

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
ESCOLA DE ENGENHARIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL**

**Cássio Barros de Aguiar**

**LAJES NERVURADAS: COMPARAÇÃO DE SOLICITAÇÕES  
UTILIZANDO OS MÉTODOS DE ELEMENTOS FINITOS E  
ANALOGIA DE GRELHAS**

Porto Alegre  
agosto 2013

**CÁSSIO BARROS DE AGUIAR**

**LAJES NERVURADAS: COMPARAÇÃO DE SOLICITAÇÕES  
UTILIZANDO OS MÉTODOS DE ELEMENTOS FINITOS E  
ANALOGIA DE GRELHAS**

Trabalho de Diplomação apresentado ao Departamento de  
Engenharia Civil da Escola de Engenharia da Universidade Federal  
do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para obtenção do  
título de Engenheiro Civil

**Orientador: Américo Campos Filho**

Porto Alegre  
agosto 2013

**CÁSSIO BARROS DE AGUIAR**

**LAJES NERVURADAS: COMPARAÇÃO DE SOLICITAÇÕES  
UTILIZANDO OS MÉTODOS DE ELEMENTOS FINITOS E  
ANALOGIA DE GRELHAS**

Este Trabalho de Diplomação foi julgado adequado como pré-requisito para a obtenção do título de ENGENHEIRO CIVIL e aprovado em sua forma final pelo/a Professor/a Orientador/a e pela Coordenadora da disciplina Trabalho de Diplomação Engenharia Civil II (ENG01040) da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Porto Alegre, agosto de 2013

Professor Américo Campos Filho  
Doutor em Engenharia pela EPUSP  
Orientador

Profa. Carin Maria Schmitt  
Coordenadora

**BANCA EXAMINADORA**

**Professora Virgínia Maria Rosito D'Avila Bessa (UFRGS)**  
Dra. em Engenharia pela UFRGS

**Professor Roberto Domingo Rios (UFRGS)**  
Dr. em Engenharia pela UFRGS

**Professor Américo Campos Filho (UFRGS)**  
Dr. em Engenharia pela EPUSP

Dedico este trabalho a minha namorada Aline, a qual me apoiou durante a elaboração deste trabalho e incentivou a me dedicar aos estudos desde o momento que nos conhecemos. Dedico-o também a minha família por me propiciar as condições necessárias para iniciar e concluir meu curso de graduação e a minha mãe, Maria Helena, por sempre estar do meu lado quando precisei da sua ajuda.

Obrigado a todos vocês.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço ao professor Américo Campos Filho, orientador deste trabalho, por se dispor a me ajudar todas as vezes que sua ajuda foi solicitada e me instruir, da melhor forma que julgou possível, durante a elaboração deste trabalho.

Agradeço a professora Carin Schmitt, a qual se dedicou e se empenhou na correção deste trabalho, necessitando, muitas vezes, de muito mais tempo do que se faz necessário em outros trabalhos de mesma importância.

Agradeço ao Engenheiro Lucas Gabineski pelos livros que se fizeram necessários para a pesquisa bibliográfica deste trabalho bem como por toda ajuda necessário em relação ao conteúdo aqui apresentado.

Agradeço, por fim, a Estádio 3 por conceder acesso irrestrito ao software CAD/TQS®, o qual foi indispensável para a elaboração deste trabalho.

A essência do conhecimento consiste  
em aplicá-lo, uma vez possuído.

*K'ung Chung-ni – Confúcio*

## RESUMO

Este trabalho conta com uma comparação realizada entre três modelos de lajes nervuradas. Tal comparação permitiu definir como é a relação entre os esforços resistentes dos elementos de cada modelo para as condições que aqui foram apresentadas. Os modelos presentes neste trabalho são: modelo I, composto por elementos de barras e elementos de cascas analisado através do software SAP2000, modelo II, composto por elementos de cascas, também analisado através do software SAP2000 e o modelo III, no qual aplica-se a analogia de grelhas e foi analisado utilizando o software CAD/TQS®. As lajes estudadas neste trabalho são nervuradas e apresentam diversas composições de vãos, porém são todas retangulares. Tais lajes são todas engastadas nos quatro bordos em vigas com vinculações que simulam a existência de lajes adjacentes à analisada. O modelo I possui duas formas de vinculações de contorno, a primeira utilizando condições de simetria e a segunda, denominada de modelo IA, utiliza lajes adjacentes. Definidos os parâmetros de cálculo, cada um dos modelos foi modelado em seus respectivos softwares. Os modelos I e IA possuem elementos de barras em seus planos inferiores, constituindo algo semelhante à analogia de grelhas, porém em seu plano superior possui elementos de cascas lineares representando a capa superior, estando estes planos interligado por elementos de grande rigidez. O modelo II é plenamente composto por elementos de cascas quadráticas o que fornece uma excelente discretização deste modelo. O modelo III foi modelado no CAD/TQS, o qual contém um número muito grande de critérios de cálculo para lajes nervuradas. Este software faz uso da capa superior atuando como seção T das nervuras. Os resultados de cada modelo foram apresentados em forma de gráficos/tabelas, os quais facilitam a visualização e a comparação existente entre os resultados permitiu determinar qual a relação entre as solicitações de cada um dos modelos. Pode-se visualizar que os modelos apresentam resultados com aspectos semelhantes, porém com uma ordem de grandeza um pouco maior do que aquela que seria esperada. Esta diferença entre os resultados não é constante, apresentando variações segundo a dimensão da laje analisada.

Palavras-chave: Lajes Nervuradas. Comparação entre Modelos Elementos Finitos. Analogia de Grelhas. Esforços Internos.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Representação esquemática do delineamento da pesquisa .....	15
Figura 2 – Laje nervurada bidirecionais com nervuras paralelas equidistantes em cada uma das direções .....	18
Figura 3 – Representação da armadura de uma laje nervurada .....	20
Figura 4 – Representação da estrutura analisada através de elementos finitos .....	22
Figura 5 – Representação de modelos reticulados e bidimensionais .....	23
Figura 6 – Comparação entre malha normal, refinada e refinada apenas em regiões de interesse .....	24
Figura 7 – Representação de malhas válidas e não válidas .....	25
Figura 8 – Representação do modelo I utilizado no SAP2000 .....	29
Figura 9 – Representação de elementos do tipo barra no SAP2000 .....	29
Figura 10 – Representação de elementos do tipo casca no SAP2000 .....	30
Figura 11 – Representação de elementos do tipo placa no SAP2000 .....	31
Figura 12 – Modelo com elementos no mesmo plano e em planos distintos no SAP2000 .....	32
Figura 13 – Representação do modelo II utilizando o SAP2000 .....	33
Figura 14 – Representação de uma grelha genérica .....	34
Figura 15 – Representação da posição da grelha em lajes nervuradas .....	35
Figura 16 – Representação de cargas em uma grelha genérica .....	36
Figura 17 – Representação de uma grelha refinada .....	37
Figura 18 – Representação dos casos de deslocamentos de uma estrutura .....	39
Figura 19 – Dimensão do <i>grid</i> no SAP2000 para a laje nervurada 975x975 .....	46
Figura 20 – <i>Grid</i> inicial para análise através do modelo I .....	47
Figura 21 – Propriedades do material concreto .....	48
Figura 22 – Propriedades do material indeformável nos modelos I e IA .....	49
Figura 23 – Propriedades da seção das nervuras nos modelos I e IA .....	50
Figura 24 – Propriedades da seção das vigas nos modelos I e IA .....	50
Figura 25 – Propriedades das seções das barras indeformáveis nos modelos I e IA .....	51
Figura 26 – Propriedades da seção das cascas nos modelos I e IA .....	51
Figura 27 – Posição das barras no modelo I .....	52
Figura 28 – Posição dos elementos de rigidez infinita no modelo I .....	53
Figura 29 – Aspecto do modelo I quando todos os elementos forem inseridos .....	54
Figura 30 – Condições de contorno no modelo I .....	55
Figura 31 – Cargas aplicadas sobre as cascas nos modelos I, IA e II .....	56



Figura 32 – Deslocamentos no modelo I .....	57
Figura 33 – Distribuição do $M_{xx}$ no modelo I .....	58
Figura 34 – Distribuição do esforço cortante na capa superior no modelo I .....	59
Figura 35 – Diagrama esforço axial nas barras do modelo I .....	60
Figura 36 – Diagrama de esforços normal na direção X na capa no modelo I .....	61
Figura 37 – Representação da tabela utilizada para a determinação do momento fletor nos modelos I e IA .....	61
Figura 38 – Esforço cortante sobre as barras no modelo I .....	62
Figura 39 – Janela de visualização de esforços em trechos de barra no modelo I .....	62
Figura 40 – Diagrama de momento torsor nas nervuras no modelo I .....	63
Figura 41 – Aspecto final da laje no modelo IA .....	65
Figura 42 – Flechas no modelo IA .....	66
Figura 43 – Dados do <i>grid</i> no modelo II .....	67
Figura 44 – Dados das nervuras no modelo II .....	68
Figura 45 – Representação da geometria no modelo II .....	69
Figura 46 – Representação da geometria final no modelo II .....	70
Figura 47 – Diagramas de $M_{xx}$ no modelo II .....	71
Figura 48 – Distribuição do esforço cortante na capa superior do modelo II .....	72
Figura 49 – Critérios para análise de cortante na capa superior no modelo II .....	73
Figura 50 – Forças F11 nas nervuras engastadas na viga no modelo II .....	74
Figura 51 – Interface entre forças positivas e negativas nas nervuras do modelo II .....	74
Figura 52 – Planilha para cálculo dos momentos fletores nas nervuras do modelo II .....	75
Figura 53 – Distribuição da força F12 nas nervuras do modelo II .....	76
Figura 54 – Planilha para cálculo dos esforços cortantes nas nervuras do modelo II .....	77
Figura 55 – Representação dos pavimentos no software CAD/TQS® .....	78
Figura 56 – Dados da aba modelo dos pilares no CAD/TQS® .....	79
Figura 57 – Dados da aba modelo das vigas no CAD/TQS® .....	80
Figura 58 – Dados da aba seção de lajes no software CAD/TQS® .....	81
Figura 59 – Representação do modelo final no software CAD/TQS® .....	82
Figura 60 – Representação da laje que foi analisada no software CAD/TQS® .....	83
Figura 61 – Janela de processamento global da estrutura no software CAD/TQS® .....	84
Figura 62 – Flechas na laje central apresentada pelo software CAD/TQS® .....	85
Figura 63 – Momentos fletores na laje central apresentados pelo software CAD/TQS® .....	86
Figura 64 – Esforço cortante na laje central apresentados pelo software CAD/TQS® .....	87
Figura 65 – Flechas máximas no centro da laje .....	89

Figura 66 – Flechas normalizadas no centro da laje .....	90
Figura 67 – Flechas máximas no centro da viga .....	91
Figura 68 – Flechas normalizadas no centro da viga .....	91
Figura 69 – Flechas relativas .....	92
Figura 70 – Flechas relativas normalizadas .....	92
Figura 71 – Momento fletor sobre as nervuras horizontais .....	93
Figura 72 – Momento fletor normalizado sobre as nervuras horizontais .....	94
Figura 73 – Momento fletor negativo sobre as nervuras horizontais .....	95
Figura 74 – Momento fletor negativo normalizado sobre as nervuras horizontais .....	96
Figura 75 – Momento fletor positivo sobre as nervuras verticais .....	97
Figura 76 – Momento fletor positivo normalizado sobre as nervuras verticais .....	97
Figura 77 – Momento fletor negativo sobre as nervuras verticais .....	98
Figura 78 – Momento fletor negativo normalizado sobre as nervuras verticais .....	98
Figura 79 – Esforço cortante sobre as nervuras horizontais .....	99
Figura 80 – Esforço cortante normalizado sobre as nervuras horizontais .....	100
Figura 81 – Esforço cortante sobre as nervuras verticais .....	101
Figura 82 – Esforço cortante normalizado sobre as nervuras verticais .....	101
Figura 83 – Esforço cortante médio nas nervuras .....	102
Figura 84 – Momento fletor positivo sobre a capa superior na direção horizontal .....	103
Figura 85 – Momento fletor positivo normalizado sobre a capa superior na direção horizontal .....	104
Figura 86 – Momento fletor negativo sobre a capa superior na direção horizontal .....	105
Figura 87 – Região onde se encontram os momentos máximos negativos .....	105
Figura 88 – Momento fletor negativo normalizados sobre a capa superior na direção horizontal .....	106
Figura 89 – Momento fletor positivo sobre a capa superior na direção vertical .....	107
Figura 90 – Momento fletor positivo normalizado sobre a capa superior na direção vertical .....	107
Figura 91 – Momento fletor negativo sobre a capa superior na direção vertical .....	108
Figura 92 – Momento fletor negativo normalizado sobre a capa superior na direção vertical .....	108
Figura 93 – Esforço cortante máximo sobre a capa superior .....	109
Figura 94 – Esforço cortante normalizado sobre a capa superior .....	110

## LISTA DE QADROS

Quadro 1 – Combinação de dimensões utilizadas para a modelagem das lajes .....	41
Quadro 2 – Dimensão da laje em função do número de cubetas .....	42
Quadro 3 – Geometria das lajes empregadas .....	43
Quadro 4 – Cargas empregadas no dimensionamento das lajes .....	44
Quadro 5 – Comparação entre flechas teóricas e determinada em vigas de seção T .....	111
Quadro 6 – Comparação entre momentos fletores teóricos e determinados em vigas de seção T .....	112
Quadro 7 – Média das flechas normalizadas .....	113
Quadro 8 – Média dos esforços normalizados sobre as nervuras .....	113
Quadro 9 – Média dos esforços normalizados sobre a capa superior .....	113
Quadro 10 – Tempo de processamento de cada modelo .....	116

## LISTA DE SÍMBOLOS

[A] – matriz de rigidez de modelos em elementos finitos

[X] – matriz de incógnitas de modelos em elementos finitos

[F] – matriz de forças atuantes de modelos em elementos finitos

X, Y e Z – coordenadas cartesianas

Mxx – representa o momento fletor M11 do SAP2000, porém em coordenadas globais

Myy – representa o momento fletor M12 do SAP2000 porém em coordenadas globais

Mxy – momento fletor em x, paralelo ao lado y

F11 – força normal aplicada no lado “1” da placa ou casca, perpendicularmente a este lado

F12 – força normal aplicada no lado “1” da placa ou casca, tangencialmente a este lado

Ui – deslocamento em relação a coordenada cartesiana “i”

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	11
<b>2 DIRETRIZES DA PESQUISA</b> .....	13
2.1 QUESTÃO DA PESQUISA .....	13
2.2 OBJETIVO DA PESQUISA .....	13
2.2.1 Objetivo principal .....	13
2.2.2 Objetivos secundários .....	13
2.3 PRESSUPOSTO .....	13
2.4 DELIMITAÇÕES .....	14
2.5 LIMITAÇÕES .....	14
2.6 DELINEAMENTO .....	14
<b>3 DEFINIÇÃO DE LAJES NERVURADAS</b> .....	17
<b>4 DEFINIÇÃO DOS MÉTODOS UTILIZADOS</b> .....	21
4.1 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS .....	21
4.1.1 Modelo I .....	28
4.1.2 Modelo II .....	32
4.2 ANALOGIA POR GRELHAS .....	33
<b>5 DEFINIÇÃO DOS PARÂMETROS ADOTADOS</b> .....	41
<b>6 DIMENSIONAMENTO DAS LAJES</b> .....	45
6.1 MODELO I .....	45
6.1.1 Modelagem .....	45
6.1.2 Obtenção dos resultados .....	56
6.2 MODELO IA .....	64
6.2.1 Modelagem .....	64
6.2.2 Obtenção dos resultados .....	65
6.3 MODELO II .....	66
6.3.1 Modelagem .....	66
6.3.2 Obtenção dos resultados .....	70
6.3 MODELO III .....	77
6.3.1 Modelagem .....	78
6.3.2 Obtenção dos resultados .....	84
<b>7 RESULTADOS OBTIDOS</b> .....	88
7.1 ANÁLISE DAS FLECHAS .....	89
7.2 ANÁLISE DO MOMENTO FLETOR NAS NERVURAS .....	93

7.3 ANÁLISE DO ESFORÇO CORTANTE NAS NERVURAS .....	99
7.4 ANÁLISE DO MOMENTO FLETOR NA CAPA SUPERIOR .....	102
7.5 ANÁLISE DO ESFORÇO CORTANTE NA CAPA SUPERIOR .....	109
7.6 VALIDAÇÃO DOS RESULTADOS .....	110
7.7 RESULTADOS MÉDIOS NORMALIZADOS .....	112
<b>8 CONSIDERAÇÕES FINAIS</b> .....	114
REFERÊNCIAS .....	117

## 1 INTRODUÇÃO

Uma vez proposta a construção de certas edificações em concreto armado, os profissionais envolvidos condicionam-se a diversas restrições, sejam elas no processo construtivo, nos métodos de cálculo ou, até mesmo, nos tipos de elementos que precisam ser utilizados para a otimização dos recursos disponíveis à construção. A otimização destes recursos, com a finalidade de se economizar materiais durante a construção, não é um conceito apenas da atualidade, porém, apenas recentemente com melhores procedimentos de cálculo podem ser obtidas soluções mais racionais.

Durante a elaboração de edificações, o engenheiro calculista se depara com uma vasta quantidade de elementos que se fazem necessários para a estabilidade e utilização de uma determinada estrutura. Dentre estes elementos se pode citar as lajes que, embora não tenham tamanha responsabilidade na questão da estabilidade da obra, são essenciais para a utilização adequada desta. Atualmente, tem-se conhecimento para calcular os mais diversos tipos de lajes que podem ser empregadas nas edificações, através de diversos métodos e, portanto, tais procedimentos não são uma restrição ao tipo de laje que pode ser escolhido.

A utilização de lajes nervuradas na substituição de lajes tradicionais é muito comum quando estas devem possuir grandes vãos. Como citado anteriormente, também existem diversas maneiras de dimensionar lajes nervuradas, porém, cada método converge a resultados diferentes, alguns mais exatos e outros mais conservadores. Uma vez obtidos diferentes resultados, tais métodos podem ser questionados a respeito da economia de materiais. Assim, realizando uma comparação entre os resultados pode ser revelado aquele que leva a maior economia.

Com este trabalho, busca-se esclarecer como os métodos de cálculo de lajes nervuradas se caracterizam quanto a suas diferenças de resultados. Para isso, calculou-se através de dois métodos diversas lajes nervuradas, com diferentes vãos, e compararam-se os resultados.

Para a determinação dos objetivos apresentados, primeiramente definiu-se as **diretrizes da pesquisa**, as quais podem ser observadas no capítulo seguinte. Neste capítulo estão

apresentados itens como objetivos, limitações e delineamento deste trabalho, bem como outras informações que se fazem necessárias para a elaboração deste trabalho.

No capítulo seguinte, **definição das lajes nervuradas**, apresenta-se uma breve descrição de elementos do tipo laje e laje nervurada, visando explicar superficialmente o comportamento destes elementos bem como algumas considerações normativas existentes.

Já no quarto capítulo, **definição dos métodos utilizados**, foi realizada uma descrição a cerca dos métodos de cálculo empregados nesta pesquisa, informando como estes métodos funcionam e quais as considerações devem ser realizadas para que estes métodos produzam resultados satisfatórios.

No capítulo de **definições dos parâmetros adotados** foi determinado quais foram, literalmente, os parâmetros utilizados para realizar a comparação dos modelos, entre estes parâmetros está a geometria e dimensões das lajes estudadas.

No capítulo de **dimensionamento das lajes** foi demonstrada a forma com que cada um dos modelos foi dimensionado, incluindo diversas ilustrações dos passos que devem ser seguidos para se reproduzir estes modelos. Além disso, demonstrou-se como os resultados foram extraídos de cada um destes modelos.

O capítulo **resultados obtidos** apresenta os resultados obtidos em forma de gráfico/tabela bem como faz alguns comentários relativos à semelhança entre estes modelos. Embora estes comentários estejam neste capítulo eles também são aplicáveis ao capítulo posterior.

Finalmente, no capítulo **considerações finais**, fica demonstrado qual a relação entre as solicitações de cada laje de forma relativa ao modelo I, apresentando qual o valor médio de cada solicitação relativamente ao modelo I.



## **2 DIRETRIZES DA PESQUISA**

As diretrizes para o desenvolvimento deste trabalho constam nos próximos itens.

### **2.1 QUESTÃO DA PESQUISA**

A questão da pesquisa deste trabalho é: para as lajes nervuradas estudadas neste trabalho, qual a relação entre as solicitações determinadas através de cada um dos métodos de análise?

### **2.2 OBJETIVO DA PESQUISA**

Os objetivos da pesquisa estão classificados em objetivo principal e objetivos secundários e são descritos a seguir.

#### **2.2.1 Objetivo principal**

O objetivo principal do trabalho é realizar uma comparação das solicitações existentes nas lajes nervuradas estudadas quando estas são projetadas através de diferentes procedimentos de análise.

#### **2.2.2 Objetivos secundários**

Descrição da forma de análise de lajes nervuradas em cada um dos métodos empregados nesse trabalho.

### **2.3 PRESSUPOSTO**

Este trabalho tem como pressuposto o fato de que todos os métodos apresentados fornecem resultados adequados à análise de lajes nervuradas.

## 2.4 DELIMITAÇÕES

Este trabalho delimita-se ao estudo de lajes nervuradas com capa superior e dimensões compatíveis com aquelas utilizadas em edifícios residenciais e comerciais.

## 2.5 LIMITAÇÕES

As limitações deste trabalho são apresentadas abaixo:

- a) a análise comparativa realizada refere-se apenas as solicitações apresentadas;
- b) para todos os métodos foi considerada a mesma geometria de laje;
- c) apenas foram comparados os seguintes métodos,
  - elementos finitos, modelo I (utilizando o software SAP2000, a capa superior foi discretizada como cascas e as nervuras como barras);
  - elementos finitos, modelo II (utilizando o software SAP2000, a capa superior e as nervuras foram discretizadas como cascas poliédricas);
  - analogia por grelhas, modelo III (utilizando o software CAD/TQS®);
- d) as lajes analisadas são engastadas em vigas que, por sua vez, descarregam os esforços sobre pilares;
- e) as lajes analisadas são bidirecionais, ou seja, armadas em duas direções;
- f) para a comparação entre os métodos foram utilizadas diversas lajes com diferentes dimensões;
- g) os carregamentos empregados na análise das lajes são estáticos e distribuídos ao longo de cada uma das lajes em questão.

## 2.6 DELINEAMENTO

O trabalho foi realizado através das etapas seguintes, detalhadas nos próximos itens, e esquematizado na figura 1:

- a) pesquisa bibliográfica;
- b) definições das lajes adotadas;
- c) definição dos métodos de cálculo;
- d) definição dos parâmetros de cálculo;
- e) dimensionamento das lajes,
  - elementos finitos I;

- elementos finitos II;
  - analogia por grelhas;
- f) resultados obtidos;
- g) considerações finais.

Figura 1 – Representação esquemática do delineamento da pesquisa



(fonte: elaborado pelo autor)

Durante a etapa de **pesquisa bibliográfica**, buscaram-se informações a respeito de lajes nervuradas e seu detalhamento em livros de estruturas de concreto armado, teses de doutorado bem como normas técnicas relacionadas ao assunto. Buscou-se também o aprofundamento dos conhecimentos nas teorias mencionadas anteriormente, tais conhecimentos foram obtidos de livros, teses de doutorado, consulta a professores e profissionais atuantes na área de

estruturas. Por se tratar de uma etapa de obtenção de conhecimentos, esta iniciou juntamente às primeiras linhas do trabalho e findou apenas em sua conclusão.

A etapa de **definição das lajes adotadas** está voltada às definições das lajes contextualizando-as neste trabalho e apresentando certas definições dos elementos e termos que são utilizados no desenvolver desta pesquisa.

A etapa de **definição dos métodos de cálculo** visa esclarecer o funcionamento dos métodos aplicados no presente trabalho, com a finalidade de fornecer informações suficientes para a adequada compreensão e acompanhamento dos itens seguintes.

A etapa de **definição dos parâmetros de cálculo** é relativamente curta, porém foi essencial para que fossem obtidos resultados satisfatórios e coerentes, uma vez que aqui foram definidos os parâmetros utilizados no dimensionamento das lajes. Entre estes parâmetros se encontram as dimensões e geometrias das lajes utilizadas, as cargas sobre estas, resistências dos elementos e outros parâmetros.

No presente ponto, o **dimensionamento das lajes** está apresentado através de cada um dos métodos estudados. Para tanto, foram utilizados softwares como o SAP2000, o qual analisa o modelo através do método dos elementos finitos, e CAD/TQS®, que utiliza a método de analogia por grelhas para seu funcionamento.

Na etapa denominada de **resultados obtidos** foram apresentadas todas as solicitações determinadas em cada uma das lajes para todos os métodos de cálculo bem como foi apresentada a relação entre as solicitações para cada uma das lajes apresentadas.

Na fase de **considerações finais** foi determinado qual a relação entre os métodos de cálculo apresentados por meio da média entre os resultados obtidos e foram realizadas alguns comentários sobre estas semelhanças e diferenças.

### 3 DEFINIÇÃO DE LAJES NERVURADAS

Inicialmente, definem-se como laje todos os elementos planos, horizontais e bidimensionais, os quais possuem a espessura muito pequena se comparada às outras dimensões. Estes elementos resistem principalmente a cargas perpendiculares a seu plano. Segundo Araújo (2010a, p. 1), as lajes são os elementos estruturais que têm por finalidade resistir às cargas de utilização impostas a uma edificação. Tais cargas são conduzidas às vigas, depois aos pilares e finalmente às fundações. Além desta função, as lajes também podem transferir cargas horizontais às vigas e outros elementos, como também podem funcionar como mesa de compressão para as vigas com seção T.

Existem diversos tipos de lajes que podem ser utilizados nas estruturas, entre estes estão as lajes nervuradas e as maciças as quais podem ser simples, lisas ou cogumelo. Cada um desses tipos possui sua finalidade e é utilizado segundo as condições que uma dada edificação pode propiciar. Por exemplo, lajes maciças são geralmente utilizadas quando existem pequenos vãos entre as vigas, condição que faz com que essas lajes adquiram pouca espessura e, portanto, tenham um custo de execução reduzido.

Para o dimensionamento das lajes devem ser observados diversos requisitos presentes na NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007), Projeto de Estruturas de Concreto Armado. Os requisitos que são apresentados neste trabalho são apenas os que dizem respeito às lajes nervuradas, uma vez que estas são o foco deste estudo.

A NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007, p. 86) define lajes nervuradas como elementos planos em que, na ocorrência de momentos positivos, sua zona tracionada está sobre a região das nervuras. Segundo Araújo (2010b, p. 182), na região formada pelas nervuras podem ser colocados materiais inertes cuja principal característica deve ser o peso específico inferior ao do concreto, uma vez que a finalidade de se utilizar esta solução é justamente diminuir o peso próprio da laje. Os materiais tipicamente utilizados são as fôrmas industrializadas, as quais são retiradas após certo tempo, fazendo com que o peso destas lajes torne-se ainda menor.

As lajes nervuradas são utilizadas principalmente quando estas devem vencer grandes vãos e preferencialmente, tal como sugere Silva (L. P., 2010, p. 80), quando todos os bordos da laje são apoiados sobre vigas de contorno. Nestas condições não existem momentos negativos os quais provocam esforços de compressão nas nervuras, que possuem uma menor área de concreto que a capa superior, configurando esforços invertidos em relação à posição que propicia a maior capacidade resistente das lajes nervuradas.

As lajes nervuradas podem apresentar nervuras em uma direção, sendo assim chamadas de lajes nervuradas unidirecionais, ou nas duas direções sendo, portanto, denominadas de lajes nervuradas bidirecionais. Nas lajes nervuradas unidirecionais, as nervuras são paralelas umas as outras e, geralmente, paralelas às bordas ou apoios. Já as lajes bidirecionais apresentam nervuras ortogonais entre si e, observando apenas as nervuras, sua aparência se assemelha a uma grelha. Apesar de não ser habitual, as lajes nervuradas bidirecionais podem não apresentar distâncias iguais entre nervuras nas duas direções, porém, tanto nas lajes unidirecionais como nas bidirecionais, as distâncias entre nervuras paralelas são iguais. A figura 2 apresenta uma laje nervurada bidirecional.

Figura 2 – Laje nervurada bidirecional com nervuras paralelas equidistantes em cada uma das direções



(fonte: PAULA, 2007, p. 60)

Segundo Carvalho e Pinheiro (2009. P. 18), lajes nervuradas comuns são aquelas que apenas contam com uma mesa superior de concreto e os espaços entre nervuras ficam vazios. A

associação entre as nervuras e a mesa pode ser percebida tal como seções T em paralelo. Isso facilita o entendimento do comportamento do elemento, o qual é bastante eficiente para resistir aos momentos fletores positivos, uma vez que a zona tracionada é a inferior, na qual o aço é solicitado, e na região superior o concreto, em maior volume que nas nervuras, resiste aos esforços de compressão.

Quanto maior a altura das nervuras da laje, maior é o braço de alavanca que resiste aos momentos fletores provenientes das cargas distribuídas e, portanto, maior é a resistência destas lajes à flexão. Comparando-se as flechas em lajes nervuradas e maciças, verifica-se que as primeiras têm maiores deslocamentos quando ambas apresentam a mesma altura. Devido a este comportamento, aumenta-se a altura das lajes nervuradas para fazer com que a inércia relativa a estas lajes seja ampliada, diminuindo assim as flechas sobre as mesmas (CARVALHO; PINHEIRO, 2009, p. 32).

No dimensionamento das lajes nervuradas devem ser observados alguns requisitos mínimos presentes na NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007, p. 67), tais requisitos são:

- a) quando não houver tubulações, a espessura da mesa deve ser o maior valor entre  $1/15$  da distância entre nervuras e 3 centímetros;
- b) quando houver tubulações de no máximo 12,5 milímetros de diâmetro, a mesa mínima aplicável é de 4 centímetros;
- c) a espessura das nervuras deve ser de, no mínimo, 5 centímetros;
- d) não pode existir armadura de compressão em nervuras cuja espessura é menor do que 8 centímetros.

Uma vez atendidos estes requisitos no modelo dimensionado, segundo a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007, p. 67), deve-se obedecer aos seguintes critérios quanto à flexão na mesa e o cisalhamento nas nervuras:

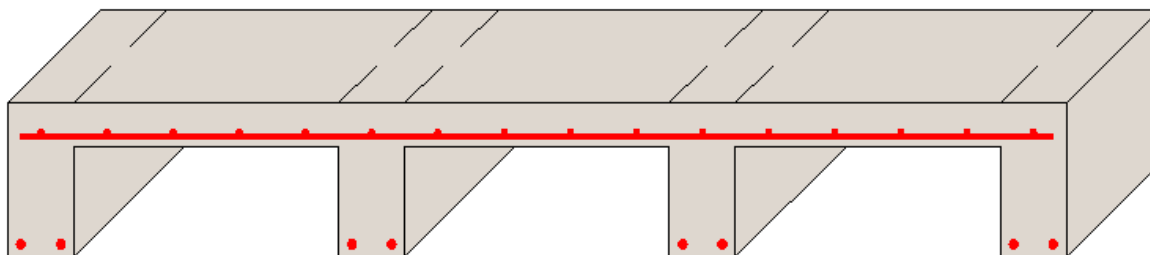
- a) quando os espaçamentos entre eixos de nervuras forem inferiores a 65 centímetros dispensa-se a verificação de flexão nas mesas e verifica-se o cisalhamento nas nervuras utilizando-se dos critérios de lajes;
- b) quando os espaçamentos entre eixos de nervuras ficarem entre 65 e 110 centímetros exige-se a verificação de flexão nas mesas e verifica-se o cisalhamento nas nervuras utilizando-se dos critérios de vigas. Como exceção, estão as lajes em que, com nervuras de largura superior a 12 centímetros,

possuírem distâncias entre eixos inferiores a 90 centímetros, permitindo-se usar os critérios de lajes para a verificação do cisalhamento;

- c) quando os espaçamentos entre eixos de nervuras forem superiores a 110 centímetros exige-se que a laje seja projetada tal como uma laje maciça apoiada sobre uma grelha de vigas.

Quanto ao esforço cortante existente nestas lajes, Carvalho e Pinheiro (2009, p. 39) sugerem evitar a utilização de estribos e outras armaduras transversais em lajes nervuradas, alterando a geometria das lajes analisadas sempre que for necessário. Para atender a estas condições, deve-se supor que o concreto resiste a todos os esforços nestas regiões. A figura 3 representa o posicionamento das armaduras recomendadas em lajes nervuradas.

Figura 3 – Representação da armadura de uma laje nervurada



(fonte: elaborado pelo autor)



## 4 DEFINIÇÃO DOS MÉTODOS UTILIZADOS

Foram utilizados ao longo deste trabalho dois métodos de cálculo. Para tanto, estes métodos de análise devem propiciar condições que os tornem comparáveis. Uma condição que frequentemente limita os métodos de análise é a linearidade física, restringindo o comportamento dos elementos ao regime elástico, nos quais é válida a lei de Hooke.

Conforme Soriano (2003, p. 2), o modelo de elementos finitos possui algumas hipóteses simplificadoras, as quais dependem do tipo de análise e elementos utilizados. Neste trabalho fez-se uso de uma simplificação denominada linearidade física, na qual as relações entre tensões e deformações nos materiais são linearmente proporcionais. Carvalho (1994, p. 16) explica que tal comportamento também é comumente utilizado na analogia de grelha devido às facilidades na determinação dos resultados introduzidas por esta simplificação.

Uma vez que ambas as metodologias de cálculo apresentadas neste trabalho supõem o comportamento elástico linear dos materiais, cabe aos próximos itens distingui-las quanto aos demais aspectos que permitem a particularização destas teorias.

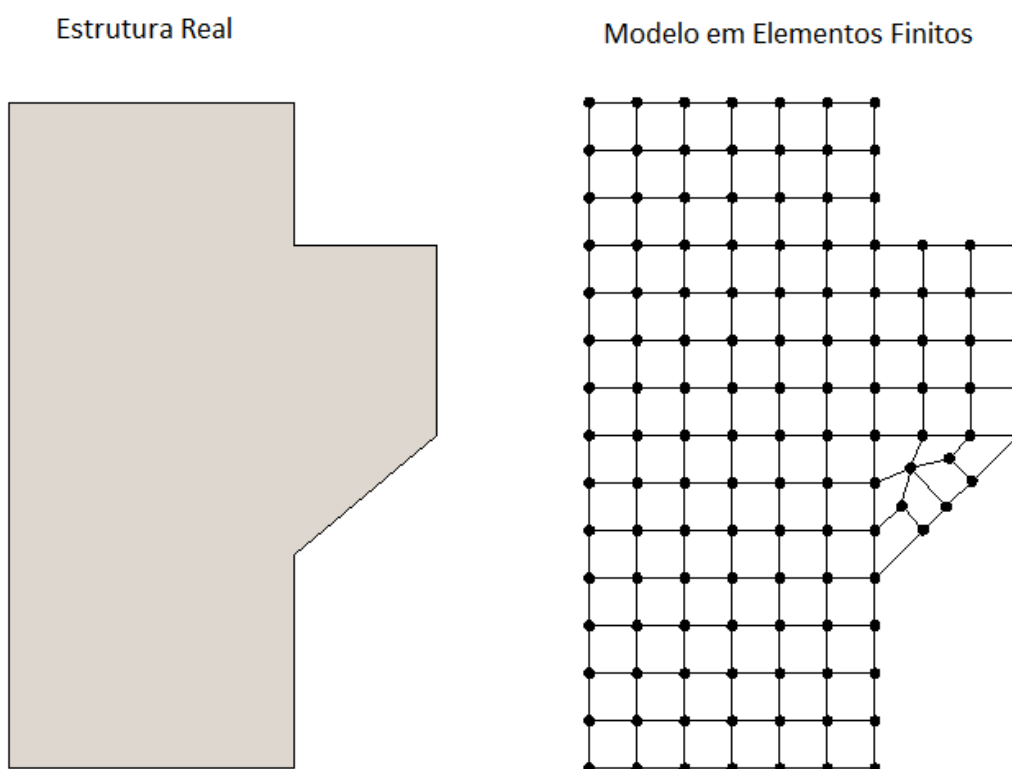
### 4.1 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

Na definição mais simples sobre o método de elementos finitos, diz-se que este método é utilizado para análise dos meios contínuos, no entanto, segundo Soriano (2003, p. 1), devem ser realizadas algumas simplificações com a finalidade de diminuir a complexidade existente na análise destes meios. Expandindo a definição deste método ao horizonte da análise de estruturas, Azevedo (2003, p. 1) diz que o método dos elementos finitos busca a determinação dos estados de tensão e deformação de sólidos sujeitos às cargas externas.

De forma mais prática, Silva (S. da, 2009, p. 10) define o método dos elementos finitos como uma ferramenta cuja finalidade é resolver equações diferenciais parciais resultantes da análise de meios contínuos. Uma vez que apenas existem soluções exatas para sistemas muito simples, o método dos elementos finitos fornece uma aproximação desta resposta exata com uma precisão dentro dos limites que são considerados adequados para a estrutura em questão.

Para tornar possível a utilização do método dos elementos finitos, deve-se determinar o modelo através do qual a estrutura real pode ser representada. Existem diversos modelos que representam cada uma das estruturas e, portanto, cabe ao projetista determinar qual dos modelos fornece melhores resultados. A figura 4 representa a estrutura de um console, imaginada pelo projetista e comparada com seu modelo em elementos finitos.

Figura 4 – Representação da estrutura analisada através de elementos finitos



(fonte: elaborado pelo autor)

O método dos elementos finitos tem por finalidade a determinação das solicitações resultantes de ações sobre elementos. Para atender esta finalidade, o método dos elementos finitos utiliza diversos outros métodos em sua formulação. Silva (S. da, 2009, p. 13) cita a existência de seis passos que são necessários para análise por elementos finitos, deixando claro que, muitas vezes, estes passos ocorrem simultaneamente:

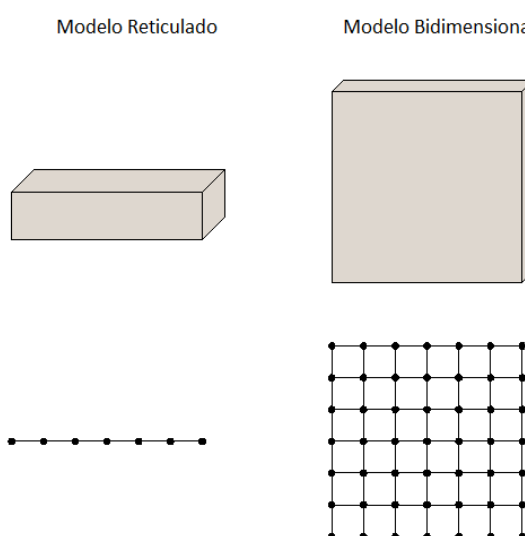
- a) desenvolvimento das equações do elemento;
- b) discretização do domínio de solução dentro de uma malha de elementos finitos;
- c) montagem das equações do elemento;

- d) introdução das condições de contorno (restrições físicas e geométricas);
- e) solução para os valores nodais desconhecidos;
- f) cálculo da solução e das quantidades (grandezas) em cada elemento.

Existem diversos modelos que podem ser utilizados em elementos finitos, entre os mais comuns estão os modelos reticulados, em que os elementos apresentam o comprimento muito maior que a seção transversal, e os modelos bidimensionais, em que duas dimensões são muito superiores à terceira, denominada de espessura. Tanto o modelo reticular quanto o bidimensional podem ser utilizados para construir estruturas de maior complexidade. Por exemplo, pode-se utilizar um conjunto de elementos do tipo barra para representar o comportamento de uma laje, a qual é comumente realizada com elementos do tipo placa. Tal aproximação é válida quando se tem, por exemplo, uma malha de elementos do tipo barra, com sua inércia rigorosamente determinada para que, dependendo do espaçamento e disposição das barras, torne possível uma adequada aproximação.

A figura 5 apresenta uma representação de uma estrutura do tipo viga e outra do tipo viga parede juntamente com seus respectivos modelos em elementos finitos. Cabe mencionar que para vigas parede, suas cargas são distribuídas de forma diferente que em vigas normais e, por este motivo, elas devem ser representadas como estruturas bidimensionais, no lugar de estruturas reticuladas.

Figura 5 – Representação de modelos reticulados e bidimensionais



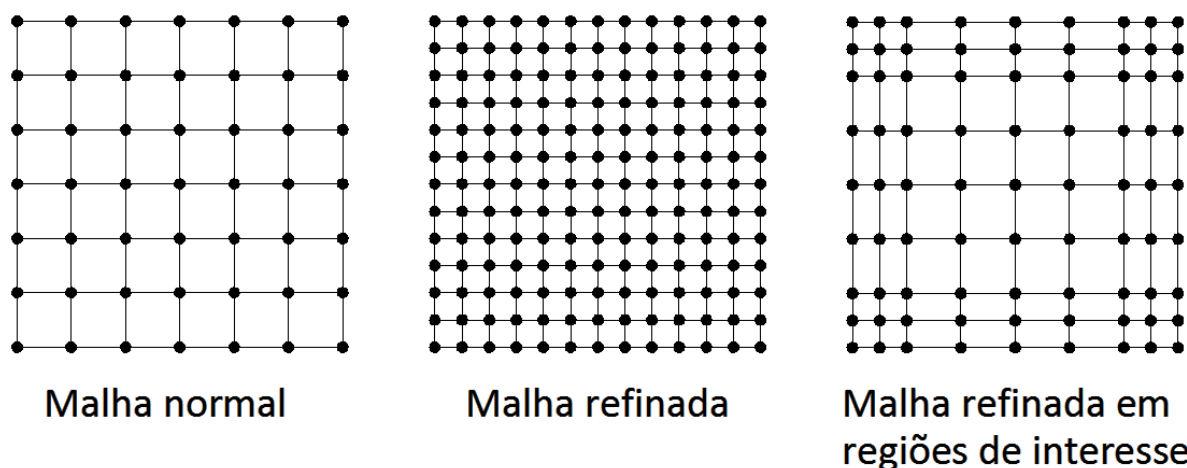
(fonte: elaborado pelo autor)

Soriano (2003, p. 4) comenta que na análise por elementos finitos é necessário dividir o elemento contínuo em diversos elementos menores, de dimensões finitas e mensuráveis. Os elementos formados são denominados elementos finitos e são interligados através de pontos denominados nodais. Para tanto, é necessário discretizar um número infinito de pontos da estrutura original através de um número finito de pontos nodais da malha. Quanto maior for o número de elementos na malha ou, em outras palavras, quanto maior o refinamento desta malha, mais adequada é a solução obtida através do modelo.

Quanto mais refinada a rede, maior o sistema de equações utilizado e, portanto, maior o tempo demandado para a resolução deste problema. Com a finalidade de tentar contornar, ao menos parcialmente, este problema, podem ser adotadas soluções em que a malha apenas é refinada nos pontos de maior interesse, deixando os demais intervalos com malhas que possuam menores quantidades de elementos. Esta solução permite que o número de equações seja diminuído, uma vez que este depende do número de nós utilizados, e não compromete os resultados obtidos pela análise desta estrutura, pois os resultados são mais precisos apenas nas regiões em que é necessária uma maior exatidão destes resultados.

A figura 6 propõe uma comparação visual entre as malhas normais em relação às demais. As malhas refinadas possuem um maior número de elementos e um maior número de equações para resolvê-las. As malhas refinadas apenas em regiões de interesse Apenas possuem certas regiões com maior número de nós, geralmente regiões de grandes variações de solicitação, regiões de imprecisão do modelo e vínculos da estrutura.

Figura 6 – Comparação entre malha normal, refinada e refinada apenas em regiões de interesse

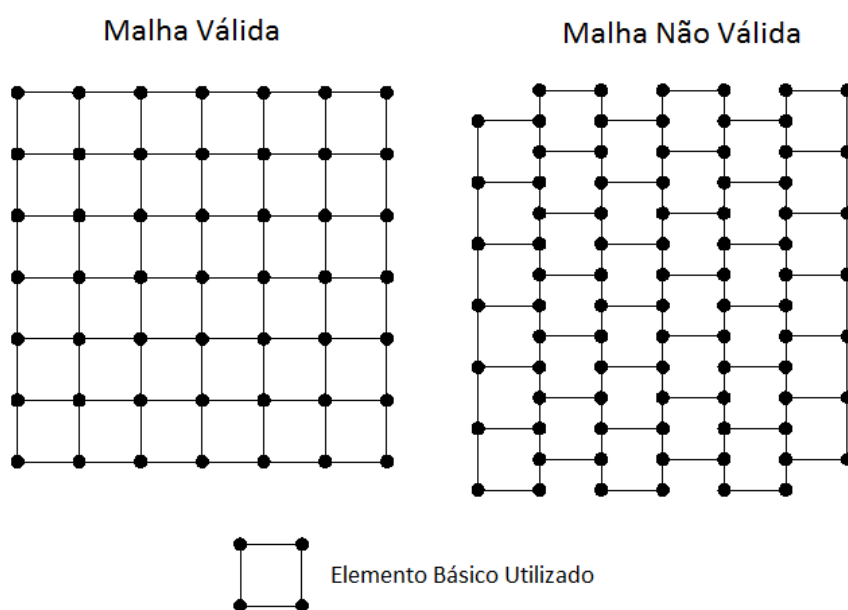


(fonte: elaborado pelo autor)

Deve-se tomar o cuidado, porém, de que todos os elementos de uma malha devem ser conectados através de nós, não sendo permitida a utilização de elementos que se conectem em faces ou de outras formas. As equações desenvolvidas no método dos elementos finitos apenas fornecem resultados tendo como base os nós de cada elemento finito. É por meio destes nós que os programas realizam as interpolações dos resultados para gerar o modelo final (SILVA, S. da, 2009, p. 16).

