

155

UMA CONEXÃO ENTRE O CÁLCULO E O CAOS. *Carlos D. Halmann, Eduardo H. M. Brietzke*
(Departamento de Matemática Pura e Aplicada, Instituto de Matemática, UFRGS).

Partindo de uma iteração simples, como a do método de Newton, para encontrar as raízes da equação $y=x^2-b$, pode-se mostrar o surgimento do caos. Para valores positivos de b , o Método de Newton funciona perfeitamente. Para valores negativos de b , o Método de Newton não consegue encontrar as raízes da equação. No entanto, de acordo com o ponto de partida, as iterações assumem três comportamentos diferentes. Fazendo $b=-1$ e $x_0=1$, ocorre divergência para o infinito. Se agora $x_0=1/\sqrt{3}$, ocorre um ciclo entre $1/\sqrt{3}$ e $-1/\sqrt{3}$. Se agora iniciarmos com x_0 grande, x_n se aproxima da origem. Porém, quando bem próximo desta, x_n é jogado para longe novamente. De modo a melhor observar o que ocorre, procede-se a mudança $x_n=\cot 2^n \theta$. Percebe-se que se $\theta/(for\ um\ inteiro/2^N)$, x_n divergirá. Se $\theta/(for\ um\ racional)$, ocorrerão ciclos. Se $\theta/(for\ um\ irracional)$ será encontrado o caos. Estabelecendo uma iteração para y_n e fazendo a mudança $y_n=1/z_n$, chegamos a $z_{n+1}=4z_n-4z_n^2$. Esta última, é um análogo discreto da equação logística $z'=az-bz^2$, porém com novas propriedades não compartilhadas pela equação diferencial. É também um caso particular da iteração da família de parábolas $z_{n+1}=az_n-az_n^2$. Esta, pela variação do parâmetro 'a' e de z_0 , conduz aos fractais bem como aos conjuntos de Cantor e Mandelbrot (CNPq).