



<b>Evento</b>	Salão UFRGS 2013: SIC - XXV SALÃO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA DA UFRGS
<b>Ano</b>	2013
<b>Local</b>	Porto Alegre - RS
<b>Título</b>	Teorema de Birkhoff e Aplicações
<b>Autor</b>	Marcelo Santos da Silva
<b>Orientador</b>	FLAVIA MALTA BRANCO

Num sentido bem amplo podemos dizer que a teoria ergódica é o estudo do comportamento de sistemas dinâmicos do ponto de vista probabilístico. Este "ponto de vista", por sua vez, está intimamente ligado à evolução temporal de sistemas modelados por ações de grupos sobre os espaços, como por exemplo: espaço de medida, ou de probabilidade, munido de uma transformação que preserva a medida.

O objetivo deste trabalho foi estudar um dos principais resultados desta teoria, o teorema de Birkhoff, e algumas de suas consequências. Este teorema é uma versão mais forte do teorema da recorrência de Poincaré. Enquanto esse último afirma, sobre determinadas condições, que para quase todo ponto  $x$  de um conjunto mensurável  $E$  a órbita de  $x$  "retorna" uma infinidade de vezes a este conjunto, o teorema de Birkhoff nos dá uma resposta mais precisa dizendo qual é a frequência com que este ponto retorna ao conjunto  $E$ . Sob certas condições esta frequência torna-se exatamente a medida de  $E$ .

Apresentamos duas aplicações do teorema de Birkhoff em teoria de números. Definimos um número real  $y$  como balanceado se a frequência de cada algarismo em sua expansão decimal é equidistribuída, ou seja, se cada algarismo figura na expansão decimal de  $y$  com uma frequência de um décimo. Na primeira aplicação, mostramos que, salvo um conjunto de medida nula, todos os números reais são balanceados. Resultado esse devido a Borel. Uma segunda consequência interessante é a seguinte, se considerarmos a sequência  $a_n$  das potências de 2, podemos definir uma nova sequência de forma que cada elemento de  $b_n$  é o primeiro algarismo de  $a_n$ . Então, para um algarismo não nulo  $k$ , podemos aplicar o teorema de Birkhoff e obter a frequência com que  $k$  aparece na sequência  $b_n$ . Curiosamente o dígito 1 é o que mais figura como primeiro algarismo das potências de 2.