



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA
DEPARTAMENTO DE ESTATÍSTICA



Cointegração: Uma relação de equilíbrio de longo prazo

Autor: Thaís Neves Pereira
Orientador: Professor Dr. Hudson Torrent

Porto Alegre, 20 de Dezembro de 2013.

**Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Instituto de Matemática
Departamento de Estatística**

Cointegração: Uma relação de equilíbrio de longo prazo.

Thaís Neves Pereira

Monografia apresentada para
obtenção do grau de Bacharel em
Estatística

Banca examinadora:
Professor Dr. Hudson Torrent.
Professor Dr. Marcio Valk.

Porto Alegre, 20 de Dezembro de 2013

Dedico esta monografia em especial a minha família, aos meus amigos e a todos aqueles que tornaram essa caminhada mais tranquila, me apoiando e incentivando quando pensei em desistir.

Agradecimentos

Agradeço em primeiro lugar às pessoas que me deram a vida, me ajudaram nos primeiros passos, me educaram, trataram com muito amor, cuidado, respeito e fizeram ser quem sou hoje. Essas pessoas tão especiais são meu pai, Osmar, que mesmo não estando presente e acompanhando de perto essa caminhada, foi meu porto seguro, meu refúgio espiritual e minha tranquilidade quando tudo parecia dar errado e, minha mãe, Maria, que é a minha fortaleza, quem faz eu lutar todos os dias para ser cada vez melhor, minha guerreira, meu exemplo, meu bem mais precioso. Aos meus pais o maior e melhor abraço, pois abdicaram de seus sonhos para tornar possíveis os meus.

Agradeço ao meu irmão Eduardo por ser meu exemplo de homem a partir do momento que perdemos nosso pai e cuidar de mim com tanto zelo. Por ter sempre a melhor piada, a brincadeira mais boba e o sorriso contagiante no rosto. Posso afirmar, com toda certeza, que eu tenho o melhor irmão do mundo. Agradeço também à Greice, minha cunhada, por ser um anjo nas nossas vidas, me apresentar a Estatística e trazer ao mundo o Murilo que é nossa maior felicidade.

Não poderia me esquecer delas, minhas amigas, que fazem de qualquer dia uma festa e tornam meus momentos mais especiais. Meu muito obrigada à Priscila Amaral, Priscila Petry, Carolina, Patrícia, a minha prima-irmã Viviane e, claro, minha eterna mucra Aneli. Como diz a música: “a amizade nem mesmo a força do tempo irá destruir”.

Aos colegas que aturaram meu mau humor matinal e minha mania de opinar em tudo. Em especial ao Felipe Grillo pela amizade e ao Douglas Mesquita, por ser um grande amigo e me auxiliar em vários momentos na monografia.

Agradeço aos meus mestres, em especial ao meu orientador Hudson por ser um exemplo de profissional a ser seguido e por me incentivar e me aconselhar quando decidi pela carreira em Economia. Ao professor Alvaro Vigo por ter me dado a oportunidade de estagiar ao seu lado e ter podido absorver um pouquinho do muito conhecimento que ele tem e ao professor Marcio Valk por ter aceitado participar da minha banca e por despertar a minha curiosidade em séries temporais.

Enfim, agradeço a todos aqueles que de alguma maneira contribuíram para esta conquista e pela confiança que depositaram em mim. Obrigada por tudo!

Sumário

| | | |
|----------|---|-----------|
| 1 | Introdução | 8 |
| 2 | Estacionariedade | 10 |
| 2.1 | Estacionariedade Estrita | 10 |
| 2.2 | Estacionariedade Fraca | 10 |
| 2.3 | Função de Autocorrelação - FAC | 11 |
| 2.4 | Função de Autocorrelação Parcial - FACP | 12 |
| 3 | Processos Não Estacionários | 13 |
| 3.1 | Tendência | 13 |
| 3.2 | Passeio Aleatório | 17 |
| 3.3 | Regressão Espúria | 19 |
| 3.4 | Teste de Raiz Unitária | 20 |
| 3.4.1 | Dickey-Fuller | 20 |
| 3.4.2 | Dickey-Fuller Aumentado | 21 |
| 4 | Análise de Cointegração e Estimação do Modelo de Correção de Erros | 22 |
| 4.1 | Teste de Cointegração de Engle e Granger | 23 |
| 4.2 | Vetor Autorregressivo - VAR | 24 |
| 4.3 | Vetores de Cointegração | 26 |
| 4.4 | Teste de Cointegração de Johansen | 26 |
| 4.5 | Modelo de Correção de erros | 27 |
| 5 | Aplicação a dados reais | 30 |
| 5.1 | Dados da amostra | 30 |
| 5.2 | Análise preliminar | 30 |
| 5.2.1 | Autocorrelação | 30 |
| 5.2.2 | Teste de Raiz Unitária | 32 |
| 5.3 | Teste de Engle e Granger | 34 |
| 5.3.1 | IBOVESPA versus <i>S&P500</i> | 35 |
| 5.3.2 | IPC versus <i>S&P500</i> | 37 |
| 5.3.3 | FTSE versus <i>S&P500</i> | 38 |
| 5.3.4 | IBOVESPA versus IPC | 39 |
| 5.3.5 | IBOVESPA versus FTSE | 40 |
| 5.4 | Análise Multivariada de Cointegração - Teste de Johansen | 41 |
| 5.5 | Vetor de correção de erros (VECM) | 43 |
| 5.6 | Função Impulso Resposta | 45 |
| 6 | Conclusão | 48 |

Lista de Figuras

| | | |
|----|---|----|
| 1 | Exemplo de função de autocorrelação | 11 |
| 2 | Exemplo de função de autocorrelação parcial | 12 |
| 3 | Séries Temporais com tendência Estocástica e Estacionária . . | 16 |
| 4 | Função de autocorrelação de um passeio aleatório | 18 |
| 5 | Função de autocorrelação parcial de um passeio aleatório . . . | 18 |
| 6 | Séries de preços do mercado acionário do Brasil e Estados Unidos | 36 |
| 7 | Séries de preços do mercado acionário do México e Estados Unidos | 37 |
| 8 | Séries de preços do mercado acionário do Inglaterra e Estados Unidos | 38 |
| 9 | Séries de preços do mercado acionário do Brasil e México . . . | 39 |
| 10 | Séries de preços do mercado acionário do Brasil e Inglaterra . | 40 |
| 11 | Gráfico da função impulso resposta - Inglaterra | 46 |
| 12 | Gráfico da função impulso resposta - México | 46 |
| 13 | Gráfico da função impulso resposta - Estados Unidos | 47 |

Lista de Tabelas

| | | |
|----|---|----|
| 1 | Autocorrelações nas séries dos índices de preços | 31 |
| 2 | Autocorrelações nas séries com uma diferença nos índices de preços | 31 |
| 3 | Autocorrelações nas séries dos índices de preços no período de 02/01/2004 a 27/12/2006 | 32 |
| 4 | Autocorrelações nas séries com uma diferença nos índices de preços no período de 02/01/2004 a 27/12/2006 | 32 |
| 5 | Autocorrelações nas séries dos índices de preços no período de 02/01/2009 a 27/12/2012 | 32 |
| 6 | Autocorrelações nas séries com uma diferença nos índices de preços no período de 02/01/2009 a 27/12/2012 | 32 |
| 7 | Testes de raiz unitária nas séries dos índices de preços através do Dickey - Fuller aumentado (ADF) | 34 |
| 8 | Testes de raiz unitária nas séries dos índices de preços no período de 02/01/2004 a 28/12/2006 através do Dickey - Fuller aumentado (ADF) | 34 |
| 9 | Testes de raiz unitária nas séries dos índices de preços no período de 02/01/2009 a 28/12/2012 através do Dickey - Fuller aumentado (ADF) | 35 |
| 10 | Teste de cointegração multivariado de Johansen dos índices do mercado de ações de Brasil, México, Inglaterra e Estados Unidos. | 42 |
| 11 | Valores críticos para λ_{max} | 43 |

Resumo

O presente estudo analisa a relação de longo prazo entre índices diários de ações de quatro países: Brasil, México, Estados Unidos e Inglaterra utilizando a teoria da cointegração. Para a análise considerou-se o período de 02 de janeiro de 2004 a 28 de dezembro de 2012. Para confirmar a estacionariedade das séries foi utilizado o teste de raiz unitária de Dickey-Fuller Aumentado, os testes de cointegração foram os descritos por Engle e Granger, para o caso univariado, e por Johansen, para o caso multivariado, sendo o último através o modelo do vetor autorregressivo (VAR). Os resultados mostraram que todas as séries dos índices de preços diários são integradas de ordem um possibilitando, assim, a aplicação dos testes de cointegração. Concluiu-se que existem três vetores de cointegração e, portanto, ajustou-se um modelo de correção de erros. A função impulso resposta foi utilizada para observar o comportamento das demais séries quando dado um choque aleatório na série de preços da Bolsa de Valores brasileira.

Palavras-chave: Cointegração, modelo VAR, índice do mercado de ações.

1 Introdução

Uma série temporal é um conjunto de observações ordenadas ao longo do tempo. O objetivo principal de analisar séries temporais é descrever seu comportamento, encontrar características (como tendência e sazonalidade) e fazer previsões. Quando se fala em descrever um comportamento, é comum observar se a série temporal evolui em torno de uma média constante. Então, surge o conceito de estacionariedade. Dizemos que uma série é estacionária quando sua média e variância são invariantes se houver translações no tempo e, além disso, a covariância depende apenas da distância temporal.

Entretanto, é possível tornar uma série estacionária através de transformações nas variáveis seja por Transformação Box-Cox ou operação diferença. Esse último procedimento é muito utilizado quando se deseja modelar séries econômicas, pois elas costumam apresentar tendência estocástica e, nesse caso, aplicar diferenças sucessivas na variável é a solução recomendada. No entanto, esta solução nos traz a perda de informação de longo prazo.

Por outro lado, regressões com séries não estacionárias pode levar a resultados espúrios. A regressão espúria é um fenômeno que acontece na prática quando fazemos a regressão de uma série não estacionária em outra série com a mesma característica. Tal regressão é sem sentido, uma vez que se observa uma significância estatística que não existe de fato. Apesar disso, existe possibilidade dessa regressão ser informativa, principalmente no que se refere ao longo prazo, desde que as variáveis sejam relacionadas em um sentido preciso.

A noção de cointegração torna essas regressões cujas variáveis se tornam estacionárias após aplicar a diferenciação, altamente significativas e nos informará algo sobre a relação de longo prazo entre elas. A cointegração entre duas séries também implica em um tipo particular de modelo: o modelo de correção de erros. Este integra relações de curto prazo com equilíbrios de longo prazo que podem ser estimadas em separado ou conjuntamente.

A teoria da cointegração é bastante utilizada em Econometria para comparar séries de preços de mercados acionários e analisar se existe algum tipo de ligação entre eles. A motivação para estudar o comportamento de séries de preços em mercados acionários está no fato de que se existe uma relação de longo prazo entre estes é possível investir melhor os recursos disponíveis, otimizando os resultados e minimizando as perdas e impactos na carteira de clientes. Sendo assim, se dois mercados são estáveis ao longo do tempo, alocar o recurso em um ou outro não trará impacto significativo nem grandes perdas em seus portfólios. Entretanto, se houver diferença entre eles, deve-se ter cuidado ao investir, pois aplicar dinheiro em uma Bolsa de valores que tende a ter quedas leva a riscos e não é seguro.

Nesse estudo usamos essa metodologia para estudar como diferentes mercados de ações ao redor do mundo estão relacionados. Engle e Granger (1987) demonstraram que se duas variáveis são cointegradas então elas seguem um modelo de correção de erros bem especificado onde as estimativas dos coeficientes bem como o padrão dos erros para os coeficientes da equação estimada são consistentes. O modelo de correção de erros nos oferece uma maneira de testar a interação dinâmica no movimento dos preços das ações.

Sendo assim, esse estudo visa analisar a ligação entre os mercados de ações da Inglaterra, México, Estados Unidos e Brasil utilizando dados de fechamento diário de Janeiro de 2004 a Dezembro de 2012 e considerando como base o período da crise econômica de 2008. Logo, utilizamos uma amostra completa e duas subdivisões: o período pré-crise e o pós-crise para investigar o impacto da crise nesses mercados. Isso foi feito através da teoria da cointegração utilizando os testes de Engle e Granger para comparações aos pares e de Johansen no caso multivariado.

Além disso, é de interesse replicar o artigo *“International stock Market linkages: Evidence from the pre-and post-October 1987 period”*, de Bala Arshanapalli e John Doukas publicado em 1993 no *Journal of banking and Finance* e utilizar o modelo de vetor autorregressivo para concluir sobre a estabilidade desses mercados.

