

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DE SUL
INSTITUTO DE FÍSICA

**UM ESTUDO SOBRE O FENÔMENO DA
VIOLAÇÃO DE SIMETRIA CP NO MODELO
PADRÃO DAS PARTÍCULAS**

Lucas Soster Moriggi

Trabalho de Conclusão de Curso realizado sob a orientação do Prof. Dr. Magno Machado, apresentado ao Instituto de Física da UFRGS em preenchimento parcial dos requisitos para a obtenção do grau de Bacharel em Física.

Porto Alegre, 27 de junho de 2014

Sumário

1	Introdução	4
2	Histórico da violação de CP	6
2.1	Simetrias e leis de conservação	6
2.2	Paridade	7
2.2.1	Paridade do fóton	8
2.3	Conjugação de carga	8
2.4	T e CPT	10
2.5	Outras simetrias	10
2.6	Violação de simetria	11
2.7	Violação de CP	13
2.8	Experimento de Cronin	14
2.9	Últimas décadas	14
2.10	Consequências da assimetria CP	15
2.11	Condições de Sakharov	16
3	Violação de CP indireta	17
3.1	Oscilação de estranheza	17
3.2	Evolução temporal	18
3.3	Assimetria CP	20
3.4	Matriz do Hamiltoniano efetivo	24
3.4.1	Operador T	24
3.4.2	Transformação CP e CPT	26
4	Violação CP no modelo padrão	27
4.1	Universalidade da interação fraca	27
4.2	Ângulo de Cabibbo	29
4.3	A matriz CKM	30
4.3.1	Parametrização	30
4.3.2	Parametrização padrão	31
4.4	Violação CP no decaimento	33
4.5	Invariante de Jarlskog	35
5	Conclusões	37

Lista de Figuras

2.1	Direção do elétron em relação a polarização do Co	12
3.1	Analogia ao pêndulo acoplado	18
3.2	Número de K^0 e \bar{K}^0 em função do tempo	22
3.3	Assimetria em função do tempo	23
3.4	Valor esperado de estranheza	24
4.1	Diagrama de Feynman para decaimento do lépton tau	27
4.2	Diagrama de Feynman para decaimento beta de n e Λ	28
4.3	Ângulo de Cabibbo	29
4.4	CP conjugado da interação entre os quarks	31
4.5	Ângulo de Euler, matriz CKM	32
4.6	Diagramas para decaimento de árvore e com loop (diagrama pinguim)	33
4.7	Triângulo unitário	35

Resumo

Neste trabalho será exposto um estudo teórico do fenômeno de violação da simetria CP (carga-paridade). Esta quebra de simetria teve importante papel na construção do Modelo Padrão, principalmente no setor da interação fraca. Além disso, a simetria CP é relacionada ao problema da assimetria matéria-antimatéria no contexto da bariogênese (o por quê de se observar um universo predominantemente de matéria).

De fato, será visto que a violação de CP, que tem sido observada nos decaimentos de certos mésons, fica restrita a interação fraca e é muito pequena, de forma que a princípio não é suficiente para explicar a assimetria bariônica.

Capítulo 1

Introdução

As simetrias têm tido papel de destaque na construção das teorias em física de partículas. Sempre que uma simetria que parece ser universal é quebrada, surgem novos mecanismos que tentam explicá-las. Neste contexto, atualmente nos situamos no problema da quebra de simetria CP, que consiste na operação sucessiva de P (reflexo especular) e C (transformar partícula em antipartícula). Se um processo muda ao se inverter as coordenadas e trocar partícula por antipartícula, então ele não é invariante sob CP, e se diz que CP foi violada.

Têm-se mostrado ao longo de mais de 4 décadas que esse tipo de simetria é quebrada em vários tipos de decaimento:

Primeiramente o experimento de Cronin em 1967 [1] mostrou a quebra de simetria para o sistema káon neutro, K^0 - \bar{K}^0 , em que se observou o tipo denominado de indireto de violação CP. Esse tipo de violação é devido ao fato de que existe um káon de meia-vida longa e outro de meia vida curta, que são uma mistura de estados de CP. Essa diferença nos tempos de vida tornava possível a observação experimental do número de estados de CP par ou ímpar contido no káon de meia vida longa.

No entanto, observações de violação de CP dita direta, tiveram que esperar muitos anos, já que sua determinação experimental era muito mais complicada. De fato, só em 1993 foi possível se observar este fenômeno através do decaimento $K \rightarrow \pi^0\pi^0$ pelos experimentos NA31 do CERN [2] e E731 [3] do Fermilab, no mesmo ano.

Em 2001, uma nova geração de experimentos buscavam violação de CP no sistema de mésons B^0 . Motivado pelo fato de que, no Modelo Padrão, se esperava uma violação CP muito maior para esse tipo de méson (através da matriz CKM). Tal efeito foi confirmado, onde os experimentos conhecidos como fábricas de B, BaBar no SLAC/USA [4] e Belle no KEK/Japão [5], determinaram assimetria CP nos decaimentos direto destes mésons 10^3 vezes maior que no caso dos káons.

Atualmente o experimento LHCb (CERN) observou violação CP nos de-

caimentos de mésons D^0 e B_s^0 [6].

Se espera também violação de CP para os léptons, nesse caso a matriz PMNS (Pontecorvo–Maki–Nakagawa–Sakata) descreve a mistura dos sabores para os neutrinos. De fato, se sabe que os neutrinos oscilam em um fenômeno análogo à oscilação de sabores dos mésons neutros (que gera assimetria CP), daí surge a possibilidade de que o mesmo tipo de violação CP ocorra para eles. No entanto, os experimentos com neutrinos ainda não têm precisão suficiente para determinar esse tipo de assimetria.

Como comentário adicional, todos estes fenômenos descritos acima foram observados para processos fracos. Embora nunca se tenha observado violação CP para a interação forte, não existe nada que impeça isso na QCD (teoria de gauge para a interação forte), dando origem ao conhecido problema de CP forte no Modelo Padrão.

Esse trabalho procede de forma a conduzir o leitor ao problema de CP através do contexto histórico em que ele se desenvolveu, e então serão feitos cálculos para se chegar a assimetria CP no caso do sistema dos mésons káon neutro K^0 .

O primeiro capítulo consiste em introduzir os conceitos básicos das operações discretas C, P, e T necessários para o entendimento dos cálculos posteriores. Além disso, se discute o histórico da assimetria CP e seu papel na bariogênese através das condições de Sakharov.

O segundo capítulo será focado no fenômeno de violação de CP devido à oscilação de estranheza, em que o méson K^0 se transforma em sua antipartícula e vice-versa. Será calculada a evolução temporal desse sistema, sua assimetria CP e o valor esperado de estranheza.

Por fim, no terceiro capítulo será explicado como essa assimetria é incorporada ao modelo padrão através da matriz CKM, que faz a mistura dos quarks na interação fraca, explicando a violação de CP direta dos decaimentos. Ao final da dissertação resumimos os principais resultados e conclusões.

Capítulo 2

Histórico da violação de CP

Neste capítulo serão introduzidos os conceitos básicos sobre simetrias discretas. Como estas são representadas por operadores, e como estes atuam nas funções de onda das partículas.

Além disso, será apresentado o contexto histórico no qual os problemas ligados a quebra de simetria apareceram em física de partículas. Desde o teorema de Noether, que conecta simetrias a leis de conservação, até o experimento de Cronin que pela primeira vez determinou a violação de CP.

2.1 Simetrias e leis de conservação

Dizer que um objeto é simétrico significa que após fazermos uma operação sobre ele não notamos nenhuma diferença, como quando se gira 90° um quadrado. Nesse mesmo sentido, existe também simetria nas leis da física, o que significa que após alterarmos algum parâmetro não notamos qualquer mudança.

