



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
ESCOLA DE ENGENHARIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA QUÍMICA  
ENG07053 - TRABALHO DE DIPLOMAÇÃO EM ENGENHARIA  
QUÍMICA



# Uma Nova Fórmula de Ajuste de Controladores PID para Funções de Segunda Ordem com Tempo Morto

*Autor: Ulisses Vargas Pereira*

*Orientador: Jorge Otávio Trierweiler*

Porto Alegre, 14 de dezembro de 2011

## Sumário

Sumário	ii
Agradecimentos	iii
Resumo	iv
Lista de Figuras	v
Lista de Tabelas	vi
1 Introdução	1
2 Revisão Bibliográfica	3
2.1 Sistemas de controle	3
2.2 Controladores PID	4
2.3 Sintonia de Controladores	5
2.4 Critérios de Desempenho e Robustez	5
3 Materiais e Métodos	7
3.1 Método do Modelo de Controle Interno (IMC)	7
3.1.1 Dedução do método IMC para plantas de 2ª ordem	9
3.2 Método proposto por Skogestad	10
3.2.1 Aproximação do modelo	11
3.2.2 Aproximação do tempo morto efetivo usando a regra da metade	11
3.2.3 Aproximação de numeradores com constantes de tempo positivas	13
3.2.4 Regras de Sintonia SIMC para um controlador PID	15
3.3 Método de Otimização Sequencial Iterativo	15
3.3.1 Função de Desempenho Alcançável	16
3.3.2 Método dos Mínimos Quadrados	17
4 Método Proposto – Fórmulas de Ajuste Triper	19
5 Testes e Estudo de Casos	23
5.1 Plantas utilizadas nos testes	23
5.2 Comparação entre as diferentes técnicas de ajuste	26
5.2.1 Função de transferência com grande resposta inversa e tempo morto	27
5.2.2 Função de transferência com polos complexos	28
5.2.3 Função de transferência com grande constante de tempo	30
5.2.4 Função de transferência com grande constante de tempo, tempo morto elevado e zero positivo	31
5.2.5 Função de transferência “simples”	33
5.3 Reserva de Fase obtida com a sintonia Triper	34
6 Conclusões e Trabalhos Futuros	36
7 Referências	37

## **Agradecimentos**

Inicialmente gostaria de agradecer à minha mãe, DeJane Vargas, e ao meu padrasto, César Celente, por todo o suporte que me deram durante o período de faculdade, sempre me aconselhando e auxiliando nas minhas escolhas. Gostaria de mencionar também o meu pai, Aníbal Pereira, que será sempre uma referência e símbolo que almejo alcançar tanto em realização profissional quanto pessoal.

Não poderia deixar de mencionar a minha avó, Lourdes, e o meu avô, Dejanir, que depositaram sempre muita confiança na minha capacidade, além dos meus tios e primos que me incentivaram muito no meu progresso na universidade.

Agradeço muito também à minha namorada, Victoria, que esteve sempre ao meu lado, apoiando e ajudando nos meus erros e acertos. Também gostaria de agradecer aos seus pais e família por me acolherem e confiarem em mim, constituindo uma espécie de segunda família para mim.

Gostaria de prestar homenagens especiais também ao meu professor orientador Dr. Jorge O. Trierweiler que acreditou em mim, me deu oportunidades para crescer pessoalmente e profissionalmente, sendo um modelo profissional que espero seguir. Também não posso deixar de mencionar os professores Dr. Marcelo Farenzena e Dr. Pedro Bolognese que me mostraram uma linha nova de estudo que eu desconhecia, dando uma enorme base para o meu conhecimento atual, juntamente com todos os outros professores do Departamento de Engenharia Química da UFRGS.

Também gostaria de agradecer a todo o pessoal da empresa Trisolutions pelo ótimo ambiente e pelo acolhimento no meu início de estágio, dando uma ênfase especial aos meus gestores, eng.º Gustavo e eng.ª Simone, que sempre foram muito compreensivos comigo, dispostos a esclarecer as minhas dúvidas e auxiliar na minha evolução.

Deixo também um agradecimento em especial para os meus amigos de faculdade que sempre estiveram comigo, dando apoio e deixando os meus dias de estudo mais felizes. Não poderia deixar de agradecer ao meu irmão de coração, Joni, que me acompanha desde o colégio e sempre esteve me dando ajuda nos momentos bons e ruins neste período.

Enfim, gostaria de agradecer a todos que acreditaram em mim, e que me ajudaram durante este caminho, colaborando na formação da pessoa que eu sou hoje.

## Resumo

A sintonia de controladores representa um tópico de grande pesquisa atualmente, devido à necessidade constante de se ajustar os processos industriais para os diferentes pontos de operação. Neste trabalho foi criada uma nova formulação, ou seja, um novo método para o ajuste dos parâmetros de um controlador a partir de um modelo de segunda ordem do processo.

Mesmo havendo um grande interesse, o número de métodos de ajustes para controladores a partir de modelos de ordens superiores não é expressivo. Desta forma, neste trabalho é abordada uma nova sintonia, com base no método de Otimização Iterativa Sequencial, criado por Faccin em 2004. Além disso, é feita uma breve revisão sobre o método SIMC criado por Skogestad, sendo realizada a comparação das suas respostas com as obtidas com o novo método.

Foram geradas respostas com o método de otimização para 1680 modelos diferentes de plantas de segunda ordem, todas com a condição inicial para a malha fechada possuir um tempo de subida 7 vezes menor que a malha aberta, mantendo a reserva de fase da resposta próximo a  $60^\circ$ . Logo após, foi utilizado o método dos mínimos quadrados para gerar as fórmulas que relacionassem os parâmetros do controlador com as variáveis da planta. Para este trabalho foi utilizado o software Maple<sup>®</sup>. O método do trabalho gerou dois tipos diferentes de formulações, uma para zeros no denominador positivos e outra para zeros no denominador negativos.

Após obtenção das formulações, foram escolhidos 5 casos diferentes e comparadas as respostas obtidas com o novo método, Triper, com as obtidas pelo SIMC e pelo IMC explicados anteriormente. Também foi demonstrado através do critério de reserva de fase que mais de 80% das respostas obtidas com o método Triper tiveram a sua RF entre  $40^\circ$  e  $100^\circ$ , demonstrando, assim, que o objetivo do trabalho foi atingido.

As respostas obtidas com este método foram muito satisfatórias, mostrando que ele pode ser uma grande alternativa para as sintonias já existentes. Além disso, com ele é possível obter sintonias para funções de transferência que possuam polos complexos. Desta forma, o objetivo do trabalho foi atingido, com a geração de uma nova sintonia que faça frente às outras existentes nesta área.

## Lista de Figuras

<b>Figura 2.1:</b> Diagrama de Blocos de um sistema de controle.....	3
<b>Figura 2.2:</b> Forma Paralela do Controlador PID .....	4
<b>Figura 2.3:</b> Forma em Série do Controlador PID .....	5
<b>Figura 2.4:</b> Critérios de desempenho baseados na resposta de um sistema subamortecido para um degrau no valor da variável de referência .....	6
<b>Figura 3.1:</b> Diagrama de blocos representativo do método IMC (Campos e Teixeira, 2006) .....	7
<b>Figura 3.2:</b> Malha de controle com 2 graus de liberdade .....	15
<b>Figura 3.3:</b> Exemplos funções de desempenho alcançável de diferentes ordens .....	17
<b>Figura 4.1:</b> Exemplo do modelo com a planta.....	20
<b>Figura 4.2:</b> Gráfico de dispersão para o ganho do controlador para $\beta$ negativos.....	20
<b>Figura 4.3:</b> Gráfico de dispersão para o fator integral do controlador para $\beta$ negativos...	21
<b>Figura 5.1:</b> Resposta degrau de f1.....	23
<b>Figura 5.2:</b> Resposta degrau de f2.....	24
<b>Figura 5.3:</b> Resposta degrau de f3.....	24
<b>Figura 5.4:</b> Resposta degrau de f4.....	25
<b>Figura 5.5:</b> Resposta degrau de f5.....	25
<b>Figura 5.6:</b> Resposta a uma mudança de degrau com as sintonias para f1 .....	27
<b>Figura 5.7:</b> Resposta a um distúrbio na carga obtida com as sintonias para f1.....	27
<b>Figura 5.8:</b> Resposta a uma mudança de degrau com as sintonias para f2 .....	28
<b>Figura 5.9:</b> Resposta a um distúrbio na carga obtida com as sintonias para f2.....	29
<b>Figura 5.10:</b> Resposta a uma mudança de degrau com as sintonias para f3 .....	30
<b>Figura 5.11:</b> Resposta a um distúrbio na carga com as sintonias para f3 .....	30
<b>Figura 5.12:</b> Resposta a uma mudança de degrau com as sintonias para f4 .....	31
<b>Figura 5.13:</b> Resposta a um distúrbio na carga com as sintonias para f4 .....	32
<b>Figura 5.14:</b> Resposta a uma mudança de degrau com as sintonias para f5 .....	33
<b>Figura 5.15:</b> Resposta a um distúrbio na carga com as sintonias para f5 .....	33
<b>Figura 5.16:</b> Histograma das Reservas de Fase obtidas com o Triper .....	35

## Lista de Tabelas

<b>Tabela 3.1:</b> Fórmulas dos parâmetros de um controlador PI e PID na forma paralela clássica para um modelo de primeira ordem .....	9
<b>Tabela 3.2:</b> Fórmula dos parâmetros de um controlador PID na forma paralela clássica para um modelo de processo de 2ª ordem .....	10
<b>Tabela 3.3:</b> Aproximações para cancelamento de fatores próximos do numerador e denominador do modelo do processo .....	13
<b>Tabela 5.1:</b> Melhores sintonias para as Plantas $f_1, f_2, f_3, f_4$ e $f_5$ .....	26
<b>Tabela 5.2:</b> Dados obtidos a partir das sintonias para $f_1$ .....	28
<b>Tabela 5.3:</b> Dados obtidos a partir das sintonias para $f_2$ .....	29
<b>Tabela 5.4:</b> Dados obtidos a partir das sintonias para $f_3$ .....	31
<b>Tabela 5.5:</b> Dados obtidos a partir das sintonias para $f_4$ .....	32
<b>Tabela 5.6:</b> Dados obtidos a partir das sintonias para $f_5$ .....	34
<b>Tabela 5.7:</b> Tabela de percentuais de Reserva de Fase por blocos .....	35

## 1 Introdução

O significado da palavra controle está no latim, ligada aos radicais: contra - prefixo que exprime a ideia de oposição; rotulus – rolo, cilindro (rolo de escritos , rol, lista); contra-rotulus – contra-rolo, contra-lista. O termo latino foi incorporado pelo francês (1367), formado pela contração de contre-rolê com significado de lista, rol, registro em duplicata. A expressão “registro em duplicata” traz em seu bojo a ideia de que em algum momento futuro tais registros devem ser confrontados para a verificação da manutenção do estado original do primeiro registro. Ou seja, a cópia de um documento seria o elemento de controle para verificar a veracidade do original (PEIXE,2002).

Atualmente a função de um controlador está relacionada com a administração de um determinado processo industrial. Dessa forma, o objetivo dele é manter a variável chave do sistema seguindo um ponto de operação definido pelo usuário. Para isso, ele modifica os valores de entrada da planta, fazendo com que a saída tenha o comportamento desejável, conforme a função da malha de controle. Normalmente, esse controle é feito através de ajustes nos atuadores do sistema, que, na sua maioria, seriam as válvulas de controle. Sendo assim, para o caso de uma malha de vazão, por exemplo, aumenta-se a abertura da válvula, se queremos uma maior corrente, e diminui-se para o caso inverso.

O controlador PID, mais comum em unidades industriais, tem diversas funções importantes: ele pode informar o estado atual de um determinado processo; ele pode eliminar possíveis *offsets* através da sua ação integral; ele pode antecipar futuras interferências através da sua ação derivativa. Este tipo de controlador é encontrado em grande número em quase todas as indústrias que utilizam tecnologias modernas para administrar os seus processos. Além disso, ele é uma importante peça no sistema de controle distribuído. Nos controles de processos, mais de 95% das malhas de controle são do tipo PID (Åstrom e Hägglund, 1995).

Uma grande parte dos instrumentos industriais e dos engenheiros de processos está familiarizada com os controladores PID. Existe um método bem estabelecido de instalação, sintonia e usos destes controladores. Apesar disto, há muito a ser descoberto para melhorar a utilização destes sistemas nos processos da engenharia. Muitos controladores, por exemplo, são colocados no modo manual por falta de informação sobre o funcionamento destes, e entre àqueles que estão em automático, a ação derivativa é frequentemente desligada simplesmente pela dificuldade encontrada para a sua sintonia correta. As principais razões para o baixo desempenho são problemas com os equipamentos, como válvulas e sensores, e o ajuste de forma errônea dos parâmetros do controlador. O conhecimento e o entendimento são os elementos chaves para o melhoramento do desempenho das malhas de controle. Informações específicas do processo são necessárias tanto quanto o conhecimento sobre os controladores PID.

Em um estudo, publicado por Bialkowski (1993), é descrita uma auditoria de fábricas de papel no Canadá em que uma típica indústria deste ramo tem mais de 2000 malhas de controle. Foi observado que somente 20% das malhas de controle estavam operando de forma correta e reduzindo a variabilidade do processo. As razões para o baixo desempenho das demais malhas eram má sintonia (30%) e problemas com válvulas (30%). Os 20% remanescentes apresentavam diversos problemas como: problemas no sensor, má escolha de amostragem e filtros *anti-aliasing*. Observações semelhantes foram dadas por Ender (1993), que destacou que 30% dos controladores instalados em

processos operavam em manual, e que 20% das malhas utilizavam a “sintonia de fábrica”, ou seja, os parâmetros estavam com o ajuste dado pelo fabricante do aparelho, e que 30% das malhas funcionavam mal por causa de problemas em equipamentos, como válvulas e sensores. Além destes trabalhos, um estudo publicado por Hori e Torres (2005), feito em uma unidade de uma indústria petrolífera brasileira, foi constatado que 20% das malhas estavam em manual, 64% das malhas oscilavam em grande parte do tempo, 68% delas saturavam em algum instante, 24% delas apresentavam alta variabilidade e 12% delas demonstravam problemas nas válvulas de controle.

Desta forma, a motivação desse trabalho está na criação de uma nova sintonia, que permita obter uma boa estimativa inicial dos parâmetros do controlador, para ser realizado um ajuste fino posteriormente, conforme o objetivo pretendido com a malha. Além disso, será demonstrada a eficácia desta nova sintonia em comparação com as formulações do IMC e da SIMC, proposta por Skogestad em 2002. Foi escolhido um modelo de segunda ordem, pois este consegue retratar o processo de forma mais precisa e real, em comparação com o de primeira ordem. Também será demonstrado o histograma de reserva de fase para as respostas da nova sintonia, comprovando que o objetivo pretendido foi atingido.