Para demonstrar quais malhas são válidas ou não, utilizando o conceito de que os elementos apenas podem ser interligados por meio dos nós, a figura 7, fornece duas malhas. Uma delas em que todos os elementos se conectam por meio dos nós, constituindo uma malha válida, e a outra em que os elementos não se interligam apenas nos nós, mas também nas faces, constituindo uma malha não válida.

Figura 7 – Representação de malhas válidas e não válidas



(fonte: elaborado pelo autor)

A condição acima se deve ao fato de que o método dos elementos finitos reduz seu grupo de equações aos nós. Assim, por exemplo, todas as cargas aplicadas à estrutura são aplicadas sobre os nós dos elementos. Já cargas distribuídas devem ser distribuídas através dos nós adjacentes de forma a produzir uma força nodal equivalente.

Existem diversas hipóteses simplificadoras que podem ser utilizadas na determinação de modelos em elementos finitos. Entre estas hipóteses, consta a análise estática das cargas, em que se supõe que as ações são aplicadas de forma suficientemente lentas para que não sejam causados efeitos dinâmicos nos elementos. Outra hipótese é a análise linear dos elementos, em que se supõe que os elementos tem deslocamentos muito pequenos se comparados com suas dimensões e que neste intervalo as tensões são linearmente proporcionais às deformações (AZEVEDO, 2003, p. 3). Sob estas hipóteses, admite-se válido o princípio da superposição.

Sendo essencial para análise por elementos finitos, o estado plano de tensões faz uso de um grande conjunto de equações para seu funcionamento. Tais equações são produzidas a partir das equações diferenciais de equilíbrio, das relações deformação-deslocamentos e das equações constitutivas dos materiais. Visto que se trata de um problema com valores de contorno, é necessário adicionar condições mecânicas e geométricas para que seja possível determinar os deslocamentos, as deformações e as tensões nos elementos, os quais são os resultados que devem ser obtidos na análise por elementos finitos (SORIANO, 2003, p. 16).

De forma simplificada pode-se dizer que para utilizar estas equações, são construídos sistemas matriciais do tipo  $[A] \cdot [X] = [F]$  onde  $[X]$  é a matriz formada pelas incógnitas do problema (deslocamentos e tensões, por exemplo),  $[A]$  é a matriz formada pelos parâmetros dos elementos (chamada de matriz de rigidez) e  $[F]$  é a matriz das forças atuantes. Esta solução geralmente é feita utilizando-se a matriz transposta de  $[A]$ . No entanto, este procedimento torna-se inapropriado para matrizes de grande porte e devido a este motivo surgiram outras formas de se resolver este problema (SILVA, S. da, 2009, p. 22).

Uma vez determinados os deslocamentos sobre cada um dos nós do modelo, diz-se que o conjunto destes deslocamentos forma o seu campo de deslocamentos. A finalidade deste campo de deslocamentos é, utilizando-se do princípio dos trabalhos virtuais, determinar as tensões existentes nos elementos. Obviamente, apenas é possível determinar estas tensões tendo em vista as propriedades mencionadas anteriormente, às quais propiciam que o princípio da superposição seja válido.

Devido ao fato do método dos elementos finitos apenas determinar deslocamentos nos nós dos elementos, cabe às funções de interpolação expandir seus resultados ao interior destes. Para tanto, devem ser utilizadas funções de interpolação de ordem compatível ao tipo de elemento utilizado.

Funções de interpolação são equações que tem por finalidade se assemelhar à função que descreve o real comportamento de certa propriedade em um dado elemento finito. Quanto maior o grau da função real, maior deve ser o número de nós para que a função de interpolação tenha a possibilidade de se igualar a função real. Levando-se em conta que, em modelos já dimensionados se possui o número de nós previamente determinado e que o grau máximo da função de interpolação depende do número de nós existentes, pode-se concluir que nem sempre é possível determinar uma função de interpolação com o mesmo grau da função real. Esta diferença existente entre estas funções ocasiona um erro ao tentar aproximar a função real através da função de interpolação.

Existem diversas famílias de funções de interpolação, cada família é mais adequada a um determinado tipo de elemento, porém todas elas têm a mesma função. Além disso, segundo Soriano (2003, p. 200), existem dois grandes grupos de funções de interpolação, são elas: convencionais e hierárquicas. A diferença entre estes grupos é que as funções de interpolação convencionais devem possuir valor unitário em um determinado nó deslocado e valores nulos nos demais nós, característica que não está presente no comportamento das funções de interpolação hierárquicas. A utilização de funções de interpolação hierárquica conduz a elementos que apresentam menores erros de representação computacional.

Uma vez definida a geometria do elemento através de interpolações, faz-se necessário o uso de integrações para se prosseguir os cálculos. Percebe-se, entretanto, que realizar uma integração analítica é muito complicado quando se dispõem de equações de ordem elevada e, devido a esta dificuldade, utiliza-se a integração numérica (SORIANO, 2003, p. 144). Tal procedimento para solução de integrais torna necessário a divisão do intervalo existente entre nós sequenciais em subintervalos para, utilizando-se de elementos de geometria conhecida, estimar o valor da integral. Cada um destes intervalos é determinado por dois pontos, que são denominados pontos de integração, os quais são considerados igualmente espaçados para facilitar o procedimento computacional.

Soriano (2003, p. 147) confirma que, utilizando o método de integração de Gauss-Legendre (métodos mais tradicional em elementos finitos), adotar um número de pontos superior ao necessário não interfere nos resultados, porém é necessária uma maior capacidade computacional para realizar os mecanismos de cálculo. Salvo se informado o contrário,

utiliza-se o mesmo número de pontos de integração nos dois sentidos de um mesmo elemento finito.

Uma vez que o método dos elementos finitos é uma ferramenta que em sua essência resolve equações diferenciais parciais através de métodos numéricos, torna-se necessária a verificação de convergência quando as análises são realizadas utilizando a não linearidade física. Diversos autores fornecem critérios para avaliar a convergência dos resultados, mas devido ao fato de as análises presentes neste trabalho serem todas lineares, tais critérios não foram abordados.

Diversos autores, dentre eles Azevedo (2003, p. 6), reconhecem que o método dos elementos finitos teve um grande desenvolvimento juntamente com o aperfeiçoamento dos computadores, devido, justamente, ao grande número de equações, tornando-se inviável a utilização deste procedimento em cálculos manuais. Tal constatação explica o motivo pelo qual, existem diversos softwares que são utilizados com este propósito.

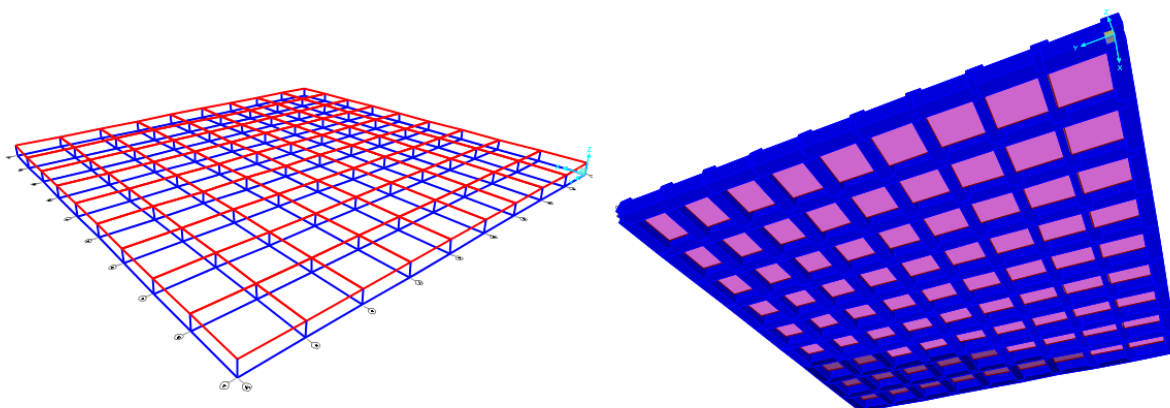
Os itens seguintes apresentam os modelos de cálculo que foram utilizados para a elaboração deste trabalho. Cada um dos modelos apresenta suas particularidades e, portanto, se tomou cuidados diferentes com cada um deles.

#### **4.1.1 Modelo I**

O modelo I contém dois tipos de elementos trabalhando em conjunto. Os elementos do tipo casca, os quais foram utilizados para discretizar a capa superior, e os elementos do tipo barra, para discretizar a grelha de nervuras na parte inferior da laje. Comparando-se com o modelo II, é normal imaginar que este apresente um comportamento mais próximo ao da realidade. Diversos autores discretizam lajes nervuradas por esse sistema, sendo muito utilizado em trabalhos científicos. A figura 8 representa uma laje modelada com as características que possui o modelo I. Os elementos em azul são os elementos de barras e em vermelho são os elementos de cascas.



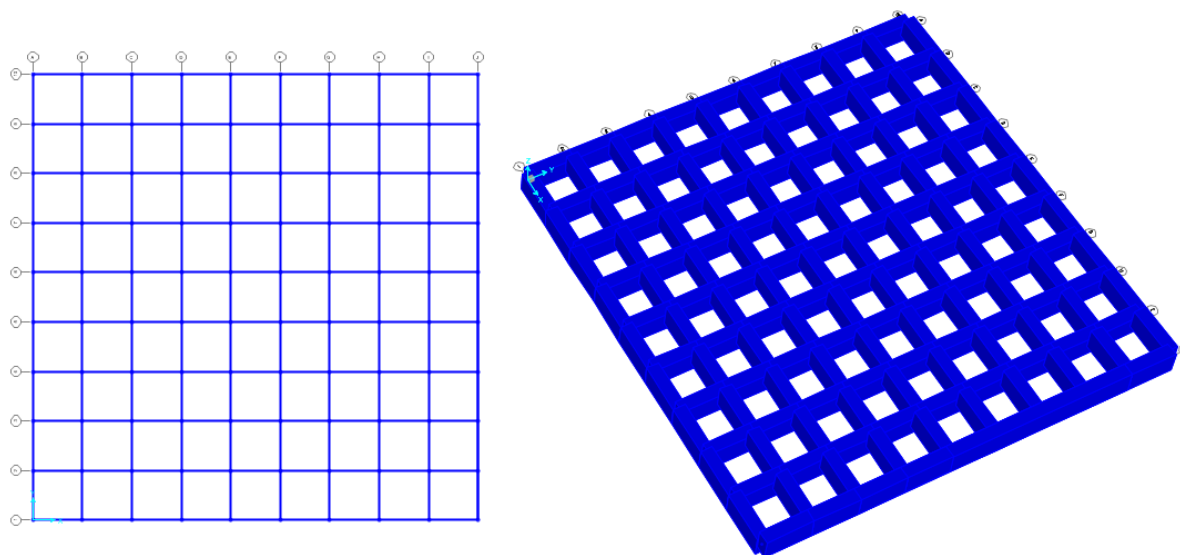
Figura 8 – Representação do modelo I utilizado no SAP2000



(fonte: elaborado pelo autor)

Barras são elementos lineares e estão entre os elementos de comportamento mais simples em análises por elementos finitos. Segundo Soriano (2003, p. 162), elementos do tipo viga apresentam a consideração de que suas seções transversais permaneçam planas e normais à linha neutra. Uma vez que as nervuras da laje nervurada apresentam comportamento semelhante às vigas, tais propriedades também são válidas para estas. A figura 9 apresenta a laje da figura 8, porém apenas com os elementos de barra modelados.

Figura 9 – Representação de elementos do tipo barra no SAP2000



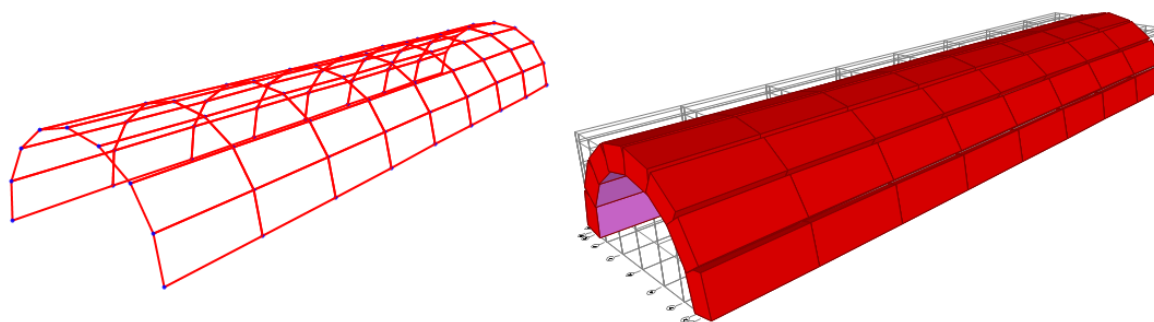
(fonte: elaborado pelo autor)

Cascas são elementos bidimensionais e planos ou curvos e possui sua terceira dimensão, muito inferior às outras duas, denominada de espessura. O comportamento das cascas se assemelha em muitos aspectos ao das placas, porém devido a algumas diferenças ambos os elementos são caracterizados nos próximos parágrafos.

Segundo Soriano (2003, p. 249), as placas são elementos submetidos a ações que provocam flexão transversal a sua espessura e a principal característica destes elementos é transmitir as cargas que agem perpendicularmente ao plano delas. Na análise de elementos finitos, normalmente desprezam-se os esforços normais na direção da espessura, pois estes valores são considerados muito pequenos frente à flexão. Esta simplificação permite afirmar que a espessura média das placas permanece constante, uma vez que não existem deformações ao longo da espessura.

Soriano (2003, p. 303) diferencia as cascas das placas por estas estarem submetidas a dois tipos de efeitos: flexão e membrana. O efeito de flexão é semelhante ao existente nas placas. Já o efeito de membrana é justamente uma das simplificações que são apresentadas nos elementos do tipo placa, a deformação da superfície média. A figura 10 apresenta elementos do tipo casca sendo utilizados para formar estruturas mais complexas, submetidas a esforços os quais as placas, muitas vezes, não podem absorver.

Figura 10 – Representação de elementos do tipo casca no SAP2000

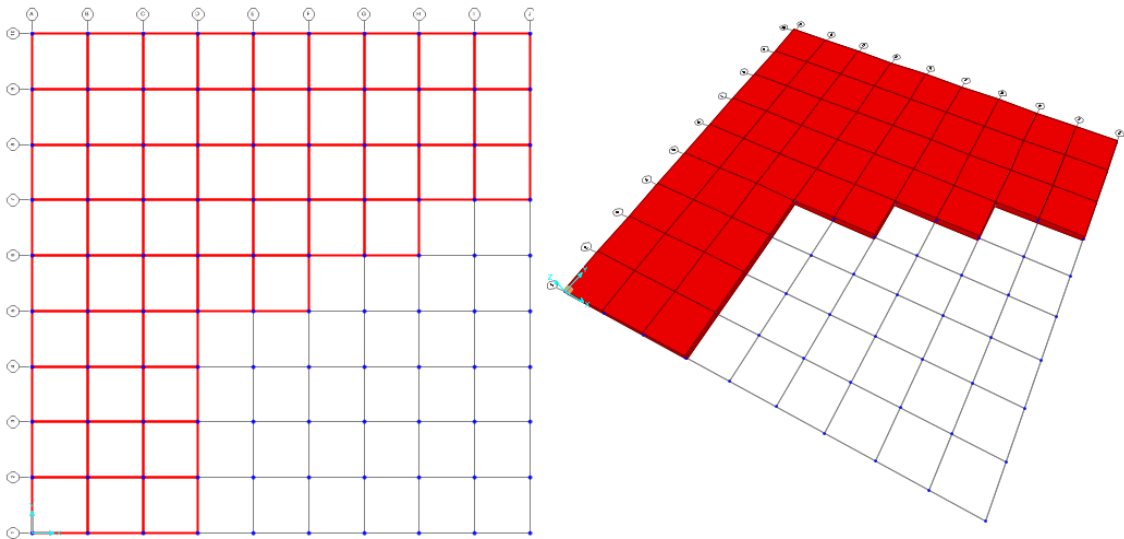


(fonte: elaborado pelo autor)

O modelo de cascas contém diversas simplificações quando comparado com os modelos tridimensionais, porém têm a vantagem de possuírem um menor número de equações. Para o dimensionamento de estruturas em concreto, apresentam a vantagem de oferecer os resultados em termos de resultantes de tensão (SORIANO, 2003, p. 250).

A figura 11 apresenta a mesma laje da figura 8, porém sem os elementos de barra visíveis e apenas possui parte dos elementos de casca, para facilitar a visualização individual dos elementos.

Figura 11 – Representação de elementos do tipo placa no SAP2000



(fonte: elaborado pelo autor)

Tradicionalmente elementos de cascas são elementos que possuem seis graus de liberdade por nó, diferentemente das placas que apenas apresentam três graus de liberdade. Os seis graus de liberdade acima referidos são (supondo um plano em XY):

- a) rotação em torno do eixo X, casca e placas;
- b) rotação em torno do eixo Y, casca e placas;
- c) rotação em torno do eixo Z, casca;
- d) translação no eixo X, casca;
- e) translação no eixo Y, casca;
- f) translação no eixo Z, casca e placas.

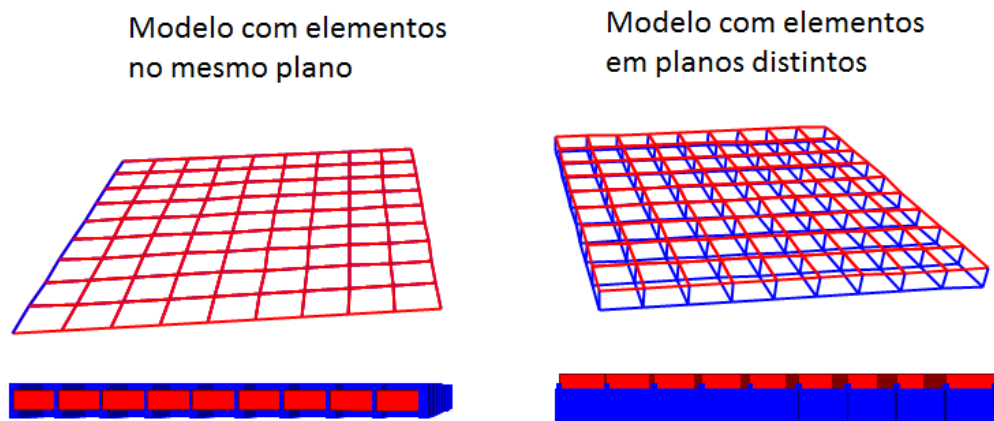
Este comportamento se deve, basicamente, a possibilidade de elementos do tipo casca serem curvilíneos no espaço e, portanto, as cargas sobre estes podem apresentar componentes que propiciem o deslocamento em todas direções.

Vigas, diferentemente de cascas, apenas possuem dois graus de liberdade por nó sendo eles: rotação em torno do eixo Z e translação no eixo Y (supondo que a viga tem seu comprimento

ao longo do eixo X e sua altura no eixo Y). Pode-se, porém, considerar um terceiro grau de liberdade, a rotação em torno do eixo X.

Existe, porém, uma restrição quando se utiliza o modelo I em softwares tal como o SAP2000, assim como na maioria dos softwares empregados em análise por elementos finitos: quando define-se um nível e se posicionam tais elementos sobre este nível, a matriz de rigidez produzida dispõe o centro de gravidade de todos os elementos sobre este plano. Uma vez que a intenção é que a capa superior fique acima das nervuras, utiliza-se de um elemento do tipo barra com rigidez infinita e dimensões mínimas, ligando as nervuras à capa superior. Estes elementos têm como finalidade ajustar o momento de inércia do modelo ao momento de inércia real. Quanto mais próximos forem estes elementos, mais próximo do real é o comportamento desta laje. Este comportamento pode ser melhor visualizado na figura 12.

Figura 12 – Modelo com elementos no mesmo plano e em planos distintos no SAP2000

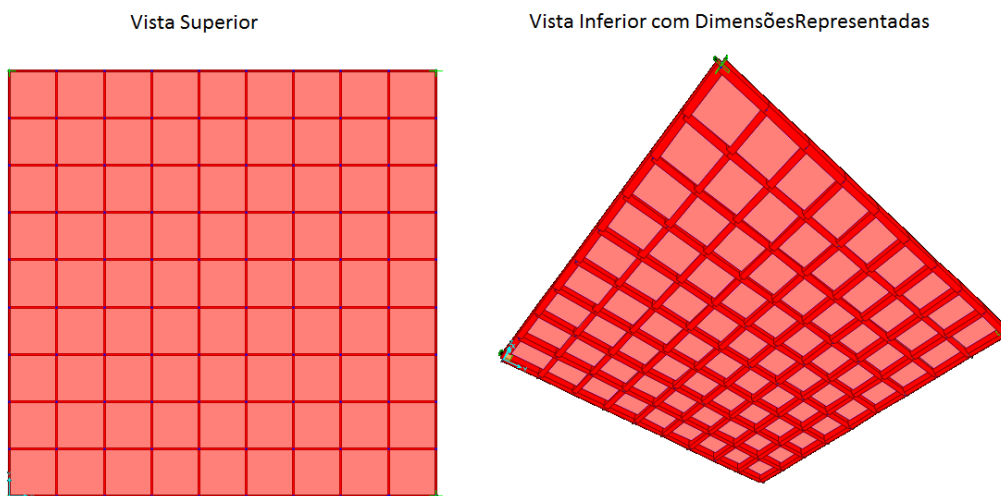


(fonte: elaborado pelo autor)

#### 4.1.2 Modelo II

No modelo II foi utilizado um tipo de elemento, as casca. Este modelo apresenta um número de equações muito superior ao do modelo I, devido ao número de nós que está sendo utilizado. A figura 13 representa uma laje modelada com estas características. As regiões vermelhas são os elementos de cascas que representam as nervuras e as regiões rosadas, são os elementos de cascas que representam a placa superior da laje nervurada.

Figura 13 – Representação do modelo II utilizado o SAP2000



(fonte: elaborado pelo autor)

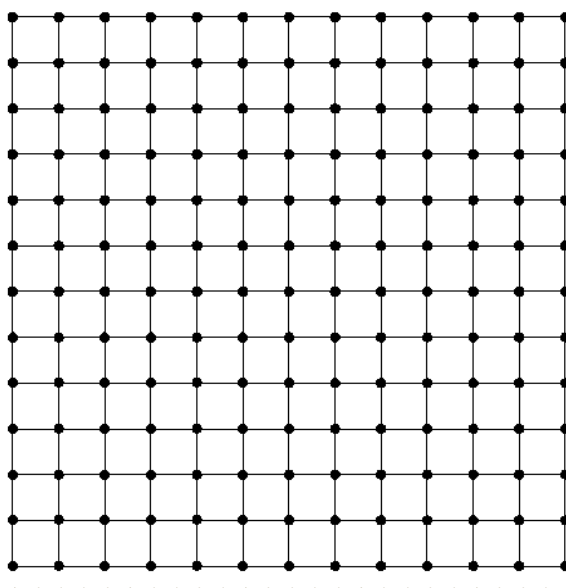
A escolha deste modelo surgiu como forma de comparação com os resultados obtidos pelo modelo I. Os elementos escolhidos foram do tipo casca, e não placa, pois elementos do tipo placa não resistem às tensões transversais a espessura, não sendo possível as utilizar na modelagem de nervuras, uma vez que tais nervuras estão dispostas transversalmente ao plano de atuação das cargas.

## 4.2 ANALOGIA POR GRELHAS

A modelagem como analogia de grelhas é muito utilizada em softwares comerciais devido a sua fácil aplicação em comparação com outros processos considerados mais exatos. Lembre-se, porém, que a modelagem por analogia de grelhas não é uma metodologia trivial ou, com outras palavras, não é uma metodologia que pode ser, com simplicidade, calculada sem ajuda de um programa computacional. Isso se deve ao grande número de equações, cuja quantidade depende diretamente do número de nós apresentados na malha, tornando-se um processo muito trabalhoso quando deseja-se utilizar malhas mais precisas e refinadas.

Paula (2007, p. 41) define uma grelha como sendo estruturas planas compostas por barras coplanares, ligadas de forma rígida entre si e com carregamentos normais ao plano médio da estrutura. A figura 14 apresenta uma grelha na qual todas as barras em uma mesma direção são paralelas, sendo perpendiculares a outra direção.

Figura 14 – Representação de uma grelha genérica



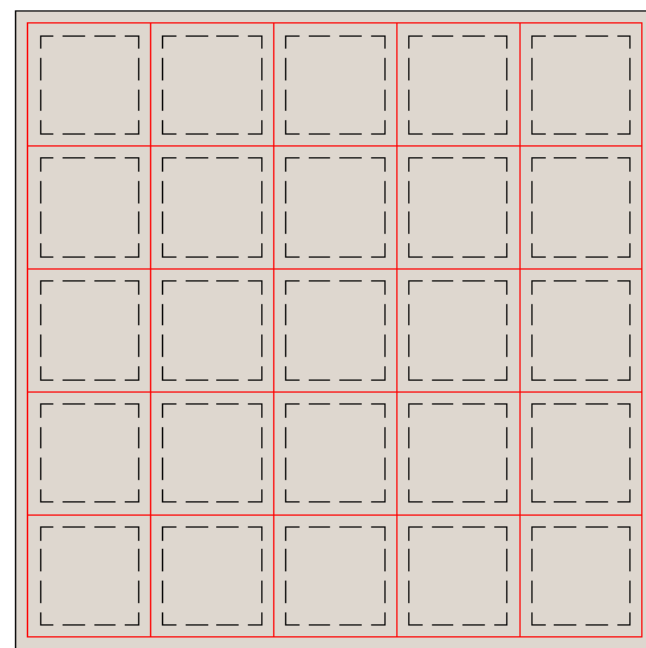
(fonte: elaborado pelo autor)

A modelagem de placas apresenta alguns inconvenientes quando se tenta realiza-la através da analogia de grelhas. Carvalho (1994, p. 22) explica que o maior destes inconvenientes é a não consideração da deformação transversal das barras, uma vez que tal efeito é uma característica das placas. Devido a isso, existe a consequência de que para qualquer grau de refinamento de uma malha existem divergências quanto às solicitações e deslocamentos entre a teoria das placas e analogia de grelhas. Este efeito se deve ao fato de que o coeficiente de Poisson é interpretado de forma diferente nestas duas teorias.

Para realizar a discretização de lajes nervuradas através da analogia de grelhas, deve-se colocar cada uma das barras da grelha coincidindo com o eixo das nervuras. Esta disposição faz com que seja simulada a inércia das nervuras através das barras das grelhas (PAULA, 2007, p. 27). Tal disposição pode ser melhor compreendida na figura 15. Vale recordar que as barras da grelha devem estar no centro das nervuras, tanto quando a laje é observada em planta ou quando se visualiza uma seção transversal desta.

Considerando-se que lajes nervuradas são formadas por nervuras ligadas entre si e com a presença de uma mesa superior interagindo com estas nervuras, Paula (2007, p. 53) afirma que o comportamento destas lajes pode ser considerado como intermediário entre placas e grelhas. Este modelo intermediário apresenta, portanto, uma diferença de solicitações em relação àqueles que existem na prática.

Figura 15 – Representação da posição da grelha em lajes nervuradas

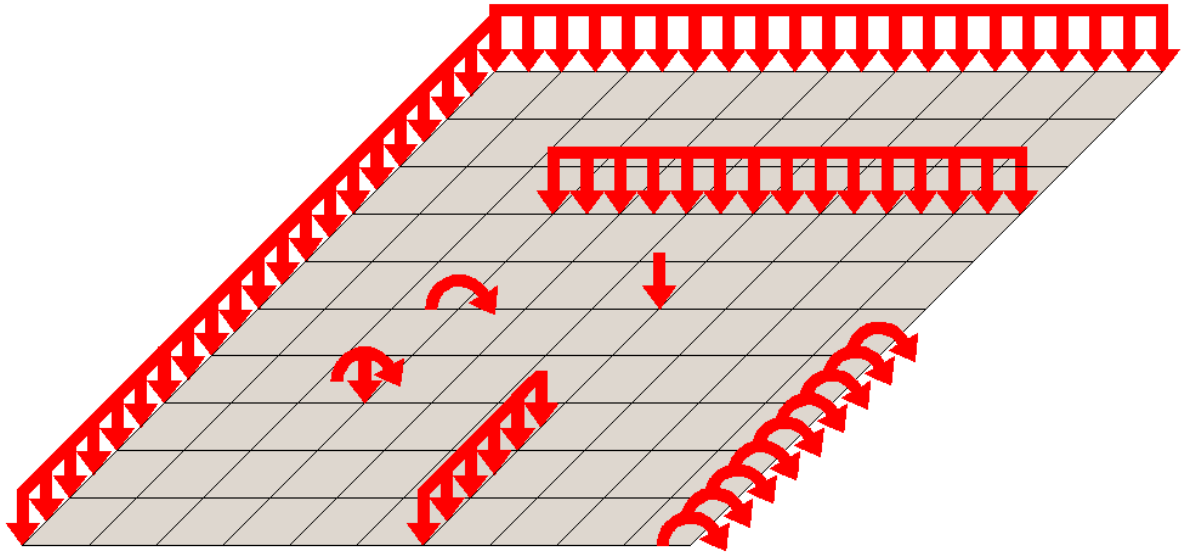


(fonte: elaborado pelo autor)

Após a disposição das barras da grelha, torna-se necessário posicionar as cargas atuantes sobre a estrutura. Tendo em vista que na definição de grelha se permite apenas cargas normais ao plano desta, subentende-se que apenas é possível provocar três grupos de esforços: momentos fletor, momentos torsor e cortante. Esse grupo de esforços permite a existência de três incógnitas de deslocamento, sendo elas: rotação em relação ao eixo X, rotação em relação ao eixo Y e translação no eixo Z, se considerar a grelha no plano XY.

Quanto à disposição das cargas, sabe-se que em uma laje tais cargas são distribuídas na estrutura, porém a grelha não permite que estas cargas sejam posicionadas no espaço entre barras, devido à falta de elemento estrutural que as absorvam, torna-se necessário que as cargas sejam movidas dos espaços entre barras e distribuídas ao longo da grelha. Carvalho (1994, p. 20) explica que a forma correta de realizar este procedimento é distribuir estas cargas segundo a área de influência dos elementos da grelha. As cargas podem ser consideradas linearmente distribuídas nas barras ou, de forma mais simplificada, concentradas nos nós. Cargas concentradas na estrutura devem ser consideradas concentradas nos nós. Porém, se a posição destas não coincidir com um nó, devem ser colocadas cargas equivalentes nos nós próximos a carga. A figura 16 representa diversas possibilidades de disposição das cargas em uma grelha.

Figura 16 – Posição de cargas em uma grelha genérica



(fonte: elaborado pelo autor)

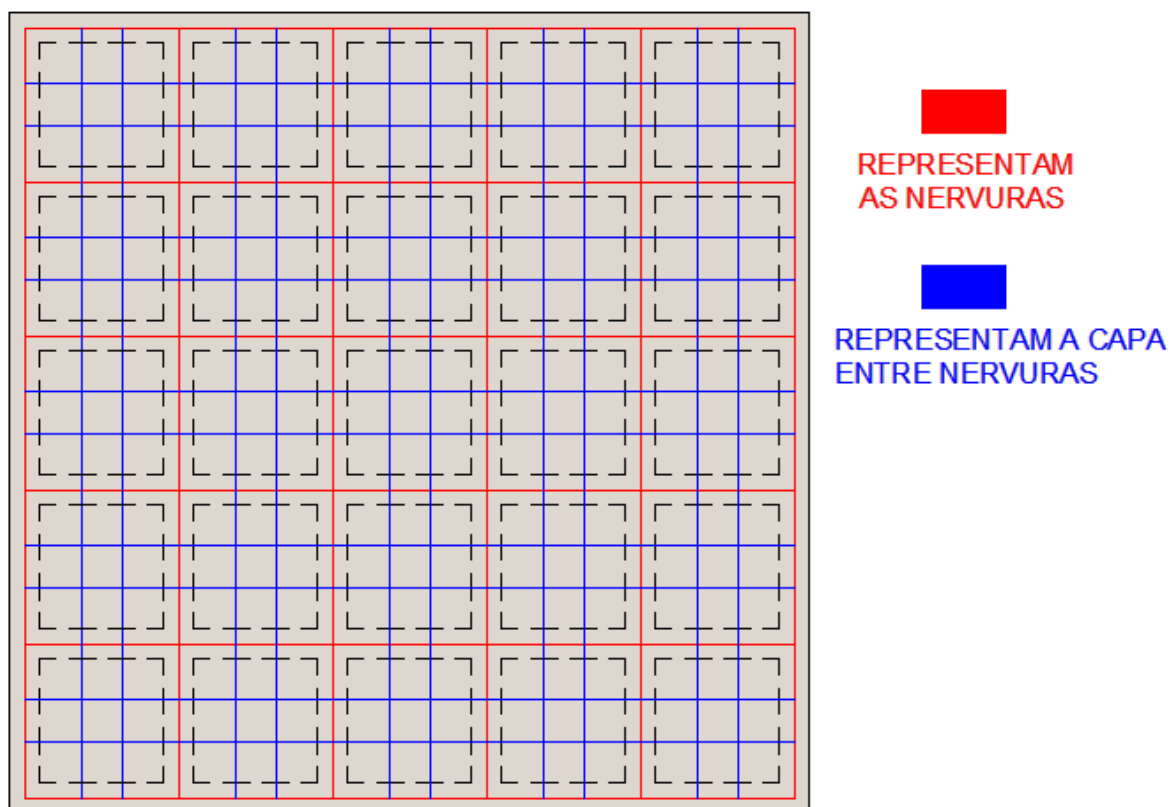
Assim como no método dos elementos finitos, é desejável que se faça um refinamento da malha nas regiões de maior interesse, porém, tratando-se de lajes nervuradas, é complicado realizar este procedimento, pois as barras da grelha geralmente são consideradas no eixo das nervuras. Para contornar este problema, é possível colocar barras entre nervuras simulando a placa superior da laje, tomando-se o devido cuidado de modificar as propriedades destas barras em relação às barras presentes na nervura. Este procedimento citado não é muito desejável uma vez que o modelo de cálculo considera que as barras da placa superior estão com o mesmo centro de gravidade que as barras das nervuras. A figura 17 representa este refinamento possível em que as barras em azul representam a grelha existente na capa superior, ao passo que aquelas em vermelho representam a grelha existente nas nervuras.

Uma vez definidas as posições das barras da grelha e distribuídas as cargas sobre esta, cabe voltar ao procedimento de cálculo que realiza a determinação das solicitações na grelha. Para realizar tal procedimento deve-se verificar a estaticidade desta grelha. Visto que, durante a definição de grelha admitiu-se que estas apenas possuem capacidade de resistir a três grupos de esforços, verifica-se que, para que uma grelha venha a ser considerada hiperestática, são necessárias mais de três vinculações. No entanto, percebendo-se que o número de barras existente em uma grelha, constituída através da discretização de uma laje com dimensões normais, é muito elevado e que as lajes existentes neste trabalho são consideradas engastadas



sobre vigas, tal como foi descrito durante as limitações, é possível afirmar que todas as grelhas resultantes através desta metodologia, neste trabalho, são consideradas hiperestáticas.

Figura 17 – Representação de grelha refinada



(fonte: elaborado pelo autor)

Uma vez que todas as grelhas que são apresentadas correspondem a estruturas hiperestáticas, se faz necessária a utilização de métodos de cálculo que resolvam tal tipo de estrutura. Dentre as possibilidades existentes estão os métodos das forças, dos deslocamentos e até mesmo o método dos elementos finitos. Segundo Martha ([2010], 273), a maioria dos programas computacionais resolvem estruturas hiperestáticas através do método dos deslocamentos e, portanto, apenas este é aqui apresentado. Ainda segundo Martha ([2010], p. 193), o método dos deslocamentos é proveniente do método das forças, porém é mais fácil de ser aplicado a processos computacionais, como pode ser visto a seguir.

Para se resolver estruturas utilizando-se do método dos deslocamentos, é necessário um conjunto de três condições básicas: equilíbrio de forças, compatibilidade entre deslocamentos e deformações. Para se analisar estruturas, tem-se como metodologia básica a soma de

diversas soluções, as quais isoladamente não respeitam todas as condições de equilíbrio da estrutura original, de forma que, realizando a sobreposição destas, cumpram-se estas condições de equilíbrio (MARTHA, [2010], p. 193).

Uma vez que é necessária a sobreposição de soluções, torna-se obrigatório que os elementos constituintes tenham seu comportamento delimitado à elasticidade física, no qual tensões e deformações são linearmente proporcionais.

Martha ([2010], p. 194) afirma que para realizar o processo de cálculo através do método dos deslocamentos é necessário dividir a análise da estrutura como um todo em diversas outras análises. Cada uma destas divisões é denominada de caso e em cada um destes casos deve ser analisado apenas um dos possíveis deslocamentos sobre um nó da estrutura. Vale lembrar que apenas é necessário realizar tal análise em nós que não tenham restrição ao deslocamento na direção do deslocamento considerado.

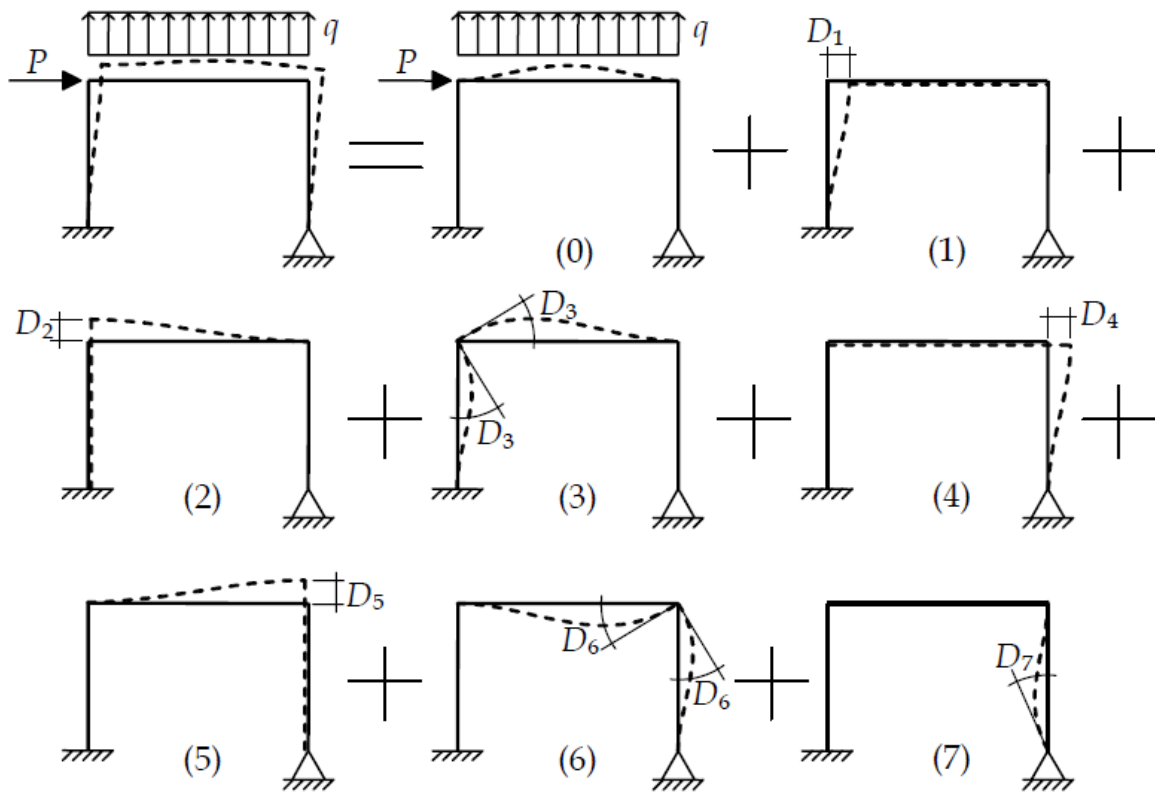
A figura 18 traduz as considerações que foram descritas acima através de uma exemplificação. Um pórtico sujeito a duas cargas em que existe uma vinculação que restringe três graus de liberdade e a outra que restringe dois graus de liberdade, sendo caracterizado, portanto, como um pórtico hiperestático. Para a análise deste pórtico geram-se oito casos, porém, o caso (0) é o único formado pelas cargas reais da estrutura. Todos os nós desta estrutura geram um caso por grau de liberdade. Como existe um total de quatro nós, existem doze graus de liberdade possíveis, porém o engaste restringe três graus de liberdade e o outro vínculo restringe dois graus de liberdade, restando apenas os outros 7 graus de liberdade os quais geram os casos (1) a (7).

Martha ([2010], p 195) define deslocabilidade como as componentes de deslocamento e rotações que estão livres, as quais geram casos, e que devem ser conhecidas para que a configuração de deslocamentos finais da estrutura possa ser determinada. Esta definição permite que se afirme que os parâmetros deslocabilidade são as incógnitas que precisam ser determinadas para se solucionar esta estrutura.

Para determinar tais incógnitas restringe-se estes nós criando-se vínculos fictícios. A estrutura que contém todos estes vínculos fictícios é denominada de sistema hipergeométrico. Ressalta-se, porém, que no método dos deslocamentos, cada estrutura possui um sistema hipergeométrico único e definido, não sendo permitido encontrar soluções diferentes desta

(MARTHA, [2010], p. 196). Devido a esta unicidade, este procedimento torna-se ideal para programação, visto que sempre são obtidas as mesmas soluções para uma mesma estrutura em questão.

Figura 18 – Representação dos casos de deslocamentos de uma estrutura



(fonte: MARTHA, [2010], p. 194)

Para a utilização da modelagem por analogia de grelhas são utilizadas diversas simplificações, em sua maioria já citadas. Então se torna explícito o fato de que os resultados não são idênticos aos esperados na realidade, porém espera-se que seja o mais próximo possível destes. Para tanto pode-se fazer necessário o refinamento da malha existente sempre que esta solução for possível.

Como já mencionado anteriormente, este processo de modelagem conduz à utilização de diversas equações que geralmente são solucionadas de forma matricial através de computadores. Levando-se em conta que este método de resolução, utilizando a matriz inversa para a resolução do problema, conduz a um grande esforço computacional, pode ser

necessário determinar um refinamento mínimo tal que após este os resultados não se alterem de forma significativa..

Ressalta-se, porém, que ao longo deste trabalho foram realizados diversos teste para verificar qual seria o nível de refinamento adequado e constatou-se que valores de refinamento superiores aos praticados neste trabalho não apresentam vantagens nos resultados. Por este motivo, julgou-se desnecessário realizar um refinamento maior nos modelos.

## 5 DEFINIÇÃO DOS PARÂMETROS ADOTADOS

Para realizar uma comparação mais ampla entre as teorias, optou-se por utilizar um conjunto de 18 lajes, as quais foram dimensionadas através de cada um dos modelos. Esta quantidade não foi escolhida ao acaso, ela é fruto da combinação de lajes com diversas dimensões, de forma a manter a laje nervurada bidirecional. As combinações utilizadas podem ser visualizadas na tabela 1.

