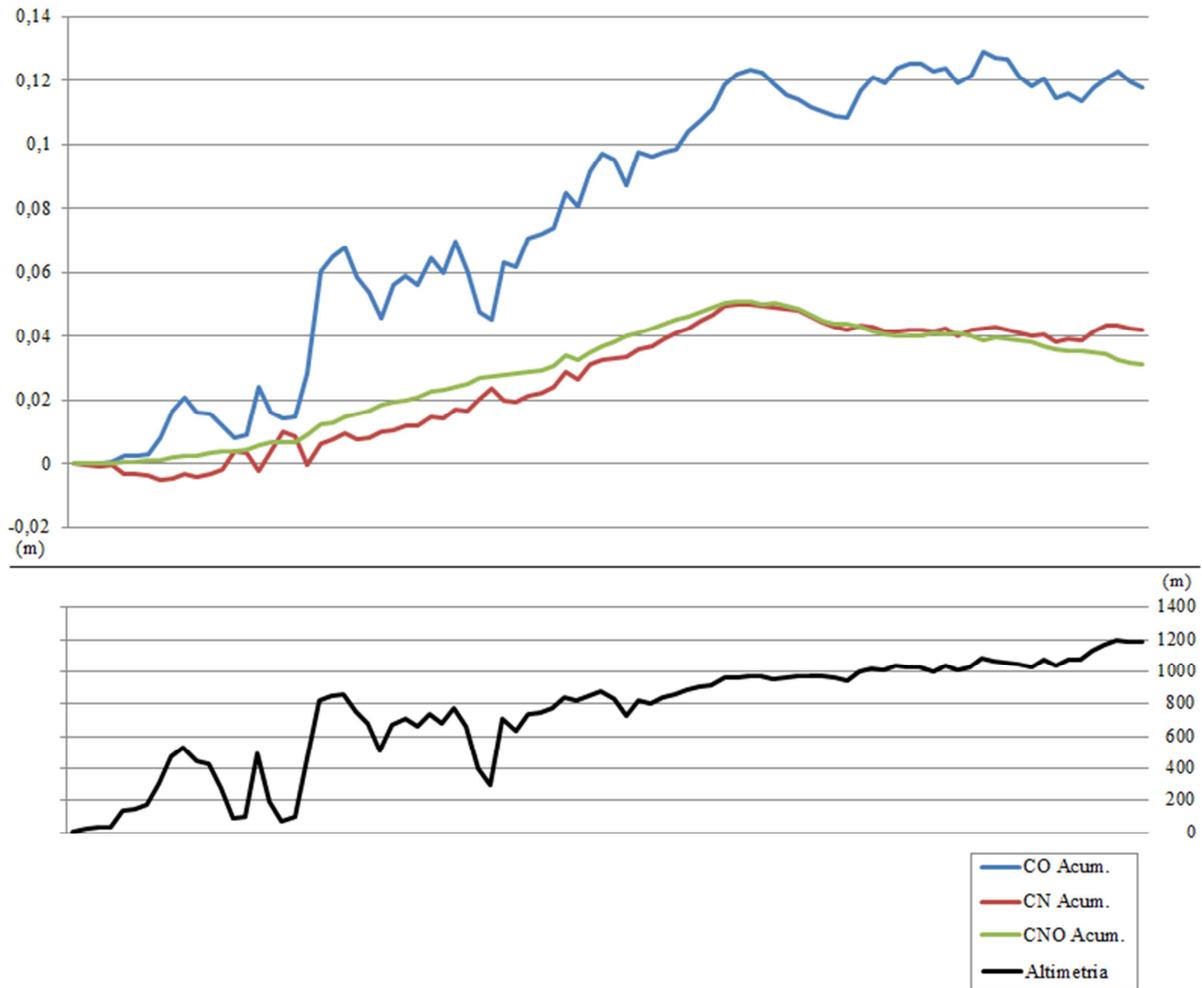


Figura 13 - Correções ortométrica (*CO*), normal (*CN*), e normal-ortométrica (*CNO*) acumuladas e perfil do terreno.

Pode-se visualizar esta relação de forma mais clara na Figura 14, mostrando que a variação da separação entre o quase-geóide e geóide dependerá apenas da altitude da região se a anomalia Bouguer for aproximadamente constante na região de estudo. A partir da Figura 10, também se pode notar que a *CO* é altamente correlacionada com a topografia. Ou seja, a redução não elimina o efeito das massas, pois a gravidade média necessariamente implica na reposição de massas que dependem da altitude, conforme visto na equação (14).

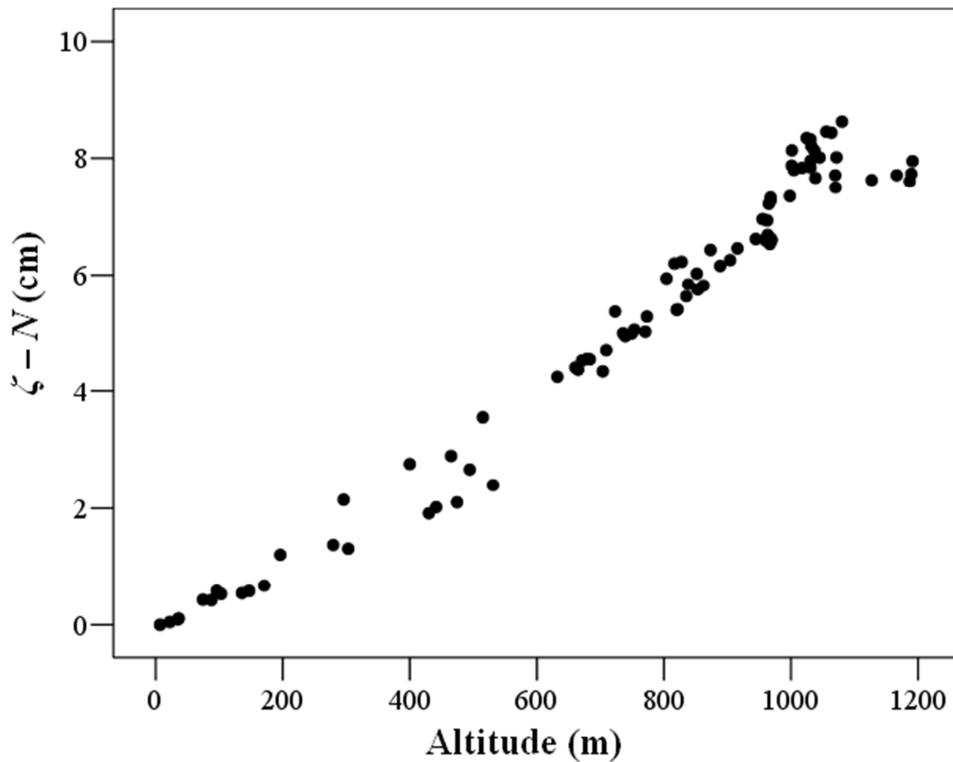


Figura 14 - Separação entre quase-geoide e geoide nas RRNN testadas.

A diferença ($\zeta - N$) se estabiliza na área do nivelamento a partir de aproximadamente 1000 metros de altitude, como é observado nas Figuras 12 e 14. Isso pode ser explicado pela variação no valor da gravidade medida sobre as estações na região acima desta elevação, afetando os valores de anomalia Bouguer. A Figura 15 apresenta a relação entre elevação e gravidade ao longo da linha nivelada, sendo o valor de g sobre as RRNN linearmente correlacionado com a altitude até as estações que se encontram abaixo de aproximadamente 1000 metros. A partir deste ponto a gravidade praticamente se mantém constante, não variando com o aumento da altitude. Verifica-se então na análise realizada, que a separação geoide e quase-geoide é sensível ao valor de g observado em campo e conseqüentemente ao tratamento dado na determinação de \bar{g} .