## 2 Revisão Bibliográfica

### 2.1 Sistemas de controle

Um diagrama de blocos de uma malha de controle simples é demonstrado na Figura 2.1:

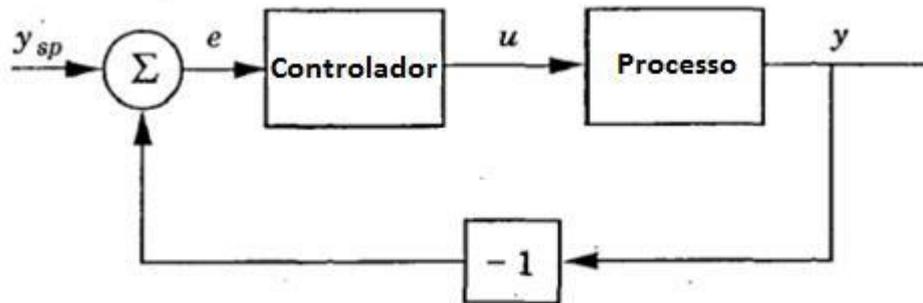


Figura 2.1: Diagrama de Blocos de um sistema de controle

O sistema tem dois componentes principais, denominados de processo e controlador, representados como caixas com setas denotando a relação normal entre entradas e saídas de informações. O processo tem uma entrada, a variável manipulada (MV), também chamada de variável controlada, sendo representada pela letra  $u$ . A saída do processo é chamada de variável de processo (PV) e é denotada pela letra  $y$ . Essa variável é medida por um sensor. O valor desejado para a PV é chamado de *setpoint* (SP) ou valor de referência. Ele é denotado por  $y_{sp}$ . O erro de controle “ $e$ ” é a diferença entre o valor de referência e a variável de processo. O controlador, conforme a Figura 2.1 tem uma entrada, o erro, e uma saída, a variável controlada. É demonstrado também que o processo e o controlador estão conectados por uma malha fechada de feedback (ASTRÖM E HÄGGLUND, 1995).

O objetivo deste sistema é manter a variável de processo perto do seu valor de referência apesar dos distúrbios. Isso é obtido com a utilização da malha de retorno ou *feedback*. Assumindo, por exemplo, que um sistema está em equilíbrio e que um distúrbio ocorra de forma que a variável de processo fique maior que o valor desejado. O erro será negativo e valor saindo do controlador diminuirá, provocando que a variável de processo também diminua. Este tipo de *feedback* é chamado de *feedback* negativo, pois a variável manipulada se move na direção oposta à variável de processo.

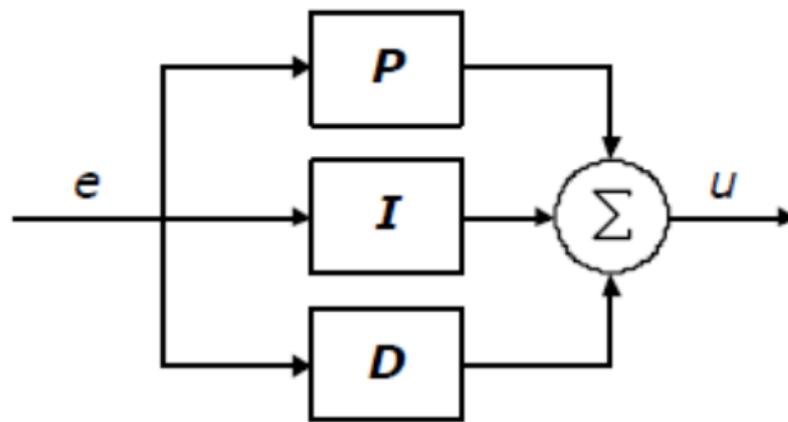
O controlador tem alguns parâmetros que devem ser ajustados. A malha de controle funciona bem se os parâmetros são ajustados corretamente. Se for feita uma má sintonia, o desempenho do sistema pode ficar muito ruim, ou seja, com o comportamento pior que em malha aberta, e, em alguns casos, instabilizar o processo. O procedimento de seleção destes parâmetros do controlador é chamado de sintonia. Ela pode ser realizada de duas formas diferentes. Uma delas é escolher um dos parâmetros do controlador, observar o seu comportamento no sistema *feedback*, e modificá-los até que desempenho desejado seja alcançado. Este método é denominado de tentativa e erro, e em alguns casos pode ser demasiadamente trabalhoso e difícil de atingir o resultado pretendido. O outro modo de sintonia seria a criação de um modelo matemático que descreve o

comportamento do processo primeiramente. Após isso, os parâmetros do controlador seriam determinados utilizando um método de ajuste de controladores. Este modo requer um conhecimento específico do processo e do método de ajuste, porém gera normalmente resultados melhores e de uma forma muito mais rápida do que o descrito anteriormente.

## 2.2 Controladores PID

O controlador Proporcional, Integral e Derivativo (PID) é aquele que gera a sua saída proporcional ao erro, à integral do erro e à derivada do erro (Campos e Teixeira, 2006). Contudo, o modo como ocorre a combinação destes três fatores pode variar, alterando o algoritmo dos controladores PID de diferentes fabricantes. Apesar de existirem diversas formas, podem-se destacar duas delas como sendo as mais importantes: a forma série ou interativa e a paralela ou não interativa.

Na forma paralela, os modos proporcional (P), integral (I) e derivativo (D) são combinados paralelamente, ou seja, suas ações calculadas separadamente são somadas para compor a ação do controlador conforme mostrado:

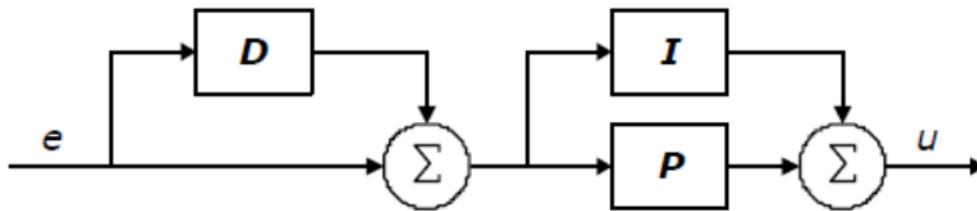


**Figura 2.2:** Forma Paralela do Controlador PID

A sua equação em termos da transformada de Laplace é demonstrado abaixo:

$$C(s) = K_c \cdot \left( 1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right) \quad (2.1)$$

Na forma série, o modo derivativo é adicionado em série ao controlador PI da seguinte maneira:



**Figura 2.3:** Forma em Série do Controlador PID

$$C(s) = K_c^* \cdot \left(1 + \frac{1}{T_I^* s}\right) \cdot (1 + T_D^* s) \quad (2.2)$$

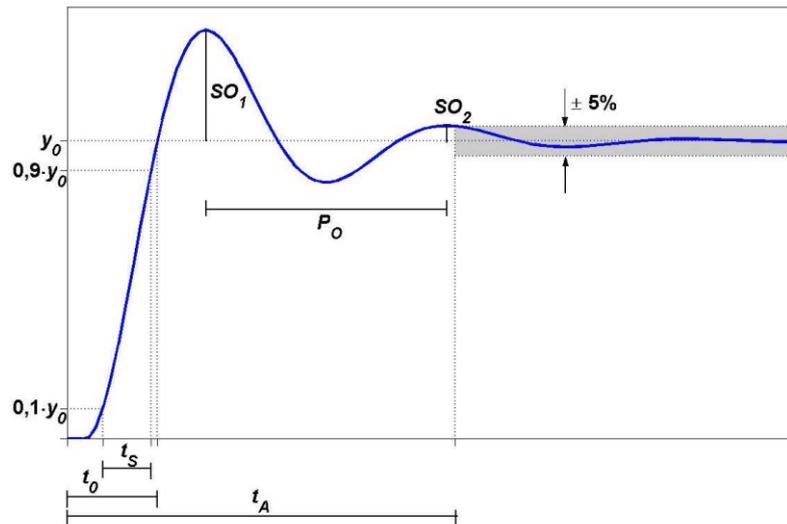
### 2.3 Sintonia de Controladores

No ajuste de um controlador, é desejável que existam alguns parâmetros que possam influenciar a performance do processo. Um método de sintonia de um controlador deve levar em conta esses parâmetros obtidos com o modelo do processo, estabelecendo uma relação com as variáveis do controlador. Esta etapa é de grande importância devido à dificuldade na obtenção de uma equação que equilibre todos os fatores determinantes na resposta do sistema. Contudo, apesar de haver diversos métodos de sintonia, em muitas empresas é utilizado o ajuste manual através do procedimento de tentativa e erro, gerando um tempo maior e, em alguns casos, um ajuste ineficiente do controlador. Nesses casos, a ação derivativa normalmente não é utilizada, e a sua ação é apenas adequada para sistemas mais simples ou que não requeiram um controle rigoroso, devido à dificuldade na determinação deste parâmetro.

Para sistemas mais complexos ou onde se deseja um melhor desempenho, torna-se interessante a utilização de algum método sistemático para a sintonia de um controlador PID. Diversos métodos foram propostos nos últimos sessenta anos, sendo que eles podem ser classificados como empíricos, analíticos ou obtidos através de algum tipo de otimização. Maiores informações sobre esses diferentes métodos podem ser encontradas em Aström e Hägglund (1995).

### 2.4 Critérios de Desempenho e Robustez

Os principais critérios de desempenho existentes são demonstrados pela Figura 2.4, que representa um sistema subamortecido típico para uma mudança degrau do valor de referência:



**Figura 2.4:** Critérios de desempenho baseados na resposta de um sistema subamortecido para um degrau no valor da variável de referência

Além desses índices demonstrados pela Figura 2.4, podem-se destacar também aqueles baseados nas integrais do sinal de erro, como a integral absoluta do erro (IAE), a integral absoluta do erro ponderada pelo tempo (ITAE) e a integral quadrática do erro (ISE). Eles consideram todo o comportamento dinâmico do processo, ao invés de características isoladas. A resposta obtida por otimização visando minimizar o ISE tende a gerar respostas mais oscilatórias e com maior sobre-elevação. A resposta obtida por otimização visando minimizar o ITAE produz respostas com menor sobre-elevação e tempo de assentamento, mantendo índices de robustez bem satisfatórios (STEPHANOPOULOS, 1984).

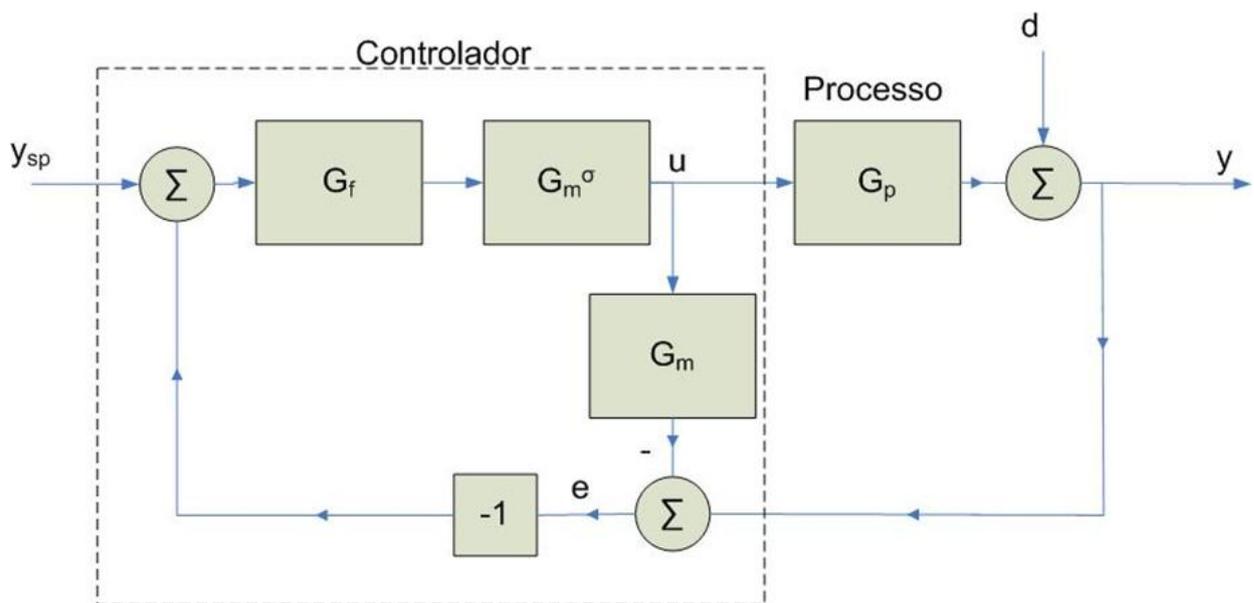
Para critérios de robustez, podemos destacar os 3 mais importantes que serão utilizados na análise de resultados deste trabalho:

- Margem de Ganho (MG): medida de quanto o sistema suportaria a uma variação no ganho estático. O valor limite recomendado é  $MG > 1,7$  (TRIERWEILER E POSSER, 2002);
- Máxima Sensibilidade (MS): máximo valor da função de sensibilidade. É equivalente ao inverso da menor distância da resposta do sistema no domínio da frequência no diagrama de Nyquist ao ponto crítico -1. O valor limite recomendado é  $MS < 2,2$  (ASTRÖM E HÄGGLUND, 1995);
- Reserva de Fase (RF): reserva existente até a fase cair abaixo de  $-180^\circ$  para um ganho estático unitário. O valor limite recomendado é  $RF > 30^\circ$  (BOLTON, 1995).

### 3 Materiais e Métodos

#### 3.1 Método do Modelo de Controle Interno (IMC)

O princípio do modelo interno para controladores consiste em ser um método geral para sintonia de sistemas de controle que pode ser aplicado para o algoritmo PID. Na Figura 3.1, é demonstrado o diagrama de blocos deste projeto:



**Figura 3.1:** Diagrama de blocos representativo do método IMC (Campos e Teixeira, 2006)

Neste diagrama é assumido que todos os distúrbios agindo na planta são reduzidos a um distúrbio equivalente, introduzido na saída do processo. Na Figura 3.1, mencionada anteriormente,  $G_m$  representa o modelo do processo,  $G_m^\sigma$  é a inversa aproximada de  $G_m$ , e  $G_f$  é um filtro que define o grau de robustez da sintonia proposta. O nome deste método vem do fato que o controlador possui um modelo do processo internamente. Esse modelo, como observado na Figura 3.1, está conectado paralelamente ao processo (ASTRÖM E HÄGGLUND, 1995).

É possível realizar algumas inferências referentes às variáveis do controlador:

- Se  $G_m$  for igual a  $G_p$ , pode-se afirmar que o erro  $e$  terá a mesma magnitude do distúrbio  $d$ , independente dos sinais da saída do controlador  $u$ ;
- Se  $G_f$  for igual a um e  $G_m^\sigma$  for igual ao inverso da planta, então o distúrbio do processo  $d$  seria cancelado.

Como dito anteriormente, o filtro  $G_f$  será o parâmetro de ajuste dessa sintonia, definindo um controlador visando máximo desempenho ou máxima robustez. Normalmente ele é introduzido no sistema visando uma menor sensibilidade aos erros do

modelo. A escolha frequente é pelo filtro de primeira ordem, conforme demonstrado pela equação 3.1, onde  $T_f$  representa o parâmetro de sintonia:

$$G_f(s) = \frac{1}{1+sT_f} \quad (3.1)$$

Partindo para a dedução do método IMC (*Internal Model Control*), a função de transferência do controlador pode ser representada com a fórmula a seguir:

$$G_c = \frac{G_f G_m^\sigma}{1 - G_f G_m^\sigma G_m} \quad (3.2)$$

O método IMC irá gerar normalmente funções de transferência de ordens superiores, porém considerando algumas aproximações é possível obter uma sintonia para controladores PID e PI. Para isso, iremos considerar uma planta de primeira ordem, conforme demonstrado na equação 3.3:

$$G_p(s) = \frac{K_p}{1+sT} e^{-s\theta} \quad (3.3)$$

As demais funções que compõem o controlador são dadas por:

$$G_m = G_p \quad (3.4)$$

$$G_m^\sigma(s) = \frac{1+sT}{K_p} \quad (3.5)$$

$$e^{-s\theta} \approx 1 - s\theta \quad (3.6)$$

O tempo morto foi aproximado por série de Taylor de primeira ordem. Combinando as equações acima com aquela da equação 3.2, é possível obter a seguinte função de transferência, que denota a função para controladores PI:

$$G_c(s) = \frac{1+sT}{K_p s(\theta + T_f)} \quad (3.7)$$

No caso de PIDs, o tempo morto é aproximado por Padé de primeira ordem:

$$e^{-s\theta} \approx \frac{1-s\theta/2}{1+s\theta/2} \quad (3.8)$$

Obtém-se uma função de ordem superior, no caso de controladores PID:

$$G_c(s) = \frac{(1+s\theta/2)(1+sT)}{K_p s(\theta + T_f + sT_f\theta/2)} \approx \frac{(1+s\theta/2)(1+sT)}{K_p s(\theta + T_f)} \quad (3.9)$$

A partir destas funções, é possível separar os termos e obter os parâmetros de ajuste do controlador, considerando a forma paralela clássica da Equação 2.1.