Quadro 1 – Combinação de dimensões utilizadas para a modelagem das lajes

Identificação	Vão entre faces de vigas externas		Vão entre eixos de vigas externas	
	Horizontal	Vertical	Horizontal	Vertical
520 X 520	520,0 cm	520,0 cm	552,5 cm	552,5 cm
650 X 520	650,0 cm	520,0 cm	682,5 cm	552,5 cm
650 X 650	650,0 cm	650,0 cm	682,5 cm	682,5 cm
780 X 520	780,0 cm	520,0 cm	812,5 cm	552,5 cm
780 X 650	780,0 cm	650,0 cm	812,5 cm	682,5 cm
780 X 780	780,0 cm	780,0 cm	812,5 cm	812,5 cm
975 X 520	975,0 cm	520,0 cm	1007,5 cm	552,5 cm
975 X 650	975,0 cm	650,0 cm	1007,5 cm	682,5 cm
975 X 780	975,0 cm	780,0 cm	1007,5 cm	812,5 cm
975 X 975	975,0 cm	975,0 cm	1007,5 cm	1007,5 cm
1170 X 650	1170,0 cm	650,0 cm	1202,5 cm	682,5 cm
1170 X 780	1170,0 cm	780,0 cm	1202,5 cm	812,5 cm
1170 X 975	1170,0 cm	975,0 cm	1202,5 cm	1007,5 cm
1170 X 1170	1170,0 cm	1170,0 cm	1202,5 cm	1202,5 cm
1300 X 780	1300,0 cm	780,0 cm	1332,5 cm	812,5 cm
1300 X 975	1300,0 cm	975,0 cm	1332,5 cm	1007,5 cm
1300 X 1170	1300,0 cm	1170,0 cm	1332,5 cm	1202,5 cm
1300 X 1300	1300,0 cm	1300,0 cm	1332,5 cm	1332,5 cm

(fonte: elaborado pelo autor)

As dimensões apresentadas acima não são ocasionais, para obtê-las foi definido que as lajes apenas possuem dimensões múltiplas de um tamanho padrão. Este procedimento faz com que todas as lajes possuam uma geometria semelhante, com nervuras que possuam o mesmo afastamento, sem que a geometria seja modificado na periferia da laje. Para a determinação

deste tamanho padrão foram observadas as dimensões das fôrmas plásticas que são comercializadas pela ATEX®. Observando o portfólio desta empresa, adotou-se que este tamanho padrão, que separa cada nervura, seria de 65 centímetros, correspondendo a fôrma ATEX® 650.

Adotando os valores apresentados pela ATEX®, foi possível determinar a dimensão das lajes para um dado número de cubetas, visto na tabela 2. A dimensão nominal se refere à distância entre faces de vigas a passo que a dimensão real se refere à distância entre eixos de vigas, considerando a espessura de viga de 32,5 centímetros em cada lado, valor cuja utilização está explicada no capítulo 6.

Quadro 2 – Dimensão da laje em função do número de cubetas

<b>Número de Cubetas</b>	<b>Dimensão Nominal da Laje [cm]</b>	<b>Dimensão Real da Laje [cm]</b>
8	520	552,5
10	650	682,5
12	780	812,5
15	975	1007,5
18	1170	1202,5
20	1300	1332,5

(fonte: elaborado pelo autor)

Ressalta-se que foi adotada uma dimensão máxima de 13 metros, pois segundo Loureiro (2006, p. 1740), lajes nervuradas protendidas ainda são economicamente viáveis até tais dimensões. Este valor não está muito diferente dos 14 metros os quais Schmid (2009, p. 7) avalia como vão máximo para estas lajes. Mesmo que estes valores sejam referentes a lajes protendidas, julgou-se interessante analisar lajes com estas dimensões. Embora os modelos de lajes produzidos neste trabalho não contenham as inclinações presentes nas formas ATEX®, adotar estes critérios para a determinação da geometria das lajes permite que os resultados apresentados fiquem mais próximos dos projetos realizados em escritórios.

Uma vez definido o afastamento das nervuras, foi necessário determinar a altura da laje nervurada. Para o pré-dimensionamento da altura de lajes nervuradas armadas em duas direções, comumente se utilizam valores de altura entre  $L/30$  e  $L/35$  para lajes nervuradas de

vão único, onde L é a maior dimensão da laje (LOUREIRO, 2006, p. 1741). Como padrão, este trabalho utiliza para todas as lajes, alturas próximas a  $L/30$ . Tal como na tabela 1, a altura final das lajes foram determinadas utilizando o portfólio da empresa ATEX®, de onde também se extraiu a espessura das nervuras. Como as nervuras apresentadas no portfólio possuem espessuras variáveis, foi adotada neste trabalho a espessura média das nervuras apresentadas pela ATEX®. A tabela 3 apresenta as alturas de pré-dimensionamento, a altura final e a espessura média das nervuras utilizadas.

Quadro 3 – Geometria das lajes empregadas

<b>Maior dimensão da laje</b>	<b>Altura de pré-dimensionamento</b>	<b>Altura total recomendada para a ATEX® 650</b>	<b>Espessura da capa superior recomendada para a ATEX® 650</b>	<b>Espessura média das nervuras</b>
5,20 m	17,33 cm	23,0 cm	5,0 cm	8,1 cm
6,50 m	21,67 cm	23,0 cm	5,0 cm	8,1 cm
7,80 m	26,00 cm	26,0 cm	5,0 cm	8,4 cm
9,75 m	32,50 cm	33,5 cm	7,5 cm	9,3 cm
11,70 m	39,00 cm	42,5 cm	7,5 cm	11,0 cm
13,00 m	43,30 cm	47,5 cm	7,5 cm	12,2 cm

(fonte: elaborado pelo autor)

Uma vez definida a geometria das lajes, torna-se necessário determinar os carregamentos existentes sobre cada uma das lajes. Uma vez que os métodos apresentados neste trabalho são elástico lineares, espera-se que um aumento linear no carregamento produza um aumento linear nas flechas e solicitações e, portanto, apenas torna-se necessário definir um carregamento para avaliar as estruturas. Além das cargas acidentais, foi considerada também a carga permanente, em duas parcelas: peso próprio e revestimentos. A tabela 4 apresenta a carga final de cada laje, em função da maior dimensão desta.

Os valores de peso próprio da tabela 4 foram extraídos a partir do portfólio da empresa ATEX® levando-se em consideração a geometria do elemento, contudo os valores de peso próprio que foram adotados neste trabalho são calculados automaticamente pelos respectivos softwares. Os valores de peso próprios aqui apresentados apenas tem função de representar uma ordem de grandeza. Os valores de cargas de revestimentos foram considerados como  $1,35\text{KN/m}^2$  para contemplar eventuais impermeabilizações e revestimentos existentes e os

valores das cargas acidentais foram obtidos através da NBR 6120 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 1980, p. 3).

Quadro 4 – Cargas empregadas no dimensionamento das lajes

<b>Maior dimensão da laje</b>	<b>Carga de peso próprio</b>	<b>Carga de revestimento</b>	<b>Carga acidental de estacionamento</b>
5,20 m	2,30 KN/m <sup>2</sup>	1,35 KN/m <sup>2</sup>	3 KN/m <sup>2</sup>
6,50 m	2,30 KN/m <sup>2</sup>	1,35 KN/m <sup>2</sup>	3 KN/m <sup>2</sup>
7,80 m	2,53 KN/m <sup>2</sup>	1,35 KN/m <sup>2</sup>	3 KN/m <sup>2</sup>
9,75 m	3,60 KN/m <sup>2</sup>	1,35 KN/m <sup>2</sup>	3 KN/m <sup>2</sup>
11,70 m	4,58 KN/m <sup>2</sup>	1,35 KN/m <sup>2</sup>	3 KN/m <sup>2</sup>
13,00 m	5,28 KN/m <sup>2</sup>	1,35 KN/m <sup>2</sup>	3 KN/m <sup>2</sup>

(fonte: elaborado pelo autor)

Definidos estes parâmetros, ainda torna-se necessário estabelecer a resistência dos elementos utilizados, concreto e aço. Devido a grande dimensão das lajes analisadas e para permitir que as lajes semelhantes sejam mais bem comparadas, foi adotado um valor único de resistência a compressão do concreto, 35 MPa. Tal valor foi adotado pois edifícios de grande porte geralmente utilizam maiores valores de resistência a compressão para o concreto quando estes são dimensionados nos escritórios de engenharia, tornando as comparações um pouco mais semelhantes ao que ocorre na realidade. Quanto à resistência à tração do aço, adotou-se utilizar aço da classe CA-50, o qual apresenta uma resistência de 500 MPa. Tal escolha se deve ao fato de este ser o aço mais utilizado na construção civil brasileira.



## 6 DIMENSIONAMENTO DAS LAJES

O dimensionamento das lajes foi realizado através de dois softwares: SAP2000 e CAD/TQS®. Cada um destes softwares utiliza de uma teoria para análise dos modelos de lajes nervuradas. O software SAP2000 utiliza o método de elementos finitos a passo que o software CAD/TQS® utiliza o método de analogia de grelhas. Nos capítulos seguintes estão apresentados os meios pelos quais foram realizados os dimensionamentos das lajes nervuradas apresentadas neste trabalho. Tais capítulos apenas constam com a análise de uma laje para que a leitura não fique repetitiva, porém, os procedimentos apresentados foram utilizados na análise de todas as lajes.

### 6.1 MODELO I

Lembra-se que o modelo I trata-se do modelo composto por elementos de barra e casca, analisado por meio de elementos finitos. O presente capítulo visa explicar como as lajes nervuradas, do modelo I, foram dimensionadas utilizando do software SAP2000 versão 15.0.0 Ultimate. Este item foi subdividido em **modelagem**, em que foi apresentada a forma com que os modelos foram gerados, e **obtenção dos resultados**. Lembra-se, contudo, que para este trabalho não ficar repetitivo, apenas foi apresentado a análise para uma laje, a saber, trata-se daquela com dimensões 975x975 centímetros entre faces de vigas.

#### 6.1.1 Modelagem

Para iniciar a análise deste modelo gerou-se no software SAP2000 um arquivo *grid only* o qual apresenta linhas igualmente espaçadas em cada uma das três direções. A escolha deste tipo de arquivo deve-se à facilidade, uma vez que ele possui as propriedades necessárias à uma rápida montagem dos modelos de lajes nervuradas.

A figura 19 apresenta a tela que foi visualizada após definir este tipo de arquivo. Os valores indicados estão em centímetros, porém, tais valores dependem do padrão que está sendo utilizado no programa. No caso das lajes aqui representadas, as unidades padrões são quilo newtons e centímetros. Exceto se especificado o contrário, as unidades aqui apresentadas seguem estas unidades padrão.

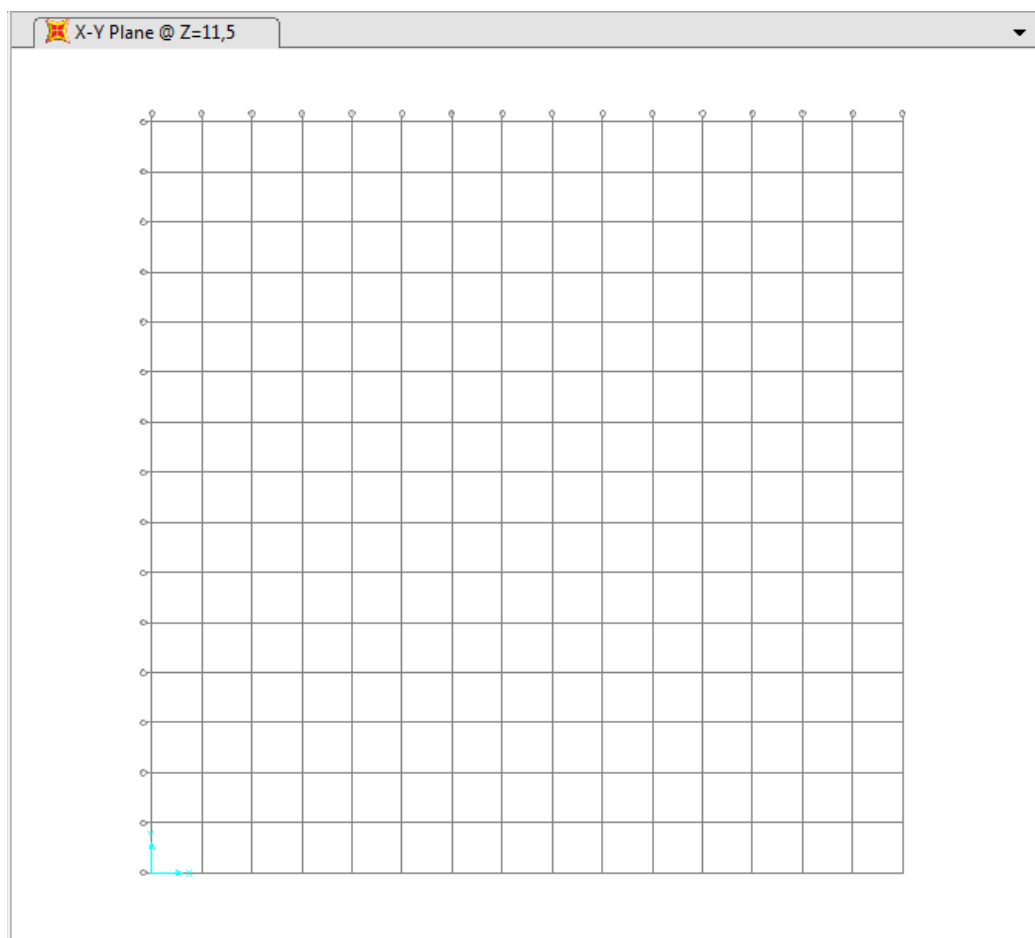
Ainda na figura 19, o espaçamento nas coordenadas X e Y foi definido como 65 centímetros pois esta é a distância entre eixos de nervuras, definida no capítulo 5. Já o espaçamento na coordenada Z foi definido como 11,5 centímetros, para a laje 975x975, pois esta é a distância entre os centros geométricos entre os elementos de cascas e barras ou, em outras palavras, trata-se de metade da altura da laje. Adotando-se este valor, certifica-se que estes elementos não sofram interferência física ou sobreposição.

Figura 19 – Dimensões do *grid* no SAP2000 para laje nervurada 975x975.

Section	Parameter	Value
Coordinate System Name	Coordinate System Name	GLOBAL
	Number of Grid Lines	
Number of Grid Lines	X direction	16
	Y direction	16
	Z direction	2
Grid Spacing	X direction	65
	Y direction	65
	Z direction	16,75
First Grid Line Location	X direction	0.
	Y direction	0.
	Z direction	0.

(fonte: elaborado pelo autor)

Após aceitar as dimensões do *grid*, este é visualizado de forma semelhante ao apresentado na figura 20. Ressalta-se que ainda não existia nenhum elemento no modelo, apenas linhas imaginárias as quais facilitam a construção do modelo.

Figura 20 – *Grid* inicial para análise através do modelo I.

(fonte: elaborado pelo autor)

Para iniciar a modelagem, foi necessário definir os materiais que seriam utilizados no modelo. Recordando-se do que foi escrito anteriormente, este modelo possui o inconveniente de necessitar de elementos de ligação com rigidez infinita. Devido a este inconveniente, foram definidos dois materiais, o concreto e este elemento rígido. A figura 21 apresenta os dados do material concreto, definidos no SAP2000, e a figura 22, os dados do material indeformável.

Figura 21 – Propriedades do material concreto.

(fonte: elaborado pelo autor)

Convém ressaltar que o material rígido, que será necessário para ligar os planos entre os elementos de cascas e de barras, deve apresentar propriedades tais que apenas possuam a função de ligação entre os planos definidos, por tanto seu peso específico e seu coeficiente de *Poisson* foram anulados. Já seu módulo de elasticidade foi definido como sendo 100 vezes maior que o módulo de elasticidade do concreto. Tal valor não faz dos elementos constituídos por este material completamente rígido, porém, devido à pequena dimensão destes elementos e módulo de elasticidade longitudinal muito superior ao utilizado no concreto pode-se considerar, simplificadamente, que este elemento é indeformável frente ao concreto.

Figura 22 – Propriedades do material indeformável nos modelos I e IA.

Material Property Data

General Data

Material Name and Display Color: Indeformavel [Color Swatch]

Material Type: Other [Dropdown]

Material Notes: [Text Area] [Modify/Show Notes...]

Weight and Mass

Weight per Unit Volume: 0 [Text Box]

Mass per Unit Volume: 0. [Text Box]

Units: KN, cm, C [Dropdown]

Isotropic Property Data

Modulus of Elasticity, E: 281600 [Text Box]

Poisson's Ratio, U: 0 [Text Box]

Coefficient of Thermal Expansion, A: 0 [Text Box]

Shear Modulus, G: 9997,3989 [Text Box]

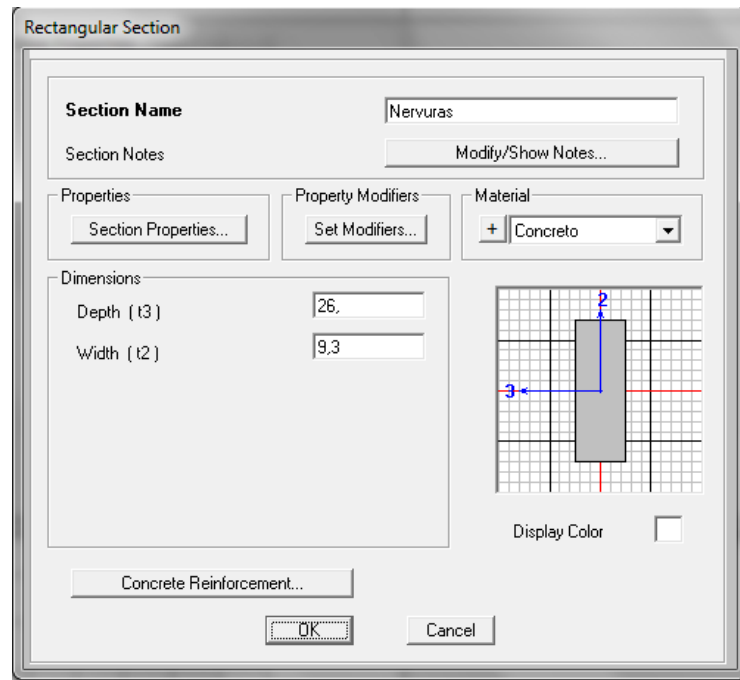
Switch To Advanced Property Display

OK Cancel

(fonte: elaborado pelo autor)

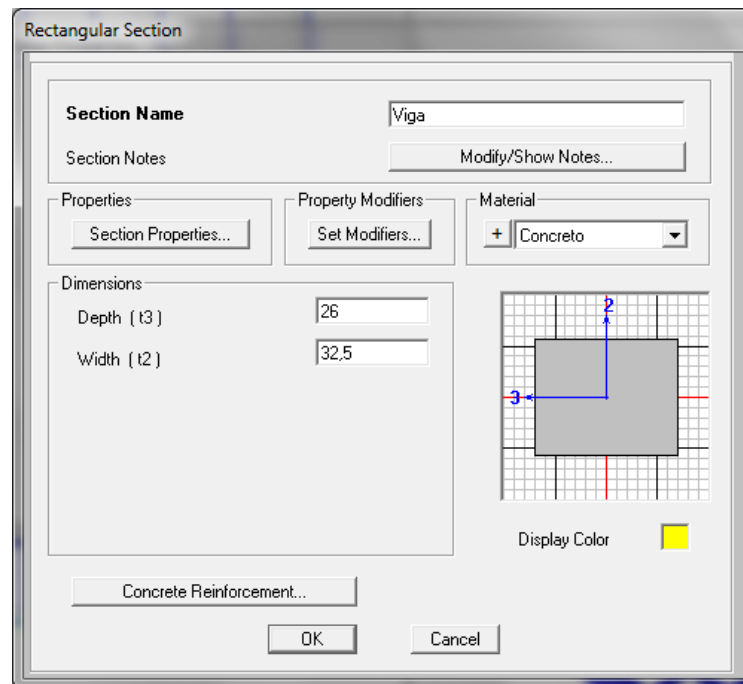
Definidos os materiais, foi necessário definir as seções dos elementos que constituem o modelo. Foram definidas quatro seções, uma para as nervuras, uma para a capa superior, uma para os elementos rígidos e uma para as vigas de contorno. As figuras 23 a 26 representam, respectivamente, as propriedades das seções das nervuras, das vigas, do elemento indeformável e da placa superior.

Figura 23 – Propriedades da seção das nervuras nos modelos I e IA.



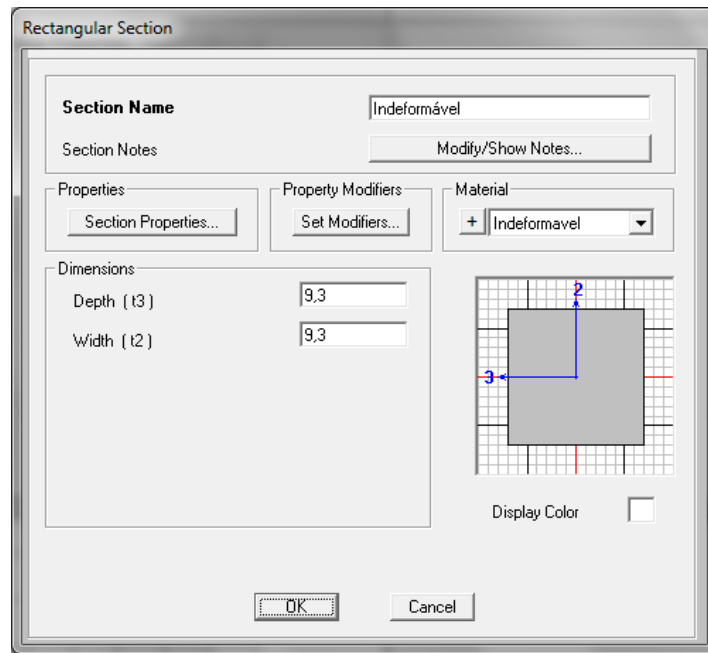
(fonte: elaborado pelo autor)

Figura 24 – Propriedades da seção das vigas nos modelos I e IA.



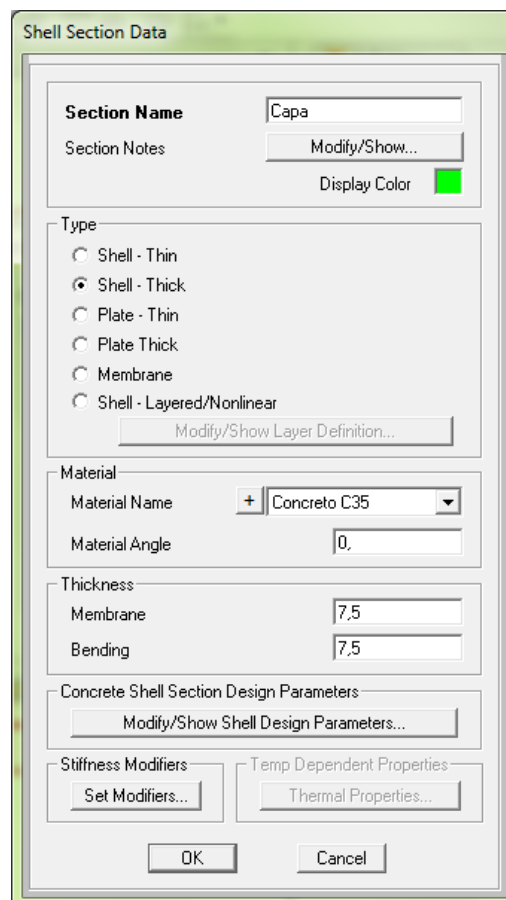
(fonte: elaborado pelo autor)

Figura 25 – Propriedades da seção das barras indeformáveis nos modelos I e IA.



(fonte: elaborado pelo autor)

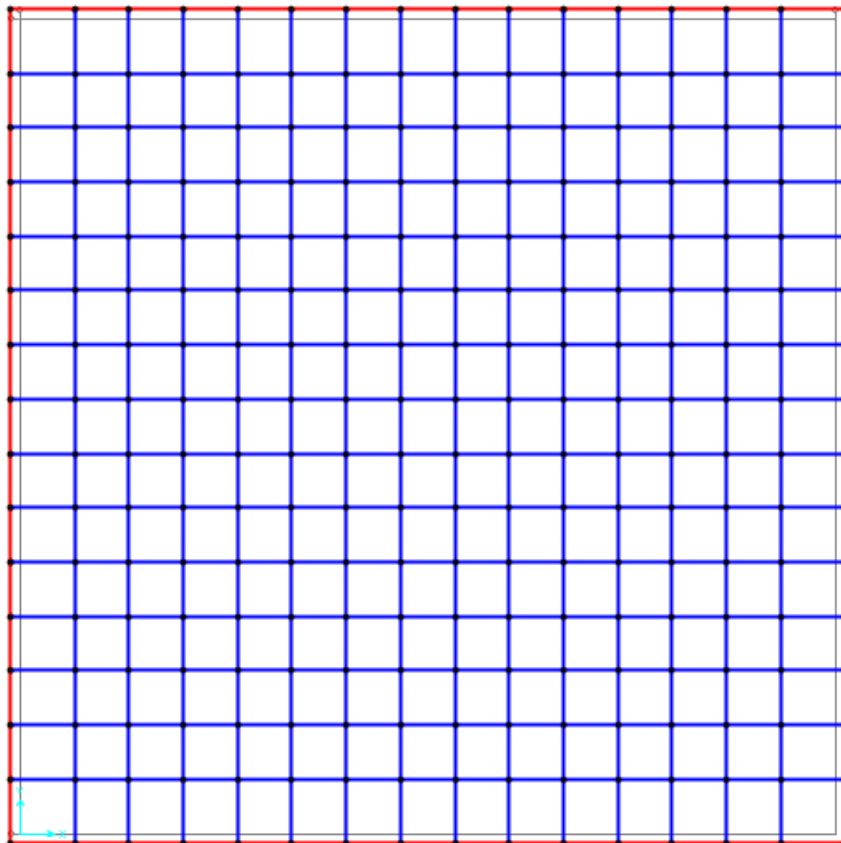
Figura 26 – Propriedades da seção da capa superior nos modelos I e IA.



(fonte: elaborado pelo autor)

Definidas as seções dos materiais, foi iniciado o posicionamento dos elementos no *grid*. Para tanto, deve-se alocar os elementos em suas respectivas posições. Ressalta-se que os elementos rígidos devem ocupar a posição que intercala os dois planos de referência. Deve-se, também, tomar um cuidado, se a viga de borda tivesse espaçada 65 cm do eixo da nervura mais próxima, não seria possível posicionar uma fôrma neste espaço, pois a distância da face da viga a face da nervura seria menor que a distância entre duas nervuras. Para tanto, deixa-se uma distância um pouco maior para os elementos do contorno. Este comportamento faz com que os elementos de contorno fiquem distanciados em 16,25 centímetros do *grid*. Tal como pode ser observado na figura 27. Este valor deveria ser diferente para cada laje, porém, por simplicidade, foi adotado o mesmo valor em todas as lajes modeladas. Nota-se que, na figura 27, as linhas cinza não são barras e sim a grelha imaginária definida. Sobre ela deveriam ser colocadas as nervuras caso o contorno não possuísse vigas.

Figura 27 – Posição das barras no modelo I.

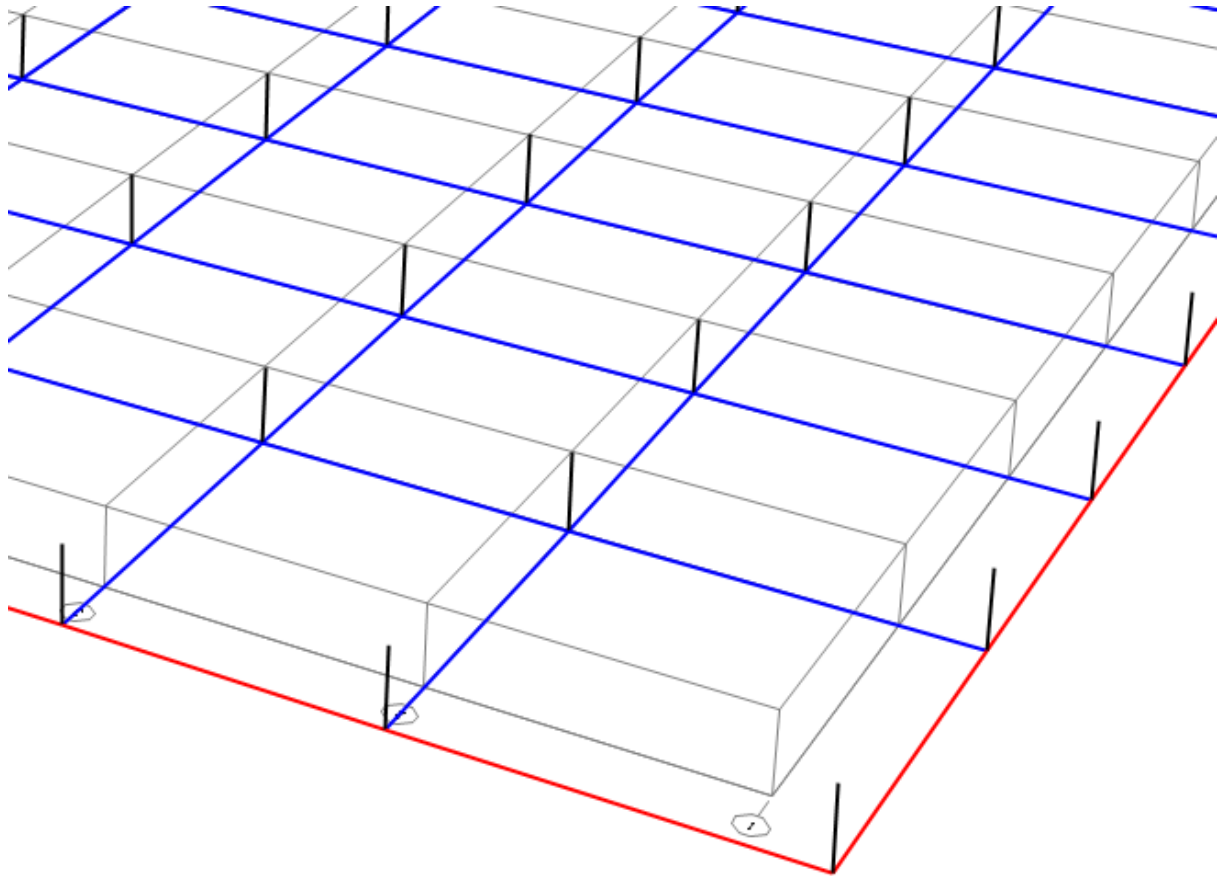


(fonte: elaborado pelo autor)



Dispostos os elementos de barra, foi necessário posicionar os elementos de grande rigidez interligando ambos planos. Estes elementos são os responsáveis por transferir as cargas dos elementos de placa para os elementos de barra e, portanto, são indispensáveis. A figura 28 apresenta a estrutura da laje com estes elementos.

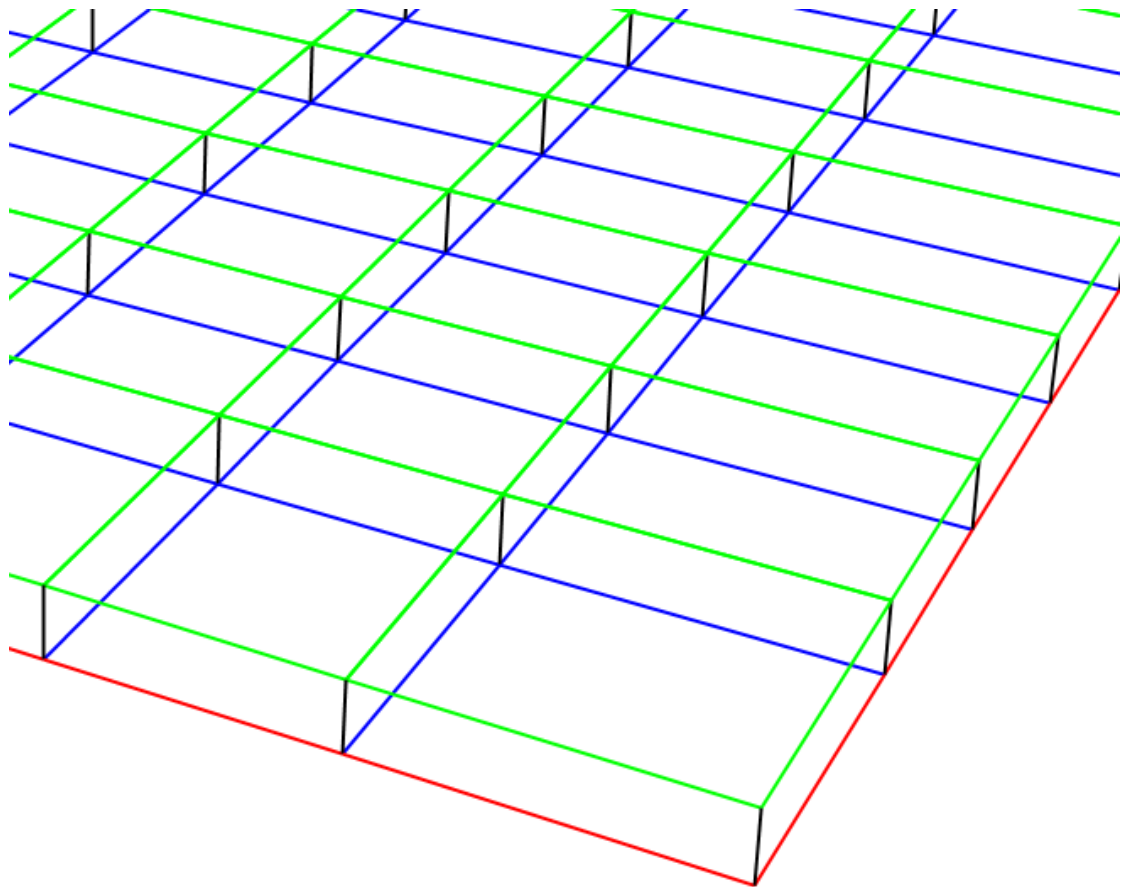
Figura 28 – Posição dos elementos de rigidez infinita no modelo I.



(fonte: elaborado pelo autor)

Finalmente podem-se inserir os elementos de casca no plano superior, representando a capa superior. Estes elementos devem ser bem discretizados e não pode se tratar de um elemento único, caso isso acontecesse não haveria precisão no modelo. Foi utilizado um elemento de casca entre quadro de nervuras, mesmo embora esta configuração não apresente um elevado refinamento para o modelo. A figura 29 representa o aspecto da laje, uma vez colocados todos os elementos.

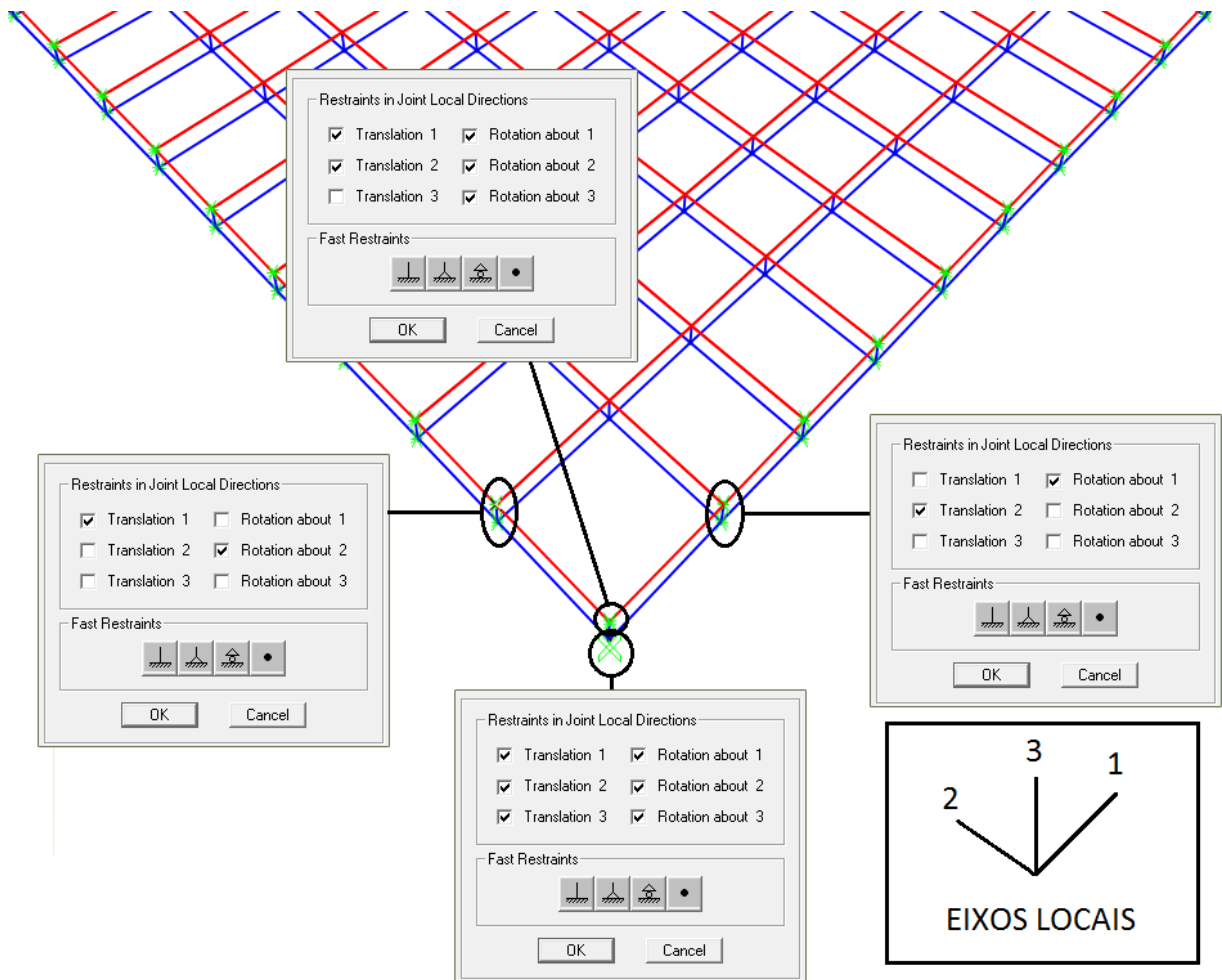
Figura 29 – Aspecto do modelo I quando todos os elementos forem inseridos.



(fonte: elaborado pelo autor)

Após a disposição dos elementos, é necessário atribuir as condições de contorno aos nós. Uma vez que o efeito causado nos pilares não é interessante para análise das lajes, decidiu-se não modelar o pilar e fazer as vigas com seus extremos engastados, tal condição simula a existência de um pilar indeformável. Quanto à condição que simula a continuidade da laje, deve-se possuir uma vinculação que impeça os deslocamentos transversais a viga, pois uma laje adjacente impediria esta movimentação. Finalmente, tratando-se do engaste das lajes nas vigas, deve ser colocada uma condição que impeça o giro das nervuras ao longo das vigas de contorno. Como esta sendo simulando que existe continuidade da laje, utilizar este tipo de vínculo não deveria alterar os esforços existentes, porém, como está apresentado nos resultados deste trabalho, existe uma pequena diferença nos resultados do modelo I, que possui vinculações que simulam a existência de lajes adjacentes, e o modelo IA, que efetivamente possui estas lajes adjacentes. A figura 30 ilustra estas vinculações em uma região ampliada, para melhor visualização. Estas condições se estendem ao longo de todo o contorno.

Figura 30 – Condições de contorno no modelo I.



(fonte: elaborado pelo autor)

Uma vez caracterizada a geometria da laje, deve-se iniciar a aplicação das cargas sobre os elementos de casca. Para facilitar este procedimento, são selecionados todos os elementos e se utiliza a carga distribuída em área, no menu *assign*. Uma vez que a carga distribuída para todos os modelos é de  $4,35 \text{ KN/m}^2$  é com este valor que se deve preencher o campo *load*. A figura 31 demonstra como deve ser preenchida a respectiva janela. Como pode ser verificado, apenas foi utilizado um tipo de carga, considerada atuando permanentemente.

Figura 31 – Cargas aplicadas sobre as cascas nos modelos I, IA e II.

The image shows a dialog box for defining a load pattern. It has the following fields and options:

- Load Pattern Name:** A dropdown menu with a '+' icon and the text 'DEAD'.
- Units:** A dropdown menu with the text 'KN, m, C'.
- Uniform Load:**
  - Load:** A text input field containing '4,35'.
  - Coord System:** A dropdown menu with 'GLOBAL' selected.
  - Direction:** A dropdown menu with 'Gravity' selected.
- Options:**
  - Add to Existing Loads
  - Replace Existing Loads
  - Delete Existing Loads
- Buttons:** 'OK' and 'Cancel' buttons at the bottom.

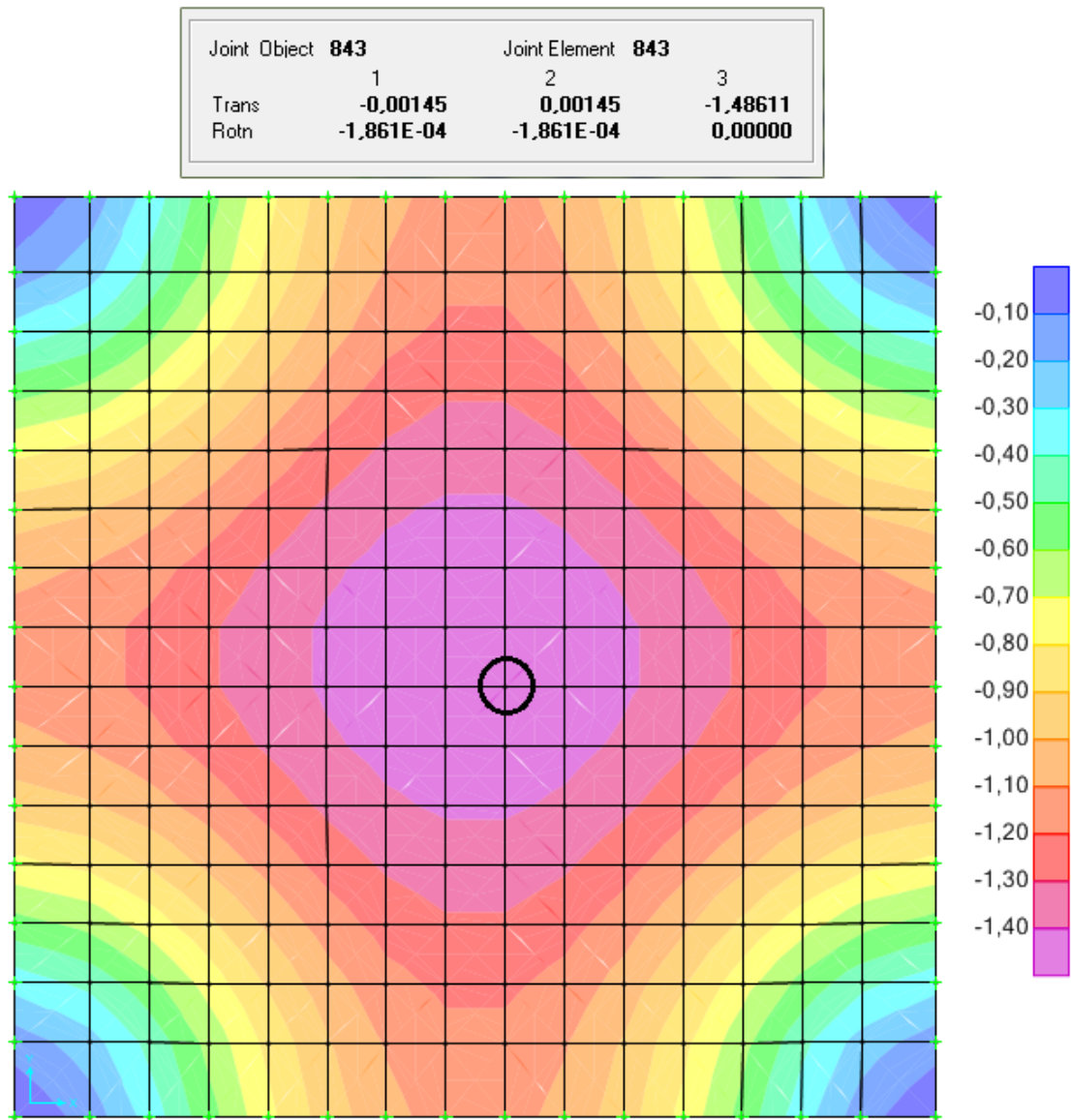
(fonte: elaborado pelo autor)

### 6.1.2 Obtenção dos resultados

Após definir todo o modelo, inicia-se a análise do modelo através do SAP2000 para que sejam fornecidos todos os resultados. Não sendo todos os resultados interessantes para o dimensionamento das lajes, apenas aqueles que são mais importantes no cotidiano de um engenheiro projetista são avaliados neste trabalho. Dentre estes resultados encontram-se a flecha, o momento fletor, o momento torsor, e o esforço cortante.