Por exemplo, a força eletrostática é simétrica frente a troca de carga, o que significa que ao invertermos o sinal das cargas, ou seja, transformar positivo em negativo e vice-versa, não notaríamos nada. A força continuaria a ser a mesma, como podemos ver da lei de Coulomb:

$$F = \frac{kq_1q_2}{r^2}, \quad (2.1)$$

apenas o sinal relativo das cargas importa, mas não há informação nessa lei sobre qual deve ser a positiva (se é q_1 ou q_2).

Outro aspecto importante sobre simetrias é que elas estão sempre associadas a conservação de alguma quantidade pelo teorema de Noether [7].

A simetria de invariância no tempo, por exemplo, leva a conservação de energia. Isso significa que o fato de a lei não mudar com o tempo faz com que a energia seja constante. Podemos escrever isso na representação de

Heisenberg:

$$\frac{dD}{dt} = \frac{i}{\hbar} [H, D]. \quad (2.2)$$

Se um operador qualquer D comuta com o hamiltoniano H do sistema, então $\frac{dD}{dt} = 0$ e ele gera uma quantidade D (autovalor) conservada.

A grande importância de se ter uma quantidade que não muda após um processo (conservado) é que isso torna possível determinar quais processos podem ou não ocorrer. Por exemplo, vê-se que o decaimento :

$$\pi^0 \rightarrow 3\gamma, \quad (2.3)$$

não deve ocorrer, pois se assim fosse a quantidade C (autovalor do operador conjugação de carga), seria diferente antes (+1 para o π) e depois (-1 para 3γ), já que se espera que na interação eletromagnética C seja conservado.

As operações de simetria podem ser contínuas, como a de translação no espaço e no tempo (que leva a conservação de momento e energia respectivamente), nas quais são feitas sucessivas operações infinitesimais, mas também podem ser discretas como a conjugação de carga e paridade, as quais são o objetivo principal deste texto.

2.2 Paridade

Uma operação de paridade consiste em trocar as orientações dos eixos do sistema, ou seja, transformar um sistema dextrógiro em levógiro. Funciona como uma imagem no espelho, exceto pelo fato do espelho trocar apenas esquerda por direita, mas não cima por baixo. Pode-se, então, definir um operador de paridade π , de forma que ao se operar duas vezes sobre um estado $|\alpha\rangle$, deve-se voltar ao estado inicial (girar e desgirar 180°):

$$\pi^2|\alpha\rangle = |\alpha\rangle. \quad (2.4)$$

Ou seja, os autovalores de π são +1 ou -1 correspondendo a um estado par e ímpar, respectivamente.

Quando essa simetria de espelho existir tem-se conservação da paridade (P), que é um número quântico multiplicativo associado a um sistema de partículas. A paridade total do sistema é o produto de sua paridade intrínseca e espacial (que só depende de seu momento angular orbital).

Se desprevermos os férmions pela equação de Dirac é possível ver que a paridade de um férmion deve ser oposta a de sua antipartícula. Logo, como mésons são compostos de quark e antiquark (dois férmions), sua paridade intrínseca é $P = (-1)(+1) = -1$. Para os bárions (3 férmions) $P = +1^3 = +1$.

A paridade devido a parte espacial da função de onda pode ser obtida a partir dos harmônicos esféricos (já que a parte radial não deve mudar se $\vec{r} \rightarrow -\vec{r}$).

Uma operação de paridade é equivalente a girar 180° o ângulo polar θ , ou trocar $\theta \rightarrow \pi - \theta$ ($\cos(\theta) \rightarrow -\cos(\theta)$) e $\phi \rightarrow \phi + \pi$ na expressão :

$$Y_l^m(\theta, \varphi) = \left(\frac{(2l+1)(l-m)!}{4\pi(l+m)!} \right)^{1/2} P_l^m(\cos\theta) e^{im\varphi}. \quad (2.5)$$

Olhando para os polinômios de Legendre $P_l^m(\cos\theta)$ em que $m=0$ têm-se:

$$P_l^0(\cos\theta) \propto \frac{d^l(\cos(\theta)^2 - 1)^l}{d\cos(\theta)^l}, \quad (2.6)$$

é possível ver que cada vez que se aumenta l , a derivada dá origem a um polinômio de um grau maior, sendo assim, por indução, vê-se que se $P_l^0(\cos\theta)$ é uma função par, $P_{l+1}^0(\cos\theta)$ é ímpar:

$$P_0^0(\cos\theta) = cte \rightarrow (par), \quad (2.7)$$

$$P_1^0(\cos\theta) \propto \cos\theta \rightarrow (impar), \quad (2.8)$$

$$P_2^0(\cos\theta) \propto (\cos\theta)^2 \rightarrow (par), \quad (2.9)$$

$$P_3^0(\cos\theta) \propto (\cos\theta)^3 \rightarrow (impar). \quad (2.10)$$

Como aplicar π (mudar θ por $\pi - \theta$), significa trocar $\cos(\theta) \rightarrow -\cos(\theta)$, obtêm-se o fator $(-1)^l$.

Para considerar valores de $m \neq 0$ deve-se observar que L_+ (o operador que faz m aumentar) e π comutam (L é um vetor axial e não muda sob operação de paridade). Logo os autovalores de π não mudam com a aplicação de L_+ (ver [8]).

$$\pi|l, m\rangle = (-1)^l |l, m\rangle. \quad (2.11)$$

Então, conclui-se que a paridade de uma partícula qualquer é $(-1)^l \times P$ (intrínseca).

2.2.1 Paridade do fóton

O fóton pode ser associado a um vetor (spin 1), pois como um vetor que muda de orientação sob transformação de paridade, o fóton também deve mudar $\pi|\gamma\rangle = -|\gamma\rangle$ ($P=-1$). Isso pode ser observado considerando um elétron ao fazer uma transição para um estado excitado no átomo: O elétron tem seu momento angular mudado por uma unidade ($\Delta l = 1$), o que faz sua paridade mudar (pelo fator -1^l), portanto pela conservação de P , a paridade do fóton deve ser -1.

2.3 Conjugação de carga

No eletromagnetismo clássico a existência de uma simetria frente a troca das cargas é evidente nas equações de Maxwell, e vê-se que embora os campos mudem de orientação as fontes também mudam. Pode-se generalizar

um operador conjugação de carga \mathcal{C} que muda não só a carga elétrica das partículas, mas também todos seus números quânticos 'internos', ou seja, transforma partícula em antipartícula.

Da mesma forma que a paridade, o autovalor do operador conjugação de carga é um número quântico multiplicativo C que pode ser $+1$ ou -1 .

$$\mathcal{C}|\alpha\rangle = \pm|\alpha\rangle = |\bar{\alpha}\rangle. \quad (2.12)$$

É importante notar que partículas carregadas não são autoestados de \mathcal{C} como por exemplo:

$$\mathcal{C}|\pi^+\rangle = |\pi^-\rangle \neq \pm|\pi^+\rangle, \quad (2.13)$$

nesse caso o méson π^+ não é autoestado de \mathcal{C} . Logo, apenas partículas neutras, que são suas próprias antipartículas ($Q = -Q = 0$) devem ser.

Como o campo magnético é produzido pelo movimento de cargas, que trocam de sinal sob \mathcal{C} , o fóton deve ter $C=-1$.

Os autovalores C para um sistema férmion-antiférmion (como os mésons que são compostos por quark e antiquark) podem ser obtidos trocando completamente as funções de onda de um pelo outro.