**Tabela 3.1:** Fórmulas dos parâmetros de um controlador PI e PID na forma paralela clássica para um modelo de primeira ordem

	$K_c$	$\tau_i$	$\tau_d$
Controlador PI	$\frac{T}{K_p(\theta + T_f)}$	$T$	-
Controlador PID	$\frac{(T + \theta/2)}{K_p(T_f + \theta)}$	$(T + \theta/2)$	$\frac{(\theta/2 T)}{(T + \theta/2)}$

A Tabela 3.1 demonstra as fórmulas explícitas do fator proporcional, integral e derivativo para os dois tipos de controladores. O interessante neste método é que a robustez pode ser ajustada na sintonia do controlador, conforme se varia a constante  $T_f$  do filtro. Através de diferentes valores, pode-se obter um controlador com a melhor relação desempenho e robustez. De forma análoga, há a possibilidade de aumentar a sua característica servo (rejeição a propagação e amplificação de distúrbios) ou a sua característica regulatória (trocas de pontos de operação da planta). Visto que este método de sintonia considera o cancelamento dos polos e zeros da planta, a resposta a distúrbios pode ser fraca se os polos cancelados são muito mais lentos que os polos dominantes.

### 3.1.1 Dedução do método IMC para plantas de 2ª ordem

Atualmente muitos processos podem ser representados por funções de transferência de primeira ordem gerando respostas satisfatórias, porém, à medida que se aumenta a complexidade da planta, os erros correspondentes a essa modelagem tornam-se muito altos, impossibilitando a utilização de métodos de sintonia de controladores mais simples. Desta forma, este estudo tem como principal objetivo a criação de um método de ajuste para controladores PID a partir de modelos de plantas com funções de transferência de segunda ordem.

Anteriormente foram explicados os fundamentos do método IMC, além da dedução para o caso mais simples, plantas de primeira ordem. Agora será demonstrada a dedução deste método, fazendo algumas considerações para a obtenção do algoritmo na forma paralela clássica para controladores PID. Para este caso, foi fatorado o modelo da planta, em fatores de fase mínima,  $G_m^-$ , que representa a parte inversível, e em fatores de fase não mínima,  $G_m^+$ , que representa a parte que não pode ser invertida. Além disso, conforme visto anteriormente, foi aproximado o tempo morto por Padé de segunda ordem. As variáveis necessárias para a obtenção da função de transferência do controlador estão representadas abaixo:

$$G_p = \frac{K(\beta s + 1)}{\tau^2 s^2 + 2\tau\zeta s + 1} e^{-\theta s} \quad (3.10)$$

$$G_m = G_m^+ G_m^- = G_p \quad (3.11)$$

$$G_m^+ = \left(1 - \frac{\theta}{2}s\right) \quad (3.12)$$

$$G_m^- = \frac{K(\beta s + 1)}{\tau^2 s^2 + 2\tau\zeta s + 1} \frac{1}{\left(1 + \frac{\theta}{2}s\right)} \quad (3.13)$$

$$G_f(s) = \frac{1}{1 + sT_f} \quad (3.14)$$

Utilizando a equação 3.2 e as equações 3.11 a 3.15, é possível obter a seguinte função de transferência para o controlador PID:

$$G_c = \frac{(\tau^2 s^2 + 2\tau\zeta s + 1) \left(1 + \frac{\theta}{2}s\right)}{Ks \left(T_f + \frac{\theta}{2}\right) (1 + \beta s)} \quad (3.15)$$

Para se obterem os parâmetros relativos à sintonia do controlador, se faz necessário utilizar uma simplificação, que será explicada melhor na seção 3.2, onde a segunda parte da equação 3.15 pode ser aproximada conforme demonstrado pela equação 3.16, gerando uma nova fórmula, considerando, neste caso, que  $\beta < \theta/2$ :

$$\frac{\left(1 + \frac{\theta}{2}s\right)}{(1 + \beta s)} \approx 1 \quad (3.16)$$

$$G_c = \frac{(\tau^2 s^2 + 2\tau\zeta s + 1)}{Ks \left(T_f + \frac{\theta}{2}\right)} \quad (3.17)$$

Separando os termos da equação 3.17 e considerando a estrutura de PID em paralelo clássica, obtemos as seguintes fórmulas dos parâmetros com base nas variáveis representativas do modelo do processo de segunda ordem. Ainda é importante salientar que o termo  $T_f$  é modificado conforme o objetivo do controlador, ou visando um grande desempenho ou uma maior robustez, ou um melhor compromisso entre essas duas características.

**Tabela 3.2:** Fórmula dos parâmetros de um controlador PID na forma paralela clássica para um modelo de processo de 2ª ordem

	$K_c$	$\tau_i$	$\tau_d$
Controlador PID	$\frac{2\zeta\tau}{K \left(T_f + \frac{\theta}{2}\right)}$	$2\zeta\tau$	$\frac{\tau}{2\zeta}$

### 3.2 Método proposto por Skogestad

Conforme o método proposto por Skogestad (2002), nesta seção será explicado de forma simplificada toda a metodologia para a sintonia de controladores utilizando o SIMC (*Skogestad IMC*), desde a aproximação do modelo até os passos necessários para o ajuste. Vale salientar que este método foi proposto através de considerações e sem

utilizar otimizações, deixando um parâmetro para variação conforme o desejo do usuário, por robustez ou desempenho. Maiores informações podem ser encontradas no artigo de Skogestad, 2002.

### 3.2.1 Aproximação do modelo

O primeiro passo utilizado no método é a definição, a partir do processo original de um modelo aproximado de primeira ou segunda ordem na seguinte formulação:

$$g(s) = \frac{k}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)} e^{-\theta s} = \frac{k'}{(s + 1/\tau_1)(\tau_2 s + 1)} e^{-\theta s} \quad (3.18)$$

Para a realização disto é necessária a estimação dos parâmetros do modelo, como o ganho da planta ( $k$ ), a constante dominante de tempo ( $\tau_1$ ), o tempo morto efetivo ( $\theta$ ) e a constante de tempo de segunda ordem ( $\tau_2$ ). Se o tempo é dominante na resposta do sistema, ou seja, se o termo  $\tau_1$  é aproximadamente maior que  $8\theta$ , então os valores individuais da constante de tempo  $\tau_1$  e do ganho  $k$  podem ser difíceis de obter, mas ao mesmo tempo, não são de grande importância para a sintonia do controlador. Para estes casos de tempo dominante, o modelo do processo pode ser aproximado por um sistema integrador, utilizando a seguinte formulação:

$$\frac{k}{(\tau_1 s + 1)} \approx \frac{k}{\tau_1 s} = \frac{k'}{s} \quad (3.19)$$

Essa formulação corresponde exatamente ao caso em que  $\tau_1 \rightarrow \infty$ , ou seja, que  $1/\tau_1 \rightarrow 0$ . Neste caso é preferível obter um valor de ganho relativo à inclinação da resposta, conforme definido abaixo:

$$k' = \frac{k}{\tau_1} \quad (3.20)$$

O problema na obtenção do atraso efetivo  $\theta$  (assim como os parâmetros do modelo) pode ser resolvido através de um método de estimação ou de otimização. Contudo, o objetivo neste caso é utilizar o tempo morto efetivo na obtenção dos parâmetros do controlador, logo a melhor forma para isso seria encontrar uma aproximação que, para um dado método de sintonia, resultasse na melhor resposta em malha fechada. A melhor resposta poderia ser, por exemplo, aquela que minimiza a integral absoluta do erro (IAE) para um certo valor de sensibilidade. Entretanto, o objetivo deste método proposto por Skogestad é a simplicidade e não a otimização, logo, foi proposta uma forma muito mais simples, como descrita a seguir.

### 3.2.2 Aproximação do tempo morto efetivo usando a regra da metade

Primeiramente foi considerada a aproximação para plantas com dinâmicas rápidas pelo uso do tempo morto efetivo. Para isso foram consideradas as duas aproximações de primeira ordem da série de Taylor para uma função de transferência com tempo morto, das equações 3.21 e 3.22:

$$e^{-\theta s} \approx 1 - \theta s \quad (3.21)$$

$$e^{-\theta s} = \frac{1}{e^{\theta s}} \approx \frac{1}{1+\theta s} \quad (3.22)$$

A partir da equação 3.22, é possível observar que uma “constante de tempo de resposta inversa”  $T_0^{inv}$  (constante negativa de tempo no numerador) pode ser aproximada por um tempo morto:

$$(-T_0^{inv}s + 1) \approx e^{-T_0^{inv}s} \quad (3.23)$$

Isso é compreensível, visto que a resposta inversa tem um efeito negativo no controle similarmente ao causado por um tempo morto. Desta forma, pode-se considerar que:

$$\frac{-T_0^{inv}s+1}{\tau_0s+1} \approx e^{-T_0^{inv}s} \cdot e^{-\tau_0s} = e^{-(T_0^{inv}+\tau_0)s} \quad (3.24)$$

A partir da equação 3.24, pode-se afirmar que o tempo morto efetivo pode ser considerado como a soma do tempo morto original e as contribuições dos outros termos aproximados. Além disso, para implementações digitais com amostragem de  $h$ , a contribuição para o atraso efetivo é próximo de  $h/2$ , que é o tempo médio que demora para o controlador responder a uma mudança.

$$\frac{1}{1+\tau s} \approx e^{-\tau s} \quad (3.25)$$

Sendo assim, a aproximação do atraso demonstrada na equação 3.25 é conservativa, visto que o efeito de um atraso no desempenho do controlador é pior que aquele de um tempo morto com a mesma magnitude. Desta forma, para diminuir esta característica é recomendado que se utilize a regra das metades. Ela define que a maior das constantes de tempo do denominador a ser negligenciada deve ser distribuída igualmente para o tempo morto e para a menor constante de tempo a ser mantida.

Supondo que o modelo original esteja na forma da equação 3.26, onde os atrasos  $\tau_{i0}$  estão ordenados conforme a sua magnitude, e os  $T_{j0}^{inv} > 0$  representam a constante de tempo de resposta inversa considerando o numerador negativo:

$$\frac{\prod_j (-T_{j0}^{inv}s+1)}{\prod_i (-\tau_{i0}^{inv}s+1)} e^{-\theta_0s} \quad (3.26)$$

Sendo assim, de acordo com a regra das metades, para se obter um modelo de primeira ordem  $e^{-\theta s}/(\tau_1s + 1)$ , são utilizadas as seguintes expressões:

$$\tau_1 = \left( \tau_{10} + \frac{\tau_{20}}{2} \right); \quad (3.27)$$

$$\theta = \theta_0 + \frac{\tau_{20}}{2} + \sum_{i \geq 3} \tau_{i0} + \sum_j T_{j0}^{inv} + \frac{h}{2} \quad (3.28)$$

E para se obter um modelo de segunda ordem, de forma análoga, são utilizadas as seguintes expressões:

$$\tau_1 = (\tau_{10}) \quad (3.29)$$

$$\tau_2 = \left( \tau_{20} + \frac{\tau_{30}}{2} \right) \quad (3.30)$$

$$\theta = \theta_0 + \frac{\tau_{30}}{2} + \sum_{i \geq 4} \tau_{i0} + \sum_j T_{j0}^{inv} + \frac{h}{2} \quad (3.31)$$

Acima se encontra a dedução feita por Skogestad para o modelo citado anteriormente, onde  $h$  representa a amostragem para casos de implementação digital. A principal ideia da regra empírica das metades é manter a robustez das regras de sintonia PI e PID.

Considerando, por exemplo, o processo descrito pela função abaixo:

$$g_0(s) = \frac{1}{(2s+1)(0.1s+1)} \quad (3.32)$$

Pode-se aproximá-lo pela regra das metades em um modelo de primeira ordem com tempo morto, conforme visto abaixo:

$$\tau_1 = 2 + 0.1/2 = 2.05 \quad (3.33)$$

$$\theta = 0.1/2 = 0.05 \quad (3.34)$$

$$g_0^{approx}(s) = \frac{1}{(2.05s+1)} e^{-0.05s} \quad (3.35)$$

### 3.2.3 Aproximação de numeradores com constantes de tempo positivas

O artigo de Skogestad demonstrou, ainda, como conseguir um modelo na forma da equação 3.18, se houver uma constante de tempo positiva no numerador,  $T_0$ , no modelo original  $g_0(s)$ . São propostas diferentes formas de cancelar o termo do numerador ( $T_0s + 1$ ), com o termo mais semelhante do denominador ( $\tau_0s + 1$ ), onde os dois são positivos e reais, conforme descrito abaixo:

**Tabela 3.3:** Aproximações para cancelamento de fatores próximos do numerador e denominador do modelo do processo

Expressão original	Aproximação	Condições	Regra
$\frac{T_0s + 1}{\tau_0s + 1} \approx$	$T_0/\tau_0$	$T_0 \geq \tau_0 \geq \theta$	T1
	$T_0/\theta$	$T_0 \geq \theta \geq \tau_0$	T1.a
	1	$\theta \geq T_0 \geq \tau_0$	T1.b
	$T_0/\tau_0$	$\tau_0 \geq T_0 \geq 5\theta$	T2
	$\frac{(\tilde{\tau}_0/\tau_0)}{(\tilde{\tau}_0 - \tau_0)s + 1}$	$\tilde{\tau}_0 = \min(\tau_0, 5\theta) \geq T_0$	T3

Neste método,  $\theta$  é o tempo morto efetivo, cujo valor exato depende da aproximação subsequente das constantes de tempo, logo seria necessário estimar um valor para  $\theta$  e realizar as iterações. Se há mais de um numerador positivo, então é necessário aproximar um  $T_0$  por vez, iniciando pelo maior valor. Normalmente é selecionado o  $\tau_0$  como a constante de tempo do denominador com o maior valor mais próximo da constante do numerador ( $\tau_0 > T_0$ ) e utilizado as regras T2 e T3. A exceção se aplica se não há valores próximos de  $\tau_0$  ou se há uma constante de tempo do denominador mais próxima de  $T_0$ , porém com o valor menor ( $T_0 > \tau_0$ ), sendo que para estes casos são utilizadas as regras T1, T1a ou T1b. Para definir “valores próximos” mais precisamente considera-se  $\tau_{0a}$  (maior) e  $\tau_{0b}$  (menor) denotarem os valores constantes “vizinhos” do denominador  $\tau_0$ . Então é selecionado  $\tau_0 = \tau_{0b}$  (menor) se  $T_0/\tau_{0b} < \tau_{0a}/T_0$  e  $T_0/\tau_{0b} < 1.6$  (as duas condições devem ser satisfeitas).