Uma vez que o software esteja apto a fornecer os resultados inicia-se a extração destes. A ordem que os resultados são obtidos é indiferente e, portanto, iniciou-se pela análise da flecha. Para visualizar a flecha, basta clicar no botão *Show deformed shape* e selecionar o deslocamento que interessa. Para a geometria da laje apresentada, completamente simétrica, e com carregamentos igualmente simétricos, a flecha máxima na laje está localizada sobre o centro geométrico da laje. Uma vez que os resultados são informados nos nós de cada elemento, clicando sobre os nós obtêm-se os diversos deslocamentos que ocorreram nestes pontos, dentre os deslocamentos de interesse esta o Uz, que representa o deslocamento ao longo de Z. Contudo, a laje de dimensão 975 centímetros não possui um nó central devido a forma que se dispuseram os elementos, este detalhe impede que leia-se os deslocamentos sobre o centro da laje. Este problema, contudo, não é muito grave, uma vez que os principais elementos responsáveis pelo deslocamento são as nervuras e, portanto, leu-se os deslocamentos nos nós mais próximas ao centro da laje. A figura 32 apresenta um dos nós mais próximos ao centro da laje envolto por um círculo preto. Deste nó foram determinados os deslocamentos apresentados na figura.

Figura 32 – Deslocamentos no modelo I.



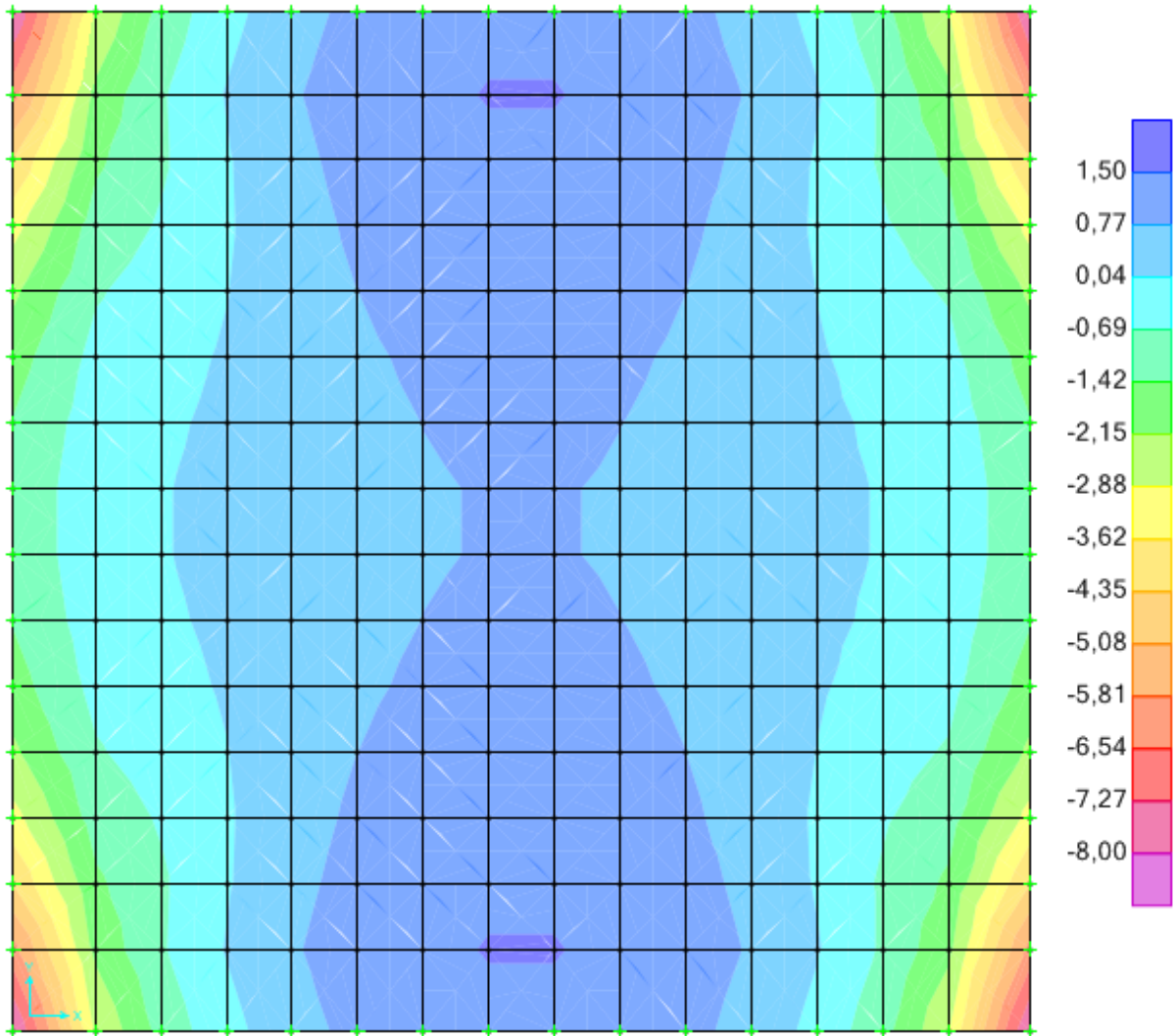
(fonte: elaborado pelo autor)

Uma vez que o modelo prevê a existência de apoios flexíveis, torna-se necessário determinar também a flecha no centro das vigas. A determinação da flecha na viga segue a mesma regra que a determinação na flecha no centro da laje, porém aplica-se a um lugar distinto. Todas as demais análises neste modelo podem ser acessadas a partir do botão *show forces/stresses*.

Após verificar a flecha, verificaram-se os momentos sobre a capa. Existem dois momentos fletores sobre os elementos de casca,  $M_{xx}$  e  $M_{yy}$ , e um momento torsor  $M_{xy}$ , o qual foi desconsiderado por apresentar valores muito baixos frente aos outros dois. Na análise do  $M_{xx}$  e  $M_{yy}$  deve se localizar os maiores valores no diagrama, os quais, neste modelo, sempre se

encontraram no centro da nervura mais próxima às vigas. A figura 33 representa a distribuição do  $M_{xx}$  ao longo da laje em KN.m/m.

Figura 33 – Distribuição do  $M_{xx}$  no modelo I.

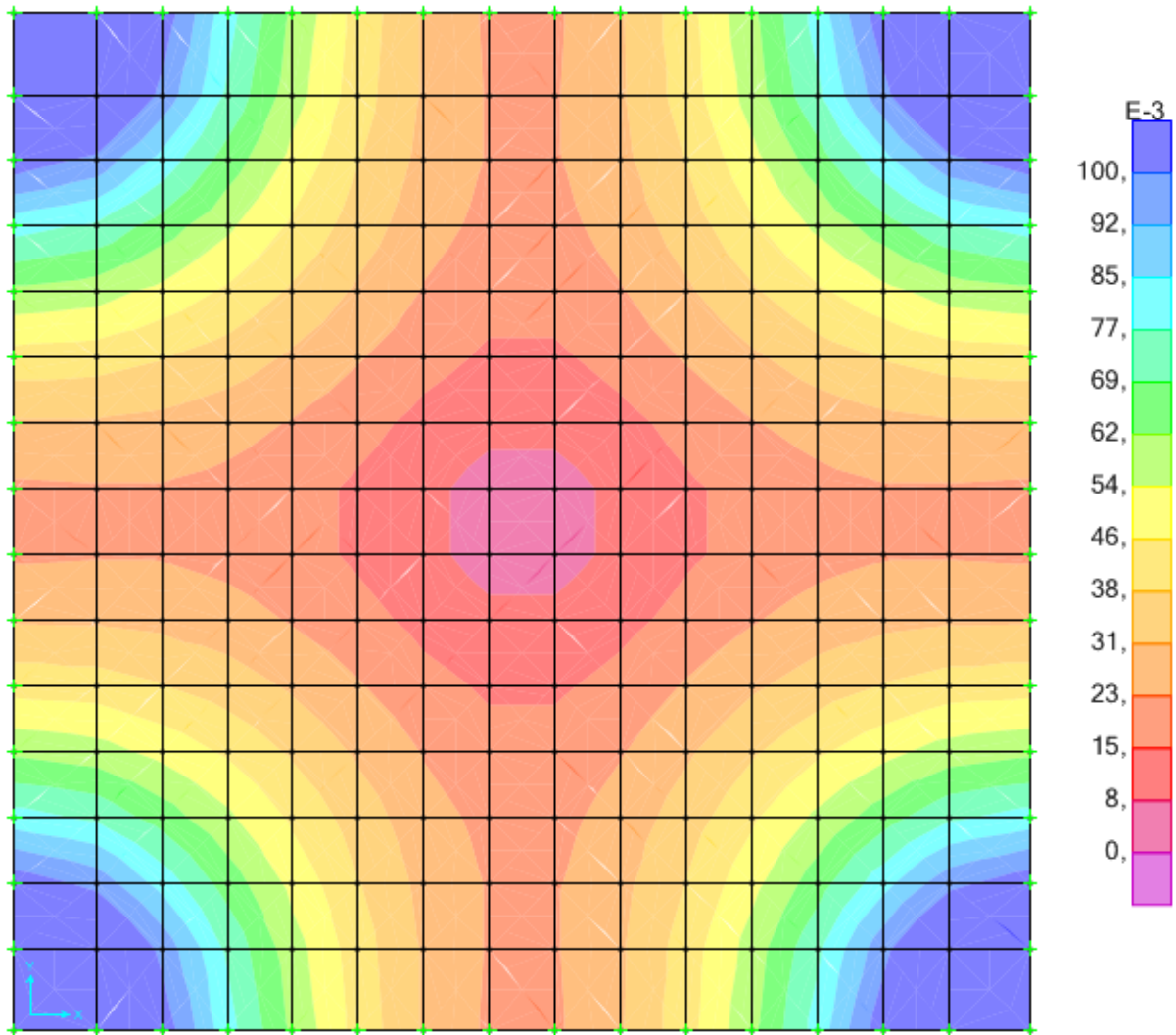


(fonte: elaborado pelo autor)

Após determinados os momentos na placa, verificou-se o cortante sobre estas. Como pode ser observado na figura 34, os valores máximos do cortante se encontram sobre os cantos engastados e sua distribuição se deve ao fato de o modelo não ser completamente rígido. Verifica-se também que no centro da laje os valores de esforço cortante são muito pequenos. Este comportamento é assim esperado e pode ser compreendido ao realizar uma analogia da laje através de uma viga, de forma que os cortantes máximos e mínimos ocorreriam nas mesmas posições que ocorreriam sobre a laje.



Figura 34 – Distribuição do cortante no modelo I.



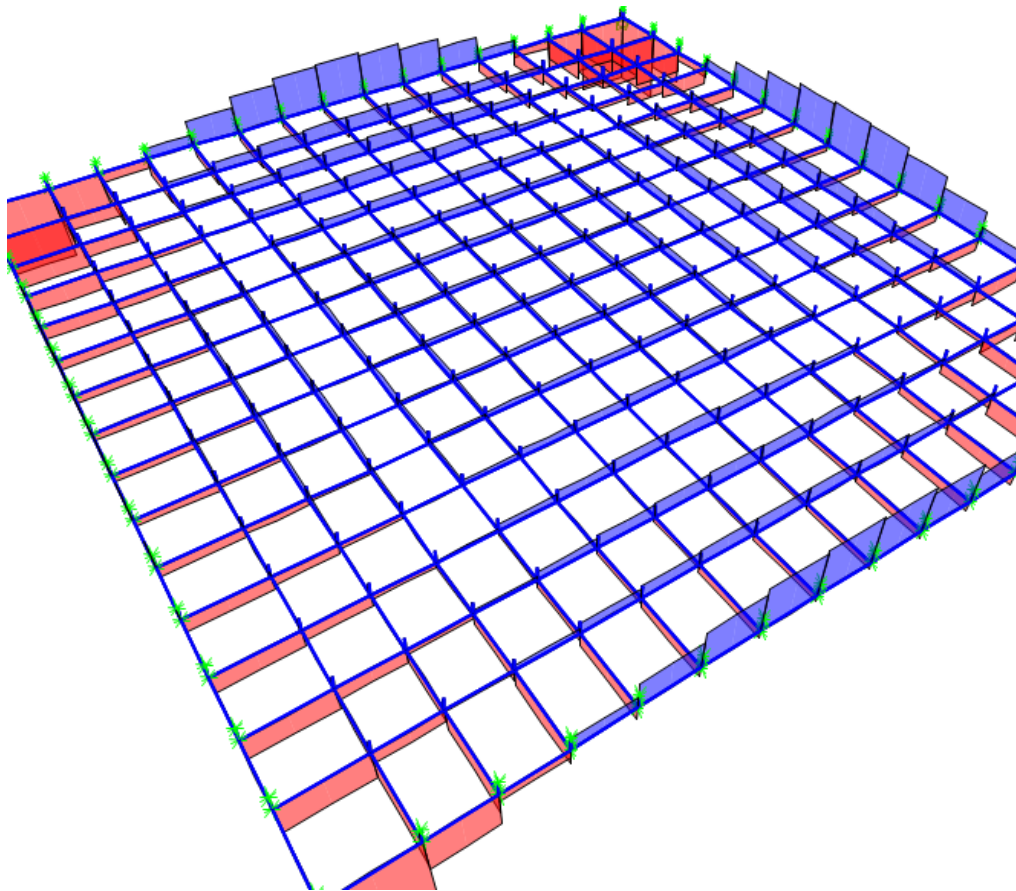
(fonte: elaborado pelo autor)

Após a análise da capa, analisaram-se as nervuras. Como existem nervuras tanto paralelas a direção X quanto paralelas a direção Y, deve-se determinar os valores máximos de momento torsor, momento fletor e esforço cortante em cada uma das direções.

Uma vez que o modelo em questão utiliza elementos de casca na sua capa superior, os diagramas de momento fletor nas nervuras ficam com aspecto serrilhado, pois a capa superior absorve estes esforços a cada barra que as conecta com as nervuras. Uma vez que estes valores são irrealistas, foi necessário realizar outro procedimento para a determinação dos momentos atuantes sobre as nervuras.

O procedimento mais correto que, nestas condições, pode ser realizado para determinar os momentos fletores nas nervuras consiste em determinar a força normal atuante nos elementos de barra e casca e multiplicando cada uma destas forças pelo seu braço de alavanca em relação ao centro geométrico da seção. Vale lembrar que estas forças possuem unidades diferentes e para torna-las compatíveis é necessário multiplicar a força normal atuante nos elementos de casca por alguma unidade de comprimento. A saber, foi utilizado o conceito de área de influência, sendo que a unidade de comprimento adotada foi meia distância até a nervura mais próxima em cada lado. Uma vez que o procedimento torna-se trabalhoso de ser realizado repetidas vezes, foi criada uma planilha eletrônica com a finalidade de realizar este procedimento de forma mais rápida. A figura 35 apresenta as forças axiais nos elementos de barra, a figura 36 as forças normais nos elementos de casca, na direção X, e na figura 37 consta a planilha utilizada. Ressalta-se que este mesmo procedimento foi utilizado para os momentos na direção X e Y, tomando-se o cuidado que a força normal na capa na direção Y possui um gráfico diferente.

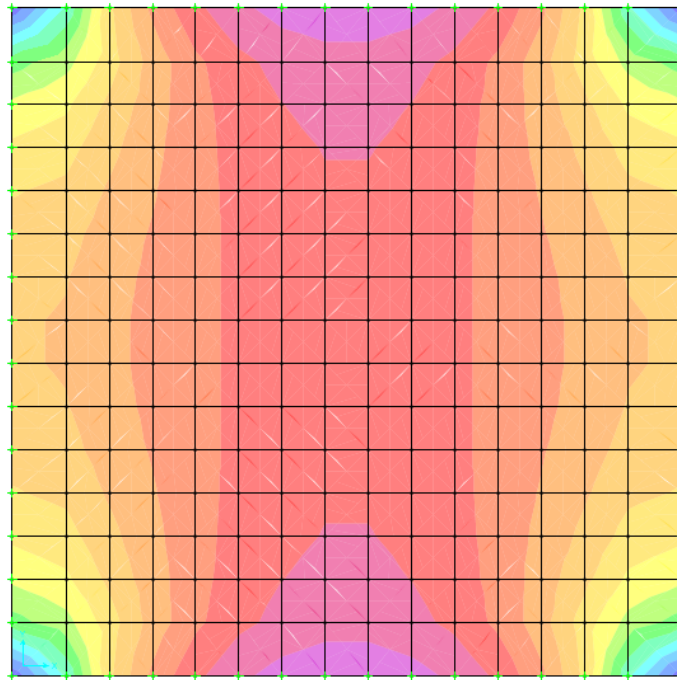
Figura 35 – Diagrama de esforço axial nas barras do modelo I.



(fonte: elaborado pelo autor)



Figura 36 – Diagrama de esforços normal na direção X na capa no modelo I.



(fonte: elaborado pelo autor)

Figura 37 – Representação da tabela utilizada para determinação do momento fletor no modelo I.

Laje 975x975 M1				
Parametros				
h	26 cm			
e	7,5 cm			
J	0 cm			
L	73,125 cm			
en	9,3 cm			

Solicitação				
Solicitação	Nervura		Capa	
	Horizontal	Vertical	Horizontal	Vertical
M +	1,8570475	1,8570475	0,155	0,155
M -	-3,6182604	-3,6182604	-0,827	-0,827
V	2,299	2,299	Cortante na capa	
Flecha		Critério	Valor	
Laje	1,486	1	1,356 cm	
Viga	1,137	2	-	
Relativa	0,349	3	-	

Força Axial				
Critério	Horizontal		Vertical	
	Positivo	Negativo	Positivo	Negativo
Nervura	10,075	-18,842	10,075	-18,842
Capa	-0,183	0,381	-0,183	0,381
Momento Direto	1,857047	-3,61826	1,857047	-3,6182604

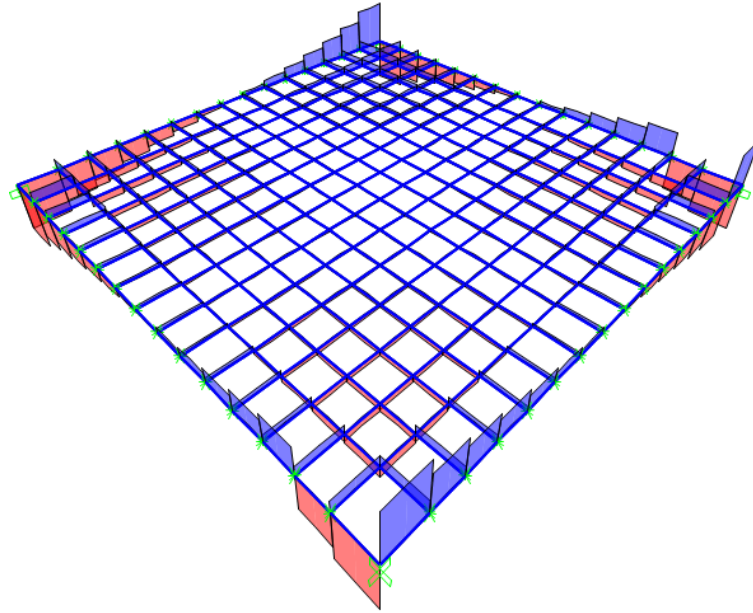
Parametros	
A1	548,4375 cm <sup>2</sup>
A2	241,8 cm <sup>2</sup>
CG	5,125231 cm
I1	2570,801 cm <sup>4</sup>
I'1	14406,35 cm <sup>4</sup>
I2	13621,4 cm <sup>4</sup>
I'2	32675,7 cm <sup>4</sup>
IT	63274,26 cm <sup>4</sup>

(fonte: elaborado pelo autor)

Quanto ao esforço cortante, este pode ser obtido diretamente das nervuras, com pequena perda de qualidade em seus resultados, uma vez que a capa contribui pouco neste esforço. Para determinar estes valores, examina-se o gráfico de esforço cortante nos elementos de barra.

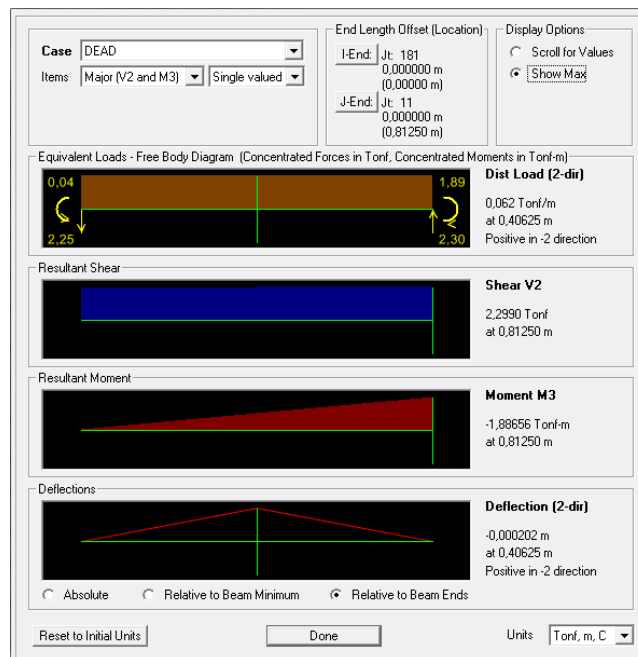
Uma vez neste diagrama, pode-se clicar sobre o trecho em questão e solicitar os valores máximos neste trecho ao programa, retornando assim os valores necessários. A figura 38 apresenta o diagrama de esforço cortante e a figura 39 apresenta a tela que é visualizada ao clicar sobre o trecho desejado.

Figura 38 – Esforço cortante sobre as barras no modelo I.



(fonte: elaborado pelo autor)

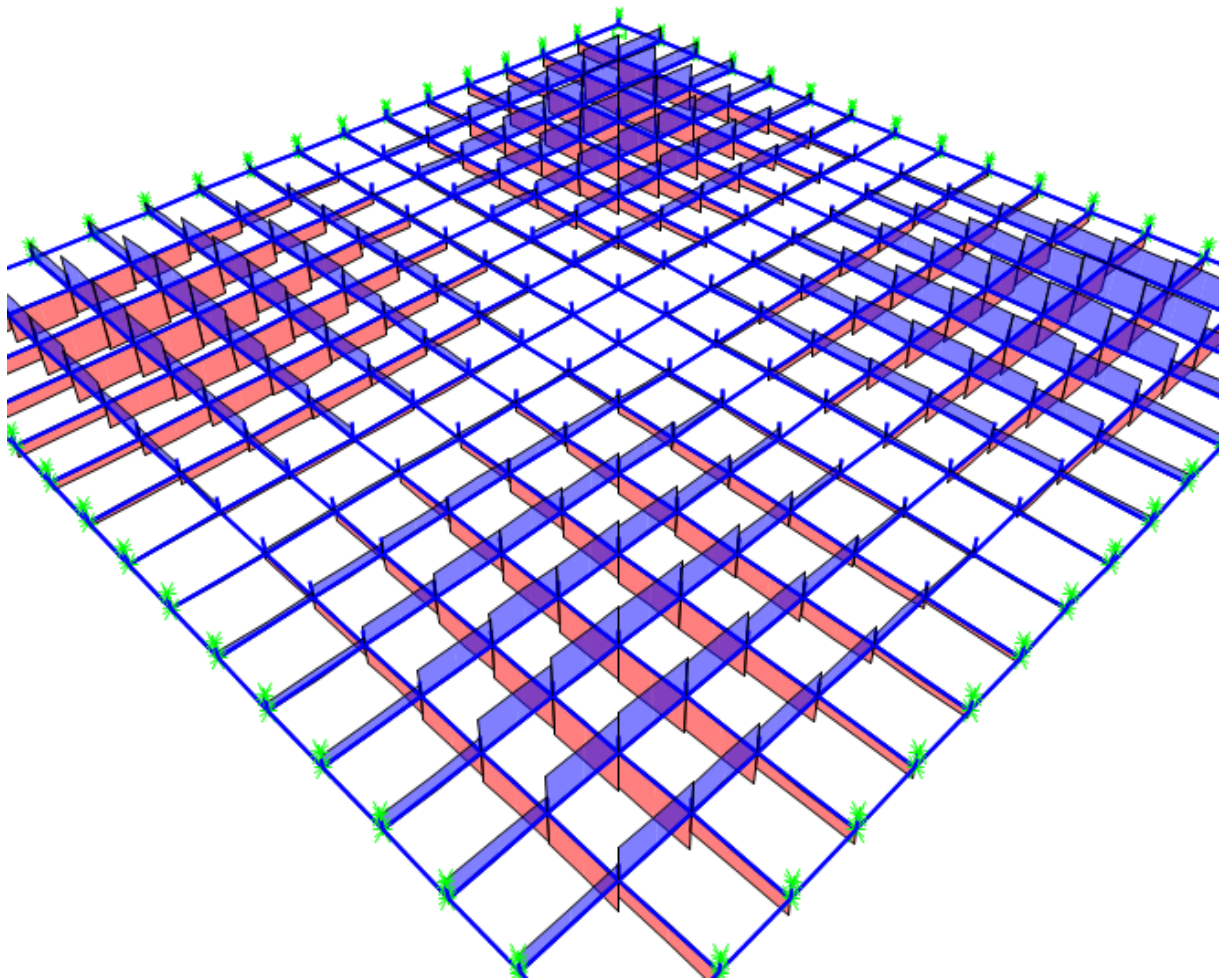
Figura 39 – Janela de visualização de esforços em trechos de barras no modelo I.



(fonte: elaborado pelo autor)

A última análise, referente ao esforço torsor, deve ser realizada visualizando-se o diagrama de momento torsor, no mesmo local que se visualizou os demais diagramas. A figura 40 apresenta os diagramas de momento torsor nas nervuras. Cabe ressaltar que os valores apresentados foram muito pequenos e que, devido a este motivo, eles não foram apresentados nos demais modelos e quanto menos nos resultados finais.

Figura 40 – Diagrama de momento torsor nas nervuras no modelo I.



(fonte: elaborado pelo autor)

Todos os valores de interesse foram anotados em uma planilha eletrônica para que, posteriormente, sejam comparados com os demais modelos. Os resultados para as demais lajes podem ser encontrados no capítulo 7.

## 6.2 MODELO IA

Este modelo foi elaborado como forma de verificar se a vinculação de contorno, atribuída ao modelo I, fornece resultados próximos ao desejado, supondo a existência de lajes adjacentes. Os elementos e os materiais envolvidos neste modelo são idênticos aos apresentados no modelo I, a única diferença em relação a este é o fato de que no modelo IA as únicas restrições atribuídas foram aquelas relativas aos pilares e para simular a existência de lajes adjacentes modelaram-se lajes idênticas adjacentes a laje em estudo. Tal como no item 6.1, este item foi dividido em dois: **Modelagem** e **obtenção dos resultados**.

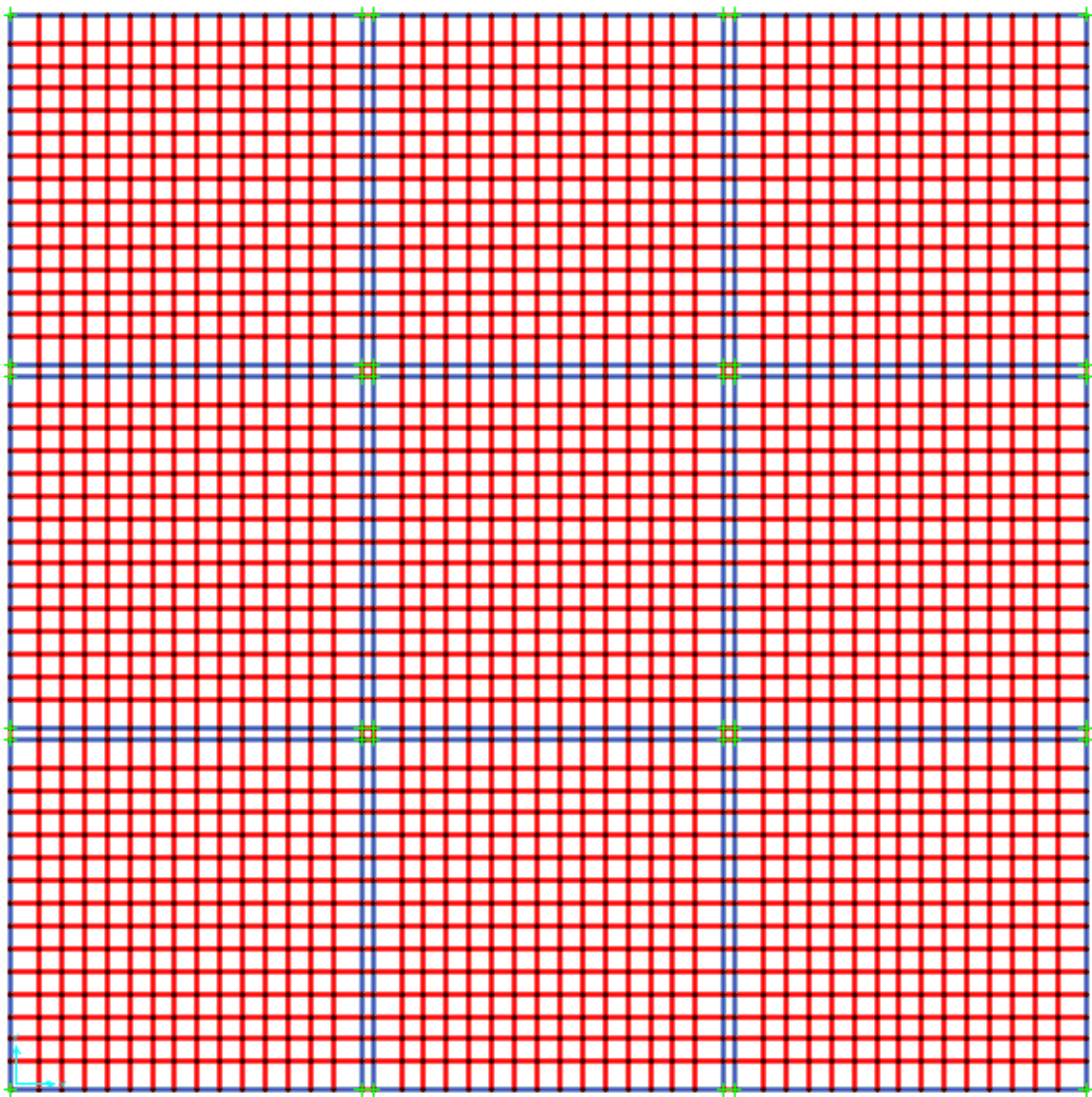
### 6.2.1 Modelagem

Devido a alta similaridade com o modelo I, para elaborar este modelo partiu-se do modelo I. A laje do modelo I foi copiada oito vezes, de forma a apresentar uma laje central envolta por oito lajes idênticas. Obviamente, as vinculações de simetria foram removidas, apenas restando as vinculações referentes aos pilares. Ressalta-se que no modelo I apenas foi apresentada metade da viga de contorno e neste modelo deve ser representada a viga toda. Existem duas formas de fazer isso, uma é retirando as vigas de contorno e inserindo um novo elemento com as dimensões corretas, porém, ao se realizar desta forma, as nervuras próximas a viga possuiriam um vão quase duas vezes maior do que deveria apresentar. A outra forma de realizar esta modelagem é fazendo-se dois elementos de barra representando a viga de contorno, estes elementos devem estar conectados em todos seus nós para que ambas apresentem um comportamento homogêneo. Esta última foi utilizada pois os resultados sobre as vigas não foram avaliados neste trabalho.

Ao copiar a laje para as posições que estas devem adquirir, deixa-se um afastamento igual a meia largura da viga, no caso 32,5 centímetros, pois caso isso não fosse respeitado, haveria uma sobreposição dos elementos. Em cada nó deste conjunto deve existir um elemento interligando ambas vigas. Realizando comparações com o modelo III, no CAD/TQS®, o qual também foi modelado com lajes adjacentes, devido a limitações do software, verificou-se que utilizar um elemento muito rígido nessas ligações é o ideal para que exista uma pequena variação nos resultados. Os elementos adotados para estas ligações possuem a mesma seção transversal dos elementos de viga, porém são constituídos pelo material denominado indeformável.

Após posicionados os elementos de ligação entre as lajes, é necessário dispor elementos de placa sobre estes vãos formados. Estes elementos de casca podem ser as mesmas já posicionadas no interior da laje e devem possuir a mesma carga que estas. Ao posicionar estes elementos, o modelo esta pronto para ser analisado. A figura 41 representa a configuração final deste modelo no qual, em azul, estão representadas as vigas deste modelo.

Figura 41 – Aspecto final da laje no modelo IA.



(fonte: elaborado pelo autor)

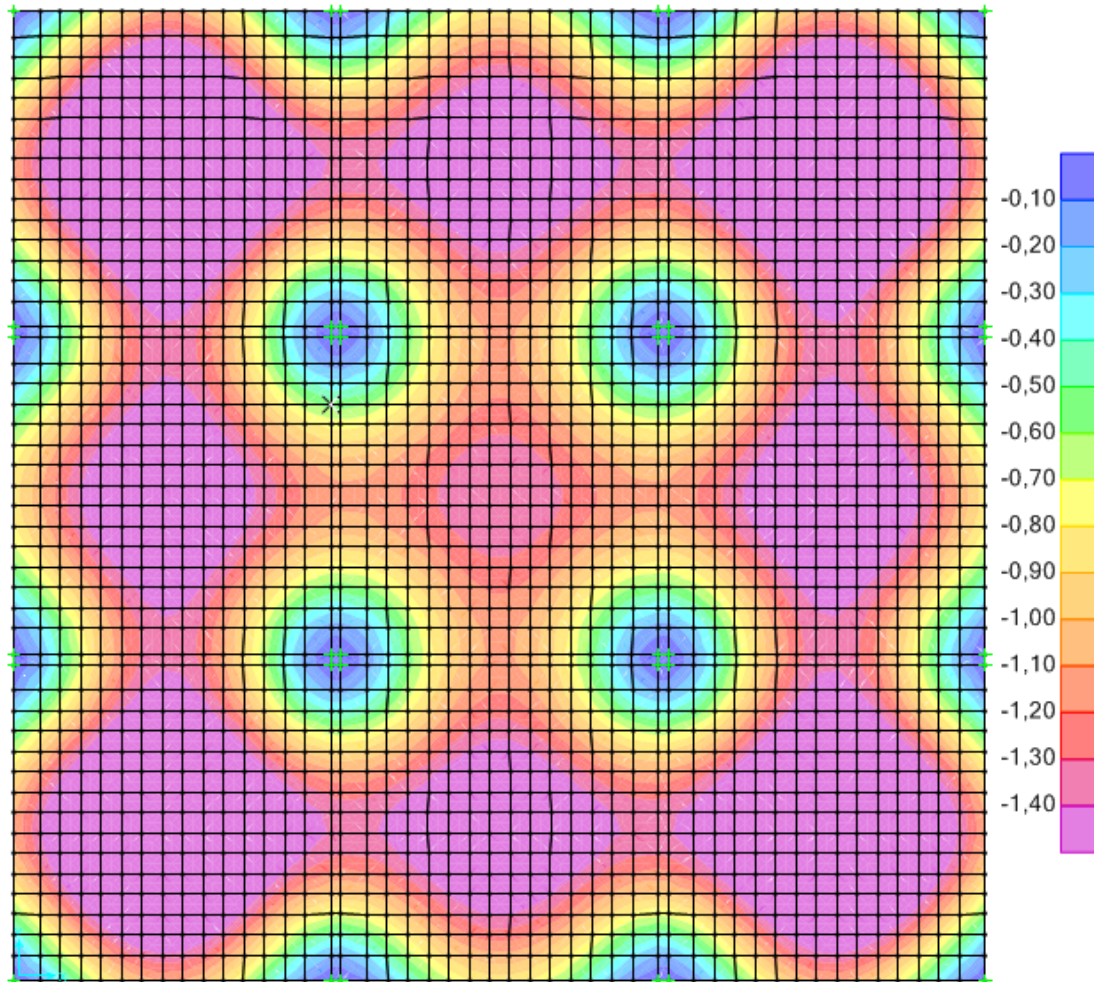
## 6.2.2 Obtenção dos resultados

Para se obter os resultados neste modelo, deve-se proceder da mesma forma realizada no modelo anterior. Deve-se perceber, contudo, que nem todos os valores apresentados são



relevantes, uma vez que apenas se está interessado nas solicitações apresentadas pela laje central. A figura 42 mostra as flechas do modelo IA. A figura 87, na página 105, compara os momentos fletores na direção X obtidos para os modelos I e IA.

Figura 42 – Flechas no modelo IA.



(fonte: elaborado pelo autor)

### 6.3 MODELO II

Devido ao tipo de elemento aplicado neste modelo, o modelo II foi o de maior dificuldade, tanto na modelagem quanto na obtenção dos resultados. Além disso, para obter um resultado mais preciso, foi necessário utilizar elementos quadráticos em todo modelo. Assim como nos itens 6.1 e 6.2, este item foi dividido em dois: **modelagem** e **obtenção dos resultados**.

### 6.3.1 Modelagem

Para a modelagem deste modelo, tal como realizado no modelo I, foi gerado um arquivo *grid only* para auxiliar na disposição dos elementos. Devido ao fato de este modelo apresentar dois elementos de casca quadrática na altura da nervura, o *grid* gerado neste modelo é diferente daquele gerado no modelo I. A figura 43 apresenta as dimensões que o *grid* deve possuir para a laje de 975x 975 centímetros entre faces de vigas.

Figura 43 – Dados do *grid* no modelo II.

Parameter	Value
Coordinate System Name	GLOBAL
Number of Grid Lines	
X direction	16
Y direction	16
Z direction	5
Grid Spacing	
X direction	65
Y direction	65
Z direction	8,375
First Grid Line Location	
X direction	0,
Y direction	0,
Z direction	0,

(fonte: elaborado pelo autor)

Criado o arquivo, devem-se utilizar os mesmos materiais apresentados no modelo I. No caso deste modelo, apenas foi necessário utilizar o concreto, cujas propriedades já foram descritas e apresentadas no modelo I, tal como pode ser observado na figura 21. Com os materiais definidos, torna-se necessário definir as seções dos elementos pertencentes ao modelo. Todos os elementos utilizados neste modelo são do tipo casca espessa, os quais consideram deformação por corte. A espessura de cada elemento já foi apresentada no capítulo 5, exceto a das vigas as quais, por padrão, foi adotado 32,5 centímetros para todos modelos. A figura 44 apresenta as características apresentadas pelas nervuras neste modelo.

Figura 44 – Dados das nervuras no modelo II.

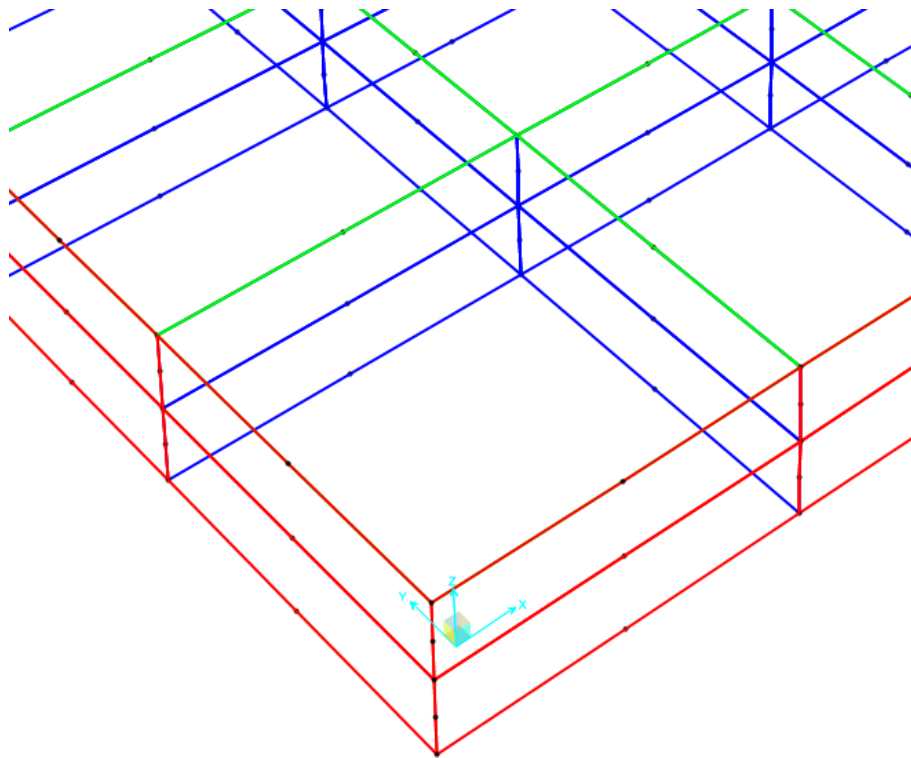
The image shows a software dialog box for defining section properties. The 'Section Name' is 'Nervuras'. The 'Section Notes' field has a 'Modify/Show...' button. The 'Display Color' is a green square. The 'Type' section has radio buttons for 'Shell - Thin', 'Shell - Thick' (selected), 'Plate - Thin', 'Plate Thick', 'Membrane', and 'Shell - Layered/Nonlinear'. There is a 'Modify/Show Layer Definition...' button below the type options. The 'Material' section has a 'Material Name' dropdown set to 'Concreto C35' and a 'Material Angle' input field set to '0'. The 'Thickness' section has input fields for 'Membrane' and 'Bending', both set to '9.3'. The 'Concrete Shell Section Design Parameters' section has a 'Modify/Show Shell Design Parameters...' button. The 'Stiffness Modifiers' section has a 'Set Modifiers...' button. The 'Temp Dependent Properties' section has a 'Thermal Properties...' button. 'OK' and 'Cancel' buttons are at the bottom.

(fonte: elaborado pelo autor)

Uma vez definida as propriedades de cada elemento, foi necessário posicioná-los sobre o *grid*. Assim como nos demais modelos, a viga de contorno deve ficar afastada deste *grid* de um valor igual ao adotado no modelo I. Diferentemente dos modelos anteriores, neste modelo as nervuras e as vigas não são um elemento de barra. Tal detalhe aumenta a dificuldade em dispor estes elementos no modelo. Lembra-se que na direção da altura das nervuras e da viga devem ser utilizados dois elementos de cascas quadráticos, tal como pode ser observado na figura 45. Aqueles nós intermediários ao elemento são os responsáveis, juntamente com as funções de interpolação, por transformar os elementos de casca linear em elementos de cascas quadráticas. Em vermelho estão os elementos que representam as vigas, em azul aqueles que representam as nervuras e em verde aqueles que representam a capa superior.



Figura 45 – Representação da geometria no modelo II.

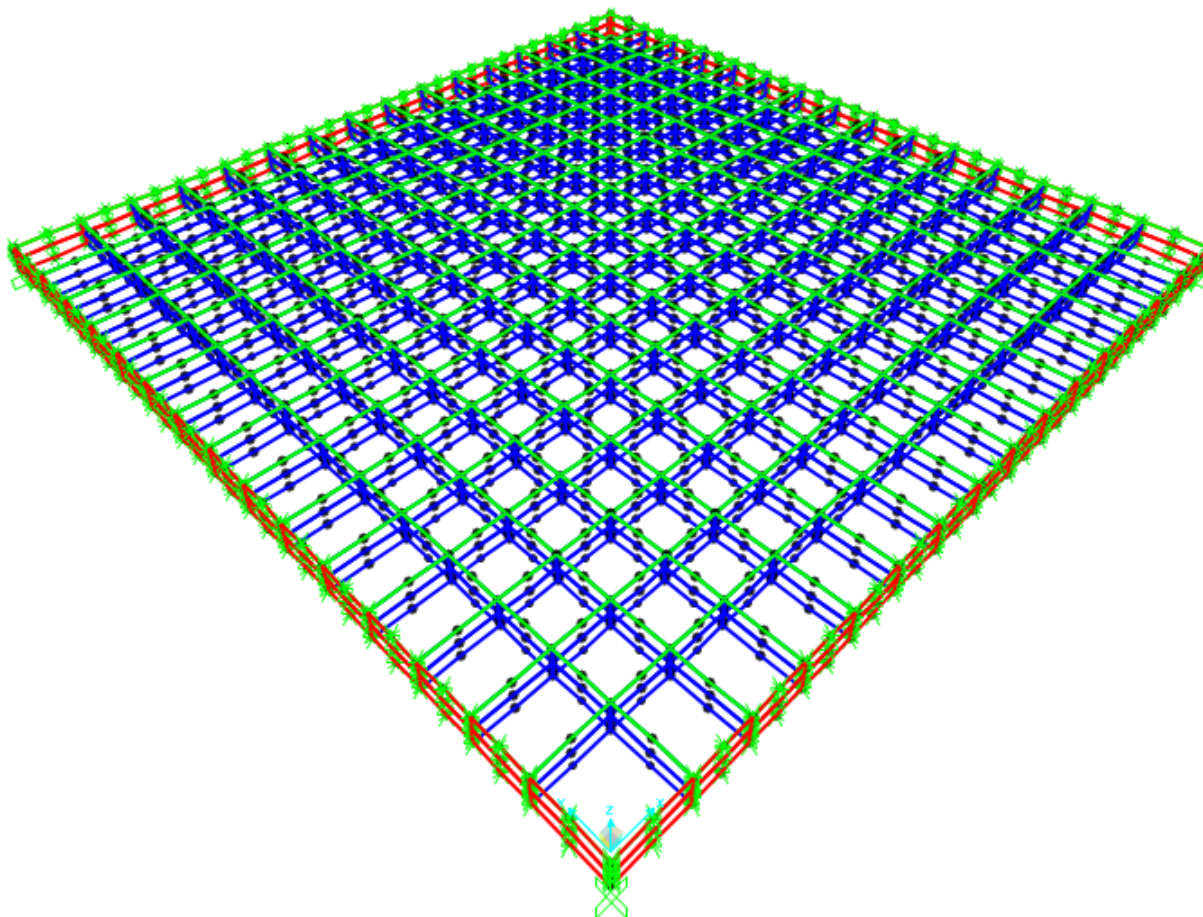


(fonte: elaborado pelo autor)

As vinculações neste modelo devem seguir as mesmas regras das vinculações no Modelo I. Porém, deve-se tomar o cuidado de vincular todos os nós que se localizam sobre a fronteira. A figura 46 demonstra o aspecto geométrico final da laje após a aplicação das vinculações.