2 Estacionariedade

Para estimar uma série temporal é necessário que conheçamos o conceito de estacionariedade. Um *processo estacionário* é aquele no qual as distribuições de probabilidade têm estabilidade ao longo do tempo. Em outras palavras, se, intuitivamente, x^1 é um processo estacionário, as características $x(t+k)$, para todo k , são as mesmas de $x(t)$.

Frequentemente supõe-se que séries temporais são estacionárias, ou seja, elas desenvolvem no tempo aleatoriamente ao redor de uma média constante, refletindo alguma forma de equilíbrio estável. (MORETTIN E TOLOI, 2006)

Existem duas formas de estacionariedade: fraca (ou de segunda ordem) e estrita (ou forte).

2.1 Estacionariedade Estrita

Um processo estocástico (ver Morettin e Toloi, 2006) $x = \{x(t), t \in T\}$ é dito estritamente estacionário se

$$F(x_1, \dots, x_n; t_1 + k, \dots, t_n + k) = F(x_1, \dots, x_n; t_1, \dots, t_n), \quad (1)$$

para todo t_1, \dots, t_n, k de T .

O significado disso é que as distribuições de probabilidade finito dimensionais não variam com o decorrer do tempo, então a média μ_t e a variância Var_t são constantes, isto é

$$\mu_t = \mu, Var_t = \sigma^2,$$

para todo $t \in T$.

2.2 Estacionariedade Fraca

Um processo estocástico $x = \{x(t), t \in T\}$ é dito *fracamente estacionário* ou *estacionário de segunda ordem* se e somente se

1. $E\{x(t)\} = \mu(t) = \mu$ é constante para todo $t \in T$;
2. $E\{x^2(t)\} = \sigma^2 < \infty$, para todo $t \in T$;
3. $\gamma(t, t+k) = Cov(x_t, x_{t+k})$ depende somente de k e não de t .

¹Em Econometria, tanto variáveis aleatórias quanto observações de uma amostra são denotadas por letras minúsculas. Letras maiúsculas normalmente são utilizadas para representar matrizes.

2.3 Função de Autocorrelação - FAC

Se considerarmos um processo qualquer x_t a função de autocorrelação indica o quanto esse processo é correlacionado com ele mesmo em instantes de tempos diferentes, ou seja, em x_t e x_{t-1} . Pode ser definida como a razão entre a autocovariância e a variância de um conjunto de dados.

A função de autocorrelação (FAC) é o gráfico da autocorrelação contra a defasagem e permite identificar a defasagem de um processo Média Móvel(MA) puro ou ARMA(0,q), pois a autocorrelação do MA torna-se zero a partir da defasagem q, enquanto de outros modelos, como AR(p) ou ARMA(p,q), decai. A forma de decaimento é exponencial no caso de um AR(1) e tem diversas configurações em um ARMA(p,q). (ver Morettin e Toloi, 2006).

A figura 1 representa a FAC característica de um ruído branco $RB(0, \sigma^2)$, pois a autocorrelação nos lags diferentes de zero estão dentro dos intervalos de confiança representados pela linha tracejada.

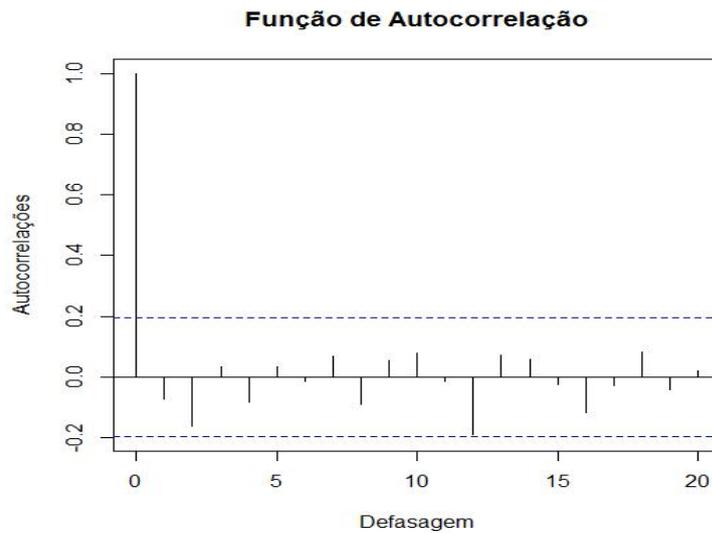


Figura 1: Exemplo de função de autocorrelação

A vantagem de se observar a FAC é extrair o máximo de informações da série para modelá-la adequadamente. Além da FAC existe outra função que auxilia nessa identificação: a função de autocorrelação parcial que veremos a seguir.

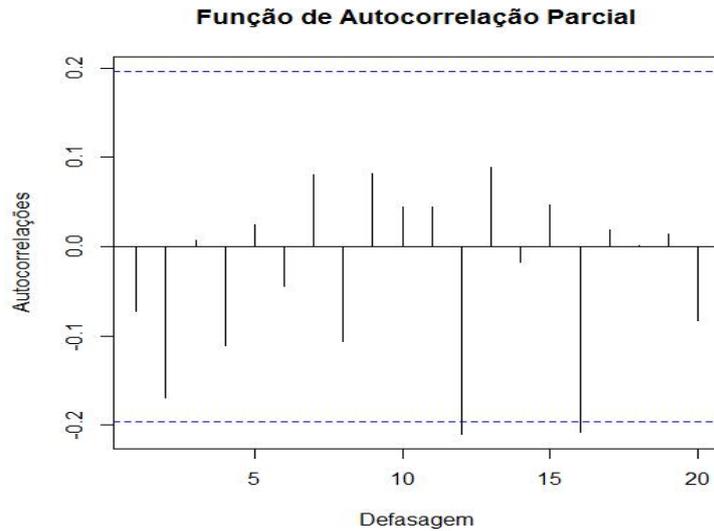


Figura 2: Exemplo de função de autocorrelação parcial

2.4 Função de Autocorrelação Parcial - FACP

Quando o objetivo é determinar a ordem de defasagem ou concluir sobre a estacionariedade de séries temporais, é importante que olhemos tanto a FAC quanto a função de autocorrelação parcial para tomarmos decisões. A função de autocorrelação parcial (FACP) de lag k é a autocorrelação entre x_t e x_{t-k} que não é considerada dos lags 1 até $k-1$. Ela elimina correlações implícitas entre duas observações mantendo apenas a correlação pura entre elas. A FACP define defasagem do processo Autorregressivo (AR) (ver Morettin e Tolo, 2006) e o intervalo de confiança é dado por $\pm \frac{2}{\sqrt{n}}$.

3 Processos Não Estacionários

Quando uma série temporal é não estacionária, estimá-la de modo trivial não é possível. Todavia a maioria dos procedimentos de análise estatística de séries temporais supõe que as séries são estacionárias. Assim, algumas transformações são feitas na série original visando obter estacionariedade. A mais comum dessas transformações é diferenciar tantas quantas vezes forem necessárias a série original para estacionarizá-la. Em séries econômicas, geralmente, será suficiente tomar uma ou duas diferenças no máximo.

3.1 Tendência

A maioria das séries temporais econômicas tem em comum o fato de apresentarem um crescimento (ou decrescimento) com o passar do tempo. Devemos ter o cuidado, no entanto, de saber reconhecer se tais séries contêm uma tendência temporal, pois ignorar que dois processos estão crescendo (ou decrescendo) na mesma direção ou em direções opostas pode nos levar a conclusões equivocadas de que mudanças numa variável são ocasionadas devido às modificações na outra variável. Comumente, a aparente correlação apresentada por dois processos de séries temporais é causada por fatores externos aos processos, ou seja, fatores que não foram observados.

Existem, pelo menos, dois modelos estatísticos capazes de descrever uma sequência com tendência.

A maneira mais conhecida é considerar,

$$x_t = \alpha_0 + \alpha_1 t + a_t, t = 1, 2, \dots \quad (2)$$

Onde a_t é um sequência independente e identicamente distribuída com média zero e variância σ^2 . Como α_1 multiplica o tempo t , resulta em uma *tendência temporal linear*. Com a utilização desse modelo, a interpretação do parâmetro α_1 em (2) nos sugere que mantendo os demais fatores constantes (em a_t), α_1 indica a mudança em x_t , de um instante para o próximo devido à passagem do tempo.

Outra formulação conhecida é escrever o valor médio de uma sequência com tendência temporal como função linear do tempo:

$$E(x_t) = \alpha_0 + \alpha_1 t \quad (3)$$

Quando $\alpha_1 > 0$, em média, x_t cresce com passar do tempo, caso contrário, decresce apresentando uma tendência decrescente. Os valores de x_t não caem

exatamente na linha de (3), pois existe aleatoriedade, mas os valores esperados estão sobre essa linha. A variância de x_t é constante ao longo do tempo, ou seja, $\text{Var}(x_t) = \text{Var}(a_t) = \sigma_a^2$.

Se a_t for uma sequência independente e identicamente distribuída, então x_t também será independente, mas não identicamente distribuída.

Séries econômicas também podem ser caracterizadas por uma tendência exponencial que surge quando uma série tem a mesma taxa de crescimento de período para período.

Após algumas definições sobre tendência, vamos definir um modelo generalizado para séries econômicas. Consideramos esse modelo contendo três diferentes partes:

$$x_t = \text{tendência} + \text{componente estacionário} + \text{choque aleatório}$$

Devido a particularidades da não estacionariedade, podemos distinguir dois tipos de tendência: estacionária e estocástica.

Supondo o seguinte modelo:

$$x_t = \delta_1 + \delta_2 t + \delta_3 x_{t-1} + a_t. \quad (4)$$

Se considerarmos $\delta_1 \neq 0$, $\delta_2 = 0$ e $\delta_3 = 1$ teremos um passeio aleatório com drift (que será definido a seguir).

Entretanto, se considerarmos o seguinte modelo:

$$\Delta x_t = \delta + a_t$$

$$x_t = x_{t-1} + \delta + a_t \quad (5)$$

Fazendo substituições recursivas em x a série fica expressa por:

$$x_t = x_0 + \delta_2 t + \sum_{i=1}^t a_t$$

A variável aleatória x é composta por todos os choques a_t , ou seja, $\sum_{i=1}^t a_t$. Define-se esse processo como tendência estocástica, pois a diferença da série é estacionária e os choques a_t produzem mudanças permanentes na série x , mesmo que aleatórias. Observe que de (5) segue que

$$\Delta x_t = x_t - x_{t-1} = \delta + a_t. \quad (6)$$

Logo δ_1 é a tendência nesse processo e é denominada *tendência estocástica*, pois a diferença da série é estacionária e os choques a_t produzem mudanças permanentes na série x_t , mesmo que aleatórias.

No entanto, se na equação (4) $\delta_2 \neq 0$ e $\delta_3 = 0$, ao diferenciarmos, tem-se:

$$x_t = \delta_1 + \delta_2 t + a_t. \quad (7)$$

Definimos tal modelo como tendência estacionária, pois tem uma flutuação em torno de uma tendência determinística e nunca se distancia dela. Podemos observar ainda que, se subtrairmos a tendência determinística, teremos um componente estacionário.

Para exemplificar vamos utilizar uma simulação com 400 erros independentes (a_t) e identicamente distribuídos cuja distribuição é uma Normal com média zero e variância constante igual a 1. A partir destes erros, obtivemos duas séries, uma com tendência estacionária, outra com tendência estocástica.