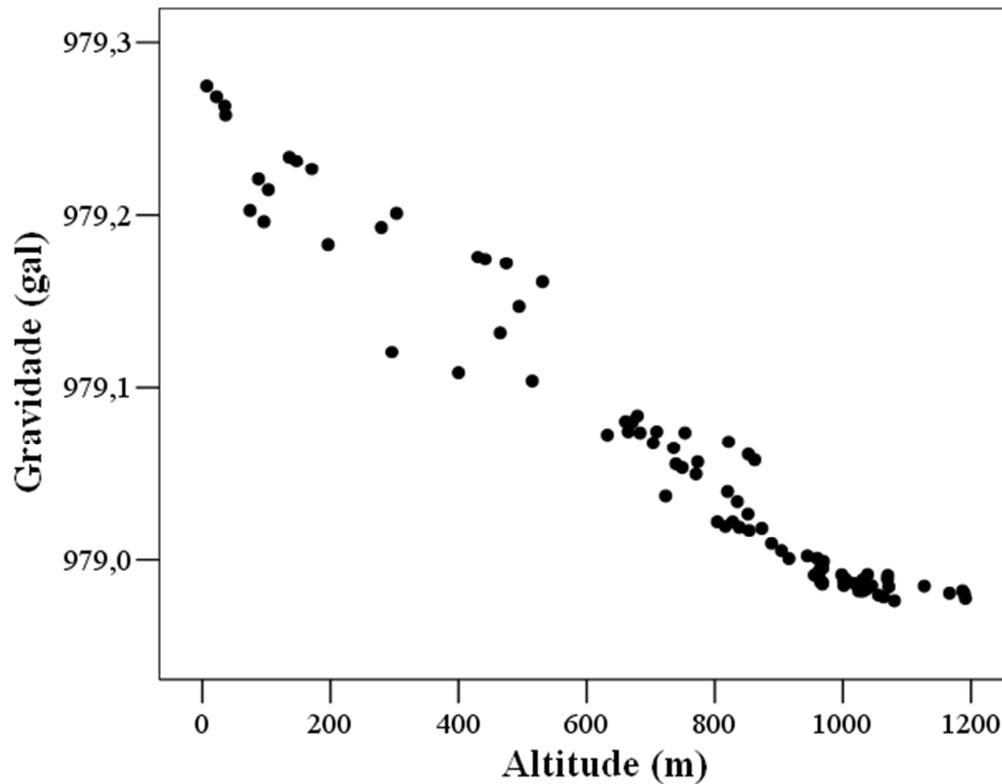


Figura 15 - Variação de g sobre as RRNN da linha nivelada.

4.2 APROXIMAÇÃO DA RAFB ÀS ALTITUDES FÍSICAS

Devido à realização das correções para as altitudes físicas serem efetuadas diretamente sobre os desníveis observados, pode-se avaliar qual o tipo de altitude melhor caracteriza o sistema altimétrico brasileiro na região de estudo, se comparadas estas correções com as correções normal-ortométricas (equação 36), as quais são atualmente aplicadas à RAFB.

Observa-se na Figura 13 que de forma geral as altitudes normais estão mais próximas ao sistema altimétrico atual, pois as correções para este tipo de altitude são as que mais se aproximam ao termo corretivo aplicado aos desníveis da RAFB, o qual gera o tipo de altitude normal-ortométrica empregado na rede altimétrica brasileira. Isso pode ser interpretado como se a superfície de referência das altitudes brasileiras estivesse mais próxima ao quase-geoide do que ao geoide.

A interpretação sobre qual tipo de altitude física mais se aproxima ao sistema altimétrico aplicado à RAFB deve ser realizado com cuidado se esta análise não contemplar as correções atualmente utilizadas, dado que se afirmou anteriormente que as correções normais são geralmente menores que correções ortométricas sobre os continentes. Tal afirmação pode levar a interpretação que as altitudes da RAFB sempre estarão mais compatíveis com as altitudes normais. Todavia se valores negativos para a correção normal fossem obtidos, e valores positivos fossem encontrados para a correção ortométrica, sendo a magnitude de CO menor que a de CN , as altitudes da RAFB estariam mais próximas das altitudes ortométricas, mas ainda o quase-geoide estaria acima do geoide. Ou seja, se $|CO| < |CN|$, porém $CO > CN$, as altitudes se ajustariam mais as altitudes ortométricas e a diferença ($\zeta - N$) seria positiva.

Para regiões de menores elevações da linha nivelada, as altitudes da RAFB se aproximam tanto das altitudes normais quanto das ortométricas, devido à proximidade de suas superfícies de referência em baixas altitudes. Para maiores elevações percebe-se que as altitudes da RAFB começam a apresentar características mais próximas as altitudes normais.

4.3 GNSS NA DETERMINAÇÃO DAS ALTITUDES FÍSICAS

Baseado no contexto apresentado é possível analisar quais superfícies de referência podem ser empregadas na determinação das altitudes físicas determinadas através de receptores GNSS, de forma que estas estejam compatíveis ao sistema atual de altitudes brasileiras na região avaliada. Fundamentado nas equações (23) e (24) determina-se as altitudes ortométrica e normal através do rastreamento GNSS, no qual se obtém a altitude elipsoidal (h), associado a modelos geoidais ou quase-geoidais de alta resolução.

A precisão de h advinda de observações GNSS dependerá de vários fatores como o tempo de rastreamento, tipo de receptor utilizado e método de posicionamento empregado. Assim, se aplicadas metodologias de maior rigor geodésico pode-se obter altitudes elipsoidais com precisões que variam da ordem decimétrica até a centimétrica. Uma estimativa da precisão alcançada na componente altimétrica advinda do rastreamento GNSS pode ser encontrada em trabalhos como Ferreira *et al.* (2006) e Flury *et al.* (2009b), os quais utilizaram dados de campanhas GNSS com objetivo de avaliar as referências altimétricas nas suas regiões de estudo com precisões de 5 cm e 1 a 2 cm, respectivamente.

Tomando as precisões de h obtidas nesses trabalhos realizou-se uma análise indicativa da superfície de referência (geoidal e quase-geoidal) adequada para a determinação das altitudes físicas através do rastreamento GNSS, de forma a ser compatível à RAFB na região de estudo. Isso pode ser analisado na Figura 12 onde se verifica a partir de qual altitude média recomenda-se o uso apenas do quase-geoide como referência para determinação das altitudes físicas, considerando as diferentes precisões alcançadas na componente vertical, determinadas no rastreamento GNSS.

Nesse trabalho, os experimentos mostram que para levantamentos GNSS de alta precisão (~ 1 cm) recomenda-se utilizar apenas o quase-geoide como referência na determinação das altitudes que melhor se ajustam a RAFB em regiões acima de 200 m de elevação. Para altitudes elipsoidais com precisão de 5 cm se aconselha o uso apenas do quase-geoide acima de 700 m, sendo este resultado compatível com Ferreira *et al.* (2011) que recomendou a utilização dessa superfície a partir de 800 m de elevação para o Estado do Paraná. Para posicionamentos GNSS com precisões abaixo de 10 cm na componente altimétrica não se faz distinção do uso do geoide quanto do quase-geoide como referência na determinação das altitudes físicas compatíveis a RAFB a partir das altitudes elipsoidais, pois a separação ($\zeta - N$) na área de estudo é sempre menor que a referida precisão em h .

4.4 CORREÇÕES ORTOMÉTRICAS USANDO MODELO DE DENSIDADE

A aplicação de um modelo litológico para determinação da densidade média das massas topográficas é uma das práticas que deve ser tomada na tentativa de se refinar os diversos tipos de reduções gravimétricas existentes. Na abordagem trabalhada nesta pesquisa se utilizou o modelo de densidades para a correção ortométrica de Helmert, a fim de dar maior aproximação à realidade física da região, aplicando a redução de Poincaré-Prey.

A partir de simulações que podem ser realizadas sobre as equações (12) e (14), Hofmann-Wellenhof e Moritz (2005) verificaram que o erro na densidade (ρ) de $0,1 \text{ g cm}^{-3}$, onde $H = 1 \text{ km}$, terá efeito de $4,2 \text{ mGal}$ na gravidade reduzida, causando um erro de 4 mm na altitude ortométrica.