Considerando a função de transferência de 4ª ordem representada abaixo:

$$g_0(s) = \frac{3(20s+1)}{(25s+1)(1.5s+1)(0.2s+1)^2} \quad (3.36)$$

Foi utilizada a regra T2 de aproximação conforme visto na Tabela 3.3. Vale salientar que esta regra aplica-se desde que  $T_0 = 20$  seja maior que  $5\theta$ , onde  $\theta$  será calculado posteriormente. Se a consideração não fosse satisfeita, seria necessário utilizar outra regra de aproximação, como a T1, T1a ou T1b. A dedução das outras constantes é demonstrada logo abaixo:

$$\frac{(20s+1)}{(25s+1)} \approx \frac{20s}{25s} = 0.8 \quad (3.37)$$

$$k = 3 \times 0.8 = 2.4 \quad (3.38)$$

$$\tau_1 = 1.5 + \frac{0.2}{2} = 1.6 \quad (3.39)$$

$$\theta = \frac{0.2}{2} + 0.2 = 0.3 \quad (3.40)$$

O modelo de primeira ordem com tempo morto resultante da aproximação da equação 3.35, é:

$$g_0^{1a}(s) = \frac{2.4}{(1.6s+1)} e^{-0.3s} \quad (3.41)$$

Considerando a aproximação para um modelo de segunda ordem, têm-se:

$$\tau_1 = 1.5 \quad (3.42)$$

$$\tau_2 = 0.2 + \frac{0.2}{2} = 0.3 \quad (3.43)$$

$$\theta = \frac{0.2}{2} = 0.1 \quad (3.44)$$

$$g_0^{2a}(s) = \frac{2.4}{(1.5s+1)(0.3s+1)} e^{-0.1s} \quad (3.45)$$

### 3.2.4 Regras de Sintonia SIMC para um controlador PID

As fórmulas obtidas por Skogestad foram as mesmas obtidas pelo método IMC, realizando uma pequena correção, conforme explicada anteriormente para o parâmetro  $\tau_i$ . As equações recomendadas dos parâmetros do controlador para um processo de segunda ordem com tempo morto seriam as seguintes:

$$K_c = \frac{1}{k} \frac{\tau_1}{(\tau_f + \theta)} = \frac{1}{k'} \frac{1}{(\tau_f + \theta)} \quad (3.46)$$

$$\tau_i = \min\{\tau_1, 4(\tau_f + \theta)\} \quad (3.47)$$

$$\tau_d = \tau_2 \quad (3.48)$$

Como visto anteriormente, o fator  $\tau_f$  referente ao filtro de primeira ordem é único parâmetro de ajuste. É possível observar que para obtermos os parâmetros para um controlador PI, deve-se partir de um modelo de primeira ordem ( $\tau_2 = 0$ ), e para o caso do PID, utiliza-se um de segunda ordem. O controlador PID é recomendado para processos com dinâmicas de segunda ordem dominantes (com  $\tau_2 > \theta$ , aproximadamente), e é possível notar que o termo derivativo é utilizado para cancelar com a segunda mais alta constante de tempo do processo. Maiores informações podem ser encontradas em nas referências bibliográficas.

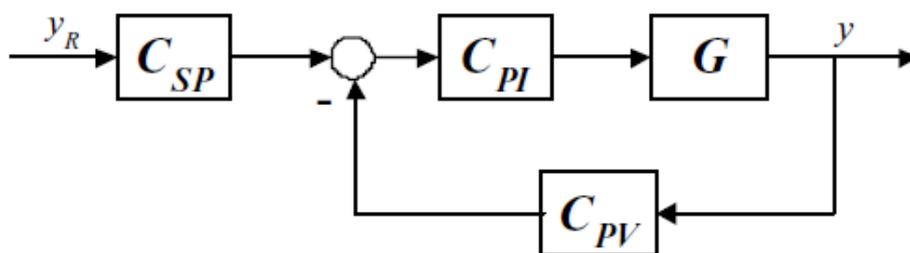
### 3.3 Método de Otimização Sequencial Iterativo

O principal objetivo deste método é a obtenção dos parâmetros do controlador PID através de um problema de otimização no domínio da frequência. O problema a ser resolvido é a minimização da diferença entre a função de transferência da planta em malha fechada  $T(s)$ , e a função desempenho alcançável  $T_0(s)$ , frente a uma resposta do tipo degrau no valor de referência:

$$FO = \min_{PID} \sum_{s=j\omega_0}^{j\omega_1} \left| \left( [T(s) - T_0(s)] \cdot \frac{1}{s} \right)^2 \right| \quad (3.49)$$

Adicionalmente, têm-se as equações de restrições, que asseguram os valores positivos para todos os parâmetros. Nos casos de ganho negativo, o sinal do mesmo deve ser invertido, através da seleção da ação direta. (FACCIN, 2004)

Desta forma é utilizada a formulação de  $T(s)$  segundo o diagrama representado por:



**Figura 3.2:** Malha de controle com 2 graus de liberdade

A partir deste diagrama, determina-se que a função de transferência para esta malha fechada é:

$$T(s) = \frac{G(s).C_{PI}(s).C_{SP}(s)}{1+G(s).C_{PI}(s).C_{PV}(s)} \quad (3.50)$$

Nessa estrutura, a base de um controlador do tipo PI foi mantida fixa, enquanto que os blocos adicionais  $C_{SP}$  e  $C_{PV}$  são filtros de fácil implementação no SDCDs comerciais, com estrutura variável de acordo com o tipo de parametrização. Neles, está inserida a ação derivativa do controlador. A ideia por trás dessa separação, da ação derivativa das outras, é devido ao fato de que a implementação do controlador PI entre os diferentes tipos de parametrizações existentes é bastante semelhante, ocorrendo grandes diferenças na implementação da ação derivativa. Além disso, é possível aproveitar os benefícios e procedimentos de segurança disponíveis no SDCD, como a estratégia *anti-windup*, a saturação de variáveis manipuladas, entre outros.

Esse problema, representado pela Equação 3.49, é resolvido no domínio da frequência ( $s=j\omega$ ), considerando um vetor de frequência com pontos igualmente espaçados em escala logarítmica no intervalo de  $\omega=[\omega_0\omega_1]$ . A substituição das equações da resposta em malha fechada e da função de desempenho alcançável gera uma formulação não convexa, pois os parâmetros a serem otimizados aparecem tanto no numerador como no denominador da função objetivo, não ficando, assim, garantida a convergência para os parâmetros ótimos.

Sendo assim, foi proposto um procedimento sequencial iterativo para a resolução deste problema (FACCIN e TRIERWEILER, 2004<sup>a</sup>), denominado de Método de Otimização Sequencial Iterativo. Ele é iterativo, pois inicialmente resolve-se um problema aproximado, cujo resultado é utilizado na resolução do problema de iteração subsequente, seguindo desta forma até atingir a convergência. E ele é sequencial, porque em cada iteração o problema de otimização é dividido em dois subproblemas convexos, que são resolvidos em duas etapas. Mesmo não garantindo a convergência, este procedimento mostrou-se satisfatório para a solução do problema da equação 3.49 da forma mais simples e rápida. Maiores informações podem ser encontradas em Faccin (2004).

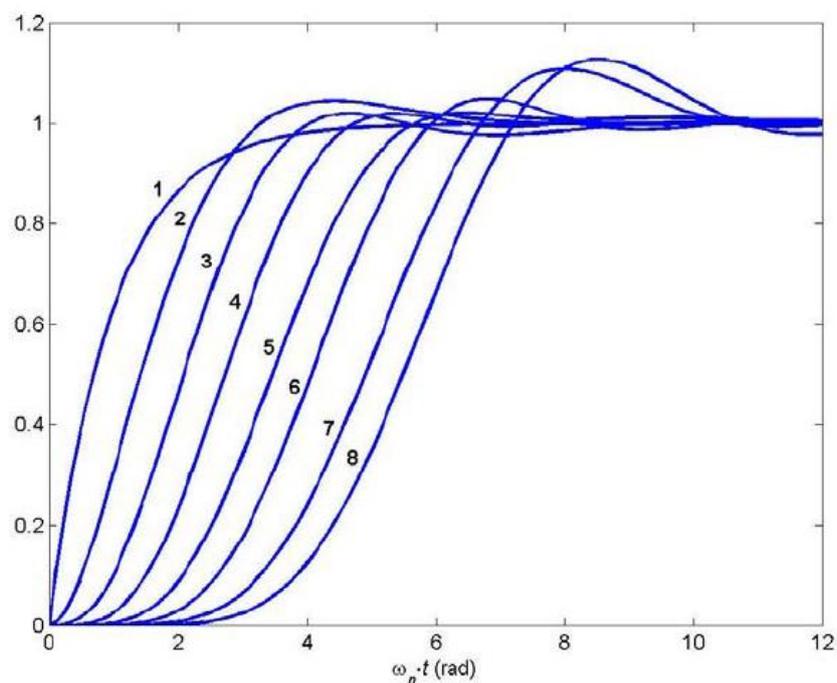
### 3.3.1 Função de Desempenho Alcançável

Uma etapa de grande importância para o método descrito anteriormente é o estabelecimento da função de desempenho alcançável, pois ela representa o comportamento desejado para o sistema em malha fechada. Ele poderia ser uma função de transferência de primeira ou segunda ordem, especificando informações de interesse, como tempo de subida, tempo de assentamento, máxima sobre-elevação, entre outras. No entanto, ela deve ser compatível com o modelo do processo, tanto na sua ordem quanto na sua dinâmica, e normalmente é desejável que a resposta do sistema em malha fechada se torne mais rápida que em malha aberta.

Existem diversas formas de respostas para sistemas em malha fechada, e a utilizada como referência para o método proposto por Faccin e Trierweiler (2004) foi a otimização com relação ao critério ITAE para respostas visando a mudança no valor da variável de

referência. Estas funções se mostraram bastante apropriadas para serem utilizadas como padrões para a função desempenho alcançável no método proposto, pois, além de apresentarem todas as características desejadas citadas, possuem apenas um parâmetro de ajuste, através do qual é possível selecionar a dinâmica desejada.

No caso do método proposto, como explicado anteriormente, foi especificado o tempo de subida desejável para a função de desempenho alcançável. O tempo de subida representa a diferença entre o tempo em que a resposta alcança de 90% e 10% do valor final. O tempo de subida escolhido foi de 7 vezes menor em malha fechada que em malha aberta, tentando manter uma reserva de fase da resposta em malha fechada próximo a  $60^\circ$ , enquanto que foi especificada uma sobre-elevação de 20% do valor final, pois deste modo se obteve os melhores resultados. Segundo os exemplos demonstrados abaixo, a FDA (Função de Desempenho Alcançável) escolhida se assemelha a de ordem 2:



**Figura 3.3:** Exemplos funções de desempenho alcançável de diferentes ordens

### 3.3.2 Método dos Mínimos Quadrados

O Método dos Mínimos Quadrados, ou Mínimos Quadrados Ordinários (MQO) é uma técnica de otimização matemática que procura encontrar o melhor ajustamento para um conjunto de dados tentando minimizar a soma dos quadrados das diferenças entre o valor estimado e os dados observados, sendo que essas diferenças são chamadas de resíduos.

É a forma de estimação mais amplamente utilizada na econometria. Consiste em um estimador que minimiza a soma dos quadrados dos resíduos da regressão, de forma a maximizar o grau de ajuste do modelo aos dados observados.

Um dos requisitos mais importantes para a utilização do método dos mínimos quadrados é que o fator imprevisível (erro) seja distribuído aleatoriamente, sendo

desejado que essa distribuição do erro seja normal e independente. O Teorema de Gauss-Markov garante, embora que indiretamente, que o método de mínimos quadrados é um estimador não enviesado de mínima variância linear na variável resposta.

Outro requisito é que o modelo seja linear nos parâmetros, ou seja, as variáveis apresentam uma relação linear entre si. Caso contrário, deveria ser utilizado um modelo de regressão não-linear.

O principal objetivo deste método, então, é minimizar a seguinte soma, sabendo que  $y_i^0$  representa os valores observados de  $y$ , e que  $y_i$  representa os valores calculados de  $y$ :

$$S \equiv \sum_{i=1}^N (y_i^0 - y_i)^2 \quad (3.51)$$

Maiores informações sobre o método podem ser encontradas em THEIL, 1971.

#### 4 Método Proposto – Fórmulas de Ajuste Triper

O intuito do método de sintonia proposto, Triper (dos autores Trierweiler e Pereira), neste trabalho é aliar os bons resultados obtidos com o método de otimização proposto por Faccin e Trierweiler (2004), em fórmulas que relacionem as variáveis do modelo da planta de 2ª ordem com os parâmetros do controlador PID. Para tanto, foram obtidos os parâmetros do controlador pelo método SIOM (*Sequential Iterative Optimization Method*) para 1680 plantas diferentes, e foram observadas as suas relações com as variáveis do processo.

Para poder analisar a eficácia do método proposto foram escolhidas funções de transferência de segunda ordem, considerando ganho unitário, e variando-se os seguintes parâmetros conforme demonstrado a seguir:

$$f(s) = \frac{(\beta s + 1)}{\tau^2 s^2 + 2\tau\zeta s + 1} e^{-\theta s} \quad (4.1)$$

$$\beta = [-5, -2, 0, 2, 5, 10, 20] \quad (4.2)$$

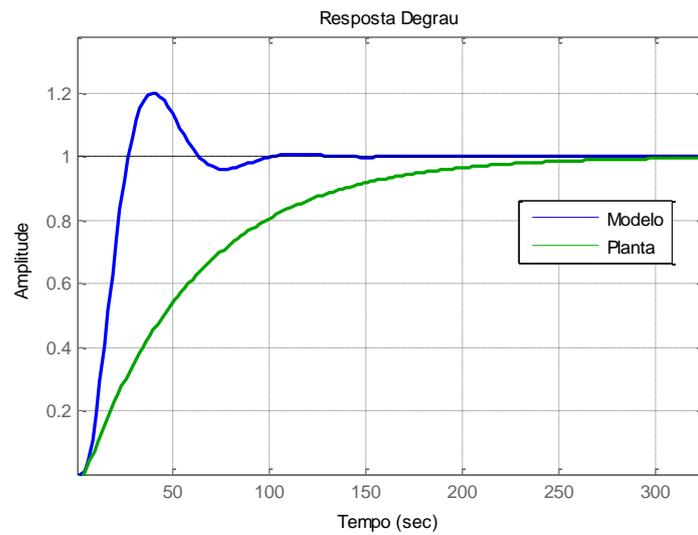
$$\tau = [3, 5, 10, 20, 50] \quad (4.3)$$

$$\zeta = [0.5, 0.6, 0.8, 1, 1.5, 2, 3, 5] \quad (4.4)$$

$$\theta = [0, 1, 2, 3, 4, 5] \quad (4.5)$$

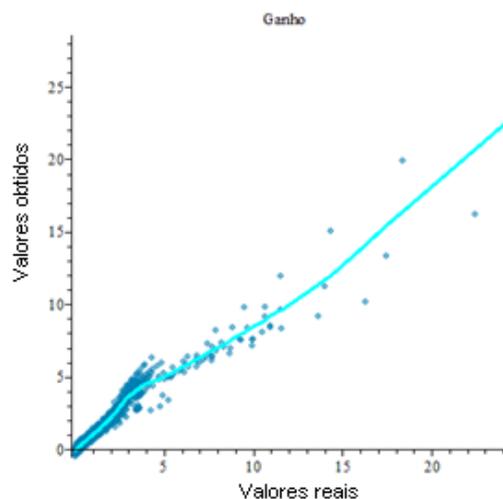
Com a combinação de todos esses valores, obteve-se um total de 1680 funções de transferência, gerando respostas dos mais diferentes tipos. É importante salientar que na análise posterior, as respostas com valores altos de resposta inversa e tempo morto foram as mais difíceis de sintonizar, como já era de se esperar.