A série com tendência estacionária é dada por:

$$x_t = 0,3t + a_t.$$

Já a série com tendência estocástica é dada por:

$$x_t = 0,3 + x_{t-1} + a_t.$$

A figura abaixo representa os modelos descritos:

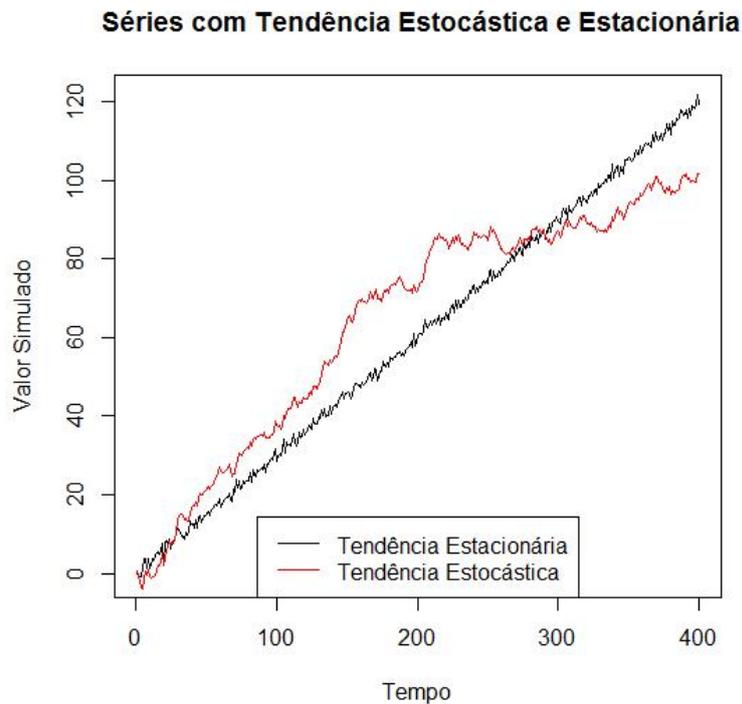


Figura 3: Séries Temporais com tendência Estocástica e Estacionária

Na série com tendência estacionária os desvios em relação à linha de tendência são puramente aleatórios não impactando no comportamento de longo prazo da série. Entretanto, na série com tendência estocástica, o componente de erro aleatório a_t afeta essa trajetória de longo prazo.

Conhecidas as diferenças entres os tipos de tendência, nos dedicaremos apenas às séries cuja tendência é estocástica. Tais séries são denominadas integradas e denotadas por $I(d)$, onde d representa o número mínimo de vezes que se deve diferenciar a série para torná-la estacionária.

3.2 Passeio Aleatório

Suponha que a_1, a_2, \dots, a_t são processos ruído branco. Considere ainda que a média μ de cada variável a_t é igual a zero e a variância σ_a^2 . Um processo x_t é dito passeio aleatório se

$$x_t = x_{t-1} + a_t \quad (8)$$

Logo se assumirmos que no instante de tempo $t = 0$ o processo também é igual a zero, a série temporal x_t é definida da seguinte forma:

$$\begin{aligned} x_1 &= a_1 \\ x_2 &= x_1 + a_2 = a_1 + a_2 \\ &\vdots \\ x_t &= a_1 + a_2 + \dots + a_t \end{aligned}$$

A função média de (8) é:

$$\begin{aligned} \mu_t &= E(x_t) \\ &= E(a_1 + a_2 + \dots + a_t) \\ &= E(a_1) + E(a_2) + \dots + E(a_t) \\ &= 0 + 0 + \dots + 0 \end{aligned}$$

Já que $E(a_t) = 0$, então μ_t é igual a zero para todo t .

Obtendo a variância:

$$\begin{aligned} Var(x_t) &= Var(a_1 + a_2 + \dots + a_t) \\ &= Var(a_1) + Var(a_2) + \dots + Var(a_t) \\ &= \sigma_a^2 + \sigma_a^2 + \dots + \sigma_a^2 = t\sigma_a^2 \end{aligned}$$

Podemos notar que a variância do processo muda com o passar do tempo.

Para que possamos concluir melhor sobre a estacionariedade de um passeio aleatório é importante que se defina, além da média e variância, as autocovariâncias. As autocovariâncias $\gamma(t_1, t_2)$ correspondem a covariância entre x_{t_1} e x_{t_2} . Quando $t_1 = t_2 = t$, a autocovariância é simplesmente $\sigma_a^2(t)$.

Supondo $1 \leq t \leq s$ teremos:

$$\begin{aligned} \gamma_{t,s} &= Cov(x_t, x_s) \\ &= Cov(a_1 + \dots + a_t, a_1 + \dots + a_s) \\ &= Cov(a_1, a_1) + Cov(a_2, a_2) + \dots + Cov(a_t, a_t) \\ &= \sigma_a^2 + \sigma_a^2 + \dots + \sigma_a^2 = t\sigma_a^2 \end{aligned}$$

onde

$$Cov(a_t, a_s) = 0 \text{ para todo } t \neq s.$$

As figuras (4) e (5) são exemplos de, respectivamente, função de autocorrelação e a função de autocorrelação parcial de um passeio aleatório.

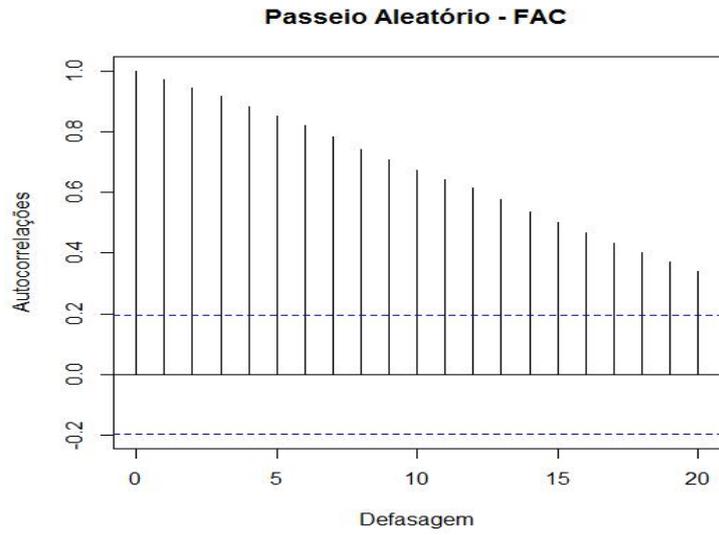


Figura 4: Função de autocorrelação de um passeio aleatório

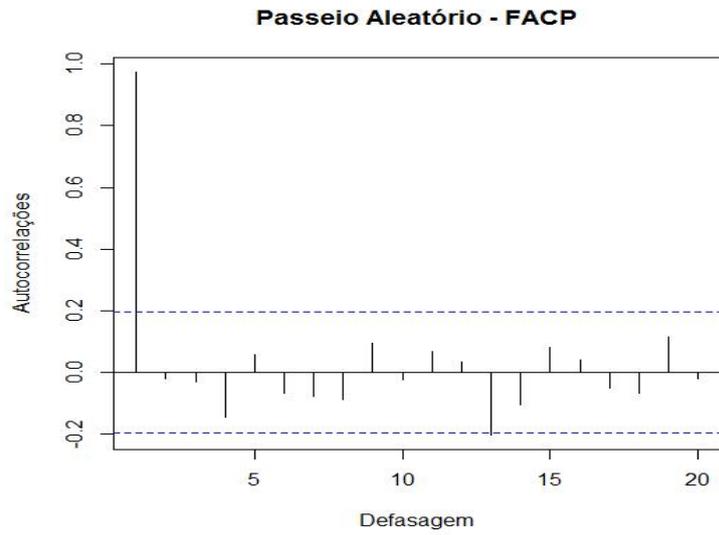


Figura 5: Função de autocorrelação parcial de um passeio aleatório

3.3 Regressão Espúria

Existe a possibilidade de encontrarmos uma relação espúria entre séries temporais que contenham tendência. Quando as séries são dependentes de forma determinística dessa tendência, ou seja, a série é de tendência estacionária, o problema é solucionado adicionado uma tendência temporal no modelo de regressão. No entanto, quando tratamos de processos integrados de ordem um (I(1)) existe outro agravante. Quando tentamos fazer a regressão de uma série não estacionária contra outra série que tem a mesma característica, encontramos com frequência um resultado com significância estatística mesmo que tal resultado não tenha nenhum significado econômico.

Para ilustrar melhor vamos supor dois passeios aleatórios x_t e y_t onde

$$x_t = x_{t-1} + a_t, t = 1, 2, \dots$$

e

$$y_t = y_{t-1} + e_t, t = 1, 2, \dots$$

Sendo que a_t e e_t são ruídos branco, com média zero e variância σ_a^2 e σ_e^2 respectivamente. x_t e y_t também são independentes e ambos valores iniciais das séries são zero. Se for feita a regressão

$$\hat{y}_t = \beta_0 + \beta_1 x_t + a_t$$

e encontrarmos a estatística de teste t para β_1 é esperado que o teste $H_0: \beta_1 = 0$ versus $\beta_1 \neq 0$, cujo nível de significância é 5%, nos forneça uma estatística t para β_1 cujos valores são não significativos em 95% das vezes.

Granger e Newbold (1974), através de simulação, demonstraram que se x_t e y_t são I(1) e passeios aleatórios, a regressão de uma variável contra a outra gera resultados que não tem sentido, inconsistentes e, além disso, os testes de significâncias usuais mostram que as variáveis são relacionadas.

Regressões espúrias são caracterizadas por alto R^2 e um baixo valores da estatística de Durbin-Watson (ver Granger e Newbold(1974)).

Segundo Bueno(2011), em resumo, temos:

- “1. Se y_t e x_t são ambos estacionários, a regressão convencional se aplica sem problemas;
2. Se y_t e x_t são integrados de diferentes ordens, regredir um contra o outro é espúrio e sem significado;
3. Se y_t e x_t são integrados de mesma ordem, e o resíduo ainda é integrado, a regressão é espúria;
4. Se y_t e x_t são integrados de mesma ordem, e os resíduos são estacionários, há cointegração (que será discutido adiante).”

Diante disso, devemos ter cuidado quando usarmos variáveis $I(1)$ em análise de regressão. Uma sugestão para o uso dessas variáveis é serem diferenciadas antes de serem utilizadas em modelos de regressão linear. No entanto, diferenciar a série cujas variáveis são $I(1)$ nos limita responder algumas questões, principalmente, no que se refere às relações de longo prazo.

3.4 Teste de Raiz Unitária

Existem testes específicos para verificar a existência de raízes unitárias em séries temporais. Tais testes são importantes, pois ao verificarmos uma série visualmente não somos capazes de distingui-la como de tendência determinística ou estocástica.

Consideremos o modelo:

$$x_t = \theta x_{t-1} + a_t \quad (9)$$

Se $\theta = 1$, x_t será um processo de raiz unitária. A ideia por trás dos testes de raiz unitária é a seguinte: Se regredirmos x_t em x_{t-1} e verificarmos que o coeficiente θ estimado é igual a um, conclui-se que o processo é não estacionário. Caso contrário, o processo é estacionário. A hipótese nula do teste indica ausência de estacionariedade.

3.4.1 Dickey-Fuller

Vamos considerar o modelo proposto em (9) e, inicialmente, não podemos estimá-lo e aplicar um teste t convencional em θ , pois sob a hipótese nula $H_0 : \theta = 1$, o processo x_t é não estacionário. O Teste de Dickey-Fuller trabalha com a equação (9) na forma de diferenças, ou seja:

$$\Delta x_t = \delta x_{t-1} + a_t, \delta = \theta - 1. \quad (10)$$

Então, estimamos a equação (10) e testamos a hipótese nula $\delta = 0$ que representa que a série é não estacionária. Ou ainda, a série diferenciada é estacionária. Se $\delta = 0$, a série é não estacionária e, portanto, ela possui pelo menos uma raiz unitária (pode possuir mais de uma e nesse caso, a série diferenciada não é estacionária). Entretanto, sob a hipótese nula a distribuição do teste não é usual, não sendo igual à distribuição t de Student.

Para solucionar este problema, Dickey e Fuller (1979) realizaram simulações e encontraram a distribuição do estimador δ recalculando o valor da estatística t convencional e a definiram como estatística Tau (τ). O valor dessa estatística se altera conforme se define a equação de regressão (com ou

sem tendência determinística e a existência de drift² e segundo o tamanho da amostra (BUENO, 2011)). Se o valor estimado de τ for menor que os valores obtidos por meio de simulação, rejeita-se a hipótese nula e concluímos que a série não possui raiz unitária.

3.4.2 Dickey-Fuller Aumentado

A limitação do teste anterior se deve ao fato de que Dickey e Fuller (1979) consideraram o erro (a_t) um ruído branco³, porém, comumente o erro é um processo estacionário qualquer e isso causa distorções no poder do teste. Para corrigir esse problema, surgiu o teste de Dickey-Fuller aumentado (ADF).

O teste ADF é definido por:

$$\Delta x_t = \delta x_{t-1} + \alpha_1 \Delta x_{t-1} + \dots + \alpha_k \Delta x_{t-k} + a_t$$

A ideia é que o modelo seja estimado utilizando as variáveis autorregressivas. Dessa forma, o valor da estatística t não se altera. Ou seja, desde que se faça uma correção no modelo, considerando as variáveis defasadas, não se alteram os valores críticos do teste ou a interpretação do modelo.

Diante dessa situação, utilizaremos o teste de Dickey-Fuller aumentado para que possamos analisar a existência de raízes unitárias.

²Define-se drift como deslocamento.