Na Tabela 6 estão expostos os parâmetros estatísticos referentes ao cálculo da densidade das massas topográficas para as RRNN na área de estudo (valor máximo, valor mínimo, média, desvio padrão, e discrepância entre os valores máximo e mínimo). Nessa tabela percebe-se que a discrepância entre o valor máximo e mínimo de (ρ) encontrados para as RRNN diferem respectivamente em $0,07 \text{ g cm}^{-3}$ e $-0,47 \text{ g cm}^{-3}$ do valor padrão ($\rho = 2,67 \text{ g cm}^{-3}$) para o cálculo da redução de Poincaré-Prey. Levando em conta a análise realizada por Hofmann-Wellenhof e Moritz (2005), a desconsideração da variação da densidade pode levar a um erro na altitude ortométrica de $2,8 \text{ mm}$ para as RRNN com ρ_{MAX} e de $18,8 \text{ mm}$ para as RRNN com ρ_{MIN} , se a elevação na área de estudo for de 1000 metros .

Tabela 6 - Estatísticas do cálculo da densidade para as RRNN.

ρ_{MAX}	2,74
ρ_{MIN}	2,20
MÉDIA	2,38
DESVIO P.	0,20
DIF.	0,54

A correção ortométrica de Helmert que se vale do conhecimento da distribuição de massas (CO^p) está confrontada com a correção ortométrica de Helmert que considerou apenas o valor padrão de densidade, aqui chamada de CO , na Figura 16. O valor acumulado obtido para CO^p é de 12,22 cm, enquanto o valor de CO , já apresentado anteriormente, foi de 11,78 cm.

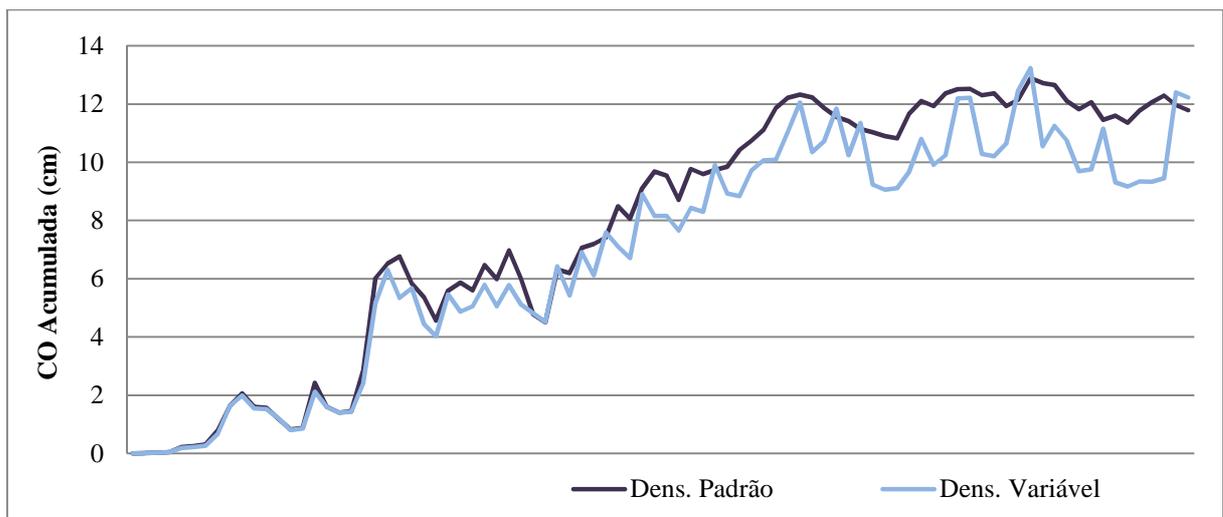


Figura 16 - Correções ortométricas acumuladas.

Se confrontado o gráfico da Figura 16 com o apresentado na Figura 17, o qual remete a diferença de densidade entre ρ padrão e os obtidos para cada RRNN, pode-se perceber que as discrepâncias mais amplas entre CO^p e CO (~3cm) se encontram onde ocorrem as maiores altitudes (Figura 13) associadas as maiores diferenças de ρ com o valor de referência (Figura 17). Nota-se que no início da linha nivelada as discrepâncias entre as correções se mantêm praticamente nula mesmo que o valor ρ se afaste da referência. Isso pode ser facilmente explicado se visualizarmos a equação (12), onde vemos que a contribuição do Platô de Bouguer na redução gravimétrica será o produto entre constantes, densidade, e altitude da RRNN. Portanto se a RRNN possuir uma baixa elevação a variabilidade de ρ será atenuada. O comportamento descrito pode ser visto de forma detalhada na Figura 18.



Figura 17 - Variação do valor de densidade para cada RRNN comparando com o valor de densidade padrão para o cálculo da Redução de Poincaré-Prey.

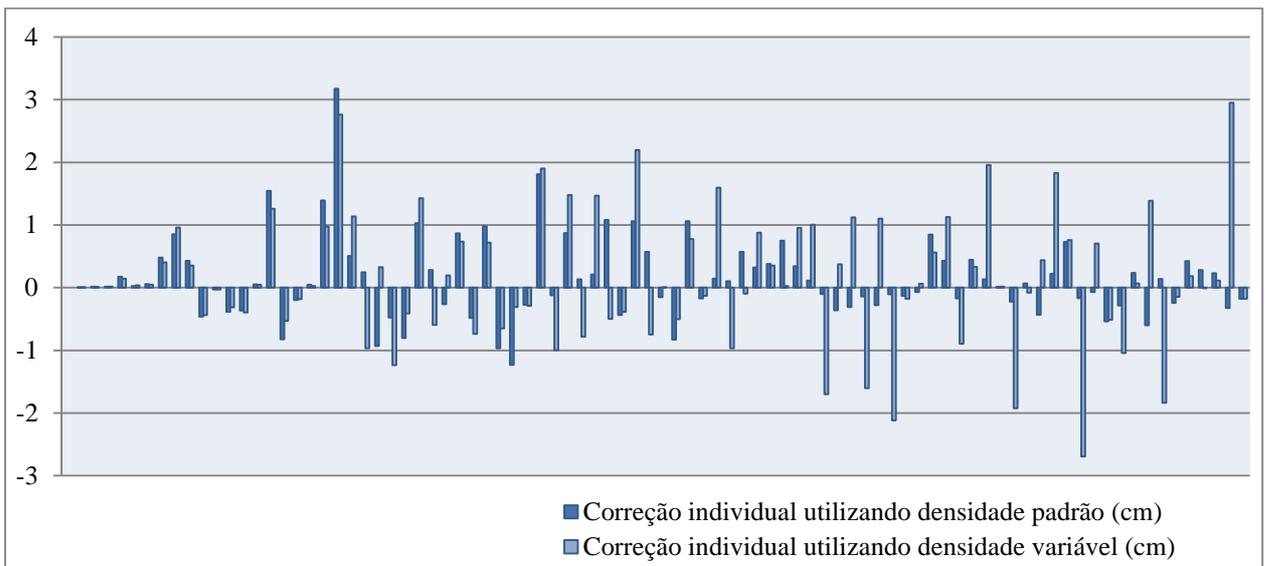


Figura 18 - Comparação entre CO^0 e CO para cada RRNN.

Ainda analisando a Figura 16 pode-se verificar a maior variabilidade de CO^0 com relação à CO . Isso é explicado principalmente pela forte alternância no valor de densidade das massas topográficas sob as RRNN (Figura 17). Esta informação torna a redução gravimétrica, e por consequência o cálculo da altitude ortométrica, mais coerente na medida em que adiciona um dado físico na modelagem do efeito topográfico sobre o dado gravimétrico, porém deve-se salientar que o efeito de isostasia, o qual envolve a consideração de

heterogeneidades de massa abaixo do geóide, deve influenciar nas RRNN de maiores altitudes, causada pela menor densidade dos materiais sob o geóide nestas regiões.

4.5 AVALIAÇÃO DA GRAVIDADE RECONSTRUÍDA

A gravidade “reconstruída” com base nos modelos do geopotencial pode ser avaliada utilizando os levantamentos gravimétricos realizados em 128 RRNN na área de estudo. A Tabela 7 mostra os parâmetros estatísticos obtidos na comparação absoluta entre a gravidade terrestre e a gravidade advinda dos modelos, sobre as RRNN.