Tomando o decaimento do positronium como exemplo (ver [9]):

$$e^+e^- \rightarrow 2\gamma; 3\gamma, \quad (2.14)$$

cuja função de onda total é:

$$\psi_{total} = \phi(espacial)\alpha(spin)\chi(carga). \quad (2.15)$$

Começando pela parte espacial, trocar e^+ por e^- significa fazer uma operação de paridade em ϕ , o que gera o fator $(-1)^l$. Para trocar a parte de spin, deve-se também considerar que a parte α pode ser simétrica ou antisimétrica. No caso dos spins estarem alinhados, $S = 1$, e a função α é simétrica frente a troca. Caso estejam contrários é antisimétrica, daí surge um fator $(-1)^{S+1}$. Pelo princípio de Pauli a função total deve ser antissimétrica, e assim se obtêm os autovalores de \mathcal{C} :

$$(-1)^{S+1}(-1)^l C = -1, \quad (2.16)$$

$$C = (-1)^{l+S}. \quad (2.17)$$

O mesmo raciocínio vale para um par méson-antiméson, com a ressalva de que os estados $S = 0$ e 2 são simétricos, e $S = 1$ é antissimétrico

$$(-1)^S(-1)^l C = +1, \quad (2.18)$$

da mesma forma vale :

$$C = (-1)^{l+S}. \quad (2.19)$$

2.4 T e CPT

A operação de reversão temporal T consiste na troca $t \rightarrow -t$, e é análoga a ver um filme passando ao contrário. A segunda lei de Newton (envolve segunda derivada no tempo) tem essa simetria. Pode-se imaginar um projétil sujeito apenas ao campo gravitacional, em que não se é possível diferenciar se o movimento ocorre no sentido reverso ou normal.

No entanto, algumas leis (como as de difusão) não possuem essa simetria, fato este ligado ao aumento de entropia que nos permite diferenciar processos que ocorrem no sentido inverso. Por exemplo, em um balão de gás se esvaziando, seria estranho observar o gás voltando ao balão (sentido inverso).

A simetria CPT consiste na operação sucessiva de trocar partícula por antipartícula, esquerda por direita e inverter o sentido do tempo (em qualquer ordem). Essa é considerada uma simetria universal demonstrada utilizando aspectos gerais de teoria de campos [10]. Uma de suas consequências é que para cada partícula existe uma antipartícula de mesma massa e tempo de vida.

É importante notar que as simetrias C,P e T podem ser violadas separadamente, no entanto a simetria CPT deve ser sempre mantida.

2.5 Outras simetrias

Em 1747 com um experimento muito simples, Benjamin Franklin demonstrou a conservação da carga elétrica. Ainda hoje esta regra, de que carga deve ser constante, é de grande importância e nunca se observou o contrário.

A simetria que gera essa conservação é a de invariância frente a transformação de gauge. Esse tipo de transformação consiste em adicionar um termo aos potenciais que geram os campos, uma vez que a escala desses potenciais é arbitrária. No caso da carga, os potenciais do campos elétrico e magnético, ϕ e \vec{A} transformados, são respectivamente:

$$\vec{A} = \vec{A}' + \nabla\chi, \quad (2.20)$$

$$\phi = \phi' - \frac{1}{c} \frac{\partial\chi}{\partial t}. \quad (2.21)$$

As transformações de gauge também geram conservação de número de bárions e léptons. Sendo o número bariônico a simples contagem (soma) dos bárions (+1) e antibárions (-1), assim como o número leptônico (soma léptons e antiléptons).

É relevante mencionar que no Modelo Padrão existem três pares (famílias) de quarks (que formam os bárions) e léptons, além de bósons que intermediam as interações. Sendo assim, toda matéria é constituída por essas partículas que interagem de três formas : eletromagnética, forte e fraca (ver [11]).

Abaixo um resumo com as simetrias mencionadas, onde o 'sim' significa que a interação possui a respectiva simetria (ou conserva o número quântico):

•	N^{lepton}	N^{barion}	carga elétrica	sabores	P	C	T ou CP
EM	sim	sim	sim	sim	sim	sim	sim
forte	sim	sim	sim	sim	sim	sim	sim
fraca	sim	sim	sim	não	não	não	não

Os sabores são números quânticos ligados a cada tipo de quark (seis tipos), serão discutidos mais adiante, assim como as violações de simetria no setor fraco.

2.6 Violação de simetria

Até 1956 acreditava-se que as leis da física eram invariantes frente a operação de paridade, isto é, não seria possível distinguir esquerda e direita, já que os fenômenos ocorriam da mesma forma para as duas direções.

No entanto, nos anos 50 surgiu um paradoxo: dois mésons τ e θ , pareciam ser idênticos, tendo mesma massa, spin e carga, mas decaindo via interação fraca de formas diferentes. O méson τ decaía em três píons e o θ em dois píons.

Como a paridade intrínseca do méson π é -1, os estados 2π tem paridade par (+1), ao contrário do estado com 3π (-1):

$$\tau^+ \rightarrow \pi^+ \pi^+ \pi^-, \quad (2.22)$$

$$\theta \rightarrow \pi^+ \pi^0. \quad (2.23)$$

Esse paradoxo ficou conhecido como 'thau-thetha puzzle', e levou (em 1956) T. D. Lee e C.N.Yang [12] a propor que na verdade τ e θ seriam uma mesma partícula, o méson K (káon).

Deve-se lembrar que a paridade intrínseca do méson pi é -1, e os estados 2π tem paridade par (+1), ao contrário de 3π (-1). Logo, Lee e Yang estavam propondo que a interação fraca deveria violar paridade. Para verificar esse fato faziam-se necessárias observações experimentais dessa assimetria. Um dos experimentos sugeridos por eles foi realizado no ano seguinte (1957) por C.S. Wu e colaboradores [13].

O experimento realizado por Wu consistia em observar a distribuição dos elétrons provenientes do decaimento beta do isótopo ^{60}Co .

$$^{60}\text{Co} \rightarrow ^{60}\text{Ni} + e^- + \bar{\nu}_e. \quad (2.24)$$

Uma amostra do isótopo era resfriada próximo ao zero absoluto, para que seu spin se alinhasse a um campo magnético externo. Eram então medidas

as distribuições de elétrons relativos ao spin do núcleo de ^{60}Co . Lembremos que numa transformação de paridade a orientação do spin não muda, por este ser um vetor axial, mas deve inverter o sentido do momento do elétron emitido. Por consequência, se a paridade é conservada o número de elétrons que saem no sentido do spin deve ser igual ao número de elétrons no sentido oposto ao do spin nuclear (Figura 2.1).

A grande surpresa é que havia uma direção preferencial para o decaimento: observou-se que mais elétrons foram contados no sentido contrário ao spin do Co.

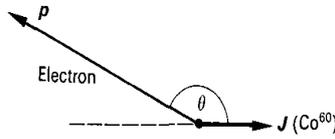


Figura 2.1: Direção do elétron em relação a polarização do Co

A intensidade dos elétrons é então expressa por:

$$I(\theta) = 1 + \alpha \frac{v}{c} \cos(\theta). \quad (2.25)$$

Se a paridade é conservada, ao fazer uma rotação de 180° a intensidade não deve mudar. Logo, $\cos(\pi - \theta) = -\cos(\theta) = \cos(\theta)$, o que só se cumpre se o parâmetro α é zero. Ao contrário, se $\alpha = \pm 1$ o desvio em relação ao processo que conserva paridade é máximo. Sendo assim, α mede 'quanto a paridade foi violada'.

A medida experimental desse parâmetro mostrou que não só a paridade é violada, mas como essa violação é máxima com $\alpha = -1$.