³Uma sequência a_t é um ruído branco se cada valor dela tiver média zero, variância constante e não for correlacionado a qualquer realização da própria série (autocorrelação igual a zero) (BUENO, 2011).

4 Análise de Cointegração e Estimação do Modelo de Correção de Erros

A desvantagem de utilizarmos modelos ARIMA⁴ para modelar séries econômicas está na perda de informações importantes, principalmente, as de longo prazo. Isso por que ao diferenciar uma série para estacionarizá-la muitas características se perdem (a constante, por exemplo). Além disso, a possibilidade de regressão espúria com variáveis I(1) nos faz ser cuidadosos quanto ao seu uso. Uma solução para esse problema está no conceito de séries cointegradas ou, simplesmente, cointegração, que integra relações de curto prazo com equilíbrios de longo prazo que podem ser estimados em separado ou conjuntamente.

Um conceito mais formal sobre cointegração foi proposto por Engle e Granger (1987) e nos possibilita trabalhar com regressões que envolvem variáveis I(1) e as torna bastante significativas.

Segundo Engle e Granger(1987),

”Os elementos do vetor $X_t = (x_1, x_2, \dots, x_n)'$ são ditos cointegrados de ordem (d,b), denotados por $X_t \sim CI(d, b)$, se

i. Todos os elementos X_t são integrados de ordem d, ou seja, são I(d);

ii. Existe um vetor não nulo, β , tal que

$$a_t = X_t' \beta \sim I(d - b), b > 0.$$

O vetor β é chamado de vetor de cointegração.”

A primeira condição nos informa que todas as variáveis constantes de X_t devem ser integradas de mesma ordem para que possam ser cointegradas. As variáveis presentes em X_t levam uma relação de equilíbrio de longo prazo. Utilizamos o termo longo prazo, pois as variáveis são não estacionárias e têm uma tendência estocástica. Se a tendência estocástica for comum a todas as variáveis, diz-se que existe um equilíbrio de longo prazo (BUENO, 2011).

O vetor de cointegração dado por β define uma combinação linear entre os elementos e X_t que seguem uma tendência comum e sem desvios. Assim, o vetor de cointegração não é único e por isso pode haver incerteza para defini-lo de maneira correta. Para que isso não aconteça, normaliza-se o vetor β (e a partir de agora, consideremos tal vetor na versão normalizada). No entanto, no curto prazo existem desvios dessa tendência, dessa forma a_t representa o

⁴Ver Morettin e Tolo, 2006, Análise de séries temporais, p. 35.

erro de equilíbrio porque nos mostra os desvios temporários do equilíbrio de longo prazo.

Vale lembrar nesse momento a respeito da ordem de integração que nada mais é que o número de vezes que a série foi diferenciada para se tornar estacionária. Por exemplo, usualmente, séries econômicas tem ordem de integração menor que dois⁵ e séries estacionárias têm ordem de integração igual a zero. Já a diferença (d-b) é a ordem de integração obtida da aplicação do vetor β em X_t . A partir da aplicação de β em X_t podemos interpretar a_t (que pode ser considerado o resíduo de uma coordenada do vetor de X_t contra as demais variáveis dada a normalização). Se as variáveis são cointegradas, o resíduo a_t tem ordem de integração menor que a ordem das variáveis que o originaram, ou seja, se ambas variáveis originais são I(1) o resíduo será I(0). Se interpretarmos economicamente, o fato de termos obtido um resíduo integrado de ordem zero nos garante que existe um equilíbrio de longo prazo entre as coordenadas do vetor já que a ordem de integração da série diminuiu.

A teoria da cointegração tem como preocupação, portanto, dois pontos principais:

- i. Testar os resíduos a_t para verificar se é uma variável estacionária;
- ii. Dado que a_t é estacionário, usar essa informação para ajustar um modelo de correção de erros que incorpora o erro de equilíbrio e nos fornece uma informação do comportamento de curto prazo e também de longo prazo da série.

4.1 Teste de Cointegração de Engle e Granger

Engle e Granger (1987) propõe um método que contém três etapas para analisar a existência de cointegração. O teste proposto é fácil de ser executado e é indicado para ser feito em apenas uma equação. Inicialmente, vamos propor um sistema com duas variáveis x_t e y_t cuja ordem de integração é um. Vamos estimar a relação de longo prazo e armazenar os resíduos. Após, faremos o teste de raiz unitária nos resíduos para verificar se os mesmos são estacionários. Se não rejeitarmos a hipótese nula de raiz unitária, as variáveis de interesse não são cointegradas, caso contrário, as variáveis são cointegradas.

As etapas do teste de cointegração são as seguintes:

- i. Determinar a ordem de integração de cada uma das variáveis envolvidas utilizando o teste de raiz unitária (através do Teste de Dickey-Fuller Aumentado (ADF));

⁵Nesse estudo, iremos considerar os casos em que as variáveis são integradas de ordem um e algumas de ordem zero.

ii. Se as variáveis forem I(1), estimar a regressão cointegradora, definida como relação de longo prazo, e obter \hat{a}_t .

iii. Verificar se os resíduos estimados da regressão cointegradora têm raiz unitária usando o procedimento ADF:

$$\Delta \hat{a}_t = \delta \hat{a}_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \Delta \hat{a}_{t-i} + \nu_t$$

onde $H_0 : \delta = 0$.

Não rejeitar a hipótese nula, indica que os resíduos têm raiz unitária e, assim, as variáveis não cointegram.

Não podemos usar os valores tabelados convencionais, pois os resíduos são estimados. Então, utilizaremos uma tabela apropriada para variáveis estimadas que pode ser encontrada no trabalho de Engle e Granger (1987).

O coeficiente β é estimado por mínimos quadrados ordinários e segundo BUENO (p.247, 2011) ele será superconsistente na presença de cointegração.

4.2 Vetor Autorregressivo - VAR

Geralmente modelos econômicos são compostos por mais de uma variável e, portanto, o uso de modelos univariados, como foi visto até então, é limitado para explicar tais modelos.

O vetor autorregressivo é uma ferramenta importante em modelagem econômica, pois nos permite expressar modelos econômicos de forma completa e estimar seus parâmetros.

Na sua forma básica um modelo VAR de ordem p pode ser expresso por um vetor com n variáveis dependentes, Y_t , que se conectam entre si através de uma matriz A da seguinte maneira:

$$Y_t = A_1 Y_{t-1} + \dots + A_p Y_{t-p} + a_t, \quad (11)$$

onde A_i é uma matriz de coeficientes k x k onde $i = 1, \dots, p$ e a_t é um processo k - dimensional no qual $E(a_t) = 0$, ou seja, é um vetor k x 1 de choques aleatórios que não se correlacionam e são invariantes no tempo.

Uma característica importante de um processo VAR(p) é a estabilidade. Isso significa que ele gera séries temporais estacionárias com médias, variâncias e covariância que não variam ao longo do tempo. Pode-se verificar a estabilidade avaliando o polinômio característico:

$$\det(I_n - A_1 z - \dots - A_p z^p) \neq 0 \text{ para } |z| \leq 1.$$

Se a solução da equação acima possui raiz para $z = 1$, então algumas ou todas as variáveis do processo VAR(p) são integrados de ordem um, isto é, I(1).

Na prática, é conveniente transformar um VAR(p) em um VAR(1) que pode ser escrito da seguinte maneira:

$$\xi_t = A\xi_{t-1} + \nu_t,$$

onde,

$$\xi_t = \begin{pmatrix} Y_t \\ \vdots \\ Y_{t-p-1} \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} A_1 & A_2 & \dots & A_{p-1} & A_p \\ I & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & I & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & I & 0 \end{pmatrix}$$

$$\nu_t = \begin{pmatrix} u_t \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}$$

Se o módulo dos autovalores de A forem menores que um, então dizemos que o processo VAR(p) é estável. Resumidamente, o VAR se preocupa em responder qual a trajetória da série quando ocorre um choque estrutural (nos erros u_t), ou seja, se o choque afeta uma série, que mudanças ela sofrerá.

A seleção da ordem p de um modelo VAR é uma tarefa difícil, pois há uma probabilidade alta de que a autocorrelação de uma determinada variável seja diferente de zero mesmo se p for alto. Analogamente ao processo univariado, podemos usar um critério de informação para definir a ordem de defasagem do modelo. Os critérios⁶ mais utilizados são o de Akaike(AIC) e o de Schwarz(BIC).

⁶Nesse estudo, a função `vec2var` do software R seleciona automaticamente a defasagem do VAR.

4.3 Vetores de Cointegração

Supondo um sistema bivariado composto pelas séries y_t e x_t ambas $I(1)$, com vetor de integração $(1, -b)$, tal que $y_t - bx_t$ é $I(0)$. E ainda, supomos que exista outro vetor de cointegração dado por $(1, -c)$, tal que $y_t - cx_t$ também é $I(0)$.

Utilizando como exemplo a equação:

$$y_t - cx_t = \underbrace{y_t - bx_t}_{I(0)} + \underbrace{(b - c)x_t}_{I(1)_{oub=c}}$$

Ou seja, haverá apenas um vetor de cointegração se $b = c$. No caso de $b \neq c$ devemos olhar com cuidado para $(b - c)x_t$, pois para que $y_t - cx_t$ seja estacionário é necessário que x_t seja $I(0)$ e isso não é possível uma vez que definimos no início que x_t é $I(1)$.

Tal exemplo é forçoso, mas serve para ilustrar bem o número máximo de vetores de cointegração que podemos ter dependendo do número de variáveis que estamos estudando. Portanto, em um sistema de k variáveis teremos, no máximo, $k - 1$ vetores de cointegração como foi demonstrado anteriormente.

4.4 Teste de Cointegração de Johansen

Consideremos um modelo VAR representado por (11). Tal equação pode ser modificada em termos de um modelo de correção de erros (VECM) da seguinte maneira:

$$\Delta Y_t = \Gamma_1 \Delta Y_{t-1} + \dots + \Gamma_{k-1} \Delta Y_{t-k+1} + \Pi Y_{t-k},$$

onde,

$$\Gamma_i = -(I - A_1 - \dots - A_i), (i = 1, 2, \dots, k - 1) \text{ e } \Pi = -(I - A_1 - \dots - A_k).$$

Segundo Harris(1995), a principal vantagem de se escrever o sistema em termos do modelo de correção de erros se deve ao fato que se incorpora informações de longo e curto prazo via ajustes nas variações de Y_t que são dadas pelas estimativas dos parâmetros Γ_i e Π .

O parâmetro Π é representado como:

$$\Pi = \alpha \beta'$$

sendo que α representa a velocidade de ajustamento dos parâmetros da matriz de curto prazo e β é uma matriz de coeficientes de cointegração de longo prazo.

A metodologia de cointegração de Johansen apresenta três situações distintas segundo Harris(1995, p.79):

se

“o posto de π é completo (isto é, há $r=n$ colunas linearmente independentes), então as variáveis em Y_t são $I(0)$, enquanto que, se o posto Π é zero, então há relacionamento de cointegração. Nenhum desses dois casos são particularmente interessantes. Mais importante é quando Π tem posto reduzido, isto é, há $r \leq (n-1)$ vetores de cointegração presentes.”

Sendo assim, quando $r = n$, Y_t é estacionário e o ajuste do modelo deve ser feito sem diferenciar as variáveis. Se $r = 0$, ΔY_t é estacionário e, por consequência, o modelo deve ser ajustado utilizando as variáveis diferenciadas. Por fim, quando $0 < r < n$, é equivalente a testar quais colunas de α são iguais a zero (dado que $\Pi = \alpha\beta'$) o que implica que $\beta'Y$ é estacionário concluindo que existem r vetores de cointegração, ou seja, são as r colunas de β .

Para testar a presença dos vetores de cointegração, Johansen propõe dois testes. O primeiro é o teste do traço. A hipótese nula deste teste postula que existe r^* vetores de cointegração contra a hipótese alternativa de $r > r^*$ vetores. Rejeitada H_0 , significa que há mais de um vetor de cointegração.

O segundo teste é o de máximo autovalor, aparentemente com valores mais robustos que o anterior (BUENO, 2011). A hipótese nula deste teste assume que existem r^* vetores de cointegração enquanto que a hipótese alternativa é que existem $r^* + 1$ vetores. De maneira resumida, este teste verifica qual o máximo autovalor significativo que produz um vetor de cointegração. Rejeitar H_0 significa que há mais um vetor de cointegração.

Nesse estudo, usaremos o teste do máximo autovalor para testar a presença de vetores de cointegração.