Tabela 7 - Avaliação da gravidade (mGal) baseada nos modelos do geopotencial.

	EGM2008 (2160)	EGM2008 (360)	EGM2008 (240)	ITG-Goce02 (240)	EIGEN-6C2 (1949)	EGM96 (360)
MÉDIA	-2,97	-3,86	-12,04	-14,82	-4,24	-4,15
MAX	67,54	56,42	62,97	75,64	65,57	59,12
MIN	-99,91	-98,72	-90,96	-157,43	-100,82	-96,20
DESV PADRÃO	21,51	18,78	20,37	31,29	21,57	19,04

Pode-se observar que o modelo EGM2008 possui as menores componentes sistemáticas (-2,97 mGal) e menores desvios padrão, porém na região de estudo percebe-se um ganho muito discreto na expansão do modelo do grau 360 para 2160. A contribuição da componente de curto comprimento de onda do EGM2008 no estado do Rio Grande Sul já foi discutida em publicações como Souza *et al.* (2008), onde detectou-se a pouca representatividade do alto grau do modelo, podendo esse fato ser associado a falta de dados terrestres utilizados pelo EGM2008 nesta área. Conforme Pavlis *et al.* (2012) os curtos comprimentos de onda foram preenchidos na região à partir da técnica RTM (*Residual Terrain Model*) com base no DTM2006 (*Digital Topographic Model 2006.0*), MDA global compilado em grid de 30’’x30’’ para o EGM2008 utilizando dados do SRTM.

Se comparados os resultados obtidos para o grau 240 e 360 do EGM2008, pode-se verificar que há maior eficiência na reconstrução da gravidade através do grau 360. Na análise entre modelos expandidos ao mesmo grau se percebe ganho na reconstrução da gravidade utilizando EGM2008 (grau 360) em detrimento ao EGM96 (grau 360), o que pode ser atribuído às campanhas gravimétricas que geraram dados utilizados apenas no modelo mais recente. A maior eficiência do EGM2008 (grau 240) se comparado ITG-Goce02 (grau 240) não é completamente compreendida, pois os modelos gerados a partir de dados do Satélite GOCE ainda carecem de avaliações, porém neste grau já se manifesta a característica de modelos combinados, os quais incorporam efeitos do referencial (altimétrico e gravimétrico) das observações existentes na região, podendo estes dados estar contribuindo na análise.

A Figura 19 apresenta os histogramas das diferenças entre a gravidade baseada nos modelos do geopotencial e gravimetria terrestre sobre as RRNN. Nesta figura verificamos que o modelo ITG-Goce02 apresenta uma forte componente sistemática (-14,82 mGal).

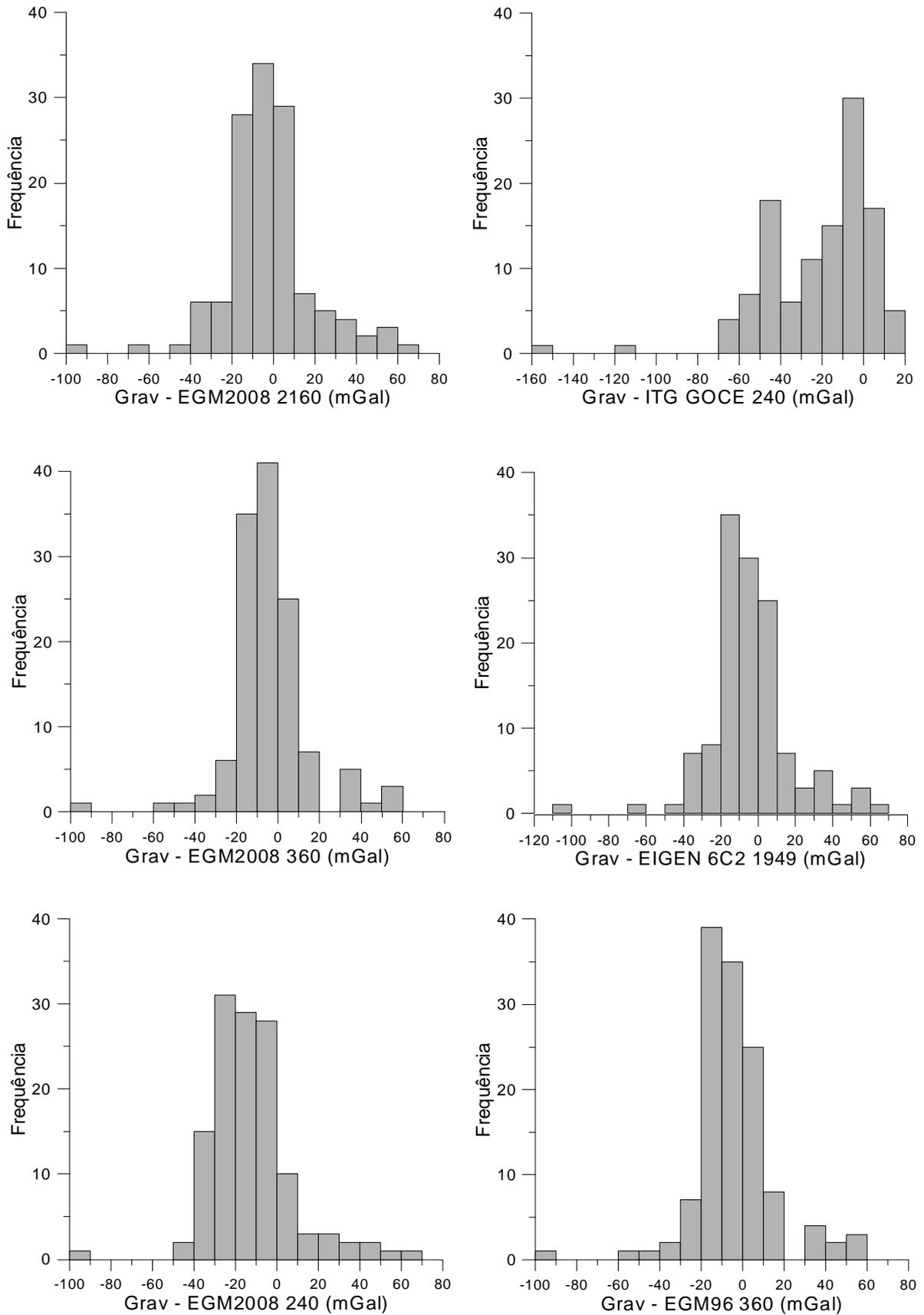


Figura 19 - Histograma das diferenças entre g dos modelos e g de observações gravimétricas terrestres.

Para os modelos EGM2008, EGM96 e EIGEN-6C2 a maior parte das diferenças se encontram entre ± 20 mGal, apresentando uma baixa tendência, porém um grupo de dados excede a este patamar. Para se realizar uma investigação mais profunda do comportamento da gravidade reconstruída gerou-se a Figura 20, na qual estão plotadas as RRNN que tiveram as informações de gravimetria avaliadas. O mapa representa a avaliação da gravidade obtida a partir do EGM2008 no grau 2160, junto à altimetria gerada pelo modelo SRTM.