Após a determinação da geometria da laje foi necessário aplicar as cargas sobre a capa superior. Diferentemente do que foi realizado no modelo I, aqui não é possível selecionar todos os elementos, uma vez que as nervuras e vigas também são elementos de casca. Então, os elementos que devem possuir carga devem ser selecionados um a um para acrescentar as cargas em todos estes simultaneamente. Estando toda modelagem concluída, inicia-se o processo de análise do modelo através do software.

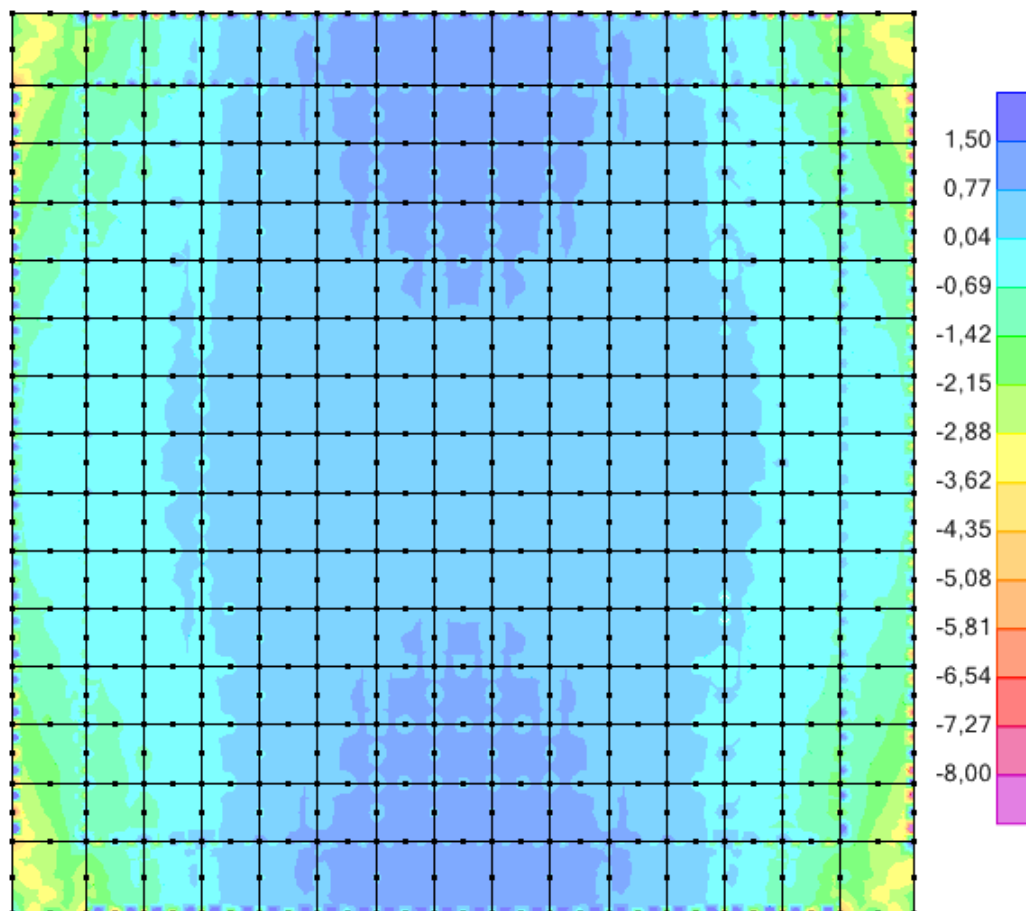
Figura 46 – Representação da geometria final no modelo II.



(fonte: elaborado pelo autor)

### 6.3.2 Obtenção dos resultados

A análise foi iniciada pela flecha, as quais devem ser analisadas segundo os mesmos parâmetros adotados no modelo I. Após a análise das flechas foi iniciada a análise dos elementos da capa superior. Ressalta-se que os resultados obtidos ainda não precisam sofrer nenhum ajuste por já apresentarem as mesmas unidades das capas superiores dos demais modelos. O momento fletor na capa superior pode ser determinado da mesma forma que no modelo I e IA, basta verificar qual o maior momento apresentado na capa. Leva-se em consideração que eventuais imprecisões do modelo devem ser desconsideradas. Para realizar uma análise mais rápida, pode-se verificar nos modelos anteriores qual foi a região que apresentou maiores solicitações e, nesta região, obter as solicitações desejadas. A figura 47 apresenta o diagrama de momentos  $M_{xx}$ .

Figura 47 – Diagramas de  $M_{xx}$  no modelo II.

(fonte: elaborado pelo autor)

Como pode se visualizar na figura 47, o software realizou uma discretização dos elementos de cascas quadráticas muito mais refinada do que a utilizada nos modelos I e IA. Este maior refinamento deveria ser realizado principalmente nos elementos próximos aos pilares, o que não ocorreu, visto que apresentaram um menor refinamento. No entanto, isso não interfere no resultado uma vez que a discretização está muito acima da requerida para este problema.

Ainda na figura 47, pode-se perceber que o aspecto da distribuição do  $M_{xx}$  é diferente do apresentado no modelo I, na figura 33. Estas diferenças são esperadas, uma vez que no modelo II existe um refinamento muito maior além da utilização de elementos quadráticos, que são mais adequados a este tipo de análise.

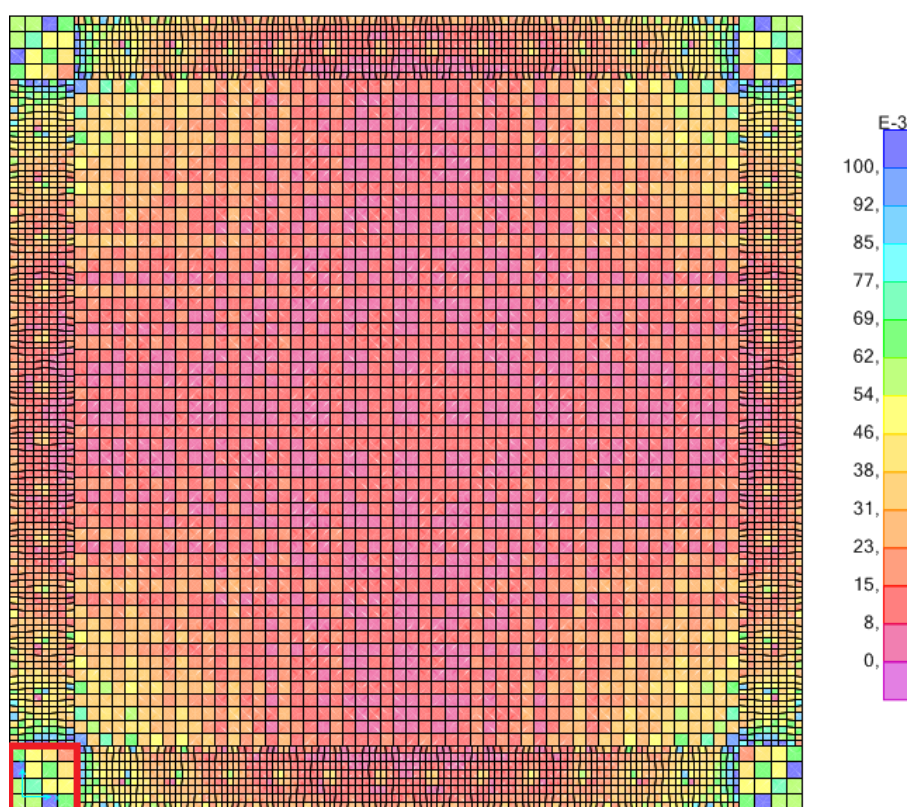
Após analisar o momento  $M_{xx}$  e  $M_{yy}$ , desconsiderou-se mais uma vez o momento  $M_{xy}$  para apresentar coerência frente aos modelos I e IA, inicia-se a análise do esforço cortante na capa superior. Uma vez que o esforço cortante é obtido através da integração dos momentos, parte

da qualidade da solução é perdida neste processo. Para a análise do esforço cortante não foi adotado o maior valor, uma vez que este é um valor muito elevado frente aos outros modelos. Para resolver este problema foram adotados três critérios para tentar comparar os esforços aos outros modelos:

- a) critério 1: realiza-se a média entre todos os subelementos dentro do elemento mais solicitado ao esforço cortante;
- b) critério 2: realiza-se a média entre 13/16 dos subelementos dentro do elemento mais solicitado ao esforço cortante, os 3/16 elementos não considerados são os elementos mais próximos do interior da laje;
- c) critério 3: realiza-se a média entre 10/16 dos subelementos dentro do elemento mais solicitado ao esforço cortante, os 6/16 elementos não considerados são os elementos mais próximos do interior da laje.

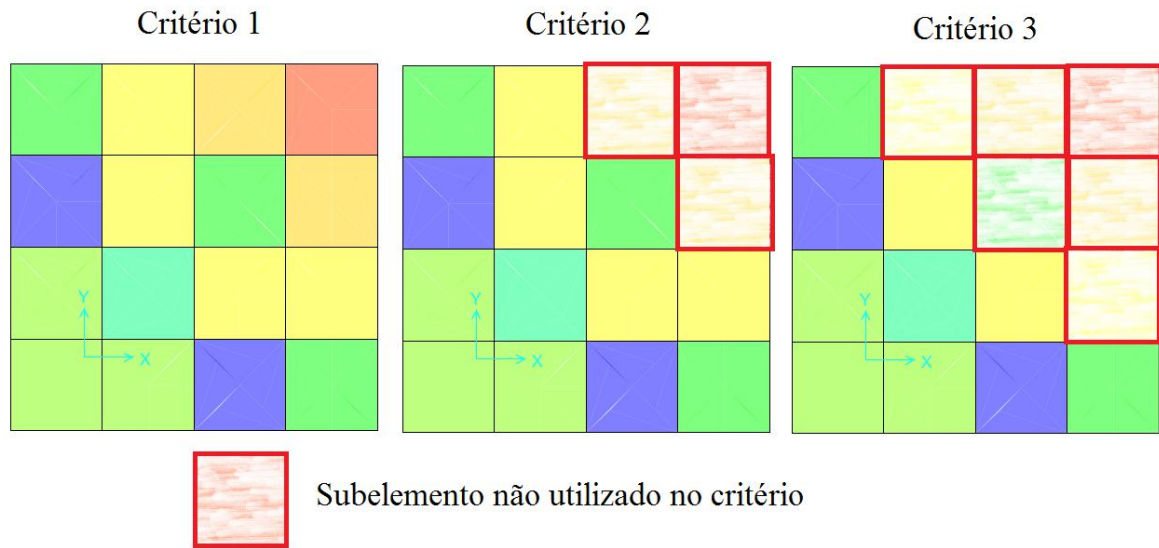
A figura 48 representa o diagrama de esforço cortante em toda laje e o elemento de maior solicitação a este esforço. Vale lembrar que este valor máximo se aplica aos quatro cantos e não apenas ao assinalado. A figura 49 representa os três critérios apresentados, bem como demonstra o que são os subelementos referidos.

Figura 48 – Distribuição do esforço cortante na capa superior do modelo II.



(fonte: elaborado pelo autor)

Figura 49 – Critérios para análise de cortante na capa superior no modelo II.



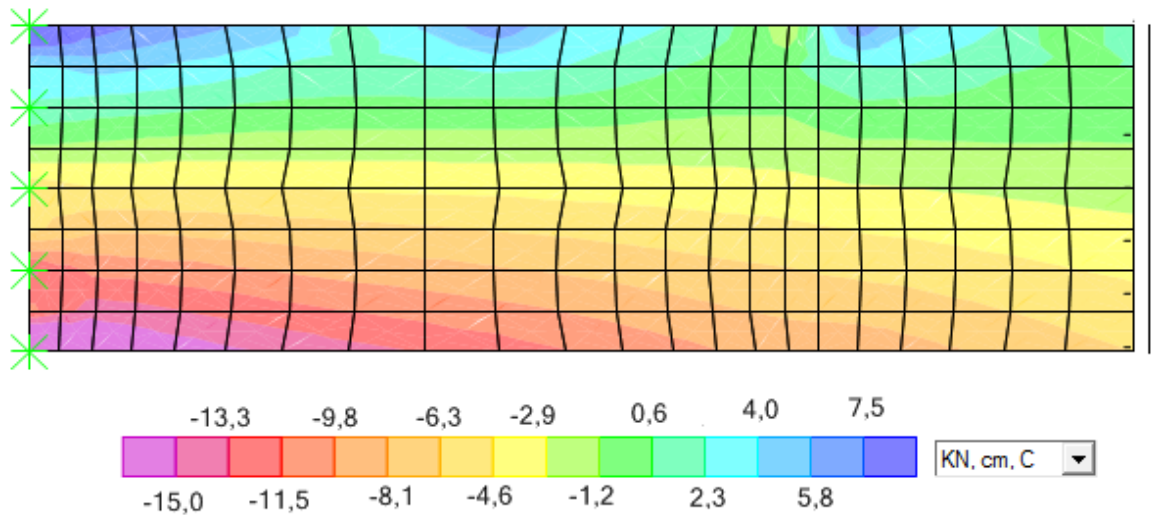
(fonte: elaborado pelo autor)

Uma vez determinadas as solicitações sobre os elementos da capa superior, inicia-se a determinação dos esforços sobre as nervuras. Levando-se em conta que os elementos aqui apresentados não são barras, os resultados de solicitações são apresentados em quilo Newton por unidade de comprimento. Estes valores não são comparáveis com os resultados obtidos nos demais modelos e, por este motivo, foi realizado uma adequação das solicitações para que retorne o momento fletor de uma barra equivalente e o esforço cortante de uma barra equivalente.

Inicialmente, apresenta-se como foi realizada a conversão do momento fletor de um elemento de casca para um momento fletor de barra equivalente. Para isso, verificou-se quais são as regiões mais solicitadas da nervura nos outros modelos. Isso evita que seja perdido tempo analisando todos os nós das nervuras. Após localizada a região, exibe-se apenas os resultados de F11 para a seção. Uma vez em posse dos valores de F11 determina-se o centro geométrico da seção e verifica-se o momento produzido por esta força em torno deste ponto. A figura 50 apresenta os resultados das forças F11 para a laje com 975x975 centímetros entre faces de vigas no trecho de nervura junto à viga, na qual ocorrem momentos negativos e a figura 51 apresenta a altura da linha neutra para esta mesma região, demonstrando que a linha neutra não encontra-se sobre o centro geométrico da seção.

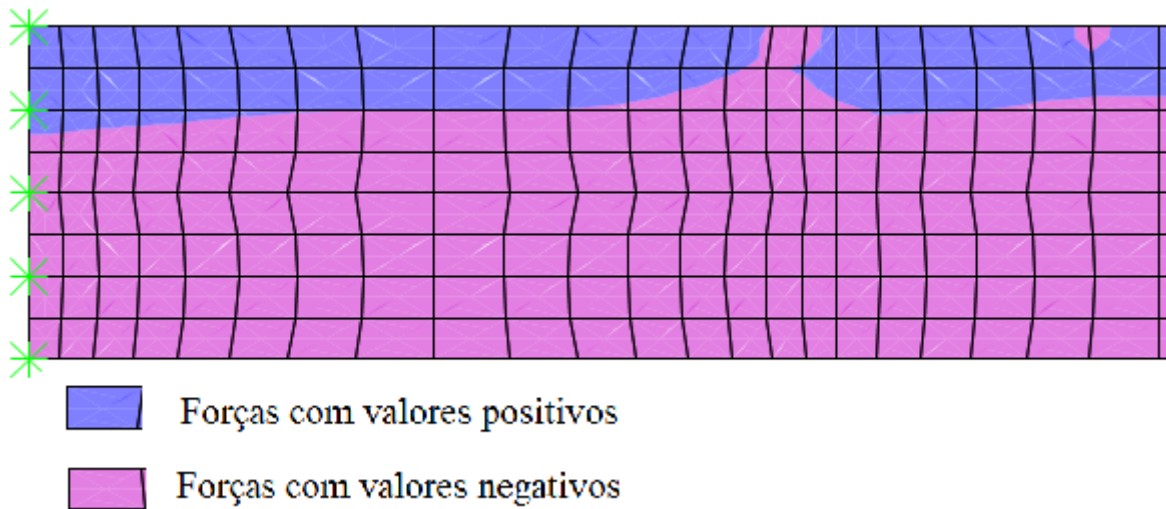


Figura 50 – Forças F11 nas nervuras engastadas na viga no modelo II.



(fonte: elaborado pelo autor)

Figura 51 – Interface entre forças positivas e negativas nas nervuras do modelo II.



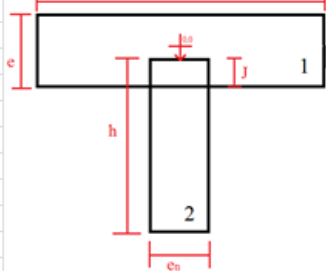
(fonte: elaborado pelo autor)

Para determinar o momento fletor equivalente a uma barra foi utilizada uma planilha eletrônica a qual realizava este processo de maneira mais rápida, sem ela tornar-se-ia inviável analisar as 72 seções relativas às 18 lajes do modelo II. A planilha eletrônica realiza o seguinte procedimento:

- entrada da força F11 na seção considerada;
- entrada dos parâmetros da laje em questão;
- determinação da altura do nó que cada força é aplicada;
- delimitação da área de influência de cada nó;
- determinação do momento fletor parcial de cada força, realizado multiplicando-se a força pela área de influência do nó pela distância do centro da área de influência até o centro geométrico da seção;
- soma dos momentos fletores parciais.

O procedimento correto deveria ter considerado integração, porém não é possível realizar este procedimento devido ao número limitado de informações e, portanto, foi realizado um somatório destas forças. Devido a esta limitação, o conceito de área de influência teve que ser utilizado. A figura 52 é uma representação da planilha utilizada para realizar este procedimento para os momentos fletores nas nervuras horizontais e verticais. Outra forma de realizar este procedimento seria determinando uma equação de interpolação e realizando a integral tendo como base esta função.

Figura 52 – Planilha para cálculo dos momentos fletores nas nervuras do modelo II.

Laje 975x975 M2					4,1875								<table border="1"> <thead> <tr> <th colspan="2">Parametros</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>A1</td> <td>548,4375 cm<sup>2</sup></td> </tr> <tr> <td>A2</td> <td>311,55 cm<sup>2</sup></td> </tr> <tr> <td>CG</td> <td>6,068068 cm</td> </tr> <tr> <td>I1</td> <td>2570,801 cm<sup>4</sup></td> </tr> <tr> <td>I'1</td> <td>20194,26 cm<sup>4</sup></td> </tr> <tr> <td>I2</td> <td>29136,42 cm<sup>4</sup></td> </tr> <tr> <td>I'2</td> <td>35549 cm<sup>4</sup></td> </tr> <tr> <td>IT</td> <td>87450,48 cm<sup>4</sup></td> </tr> </tbody> </table>				Parametros		A1	548,4375 cm <sup>2</sup>	A2	311,55 cm <sup>2</sup>	CG	6,068068 cm	I1	2570,801 cm <sup>4</sup>	I'1	20194,26 cm <sup>4</sup>	I2	29136,42 cm <sup>4</sup>	I'2	35549 cm <sup>4</sup>	IT	87450,48 cm <sup>4</sup>
Parametros																																		
A1	548,4375 cm <sup>2</sup>																																	
A2	311,55 cm <sup>2</sup>																																	
CG	6,068068 cm																																	
I1	2570,801 cm <sup>4</sup>																																	
I'1	20194,26 cm <sup>4</sup>																																	
I2	29136,42 cm <sup>4</sup>																																	
I'2	35549 cm <sup>4</sup>																																	
IT	87450,48 cm <sup>4</sup>																																	
Parametros																																		
h	33,5 cm																																	
e	7,5 cm																																	
J	3,75 cm																																	
L	73,125 cm																																	
en	9,3 cm																																	
Forças nodais																																		
Ponto	Horizontal		Vertical		Horizontal		Vertical		Ponto	Area de influência		Altura da força																						
	Positivo	Negativo	Positivo	Negativo	Positivo	Negativo	Positivo	Negativo		Inicio	Fim																							
F11(1)	-0,258	1,188	-0,258	1,188	2,712386	-12,4896	2,712386	-12,4896	P1	0	2,09375	0																						
F11(2)	-0,119	0,369	-0,119	0,369	0,93711	-2,90583	0,93711	-2,90583	P2	2,09375	6,28125	4,1875																						
F11(3)	0,013	0,205	0,013	0,205	0,125584	1,980357	0,125584	1,980357	P3	6,28125	10,46875	8,375																						
F11(4)	0,149	-0,142	0,149	-0,142	4,05212	-3,86175	4,05212	-3,86175	P4	10,46875	14,65625	12,5625																						
F11(5)	0,273	-0,597	0,273	-0,597	12,21145	-26,7042	12,21145	-26,7042	P5	14,65625	18,84375	16,75																						
F11(6)	0,401	-0,605	0,401	-0,605	24,96856	-37,6708	24,96856	-37,6708	P6	18,84375	23,03125	20,9375																						
F11(7)	0,529	-1,392	0,529	-1,392	42,21468	-111,083	42,21468	-111,083	P7	23,03125	27,21875	25,125																						
F11(8)	0,659	-1,125	0,659	-1,125	64,14446	-109,503	64,14446	-109,503	P8	27,21875	31,40625	29,3125																						
F11(9)	0,789	-2,483	0,789	-2,483	43,58729	-137,17	43,58729	-137,17	P9	31,40625	33,5	33,5																						
Critério	1																																	
Pnt. Ref.	6,0680678	6,0680678	6,0680678	6,0680678																														
					<table border="1"> <thead> <tr> <th>Mx (+)</th> <th>Mx (-)</th> <th>My (+)</th> <th>My (-)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1,95</td> <td>-4,394</td> <td>1,95</td> <td>-4,394</td> </tr> </tbody> </table>				Mx (+)	Mx (-)	My (+)	My (-)	1,95	-4,394	1,95	-4,394																		
Mx (+)	Mx (-)	My (+)	My (-)																															
1,95	-4,394	1,95	-4,394																															
					Valores em tn.m																													

(fonte: elaborado pelo autor)

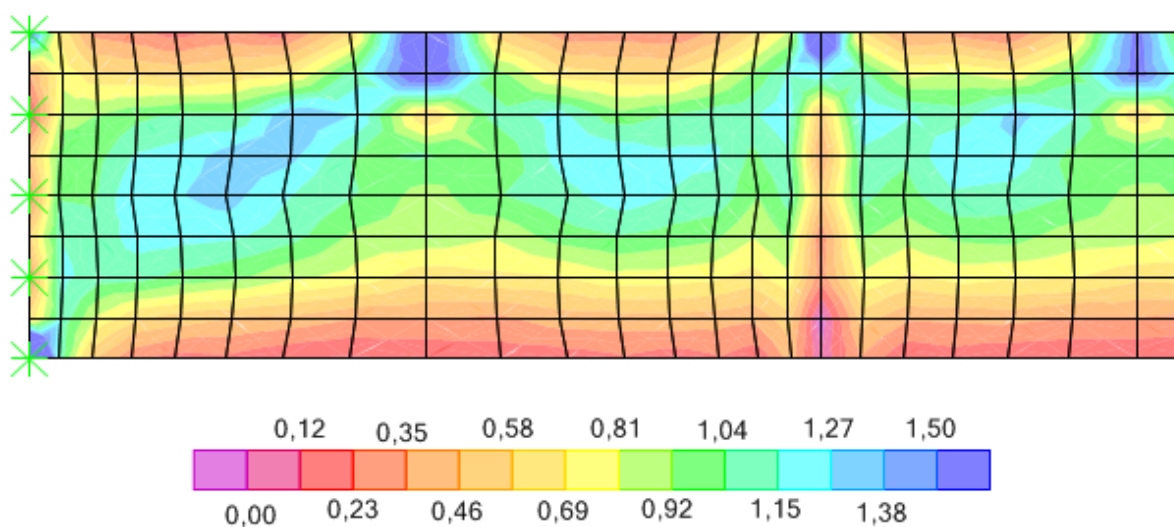
Determinados os momentos fletor, deve-se calcular o esforço cortante sobre as nervuras. Tal como no caso dos momentos, o esforço cortante para elementos de cascas esta em KN/cm e, por este motivo, também sofreram adequações para representar um cortante de uma barra equivalente.

De forma simplificada, para determinar o esforço cortante, deve-se multiplicar a força de corte na região pelo comprimento que esta força esta atuando. Uma vez que existem diversas forças e podem ser admitidos diversos comprimentos de atuação das forças, foram adotadas três hipóteses para verificar aquele que mais se enquadra nos resultados de outros modelos:

- a) critério 1: o comprimento que multiplica cada força é a altura referente a área de influência do respectivo nó;
- b) critério 2: o comprimento que multiplica cada força é a distância entre os nós;
- c) critério 3: primeiramente faz-se uma força média de corte na seção e, posteriormente, multiplica-se pela altura total da laje.

A força de corte referida no parágrafo anterior não pode ser o esforço cortante sobre o elemento de casca, uma vez que este esforço é perpendicular ao plano médio da nervura. Devido a isso, verificou-se que a força adequada a se utilizar é a força F12. A figura 53 apresenta a distribuição das forças F12 ao longo da região mais solicitada da nervura, junto à viga de contorno.

Figura 53 – Distribuição da força F12 nas nervuras do modelo II.



(fonte: elaborado pelo autor)



Assim como no caso do momento fletor, foi utilizada uma planilha eletrônica para determinar o esforço cortante equivalente em uma barra. Nesta planilha consta o valor do esforço cortante determinado através de cada um dos critérios de cálculo apresentados e, tal como no caso dos momentos, realiza-se o somatório. Mais uma vez ressalta-se que o ideal seria realizar uma integração, porém este procedimento não é possível nesta circunstância. A figura 54 apresenta uma visualização da planilha eletrônica utilizada para a determinação dos esforços cortantes equivalentes a uma barra. Assim como no caso dos modelos anteriores, todos os resultados estão disponíveis no capítulo 7.

Figura 54 – Planilha para cálculo dos esforços cortantes nas nervuras do modelo II.

Esforço cortante na nervura			Valor do Cortante				Horizontal	
Elemento ou ponto	Valor do Cortante no modelo		Horizontal		Vertical		Cortante nas nervuras	
	Horizontal	Vertical	Critério 1	Critério 2	Critério 1	Critério 2	Critério 1	Critério 2
1	16,285	16,285	34,097	68,193	34,097	68,193	2,129 tn	
2	3,542	3,542	14,832	14,832	14,832	14,832	3,188 tn	
3	0,619	0,619	2,592	2,592	2,592	2,592	2,834 tn	
4	4,809	4,809	20,138	20,138	20,138	20,138		
5	2,19	2,19	9,171	9,171	9,171	9,171		
6	5,699	5,699	23,865	23,865	23,865	23,865		
7	2,544	2,544	10,653	10,653	10,653	10,653		
8	6,138	6,138	25,703	25,703	25,703	25,703		
9	34,306	34,306	71,828	143,656	71,828	143,656		
8,459	8,459	8,459	2,129	3,188	2,129	3,188		

(fonte: elaborado pelo autor)

## 6.4 MODELO III

Inicialmente é importante informar que o software CAD/TQS® trata-se da ferramenta para cálculo estrutural mais aplicada pelos engenheiros calculistas brasileiros. Esta ferramenta possui diversos parâmetros e critérios que podem ser alterados pelo profissional envolvido no projeto e, portanto, os resultados obtidos neste trabalho podem ser diferentes daqueles obtidos em outros trabalhos. Tal como nos itens anteriores, este item foi dividido em **modelagem e obtenção dos resultados**.

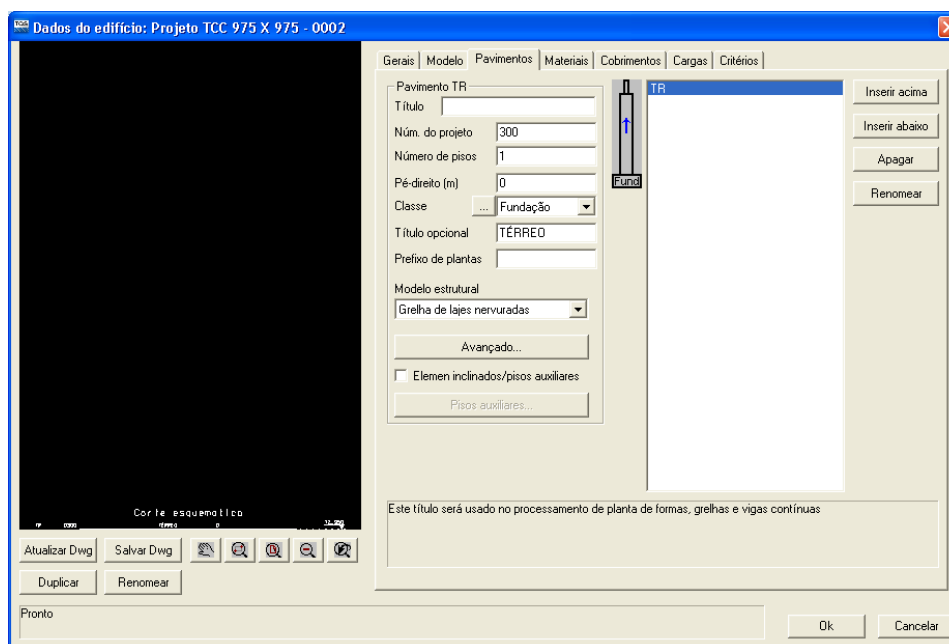
### 6.4.1 Modelagem

Pra iniciar um novo projeto no software CAD/TQS® existem diversas maneiras, no entanto, uma vez que se possua uma obra com os critérios corretos, pode-se apenas copiar esta obra e modificá-la. Iniciada a obra, verifica-se os dados do edifício. Dentro desta janela apenas três abas são importantes para a realização das lajes deste trabalho, são elas: pavimentos, materiais e cobrimentos.

Na aba pavimentos consta um esquema do prédio ou, no caso, da laje. Como se trata apenas de um pavimento, foi utilizado apenas um pavimento cuja classe deve ser definida como fundação, uma vez que para o uso deste software torna-se necessário que o primeiro pavimento tenha esta classe. O modelo estrutural adotado deve ser o de grelha de lajes nervuradas. A figura 55 ilustra a janela cujos dados devem ser preenchidos.

Quanto à aba dos materiais, apenas foi necessário marcar para usar concreto armado e resistências à compressão dos materiais de 35 MPa. Finalmente, na aba cobrimentos, marca-se como 2,0 centímetros para lajes e 2,5 centímetros para vigas, estes dados são necessários internamente ao programa para que se realizem alguns cálculos de parâmetros de distribuição dos esforços. Os demais valores são pouco relevantes para este estudo.

Figura 55 – Representação dos pavimentos no software CAD/TQS®



(fonte: elaborado pelo autor)

Definidos estes dados, pode-se iniciar a modelagem. Para que a modelagem seja mais simples, primeiramente deve ser definida a posição dos pilares. Como padrão, adotaram-se pilares com dimensão 65 x 65 centímetros. Estas dimensões foram adotadas para que ele possua exatamente a espessura da viga, a qual possui a espessura de uma fôrma. Para a laje em questão, com 15 fôrmas, a distância entre os eixos de pilares deve ser de 1040 centímetros.

Vale lembrar que os dados dos pilares devem estar de acordo com aqueles utilizados nos outros modelos. Para tanto, o pilar deve ser considerado engastado na fundação. Estes dados devem ser modificados na aba pórtico. Outra aba que é importante conferir é a aba modelo, uma vez que nela se verifica funcionamento dos pilares, tal como compressão e vinculado na fundação. Esta aba pode ser verificada na figura 56.

Figura 56 – Dados da aba modelo dos pilares no CAD/TQS®

The image shows a software dialog box titled "Dados de pilares" with a blue header and a close button in the top right. It contains several tabs: "Identificação", "Seção", "Modelo" (selected), "Grelha/Pav", "Pórtico", "Detalhamento", "Cargas", and "Plantas/Seções". The "Modelo" tab is active and contains the following settings:

- O pilar nasce:**
  - Vinculado na fundação - solo
  - Em viga
  - Em outro pilar / bloco / sapata / tubulão
- Trabalha em:**
  - Compressão
  - Tração / compressão
  - Compatibilização
  - Só tração (tirante)
  - Só compressão (escora)
- Recebe vento:**
  - Não (with "Tabela de vento" button)
  - Sim (with "Parcelas de vento" button)
- Pilar parede-inércia à torção laminar:**
  - Não calcular
  - Cálculo aproximado
- Direção:**
  - Vertical
  - Inclinado
- Verificar interferências:**
  - Não
  - Sim

At the bottom of the dialog are "OK" and "Cancelar" buttons.

(fonte: elaborado pelo autor)

Quanto aos pilares nas lajes adjacentes à laje analisada, foram utilizadas as dimensões de 32,5x32,5 centímetros quando estes ficam nos cantos e, quando nas faces, 65x32,5 centímetros com a maior dimensão no comprimento da face. Estas dimensões foram adotadas para tornar o modelo semelhante ao modelo IA.

Posicionados os pilares em suas respectivas posições, define-se os dados relativos às vigas. Tal como foi mencionado no item 6.2, este modelo deve possuir as lajes adjacentes modeladas, uma vez que o CAD/TQS® apresenta diversas limitações quanto à inserção de vinculações por não ser este o modo que o software deve ser utilizado. A altura da viga deve ser exatamente a altura da laje, uma vez que esta deve ficar embutida na laje. Quanto à largura da viga, esta deve ser exatamente a largura dos pilares da região em que se encontram, isto é, as vigas centrais devem possuir largura de 65 centímetros a passo que as vigas da periferia devem possuir 32,5 centímetros de largura.

Dentro da janela de dados das vigas existe uma aba importante, chamada de modelo. Ocorreu, porém, um contratempo ao ativar alguns dos dados. Existem duas opções denominadas engastamento no início e no fim da viga, porém, quando estes dados foram ativados o processo de resolução do modelo no CAD/TQS® emitiu um erro o qual impediu que o modelo fosse analisado com este parâmetro. Devido a esse inconveniente, o grau de engastamento de vigas em pilares é padrão, isto é, aquele que foi definido nos critérios da obra. Por este motivo é importante que o parâmetro de engastamento de vigas esteja corretamente definido nos critérios. A figura 57 apresenta a aba que contém estes dados.

Figura 57 – Dados da aba modelo das vigas no CAD/TQS®

A imagem mostra a janela "Dados Gerais da Viga" com a aba "Modelo" selecionada. O formulário contém os seguintes campos e opções:

- Modelo de viga contínua:**
  - Considerar mesa colaborante:  Não  Sim
  - Mesa colaborante máxima:
  - Engastar no início:  Não  Sim
  - Engastar no fim:  Não  Sim
  - Desabilitar peso próprio:  Não  Sim
  - Alavanca inicial:  Não  Sim
  - Alavanca final:  Não  Sim
- Trabalha como:**
  - Viga  Tirante  Escora
- Inércia à torção (afeta o valor do Mx de torção):**
  - Divisor definido em:  Critérios de pórtico/grelha  Abaixo
  - Divisor de inércia à torção:
- Inércia à flexão no pórtico/grelha:**
  - Divisor de inércia à flexão:
- Modelo de lajes:**
  - Calcular como viga-faixa:  Não  Sim
- Considerar como viga de transição:**
  - Pela geometria  Sempre  Nunca

Botões "OK" e "Cancelar" estão visíveis na base da janela.

(fonte: elaborado pelo autor)

Inseridos os pilares e as vigas, deve-se atribuir a geometria que a laje deve possuir. O software CAD/TQS® limita o tamanho das lajes segundo os elementos que a contornam, no caso das vigas. Quanto à altura e demais dados da laje, existem duas abas que são importantes: grelha, na qual força-se a laje a se discretizar como grelha e a não plastificar em seus apoios e a aba seção/carga, a qual inicialmente escolhe-se qual o tipo de seção que a laje deve possuir juntamente com a dimensão da seção e as cargas aplicadas sobre a laje. Com objetivo de manter o modelo semelhante aos demais, foi adotado a laje nervurada R, a qual possui nervuras retangulares. A definição dos valores que devem ser preenchidos estão representados em um desenho ao lado dos campos de preenchimento.

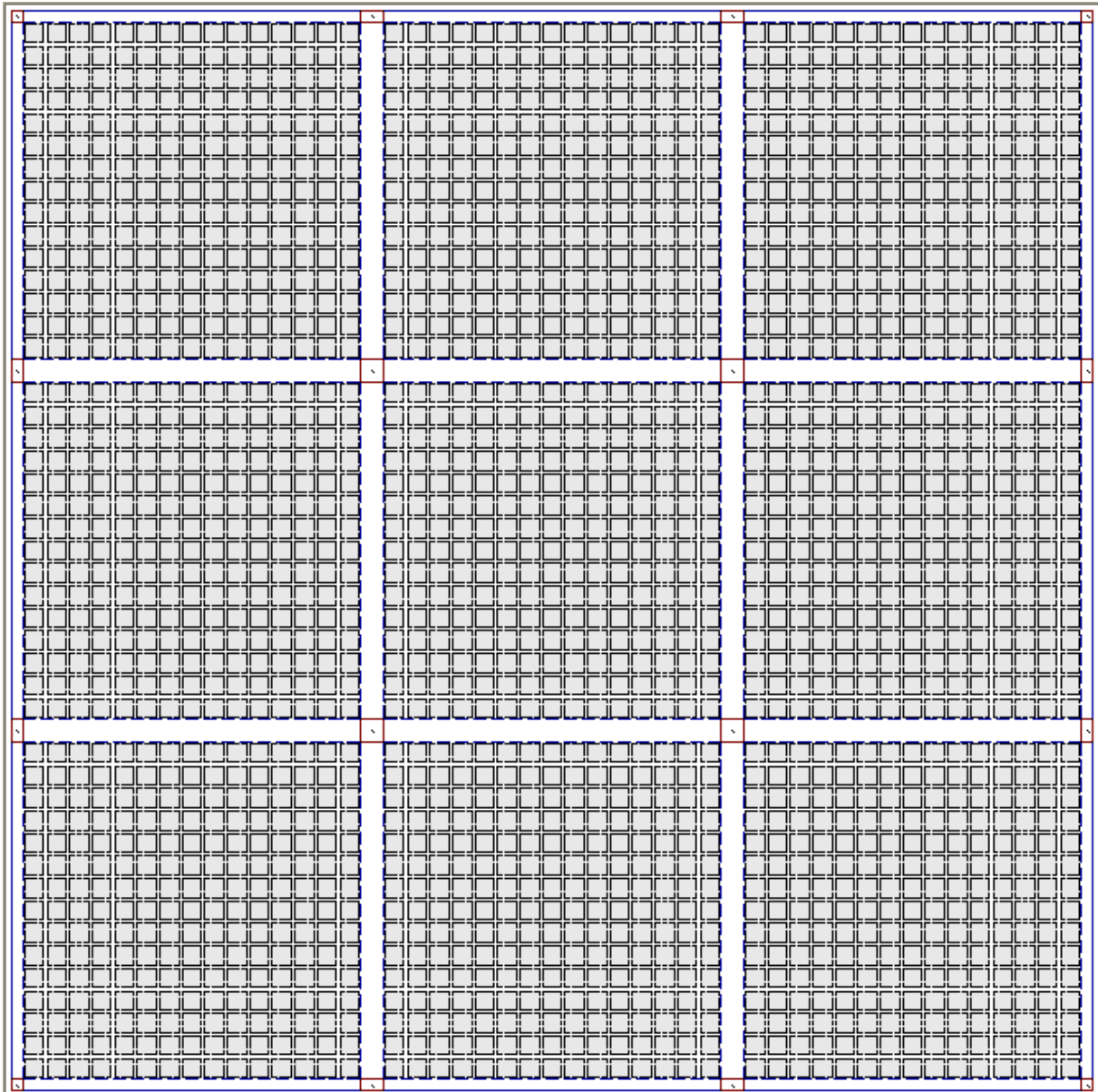
Quanto à carga aplicada na laje, o software CAD/TQS® utiliza, por padrão, as unidades tonelada e centímetro e, portanto, os valores devem ser convertidos para quilo Newton. Como não foi encontrado no manual qual o valor que o software considera para a conversão entre estas unidades, foi adotado o valor exato, igual ao valor da força gravitacional. Ressalta-se, mais uma vez, que toda a carga foi considerada permanente, apesar de o software apresentar ferramentas para distingui-las. A figura 58 apresenta os dados da aba seção/carga no CAD/TQS®.

Figura 58 – Dados da aba seção de lajes no software CAD/TQS®

(fonte: elaborado pelo autor)

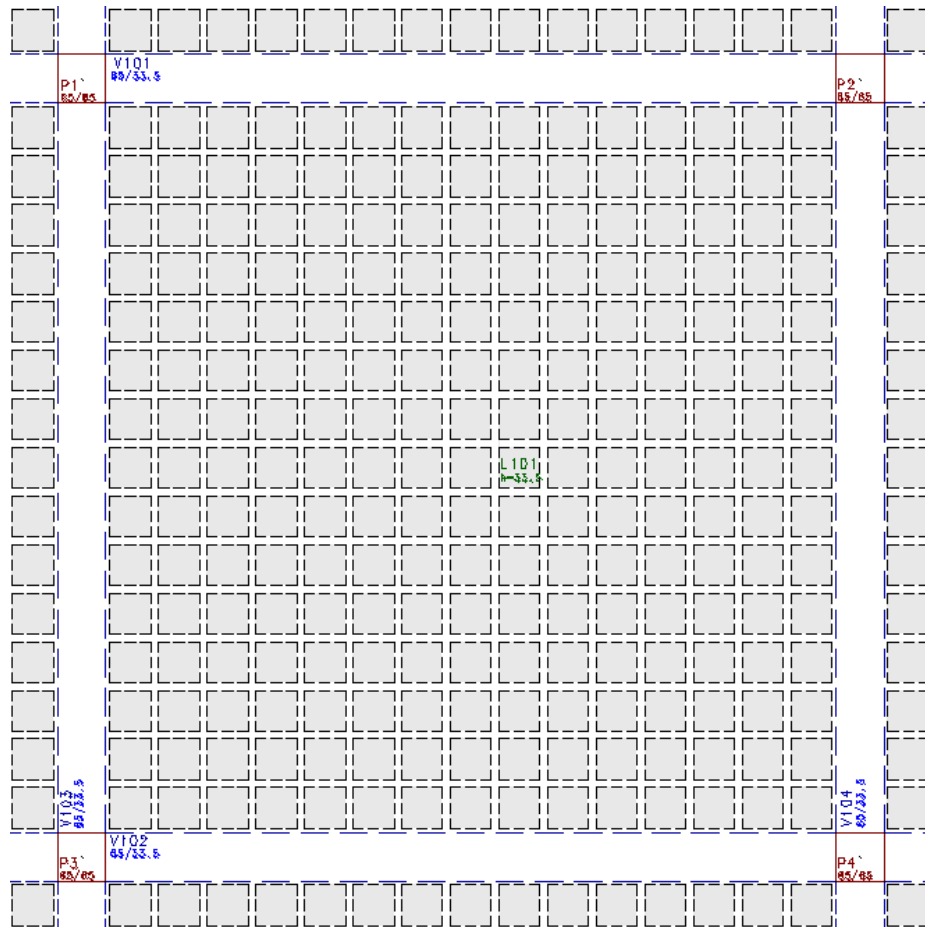
Após definir os dados das lajes foi necessário determinar a posição que as nervuras apresentam. A posição destes elementos é requerida para que o CAD/TQS® defina a posição correta das barras da grelha. Este procedimento foi realizado ao posicionar as fôrmas dentro da região que a laje esta compreendida. A figura 59 representa como deve se assemelhar o modelo após todos os elementos estarem posicionados e a figura 60 apresenta a mesma laje porém com uma aproximação na laje central.

