

ANÁLISE DOS EFEITOS ELÁSTICOS E VISCOSOS EM UMA CAVIDADE ATRAVÉS DA APROXIMAÇÃO POR ELEMENTOS FINITOS

Giovanni Minervino Furtado

Orientador: Sérgio Frey

Departamento de Engenharia Mecânica - UFRGS

Apoio: CNPq, PBIC/UFRGS



1. INTRODUÇÃO

O modelo enfatizado neste trabalho é o elasto-viscoplástico, no qual esse fluido apresenta características tanto elásticas como viscoplásticas, ou seja, apresenta comportamento elástico para valores de tensão abaixo da tensão inicial do escoamento e apresenta comportamento viscoplástico para valores superiores a da tensão do escoamento. Esse fluido é muito comum em algumas indústrias, por exemplo, na indústria do petróleo, na indústria de alimentos temos a manteiga e a maionese e na indústria de cosméticos temos cremes e pastas. As simulações foram realizadas em uma cavidade dirigida na tampa empregando o modelo elasto-viscoplástico, na qual a equação constitutiva deste modelo leva em conta o modelo de Oldroyd-B. Os resultados gerados através da simulação numérica sem inércia foi aproximado seguindo elementos finitos bilineares(Q1/Q1) para os campos de velocidade, tensão e pressão utilizando Galerkin-Mínimos-Quadrados(GLS).

2. OBJETIVO

Este trabalho tem por objetivo analisar o escoamento de um fluido Não-Newtoniano através de uma cavidade, na qual o escoamento foi forçado e dirigido na tampa. O modelo em questão é o elasto-viscoplástico. Os resultados mostrados através da simulação aproximada visam enfatizar as zonas de tensão em torno da cavidade, ou seja, as zonas escoadas e também analisar a influência da elasticidade no escoamento. Esses resultados estão de acordo com a variação de alguns parâmetros do modelo.

3. MODELAGEM MECÂNICA

O modelo mecânico deste trabalho consiste em equações da conservação de massa e do Momentum, equações constitutivas do modelo elasto-viscoplástico, equações adimensionais e por fim são mostradas todas as equações que regem o modelo. A Conservação de Massa diz que a variação da massa em um volume de controle é zero. O princípio da conservação de Momentum diz que a taxa da variação do momentum linear em um volume de fluido é igual ao somatório de todas as forças externas atuando sobre esse fluido, logo, para um fluido incompressível temos:

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$$

$$\rho(\nabla \cdot \mathbf{u})\mathbf{u} + \nabla p - \text{div } \boldsymbol{\tau} - \mathbf{b} = 0$$

onde \mathbf{u} é o vetor velocidade, ρ a massa específica, $\boldsymbol{\tau}$ (vetor de tensões) são as forças atuando sobre o sistema e \mathbf{b} são as forças de campo.

Tanto a equação de conservação de massa como a equação do princípio do momentum, são modificadas de acordo no modelo Oldroyd-B, assim, chegamos na equação do modelo elasto-viscoplástico:

$$\boldsymbol{\tau} + \theta_1(\dot{\gamma})\overset{\circ}{\boldsymbol{\tau}} = 2\eta(\dot{\gamma})(\mathbf{D}(\mathbf{u}) + \theta_2(\dot{\gamma})\overset{\circ}{\mathbf{D}}(\mathbf{u}))$$

Onde as equações das derivadas convectadas são:

$$\overset{\circ}{\boldsymbol{\tau}} = (\nabla \boldsymbol{\tau})\mathbf{u} - (\nabla \mathbf{u}) \cdot \boldsymbol{\tau} - \boldsymbol{\tau} \cdot (\nabla \mathbf{u})^T$$

$$\overset{\circ}{\mathbf{D}} = (\nabla \mathbf{D})\mathbf{u} - (\nabla \mathbf{u}) \cdot \mathbf{D} - \mathbf{D} \cdot (\nabla \mathbf{u})^T$$

onde a magnitude do tensor taxa de deformação é dada por: $\dot{\gamma} = \sqrt{2 \text{tr}[(\mathbf{D}(\mathbf{u}))^2]}$. No modelo utilizado no presente trabalho, a equação de evolução para λ (parâmetro de estruturação) é dada por:

$$\frac{d\lambda}{dt} = \frac{\partial \lambda}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla(\lambda) = \frac{1}{t_{eq}} [(1-\lambda) - (1-\lambda_{eq})\left(\frac{\lambda}{\lambda_{eq}}\right)]$$

onde, t_{eq} é o tempo de equilíbrio, ou seja, é uma escala de tempo para o processo de acumulação da microestrutura. Neste trabalho, este parâmetro tende a zero, com isso, a estrutura instantaneamente se desenvolve para o seu estado de equilíbrio e nenhum comportamento tixotrópico é observado. Logo, resulta em um comportamento elasto-viscoso e a relação entre o parâmetro de estruturação e a viscosidade de equilíbrio é dada por:

$$\lambda_{eq}(\dot{\gamma}) = \frac{\ln \eta_{eq}(\dot{\gamma}) - \ln \eta_{\infty}}{\ln \eta_0 - \ln \eta_{\infty}}$$

onde, λ_{eq} é o parâmetro de estruturação de equilíbrio e varia de 0 a 1, quando é igual a 0, o nível de estruturação é mínima e quando é igual a 1, o material é completamente estruturado. O módulo de elasticidade de equilíbrio é dado por:

$$G_{eq} = G_0 e^{m\left(\frac{1}{\lambda_{eq}} - 1\right)}$$

onde, G_0 é o módulo de elasticidade estrutural e m é um escalar positivo.

A viscosidade para este modelo é uma função da taxa de deformação, que neste trabalho foi usada uma expressão proposta por Souza Mendes e Dutra 2004:

$$\eta(\dot{\gamma}) = \left(1 - \exp\left(-\frac{\eta_0}{\tau_0} \dot{\gamma}\right)\right) \left(\frac{\tau_0}{\dot{\gamma}} + K \dot{\gamma}^{n-1}\right) + \eta_{\infty}$$

onde n é o índice de power-law, K é o índice de consistência, η_0 e τ_0 são a viscosidade limite e a tensão limite, respectivamente.

4. MODELO NUMÉRICO

Neste trabalho, a aproximação numérica foi feita através do método de elementos finitos, multi-campos(SMD) usando uma estabilização baseada nas formulações de Galerkin Mínimos Quadrados(GLS). O método de elementos finitos consiste em uma aproximação numérica de equações diferenciais, baseado no conceito de que a solução de uma equação diferencial pode ser representada como uma combinação linear de graus de liberdade e funções ao longo de todo o domínio do sistema. A malha contém 10201 elementos. O fluxo é dirigido na tampa e assim causará um movimento do fluido para dentro da cavidade (Fig. 1).

As condições de contorno na cavidade são:
(i) velocidade uniforme ($u_1=1\text{m/s}$) dirigida na tampa da cavidade e,
(ii) condição de não-deslizamento nas paredes e no fundo da cavidade.

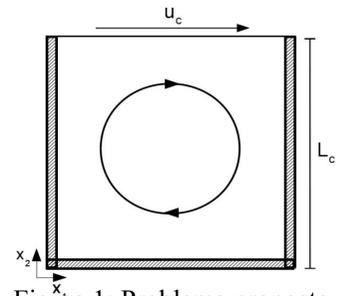


Figura 1: Problema proposto

5. RESULTADOS

Os resultados foram obtidos através do critério da taxa de deformação $\dot{\gamma}$, pois temos a velocidade adimensionalizada em função deste parâmetro e também este critério separa os efeitos elásticos dos inerciais. Alguns parâmetros adimensionais, são dados por:

$$U^* = \frac{u_c}{(\dot{\gamma}_1 L_c)} ; J = \frac{\dot{\gamma}_1 - \dot{\gamma}_0}{\dot{\gamma}_0} = \eta_0 \left(\frac{\tau_0^{1-n}}{K}\right)^{1/n} - 1 ; G_0^* = \frac{G_0}{\tau_y}$$

O primeiro e no segundo resultado fixou-se $U^*=0,01$, $n=0,5$ e variou-se G_0^* . No terceiro variou-se U^* .