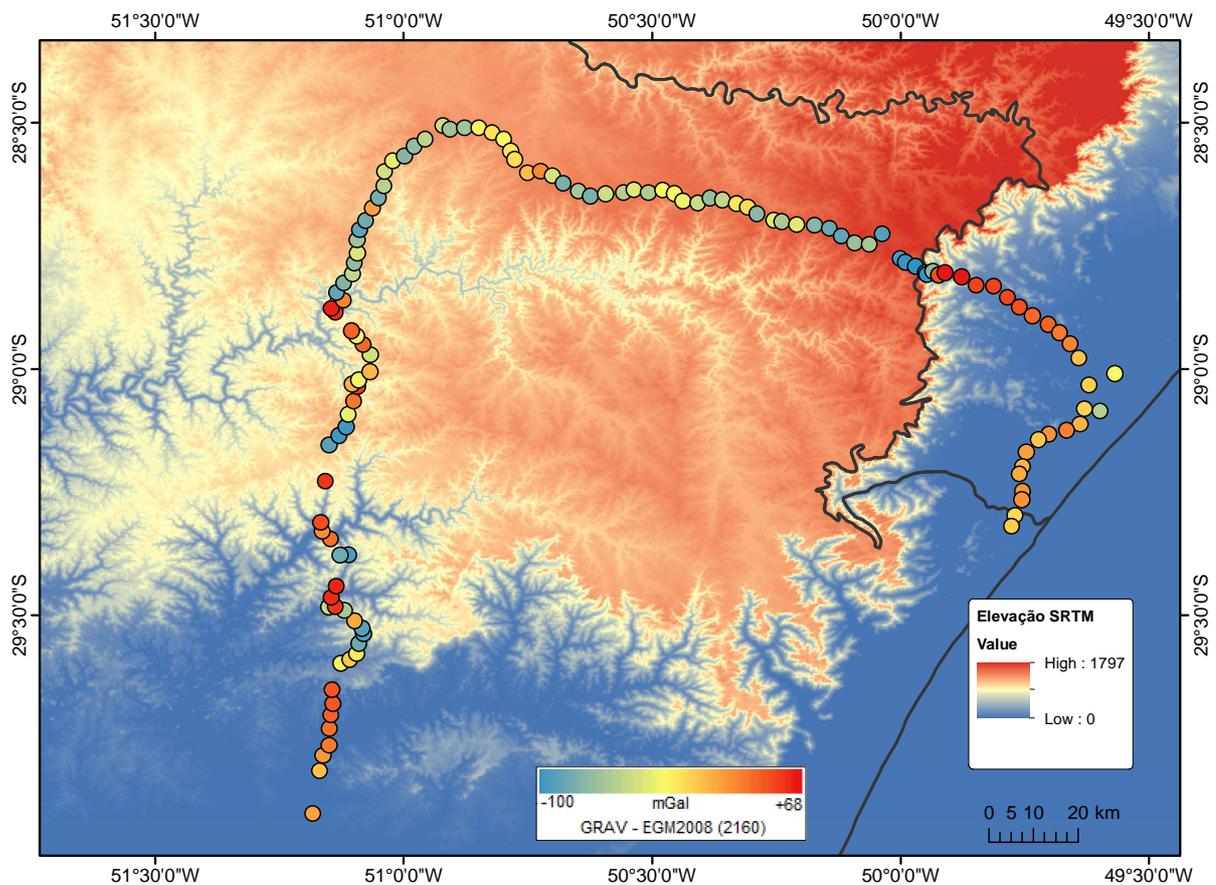


Figura 20 - Mapa de avaliação da gravidade reconstruída pelo modelo EGM2008.

Na Figura 20 percebe-se que as diferenças entre gravimetria terrestre e gravidade baseada no EGM2008 estão diretamente relacionadas à topografia. Os dados de gravidade reconstruída que possuem as maiores discrepâncias com relação à gravimetria terrestre estão próximas às posições 50°W , $28^{\circ}40'\text{S}$ e $51^{\circ}10'\text{W}$, $29^{\circ}30'\text{S}$. Essas regiões são onde se encontram as grandes variações na topografia. Verifica-se nestas áreas, que as discrepâncias positivas se

encontram em vales, enquanto as discrepâncias negativas estão nas altas elevações, dessa forma, a modelagem da gravidade não consegue ser bem definida pela forte variação topográfica. Também se verificou em Jamur (2013) que na região do *Datum Vertical Brasileiro* (DVB), próximo a Imbituba, existe uma forte discrepância nos valores gravimétricos, em especial nas anomalias de Bouguer, onde a partir de 500 metros de altitude os valores tendem a ficar constantes se utilizado o modelo EGM2008, em contradição ao comportamento esperado das anomalias da gravidade de Bouguer em porções continentais de decréscimo de cerca de 100 mGal a cada 1000 metros.

As áreas que concentram os dados melhores avaliados estão nas regiões com baixa variabilidade na topografia (norte e leste da linha nivelada). Ainda vale salientar que as maiores discrepâncias obtidas também podem estar relacionadas à incerteza posicional das RRNN e erros inerentes ao levantamento gravimétrico.

4.6 ALTITUDES FÍSICAS BASEADAS NA GRAVIDADE RECONSTRUIDA

Os dados de gravidade baseado nos coeficientes do geopotencial do modelo EGM2008 no grau 2160, obtidos sobre as RRNN, foram aplicados no cálculo das altitudes ortométrica de Helmert e normal. A metodologia e os dados utilizados para a determinação das correções às altitudes físicas (*CO*) e (*CN*) são os mesmos já apresentados nas seções 3.4 e 3.5 deste trabalho.

A Figura 21 apresenta uma sequência de gráficos, com os dados dispostos conforme o desenvolvimento do nivelamento da linha (direção Sul para Norte), onde se encontra a diferença da aplicação da gravidade medida sobre as RRNN (gravimetria) e das determinadas pelo EGM2008, no cálculo das correções acumuladas. Esta figura ainda mostra a própria discrepância no valor de *g* utilizando as duas técnicas, e a topografia da linha nivelada.

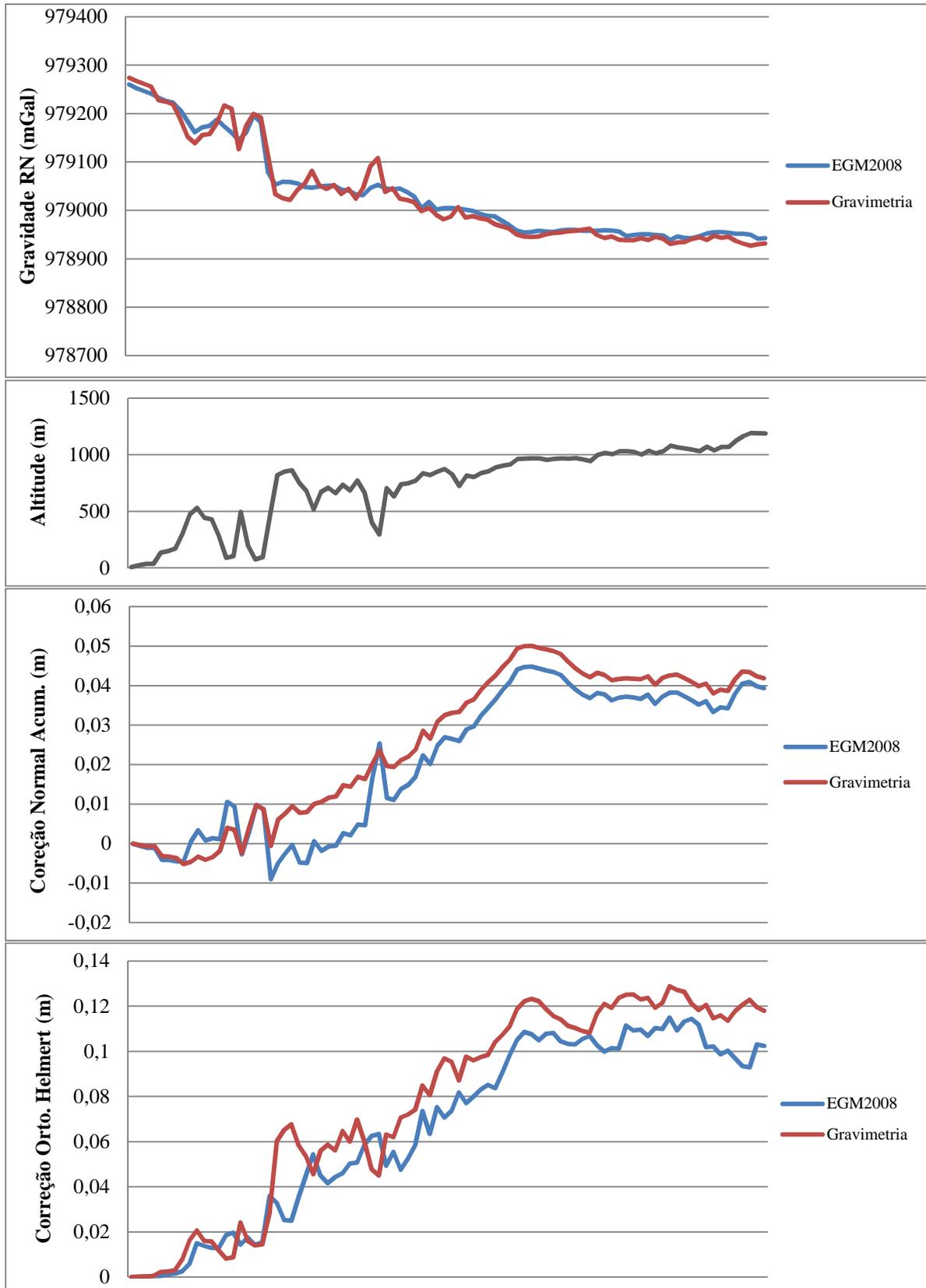


Figura 21 - Discrepâncias entre: gravidade (mGal), correção normal (m), e correção ortométrica de Helmert (m), a partir da aplicação das diferentes técnicas de obtenção da gravidade.