Figura 59 – representação do modelo final no software CAD/TQS®



(fonte: elaborado pelo autor)

Figura 60 – Representação da laje que foi analisada no software CAD/TQS®



(fonte: elaborado pelo autor)

Após definir a geometria e as cargas, verificam-se as condições de contorno. Como definido anteriormente, os pilares foram considerados engastados na fundação e as vigas engastadas nos pilares faltando, portanto, definir as condições de contorno das lajes sobre as vigas. Tal como nos modelos anteriores, a laje deve ser considerada engastada nas vigas, esta condição de contorno pode ser definida no próprio modelador do CAD/TQS® no botão definir engastamento em um trecho. Estas condições devem se estender ao longo do contorno de todas as lajes deste modelo e são essenciais, uma vez que o software considera a laje rotulada caso não seja feito este procedimento.

## 6.4.2 Obtenção dos resultados

Concluída a etapa anterior, iniciou-se a análise da laje. Na janela principal do CAD/TQS® utiliza-se o botão processamento global do edifício. Abre-se uma janela assemelhada a da figura 61. Lembra-se, porém, que não é necessário gerar todos os processos, desmarcando as opções que não se fizerem necessárias à análise destas lajes.

Figura 61 – Janela de processamento global da estrutura no software CAD/TQS®

**Dados para processamento global do edifício**

**Planta de formas**

- Não processar
- Processar plantas extraídas (LDFs)
- Extração gráfica e processamento
- Desenhar planta de formas

**Lajes**

- Não processar
- Esforços, processo simplificado
- Esforços e desenho

**Vigas**

- Não processar
- Somente esforços
- Dimensionamento, detalhamento
- Dimensionamento, detalhamento, desenho

**Fundações**

- Não processar
- Dimensionamento, detalhamento
- Dimensionamento, detalhamento, desenho

**Escadas**

- Dimensionamento, detalhamento, desenho

**Outros**

- Forçar reprocessamento
- Mostrar avisos/erros

**Pilares**

- Gravação de geometria e cargas verticais
- Não processar
- Dimensionamento, detalhamento
- Dimensionamento, detalhamento, desenho

**Grelhas**

- Gerar o modelo Limpar
- Desenho de dados
- Extração do desenho de grelha
- Processamento do modelo
- Transferência de esforços para vigas
- Transferência de esforços para lajes
- Grelha não linear (flechas) Para...

**Pórtico espacial**

- Gerar o modelo Limpar
- Processamento do modelo
- Transferência de esforços para vigas
- Transferência de esforços para pilares

Processar lajes por processo simplificado. Gerar desenho de armaduras com os esforços obtidos, OU, gerar desenho a partir de esforços de grelha, se disponíveis.

(fonte: elaborado pelo autor)

Após o fim do processamento, o programa apresenta uma janela de erros a qual deve ser observada. Observou-se que os únicos avisos encontrados foram relativos a não atribuição de

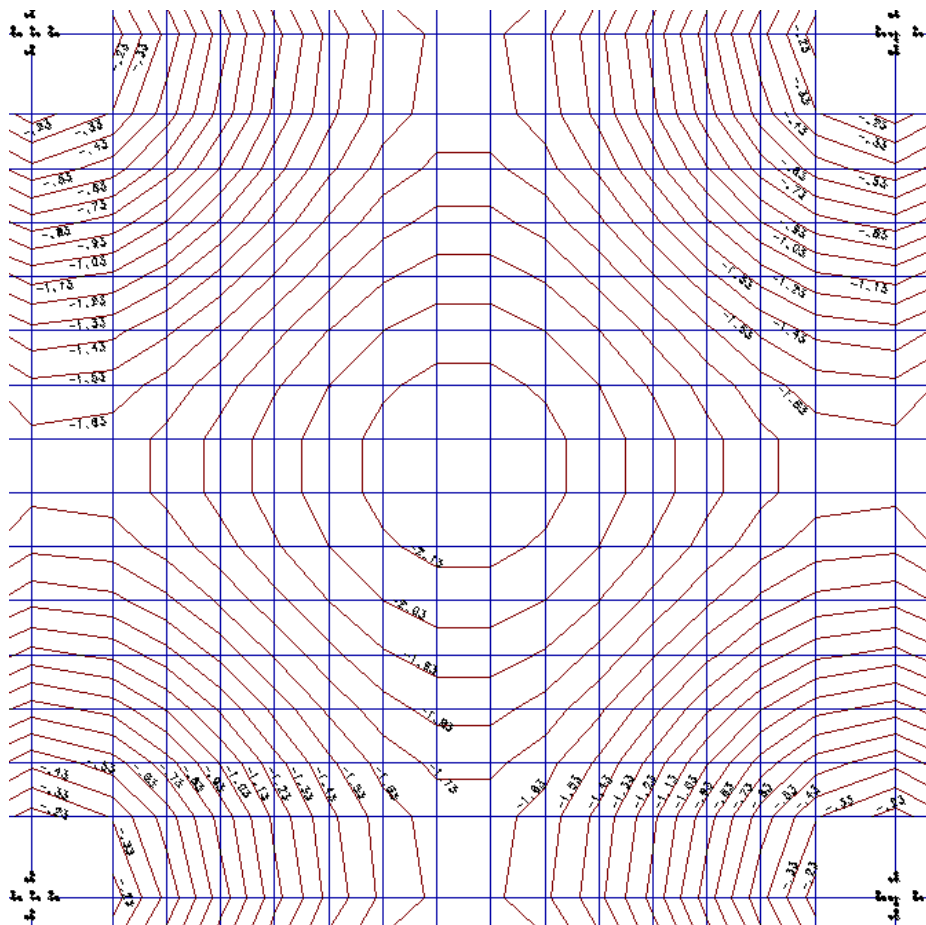


cargas sobre as vigas. Após este processamento, observa-se a flecha da grelha, visualizada na aba de grelhas e visualização de grelhas. Deve-se visualizar a grelha no estado limite último.

Selecionando-se os botões de isovalores e deslocamentos, respectivamente, as flechas podem ser observadas a partir de linhas de isovalores. Caso não existam linhas suficientes para determinar o valor do deslocamento no centro da laje, podem-se mudar os parâmetros de visualização e alterar a distância entre as linhas de isovalores até que se tenha a precisão necessária.

As flechas de todas as lajes podem ser visualizadas no próximo capítulo. Lembre-se, porém, que a flecha na laje deve ser descontada da flecha na viga para representar a flecha final, segundo a tabela 13.2 da NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007, p. 70). A figura 62 apresenta as deformações na laje central, segundo os dados apresentados pelo CAD/TQS®.

Figura 62 – Flechas na laje central apresentadas pelo software CAD/TQS®

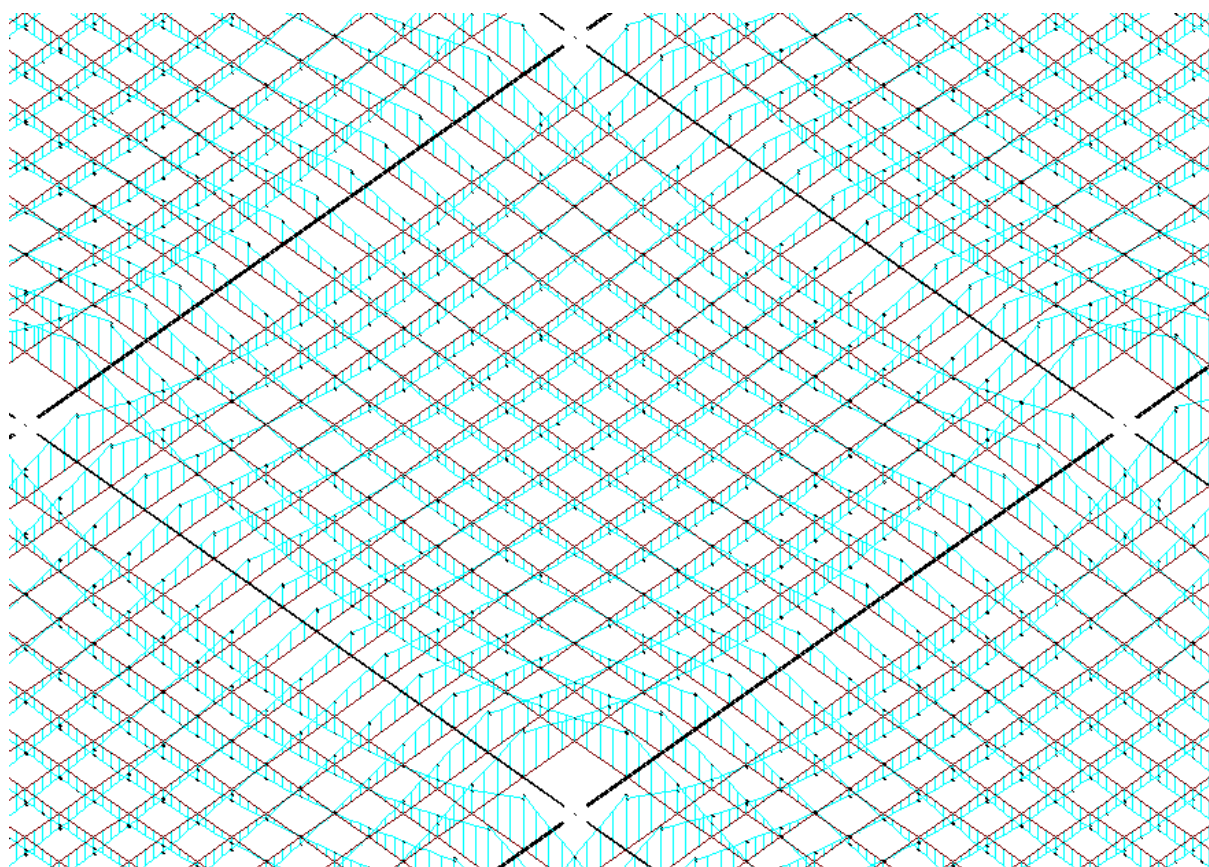


(fonte: elaborado pelo autor)

Além das flechas, é necessário determinar as solicitações. Tanto o esforço cortante quanto os momentos fletores podem ser encontrados na mesma grelha que se visualizaram as flechas, alterando apenas os botões que estão selecionados. Seleciona-se o botão espacial e aquele relativo ao esforço que está sendo analisado.

Inicialmente foi analisado o momento fletor, o qual deve ser analisado através do botão My. O software retorna os valores de momentos fletores para todas as barras, porém apenas foi analisada a laje central. Assim como nos modelos anteriores, o momento máximo positivo se encontrou sobre o centro das nervuras mais próximas à viga e o momento máximo negativo se localizou junto a viga, na mesma nervura. A figura 63 representa o diagrama de momentos fletores visualizado através do CAD/TQS®, porém sem os momentos sobre as vigas, para melhorar a visualização dos momentos sobre as nervuras.

Figura 63 – Momentos fletores na laje central apresentados pelo software CAD/TQS®

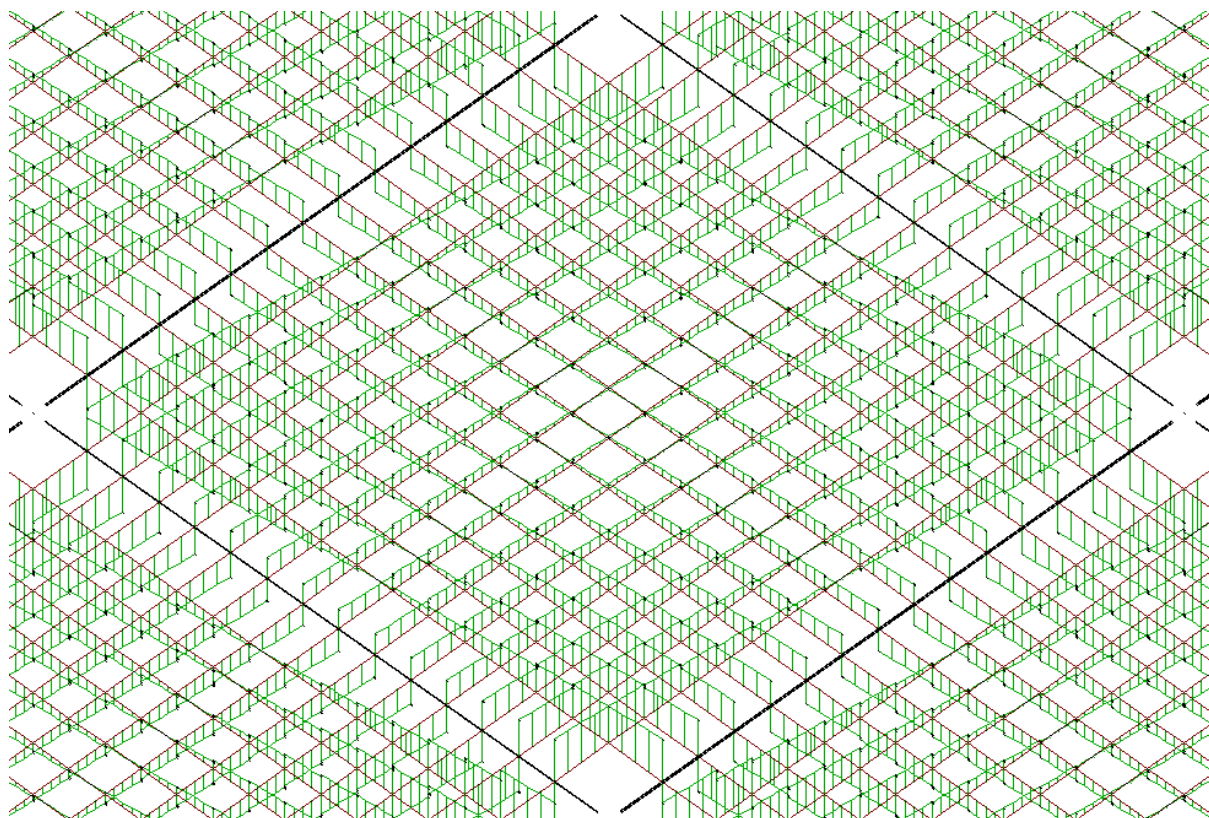


(fonte: elaborado pelo autor)

Após determinar os momentos máximos nas nervuras, analisou-se o esforço cortante sobre estas. Assim como no momento, basta modificar os botões que estão selecionados. Da mesma

forma que nos modelos anteriores, o esforço cortante máximo na nervura se localizou no trecho mais próximo à viga na primeira nervura paralela a viga na outra direção. A figura 64 apresenta os esforços cortantes sobre as nervuras. Assim como na imagem anterior, os valores das vigas foram retirados para facilitar a visualização dos esforços sobre as nervuras.

Figura 64 – Esforço cortante na laje central apresentada pelo software CAD/TQS®



(fonte: elaborado pelo autor)

O modo com que o software CAD/TQS® foi implantado impede que sejam coletados valores de momentos fletores e esforços cortantes sobre a capa da laje. Porém, como foi verificado nos demais modelos, estes valores são, muitas vezes, muito pequenos de forma que, na prática, a capa superior recebe uma tela soldada, a qual já é capaz de absorver estes esforços. Todos os resultados determinados neste capítulo podem ser examinados no capítulo 7.

## 7 RESULTADOS OBTIDOS

O presente capítulo foi destinado à apresentação dos resultados obtidos ao se realizar este trabalho, apresentando também uma breve comparação entre estes resultados e indicando alguns aspectos os quais possibilitaram que os resultados assumissem estes comportamentos, diferentes em cada um dos modelos propostos. Para a análise dos resultados, nenhum modelo está sendo considerado correto ou errado, uma vez que nenhum resultado representa a realidade da forma que ela realmente acontece.

Todos os resultados obtidos durante a modelagem deste trabalho foram anotados em uma planilha eletrônica, a qual serviu de base para realizar a comparação dos resultados. Inicialmente, antes de serem realizadas as conclusões sobre o trabalho, geraram-se gráficos preliminares, os quais serviram para comparar as curvas de cada uma das solicitações nos diversos modelos. Esperava-se que todas as curvas fossem semelhantes, porém com módulos diferentes umas das outras. A primeira vez que geraram estes gráficos, verificaram-se valores que não respeitaram este padrão. Estes valores não estavam necessariamente errados, contudo foram revisados. Devido ao volume de dados colhidos, é estatisticamente aceitável apresentar erros em algumas amostras e, realizando este procedimento, os erros mais grosseiros foram corrigidos. Os erros que ainda existem não são grandes o suficiente para serem comparados com os erros intrínsecos de cada modelo e, portanto, não prejudicam os resultados finais.

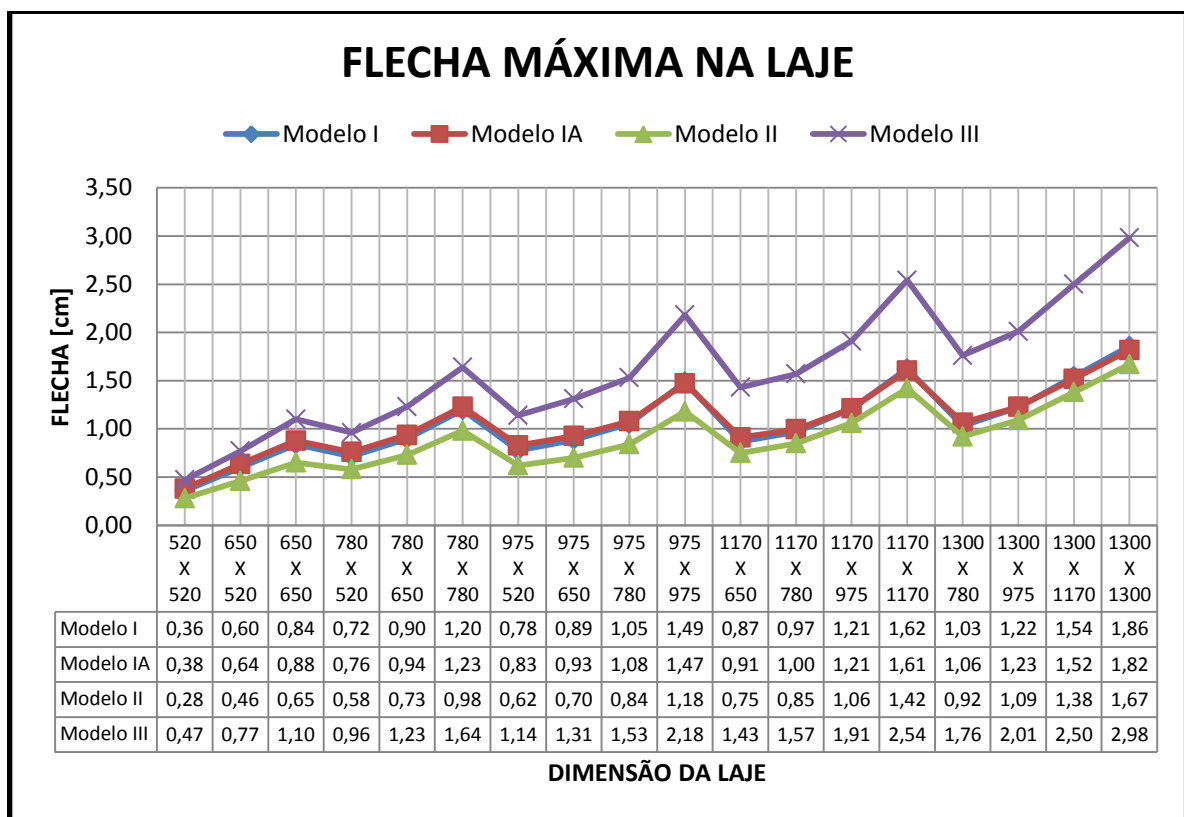
Este capítulo foi dividido em sete subcapítulos:

- a) 7.1 - análise das flechas;
- b) 7.2 - análise do momento fletor sobre as nervuras;
- c) 7.3 - análise do esforço cortante sobre as nervuras;
- d) 7.4 - análise do momento fletor sobre a capa superior;
- e) 7.5 - análise do esforço cortante sobre a capa superior;
- f) 7.6 – validação dos resultados;
- g) 7.7 – resultados médios normalizados.

## 7.1 ANÁLISE DAS FLECHAS

Inicialmente foram analisadas as flechas máximas no centro da laje. Assim como para as demais solicitações aqui apresentadas, os dados foram colhidos e dispostos em forma de gráficos os quais apresentam o comportamento da estrutura, para cada um dos modelos, segundo a dimensão da laje apresentada. A figura 65 apresenta as flechas máximas obtidas no centro da laje por meio de cada um dos modelos sugeridos.

Figura 65 – Flechas máximas no centro da laje

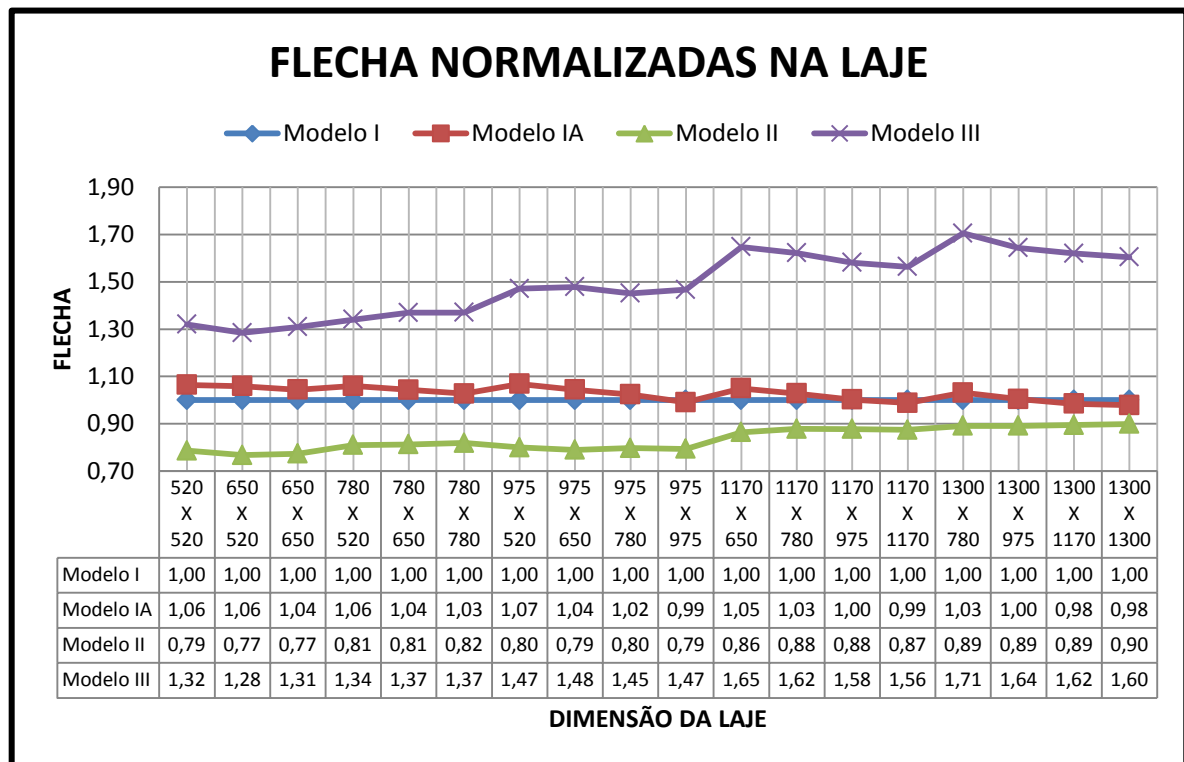


(fonte: elaborado pelo autor)

Como é possível observar, os modelos I, IA e II possuem flechas com valores muito próximos, apresentando curvas que se sobrepõem, no caso dos modelos I e IA ou que se afastam ligeiramente destas, no caso do modelo II. Por outro lado o modelo III possuiu uma grande divergência em relação a estes modelos, tal divergência foi acelerada no instante em que a maior dimensão da laje foi de 975 centímetros entre faces de vigas.

Para explicar estas semelhanças e diferenças é necessário consultar a forma que cada modelo é elaborada. Os modelos I, IA e II foram analisados através de elementos finitos e, apesar de apresentarem diferentes formas de modelagem, eles possuem a capa superior considerada como um elemento separado. De forma diferente, o modelo III, modelado através da analogia de grelhas, possui sua capa superior considerada juntamente com a inércia da nervura, não existindo interação entre elementos paralelos, aumentando a flexibilidade do modelo e, portanto, conferindo maiores flechas. Ressalta-se que esta diferença foi intensificada justamente quando a laje obteve maior dimensão de 975 centímetros entre faces de vigas, isso se deve ao fato de que, com esta dimensão, a laje apresenta uma espessura da capa de 7,5 centímetros sendo, portanto, mais espessa que a capa superior das lajes com dimensão menor este elemento passou a apresentar maior influência sobre a rigidez do modelo. A figura 66 apresenta as flechas máximas na laje porem com seus valores normalizados em função do modelo I para que seja mais fácil a comparação entre os resultados. Também foram analisadas as flechas máximas sobre as vigas e as flechas relativas entre estes elementos, as figuras 67 até 70 apresentam os resultados obtidos para estes dados.

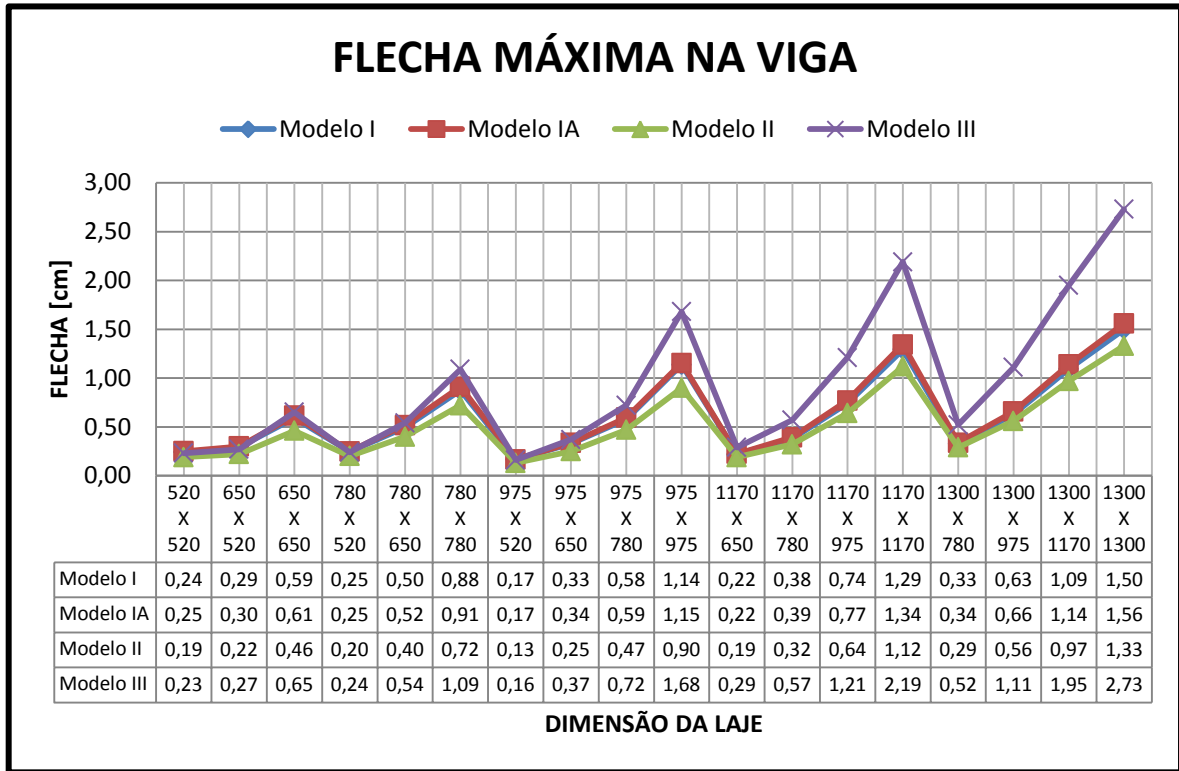
Figura 66 – Flechas normalizadas no centro da laje



(fonte: elaborado pelo autor)

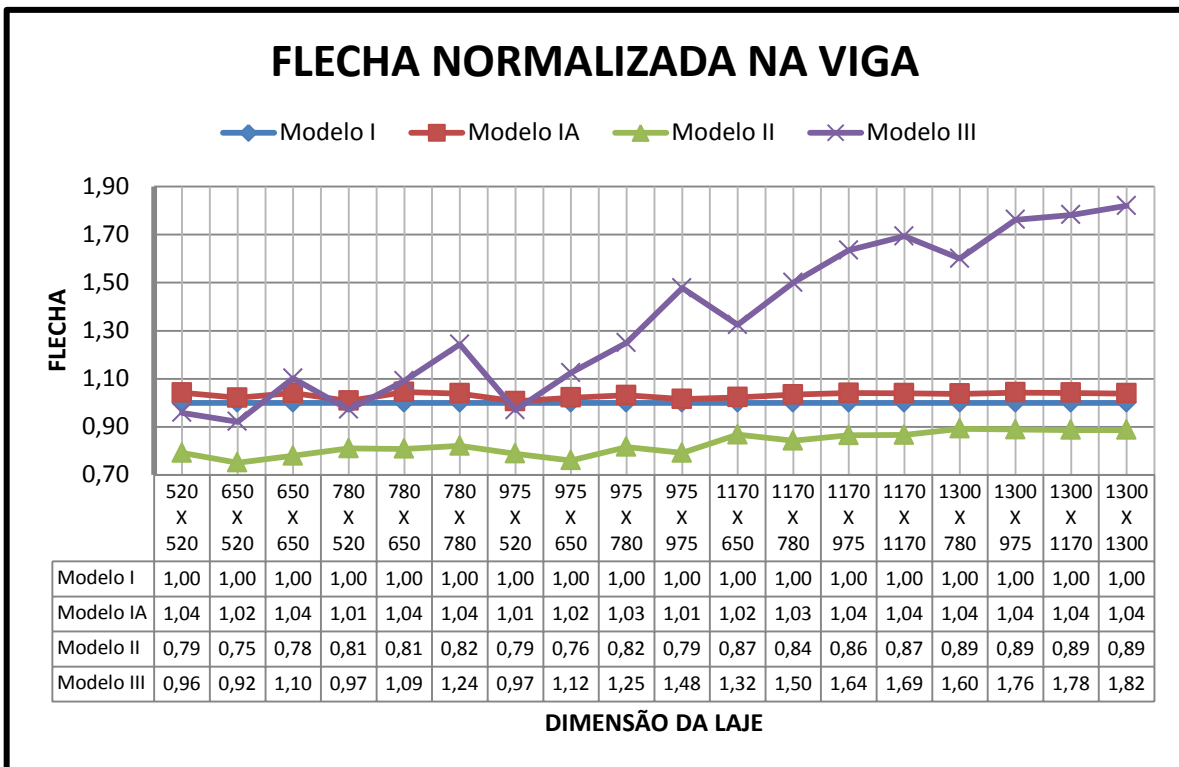


Figura 67 – Flechas máximas no centro da viga



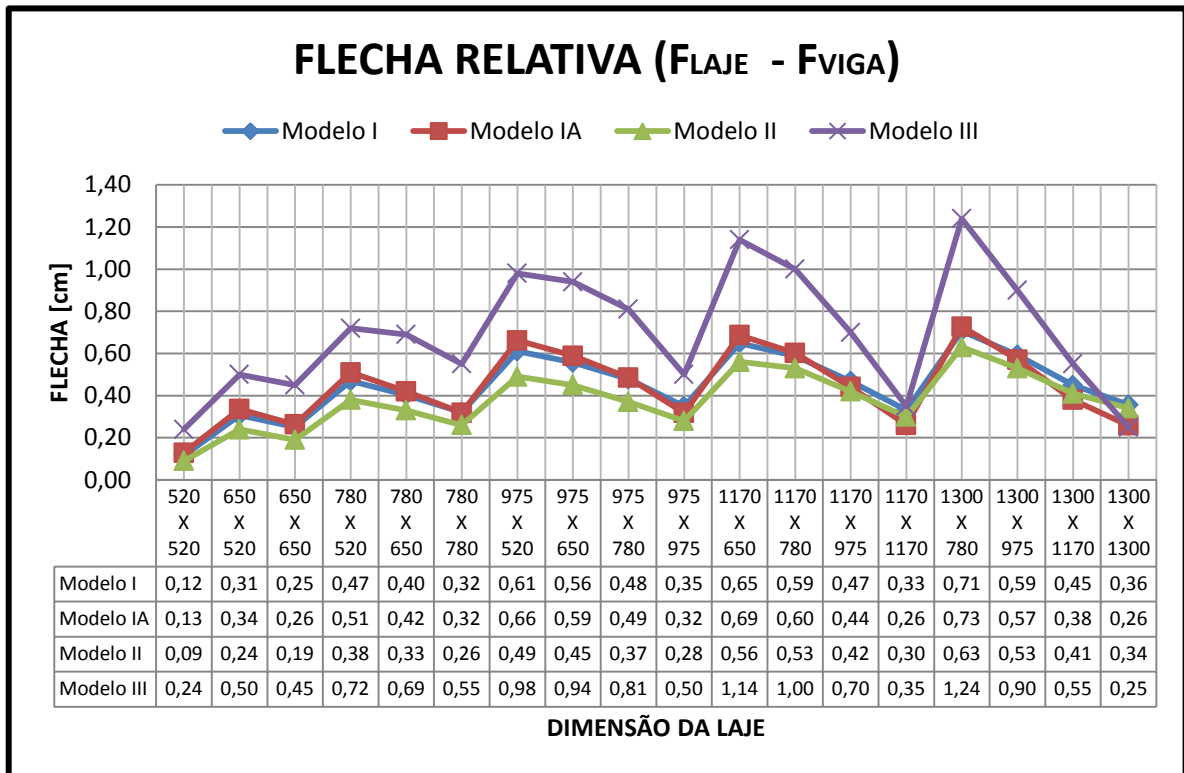
(fonte: elaborado pelo autor)

Figura 68 – Flechas normalizadas no centro da viga



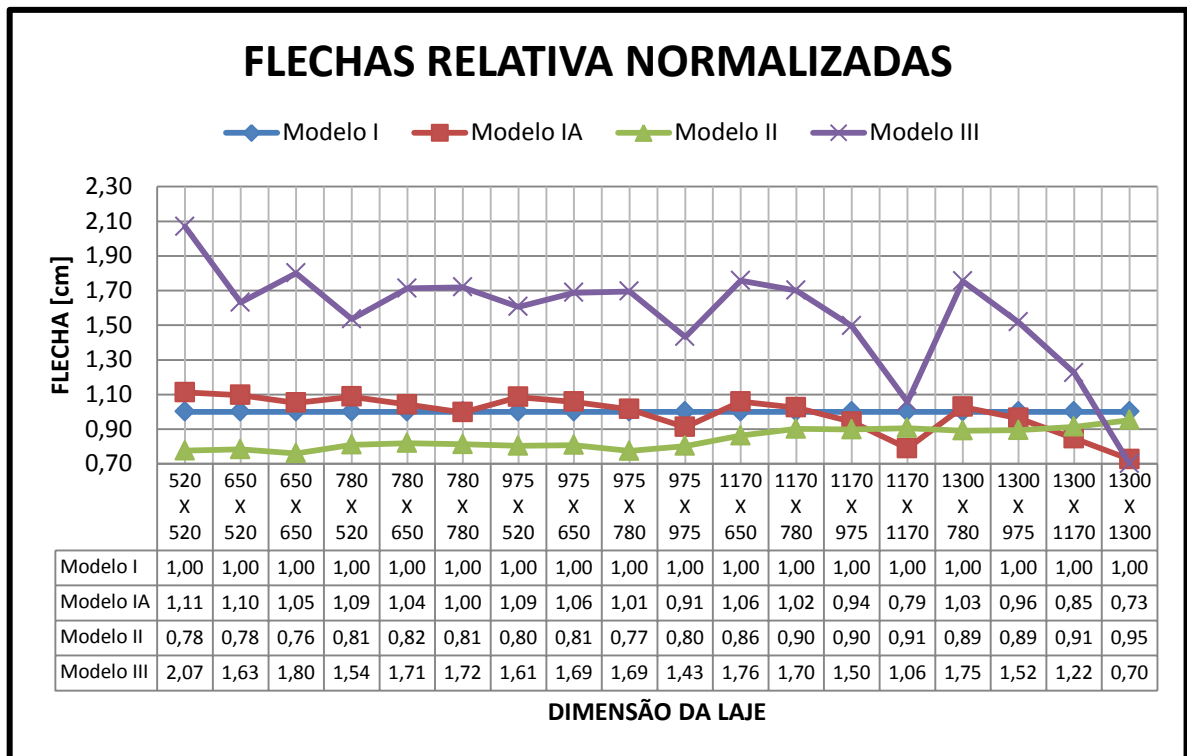
(fonte: elaborado pelo autor)

Figura 69 – Flechas relativas



(fonte: elaborado pelo autor)

Figura 70 – Flechas relativas normalizadas



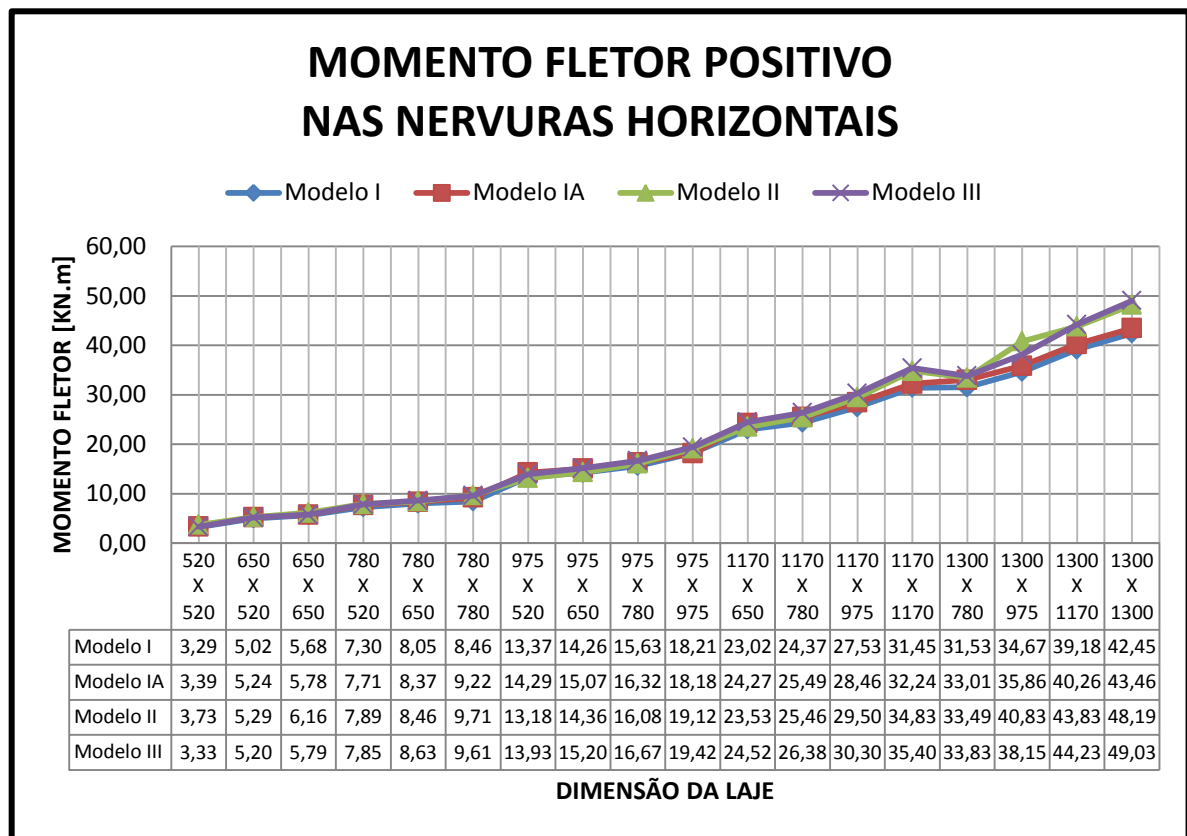
(fonte: elaborado pelo autor)



## 7.2 ANÁLISE DO MOMENTO FLETOR SOBRE AS NERVURAS

Os segundos resultados apresentados são relativos a momentos fletores positivos sobre as nervuras horizontais, ou seja, aquelas nervuras que estão posicionadas ao longo do maior comprimento da laje. As unidades apresentadas estão em KN.m, porém é importante informar que, devido a limitações do software CAD/TQS®, todos os resultados foram colhidos em tonelada metro e, posteriormente, multiplicados por um fator que transformava a unidade para KN.m. A figura 71 apresenta os resultados obtidos para os momentos fletores em nervuras horizontais.

Figura 71 – Momento fletor sobre as nervuras horizontais



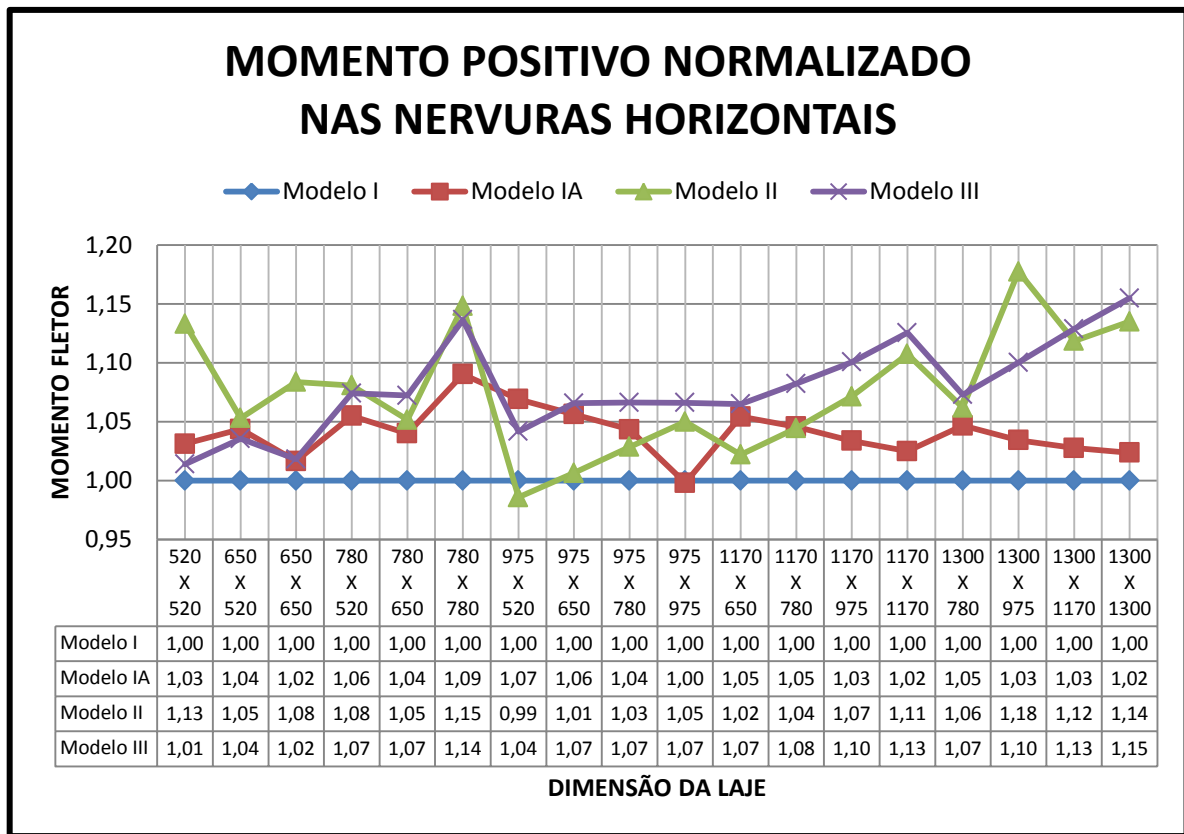
(fonte: elaborado pelo autor)

Observando a figura 71, é possível constatar uma grande correlação entre os resultados obtidos, existindo uma maior semelhança entre os modelos II e III ou I e IA. Esta diferença entre este par de modelos pode ser fruto de diversas ações, entre elas, a forma que se determinaram os momentos fletores. Uma vez que não foi possível obter os momentos fletores diretamente sobre as nervuras e que o procedimento apresentado para determinar o

momento fletor equivalente trata-se de uma aproximação, estas divergências entre resultados são esperadas.

Embora o procedimento de análise dos resultados tenha levado em conta diversas simplificações, a variação destes resultados foi muito mais próxima do que a imaginada. Obtendo, o modelo II e III, uma variação média de 8% superior em relação ao modelo I. A figura 72 apresenta os momentos fletores nas nervuras horizontais normalizados em relação ao modelo I.