Após o experimento de Wu muitos outros confirmaram a violação da simetria P na interação fraca. Mas uma observação em particular, que talvez melhor exemplifique essa violação máxima, é a de que todos os neutrinos tem helicidade esquerda. Ao contrário, todos os antineutrinos têm helicidade direita. Sendo que a helicidade h , é definida como a projeção do spin na direção do movimento da partícula, $h = \frac{\vec{p} \cdot \vec{s}}{|\vec{p}| |\vec{s}|}$.

A imagem no espelho de um neutrino simplesmente não existe, mostrando uma clara distinção entre direita e esquerda (mesmo que só na interação fraca). Além disso, ao se aplicar a conjugação de carga \mathcal{C} em um neutrino esquerdo, tem-se um antineutrino esquerdo (o que não existe), logo a violação de C também existe nas interações fracas, e assim como a de P, é máxima.

Pensando-se em resolver esse problema, foi proposto que na verdade a 'boa' simetria seria a operação sucessiva de \mathcal{CP} , já que assim um antineutrino

direito é transformado num neutrino esquerdo.

De fato, essa invariância CP foi observada em quase todos os decaimentos e parecia ter restaurado a simetria para a interação fraca.

2.7 Violação de CP

Anteriormente, na década de 40, foram observadas partículas cujo tempo de criação era da ordem da interação forte ($10^{-15}s$). No entanto seus decaimentos ocorriam muito mais lentamente ($10^{-10}s$), o que fez com que ficassem conhecidas como partículas estranhas. Descobriu-se depois que na verdade elas são produzidas via interação forte e decaem por interação fraca.

Em 1953 Gell-Mann e Nishijima [14] explicaram esse fato ao introduzir um novo número quântico, a estranheza (S), que era violado nas interações de decaimento (fraca), mas conservado na forte.

Esses fatos levaram, em 1955, Gell-Mann e Pais [15] a propor que o sistema K^0, \bar{K}^0 (com estranheza +1 e -1 respectivamente) poderia oscilar através de uma interação fraca de segunda ordem, ou seja, K^0 pode se tornar \bar{K}^0 e vice-versa. Na verdade, essa propriedade de oscilação de sabor não é única do K^0 ; ela também ocorre para os dupletos de isospin 1/2: B^0 (beauty oscilation) e D^0 (charm oscilation), que assim como o káon são as partículas mais leves com o número quântico beauty e charm, respectivamente, também sendo 'forçadas' a decair via interação fraca violando esses números.

Se essa oscilação partícula-antipartícula existe, podemos escrever os auto-estados de CP do káon como uma combinação dos autoestados de estranheza \bar{K}^0 e K^0 :

$$|K_1^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|K^0\rangle - |\bar{K}^0\rangle), \quad (2.26)$$

$$|K_2^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|K^0\rangle + |\bar{K}^0\rangle). \quad (2.27)$$

Os autovalores são respectivamente +1(par) para K_1 e -1(ímpar)para K_2 .

Esse resultado é obtido aplicando-se o operador CP em K_1 e K_2 , sendo que \mathcal{C} transforma K^0 em \bar{K}^0 , e P gera autovalores -1 (para mésons). Então, se CP é conservada, K_1 só pode decair em estados ímpares, ao contrário de K_2 que decai em estados pares.

Como os autoestados de CP, K_1 e K_2 , não são autoestados de C, suas massa e tempo de vida também são diferentes. Isso pode ser explicado em analogia a diferença de massa entre próton e nêutron, que é dada pelo acoplamento eletromagnético. No caso K_1 - K_2 essa diferença vem do acoplamento fraco. De fato $\Delta m \propto 10^{-6}eV$, e o tempo de vida do K_2 é muito maior que o de K_1 .

É neste contexto que, em 1964, Cronin realizou seu famoso experimento em busca de violação de CP.

2.8 Experimento de Cronin

Um feixe de káons observado a uma distância suficientemente grande (até que os estados K_1 já tenham decaído) deveria conter apenas estados K_2 , ou seja, só se deveriam observar decaimentos em 3π (CP=-1), caso CP fosse conservada.

No entanto, observa-se uma pequena fração de decaimentos em 2π (de CP=+1). O que significa que K_L (meia vida longa), decai tanto em 2π quanto em 3π , violando CP. Na verdade, K_L pode ser escrito como combinação de K_1 e K_2 :

$$|K_L^0\rangle \simeq |K_2^0\rangle + \epsilon|K_1^0\rangle. \quad (2.28)$$

Sendo que o parâmetro ϵ mede 'quantos estados de CP errada' existem em K_L . Se ϵ fosse nulo, CP seria conservada. Entretanto, diferente da violação de P, que é máxima, a de CP é muito pequena,

$$\epsilon \simeq 2,3 \times 10^{-3}, \quad (2.29)$$

significando que a cada 500 decaimentos, aproximadamente um viola CP.

O experimento de Cronin [1] mede uma violação de CP devido a mistura dos estados de K_1 e K_2 , a chamada violação indireta, que ocorre devido ao decaimento da componente K_1 em 2π , presente em K_L . Entretanto, poderia ocorrer do próprio estado K_2 (que se espera CP =-1), decair em 2π (CP=+1). Esta é chamada violação direta de CP ou violação no decaimento.

$$|K_L^0\rangle = |K_2^0\rangle + \epsilon|K_1^0\rangle. \quad (2.30)$$

Este tipo de violação pode ser entendida como a diferença nas amplitudes de decaimento de um méson M em um estado final f e seu respectivo CP conjugado \bar{M} decaindo em \bar{f} , ou seja :

$$A(M \rightarrow f) \neq A(\bar{M} \rightarrow \bar{f}). \quad (2.31)$$

2.9 Últimas décadas

Em 1973, M. Kobayashi e T. Maskawa [16] encontraram uma forma de incorporar violação de CP ao modelo padrão através da matriz CKM, que descreve a mistura entre sabores de quarks na interação fraca. Uma das consequências dessa teoria, era que deveriam existir seis tipos de quarks. Deve ser lembrado que na época só haviam sido observados três quarks (u,d,s). Desde então, foram encontrados os outros três quarks (charm em 1974, botom em 1977 e top em 1995), confirmando as previsões do modelo.

Embora o experimento de Cronin tenha sido realizado em 1964, detectando violação de CP indireta, apenas nos anos 90 foi observado o tipo direto. Primeiramente com o experimento NA31 (1993) do CERN, e em 1999, confirmado pelo experimento KTeV do Fermilab e NA48 (CERN) [3, 2, 17].

Todas essas observações experimentais vieram do sistema káon neutro. De fato a medida de violação direta nesse sistema é difícil, já que ocorre muito mais raramente que a violação indireta (de ordem 10^{-6}). Para se medir esse tipo de violação CP é necessário observar a diferença na violação direta em dois tipos de decaimento do káon, através da razão :

$$R = \frac{\frac{\Gamma(K_L \rightarrow \pi^+ \pi^-)}{\Gamma(K_S \rightarrow \pi^+ \pi^-)}}{\frac{\Gamma(K_L \rightarrow \pi^0 \pi^0)}{\Gamma(K_S \rightarrow \pi^0 \pi^0)}} \simeq 1 + 6Re\left(\frac{\epsilon'}{\epsilon}\right). \quad (2.32)$$

O numerador mede violação de CP no decaimento $K \rightarrow \pi^+ \pi^-$ enquanto o denominador no decaimento $K \rightarrow \pi^0 \pi^0$. Logo, se só existe violação indireta, as razões deveriam ser iguais, resultando em $Re\left(\frac{\epsilon'}{\epsilon}\right) = 0$.

Fazendo-se uma média de todos recentes experimentos [3, 2, 17] para determinação de $\frac{\epsilon'}{\epsilon}$ no decaimento K^0 tem-se

$$Re\left(\frac{\epsilon'}{\epsilon}\right) = (17, 2 \pm 1, 8) \times 10^{-4}, \quad (2.33)$$

mostrando que violação de CP desse tipo é mais rara que a indireta.