Analisando a Figura 21 pode-se perceber, sobre a linha nivelada, que as maiores inconsistências na determinação da gravidade a partir do EGM2008 se encontram nas áreas de grande variação topográfica, conforme já constatado anteriormente. Nota-se que g do EGM2008 praticamente se equivale a g da medida gravimétrica direta, na área plana.

Comparando as informações de topografia e CO acumuladas, consegue-se visualizar uma direta relação entre relevo e correções aplicadas utilizando g advinda do levantamento gravimétrico terrestre, principalmente nas áreas de variação abrupta da topografia. O mesmo fenômeno não ocorre na aplicação da CO com dados do EGM2008. Isso mostra que os modelos globais do geopotencial, que ainda não resolvem a gravidade terrestre de forma adequada em regiões escarpadas, afetam de forma substancial o cálculo das altitudes ortométricas (até 5 centímetros na área de estudo).

Para a correção às altitudes normais também se percebe a influência de g do EGM2008 nas áreas de grande variação topográfica. Porém a partir do ponto em que a linha nivelada alcança a região de relevo suave, a diferença nas altitudes normais oriundas dos dois métodos de determinação de g se mantem praticamente constante, em cerca de 1 cm. Esta tendência não se mantem para as correções ortométricas, que continuam a ter discrepâncias não homogêneas mesmo nas regiões planas.

Isso está relacionado ao próprio cálculo das correções ortométrica (equação 17), que ao contrário das correções normais (equação 19), depende da medida de gravidade real para determinação do valor reduzido da gravidade nos pontos A (\bar{g}_A) e B (\bar{g}_B) da linha nivelada. Esse fato torna a correção ortométrica dependente em todos os termos da sua equação, da gravidade medida.

A questão envolvida nesta análise também deve estar relacionada à modelagem local dos elementos do potencial perturbador, os quais não são descritos pelos modelos globais do geopotencial.

5 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

Os experimentos realizados na avaliação de uma linha de nivelamento pertencente à rede altimétrica brasileira referem-se à aplicação das correções às altitudes físicas sobre desníveis observados de RRNN pertencentes à RAFB, visando apresentar e estudar diferentes sistemas de altitudes, bem como identificar qual tipo de altitude mais se aproxima da atual rede altimétrica no Brasil.

Resultados obtidos a partir das correções dinâmicas demonstram que este tipo de altitude não apresenta significado geométrico, à medida que diferentes valores de γ_0 conduzem a alteração no valor da altitude dinâmica de um mesmo ponto. Ainda os valores das correções para esse tipo de altitude pode se tornar elevado dependendo do valor de γ_0 utilizado e da extensão da área onde está se realizando as correções. Dessa forma, o uso da altitude dinâmica não é recomendada no estabelecimento de uma rede altimétrica com finalidades práticas, salvo casos específicos onde o conhecimento da diferença de potencial gravitacional sobre as estações de nivelamento é necessário.

A partir da análise das correções ortométrica e normal constatou-se que as altitudes vinculadas a RAFB, as quais são corrigidas apenas do efeito do não paralelismo das equipotenciais, se ajustam melhor a superfície quase-geoidal, revelando a maior proximidade da rede às altitudes normais na área de estudo. Porém, para regiões de baixa elevação a separação ($\zeta - N$) fica abaixo do patamar centimétrico, podendo a altitude ortométrica ser considerada compatível com a RAFB nestas áreas. À medida que as elevações do terreno aumentam a separação das superfícies geoidal e quase-geoidal cresce, devido à contribuição das massas topográficas. Dessa forma, em aplicações práticas como a determinação de altitudes físicas compatíveis à RAFB a partir de rastreamento GNSS, a recomendação do uso do geóide ou quase-geóide como superfícies de referência estará sujeita a precisão atingida na

componente vertical advindas do posicionamento GNSS, apesar da análise mostrar a maior aderência do sistema altimétrico atual às altitudes normais.

A possibilidade do uso do GNSS na determinação de altitudes compatíveis a rede altimétrica no Brasil requer a adoção de modelos geoidais ou quase-geoidais, os quais forneçam respectivamente, altitude geoidal (N) e anomalia de altitude (ζ) com precisão de poucos centímetros, porém os conceitos de altitude ortométrica ou normal devem ser aplicados as RRNN da RAFB, de forma a definir um padrão único para as altitudes. Dessa forma verifica-se também a importância de uma rede altimétrica consistente visando o aprimoramento dos modelos geoidais e quase-geoidais no Brasil.

A realização de estudos sobre os efeitos da correção topográfica e da variação lateral de densidades das massas, possibilitando a determinação da altitude ortométrica e da separação ($\zeta - N$) de maneira mais realista deveriam ser considerados. Assim, abre-se a perspectiva de uma modelagem apropriada para a transformação entre altitudes ortométricas e normais, auxiliando na integração de dados altimétricos em países que utilizam diferentes tipos de altitudes.

A determinação de modelos de altitude ortométrica mais rigorosos, como os aplicados por Mader e Niethammer, requerem o conhecimento das variações de densidade das massas topográficas e variações no terreno. Dessa forma faz-se necessária a confecção de modelos de densidade da crosta e modelos topográficos, que permitiriam uma modelagem mais realista para a redução da gravidade, e conseqüentemente para a determinação das altitudes ortométricas.

O experimento utilizando um modelo de variação de densidade das massas topográficas mostrou uma diferença média de 2 centímetros em comparação às correções

determinadas a partir da altitude ortométrica de Helmert, para as altas elevações. Assim mostrando que há benefício no refinamento da redução de Poincaré-Prey convencional.

Recomenda-se para um melhor desempenho da gravidade reconstruída por modelos geopotenciais, um tratamento mais adequado da altitude elipsoidal utilizada no cálculo. Essa análise já foi realizada por Filmer *et al.* 2010, onde a determinação da altitude elipsoidal foi determinada a partir da associação das altitudes das RRNN com a anomalia de altitude advinda do EGM2008. Os resultados obtidos para a pesquisa citada geraram uma média de 1,87 mGal e desvio padrão de $\pm 4,96$ mGal na Austrália para o EGM2008, sendo estes resultados melhores que os alcançados aqui neste trabalho.

A partir dos resultados obtidos no cálculo das altitudes físicas, conclui-se que o uso da gravidade reconstruída baseada em modelos do geopotencial, é mais indicado na aplicação das correções normais, ou seja, na definição de um sistema altimétrico baseado nas altitudes normais. Porém faz-se a ressalva da necessidade do aprimoramento dos modelos topográficos utilizados na modelagem da gravidade na superfície terrestre, à medida que a atual solução não atende de forma consistente em áreas com grande variação topográfica.

O tema abordado nesta dissertação representa uma das principais questões analisadas atualmente dentro da Geodésia, tanto no Brasil quanto internacionalmente. A problemática envolvida na definição e realização de sistemas altimétricos baseados em números geopotenciais ainda demandará muitos esforços para que possam ser aplicados na prática no contexto brasileiro e sul-americano. Dessa forma, a partir dos resultados obtidos nesta dissertação, espera-se auxiliar na discussão de alternativas para um futuro sistema altimétrico no país.