Para obter a formulação necessária, inicialmente foram obtidos os parâmetros do controlador com o método de Otimização Sequencial Iterativa para o grupo de plantas escolhido, que é abordado na seção 3.3. Para tanto, foi utilizada uma função de desempenho alcançável especificada por um tempo de subida 7 vezes menor que o tempo de subida em malha aberta, além de uma sobre-elevação de 20% do valor final, mantendo a reserva de fase em torno de 60°. Quando não era possível atingir essa condição de reserva de fase, o algoritmo diminuía a razão do tempo de subida, de forma que fosse criado um modelo que satisfizesse a condição de reserva de fase próximo a 60°. Um exemplo de modelo pode ser visto na Figura 4.1, em comparação com a malha aberta do sistema:

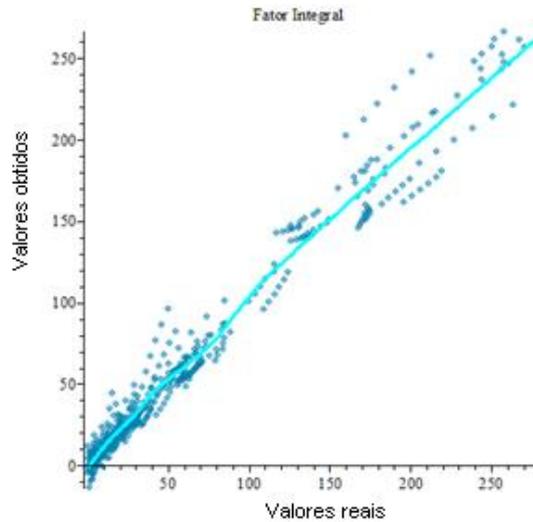


**Figura 4.1:** Exemplo do modelo com a planta

Após a obtenção de todos os parâmetros com o método SIOM, que será abordado na próxima seção, foi utilizado o método de mínimos quadrados para ajuste de curvas. Nesse método, relacionaram-se as variáveis do modelo de segunda ordem do processo com os parâmetros do controlador PID obtidos na otimização para obter-se a formulação do novo método proposto. Para tanto foi utilizado o ajuste de curvas do Maple<sup>®</sup>, que se baseia no método de mínimos quadrados, que foi explicado na seção 3.3.2. Foram realizados diversos testes com diferentes tipos de fórmulas, com base em métodos já existentes (Trierweiler, 2008), e dificilmente conseguiu-se uma boa correlação de curvas. Portanto, as formulações foram divididas em dois tipos, as que possuíam o parâmetro  $\beta$  negativo, e as que possuíam o parâmetro  $\beta$  positivo. Optou-se por esta metodologia devido a significativa diferença de respostas com zeros positivos e negativos é muito grande, impactando no método de sintonia utilizado. Os gráficos de dispersão obtidos com esta formulação são apresentados nas Figuras 4.2 e 4.3.



**Figura 4.2:** Gráfico de dispersão para o ganho do controlador para  $\beta$  negativos



**Figura 4.3:** Gráfico de dispersão para o fator integral do controlador para  $\beta$  negativos

O objetivo destes diagramas de dispersão é demonstrar a diferença obtida entre os valores reais e os obtidos com a nova formulação. Portanto, quanto mais próximo de uma reta, melhor é a correlação entre as variáveis dos eixos do gráfico. Para o caso deste trabalho, a formulação ideal apresentaria uma reta em que todos os pontos do eixo x (valores reais) seriam iguais aos do eixo y (valores obtidos com a formulação).

As correlações das retas obtidas foram todas próximas de 0,9, exceto aquelas do fator derivativo que atingiu um valor próximo a 0,75 para betas positivos, e um valor próximo a 0,55 para betas negativos. Isso se deve ao fato de muitas sintonias terem sido otimizadas para controlador PI, diminuindo o número de dados para o ajuste. Enfim, as formulas obtidas para a determinação dos parâmetros de um controlador PID para um modelo de função de transferência de 2ª ordem, para o caso de  $\beta$  negativo, estão representadas a seguir:

$$K_c = \frac{1}{k} \left( \frac{2.906\zeta\tau - 0.227\beta - 2.201\theta}{\theta - 1.649\beta + 5.726 - 0.614\tau + 0.432\tau\zeta + 2.477 \times 10^{-3}\tau^2\zeta^2 + 4.74610^{-3}\tau^2} \right) \quad (4.6)$$

$$\tau_i = \left( 0.857\tau\zeta + 6.146\theta + 1.669\beta - \frac{7.993}{\zeta} - \frac{0.175\beta^2}{\tau^2\zeta^2} + 1.786\zeta + \frac{4.302\theta^2}{\tau^2\zeta^2} + \frac{2.376\tau}{\zeta} - \frac{0.890\beta}{\tau} \right) \quad (4.7)$$

$$\tau_d = \frac{8.26910^{-2}\tau}{\zeta} + \frac{1.670\tau}{\zeta \left( \frac{2\tau}{1.3\theta - 2\beta} + 1 \right)} - 0.331\theta + 0.318\beta + \frac{8.78710^{-3}(1.3\theta - 2\beta)^2\zeta}{\tau} - 4.58210^{-2}\tau \quad (4.8)$$

De forma semelhante obteve-se as fórmulas para  $\beta$  positivo:

$$K_c = \frac{1}{k} (1.547\zeta\tau + 5.6 + \exp(1.158\zeta)) \left/ \begin{array}{l} (\theta + 1.38310^{-2}\tau + 2.204 + 2.98910^{-3}\tau\zeta \\ + 2.456x10^{-3}\tau^2\zeta^2 - 7.20910^{-4}\tau^2 + \frac{5.617\beta}{\tau} \\ - \frac{0.828\beta^2}{\tau^2} + 7.474\zeta^2 - 7.835\zeta) \end{array} \right. \quad (4.9)$$

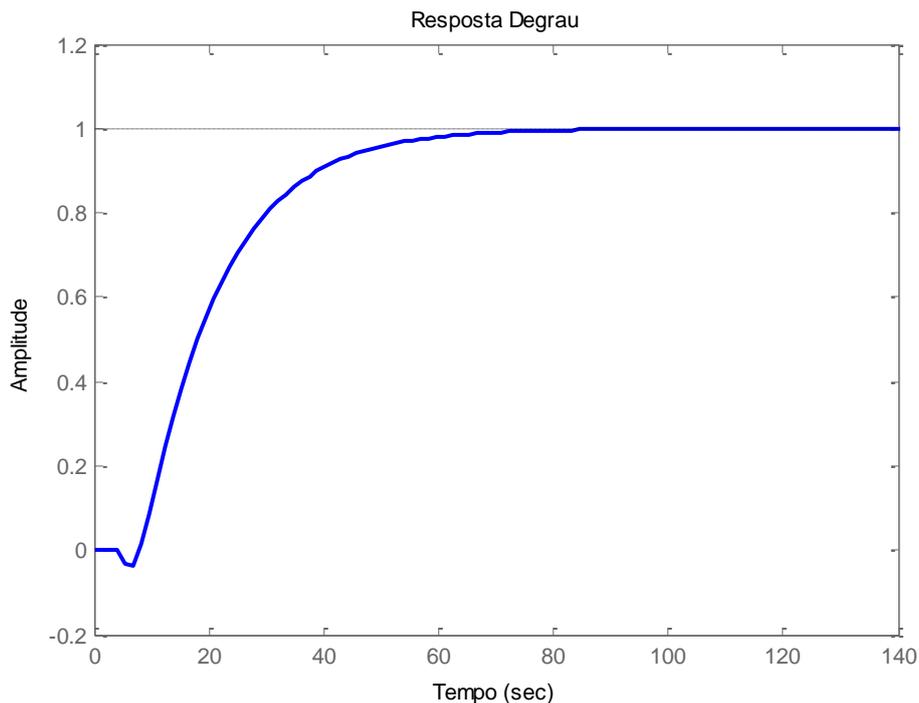
$$\tau_i = \left( 0.881\tau\zeta + 4.608\theta - 3.497\beta - \frac{4.21}{\zeta} + \frac{4.64510^{-2}\beta^2}{\tau^2\zeta^2} 0.994\zeta - \frac{0.436\theta^2}{\tau^2\zeta^2} + \frac{2.406\tau}{\zeta} + \frac{9.823\beta}{\tau} \right) \quad (4.10)$$

$$\tau_d = \frac{0.162\tau}{\zeta} + \frac{6.773\tau}{\zeta \left( \frac{2\tau}{1.3\theta - 2\beta} + 1 \right)} - 1.511\theta - 0.2\tau \sqrt{\frac{\theta\zeta}{\tau}} - \frac{-7.21610^{-3}\tau}{(\theta + 1)\zeta} + 0.738\beta \sqrt{\frac{\beta}{\tau\zeta}} - 0.675\tau \sqrt{\frac{\beta}{\tau\zeta}} \quad (4.11)$$

## 5 Testes e Estudo de Casos

### 5.1 Plantas utilizadas nos testes

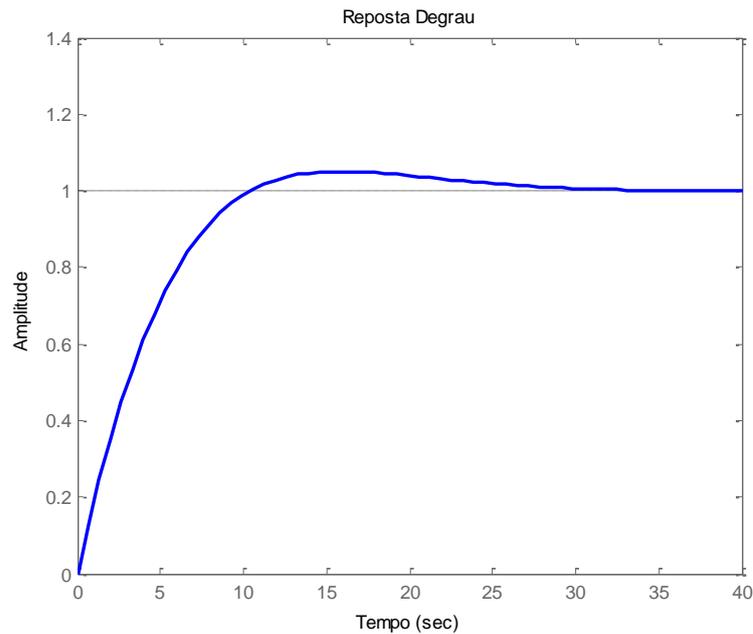
Para corroborar que a escolha desse conjunto de funções foi feita corretamente, abaixo são demonstrados cinco casos peculiares que estão inclusos nesta população de análise. A primeira que se pode destacar é àquela mencionada anteriormente com resposta inversa e tempo morto, apresentada na Figura 5.1:



**Figura 5.1:** Resposta degrau de f1

$$f1 = \frac{-2s+1}{25s^2+15s+1} e^{-5s} \quad (5.1)$$

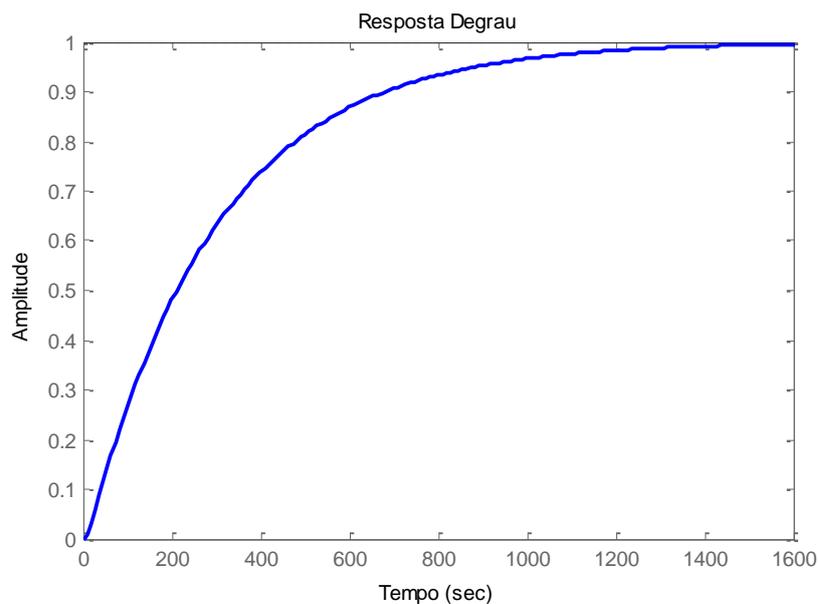
Além dessa, pode-se destacar as respostas com polos complexos, cujo método SIMC não possui uma sintonia específica, conforme o artigo por Skogestad, 2002. Essas respostas caracterizam-se pelo aparecimento de uma sobre-elevação, conforme visto na Figura 5.2:



**Figura 5.2:** Resposta degrau de  $f_2$

$$f_2 = \frac{5s+1}{25s^2+8s+1} \quad (5.2)$$

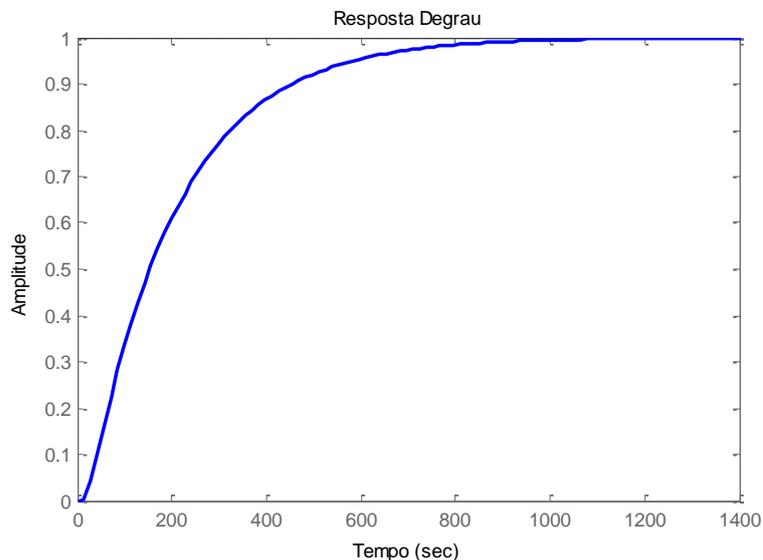
Pode-se destacar também o conjunto de respostas com uma grande constante de tempo  $\tau$ , caracterizando uma função mais lenta, com polos lentos, tornando a tarefa de ajuste de parâmetros do controlador extremamente difícil, podendo gerar respostas instáveis:



**Figura 5.3:** Resposta degrau de  $f_3$

$$f_3 = \frac{1}{2500s^2+300s+1} e^{-1s} \quad (5.3)$$

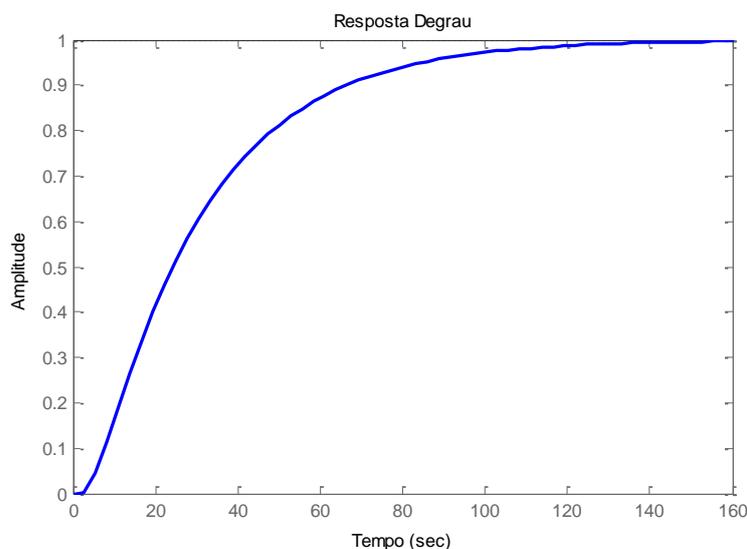
Outro grupo de funções de transferência difíceis de se controlar é aquele com respostas com uma grande constante de tempo  $\tau$ , caracterizando uma função mais lenta como explicitado anteriormente, além de um tempo morto elevado e um zero positivo, juntando, assim, três fatores extremamente prejudiciais para uma malha de controle:



**Figura 5.4:** Resposta degrau de  $f_4$

$$f_4 = \frac{-5s+1}{2500s^2+200s+1} e^{-5s} \quad (5.4)$$

Por fim, dentre o conjunto analisado, há aquelas funções de transferência mais simples, que tendem a gerar respostas mais comportadas e menos agressivas, conforme o método de ajuste escolhido:



**Figura 5.5:** Resposta degrau de  $f_5$

$$f_5 = \frac{1}{100s^2+30s+1} e^{-2s} \quad (5.5)$$

## 5.2 Comparação entre as diferentes técnicas de ajuste

Nesta seção de resultados, serão focados em exemplos de respostas com os métodos IMC, SIMC, Triper e com o método de otimização proposto por Faccin, para os casos explicitados na seção 5.1. O método de otimização não será levado em conta para a classificação de melhor sintonia, conforme os critérios da tabela 5.1, sendo que a sua representação tem como único objetivo demonstrar o quão próximo essa resposta ficou em relação àquela obtida com o Triper. Após, na seção 5.3, será apresentado o histograma de reserva de fase obtido para as 1680 plantas analisadas com o método Triper, para demonstrar, de forma clara, que o objetivo do trabalho foi atingido.

Na tabela 5.1 são demonstradas as melhores sintonias, conforme a opinião do autor do trabalho, para cada um dos casos demonstrados na seção 5.1, levando em conta os critérios de melhor característica servo (mudança de ponto de operação), de melhor característica regulatória (distúrbio na carga), de melhores índices da resposta e de melhor resposta geral, segundo a opinião do autor. É importante salientar que a escolha da sintonia de uma malha de controle está relacionada com o objetivo dela no processo, portanto, para os casos apresentados neste trabalho, para a linha de melhor resposta geral, foi escolhida aquela que apresentava a melhor relação entre as características servo e regulatório.

**Tabela 5.1:** Melhores sintonias para as Plantas f1,f2,f3,f4 e f5

	Planta f1	Planta f2	Planta f3	Planta f4	Planta f5
Característica Servo	IMC	IMC	TRIPER	TRIPER	TRIPER
Característica Regulatória	IMC	IMC	SIMC	SIMC	SIMC
Melhores Índices (MG,MS,RF...)	IMC	IMC	SIMC	SIMC	SIMC
Melhor Resposta	IMC	IMC	TRIPER	SIMC	TRIPER

Nota-se que a sintonia Triper, proposta neste trabalho, apresentou respostas boas para mudanças no valor da variável de referência para diferentes pontos de operação. É possível observar ainda que, embora sejam poucas funções analisadas, houve um equilíbrio entre as 3 formulações, demonstrando, de uma forma mais subjetiva, que o objetivo deste trabalho foi atingido com êxito.

## 5.2.1 Função de transferência com grande resposta inversa e tempo morto

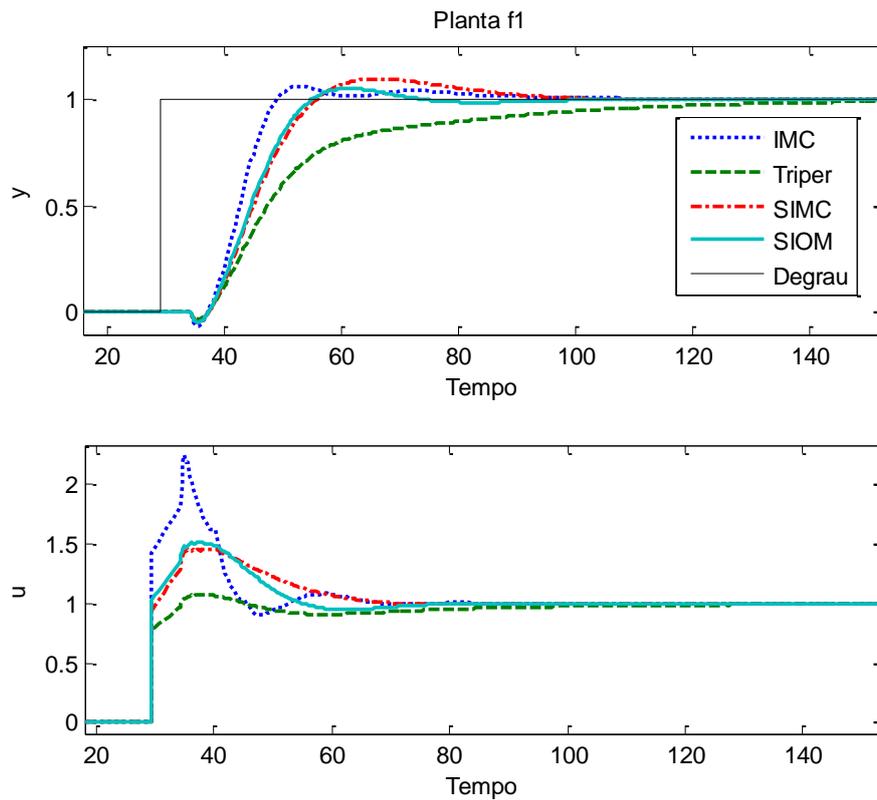


Figura 5.6: Resposta a uma mudança de degrau com as sintonias para f1

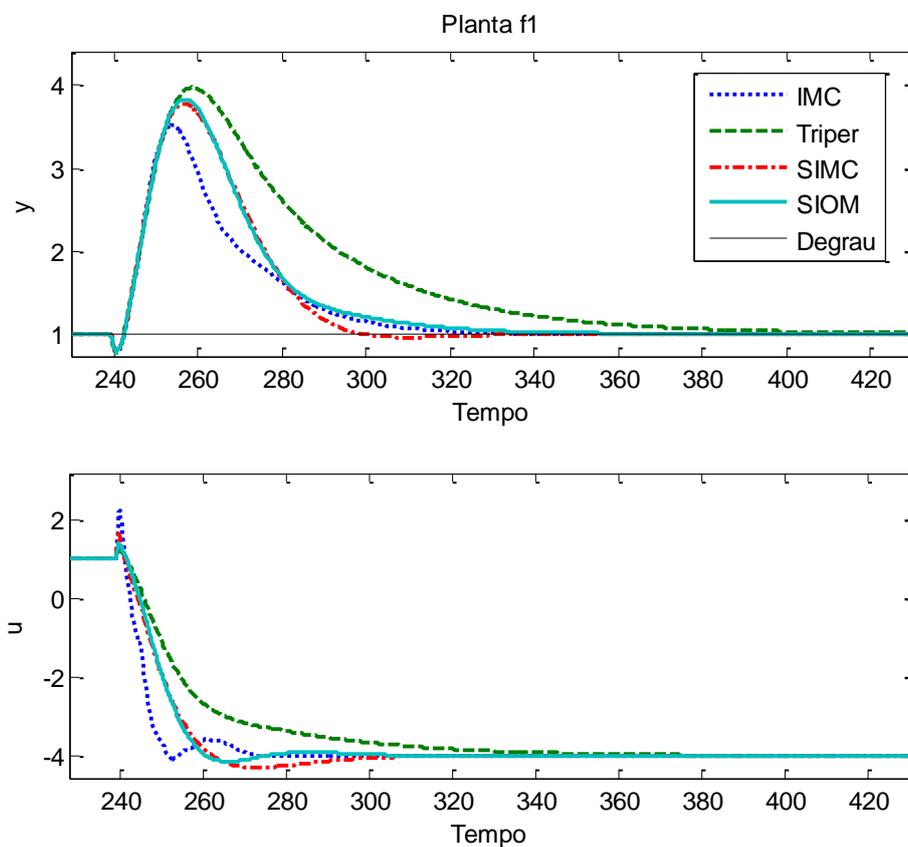


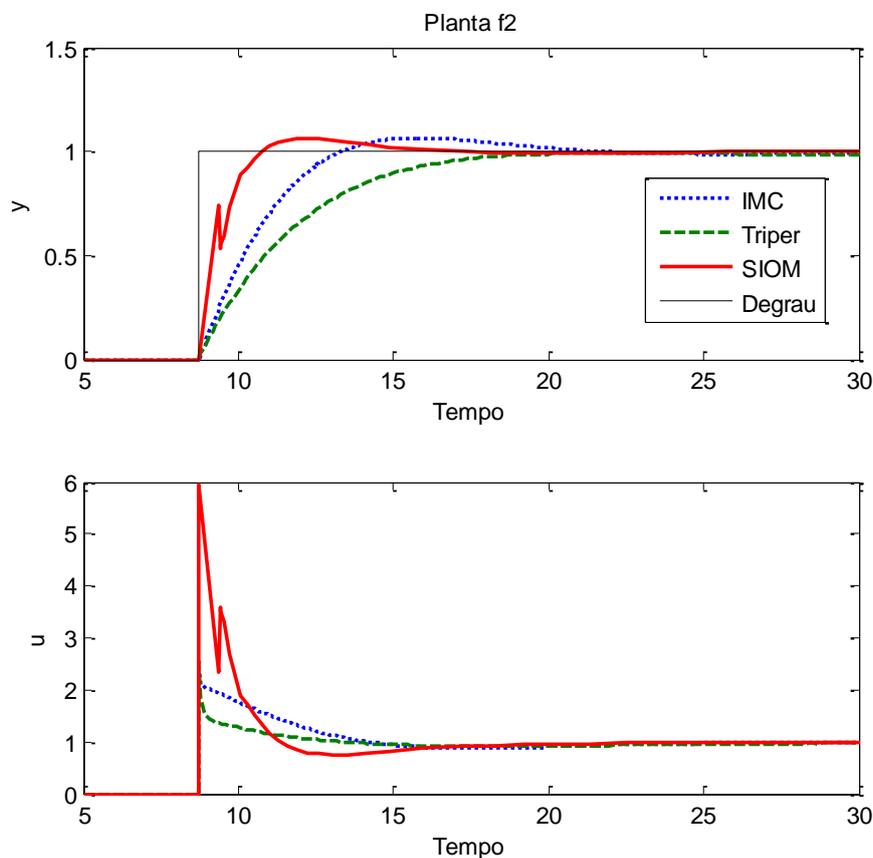
Figura 5.7: Resposta a um distúrbio na carga obtida com as sintonias para f1

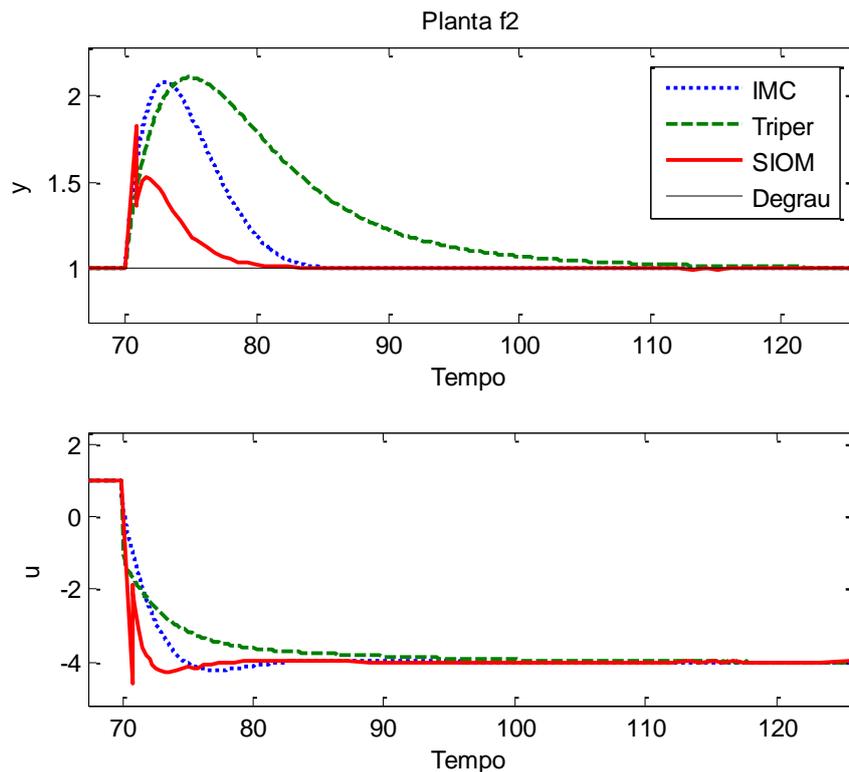
**Tabela 5.2:** Dados obtidos a partir das sintonias para f1

	K <sub>p</sub>	T <sub>i</sub>	T <sub>d</sub>	MG	RF	MS	IAE	ISE
IMC	1.420603	17.38988	3.354068	2.014848	66.28542	1.960718	77.17068	107.5904
Triper	0.7779	20.0323	0.8994	3.801269	79.79828	1.40241	155.1176	250.8967
SIMC	0.935	13.0902	1.9098	3.246027	59.2324	1.535463	91.32584	156.8519
SIOM	1.03	16.011	0.9686	2.78055	62.78773	1.651881	95.31744	159.7796

Analisando as respostas obtidas, pode-se afirmar que elas foram razoavelmente semelhantes, sendo que a obtida com o Triper foi mais lenta, e com uma recuperação menor diante de um distúrbio. Isso se deve principalmente por ela possuir um valor inferior para a ação proporcional e para a sua ação integral. As sintonias obtidas por IMC, SIMC e SIOM foram satisfatórias. Ainda pode-se observar que por possuir um ganho superior em relação à Triper e ao SIMC, o método de otimização atingiu uma resposta muito semelhante ao SIMC. Observando a Tabela 5.2, nota-se que a sintonia de Skogestad tem uma maior margem de ganho em relação a IMC clássica, até por possuir um K<sub>p</sub> menor, e possui a reserva de fase levemente inferior. Portanto, é possível afirmar que a resposta obtida pelo IMC clássico foi levemente superior às demais, para esta planta, por ser mais rápida e melhor na rejeição de distúrbios.