4.5 Modelo de Correção de erros

Como já vimos, há uma relação de equilíbrio de longo prazo em variáveis cointegradas, porém podem existir desequilíbrios no curto prazo. O modelo de correção de erros (MCE) corrige esses desequilíbrios utilizando o erro de equilíbrio a_t para ligar o comportamento da regressão cointegradora estimada no curto prazo à de longo prazo e, ainda, evita o problema de regressão espúria.

Seja o modelo dinâmico:

$$y_t = \alpha + \beta_1 y_{t-1} + \phi_0 x_t + \phi_1 x_{t-1} + a_t \quad (12)$$

Se o operador de diferenças é dado por:

$$\Delta x = x_t - x_{t-1} \quad (13)$$

então,

$$\begin{aligned} y_t &= \alpha + \beta_1 y_{t-1} + \phi_0 x_t + \phi_1 x_{t-1} + a_t \\ y_t &= \alpha + \beta_1 y_{t-1} + \phi_0 x_t + \phi_1 x_{t-1} + a_t + (y_{t-1} - y_{t-1}) + (\phi_0 x_{t-1} - \phi_0 x_{t-1}) \\ y_t - y_{t-1} &= \alpha - (1 - \beta_1) y_{t-1} + \phi_0 x_t - \phi_0 x_{t-1} + \phi_0 x_{t-1} + \phi_1 x_{t-1} + a_t \\ \Delta y_t &= \alpha - (1 - \beta_1) y_{t-1} + \phi_0 \Delta x_t + (\phi_0 + \phi_1) x_{t-1} + a_t \\ \Delta y_t &= \alpha - (1 - \beta_1) y_{t-1} + \phi_0 \Delta x_t + (1 - \beta_1)(1 - \beta_1) - 1(\phi_0 + \phi_1) x_{t-1} + a_t \\ \Delta y_t &= \alpha + \phi_0 \Delta x_t - (1 - \beta_1)[y_{t-1} - \delta x_{t-1}] + a_t \\ &\text{onde } \delta = (1 - \beta_1)^{-1}(\phi_0 + \phi_1) \end{aligned}$$

$$\Delta y_t = a + \phi_0 \Delta x_t - (1 - \beta_1)[y_{t-1} - \delta x_{t-1}] + a_t \quad (14)$$

A equação (14) define o modelo de correção de erros.

O MCE é assim chamado porque explica Δy_t através de dois componentes: termos de longo e de curto prazo, onde $\phi_0 \Delta x_t$ representa as componentes de curto prazo e $y_{t-1} - \delta x_{t-1}$ as de longo prazo.

Podemos estimar o modelo alternativamente da seguinte maneira: primeiro, estimamos a relação entre y_t e x_t para armazenarmos os resíduos estimados da relação de cointegração. Logo em seguida, estimamos o modelo na primeira diferença incluindo os resíduos estimados anteriormente e com isso vamos obter o coeficiente de ajustamento Π e o coeficiente ϕ . O coeficiente de ajustamento pode ser interpretado como a velocidade do ajustamento quando o modelo sai da sua trajetória de longo prazo (BUENO, 2011).

As etapas do procedimento são:

- i. Obtenha $\hat{a}_t = y_t - \beta_1 x_t$, onde $\hat{\beta}_1$;
- ii. Use (i) para estimar a regressão:

$$\Delta y_t = \phi \Delta x_t + \pi \hat{a}_t - 1 + e_t$$

Com este procedimento, conseguimos estimar três parâmetros no modelo: ϕ , β e π .

O MCE pode ser estendido para um contexto multivariado, como visto anteriormente no procedimento de Johansen, utilizando um vetor de variáveis como segue:

$$Y_t = A_1 Y_{t-1} + \dots + A_k Y_{t-k} + a_t$$

Reparametrizando este modelo, obtemos o MCE definido por:

$$\Delta Y_t = \Gamma_1 \Delta Y_{t-1} + \dots + \Gamma_{k-1} \Delta Y_{t-k+1} + \Pi Y_{t-k} + a_t,$$

sendo a_t independente e identicamente distribuídos,

$$\Gamma_i = -(I - A_1 - \dots - A_i), (i = 1, 2, \dots, k-1)$$

e

$$\Pi = -(I - A_1 - \dots - A_k).$$

A matriz $\Pi_{n \times n}$ contém as informações de longo prazo correspondente a $\Pi = \alpha\beta'$, em que α representa o ajustamento do desequilíbrio e β uma matriz de coeficientes de longo prazo.

Outra especificação para o modelo de correção de erros é dada por:

$$\Delta Y_t = \Gamma_1 \Delta Y_{t-1} + \dots + \Gamma_{k-1} \Delta Y_{t-k+1} + \Pi Y_{t-k} + a_t,$$

onde

$$\Gamma_i = -(A_{i+1} + \dots + A_k), (i = 1, 2, \dots, k-1)$$

e

$$\Pi = -(I - A_1 - \dots - A_k).$$

5 Aplicação a dados reais

5.1 Dados da amostra

A crise econômica de 2008 foi devido à crise imobiliária nos EUA e originou uma crise mais ampla. O mercado imobiliário americano teve uma ascensão acelerada a partir do ano de 2000, pois os juros baixos eram incentivo para a aquisição de imóveis. No entanto, no início de 2004 os juros começaram a subir encarecendo o crédito e afastando os compradores. A inadimplência aumentou e desaqueceu uma das maiores economias do planeta influenciando diretamente grandes e pequenos mercados de todo o mundo. Desta forma, um dos objetivos desse estudo é avaliar o impacto dessa crise em diferentes mercados acionários.

Os quatro mercados acionários incluídos no estudo são Brasil, México, Inglaterra e Estados Unidos(EUA) representados pelas Bolsas de Valores IBOVESPA, IPC, FTSE 100 e *S&P500*, respectivamente. A inclusão do México no estudo é devido à proximidade tanto com o Brasil quanto com os EUA e da Inglaterra por ser um país desenvolvido como os EUA. O conjunto de dados consiste no logaritmo do preço, em moeda local, do fechamento diário dos índices de ações no período entre 02 de Janeiro de 2004 e 27 de Dezembro de 2012. Para obtermos uma amostra consistente, consideramos apenas os dias comuns a todos os quatro países totalizando 2081 observações. Os dados foram coletados no site da Yahoo Finanças.

Ao realizarmos os testes de cointegração usaremos subamostras que são: o período pré-crise, considerado de 02 de Janeiro de 2004 até 28 de Dezembro de 2006 com 696 observações e o pós-crise de 02 de Janeiro de 2009 até 28 de Dezembro de 2012 com 920 observações.

5.2 Análise preliminar

5.2.1 Autocorrelação

A função de autocorrelação pode ser utilizada para buscar indícios de estacionariedade ou não de uma série. Deste modo para analisarmos as séries dos índices de preços das bolsas de valores de Brasil, México, Inglaterra e Estados Unidos durante o período de 02/01/2004 a 28/12/2012 devemos observar a Tabela 1.

O lento decaimento nos primeiros cinco lags ($k=5$) da autocorrelação nos sugere que as séries são não estacionárias.

Tabela 1: Autocorrelações nas séries dos índices de preços

| | k = 1 | k = 2 | k = 3 | k = 4 | k = 5 |
|----------------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Brasil | 0,998 | 0,996 | 0,994 | 0,992 | 0,99 |
| México | 0,998 | 0,995 | 0,993 | 0,991 | 0,989 |
| Inglaterra | 0,994 | 0,989 | 0,985 | 0,981 | 0,976 |
| Estados Unidos | 0,995 | 0,991 | 0,988 | 0,985 | 0,981 |

$\rho(k)$ = autocorrelação entre x_t e x_{t-k} ;

Ao diferenciarmos as séries dos índices de preços uma única vez, obtemos uma série estacionária. Portanto, pode-se concluir que se trata de processos integrados de ordem um, ou seja, processos I(1). Os resultados estão representados na Tabela 2.

Tabela 2: Autocorrelações nas séries com uma diferença nos índices de preços

| | k = 1 | k = 2 | k = 3 | k = 4 | k = 5 |
|-------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|
| Δ Brasil | 0,008 | -0,064 | -0,052 | -0,037 | 0,019 |
| Δ México | 0,073 | -0,045 | -0,034 | -0,032 | 0,034 |
| Δ Inglaterra | -0,043 | -0,087 | -0,035 | 0,082 | -0,032 |
| Δ Estados Unidos | -0,113 | -0,053 | 0,017 | -0,026 | 0,023 |

$\rho(k)$ = autocorrelação entre x_t e x_{t-k} ; O intervalo de confiança no correlograma é [-0,04;0,04].

Para as subamostras também foi observado um decaimento de forma lenta nos cinco primeiros lags o que nos leva a conclusão de que essa série é não estacionária. A Tabela 3 nos mostra as autocorrelações nas séries em nível do período pré-crise enquanto a Tabela 5 representa o período pós-crise.

As Tabelas 4 e 6 contêm as autocorrelações nas séries após uma diferença. Ambos períodos têm séries estacionárias quando se aplica uma diferença nos indicando que são processos I(1). Sendo assim, como análise preliminar, podemos afirmar que tanto para a amostra total quanto para as subamostras, temos a mesma ordem de integração para as quatro séries de preços. Isso nos possibilita realizar os testes de cointegração que serão vistos nas próximas seções.

Tabela 3: Autocorrelações nas séries dos índices de preços no período de 02/01/2004 a 27/12/2006

| | k = 1 | k = 2 | k = 3 | k = 4 | k = 5 |
|----------------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Brasil | 0,994 | 0,988 | 0,983 | 0,978 | 0,973 |
| México | 0,994 | 0,988 | 0,983 | 0,977 | 0,972 |
| Inglaterra | 0,995 | 0,991 | 0,987 | 0,982 | 0,977 |
| Estados Unidos | 0,989 | 0,98 | 0,971 | 0,962 | 0,953 |

$\rho(k)$ = autocorrelação entre x_t e x_{t-k} ;

Tabela 4: Autocorrelações nas séries com uma diferença nos índices de preços no período de 02/01/2004 a 27/12/2006

| | k = 1 | k = 2 | k = 3 | k = 4 | k = 5 |
|-------------------------|--------|--------|--------|--------|-------|
| Δ Brasil | 0,025 | -0,056 | -0,038 | -0,069 | 0,019 |
| Δ México | 0,082 | -0,045 | -0,051 | -0,033 | 0,066 |
| Δ Inglaterra | -0,122 | 0,056 | 0,071 | -0,082 | 0,096 |
| Δ Estados Unidos | -0,032 | -0,077 | 0,02 | -0,056 | 0,043 |

$\rho(k)$ = autocorrelação entre x_t e x_{t-k} ; O intervalo de confiança no correlograma é [-0,04;0,04].

Tabela 5: Autocorrelações nas séries dos índices de preços no período de 02/01/2009 a 27/12/2012

| | k = 1 | k = 2 | k = 3 | k = 4 | k = 5 |
|----------------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Brasil | 0,991 | 0,982 | 0,973 | 0,964 | 0,956 |
| México | 0,995 | 0,99 | 0,985 | 0,98 | 0,975 |
| Inglaterra | 0,993 | 0,985 | 0,979 | 0,971 | 0,964 |
| Estados Unidos | 0,995 | 0,989 | 0,984 | 0,979 | 0,973 |

$\rho(k)$ = autocorrelação entre x_t e x_{t-k} ;

Tabela 6: Autocorrelações nas séries com uma diferença nos índices de preços no período de 02/01/2009 a 27/12/2012

| | k = 1 | k = 2 | k = 3 | k = 4 | k = 5 |
|-------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|
| Δ Brasil | -0,044 | 0,004 | -0,025 | -0,032 | -0,002 |
| Δ México | 0,059 | -0,022 | -0,016 | -0,011 | 0,015 |
| Δ Inglaterra | 0,018 | -0,035 | -0,008 | 0,018 | -0,036 |
| Δ Estados Unidos | -0,083 | 0,061 | -0,045 | 0,026 | -0,043 |

$\rho(k)$ = autocorrelação entre x_t e x_{t-k} ; O intervalo de confiança no correlograma é [-0,04;0,04].

5.2.2 Teste de Raiz Unitária

Para realizar o teste de raiz unitária utilizamos a função `ur.df` do pacote `urca` que calcula o teste do Dickey - Fuller aumentado (ADF). O tipo

de teste definido foi "drift" o que significa que foi adicionado um intercepto à equação estimada de regressão. Na Tabela 7 estão os resultados do teste para as séries dos índices de preços das ações durante o período de 02/01/2004 a 28/12/2012. O número de defasagens (lags(k)) foi determinado empiricamente utilizando o critério de informação de Akaike (AIC).