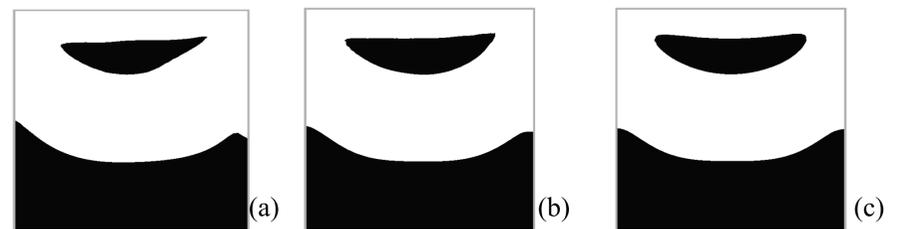


Figura 2: Zonas rígidas para $U^*=0,01$, $n=0,5$: (a) $G_0^*=0,08$ (b) $G_0^*=0,5$ (c) $G_0^*=5,0$

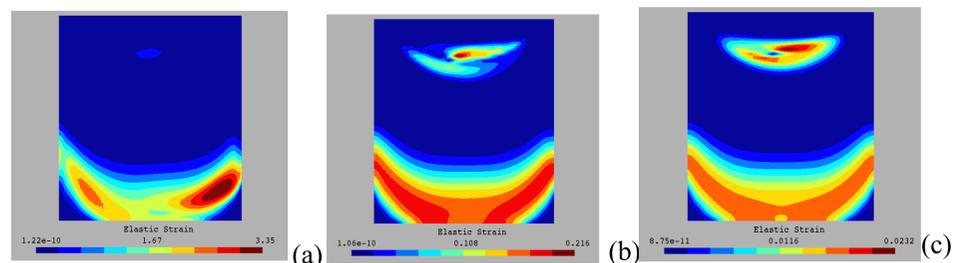


Figura 3: Elasticidade para $U^*=0,1$, $n=0,5$: (a) $G_0^*=0,08$ (b) $G_0^*=0,5$ (c) $G_0^*=5,0$

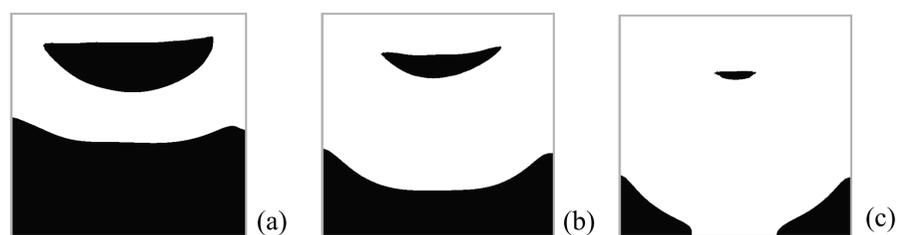


Figura 4: Zonas rígidas para $n=0,5$, $G_0^*=0,5$: (a) $U^*=0,005$, (b) $U^*=0,05$ e (c) $U^*=0,5$

6. CONCLUSÕES

As simulações obtidas via método GLS estão de acordo com os resultados propostos pela literatura. Observou-se que com o aumento da influência da elasticidade, observa-se uma inclinação da superfície não escoada no centro da cavidade, mas com $G_0^*=5,0$, esse efeito é praticamente insignificante. Quando aumenta-se a velocidade de entrada adimensional, as regiões não escoadas diminuem.

7. REFERÊNCIAS

- Fox, R. W., McDonald, A. T., 2001, "Introdução à Mecânica dos Fluidos" 5ed., Rio de Janeiro, Editora LTC S.A,
Franca, L. P., Frey, S., 1992, "Stabilized finite element methods: II. The incompressible Navier-Stokes equations", Comp. Meths. Appl. Mech. Eng., Vol. 99, pp. 209-233, USA, 1992.
de Souza Mendes, P.R., 2007, "Dimensionless non-Newtonian fluid mechanics", J. Non-Newt. Fluid Mech., Vol. 147, pp. 109-116.