Entretanto, violação de CP não ocorre apenas para o sistema K^0 , recentemente foi constatada também para os mésons B^0 .

Em 2001 os experimentos BABAR e, independentemente, BELLE mostraram esse tipo de violação nos decaimentos em $B^0 \rightarrow K^\mp \pi^\pm$, tendo valores de assimetria CP muito maiores que para o sistema káon neutro [4, 5]:

$$A_{K^+ \pi^-} = \frac{\Gamma(\bar{B}^0 \rightarrow K^- \pi^+) - \Gamma(B^0 \rightarrow K^+ \pi^-)}{\Gamma(\bar{B}^0 \rightarrow K^- \pi^+) + \Gamma(B^0 \rightarrow K^+ \pi^-)} = -0.115 \pm 0.018. \quad (2.34)$$

Neste caso, diferente do sistema K^0 , se pode observar diretamente a razão entre taxa de decaimento e seu CP conjugado, por ser muito mais evidente.

2.10 Consequências da assimetria CP

Obviamente existe uma clara distinção entre matéria e antimatéria nas leis da física (pelo menos na interação fraca), medidas por essa assimetria CP. As observações vêm mostrando uma clara preferência nos decaimentos $M \rightarrow f \neq \bar{M} \rightarrow \bar{f}$.

Outra consequência disso é a violação da simetria T (reversão temporal), tendo em vista que a simetria CPT deve ser mantida. Resumindo tudo, o que tem sido observado nos últimos 50 anos é que a interação fraca viola quase todas as simetrias : P,C,T,CP, além da conservação dos sabores.

Em total oposição, as interações eletromagnéticas e forte conservam todas essas simetrias, nunca tendo sido observadas violações.

Além da clara contribuição para a construção do modelo padrão, o estudo da violação de CP é motivado pela assimetria matéria-antimatéria observada no universo. Sabe-se que uma das condições para que exista muito mais matéria como observamos no universo, é a violação das simetrias C e CP.

2.11 Condições de Sakharov

Em 1967 Sakharov [18] propôs que para explicar a assimetria bariônica, três condições deveriam ser satisfeitas: 1) Violação do número bariônico; 2) violação de C e CP; 3) Afastamento do equilíbrio térmico.

Supondo que uma partícula X possa decair em a ou b, com número bariônico B_a e B_b respectivamente, e analogamente, \bar{X} em \bar{a} e \bar{b} com números bariônicos $-B_a$ e $-B_b$.

Se r é a fração de X que decaem em a, $1-r$ é a fração que decaem em b, assim:

$$r = \frac{\Gamma(X \rightarrow a)}{\Gamma_X}, \quad \bar{r} = \frac{\Gamma(\bar{X} \rightarrow a)}{\Gamma_{\bar{X}}}, \quad 1-r = \frac{\Gamma(X \rightarrow b)}{\Gamma_X}, \quad 1-\bar{r} = \frac{\Gamma(\bar{X} \rightarrow b)}{\Gamma_{\bar{X}}}. \quad (2.35)$$

Deve-se lembrar que devido ao teorema CPT, a largura de decaimento Γ deve ser igual para partícula e antipartícula, neste caso, $\Gamma_X = \Gamma_{\bar{X}}$. Logo, o número bariônico total ΔB (que dá a diferença matéria-antimatéria) é:

$$\Delta B = (r - \bar{r})(B_a - B_b). \quad (2.36)$$

Então, se não há violação no número bariônico no decaimento de X, $B_a = B_b$ e $\Delta B = 0$

Da mesma forma, se $r - \bar{r} = 0$, $\Delta B = 0$, ou seja, as taxas de decaimento devem ser diferente para matéria e antimatéria, como observado na violação de CP. Isso corresponde a segunda condição.

Há ainda a questão de que a violação de CP prevista no Modelo Padrão não é grande o suficiente para gerar a diferença de número bariônico observada através da densidade de fótons :

$$\eta = \frac{\eta_b - \eta_{\bar{b}}}{\eta_\gamma} \simeq 6,1 \pm 0,3 \cdot 10^{-10} \quad (WMAP2008). \quad (2.37)$$

De acordo com a teoria da bariogênese, após a nucleossíntese (formação dos primeiros núcleos), o número de fótons permaneceu constante já que os bárions não podiam mais ser criados ou destruídos. Assim sendo, a razão densidade de bárions por fótons observada da radiação cósmica de fundo, mede a assimetria matéria-antimatéria.

Capítulo 3

Violação de CP indireta

Este capítulo será focado no fenômeno de oscilação de estranheza para o sistema $K^0-\bar{K}^0$. Este fato acaba levando a violação de CP indireta, induzida pela mistura dos estados K^0 e \bar{K}^0 (de interação forte) nos autoestados do Hamiltoniano $K_L^0-K_S^0$ (de interação fraca).

3.1 Oscilação de estranheza

Como já mencionado, existem alguns pares de mésons neutros que podem oscilar entre partícula e antipartícula, de forma que se essa oscilação ocorre a uma mesma taxa em ambos os sentidos não há produção excedente de estados com CP=+1 ou -1.

Tomando o sistema \bar{K}^0, K^0 como exemplo, vamos supor que em um feixe há inicialmente apenas K^0 , como estes são instáveis irão decair dando origem a outras partículas. Além disso, durante o tempo em que são produzidos até decaírem pode haver oscilação, ou seja K^0 pode se transformar em \bar{K}^0 . Estes dois fenômenos devem ser levados em conta para se estudar a evolução temporal deste sistema, e assim entendermos como CP é violada.

Este tipo de oscilação pode ser entendida em analogia a um sistema de pêndulos acoplados fracamente (por uma mola por exemplo): Inicialmente o pêndulo 2 é posto para oscilar em uma amplitude A, enquanto o outro parte do repouso. Assim, a energia vai sendo transferida de 2 para 1, e a frequência com que a oscilação ocorre depende da intensidade do acoplamento entre os dois.

Se for acrescentado ainda um termo de amortecimento, essa oscilação deve ocorrer por um certo tempo até que o sistema chegue ao equilíbrio.

Da mesma forma, em nosso sistema teremos uma função de onda que inicialmente só contém o estado $|K^0\rangle$ (pêndulo 1), com amplitude de probabilidade máxima 1 (já que em quântica o estado deve ser normalizados). Com o passar do tempo, $|K^0\rangle$ acaba cedendo sua energia para $|\bar{K}^0\rangle$ (pêndulo 2), que a princípio não existia. Dessa forma surge a amplitude de \bar{K}^0

na função de onda. Assim como no pêndulo amortecido eles decaem, sendo que sua energia é cedida para as partículas resultantes do decaimento

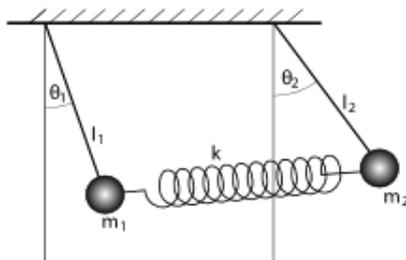


Figura 3.1: Analogia ao pêndulo acoplado

3.2 Evolução temporal

Estados estáveis, isto é, que possuem energias bem definidas, têm sua evolução temporal dada pela equação de Schrodinger:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\psi(t)\rangle = H_0 |\psi(t)\rangle, \quad (3.1)$$

$$|\psi(t)\rangle = e^{-\frac{iH_0 t}{\hbar}} |\psi(0)\rangle. \quad (3.2)$$

Se for feita a escolha do sistema de referência como sendo o de repouso da partícula, a energia é simplesmente a de repouso, $E = mc^2$. Daqui para frente é conveniente adotar $c = \hbar = 1$.