REFERÊNCIAS

ALLISTER, N. A.; FEATHERSTONE, W. E. *Estimation of Helmert orthometric heights using digital barcode levelling, observed gravity and topographic mass–density data over part of Darling Scarp, Western Australia*. Geomatics Research Australasia, 75:25–52, 2001.

AMANTE, C.; EAKINS, B. W. *ETOPO1 1 Arc-Minute Global Relief Model: Procedures, Data Sources and Analysis*. NOAA Technical Memorandum NESDIS NGDC-24, 19 pp, March 2009.

AMOS, M. J.; FEATHERSTONE, W. E.; BLICK, G.H. *Progress towards implementation and development of a New Zealand national vertical datum*. In: Sansò, F. (ed.) A Window on the Future of Geodesy, Springer, Berlin Heidelberg New York, pp. 338-343, 2005.

AMOS, M. J.; FEATHERSTONE, W. E. *Unification of New Zealands local vertical datums: iterative gravimetric quasigeoid computations*. J Geodesy 83(1):57–68, 2009.

BLITZKOW, D. CAMPOS, I. O.; FREITAS, S. R. C. *Altitude: O que interessa e como equacionar*. Anais do I Simpósio de Ciências Geodésicas e Tecnologia da Geoinformação, Recife, 2004.

BOMFORD, G. *Geodesy*, 4th edn. Oxford University Press, Oxford, 1980.

BURŠA, M. *Primary and derived parameters of common relevance of Astronomy, Geodesy and Geodynamics*. Earth, Moon and Planets, v. 69, n. 1, p. 51-63, 1995.

BURŠA, M.; KENYON, S.; KOUBA, J.; RADĚJ, K; VATRT, V.; VOJTŠKOVÁ, M.; ŠIMEK, J. *World Height System Specified by Geopotential at Tide Gauge Stations*. Proceedings of IAG Symposium, Vertical Reference System, Cartagena, Columbia, pp.291-296, Springer Verlag, Berlin, 2002.

CHRISTIE, R. R. *A new national heighting strategy for Great Britain*. Survey Review, vol. 32, no. 252, pp. 328-343, 1994.

DALAZOANA, R. *Estudos dirigidos a análise temporal do Datum Vertical Brasileiro*. Curitiba, 188 f. Tese (Doutorado em Ciências Geodésicas). Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Universidade Federal do Paraná, 2006.

DENNIS, M. L.; FEATHERSTONE, W. E. *Evaluation of orthometric and related height systems using a simulated mountain gravity field*. Proc GG2002 Conference, Thessaloniki, Greece In: Tziavos (ed.), Ziti Editions, pp. 389–394, 2003.

DREWES, H.; SÁNCHEZ, L; BLITZKOW, D.; FREITAS, S. R. *Scientific Foundations of the SIRGAS Vertical Reference System*. In: Vertical Reference System - VeReS, Springer, Berlin, pp. 197-301, 2002.

FEATHERSTONE, W. E.; KIRBY, J. F.; KEARSLEY, A. H. W.; GILLILAND, J. R.; JOHNSTON, G. M.; STEED, J.; FORSBERG, R; SIDERIS, M. G. *The AUSGeoid98 geoid model of Australia: data treatment, computations and comparisons with GPS-levelling data*. In: Journal of Geodesy, Vol. 75, No. 5-6, p. 313-330, 2001.

FEATHERSTONE, W. E.; KUHN, M. *Height systems and vertical datums: a review in the Australian context*. Journal of Spatial Science 51 (1): pp. 21-42, 2006.

FERREIRA, V. F. *Análise da componente anômala do geopotencial no datum vertical brasileiro com base no Sistema Lagunar de Imarui, SC*. Dissertação (Mestrado em Ciências Geodésicas) – Setor de Ciências da Terra, Universidade Federal do Paraná. Curitiba, 2008.

FERREIRA, V. F.; FREITAS, S.R.C.; HECK, B. *Determinação da diferença de geopotencial do Datum Vertical Brasileiro relativa ao Earth Gravity Model 2008*. Revista Brasileira de Cartografia, No. 62/3 pp. 467-477, 2010.

FERREIRA, V. F.; FREITAS, S.R.C.; HECK, B. *A separação entre o geóide e o quase geóide: uma análise no contexto Brasileiro*. Revista Brasileira de Cartografia, No. 63 Edição Especial 40 Anos, pp. 39-50, 2011.

FILMER, M. S.; FEATHERSTONE W. E.; KUHN M. *The effect of EGM2008-based normal, normal-orthometric and Helmert orthometric height systems on the Australian levelling network*. Journal of Geodesy, v. 84, no. 8, pp. 501-513, 2010.

FLURY, J.; RUMMEL, R. *On the geoid-quasigeoid separation in mountain areas*. Journal of Geodesy, v. 83, no. 9, pp. 829-847, 2009a.

FLURY, J.; GERLACH, C.; HIRT, C.; SCHIRMER, U. *Heights in the Bavarian Alps: Mutual validation of GPS, levelling, gravimetric and astrogeodetic quasigeoids. Geodetic Reference Frames*. International Association of Geodesy Symposia 134, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2009b.

FÖRSTE, C.; BRUINSMA, S.; FLECHTNER, F.; MARTY, J-C; LEMOINE, J.-M.; DAHLE, C.; ABRIKOSOV, O.; NEUMAYER, K.H.; BIANCALE, R.; BARTHELMES, F.; BALMINO, G. *A preliminary update of the Direct approach GOCE Processing and a new release of EIGEN-6C*. Presented at the AGU Fall Meeting 2012, San Francisco, USA, 3-7 Dec, Abstract No. G31B-0923, 2012.

FREITAS, S.R.C.; BLITZKOW, D. *Altitudes e Geopotencial*. IgeS Bulletin, Milan, Special Issue for South America, 9: 47-62, 1999.

FREITAS, S. R. C.; FERREIRA, V. G.; PALMEIRO, A. S.; DALAZOANA, R.; LUZ, R. T. *Modelagem do Potencial Anômalo no Datum Vertical Brasileiro visando sua nova Definição*. Boletim de Ciências Geodésicas (Impresso), v. 13, p. 395-419, 2007.

GATTI, A.; REGUZZONI, M.; VENUTI, G. *The height datum problem and the role of satellite gravity models*. Journal of Geodesy; Vol. 87 Issue 1, p15, 2013.

GEMAEL, C. *Introdução à Geodésia Física*. 2ª Ed. UFPR – Editora, 302p., 2002.

HAYDEN, T.; AMJADIPARVAR B.; RANGELOVA E.; SIDERIS M.G. *Estimating Canadian vertical datum offsets using GNSS/levelling benchmark information and GOCE global geopotential models*. Journal of Geodetic Science. Volume 2, Issue 4, Pages 257–269, ISSN (Online), ISSN (Print) 2081-9943, DOI: 10.2478/v10156-012-0008-4, 2013.

HEISKANEN, W. A; MORITZ, H. *Physical geodesy*. San Francisco and London: W. H. Freeman and Company, 364 p., 1967.

HOFMANN-WELLENHOF, B.; MORITZ, H. *Physical Geodesy*. SpringerWien-New York. 403 p., 2005.

HWANG, C; HSIAO, Y.-S. *Orthometric corrections from levelling, gravity, density and elevation data: a case study in Taiwan*. Journal of Geodesy, v. 77, no. 5–6, pp. 279–291, 2003.

IBGE - INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. *Ajustamento Simultâneo da Rede Altimétrica de Alta Precisão do Sistema Geodésico Brasileiro – Relatório*. Rio de Janeiro, 62p. Disponível em: <<ftp://geoftp.ibge.gov.br/documentos/geodesia/RelatorioAjustamento.pdf>>, 2011.

ICGEM – International Center For Global Earth Models. <http://www.icgem.gfzpotdam.de/icgem/icgem.html>., 2012.