Figura 72 – Momento fletor normalizado sobre as nervuras horizontais

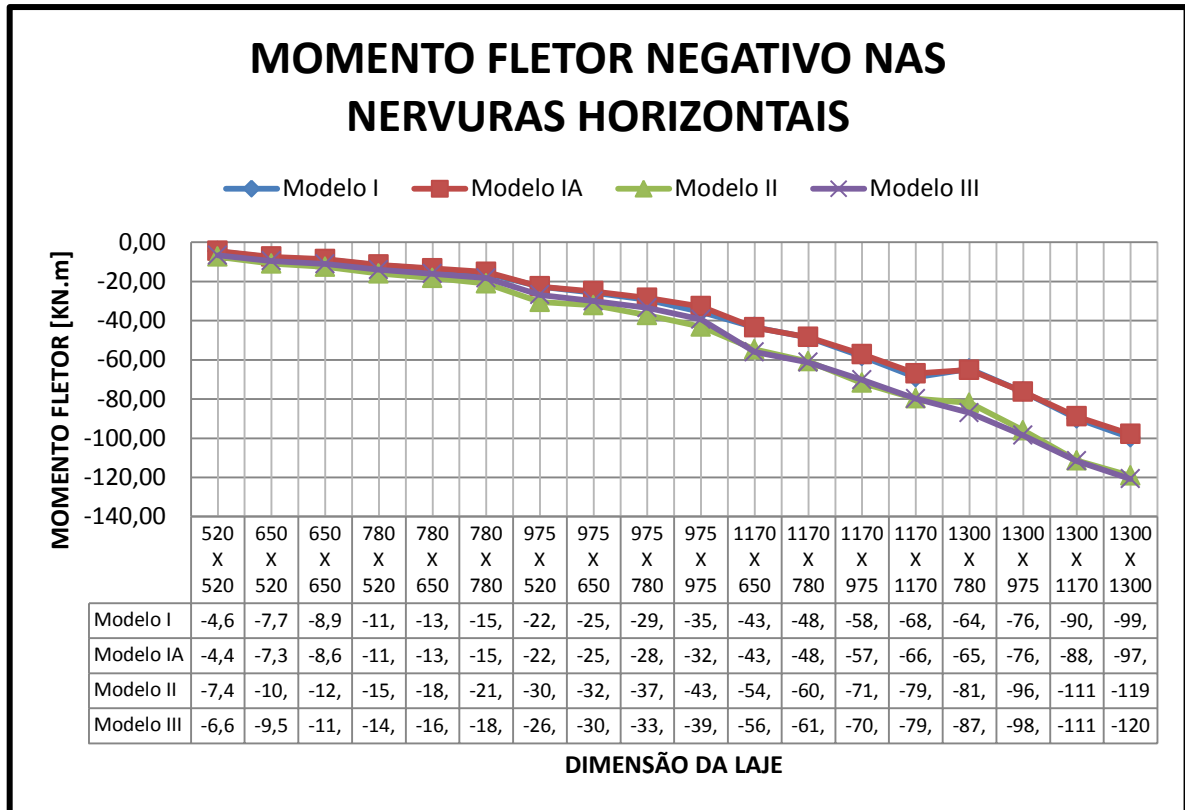


(fonte: elaborado pelo autor)

Observando esta figura, não é possível perceber alguma relação entre estes modelos. Isso se deve ao fato de o erro existente na análise deste modelo ser aleatório. Verifica-se, porém, que os modelos I e IA apresentam diferenças entre si, embora tenham apresentado a mesma forma de análise. Esta diferença é facilmente compreendida ao se analisar o momento fletor negativo sobre estas mesmas nervuras apresentados na figura 73. É possível constatar que o momento negativo sobre o modelo IA é um pouco menor, indicando que as vinculações de simetria aplicadas ao modelo I não correspondem exatamente ao que acontece no modelo IA, estando

o entorno do modelo IA um pouco mais flexível e, portanto, diminuindo os momentos negativos lá existentes conduzindo a maiores momentos positivos no centro da laje em questão.

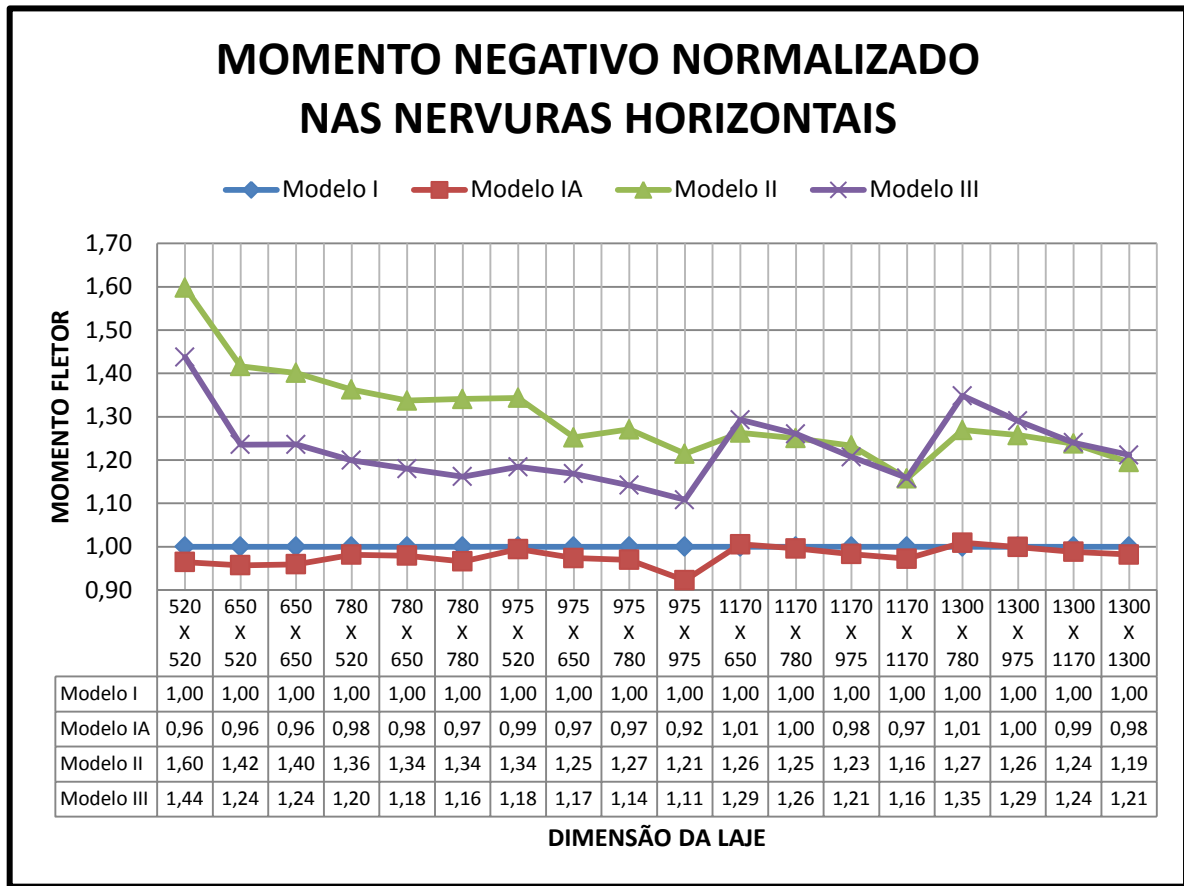
Figura 73 – Momento fletor negativo sobre as nervuras horizontais



(fonte: elaborado pelo autor)

Embora os resultados obtidos para momentos fletores negativos não tenham apresentado a mesma semelhança que os momentos fletores positivos, são válidas as mesmas observações que aquelas já mencionadas. Outro fato que pode ter colaborado com esta diferença existente é a forma com que cada modelo possui suas vinculações de contorno, porém tal consideração isoladamente não explica eventuais diferenças entre os modelos IA e III, os quais possuem a mesma condição de contorno, embora apresentem modelos completamente distintos. A figura 74 apresenta os momentos fletores negativos sobre as nervuras horizontais normalizados em relação ao modelo I.

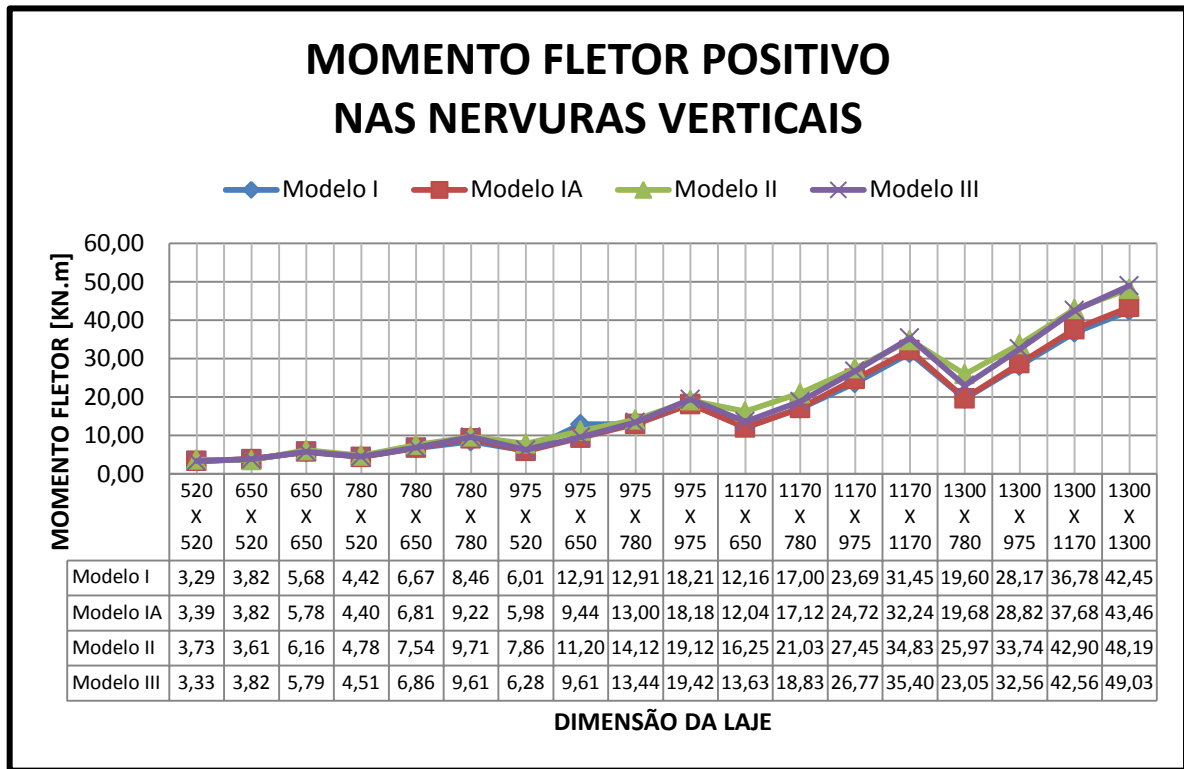
Figura 74 – Momento fletor negativo normalizado sobre as nervuras horizontais



(fonte: elaborado pelo autor)

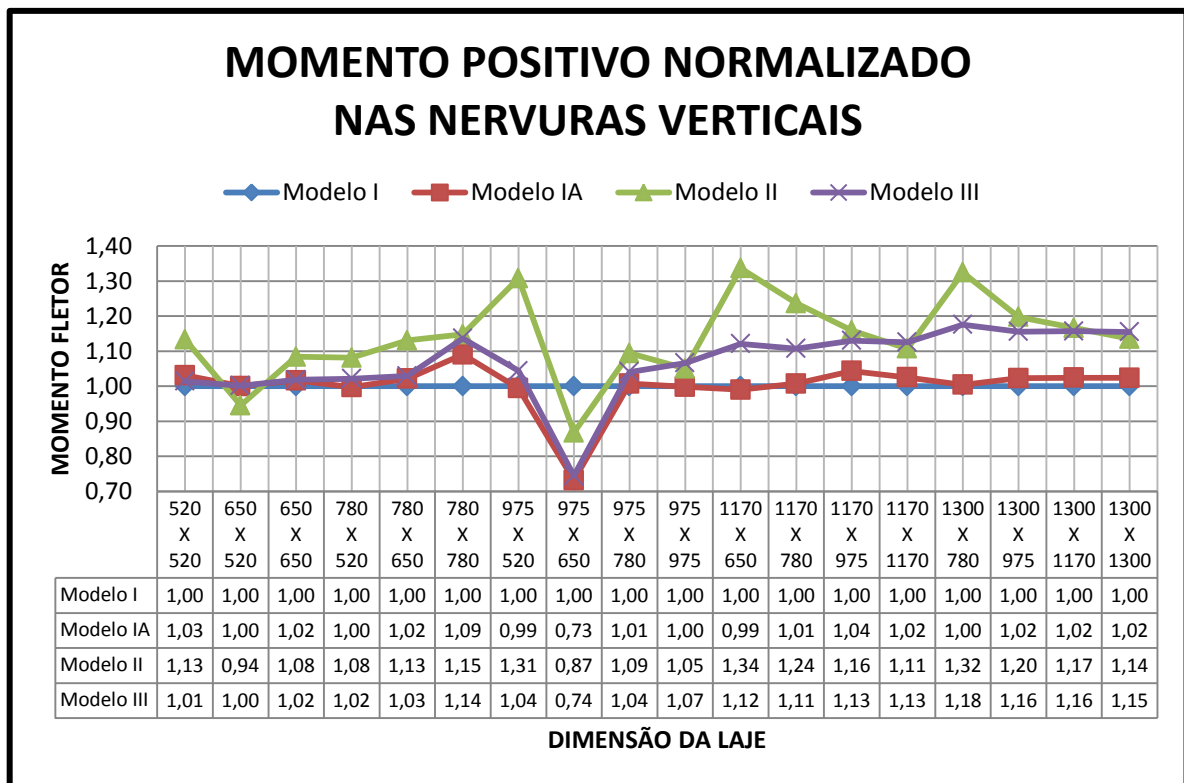
As figuras 75 a 78 apresentam os resultados para os momentos fletores nas nervuras na direção vertical. Os resultados apresentados nestas figuras variaram em proporções semelhantes aos apresentados nas figuras anteriores, indicando que existe uma grande coerência na distribuição dos momentos fletores nas nervuras, embora esta distribuição se dê maneira diferente em cada um dos modelos apresentados. Todos os comentários aplicados às figuras anteriores também se aplicam a estas.

Figura 75 – Momento fletor positivo sobre as nervuras verticais



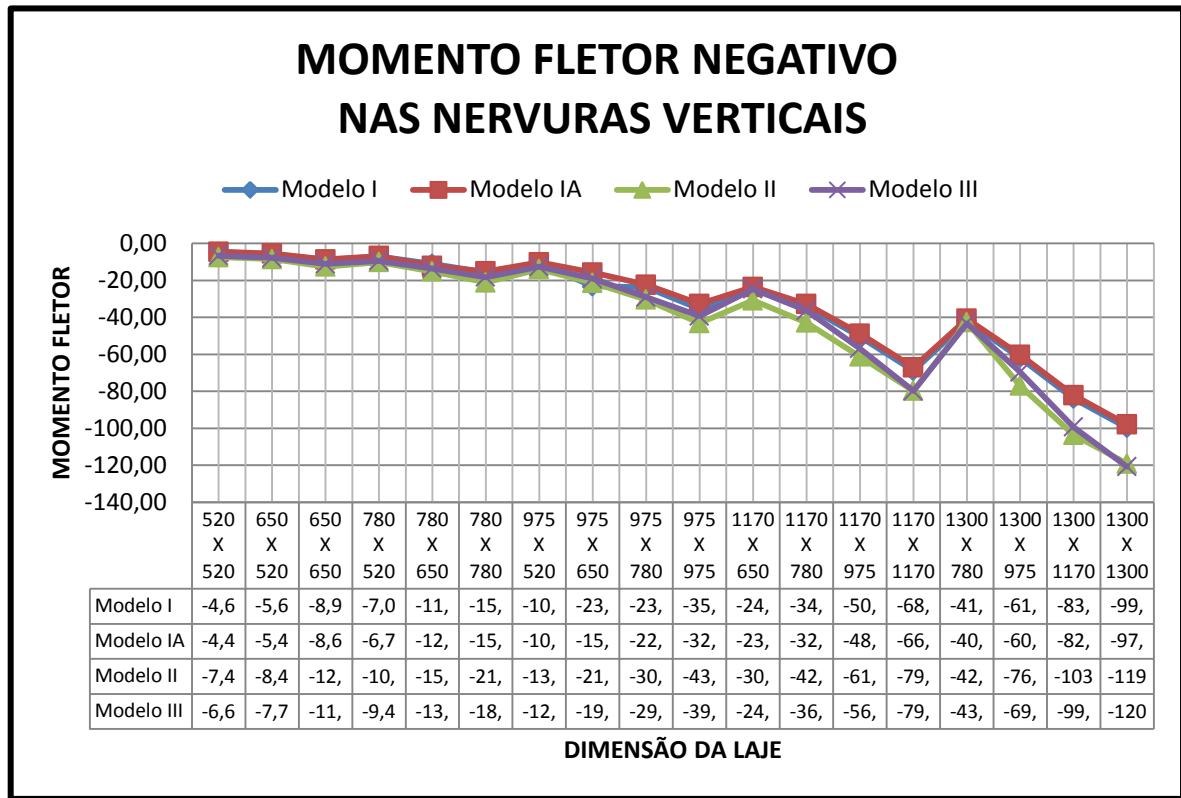
(fonte: elaborado pelo autor)

Figura 76 – Momento fletor positivo normalizado sobre as nervuras verticais



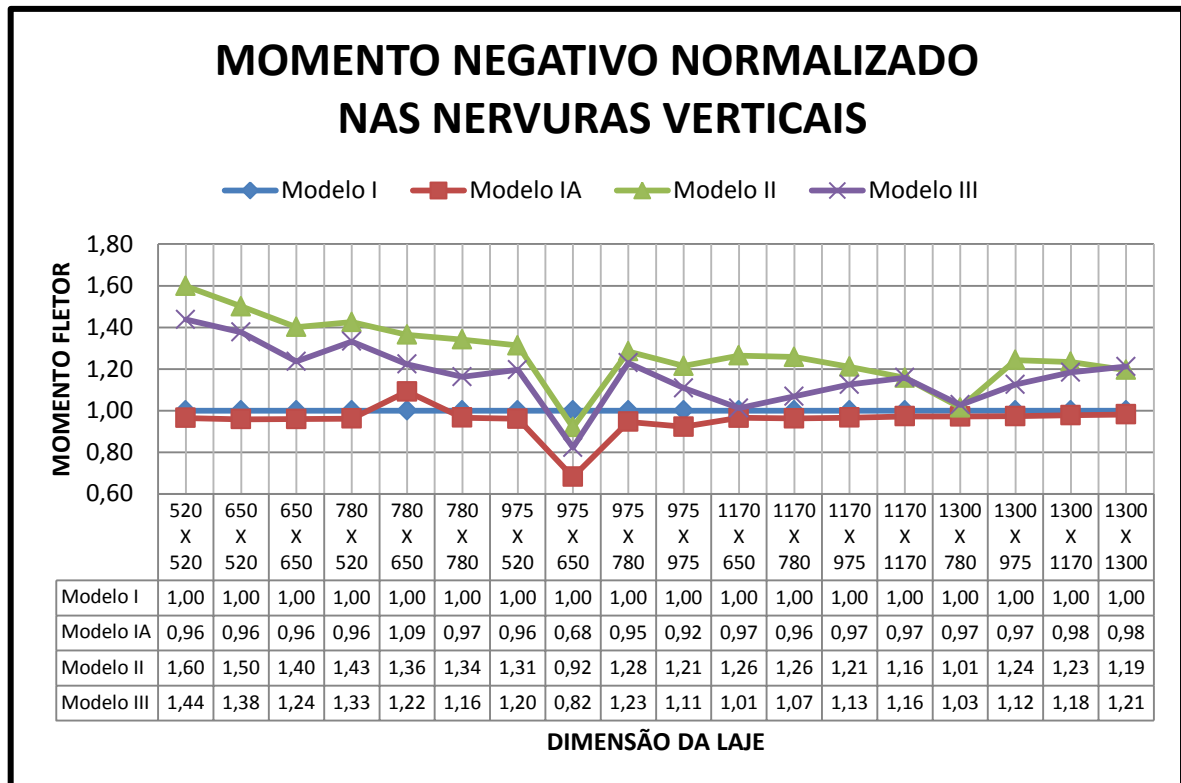
(fonte: elaborado pelo autor)

Figura 77 – Momento fletor negativo sobre as nervuras verticais



(fonte: elaborado pelo autor)

Figura 78 – Momento fletor negativo normalizado sobre as nervuras verticais



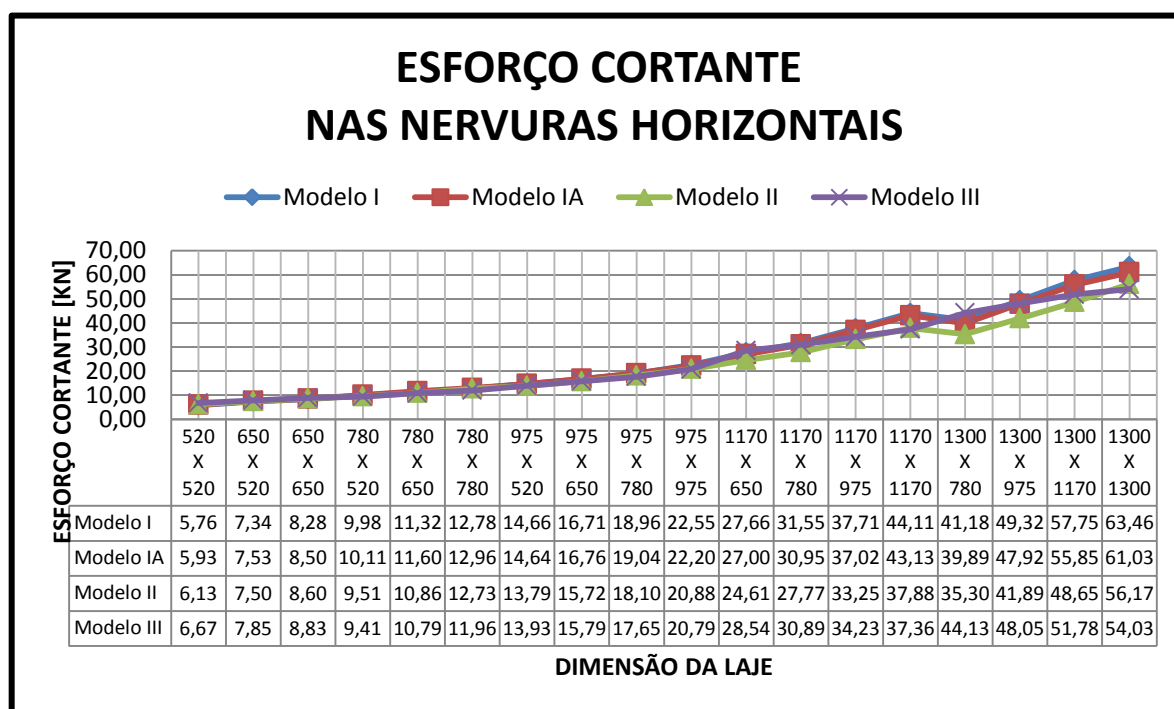
(fonte: elaborado pelo autor)

### 7.3 ANÁLISE DO ESFORÇO CORTANTE SOBRE AS NERVURAS

Após os momentos fletores sobre as nervuras, foram analisados os esforços cortantes sobre as mesmas. Como pode ser visualizado na figura 79 o valor do esforço cortante possui uma grande semelhança, assim como foi apresentado no momento fletor. Uma vez tendo-se verificado a diferença entre os momentos fletores, pode-se deduzir que a diferença existente no esforço cortante se dá pelo mesmo motivo, o processo de análise é um pouco simplificado e, devido a este motivo, apresenta algumas diferenças.

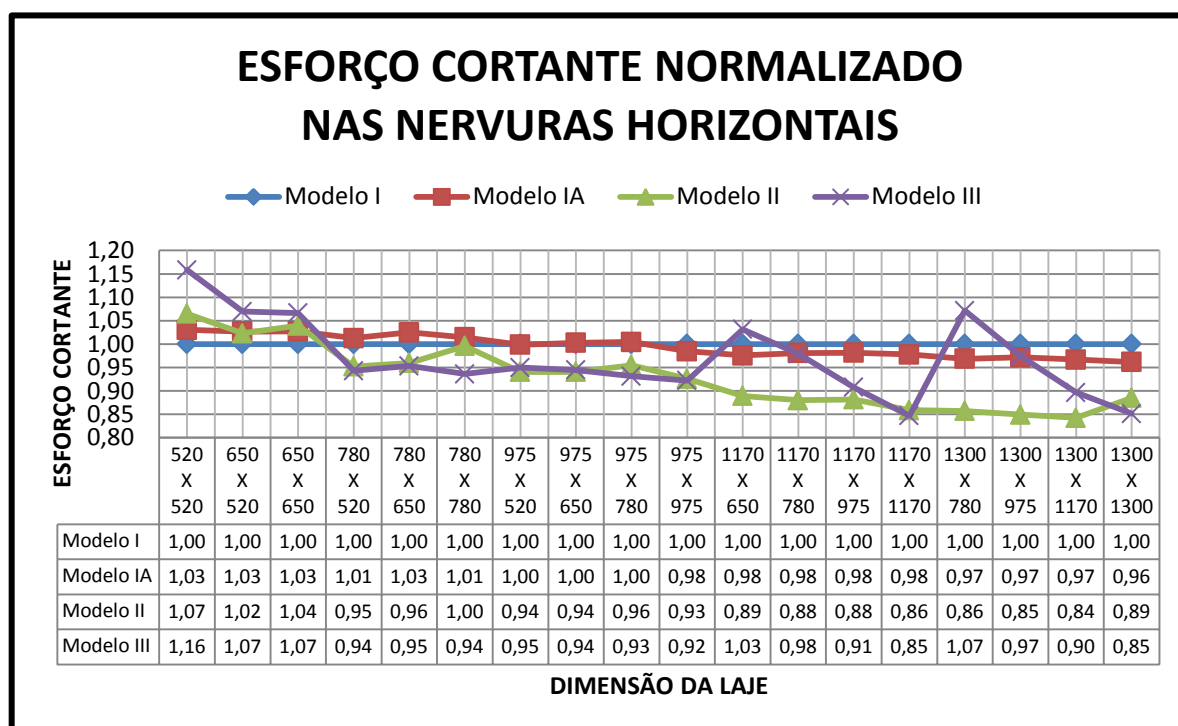
Quando se menciona os modelos I e IA lembra-se que o esforço cortante adotado foi aquele apresentado exclusivamente pelas barras, desconsiderando-se a capa superior. Este procedimento pode ter levado a incongruências nos resultados. Quanto ao modelo II, o método de análise do esforço cortante foi realizado de forma muito simplificada e para que ele possua melhores resultados seria conveniente realizar o processo por meio de integração da curva de interpolação dos resultados. Embora cada procedimento possua suas diferenças, os valores encontram-se relativamente próximos, tal como pode ser verificado na figura 80.

Figura 79 – Esforço cortante sobre as nervuras horizontais



(fonte: elaborado pelo autor)

Figura 80 – Esforço cortante normalizado sobre as nervuras horizontais



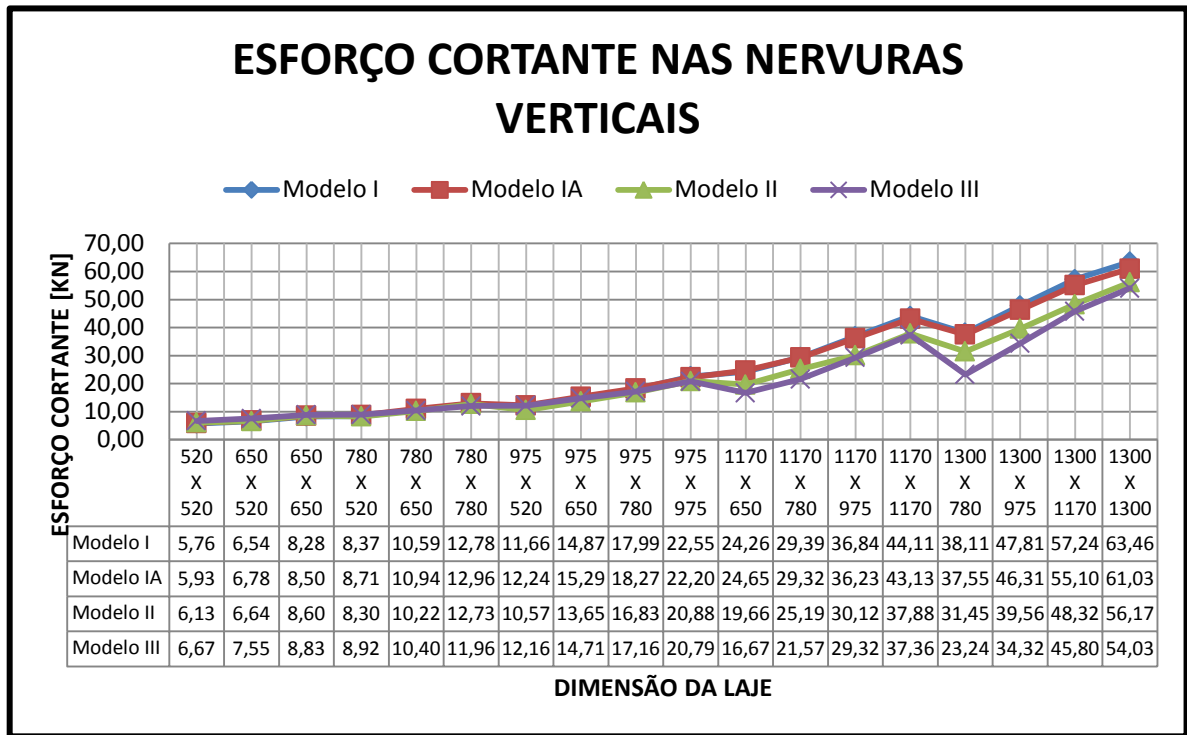
(fonte: elaborado pelo autor)

Como pode ser visto na figura acima, os esforços cortantes se encontram muito próximos, apresentando, o modelo II, uma média 7% menor do que o valor normalizado. Destaca-se, porém, que para as lajes de pequenas dimensões o cortante no modelo II é superior ao apresentado no modelo I e fica relativamente menor à medida que a dimensão da laje cresce. As figuras 81 e 82 apresentam os valores de esforços cortantes na direção vertical, bem como, na figura 83, a média do esforço cortante nas duas direções, o qual deveria ser igual em todos os modelos.

Como pode ser observado na figura 83, os modelos II e III encontram-se quase sobre a mesma linha, indicando que mesmo com diferentes distribuições do cortante ao longo das nervuras, o valor final é praticamente o mesmo. Este gráfico indica que, possivelmente, os modelos I e IA estão absorvendo esforços cortantes com sinal contrário na capa superior, os quais não estão sendo considerados nesta análise e, portanto, apresentando os resultados levemente superiores aos dos outros modelos.

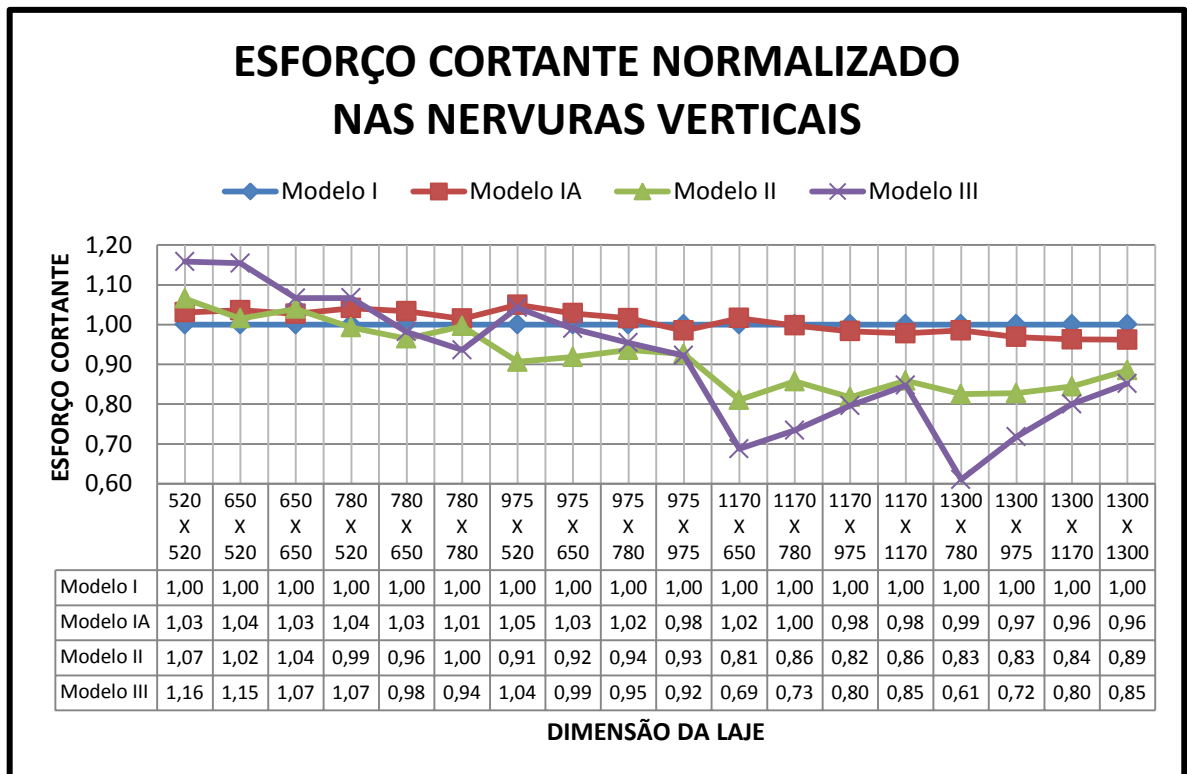


Figura 81 – Esforço cortante sobre as nervuras verticais



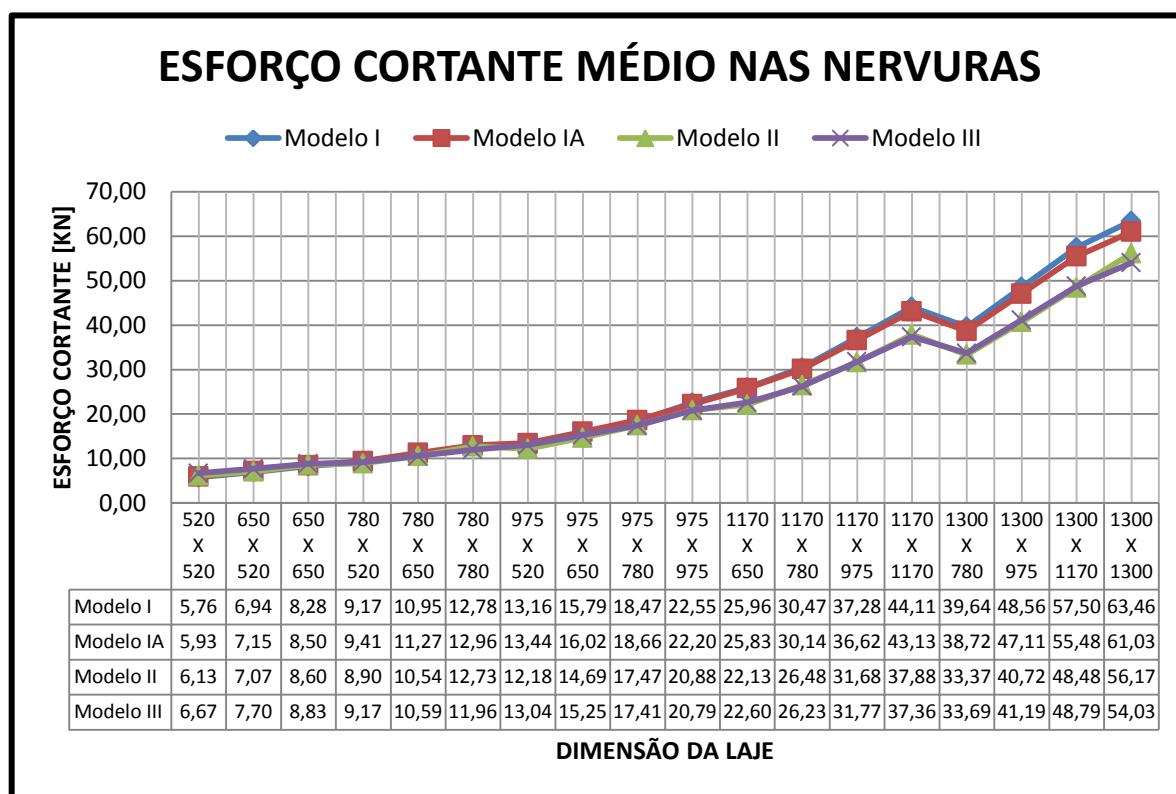
(fonte: elaborado pelo autor)

Figura 82 – Esforço cortante normalizado sobre as nervuras verticais



(fonte: elaborado pelo autor)

Figura 83 – Esforço cortante médio nas nervuras



(fonte: elaborado pelo autor)

## 7.4 ANÁLISE DO MOMENTO FLETOR SOBRE A CAPA SUPERIOR

Uma vez apresentados todos os resultados sobre as nervuras, os próximos resultados que aqui foram apresentados têm como alvo a capa superior da laje. Deve-se, porém, perceber que devido à forma de modelagem do modelo III, este não apresenta resultados aplicados sobre a capa superior, uma vez que estes já são considerados na inércia das nervuras.

As diferenças existentes nos resultados obtidos para a capa superior foram razoavelmente maiores que as demais solicitações, principalmente quando comparados os momentos fletores negativos e o esforço cortante. Para tornar a ordem de análise igual àquela aplicada as nervuras, inicialmente foram apresentados os resultados para momentos fletores positivos sobre a capa superior. A figura 84 apresenta os momentos fletores positivos sobre a capa superior.

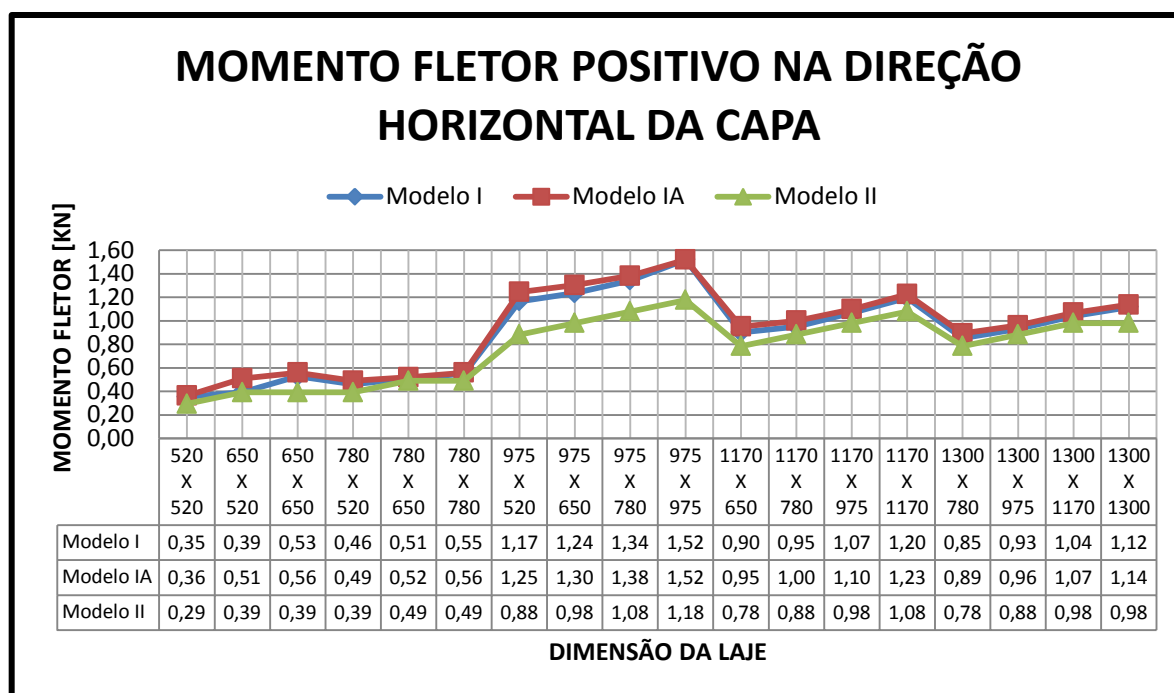
Como pode ser observado na referida figura, os valores de momentos fletores positivos foram relativamente semelhantes, exceto nas lajes cuja maior dimensão é 975 centímetros entre faces vigas. Como já foi mencionado anteriormente, esta diferença pode ser originada devido

ao fato de a inércia relativa à capa superior ser mais significativa em relação à inércia da capa superior das lajes com outras dimensões, visto que a partir desta dimensão as lajes possuem uma espessura de capa de 7,5 centímetros. Porém não é apenas este comportamento que explica a diferença relativa entre estes modelos.

O que de fato explica esta diferença é a forma com que cada modelo foi elaborado. No modelo I e IA existe um elemento de rigidez infinita que conecta ambos planos para que a capa superior não se posicione no centro geométrico da nervura, enquanto que no modelo II não existe este elemento. Uma vez que em todos os modelos as lajes possuem a mesma altura, as nervuras do modelo II possuem uma altura um pouco maior que àquelas existentes nos modelos I e IA, para que seja possível a conexão junto ao centro da capa superior. Esta diferença de altura na nervura faz com que a inércia das nervuras seja maior no modelo II e, devido a relação entre a inércia da capa superior com as nervuras, a capa superior absorve menos momento fletor no modelo II que nos modelos I e IA.

Esta diferença é maior para as lajes de 975 centímetros de vão entre faces de vigas, pois a relação entre as inércias fica muito diferente para estas lajes, uma vez que para as lajes anteriores a espessura da capa superior é de 5 centímetros e para as lajes posteriores a altura da nervura é aumentada.

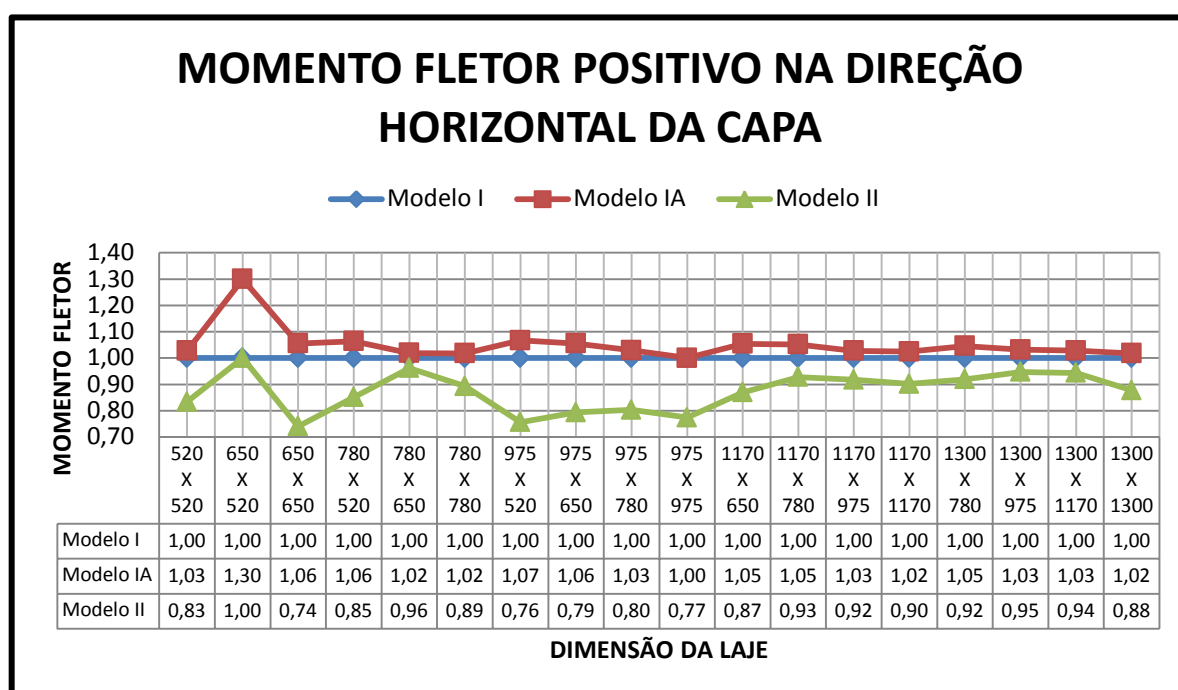
Figura 84 – Momento fletor positivo sobre a capa superior na direção horizontal



(fonte: elaborado pelo autor)

Observando-se o gráfico normalizado, na figura 85, constata-se que a diferença foi um pouco mais elevada do que se pôde ver no gráfico anterior, muito embora a maioria dos resultados mais diferentes tenham se mantido ao longo das lajes com as dimensões já mencionadas.