Supondo que seja feita uma perturbação nesse sistema que o torna instável, ou seja, agora haverá decaimento, e um potencial V que faz a perturbação é acrescentado ao hamiltoniano: $H_{eff} = H_0 + V$. A evolução desse sistema novamente é dada pela eq. 3.1. No entanto, a forma funcional do potencial V não é conhecida, e recorre-se então à fenomenologia de decaimentos de onde se sabe que os estados decaem segundo a lei de decaimento exponencial $e^{-\frac{t}{\tau}}$, sendo τ a vida média da partícula.

Dessa forma a evolução temporal fica dada por :

$$|\psi(t)\rangle = e^{-iH_0 t - \frac{t}{2\tau}} |\psi(0)\rangle. \quad (3.3)$$

Pela relação de incerteza energia-tempo, a vida média pode ser escrita como $\tau = \frac{1}{\Gamma}$, sendo Γ conhecido como largura de decaimento, que diz o quão rápido o estado inicial está decaindo.

Voltando a Eq 3.1, o hamiltoniano efetivo pode ser identificado como

$$H_{eff} = m - \frac{i}{2}\Gamma \quad (3.4)$$

Vale a pena notar que este hamiltoniano não é hermitiano, logo pode haver não-conservação de energia localmente.

Na verdade o que ocorre é que enquanto K_0 decai, sua energia (massa) está sendo 'transferida' para as partículas produto do decaimento.

Como visto pela relação 2.26, 2.27, sabe-se que existe um káon mais pesado cuja meia vida é longa $|K_L\rangle$, e o outro leve com meia vida mais curta $|K_S\rangle$. Caso CP fosse conservada, os autoestados de massa e CP coincidiriam, ou seja:

$$|K_S\rangle = |K_1^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|K^0\rangle + |\bar{K}^0\rangle) \quad (CP = +1), \quad (3.5)$$

$$|K_L\rangle = |K_2^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|K^0\rangle - |\bar{K}^0\rangle) \quad (CP = -1). \quad (3.6)$$

Para entender como a oscilação de estranheza deve ocorrer neste caso, observamos que os estados $|K_0\rangle$ e $|\bar{K}_0\rangle$ são autoestados do operador S (estranheza) com autovalores +1 e -1 respectivamente. Assim é possível escrever nesta base:

$$S = |K_0\rangle\langle K_0| - |\bar{K}_0\rangle\langle \bar{K}_0|, \quad (3.7)$$

ou na base dos autoestados de massa:

$$S = |K_S\rangle\langle K_S| + |\bar{K}_L\rangle\langle \bar{K}_L|. \quad (3.8)$$

Deve-se observar que os autoestados do hamiltoniano (massa), são os que evoluem no tempo sem se misturar, diferente dos de estranheza.

Supondo um estado inicial:

$$|\psi(0)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|K_S\rangle + |\bar{K}_L\rangle),$$

cuja evolução é :

$$|\psi(t)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(e^{-im_S t - \frac{1}{2}\Gamma_S t}|K_S(0)\rangle + e^{-im_L t - \frac{1}{2}\Gamma_L t}|\bar{K}_L(0)\rangle), \quad (3.9)$$

pode-se, então, obter o valor esperado de estranheza:

$$\langle\psi(t)|S|\psi(t)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(e^{im_S t - \frac{1}{2}\Gamma_S t} + e^{-im_L t - \frac{1}{2}\Gamma_L t}). \quad (3.10)$$

Os autoestados de estranheza não têm massa definida, mas caso a oscilação não ocorresse, suas massas e largura de decaimento seriam m e Γ , que podem ser entendidos como massa e largura média:

$$m = \frac{1}{2}(m_S + m_L), \quad \Delta m = m_L - m_S, \quad (3.11)$$

$$\Gamma = \frac{1}{2}(\Gamma_S + \Gamma_L), \quad \Delta\Gamma = \Gamma_L - \Gamma_S. \quad (3.12)$$

Nestas variáveis :

$$\langle S \rangle = e^{-\Gamma t} (\cos \Delta mt), \quad (3.13)$$

e a diferença de massa dá a frequência de oscilação. Além disso, como em média $\cos(\Delta mt) = 0$, não serão produzidos mais estados de estranheza $+1$ em relação a -1 . Mas isso deve ser esperado, já que se assumiu que haveria simetria CP.

3.3 Assimetria CP

Para considerar violação de CP, vamos novamente escrever os estados de massa como combinação dos de CP, mas dessa vez considerando a assimetria dada pelo parâmetro ϵ :

$$|K_S^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2(1+|\epsilon|^2)}} (|K_1^0\rangle + \epsilon|K_2^0\rangle), \quad (3.14)$$

$$|K_L^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2(1+|\epsilon|^2)}} (|K_2^0\rangle + \epsilon|K_1^0\rangle), \quad (3.15)$$

ou em termos dos autoestados $|K^0\rangle$:

$$|K_S^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2(1+|\epsilon|^2)}} ((1+\epsilon)|K^0\rangle - (1-\epsilon)|\bar{K}^0\rangle), \quad (3.16)$$

$$|K_L^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2(1+|\epsilon|^2)}} ((1+\epsilon)|K^0\rangle + (1-\epsilon)|\bar{K}^0\rangle). \quad (3.17)$$

Como já deve estar claro, o Hamiltoniano deve ser tal que misture os estados de estranheza, de forma que se as bases do estranheza são representadas pelos vetores:

$$|K^0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad |\bar{K}^0\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (3.18)$$

a matriz que representa o hamiltoniano deve ter a forma funcional:

$$H = \begin{pmatrix} m - \frac{i}{2}\Gamma & H_{12} \\ H_{21} & m - \frac{i}{2}\Gamma \end{pmatrix}. \quad (3.19)$$

Os termos diagonais devem ser iguais pelo teorema CPT (partícula e anti-partícula devem ter mesma massa e tempo de vida), enquanto os termos fora da diagonal fazem a mistura de $|K^0\rangle$ e $|\bar{K}^0\rangle$, já que no caso desta matriz ser diagonal a evolução ocorre separadamente para ambos.

Resolvendo a equação de autovalores para esta matriz, se obtém:

$$\lambda_{S,L} = m_{S,L} - \frac{i}{2}\Gamma_{S,L} = m - \frac{i}{2}\Gamma \pm \sqrt{H_{12}H_{21}}, \quad (3.20)$$

$$|K_{S,L}\rangle = \begin{pmatrix} p \\ \pm q \end{pmatrix} = p|K^0\rangle \pm q|\bar{K}^0\rangle. \quad (3.21)$$

Em que os autovalores $\lambda_{S,L}$ correspondem ao Káon de meia vida curta e longa, com seus respectivos autovetores $|K_S\rangle$ e $|K_L\rangle$, cujas componentes p e q definem um parâmetro η :

$$\eta \equiv \frac{q}{p} = -\sqrt{\frac{H_{12}}{H_{21}}}, \quad (3.22)$$

e observando 3.14, fica claro sua relação com o parâmetro ϵ

$$\eta = \frac{1 - \epsilon}{1 + \epsilon}. \quad (3.23)$$

Voltando a pensar no caso em que CP é conservada, isso corresponde a $\epsilon \rightarrow 0$ e $\eta \rightarrow 1$, logo $p = q$ e retorna-se ao caso 2.26, 2.27. Além disso, por 3.22 H_{12} e H_{21} são iguais e a matriz que representa o hamiltoniano é simétrica ($H^T = H$).