IHDE, J. *Realization of a Global Vertical Reference System 2007*. In: Proceedings of the 1st IGFS Symposium Gravity Field of the Earth, Istanbul, Harita Dergisi, Special Issue 18, 2007.

JAMUR, K. P. *Análise de alternativas para a determinação dos efeitos gravitacionais de massas anômalas na Região do DVB*. Curitiba, Tese (Doutorado em Ciências Geodésicas). Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Universidade Federal do Paraná, 2013.

JEKELI, C. *Heights, the geopotential and vertical datums*. Report No. 459. The Ohio State University, Columbus, 2000.

KAULA, W. M. *Theory of Satellite Geodesy: Applications of satellites to Geodesy*. Republished by Dove ed. 124pp. Original by Blaisdell Publishing Co., 1966.

KINGDON, R.; VANÍČEK, P.; SANTOS, M.; ELLMANN, A.; TENZER, R. *Toward an improved orthometric height system for Canada*. Geomatica, vol. 59 (impresso), 2005.

KOTSAKIS, C.; KATSAMBALOS, K.; AMPATZIDIS, D. *Estimation of the zero-height geopotential level W in a local vertical datum from inversion of co-located GPS, leveling and geoid heights: a case study in the Hellenic islands*. Journal of Geodesy, Volume 86, Issue 6, pp 423-439, 2012.

KOUBA, J. *Possible specification of a local or regional vertical datum*. Geodäsie und Geoinformatik der Universität Hannover, no. 256, pp. 101-106, 2006.

LEMOINE, F. G.; KENYON, S. C.; FACTOR, J. K.; TRIMMER, R. G.; PAVLIS, N. K.; CHINN, D. S.; COX, C. M.; KLOSKO, S. M.; LUTHCKE, S. B.; TORRENCE, M. H.; WANG, Y. M.; WILLIAMSON, R. G.; PAVLIS, E. C.; RAPP, R. H.; OLSON, T. R. *The Development of the Joint NASA GSFC and the National IMagery and Mapping Agency (NIMA) Geopotential Model EGM96*. NASA Technical Paper NASA/TP1998206861, Goddard Space Flight Center, Greenbelt, USA, 1998.

LOPES, A. B. *O geóide gravimétrico e o nível médio do mar na região do datum altimétrico brasileiro: um estudo comparativo*. Dissertação (Mestrado em Geofísica) – Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas, Universidade de São Paulo. São Paulo, 2006.

LUZ, R. T. *Possibilidades de Integração de dados Gravimétricos à Rede Altimétrica do SGB para Cálculo de Altitudes SIRGAS no Brasil*. Série em Ciências Geodésicas, vol. 4, pp. 42, 2004.

MARTI, U. *Comparison of high precision geoid models in Switzerland*. In: Tregonig P, Rizos C (eds) *Dynamic planet*. Springer, Berlin, 2005.

MATOS, A. C.; BLITZKOW, D.; GUIMARAES, G. N. ; LOBIANCO, M. C. B; COSTA, S. M. A. *Validação do MAPGEO2010 e Comparação com Modelos do Geopotencial Recentes*. Boletim de Ciências Geodésicas (on line), v. 18, p. 101-122, 2012.

MELO, L. F. de S.; FREITAS, S. R. *Avaliação de modelos globais do geopotencial para os estados do Maranhão e Piauí*. Boletim de Ciências Geodésicas (Online), v. 18, p. 203-224, 2012.

MEYER, T.H.; ROMAN, D.R.; ZILKOSKI, D.B. *What does height really mean? Part III: Height System*. *Surveying and Land Information Science*, vol. 66, no. 2, pp. 149-160, 2006.

MOLODENSKY, M.; YEREMEYEV, V.; YURKINA, M. *Methods for study of the external gravitational field and figure of the Earth*. Israeli Program for Scientific Translations, Jerusalem, 1962.

MORITZ, H. *Geodetic reference system 1980*. *Bull Géodésique*, v. 54, no. 3, pp. 395–405, 1980.

NASA - National Aeronautics and Space Administration;
<http://www2.jpl.nasa.gov/srtm/statistics.html>, 2005.

PALMEIRO, A. S.; FREITAS, S. R. C. *Integração de informações do SGB em um SIG, visando a realização do sistema vertical do SIRGAS*. Boletim de Ciências Geodésicas, sec. Artigos, Curitiba, v. 16, no 3, p.365-385, 2010.

PAVLIS, N.K.; HOLMES S.A.; KENYON S.C.; FACTOR J.K. *An Earth Gravitational Model to Degree 2160: EGM2008*. Presented at the 2008 General Assembly of the European Geosciences Union, Vienna, Austria, April 13-18, 2008.

PAVLIS, N.K.; HOLMES S.A.; KENYON S.C.; FACTOR J.K. *The development and evaluation of the Earth Gravitational Model 2008 (EGM2008)*, J. Geophys. Res., 117, B04406, 2012.

PINA, W. H.; PINHEIRO, R. R.; SANTOS, C. C. C.; DI MAIO PEREIRA, N. R.; GOLDANI, D. *Reajustamento Global da Rede Altimétrica de Alta Precisão do Brasil – RAAP*. IV Conferência Nacional de Geociências, Rio de Janeiro, 2006.

RÜLKE, A.; LIEBSCH, M.; SACHER, G.; SCHÄFER, U.; SCHIRMER, U.; IHDE, J. *Unification of European height system realizations*. Journal of Geodetic Science. Volume 2, Issue 4, Pages 343–354, ISSN (Online) , ISSN (Print) 2081-9943, DOI: 10.2478/v10156-011-0048-1, 2013.

SACHER, M.; IHDE, J.; LIEBSCH, G.; MÄKINEN, J. *EVRF2007 as realization of the European Vertical Reference System*. B Geod Sci Aff 68, 35–50, 2009.

SÁNCHEZ, L. *Strategy to Establish a Global Vertical Reference System, Geodetic Reference Frames*. IAG Symposia 134, Springer, 273–278, 2009

SANTOS, M.C.; VANÍČEK, P.; FEATHERSTONE, W.E.; KINGDON, R.; ELLMANN, A.; MARTIN, B-A.; KUHN, M.; TENZER, R. *The relation between rigorous and Helmert's definitions of orthometric heights*. Journal of Geodesy, 80:691-704, 2006.

SCHALL, J.; EICKER, A.; KUSCHE, J. *The ITG-Goce02 gravity field model from GOCE orbit and gradiometer data based on the short arc approach*. Submitted to Journal of Geodesy, 2013

SJÖBERG, L. E. *A refined conversion from normal height to orthometric height*. Stud. Geophys. Geod., v. 50, no. 4, pp. 595-606, 2006.

SOUZA, S. F. ; MATSUOKA, M. T.; GOTZ, J. J.; SEVERO, T. C. *Sobre o Novo Modelo do Geopotencial EGM2008*. In: Série em Geomática: 10 anos do Curso de Engenharia Cartográfica da UFRGS. 1ed. Porto Alegre: Instituto de Geociências, UFRGS, v. 2, p. 67-73. 2008.

SÜNKEL, H. *Digital height and density model and its use for the orthometric height and gravity field determination for Austria*. In: Proceedings of international symposium on the definition of the geoid, Florence, May, pp 599–604, 1986.

TENZER, R.; VANÍČEK, P.; SANTOS, M.; FEATHERSTONE, W. E.; KUHN, M. *Rigorous determination of the orthometric height*. Journal of Geodesy, v. 79, no. 1–3, pp. 82–92, 2005.

TORGE, W. *Geodesy, third edition*. Walter de Gruyter, Berlin New York, 416 p., 2001.

VANÍCEK, P.; KRAKIWSKI, E. J. *Geodesy: The Concepts*. North Holland Publishing Company; 2a. edição; Netherlands, 1986.

VÉRONNEAU, M.; HÉROUX, P. *Canadian height reference system modernization: rational, status and plans*. GeoCongre, 2007.

WOODWORTH, P.; HUGHES, C.; BINGHAM, R.; GRUBER, T. *Towards Worldwide Height System Unification using Ocean Information*. Journal of Geodetic Science, 2 (4). 302-318. 10.2478/v10156-012-004-8, 2012.