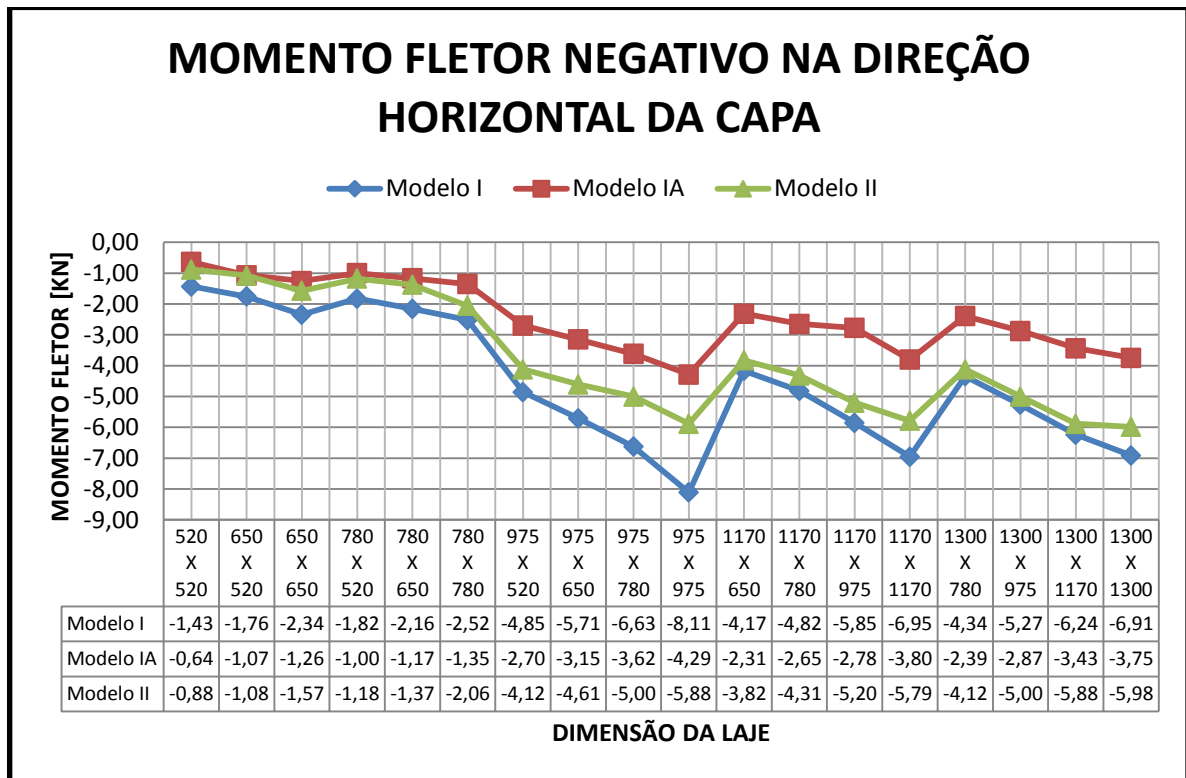
Figura 85 – Momento fletor positivo normalizado sobre a capa superior na direção horizontal



(fonte: elaborado pelo autor)

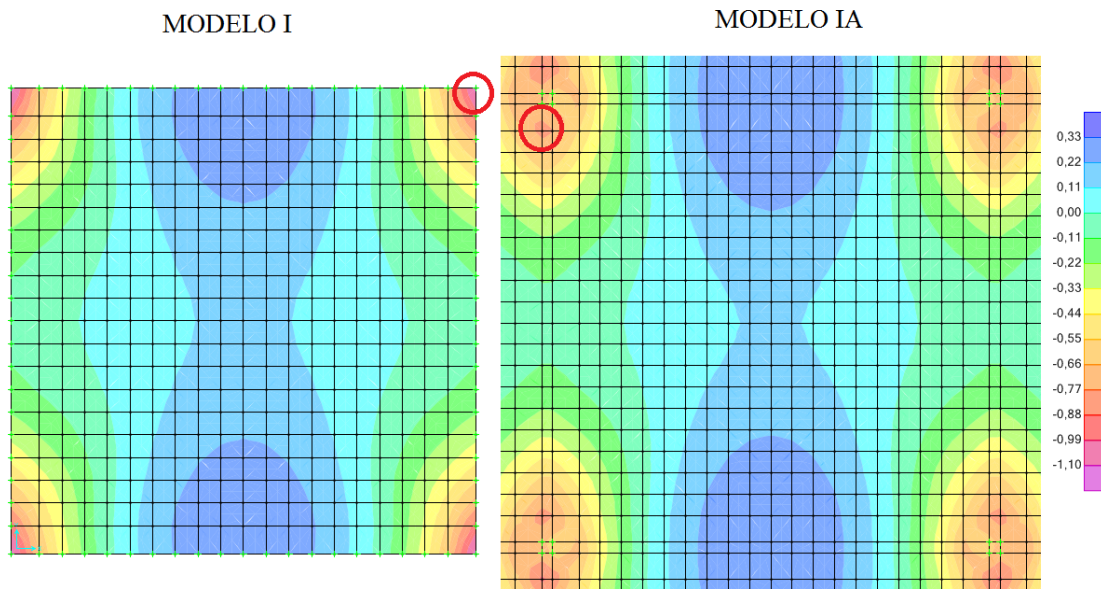
A análise dos momentos fletores negativos sobre a capa superior surpreendeu em muito com seus resultados. Como pôde ser visualizado na figura 86, os modelos I e IA, os quais, até agora, apresentavam valores tão semelhantes, possuíram uma diferença enorme em seus resultados. Esta diferença não foi à toa, uma vez que a região que apresentou os valores de máximos momentos fletores negativos foi modificada devido à forma de vinculação. A figura 87 apresenta a região de onde foram retirados os momentos fletores máximos nos modelos I e IA.

Figura 86 – Momento fletor negativo sobre a capa superior na direção horizontal



(fonte: elaborado pelo autor)

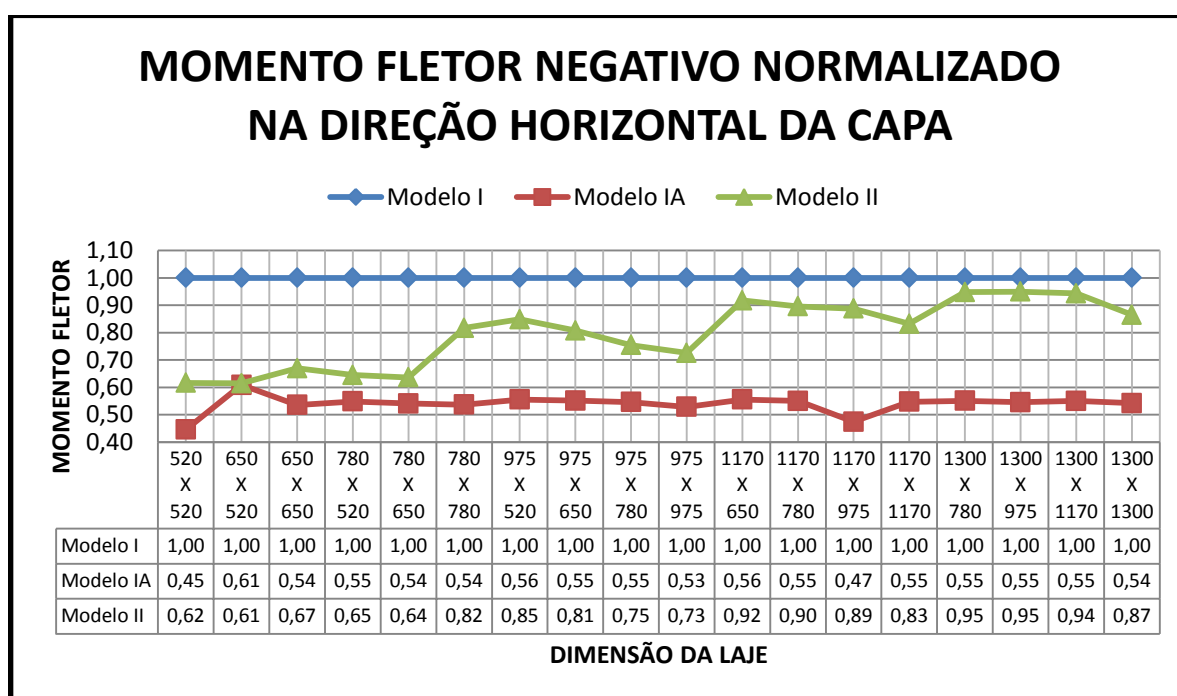
Figura 87 – Região onde se encontram os momentos máximos negativos.



(fonte: elaborado pelo autor)

Embora os momentos fletores não tenham coincidido nos modelos I e IA, a relação entre estes modelos foi mantida quase igual, mantendo no modelo IA o valor médio de 55% do valor apresentado no modelo I. Tal constatação indica que, embora não possuam valores iguais, ambos os modelos apresentam valores coerentes entre si. Por outro lado, foi observado, no modelo II, uma tendência de se afastar da curva do modelo IA e migrar em direção à curva do modelo I. Existe uma grande possibilidade de este resultado ser apenas uma coincidência matemática, uma vez que não existem razões para que exista um comportamento deste tipo. O que pode se imaginar é que o momento fletor nas nervuras do modelo II estejam se aproximando do modelo I a medida que a laje cresce e, devido a janela de valores adotada, aparente esta dupla convergência. A figura 88 apresenta os momentos fletores negativos normalizados sobre a capa superior na direção horizontal.

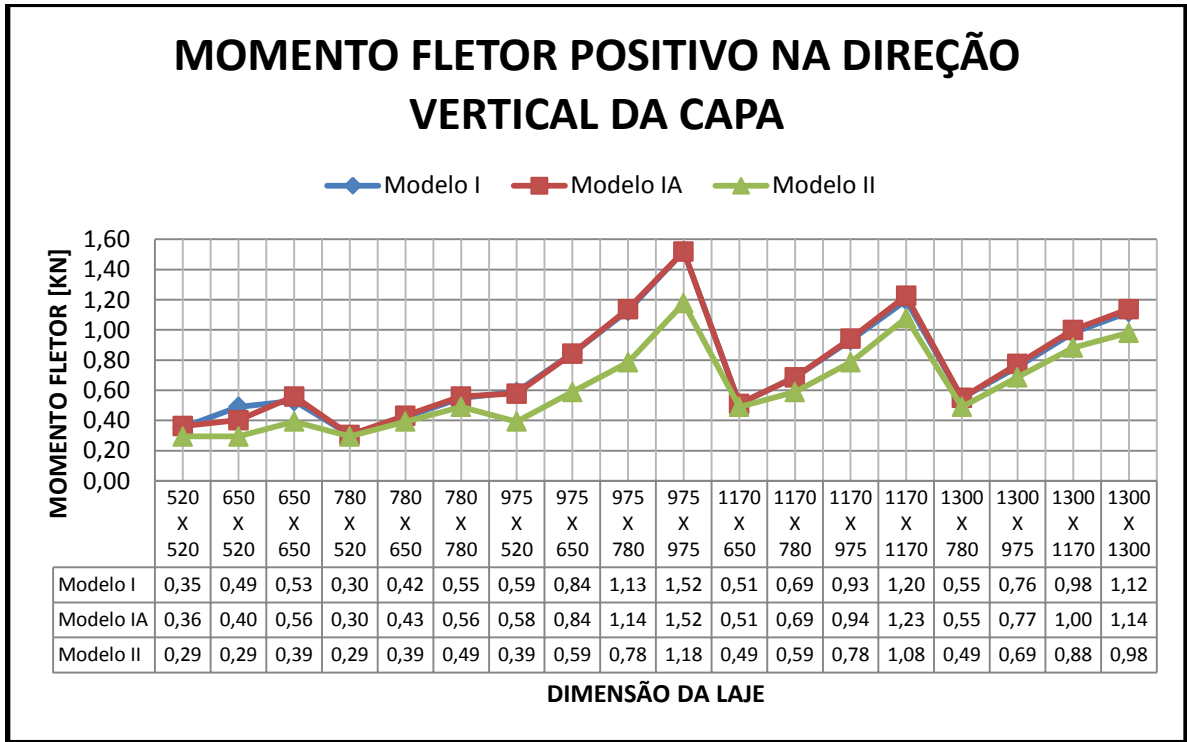
Figura 88 – Momento fletor negativo normalizado sobre a capa superior na direção horizontal



(fonte: elaborado pelo autor)

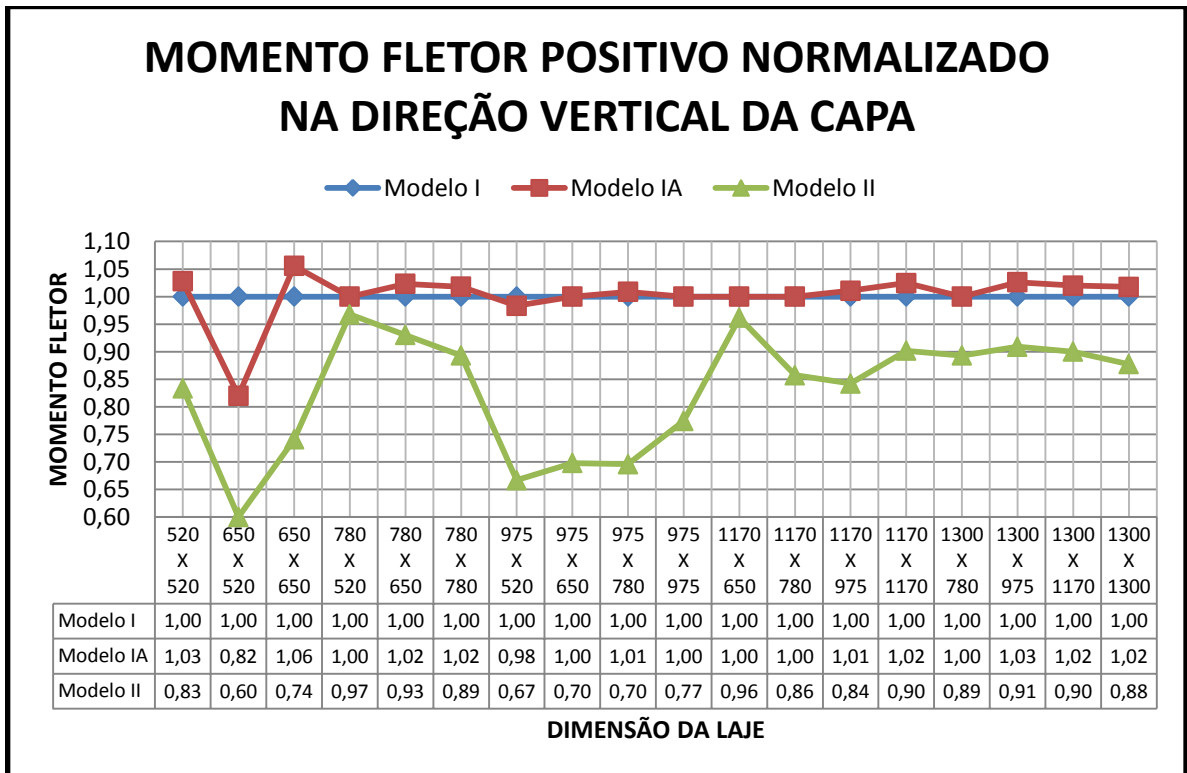
Sobre a direção vertical são válidos os mesmos comentários realizados para a direção horizontal. As figuras 89 até 92 são destinadas a apresentar os resultados para os momentos fletores na direção vertical.

Figura 89 – Momento fletor positivo sobre a capa superior na direção vertical



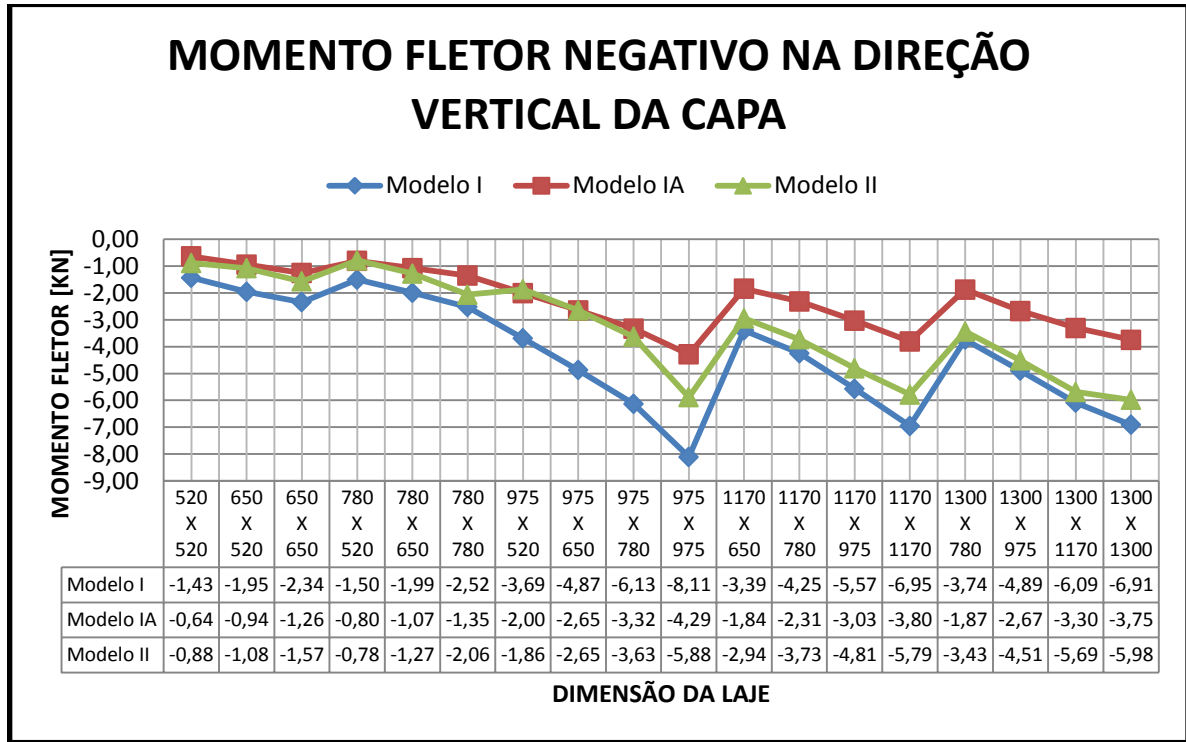
(fonte: elaborado pelo autor)

Figura 90 – Momento fletor positivo normalizado sobre a capa superior na direção vertical



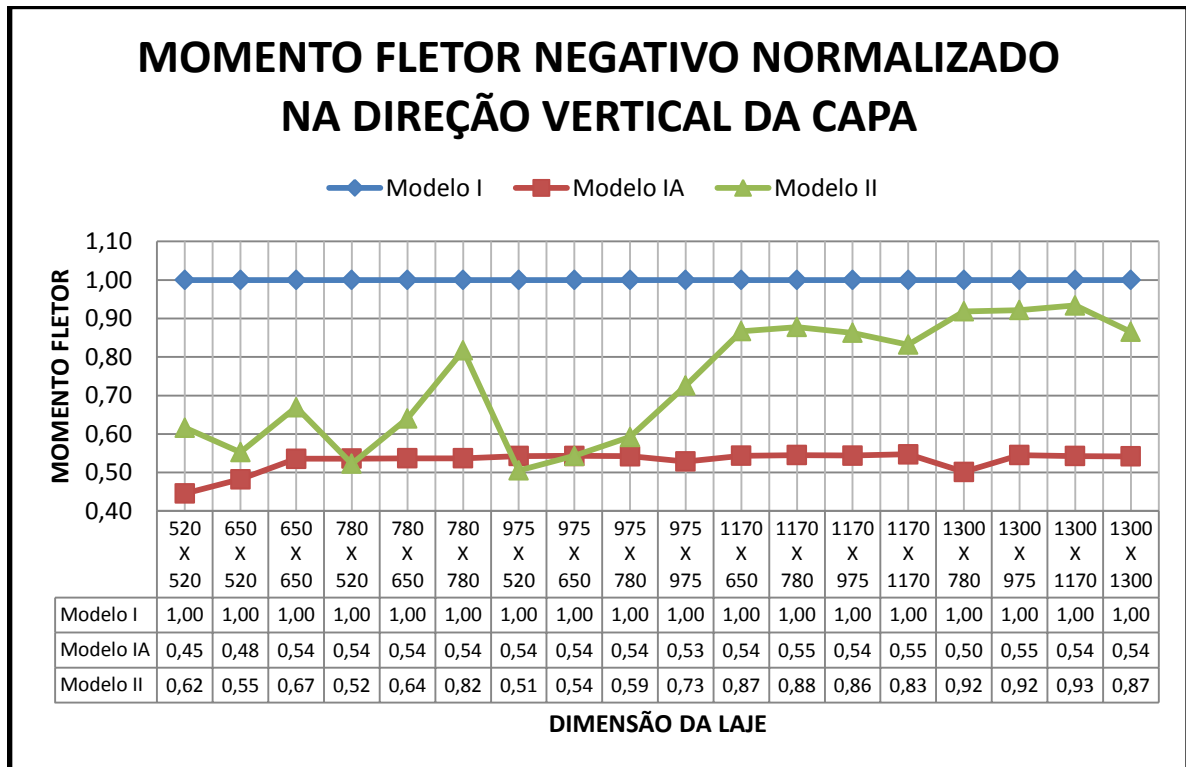
(fonte: elaborado pelo autor)

Figura 91 – Momento fletor negativo sobre a capa superior na direção vertical



(fonte: elaborado pelo autor)

Figura 92 – Momento fletor negativo normalizado sobre a capa superior na direção vertical



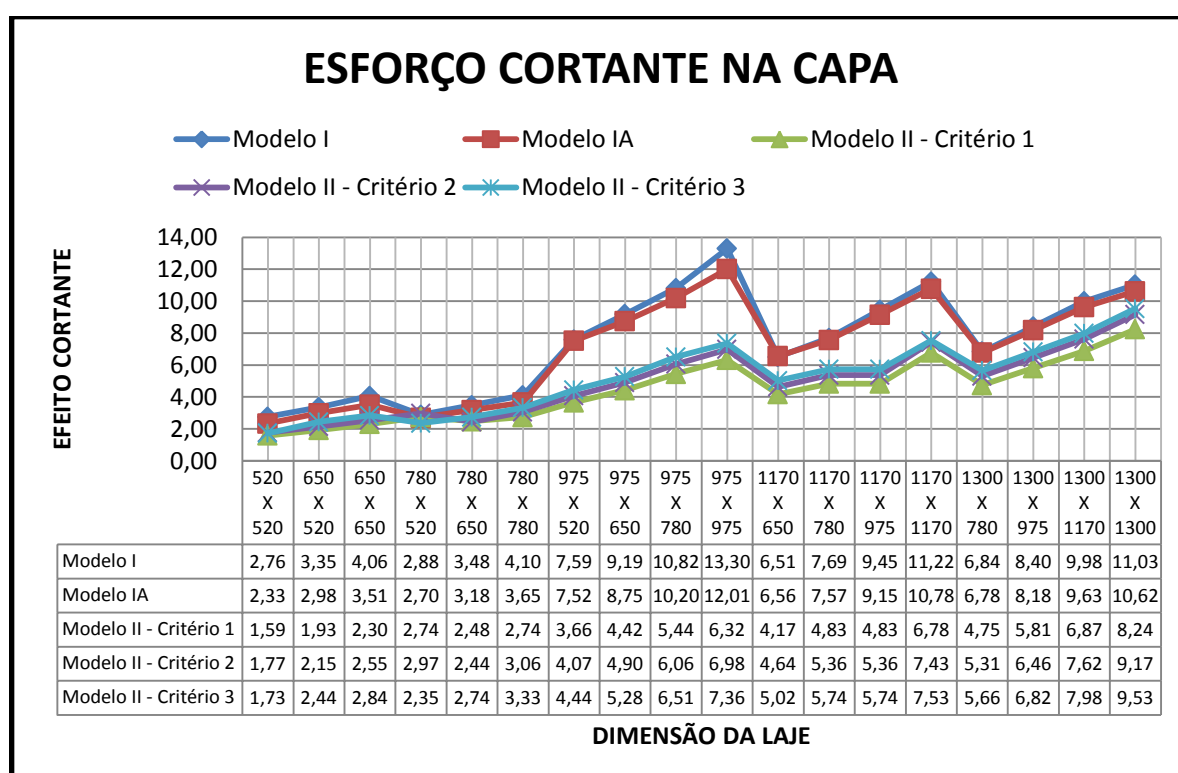
(fonte: elaborado pelo autor)



## 7.5 ANÁLISE DO ESFORÇO CORTANTE SOBRE A CAPA SUPERIOR

Finalmente, a última análise que foi realizada refere-se ao esforço cortante sobre a capa superior. Diferentemente das demais solicitações, nesta foi apresentada apenas um valor, aquele que retrata o esforço cortante máximo na capa superior. Este gráfico, no SAP2000, apresenta o maior valor entre V12 e V13, porém sempre em valores absolutos. A figura 93 apresenta os valores obtidos para esta solicitação.

Figura 93 – Esforço cortante máximo sobre a capa superior

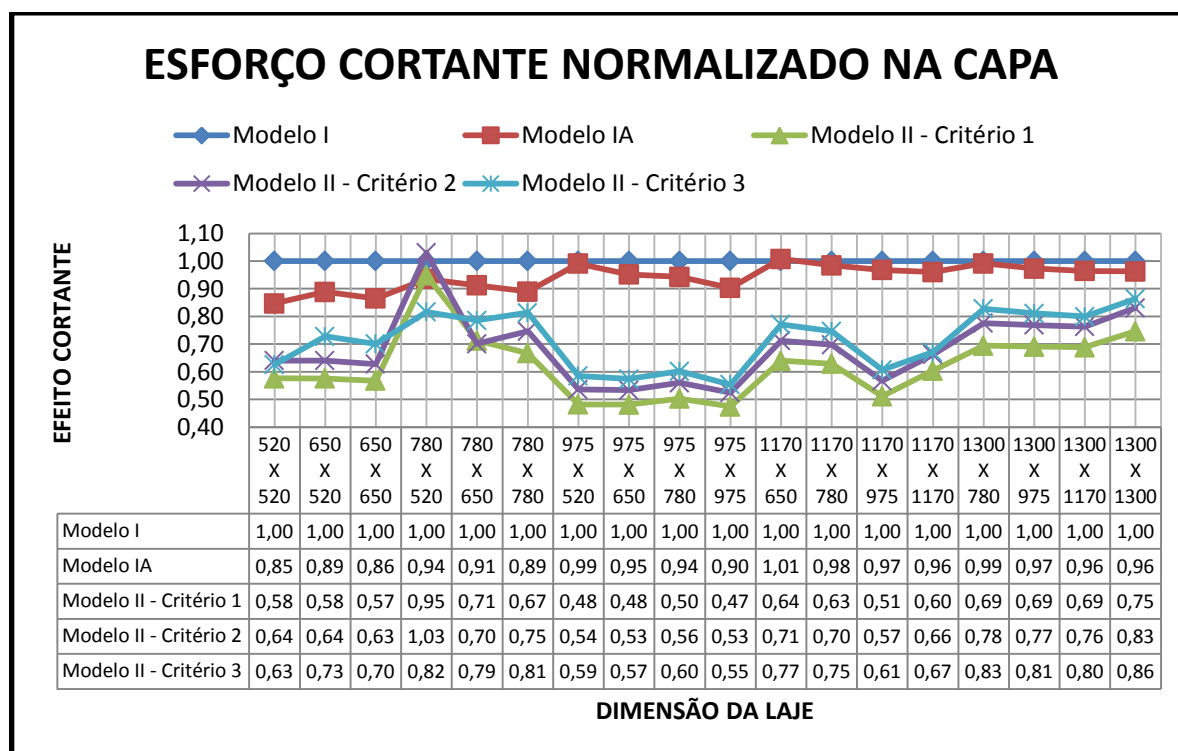


(fonte: elaborado pelo autor)

Como pode ser observado, independentemente do critério adotado para o modelo II, as diferenças entre critérios foram muito pequenas se comparadas às diferenças entre modelos. Constatase, mais uma vez, que a diferença entre modelos é máxima sobre a laje com 975 centímetros entre faces de vigas e decresce à medida que a laje aumenta. Como já foi comentado anteriormente, esta diferença se deve a relação entre o momento de inércia dos modelos, possuindo, o modelo II, um pouco mais de inércia nas nervuras devido à forma que ele foi elaborado. Neste modelo, os efeitos sobre a capa superior estariam diminuídos

causando um pequeno aumento nas solicitações sobre as nervuras. A figura 94 apresenta o esforço cortante normalizado sobre a capa superior.

Figura 94 – Esforço cortante normalizado sobre a capa superior



(fonte: elaborado pelo autor)

Como pode ser observado, existe uma grande diferença quando comparados os resultados sobre os modelos I e IA em relação ao modelo II. No entanto, os próprios modelos I e IA apresentam uma diferença significativa para as laje iniciais. Esta diferença entre os modelos I e IA são devidas ao mesmo fenômeno existente sobre os momentos negativos na capa superior, embora com menor intensidade.

## 7.6 VALIDAÇÃO DOS RESULTADOS

Embora os resultados apresentados tenham sido coerentes entre si, julgou-se necessário realizar a validação dos resultados através dos resultados exatos de cada modelo. Uma vez que não é possível obter os resultados exatos para os modelos apresentados, e caso fosse possível tornaria todo este trabalho desnecessário, o modelo que foi adotado para validação dos resultados consta com uma comparação entre os resultados que seriam obtidos ao se modelar vigas com seção T, simplesmente apoiada ou engastadas, com a mesma inércia das

nervuras, através de cada um dos modelos propostos. Julgou-se, porém, desnecessário realizar esta comparação para o modelo IA por se tratar de um modelo com elevada semelhança em relação ao modelo I e para o modelo III devido ao fato de o programa CAD/TQS® apresentar diferentes procedimentos de cálculo para uma nervura de uma laje nervurada e uma viga.

Uma vez que o leitor deve conhecer o procedimento para determinação dos parâmetros analisados, os cálculos realizados para suas determinações não foram apresentados, porém estes podem ser observados nas figuras 37, na página 61, e 52, na página 75. Apenas julgou-se necessário apresentar a equação para flecha. Para não realizar o cálculo repetidas vezes, considerou-se apenas vigas com a mesma inércia da laje com 975x 975 centímetros de vão entre face de vigas.

Considerando-se que a flecha no centro de uma viga engastada é a seguinte:

$$f = \frac{1}{384} * \frac{P * L^4}{E * I}$$

Onde:

P: carga atuante sobre a viga, incluindo o peso próprio cujo valor depende do modelo;

L: vão real da viga, no caso 1007,5 cm;

E: módulo de elasticidade longitudinal, no caso 2816 KN/cm<sup>2</sup>;

I: momento de inércia em relação ao eixo Y, cujo valor depende do modelo.

Sabe-se que a flecha teórica para uma viga apoiada é 5 vezes maior que a de uma viga engastada. O quadro 5 a seguir apresenta os valores teóricos e reais obtidos para estes modelos com valores em centímetros. Foram utilizados dois valores teóricos em função da diferença de inércia intrínseca dos modelos, porém, caso não fosse desejado realizar esta diferenciação, apenas o valor teórico do modelo I estaria correto.

Quadro 5 – Comparação entre flechas teóricas e determinadas em vigas de seção T

Vinculação da viga	Flecha teórica		Flecha determinada	
	Modelo I	Modelo II	Modelo I	Modelo II
Apoiada	3,617	2,712	3,658	2,758
Engastada	0,723	0,542	0,829	0,657

(fonte: elaborado pelo autor)

Observando-se as flechas, verifica-se que embora não exista uma igualdade entre os valores, eles estão muito semelhantes, fazendo com que os resultados obtidos não fujam muito daqueles que são esperados. Quanto aos momentos fletores sobre as vigas analisadas, o quadro 6 apresenta os resultados obtidos através da análise destas. Na figura mencionada, podem ser observadas diferenças significativas principalmente quanto se trata do momento fletor negativo.

Quadro 6 – Comparação entre momentos fletores teóricas e determinadas em vigas de seção T

Viga Apoiada				
Momento Fletor	teórica		determinada	
	Modelo I	Modelo II	Modelo I	Modelo II
Positivo	59,01	61,22	63,02	59,95
Negativo	0,00	0,00	0,33	0,60

Viga Engastada				
Momento Fletor	teórica		determinada	
	Modelo I	Modelo II	Modelo I	Modelo II
Positivo	19,67	20,41	20,99	20,30
Negativo	-39,67	-40,81	-32,92	-41,13

(fonte: elaborado pelo autor)

Observa-se que a maioria dos resultados foram muito semelhantes aos que ocorrerem na teoria, excetuando-se o engaste do modelo I, o qual apresentou valores com grande diferença nos resultados. Ressalta-se que dentro dos resultados obtidos para a laje nervurada, a qual representa uma estrutura mais complexa que uma viga, os momentos apresentaram a mesma ordem de grandeza, porém com variações maiores dependendo da dimensão da laje. Isso indica, mas não conclui, que ambos os modelos são aptos a representar a realidade, obtendo valores, na maioria das vezes, muito próximos aos que deveriam ser encontrados.

## 7.7 RESULTADOS MÉDIOS NORMALIZADOS

Terminando a apresentação dos resultados, os quadros 7 até 9 apresentam as médias, para todas as lajes, dos resultados normalizados para cada um dos modelos em relação ao modelo I. Como pode-se observar, a média do modelo I é 1 em todos os casos.

Quadro 7 – Média das flechas normalizadas.

Modelo	Flechas		
	Laje	Viga	Relativa
Modelo I	1,00	1,00	1,00
Modelo IA	1,03	1,03	0,99
Modelo II	0,83	0,83	0,84
Modelo III	1,49	1,35	1,56

(fonte: elaborado pelo autor)

Quadro 8 – Média dos esforços normalizados sobre a nervura.

Modelo	Momento Fletor sobre a Nervura				Esforço Cortante Sobre a nervura	
	Positivo Horizontal	Negativo Horizontal	Positivo Vertical	Negativo vertical	Horizontal	Vertical
Modelo I	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
Modelo IA	1,04	0,98	1,00	0,95	1,00	1,01
Modelo II	1,08	1,30	1,14	1,27	0,93	0,92
Modelo III	1,08	1,23	1,07	1,17	0,97	0,91

(fonte: elaborado pelo autor)

Quadro 9 – Média dos esforços normalizados sobre a capa superior.

Modelo	Momento Fletor sobre a capa superior				Esforço Cortante Sobre a capa superior
	Positivo Horizontal	Negativo Horizontal	Positivo Vertical	Negativo vertical	Horizontal
Modelo I	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
Modelo IA	1,05	0,54	1,00	0,53	0,94
critério 1 - MII	0,87	0,80	0,83	0,74	0,62
critério 2 - MII	-	-	-	-	0,68
critério 3 - MII	-	-	-	-	0,72

(fonte: elaborado pelo autor)

## 8 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente capítulo visa apresentar algumas considerações e conclusões obtidas durante a elaboração do presente trabalho. Não sendo possível indicar qual o modelo mais correto, uma vez que não existe um modelo real para determinar as solicitações verdadeiras sobre a estrutura, este tema não será abordado neste capítulo.

A conclusão mais importante retirada deste trabalho diz respeito à forma de modelagem, mostrando que pequenas variações nos modelos podem representar grandes variações nos resultados, principalmente quando os modelos em questão não apresentam as mesmas propriedades geométricas. Os modelos I e II, por exemplo, apresentam diferenças em suas propriedades, tais como momento de inércia e peso próprio, propiciando a existência de solicitações diferentes.

Os resultados de um modelo são muito sensíveis à forma de modelagem realizada e, portanto, são claramente esperadas as diferenças entre estes modelos. O modelo I apresenta uma conexão entre o plano da capa superior e o plano das nervuras, mesmo que este comportamento se assemelhe a analogia de grelhas, seus resultados foram claramente diferentes. O motivo para essa diferença é, basicamente, o baixo refinamento do modelo, sendo os seguintes itens consequências deste:

- a) o elemento rígido pode não possuir rigidez suficiente;
- b) as nervuras apenas se conectam com a capa superior na intersecção entre barras, lugar onde foram alocados os elementos rígidos;
- c) a inércia das nervuras não é continuamente igual, uma vez que se conectam com a capa superior em poucos pontos;
- d) as cargas provenientes do peso próprio das nervuras são aplicadas ao longo delas, a passo que aquelas cargas aplicadas sobre a capa apenas são percebidas na posição dos elementos rígidos.

Estes são apenas algumas situações que podem fazer o modelo I apresentar diferenças em relação aos demais modelos. O modelo I possui nervuras que contém elementos rígidos verticais e, devido a isso, a altura das nervuras fica limitada ao início da capa superior. Uma sugestão que seria interessante de ser desenvolvida, seria realizar a altura da barra até o plano

superior da laje e dispor estes elementos rígidos inclinados, posicionados lateralmente às nervuras, para que as cascas alocadas na capa superior fiquem menores e permitam que a nervura trabalhe com a sua altura plena.

Ainda tratando do modelo I e IA, ficou demonstrado que a forma com que se consideram as condições de contorno, tanto por vinculações de simetria, quanto por lajes idênticas adjacentes, fornecem resultados muito parecidos na maioria dos casos, excluindo-se a análise da capa superior, quando os resultados máximos foram observados em outros pontos devido à influência das lajes de contorno. No entanto, o tempo de processamento foi muito maior no modelo IA, uma vez que este possui muitos elementos a mais. Esta diferença permite concluir que realizar vinculações com condições de simetria é um procedimento plenamente válido e confiável.

Já o modelo II apresenta a nervura como sendo um elemento de casca, cuja altura é a mesma que a da laje. Esta disposição faz com que o software considere as áreas de interseção entre as nervuras e a capa superior duplamente, o que não está plenamente correto. Apesar de o modelo possuir este erro, seus resultados não ficaram muito distantes dos demais, indicando que mesmo com significativa diferença, não faz com que os resultados sejam inválidos. O modelo II foi o que mais exigiu processamento computacional. Embora os tempos dependam de computador para computador, a comparação entre os tempos de processamento do quadro 10 é válida para ter ideia do tempo perdido no processamento de cada modelo.

Mesmo o modelo II possuindo os maiores tempos de processamento, seus resultados ficaram muito semelhante aos demais. Isso por que, embora os resultados tenham sido mais exatos para o seu modelo, este não representa fielmente a realidade.

Finalmente, quanto ao modelo III, estes resultados foram colhidos do software CAD/TQS® e são os principais resultados utilizados por engenheiros calculistas cotidianamente. Tal como os demais modelos, seus resultados foram muito semelhantes, excetuando-se as flechas, as quais apresentaram valores muito mais conservadores frente aos outros modelos. As diferenças obtidas para as flechas chegam a 70%, quando comparadas com o modelo I.

Embora o modelo III seja o mais utilizado na prática, seu método de análise é considerado mais limitado que os demais, mesmo não apresentando resultados diferentes. Essa limitação

faz com que os resultados obtidos por este modelo não sejam tão mais próximos aos existentes na realidade.

Quadro 10 – Tempo de processamento de cada modelo.

<b>Tempo de processamento dos modelos expresso em segundos</b>				
<b>Identificação da laje</b>	<b>Modelo I</b> Intel Core i7-2670QM CPU 2.20 GHz	<b>Modelo IA</b> Intel Core i7-2670QM CPU 2.20 GHz	<b>Modelo II</b> Intel Core i7-2670QM CPU 2.20 GHz	<b>Modelo III*</b> Intel Core 2 Quad CPU Q6600 2.40 GHz
520 X 520	+/-1	7	59	19
650 X 520	+/-1	7	59	21
650 X 650	1	11	79	22
780 X 520	1	8	83	18
780 X 650	2	11	88	20
780 X 780	1	14	130	21
975 X 520	2	10	79	20
975 X 650	2	12	88	21
975 X 780	2	15	105	25
975 X 975	3	19	129	30
1170 X 650	2	13	109	24
1170 X 780	2	17	132	28
1170 X 975	3	23	160	34
1170 X 1170	2	27	220	42
1300 X 780	2	16	131	31
1300 X 975	3	23	177	39
1300 X 1170	3	31	213	47
1300 X 1300	3	37	223	53

(fonte: elaborado pelo autor)

Obviamente todos os resultados deveriam ser idênticos, o que não ocorre devido às diferenças entre todos os modelos. Tal igualdade nos resultados, na prática, seria errada, pois para obtê-la, seria necessário alterar as propriedades de algum modelo para que se igualasse a outro, o qual não possui resultados idênticos aos apresentados na realidade e por este motivo as diferenças entre os modelos são aceitas.



## REFERÊNCIAS

- ARAÚJO, J. M. de. **Curso de Concreto Armado**. 3. ed. Rio Grande: Dunas, 2010a. v. 2. Disponível em: <<http://www.editoradunas.com.br/dunas/V2.pdf>>. Acesso em: 21 maio 2013.
- \_\_\_\_\_. **Curso de Concreto Armado**. 3. ed. Rio Grande: Dunas, 2010b. v. 4. Disponível em: <<http://www.editoradunas.com.br/dunas/V4.pdf>>. Acesso em: 21 maio 2013.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6120**: cargas para o cálculo de estruturas de edificações. Rio de Janeiro, 1980.
- \_\_\_\_\_. **NBR 6118**: projeto de estruturas de concreto – procedimento. Rio de Janeiro, 2007.
- AZEVEDO, A. F. M. **Método dos Elementos Finitos**. 1. ed. Porto, PT: Universidade do Porto, 2003. Disponível em: <[http://www.alvaroazevedo.com/publications/books/livro\\_mef\\_aa\\_1ed/doc/livro\\_mef\\_aa.pdf](http://www.alvaroazevedo.com/publications/books/livro_mef_aa_1ed/doc/livro_mef_aa.pdf)>. Acesso em: 21 maio 2013.
- CARVALHO, R. C. **Análise Não-Linear de Pavimentos de Edifícios de Concreto Através da Analogia de Grelha**. 1994. 208 f. Tese (Doutorado em Engenharia) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1994. Disponível em: <[http://web.set.eesc.usp.br/static/data/producao/1994DO\\_RobertoChustCarvalho.pdf](http://web.set.eesc.usp.br/static/data/producao/1994DO_RobertoChustCarvalho.pdf)>. Acesso em: 21 maio 2013.
- CARVALHO, R. C.; PINHEIRO, L. M. **Cálculo e Detalhamento de Estruturas Usuais de Concreto Armado**. 1. ed. São Paulo: Pini, 2009. v. 2.
- LOUREIRO, G. J. Projeto de Lajes Protendidas com Cordoalhas Engraxadas. SIMPÓSIO EDUSP SOBRE ESTRUTURAS DE CONCRETO, 6, 2006, Fortaleza. **Resumos...** São Paulo: EDUSP, 2006, p. 1734-1755. Disponível em: <<http://www.feb.unesp.br/lutt/Concreto%20Protendido/ArtLaje%20Protendida.pdf>>. Acesso em: 18 ago. 2013.
- MARTHA, L. F. **Métodos Básicos da Análise de Estruturas**: versão preliminar. Rio de Janeiro: PUCRJ, [2010]. Disponível em: <<http://coral.ufsm.br/decc/ECC1002/PrincECC1002.htm>>. Acesso em: 15 jun. 2013.
- PAULA, W. C. de. **Comportamento Estrutural de Lajes Nervuradas de Concreto Armado com Base no Emprego do Programa ANSYS**. 2007. 189 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Programa de Pós Graduação em Engenharia Civil, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2007. Disponível em: <<http://www.eng.uerj.br/producao2/index.php?id=352>> Acesso em: 5 maio 2013.
- SILVA, L. P. **Estudo Comparativo entre Lajes Nervuradas e Maciças em Função dos Vãos entre Apoios**. 2010. 98 f. Trabalho de Diplomação (Graduação em Engenharia Civil) – Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2010. Disponível em: <<http://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/28581/000769185.pdf?sequence=1>>. Acesso em: 19 maio 2013.

SILVA, S. da. **Introdução ao Método dos Elementos Finitos**. Foz do Iguaçu: Unioeste, 2009. Notas de aula. Disponível em: <<http://www.inf.unioeste.br/~rogerio/Análise-Estruturas1.pdf>>. Acesso em: 23 maio 2013.

SCHMID, M. T., **Lajes Planas Protendidas**. 3. Ed. revis. e ampl. [S. l.]: Rudloff Industrial Ltda., 2009. Disponível em: <[http://www.rudloff.com.br/downloads/publicacoes-tecnicas/publicacao1\\_lajes\\_planas\\_protendidas.pdf](http://www.rudloff.com.br/downloads/publicacoes-tecnicas/publicacao1_lajes_planas_protendidas.pdf)>. Acesso em: 18 ago. 2013.

SORIANO, H. L. **Método de Elementos Finitos em Análise de Estruturas**. São Paulo: Edusp, 2003.