Tendo definido todos estes parâmetros, voltamos a olhar a evolução temporal de um estado inicial arbitrário:

$$|\psi(0)\rangle = a|K^0\rangle + \bar{a}|\bar{K}^0\rangle = \left(\frac{a}{2p} + \frac{\bar{a}}{2q}\right)|K_S\rangle + \left(\frac{a}{2p} - \frac{\bar{a}}{2q}\right)|K_L\rangle. \quad (3.24)$$

Aplicando agora a evolução temporal :

$$|\psi(t)\rangle = \left(\frac{a}{2p} + \frac{\bar{a}}{2q}\right)e^{-im_S t - \frac{1}{2}\Gamma_S t}|K_S(0)\rangle + \left(\frac{a}{2p} - \frac{\bar{a}}{2q}\right)e^{-im_L t - \frac{1}{2}\Gamma_L t}|K_L(0)\rangle. \quad (3.25)$$

Para simplificar as análise, imagina-se que inicialmente há apenas estados $|K_0\rangle$, o que corresponde a $\bar{a} = 0$, $a = 1$ e voltando a escrever na base $|K_0\rangle$, $|\bar{K}_0\rangle$ por 3.21 chega-se a :

$$|\psi(t)\rangle = \frac{1}{2}[e^{-im_S t - \frac{1}{2}\Gamma_S t} + e^{-im_L t - \frac{1}{2}\Gamma_L t}|K^0(0)\rangle] + \eta \frac{1}{2}[e^{-im_S t - \frac{1}{2}\Gamma_S t} - e^{-im_L t - \frac{1}{2}\Gamma_L t}|K^0(0)\rangle], \quad (3.26)$$

reagrupando os termos e escrevendo em termos das diferenças e médias de massa e largura de decaimento, pela relação (3.11),(3.12):

$$|\psi(t)\rangle = e^{-imt - \frac{1}{2}\Gamma t} \cos\left[\left(\Delta m - \frac{i}{2}\Gamma\right)\frac{t}{2}\right]|K^0(0)\rangle + \eta e^{-imt - \frac{1}{2}\Gamma t} i \sin\left[\left(\Delta m - \frac{i}{2}\Gamma\right)\frac{t}{2}\right]|\bar{K}^0(0)\rangle. \quad (3.27)$$

Agora fica possível calcular o número de káons e antikáons como função do tempo:

$$N_{K^0}(t) = N_0 |\langle K^0 | \psi(t) \rangle|^2 = \frac{1}{2} N_0 e^{-\Gamma t} [\cosh(\frac{1}{2} \Delta \Gamma t) + \cos(\Delta m t)], \quad (3.28)$$

$$N_{\bar{K}^0}(t) = N_0 |\langle \bar{K}^0 | \psi(t) \rangle|^2 = |\eta|^2 \frac{1}{2} N_0 e^{-\Gamma t} [\cosh(\frac{1}{2} \Delta \Gamma t) - \cos(\Delta m t)]. \quad (3.29)$$

Os valores a seguir [19] foram usados para gerar os gráficos (3.2, 3.3, 3.4):

$$\begin{aligned} \Delta m (s^{-1}) &= (5.300 \pm 0.012) \cdot 10^9, \\ \Gamma (s^{-1}) &= 5.61 \cdot 10^9, \\ \frac{\Delta \Gamma}{2\Gamma} &= -0.9966, \\ \delta_\epsilon &= (3.27 \pm 0.12) \cdot 10^{-3}, \\ |\eta|^2 &= 0.99348 \pm 0.00024. \end{aligned} \quad (3.30)$$

Também se observa experimentalmente que a massa média devida ao termo H_{11} do hamiltoniano, é da ordem de centenas de MeV, enquanto que a massa dos elementos fora da diagonal (parte real de H_{12}, H_{21}), são da ordem de 10^{-12} MeV. A explicação para essa grande diferença é que os termos diagonais têm origem da auto-interação forte dos mésons, enquanto os outros termos, que fazem a oscilação de estranheza, são devidos à interação fraca.

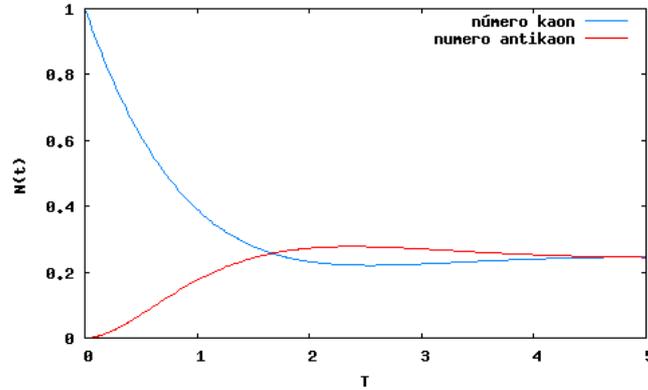


Figura 3.2: Número de K^0 e \bar{K}^0 em função do tempo

O gráfico (3.2) foi feito, assim como os outros, utilizando-se a variável adimensional $T = \Gamma t$ no eixo x, e os números de káon $N_{K^0}(t)$ (linha azul) e antikáon $N_{\bar{K}^0}(t)$ (linha vermelha) em y, estando ambos normalizados por N_0 .

Este gráfico mostra a situação em que, inicialmente, um feixe contendo apenas K^0 evolui no tempo. De onde se vê, que espontaneamente surge \bar{K}^0

no sistema. Também é possível notar que a oscilação é fortemente amortecida pelo decaimento. De fato, se compararmos o período de oscilação $t_{os} = \frac{2\pi}{\Delta m} = 1,18 \cdot 10^{-9} s$ com a vida média, que pode ser obtida pela largura média de decaimento $\tau = 0,18 \cdot 10^9 s$, é possível ver que, em média, não há nem tempo de ocorrer uma oscilação completa.

Para analisar melhor a assimetria na oscilação define-se a função $a(t)$:

$$a(t) = \frac{N_{K^0}(t) - N_{\bar{K}^0}(t)}{N_{K^0}(t) + N_{\bar{K}^0}(t)} = \frac{(1 + |\eta|^2)e^{-\Gamma t} \cos(\Delta mt) + (1 - |\eta|^2) \cosh(\frac{1}{2}\Delta\Gamma t)}{(1 - |\eta|^2)e^{-\Gamma t} \cos(\Delta mt) + (1 + |\eta|^2) \cosh(\frac{1}{2}\Delta\Gamma t)}. \quad (3.31)$$

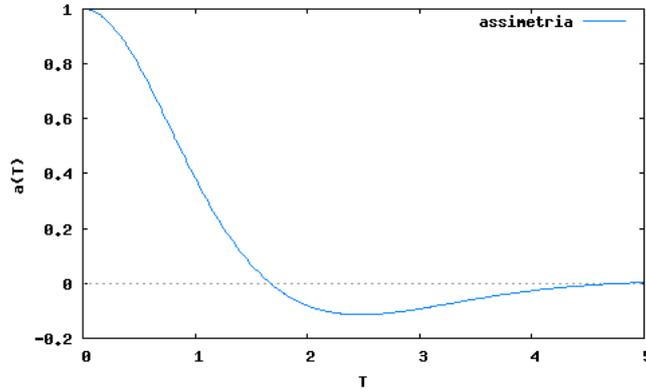


Figura 3.3: Assimetria em função do tempo

O gráfico da assimetria (3.3) mostra $a(T)$, que inicialmente é máxima (já que só há káon no sistema); e com o passar do tempo decresce, pois passa a haver surgimento de \bar{K}^0 . Em um certo tempo (entre $T=1$ e 2) $a(T)$ torna-se negativo mostrando que a partir daí teremos mais antikáons no sistema. A partir de $T=4$, os números de \bar{K}^0-K^0 se igualam e a assimetria torna-se nula.