O valor da estatística τ é superior ao valor crítico da estatística de Dickey-Fuller ao nível de 1% para as séries sem diferença. Assim, não rejeitamos a hipótese nula de raiz unitária, ou seja, a série é não estacionária. No entanto, quando refazemos os testes após a aplicar a primeira diferença nas séries, observamos que a estatística τ é inferior ao valor crítico da estatística Dickey-Fuller ao nível de 1% , ou seja, a hipótese nula de raiz unitária é rejeitada, indicando que as séries dos índices de preços das ações são estacionárias. A importância de verificar se as séries diferenciadas são estacionárias ou não é ter certeza que estamos tratando de processos $I(1)$ e não de processos cuja ordem de integração é mais alta.

Ao realizar o teste nas subamostras, obtivemos as mesmas conclusões que na amostra completa. Séries em nível são não estacionárias e após a primeira diferença alcançam a estacionariedade. Podemos comparar o período pré-crise, cujos valores estão apresentados na Tabela 8, com o período pós-crise, na Tabela 9. Como complementação à análise das autocorrelações, uma vez que este procedimento tem certo grau de subjetividade, o teste de raiz unitária confirma que de fato as séries dos índices de preços das ações de Brasil, México, Inglaterra e Estados Unidos são integrados de primeira ordem.

Um ponto importante no conceito de cointegração está na ordem de integração. Duas séries cointegradas requerem, obrigatoriamente, a mesma ordem de diferenciação para se tornarem estacionárias. Portanto, o pressuposto básico da teoria da cointegração está satisfeito nesse estudo.

Tabela 7: Testes de raiz unitária nas séries dos índices de preços através do Dickey - Fuller aumentado (ADF)

| | Lags(k) | ADF | |
|-------------------------|---------|--------------|---------|
| | | $\tau(\rho)$ | p-valor |
| Brasil | 12 | -1,7844 | 0,7247 |
| México | 6 | -1,7396 | 0,5834 |
| Inglaterra | 17 | -2,0828 | 0,5236 |
| Estados Unidos | 13 | -1,6344 | 0,6848 |
| Δ Brasil | 11 | -13,1283 | 0,01* |
| Δ México | 5 | -19,6354 | 0,01* |
| Δ Inglaterra | 16 | -11,8823 | 0,01* |
| Δ Estados Unidos | 12 | -12,8643 | 0,01* |

Brasil, México, Inglaterra e Estados Unidos representam os índices de ações de Brasil, México, Inglaterra e Estados Unidos; Δ representa a primeira diferença; O comprimento do lag no teste ADF é escolhido pelo Critério de Informação de Akaike(AIC); (ρ) é a estatística t da estimativa de ρ ; Valores críticos são: 10%, -2,57; 5%,-2,88; 2, 5% -3,14; 1%,-3,46 (FULLER,1976,tabela 8.5.2)

* Significativo ao nível de 1%.

Tabela 8: Testes de raiz unitária nas séries dos índices de preços no período de 02/01/2004 a 28/12/2006 através do Dickey - Fuller aumentado (ADF)

| | Lags(k) | ADF | |
|-------------------------|---------|--------------|---------|
| | | $\tau(\rho)$ | p-valor |
| Brasil | 1 | -0,2747 | 0,78 |
| México | 1 | 0,2063 | 0,84 |
| Inglaterra | 6 | -0,5901 | 0,55 |
| Estados Unidos | 2 | -0,2125 | 0,83 |
| Δ Brasil | 1 | -19,0734 | 0,00* |
| Δ México | 1 | -18,4685 | 0,00* |
| Δ Inglaterra | 5 | -10,5971 | 0,00* |
| Δ Estados Unidos | 1 | -20,1093 | 0,00* |

Brasil, México, Inglaterra e Estados Unidos representam os índices de ações de Brasil, México, Inglaterra e Estados Unidos; Δ representa a primeira diferença; O comprimento do lag no teste ADF é escolhido pelo Critério de Informação de Akaike(AIC); (ρ) é a estatística t da estimativa de ρ ; Valores críticos são: 10%, -2,57; 5%,-2,88; 2, 5% -3,14; 1%,-3,46 (FULLER,1976,tabela 8.5.2)

* Significativo ao nível de 1%.

5.3 Teste de Engle e Granger

Para análise de cointegração de Engle e Granger vamos propor uma comparação aos pares das Bolsas de Valores de Brasil, México e Inglaterra com a

Tabela 9: Testes de raiz unitária nas séries dos índices de preços no período de 02/01/2009 a 28/12/2012 através do Dickey - Fuller aumentado (ADF)

| | ADF | | |
|------------------------|---------|--------------|---------|
| | Lags(k) | $\tau(\rho)$ | p-valor |
| Brasil | 1 | -3,0726 | 0,00* |
| México | 1 | -2,4616 | 0,00* |
| Inglaterra | 9 | -2,1587 | 0,03 |
| Estados Unidos | 5 | -1,8541 | 0,06 |
| Δ Brasil | 1 | -21,6205 | 0,00* |
| Δ México | 1 | -21,5045 | 0,00* |
| Δ Inglaterra | 8 | -10,4876 | 0,00* |
| Δ Estados Unido | 4 | -14,2546 | 0,00* |

Brasil, México, Inglaterra e Estados Unidos representam os índices de ações de Brasil, México, Inglaterra e Estados Unidos; Δ representa a primeira diferença; O comprimento do lag no teste ADF é escolhido pelo Critério de Informação de Akaike(AIC); (ρ) é a estatística t da estimativa de ρ ; Valores críticos são: 10%, -2,57; 5%,-2,88; 2,5% -3,14; 1%,-3,46 (FULLER,1976,tabela 8.5.2) * Significativo ao nível de 1%.

dos EUA tanto para a amostra total quanto para as subamostras. E ainda, comparar Brasil com México e Inglaterra nas mesmas condições.

5.3.1 IBOVESPA versus S&P500

A figura (6) representa a série de preços do mercado acionário de Brasil e EUA considerando a amostra completa.

O teste de raiz unitária indicou que ambas séries de preços são integradas de ordem um. A partir disso, estimamos a relação de longo prazo e obtivemos os resíduos estimados através de uma regressão linear simples cuja variável independente é o \ln_{libov} (logaritmo natural da série de preços da IBOVESPA) e a variável dependente é \ln_{sp} (logaritmo natural da série de preços da S&P500). O resultado do teste de raiz unitária nos resíduos nos indica que as séries em questão não cointegram (com p-valor de 0,96 não rejeitamos a hipótese nula, portanto os resíduos têm raiz unitária).

Para o período pré- crise e pós- crise também não há cointegração (com p-valores de 0,45 e 0,13, respectivamente).

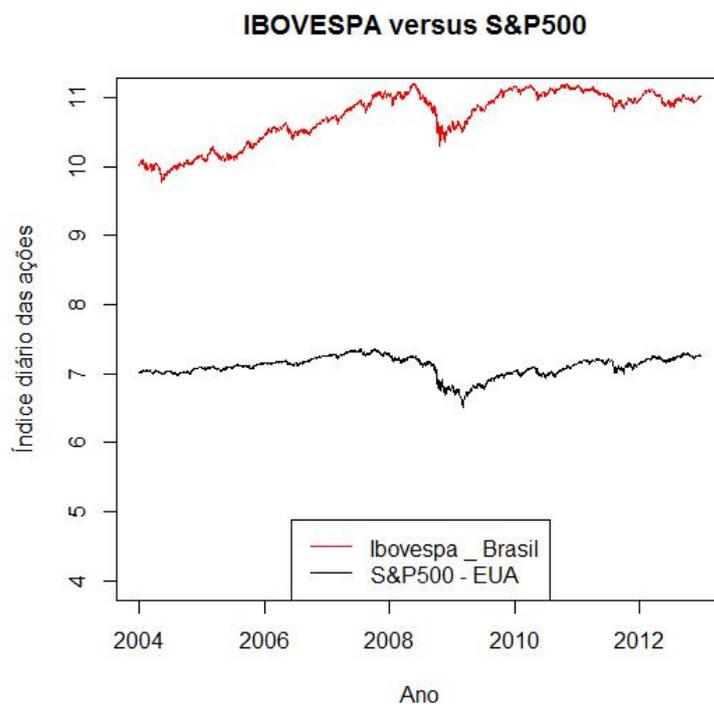


Figura 6: Séries de preços do mercado acionário do Brasil e Estados Unidos

5.3.2 IPC versus S&P500

A figura (7) representa a série de preços do mercado acionário de México e EUA considerando a amostra completa.

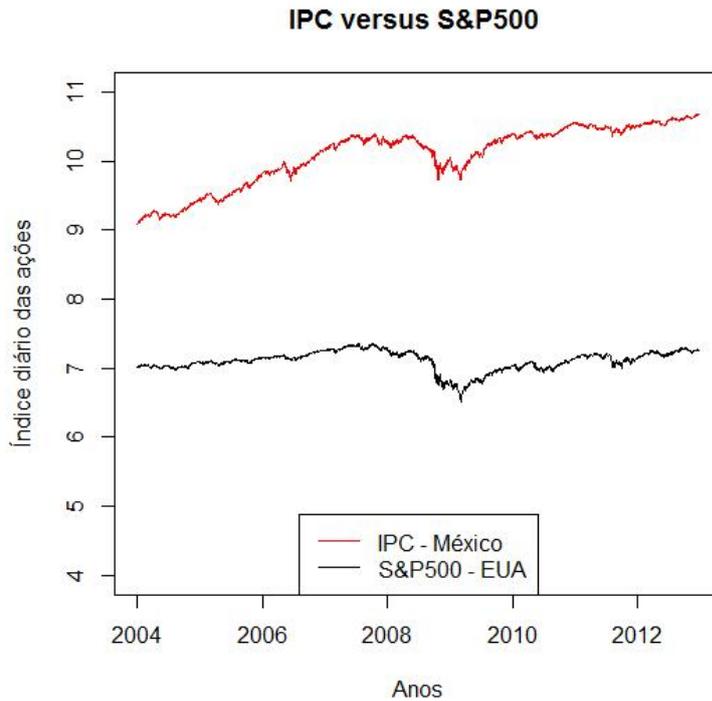


Figura 7: Séries de preços do mercado acionário do México e Estados Unidos

As séries de preços são integradas de ordem um. Sendo assim, estimamos a relação de longo prazo e obtivemos os resíduos estimados através de uma regressão linear simples cuja variável independente é o \ln_{ipc} (logaritmo natural da série de preços da IPC) e a variável dependente é \ln_{sp} (logaritmo natural da série de preços da S&P500). O resultado do teste de raiz unitária nos resíduos nos indica que as séries cointegram (com p-valor de 0,01 rejeitamos a hipótese nula, portanto os resíduos não têm raiz unitária).

Para o período pré-crise há cointegração entre as séries de preços (com p-valor de 0,02) enquanto que para o período pós-crise, há ausência de cointegração se considerarmos um nível de significância de 1% ou 5%, mas há presença de cointegração se utilizarmos 10%, pois o p-valor obtido no teste de raiz unitária dos resíduos estimados é igual a 0,09.

5.3.3 FTSE versus S&P500

A figura (8) representa a série de preços do mercado acionário de Inglaterra e EUA considerando a amostra completa.

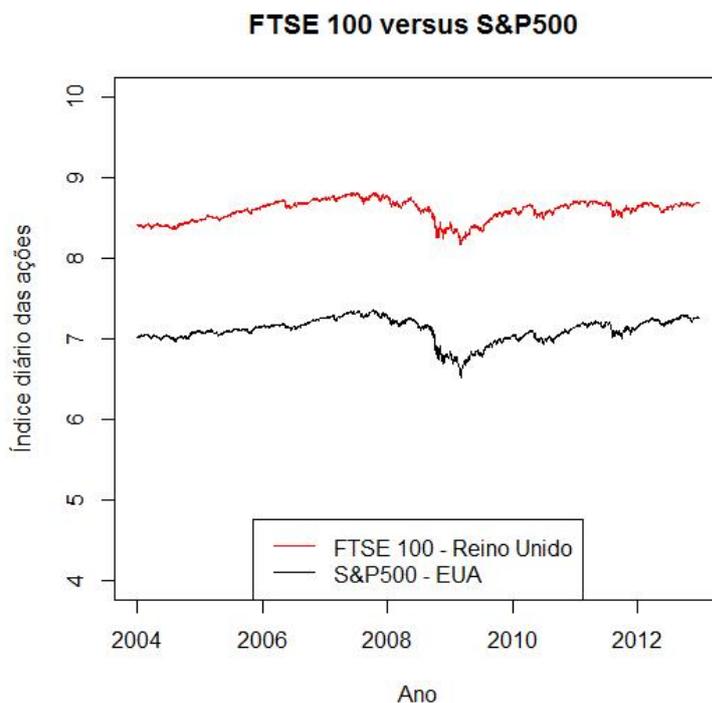


Figura 8: Séries de preços do mercado acionário do Inglaterra e Estados Unidos

Como as séries de preços são integradas de ordem um, estimamos a relação de longo prazo e obtivemos os resíduos estimados através de uma regressão linear simples cuja variável independente é o \ln_ftse (logaritmo natural da série de preços da FTSE) e a variável dependente é \ln_sp (logaritmo natural da série de preços da S&P500). O resultado do teste de raiz unitária nos resíduos nos indica que as séries não cointegram (com p-valor de 0,45 não rejeitamos a hipótese nula, portanto os resíduos têm raiz unitária).