### 5.2.2 Função de transferência com polos complexos

**Figura 5.8:** Resposta a uma mudança de degrau com as sintonias para f2



**Figura 5.9:** Resposta a um distúrbio na carga obtida com as sintonias para f2

**Tabela 5.3:** Dados obtidos a partir das sintonias para f2

	Kp	Ti	Td	MG	RF	MS	IAE	ISE
IMC	2.418845	3.497208	0.296042	1.8E+308	83.96123	0.999822	9.305308	6.5715
Triper	2.5577	7.9292	1.3261	1.8E+308	133.6885	0.994574	18.56754	12.6393
SIOM	5.9363	2.934	0	1.8E+308	80.28657	0.995593	3.492432	1.440989

Como comentado no capítulo anterior, o método SIMC não possui uma sintonia específica para modelos de plantas com polos complexos, e, sendo assim, as respostas obtidas pelo Triper e pelo IMC foram muito semelhantes. É possível observar que, frente a mudanças do ponto de operação as duas respostas são muito parecidas, com a IMC levemente mais rápida e com baixa sobre-elevação. Observando as respostas a um distúrbio na carga, nota-se a superioridade da sintonia do IMC, em grande parte devido ao fator integral ser mais forte presente neste ajuste. A sintonia obtida pela otimização foi superior às outras duas nas duas características servo e regulatória, apresentando uma ação de controle mais agressiva. Analisando os dados da Tabela 5.3, pode-se afirmar que a sintonia IMC leva vantagem em quase todos os índices em comparação com o Triper, possuindo, porém, uma reserva de fase menor. Portanto, para esta planta, desconsiderando o método SIOM, o método IMC obteve uma resposta superior a aquela apresentada pelo Triper, porém as duas respostas podem ser consideradas satisfatórias.

## 5.2.3 Função de transferência com grande constante de tempo

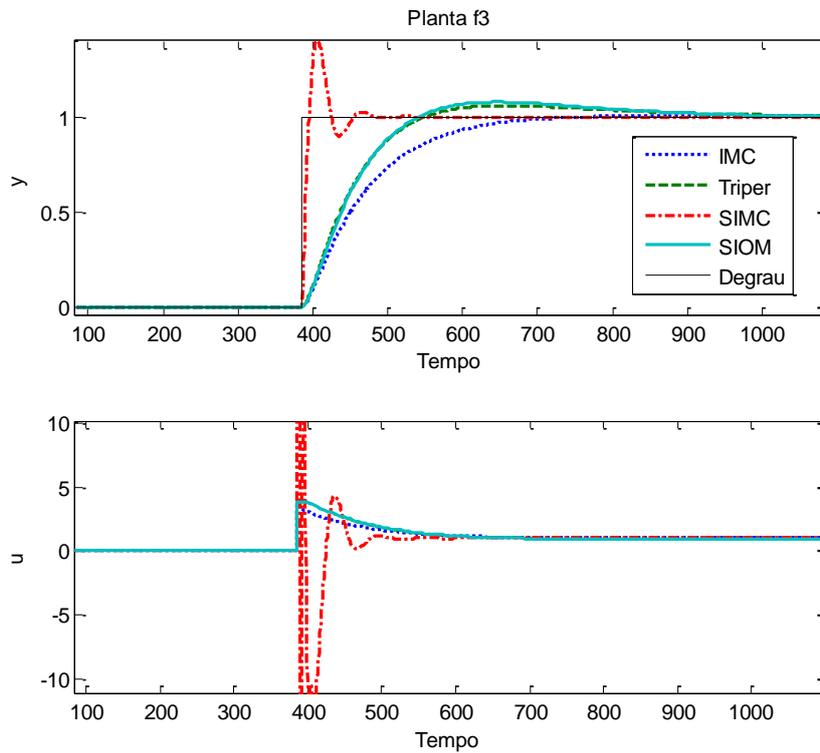


Figura 5.10: Resposta a uma mudança de degrau com as sintonias para f3

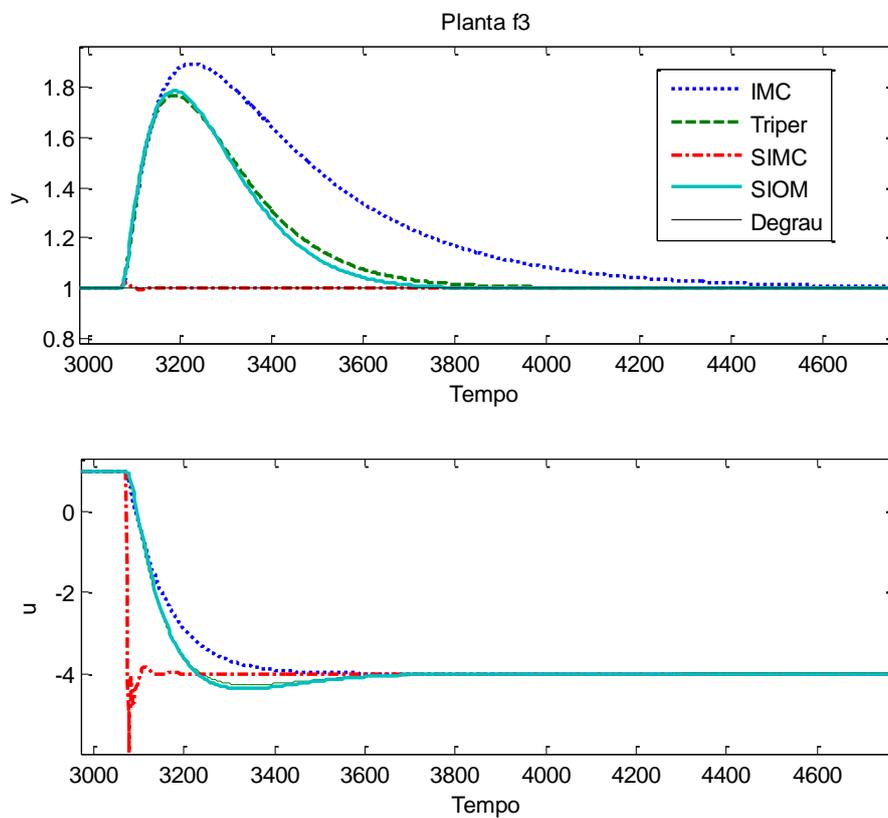


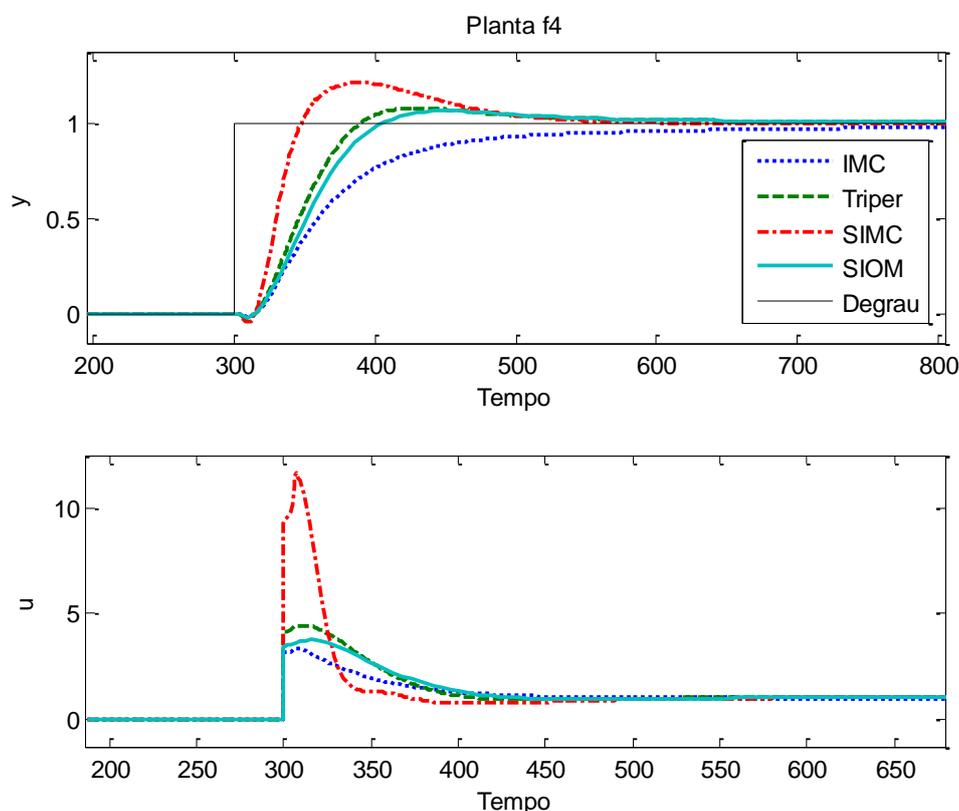
Figura 5.11: Resposta a um distúrbio na carga com as sintonias para f3

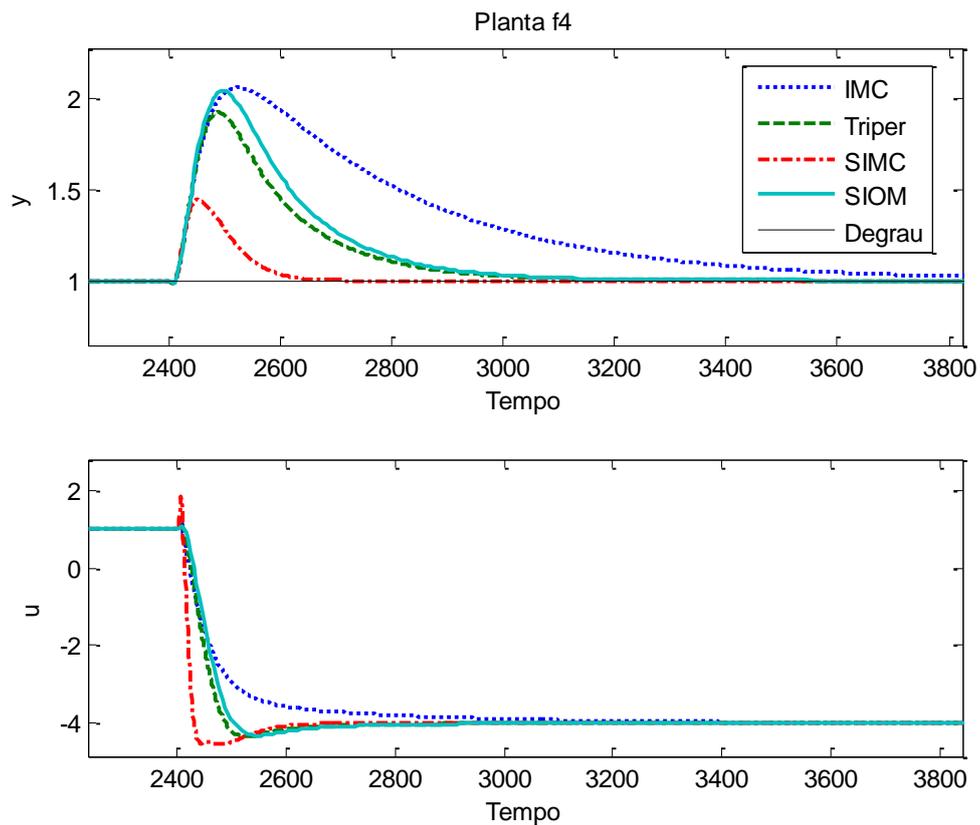
**Tabela 5.4:** Dados obtidos a partir das sintonias para f3

	Kp	Ti	Td	MG	RF	MS	IAE	ISE
IMC	3.443597	291.9864	6.781385	112.1738	87.90551	1.019646	513.8885	293.7244
Triper	3.998	177.03	0.88	251.6001	74.64259	1.090524	299.4229	154.9582
SIMC	145.71	8	8.58	2.09303	38.43661	2.227416	16.11669	7.000659
SIOM	3.7791	155.3575	0	76.50948	71.27434	1.102999	287.4393	153.5136

Neste caso, observa-se que a resposta obtida com o SIMC foi muito agressiva, fazendo com que a ação de controle chegasse até 200. Além dela, nota-se ainda que a resposta obtida com o método Triper foi mais rápida que a obtida com o IMC clássico, apresentando um leve sobre-elevação, sendo melhor também na rejeição de distúrbios. A resposta obtida com a otimização foi muito semelhante à obtida com o Triper. Observa-se ainda que, pelos índices calculados, a reserva de fase obtida pelo SIMC foi baixa, porém ainda acima do recomendado que é  $30^\circ$ . Os outros índices demonstram a superioridade da resposta obtida pelo SIMC, porém é importante ressaltar que a sobre-elevação foi muito alta, além de provavelmente saturar o atuador. Desta forma, foi desconsiderada a resposta obtida com o SIMC, e, portanto, foi creditada uma maior vantagem da sintonia Triper em relação a IMC, pois ela é mais rápida, e em relação a SIMC, pois ela não irá saturar a válvula de controle.

#### 5.2.4 Função de transferência com grande constante de tempo, tempo morto elevado e zero positivo

**Figura 5.12:** Resposta a uma mudança de degrau com as sintonias para f4



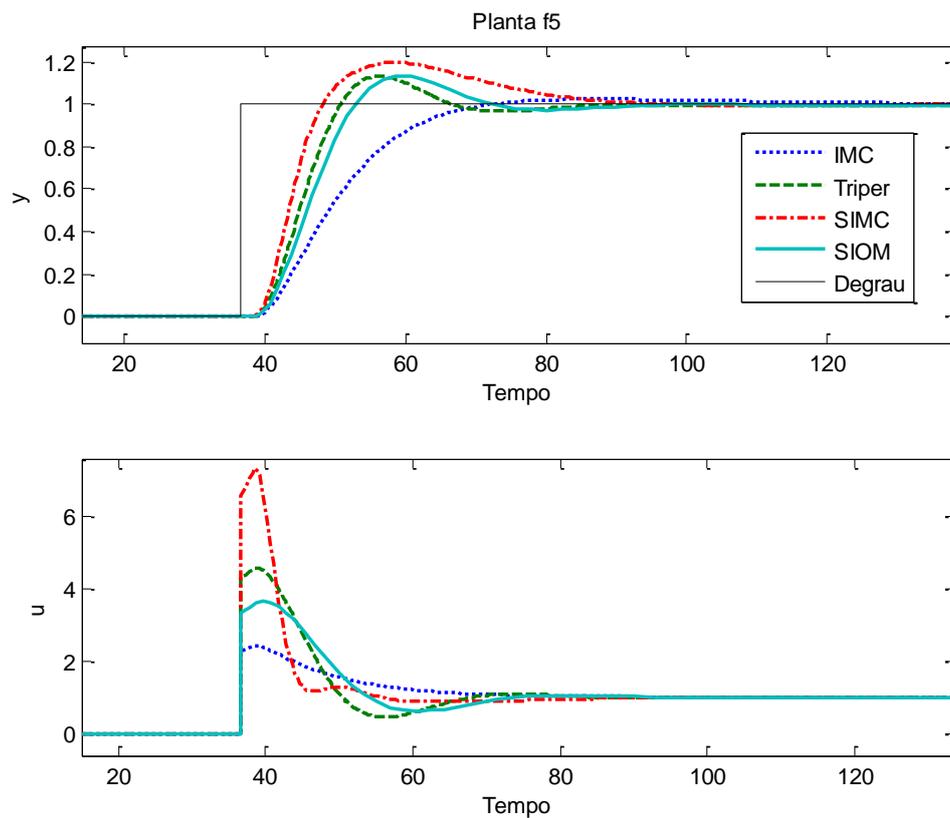
**Figura 5.13:** Resposta a um distúrbio na carga com as sintonias para f4