Para o período pré-crise e pós-crise também não há cointegração (com p-valor de 0,5025 e 0,5028, respectivamente).

Uma constatação importante nesse caso, é que se considerássemos o período pré-crise até outubro de 2006, as variáveis iriam cointegrar. O teste ADF para os resíduos, nesse caso, iria rejeitar a hipótese nula a 5%, com p-valor de 0,04.

5.3.4 IBOVESPA versus IPC

A figura (9) representa a série de preços do mercado acionário de Brasil e México considerando a amostra completa.

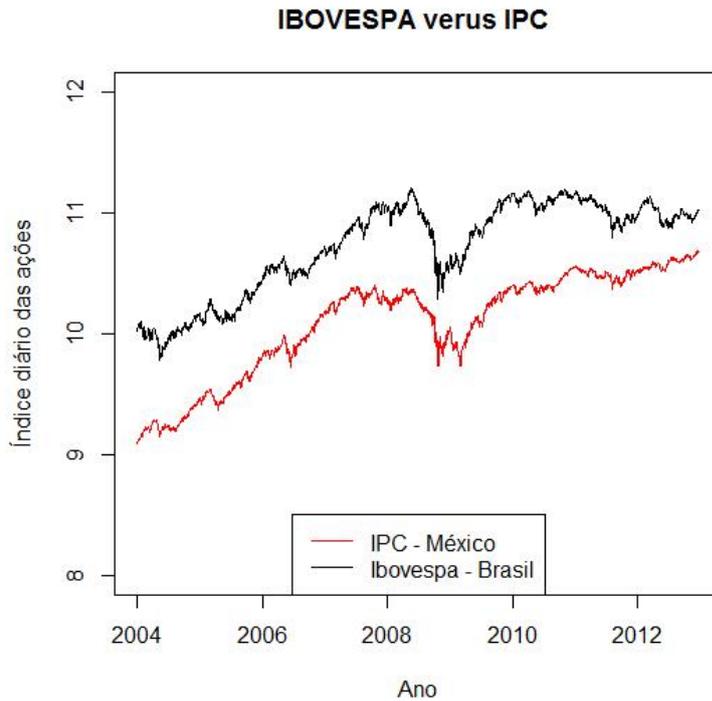


Figura 9: Séries de preços do mercado acionário do Brasil e México

Como as séries de preços são integradas de ordem um, estimamos a relação de longo prazo e obtivemos os resíduos estimados através de uma regressão linear simples cuja variável independente é o \ln_ibov (logaritmo natural da série de preços da IBOVESPA) e a variável dependente é \ln_ipc (logaritmo natural da série de preços da IPC). O resultado do teste de raiz unitária nos resíduos nos indica que as séries não cointegram (com p-valor de 0,57 não rejeitamos a hipótese nula, portanto os resíduos têm raiz unitária).

Para o período pré-crise há cointegração (com p-valor de 0,03), no entanto, depois da crise as séries não apresentam cointegração já que não rejeita-se a hipótese nula de raiz unitária (com p-valor de 0,19).

5.3.5 IBOVESPA versus FTSE

A figura (10) representa a série de preços do mercado acionário de Brasil e Inglaterra considerando a amostra completa.

As séries de preços são integradas de ordem um, portanto, estimamos a relação de longo prazo e obtivemos os resíduos estimados através de uma regressão linear simples cuja variável independente é o \ln_ibov (logaritmo natural da série de preços da IBOVESPA) e a variável dependente é \ln_ftse (logaritmo natural da série de preços da FTSE). O resultado do teste de raiz unitária nos indica que as séries não cointegram (com p-valor de 0,95 não rejeitamos a hipótese nula, portanto os resíduos têm raiz unitária).

Para o período pré-crise não há cointegração (com p-valor de 0,15). Já para o período pós-crise, as séries de preços cointegram (com p-valor de 0,02).

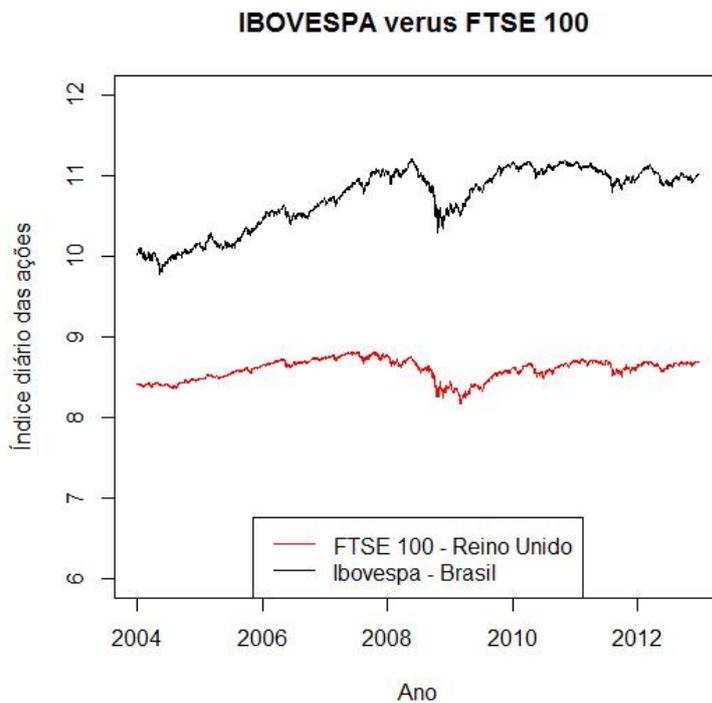


Figura 10: Séries de preços do mercado acionário do Brasil e Inglaterra

5.4 Análise Multivariada de Cointegração - Teste de Johansen

Apesar de ser mais complexo que o teste proposto por Engle e Granger, o proposto por Johansen traz a vantagem de determinar o número de vetores de cointegração existentes entre variáveis que compõem um modelo vetorial (multivariado) autorregressivo. Nesse estudo temos quatro variáveis (representadas pelos índices de preços de ações dos quatro países) e, portanto, utilizamos o modelo do vetor autorregressivo para aplicar o teste. O próximo passo, após verificar a ordem de integração das séries (que já foi visto anteriormente), é determinar o número de defasagens a serem utilizadas a partir de algum Critério de Informação (normalmente o Akaike). No entanto, no pacote `urca` do software R existe uma função que retorna os valores das estatísticas do traço e do máximo autovalor para o teste de Johansen. Esta função chama-se `ca.jo`. O número de defasagens do modelo VAR é obtido de maneira automática quando se utiliza essa função.

Os resultados das análises estão na tabela 10. O Painel A representa a amostra completa e se observa que o valor calculado na estatística do máximo autovalor é 24,05, inferior ao seu respectivo valor tabelado a 10%, 24,78. Logo, conclui-se que a hipótese alternativa é rejeitada em favor da hipótese nula. Portanto, pode-se afirmar que $r = 0$ para a amostra completa, indicando ausência de cointegração.

A subamostra presente no Painel B representa o período pré-crise. Concluímos que $r > 0$ ($27,7 > 24,78$), rejeitando a hipótese nula de que não há cointegração e, ainda, aceita-se a hipótese de que $r \leq 1$ ($15,8 < 18,9$), logo $r = 1$. Sendo assim, para o período pré-crise existe a presença de um vetor de cointegração.

A subamostra no Painel C mostram resultados para o período pós-crise. A hipótese nula do teste é rejeitada tanto para $r > 0$ ($37,72 > 24,78$) quanto para $r > 1$ ($20,76 > 18,9$). Porém, a hipótese nula é aceita quando $r \leq 2$ ($10,18 < 12,91$), o que garante a presença de exatamente 2 vetores de cointegração.

Tabela 10: Teste de cointegração multivariado de Johansen dos índices do mercado de ações de Brasil, México, Inglaterra e Estados Unidos.

| H_0 | H_1 | Índice do mercado de ações | λ_{max} |
|--|---------|----------------------------|-----------------|
| | | Autovalores | |
| <i>Painel A. A totalidade da amostra de Janeiro de 1994 a Dezembro de 2012</i> | | | |
| $r = 0$ | $r > 0$ | 0,0115 | 24,05 |
| $r \leq 1$ | $r > 1$ | 0,0054 | 11,3 |
| $r \leq 2$ | $r > 2$ | 0,0028 | 5,91 |
| $r \leq 3$ | $r > 3$ | 0,0008 | 1,74 |
| <i>Painel B. A subamostra a partir de Janeiro de 1994 a Dezembro de 2006</i> | | | |
| $r = 0$ | $r > 0$ | 0,0391 | 27,7 |
| $r \leq 1$ | $r > 1$ | 0,0224 | 15,68 |
| $r \leq 2$ | $r > 2$ | 0,0118 | 8,23 |
| $r \leq 3$ | $r > 3$ | 0 | 0 |
| <i>Painel C. A subamostra a partir de Janeiro de 2009 a Dezembro de 2012</i> | | | |
| $r = 0$ | $r > 0$ | 0,04 | 37,72 |
| $r \leq 1$ | $r > 1$ | 0,0223 | 20,76 |
| $r \leq 2$ | $r > 2$ | 0,011 | 10,18 |
| $r \leq 3$ | $r > 3$ | 0,0008 | 0,8 |

O posto da matriz estimada Π é r , representando o número de vetores de cointegração. $H_0(H_1)$ se refere à hipótese nula(alternativa). A estatística λ_{max} com uma constante no vetor de cointegração são fornecidas pelo próprio software.

Tabela 11: Valores críticos para λ_{max}

| | 10% | 5% | 1% |
|------------|-------|-------|-------|
| $r = 0$ | 24,78 | 27,14 | 32,14 |
| $r \leq 1$ | 18,9 | 21,7 | 25,75 |
| $r \leq 2$ | 12,91 | 14,9 | 19,19 |
| $r \leq 3$ | 6,5 | 8,18 | 11,65 |

A estatística do teste do máximo autovalor é dada por: $\lambda_{max}(r, r + 1) = -T \ln(1 - \hat{\lambda}_{r+1})$

5.5 Vetor de correção de erros (VECM)

O modelo de correção de erros é mais completo que o VAR. Basicamente um VAR com variáveis não estacionárias, porém diferenciadas, pode omitir variáveis relevantes, no entanto, um VECM faz a correção desse problema. Segundo Bueno(2011), sempre é possível associar ao VAR ao modelo de correção de erros na presença de cointegração.

Nesse estudo, o VAR pode ser descrito como:

$$Y_t = A_1 Y_{t-1} + A_2 Y_{t-2} + a_t.$$

Já o modelo de correção de erros é dado por:

$$\Delta Y_t = \alpha \beta' Y_{t-1} + \Gamma_1 \Delta Y_{t-1} + at$$

sendo que $\Gamma_1 = -A_2$ e $\Pi = -(I - A_1 - A_2)$ onde I é a matriz identidade.

O modelo de correção de erros (MCE) tem diversas implicações intuitivas. Quando as variáveis cointegram, então no curto prazo, o desvio do equilíbrio de longo prazo irá alimentar as mudanças sobre a variável dependente para trás, a fim de forçar o movimento em direção ao equilíbrio de longo prazo, ajustando-a para que não haja mais o desequilíbrio.

Tendo estabelecido que os mercados de ações de Brasil, Inglaterra, México e Estados Unidos não são cointegrados quando consideramos o período completo, não há necessidade de estimar um modelo de correção de erros. Portanto, vamos propor um modelo para o período pré e outro para o pós- crise, pois nesses se constatou a presença de vetores de cointegração.

Os resultados são mostrados a seguir sendo que cada linha das matrizes representa um mercado acionário: a primeira mostra os resultados para México, a segunda para os Estados Unidos, a terceira para o Brasil e a quarta para Inglaterra.

I) MCE para o Período pré- crise:

$$A_2 = \begin{pmatrix} 0,0529 & 0,0076 & -0,1303 & 0,0074 \\ -0,2845 & 0,2805 & -0,0998 & -0,0314 \\ -0,4945 & 0,0395 & -0,0177 & 0,0280 \\ -0,1994 & 0,2088 & -0,2602 & -0,0274 \end{pmatrix}$$

$$\Pi = \begin{pmatrix} -0,0261 & -0,0135 & -0,0091 & 0,0185 \\ -0,0158 & -0,0082 & -0,0055 & 0,0112 \\ -0,0551 & -0,0284 & -0,0192 & 0,0390 \\ 0,0080 & 0,0041 & 0,0028 & -0,0056 \end{pmatrix}$$

$$\Gamma = \begin{pmatrix} -0,0529 & -0,0076 & 0,1303 & -0,0074 \\ 0,2845 & -0,2805 & 0,0998 & 0,0314 \\ 0,4945 & -0,0395 & 0,0177 & -0,0280 \\ 0,1994 & -0,2088 & 0,2602 & 0,0274 \end{pmatrix}$$

$$\alpha = \begin{pmatrix} -0,0261 \\ -0,0158 \\ -0,0551 \\ 0,0080 \end{pmatrix}$$

$$\beta = \begin{pmatrix} 1 \\ 0,5158 \\ 0,3484 \\ -0,7074 \end{pmatrix}$$

II) MCE para o Período Pós-crise:

$$A_2 = \begin{pmatrix} 0,2024 & -0,0909 & -0,5952 & -0,0593 \\ -0,1891 & 0,1985 & -0,4543 & -0,0675 \\ -0,1409 & 0,0016 & 0,0511 & 0,1137 \\ -0,0022 & 0,0570 & -0,5269 & -0,0656 \end{pmatrix}$$

$$\Pi = \begin{pmatrix} 0,0096 & -0,0382 & 0,0106 & 0,0084 \\ 0,0237 & -0,0720 & 0,0213 & 0,0113 \\ -0,0608 & -0,0023 & -0,0129 & 0,0512 \\ 0,0252 & -0,0517 & 0,0171 & 0,0013 \end{pmatrix}$$

$$\Gamma = \begin{pmatrix} -0,2024 & 0,0909 & 0,5952 & 0,0593 \\ 0,1891 & -0,1985 & 0,4543 & 0,0675 \\ 0,1409 & -0,0016 & -0,0511 & -0,1137 \\ 0,0022 & -0,0570 & 0,5269 & 0,0656 \end{pmatrix}$$

$$\alpha = \begin{pmatrix} 0,014 & -0,004 \\ 0,025 & -0,001 \\ 0,010 & -0,071 \\ 0,016 & 0,009 \end{pmatrix}$$

$$\beta = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0,5158 & 1,0014 \\ 0,3484 & -0,5157 \\ -0,7074 & -0,1939 \end{pmatrix}$$

Pode-se dividir o modelo em duas partes: a dinâmica de curto prazo e a dinâmica de longo prazo.

A matriz Γ capta o comportamento autorregressivo das séries de preços e nesse caso o modelo inclui apenas uma defasagem das variáveis. Essa matriz representa a dinâmica de curto prazo do modelo. Os parâmetros α captam como os desvios de longo prazo são corrigidos e são chamados de coeficientes de ajustamento indicando a velocidade com que a série retorna para o equilíbrio de longo prazo. Já os coeficientes de longo prazo estão presentes na matriz de coeficientes β . A dinâmica de longo prazo está representada pela matriz Π .

5.6 Função Impulso Resposta

A função impulso resposta mostra como um choque em determinada variável se propaga nas demais ao longo do tempo e permite mensurar a magnitude do impacto e seu horizonte temporal.

O principal objetivo ao utilizar essa função é observar o grau de resposta dos preços das ações do Brasil (impulso) quando ocorrem alterações de um desvio padrão no preço das ações de México, Estados Unidos e Inglaterra. A linha cheia em cada gráfico representa os pontos estimados da função impulso resposta de cada ação ao impulso dos preços das ações em uma unidade de desvio padrão respectiva a eles. Já as linhas tracejadas, representam intervalos de dois desvios padrão do ponto estimado para mais ou para menos. Se a faixa entre as linhas tracejadas inclui o eixo zero o efeito do choque é considerado insignificante.

É interessante observar que o efeito se dissipa ao longo do tempo de maneira lenta e decai em todas as séries de preços. Mesmo após 25 dias após o efeito do choque ainda é maior que zero e não é significativo. Cabe salientar que esse comportamento é semelhante nas variáveis relativas à Inglaterra e Estados Unidos nos primeiros quatro dias e igual para todas as séries de preços a partir do quinto da após o choque estrutural.

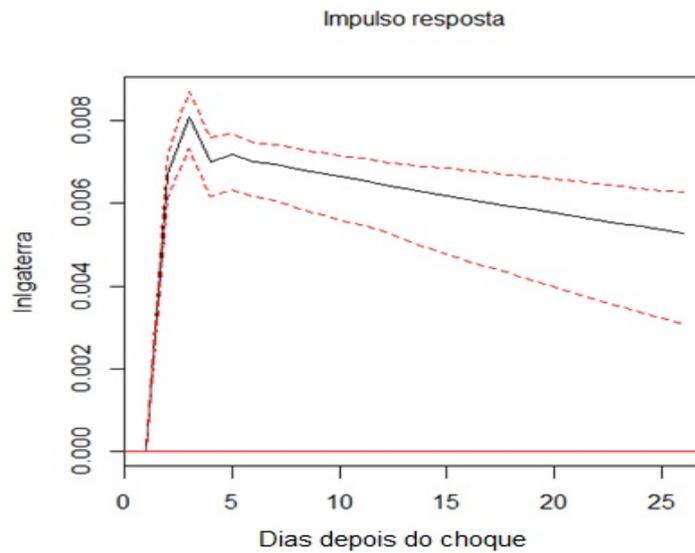


Figura 11: Gráfico da função impulso resposta - Inglaterra

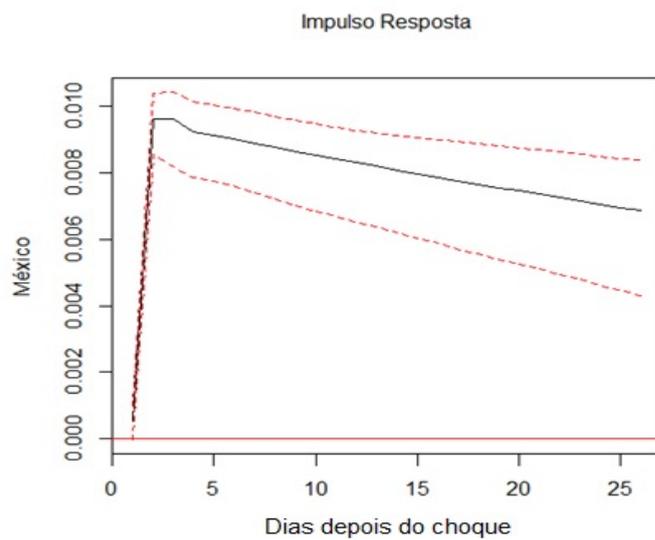


Figura 12: Gráfico da função impulso resposta - México

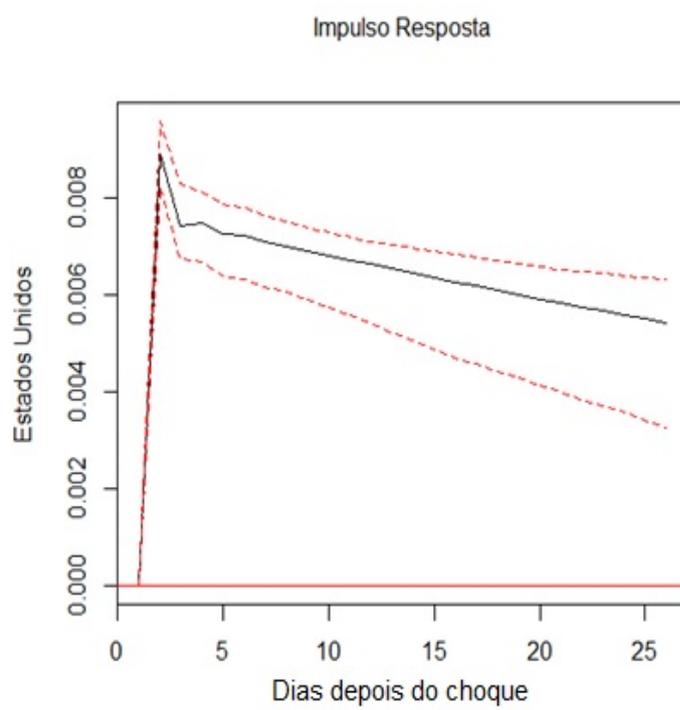


Figura 13: Gráfico da função impulso resposta - Estados Unidos

6 Conclusão

A teoria da cointegração é utilizada como ferramenta importante em Econometria no estudo do comportamento dos mercados acionários no longo prazo. Tal investigação visa avaliar o comportamento desses mercados e identificar a possibilidade de escolher em qual deles deve alocar maiores recursos, otimizando os resultados e minimizando o risco das carteiras.

O presente estudo teve por objetivo comparar quatro mercados: Brasil, México, Estados Unidos e Inglaterra em dois períodos distintos: pré e pós- crise de 2008. A partir dos estudos realizados é possível concluir que todas as séries de preços são integradas de primeira ordem, sendo possível, portanto, realizar os testes de cointegração.

Pelo método de Engle e Granger verificou-se que Brasil e México e México e Estados Unidos cointegravam no período anterior a crise de 2008 e, que, se considerarmos até outubro de 2006, Estados Unidos e Inglaterra também tem uma relação de longo prazo que não se percebe mais a partir de novembro de 2006. E também que Brasil e Inglaterra cointegram no período pós- crise.

A limitação desse teste está na obtenção de maiores informações relevantes como a velocidade de ajustamento quando o modelo sai da sua trajetória de longo prazo e estimação de parâmetros de curto prazo e longo prazo simultaneamente. A solução encontrada para esse problema foi utilizar o vetor autorregressivo para estimar o modelo de correção de erros através do teste multivariado de Johansen.

Desse modo, foi possível estimar a matriz de cointegração β e a matriz de ajustamento α além de confirmar a existência de vetores de cointegração, ou seja, de conjuntos de combinações lineares de variáveis estacionárias entres os mercados acionários estudados.

Pelo método multivariado de Johansen, constatou-se a presença de um vetor de cointegração no período pré- crise e dois vetores para o período pós- crise. Para a amostra completa não há cointegração. Assim, foi proposto um modelo de correção de erros para as subamostras e, por não haver relação de longo prazo na amostra completa, não foi estimado nenhum modelo.

Uma sugestão para um próximo estudo seria utilizar o modelo do vetor autorregressivo para fazer previsões, decompondo a variância do erro de previsão para analisar o comportamento de cada variável no horizonte de previsão. Além disso, realizar o teste de Granger-Casualidade que responde se uma determinada variável é capaz de prever outra e em quais condições.

7 Referências

Referências

- [1] Arshanapalli, B. and Doukas, J., 1993 International stock market linkages: Evidence from the pre- and post- October 1987 period. *Journal of Banking and Finance* 17. 193 – 208.
- [2] Bueno, Rodrigo de Losso da Silveira. *Econometria de séries temporais – 2ª Edição*
- [3] Chen, G., Firth, M. and Rui, O. M., 2002. Stock Market linkages: Evidence from Latin America. *Journal of Banking and Finance* 26. 1113 – 1141.
- [4] Dickey, David A.; Fuller, Wayne A., 1979. Distribution of the estimators for autoregressive time series with a unit root, *Journal of the American Statistical Association*.
- [5] Engle, Robert F.; Granger, C.W.J, 1987. Cointegration and error correction: representation, estimation, and testing. *Econometrica*.
- [6] Fuller, W.A., 1976. *Introduction to Statistical Time Series*. Wiley, New York.
- [7] Granger, C.W.J, Newbold P., 1973. Spurious Regressions in Econometrics. *Journal of the American Statistical Association*.
- [8] Harris, Richard I. D., 1995. *Cointegration analysis in econometric modelling*. Englewood Cliffs: Prentice Hall.
- [9] Maddala, G.S., 2001. *Introdução à Econometria – 3ª Edição*.
- [10] Pfaff, Bernhard., 2008. *VAR, SVAR and SVEC Models: Implementation Within R package vars*.
- [11] Wooldridge, Jeffrey M. *Introdução à Econometria : Uma abordagem Moderna – 4ª Edição*
- [12] Yahoo Finanças – Disponível em: < <http://br.financas.yahoo.com/> > Acesso em: 29/08/2013