**Tabela 5.5:** Dados obtidos a partir das sintonias para f4

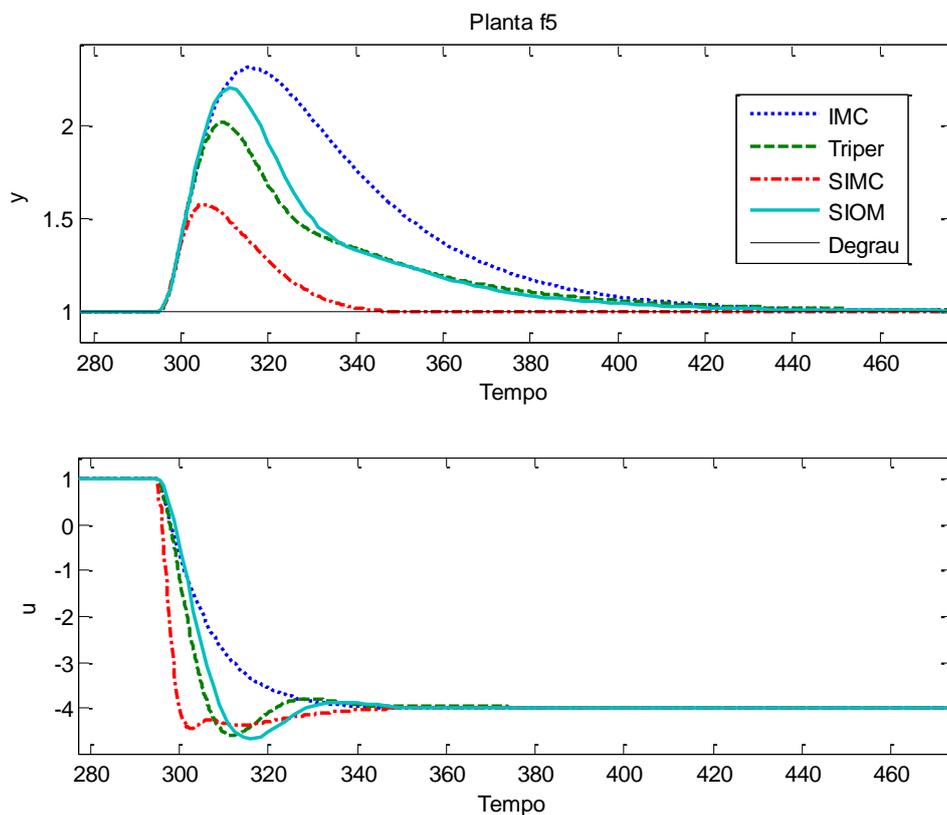
	Kp	Ti	Td	MG	RF	MS	IAE	ISE
IMC	3.162	296.427	11.02	7.814068	85.40116	1.17646	441.9297	312.4891
Triper	4.1197	151.1967	2.5432	5.932146	61.04581	1.3826	242.8201	141.1791
SIMC	9.33	80	13.3975	2.349843	56.32063	1.763694	95.16194	41.85144
SIOM	3.432	149.58	0	5.565858	61.57786	1.385921	281.3961	183.2167

Para esta planta, observa-se novamente um comportamento mais forte, pela ação de controle, da sintonia de SIMC, e uma sintonia mais branda para os outros três métodos. É importante salientar que, assim como dito anteriormente, a sintonia mais apropriada depende do objetivo que se espera da malha de controle, sendo assim, é difícil escolher uma sintonia melhor. Analisando os índices obtidos, nota-se que a reserva de fase obtida com o SIMC está adequada e levemente inferior àquela obtida com o Triper. A margem de ganho, conforme esperado, é bem menor para o SIMC, mas nada que esteja na iminência de instabilizar. Desta forma, feito a ressalva anterior, acredita-se que a melhor sintonia seria a obtida por SIMC, devido a melhor rejeição a distúrbios, porém é importante salientar que a sua ação de controle foi muito alta, sendo que para degraus maiores, ela poderá saturar o atuador. Ainda pode se afirmar que a sintonia obtida pelo Triper foi satisfatória, sendo semelhante a obtida por SIOM.

## 5.2.5 Função de transferência “simples”



**Figura 5.14:** Resposta a uma mudança de degrau com as sintonias para f5



**Figura 5.15:** Resposta a um distúrbio na carga com as sintonias para f5

**Tabela 5.6:** Dados obtidos a partir das sintonias para f5

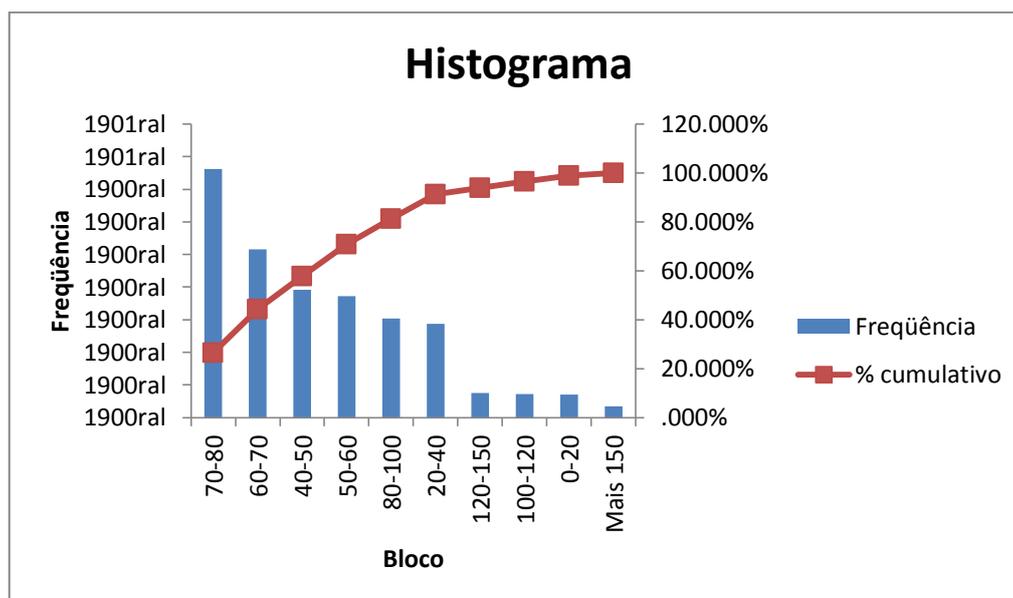
	Kp	Ti	Td	MG	RF	MS	IAE	ISE
IMC	2.268947	28.94127	2.83022	9.448157	78.1108	1.16586	78.86496	64.99393
Triper	4.3041	33.0886	0.7212	4.890084	54.17727	1.558547	48.70193	28.16464
SIMC	6.5451	16	3.8197	2.69761	60.58766	1.697853	23.90983	11.22859
SIOM	3.33	27.7592	0	4.265526	53.86579	1.605456	53.1009	36.9342

Para plantas teoricamente mais simples, a sintonia SIMC, da forma que está configurada, apresentou uma alta sobre-elevação, e estabilizou no ponto de operação quase no mesmo tempo que as outras. A resposta obtida com o método Triper foi mais suave na ação de controle que a anterior, porém é mais oscilatória que a obtida com o IMC clássico. Ainda é possível afirmar que a ação de controle no início do degrau é muito forte, provocando um desgaste maior na válvula de controle (atuador) com a sintonia SIMC. Observando os índices da Tabela 5.6, nota-se que neste caso a reserva de fase obtida com o método IMC clássico foi superior, garantindo uma resposta muito boa, sendo tão satisfatória quanto às outras em relação a mudanças no ponto de operação, porém sendo pior na rejeição de perturbações. Ainda é possível observar que a sintonia obtida pela otimização é semelhante a obtida pelo Triper. Logo, pode-se afirmar que para malhas com predomínio da característica regulatória, a sintonia SIMC é a mais indicada, enquanto que em malhas em que se deseja uma boa característica servo, a sintonia Triper foi a mais indicada.

### 5.3 Reserva de Fase obtida com a sintonia Triper

Além das análises feitas anteriormente, foi calculado a reserva de fase para todas as sintonias obtidas pelo método Triper para as 1680 plantas. Foi escolhido este índice, pois ele representa a máxima variação na dinâmica da planta que uma malha de controle suporta sem instabilizar. A margem de ganho pode ser facilmente modificada, através do ajuste do parâmetro proporcional, porém a RF (Reserva de Fase) é dependente de diversos fatores no domínio da frequência. Isso comprova que resultados bons de RF, geram uma boa estimativa inicial para o ajuste do controlador, sendo necessário apenas um ajuste fino dos parâmetros de modo a obter melhores respostas.

Realizado estas análises, obteve-se o histograma demonstrado na Figura 5.16. A Tabela 5.7 demonstra o número de modelos que tiveram a reserva de fase dentro do intervalo indicado. Além disso, é demonstrado o percentual cumulativo em relação a todos os modelos analisados, conforme os intervalos especificados. Ao lado, é demonstrado os mesmos índices, só que colocando em ordem decrescente dos blocos mais frequentes, ou seja, os intervalos que tiveram o maior número de plantas.



**Figura 5.16: Histograma das Reservas de Fase obtidas com o Triper**

**Tabela 5.7: Tabela de percentuais de Reserva de Fase por blocos**

Bloco	Freqüência	% cumulativo	Bloco	Freqüência	% cumulativo
0-20	35	2.43%	70-80	381	26.40%
20-40	144	12.40%	60-70	258	44.28%
40-50	196	25.99%	40-50	196	57.87%
50-60	186	38.88%	50-60	186	70.76%
60-70	258	56.76%	80-100	152	81.29%
70-80	381	83.16%	20-40	144	91.27%
80-100	152	93.69%	120-150	38	93.90%
100-120	36	96.19%	100-120	36	96.40%
120-150	38	98.82%	0-20	35	98.82%
Mais 150	17	100.00%	Mais 150	17	100.00%

Conforme constatado pelos dados acima, nota-se que em mais de 80% dos casos a reserva de fase atingiu um valor entre 40 e 100, ou seja, valores aceitáveis e sem instabilizações. Outro dado importante a ser ressaltado é que cerca de 45% de todas as respostas estavam com RF entre 60 e 80, ou seja, estavam com os limites corretos conforme o método de otimização. É interessante ressaltar que, conforme dito anteriormente, o método de otimização procurou obter o índice de RF próximo de 60° para todos os casos analisados.

Este índice comprova que a sintonia Triper apresentou resultados muito bons, tendo em vista que foram adicionados diversos tipos de respostas, conforme dito no capítulo anterior. Pode-se afirmar ainda que para a grande maioria das funções analisadas, esta sintonia não instabilizou o sistema e proporcionou respostas com índices aceitáveis de reserva de fase.

## 6 Conclusões e Trabalhos Futuros

Com base em todos os resultados demonstrados anteriormente, acredita-se que o objetivo deste trabalho foi atingido com êxito, embora ainda tenha um espaço para aprimoramento. As respostas obtidas com este novo método Triper não foram melhores para todos os casos apresentados, mas ele conseguiu provar ser uma ótima alternativa para sintonias de modelos de 2ª ordem. Além disso o método proposto neste trabalho, possui uma forma de ajuste de sintonia para plantas com polos complexos. Isso é uma grande novidade entre as formulações atuais, pois, em sua grande maioria, elas baseiam-se em modelos diferentes que não possuem os parâmetros definidos para os polos complexos. As respostas obtidas neste caso foram consideradas, em sua maioria, muito boas, realizando um bom controle da planta, e mais rápido que em malha aberta.

Pode-se afirmar ainda que para casos com grande tempo morto e respostas inversas acentuadas, o método não provou ser muito eficaz, gerando sintonias muito lentas e em outros casos, instáveis. Para os outros tipos de respostas, as sintonias obtidas foram boas, caracterizando-se, em grande parte, por serem mais robustas que os métodos comparados neste trabalho.

Acredita-se que uma fonte de erro para a geração da formulação foi a grande diversidade de modelos utilizados, ou seja, modelos com grande tempo morto, com polos complexos, com respostas inversas elevadas. Uma forma de melhorar isso, seria gerar diferentes formulações para cada caso, trabalhando-se com diferentes sintonias, limitadas por cada um dos fatores ditos anteriormente. Desta forma, apesar de ser mais extenso o método, e gerar um modelo com diversas fórmulas, dependentes dos parâmetros da planta, as respostas iriam ser mais estáveis, rápidas, e o ajuste de curvas no software Maple® poderia ser realizado com equações mais simples.

Aconselha-se para trabalhos futuros, revisar as funções de desempenho alcançável, tornando as mais específicas para cada planta, pois foi observado que em alguns casos o modelo do processo não possuía sobre-elevação, enquanto que a FDA possuía.

Outra linha complementar a este trabalho, seria a pesquisa para a geração de modelos de plantas de segunda ordem a partir de respostas de sistemas. Estes modelos, além de serem mais precisos que os de primeira ordem, possibilitam o uso dessas novas técnicas de ajuste que geram sintonias mais aplicáveis aos casos reais que as formulações utilizadas atualmente.

Por fim, acredita-se que este trabalho abre um leque de inúmeras possibilidades de novas sintonias a partir de otimizações. Ainda que as respostas não foram as melhores em todos os casos, acredita-se que a metodologia por trás deste trabalho, pode ser aplicada em outros casos, utilizando uma função de desempenho diferente ou um diferente método de otimização, produzindo uma nova formulação mais eficiente que a empregada neste trabalho.

## 7 Referências

- ÄSTROM, K., HÄGGLUND, T., *PID Controllers: Theory, Design and Tuning*. 2 ed. NC-USA, 1995.
- BIALKOWSKI, W. L., *Dreams versus reality: a view from both sides of the gap*. Pulp and Paper Canada, 1993.
- BOLTON, W., *Engenharia de Controle*. São Paulo: Makron Books do Brasil, 1995.
- CAMPOS, M. C. C. C., TEIXEIRA, H. C. G., *Controles típicos de equipamentos e processos industriais*. 1 ed. São Paulo-SP : Blücher, 2006.
- CHIEN, I. L., FRUEHAUF, P. S., *Consider IMC Tuning to improve controller performance*. Chemical Engineering Process, 1990.
- FACCIN, F. e TRIERWEILER, J. O., *Abordagem inovadora no Projeto de Controles PID*. Dissertação. Porto Alegre - RS, 2004.
- FACCIN, F. E TRIERWEILER, J. O., *Método De Ajuste De Controladores Pid Com Desempenho Robusto Para Sistemas Multi-Modelos* . In: COBEQ 2004 - XV Congresso Brasileiro de Engenharia Química, Curitiba, 2004.
- MOLER, C., *Matlab User Guide*. Department of Computer Science. University of New Mexico, 1980.
- PEIXE, B. C. S., *Finanças Públicas – Controladoria Governamental*. Curitiba: Juruá, 2002.
- SKOGESTAD, S., *Simple analytic rules for model reduction and PID Controller tuning*. Norwegian University of Science and Technology. Trondheim-Norway, 2002.
- STEPHANOPOULOS, G. *Chemical Process Control*. Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1984.
- THEIL, H., *Principles of Econometrics. Capítulos 9 e 10*, Wiley, 1971.
- TORRES, B. S., HORI, E. S., *Análise de Desempenho de Malhas de Controle em Indústrias Petroquímicas*. SNCA. Salvador - BA, 2005.
- TRIERWEILER, J. O., *A Novel Tuning Method For Industrial PID Controllers*. In: XIV Congresso Brasileiro de Automação - 2002, 2002, Natal, RN. CD-ROM do CBA 2002. Natal, RN : SBA, 2002. v. 1. p. 2963-2968.
- TRIERWEILER, J. O. e POSSER, M. S. *PID-Toolbox: Uma Ferramenta Para o Ensino e Ajuste de Controladores PIDs*. Apostila, Departamento de Engenharia Química, Universidade Federal do Rio Grande Do Sul. Porto Alegre – RS, 2002.
- VISIOLI, A., *Practical PID Control*. I Title. London-ENG: Springer, 2006.