É importante lembrar que como o Hamiltoniano não é hermitiano, seus autoestados não são ortogonais. Assim o produto interno $\langle K_s | K_L \rangle \neq 0$ por um pequeno fator real δ_ϵ :

$$\delta_\epsilon \equiv \langle K_s | K_L \rangle = |p|^2 - |q|^2 = \frac{1 - |\eta|^2}{1 + |\eta|^2} = \frac{2Re(\epsilon)}{1 + |\epsilon|^2}. \quad (3.32)$$

Dessa forma, conhecendo-se as probabilidades de oscilação, é possível novamente escrever o valor esperado de estranheza para o sistema:

$$N_0 \langle S \rangle = N_{K^0}(t) - N_{\bar{K}^0}(t) = (1 + |\eta|^2)e^{-\Gamma t} \left\{ \cos(\Delta mt) + \delta_\epsilon \cosh\left(\frac{1}{2}\Delta\Gamma t\right) \right\}. \quad (3.33)$$

Este é o valor esperado no caso de haver violação de CP. Onde o termo $e^{-\Gamma t}$ é devido ao decaimento do káon, e $\cos(\Delta mt)$ é devido a oscilação que respeita simetria CP. De fato se $\delta_\epsilon \rightarrow 0$, obtêm-se (3.13).

A violação de CP é introduzida então por um pequeno termo $\delta_\epsilon \cosh(\frac{1}{2}\Delta\Gamma t)$, já que por (2.29), (3.32) têm-se $\delta_\epsilon \propto 10^{-3}$. Além disso, como a função \cosh é estritamente crescente com o tempo, este termo é responsável por aumentar a 'estranheza' no sistema, ou seja, revela uma taxa maior da oscilação no sentido $\bar{K}^0 \rightarrow K^0$.

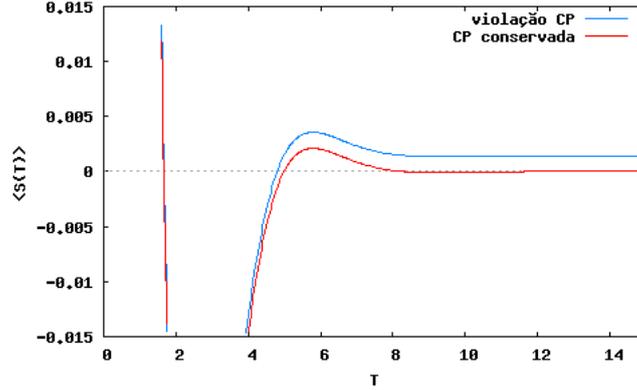


Figura 3.4: Valor esperado de estranheza

O gráfico (3.4) mostra um zoom (próximo a $y=0$), do valor esperado de estranheza em função do tempo, com violação de CP (azul), e caso não existisse assimetria CP (vermelho). É possível observar que a diferença dos dois se dá, principalmente, no limite assintótico, já que no caso de CP conservada rapidamente $\langle S \rangle$ tende a zero. No caso de CP ser violada $\langle S \rangle$ fica muito pequeno, no entanto vai a zero muito lentamente, como mostra a linha quase constante no gráfico. Isso se deve ao termo $\cosh(\frac{1}{2}\Delta\Gamma t)$. A violação de CP acaba fazendo com que mesmo após um tempo muito grande seja possível encontrar K^0 no sistema.

3.4 Matriz do Hamiltoniano efetivo

Para justificar a forma dada ao Hamiltoniano em (3.19) através do teorema CPT, é necessário primeiramente entender como o operador reversão temporal atua nos estados $|K^0\rangle, |\bar{K}^0\rangle$.

3.4.1 Operador T

Se um certo estado $\Psi(t) = e^{-iHt}\Psi(0)$ é solução para a equação de Schrodinger, então $Te^{-iEt}|\Psi\rangle = |\Psi'\rangle$, sendo que $|\Psi'\rangle$ é o estado que evolui no tempo reverso. Mas, se o operador evolução temporal for aplicado após a reversão T, ou seja, quando $t \rightarrow -t$, então: $e^{iEt}T|\Psi\rangle = |\Psi'\rangle$. Logo, observa-se que :

$$Ta|\Psi\rangle = a^*T|\Psi\rangle, \quad (3.34)$$

assim sendo, é dito que T é um operador antilinear.

Se um estado $|\Psi\rangle$ for escrito em termo dos autovalores de H (energia),

$$|\Psi\rangle = \sum_n |n\rangle\langle n|,$$

ao aplicar a reversão temporal:

$$|\Psi'\rangle = T|\Psi\rangle = \sum_n \langle n|\Psi\rangle^* T|n\rangle = \sum_n \langle\Psi|n\rangle^* |n'\rangle$$

Para um outro estado $|\phi\rangle$ qualquer que também evolui em -t :

$$|\phi\rangle = \sum_m \langle\phi|m\rangle^* |m'\rangle,$$

tomando o produto destes estados:

$$\langle\phi'|\Psi'\rangle = \sum_{m,n} \langle m|\phi\rangle \langle m'|n'\rangle \langle\Psi|n\rangle,$$

chega-se a relação :

$$\langle\phi'|\Psi'\rangle = \langle\Psi|\phi\rangle = \langle\phi|\Psi\rangle^*. \quad (3.35)$$

De onde é dito que T é antiunitário.

Por convenção se escreve o operador reversão temporal como $T = U\Theta$, sendo Θ o operador antiunitário de conjugação ($\Theta = \Theta^{-1}$), ou seja, $\Theta\Psi(x) \rightarrow \Psi(x)^*$, e U é um operador unitário que será determinado.

Sabendo que a operação de reversão temporal deve mudar a orientação do Spin, uma vez que $S = \vec{r} \times p(\vec{t})$, e $p \rightarrow -p$. Assim, se olharmos para as matrizes de Pauli (sistema de spin 1/2), devemos ter que:

$$T\sigma_x T^{-1} = U\Theta\sigma_x\Theta U^{-1} = -\sigma_x, \quad (3.36)$$

$$T\sigma_y T^{-1} = U\Theta\sigma_y\Theta U^{-1} = -\sigma_y, \quad (3.37)$$

$$T\sigma_z T^{-1} = U\Theta\sigma_z\Theta U^{-1} = -\sigma_z, \quad (3.38)$$

observa-se que o operador antiunitário $\Theta^{-1} = \Theta$, e a única dessas matrizes que muda sob Θ (conjugação) é σ_y , em que $\Theta\sigma_y\Theta = -\sigma_y$. A partir dai é possível determinar a matriz unitária U:

$$U = e^{i\phi}\sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad (3.39)$$

sendo que a fase ϕ é arbitrária e foi escolhida como $\frac{\pi}{2}$.

Conclui-se então que para sistemas de spin 1/2, vale que :

$$T^2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \Theta \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \Theta = -I. \quad (3.40)$$

No caso de um sistema de N partículas de spin $1/2$, o operador U deve ser o produto de N matrizes associadas a cada partícula, assim :

$$T = e^{i\frac{\pi}{2}(\sigma_{1y} + \sigma_{2y} + \dots)} \Theta. \quad (3.41)$$

Então quando N for par: $T^2 = +1$, e se N for ímpar $T^2 = -1$. Para mésons de spin nulo, como o káon, deve valer que:

$$T|K^0\rangle = e^{i\phi}|K^0\rangle, \quad (3.42)$$

sendo que a fase ϕ é arbitrária e não interfere no valor de nenhum observável.

3.4.2 Transformação CP e CPT

Sabendo agora como os operadores C,P,T atuam nos estados $|K^0\rangle$:

$$P|K^0\rangle = -|K^0\rangle, \quad P|\bar{K}^0\rangle = -|\bar{K}^0\rangle, \quad (3.43)$$

$$C|K^0\rangle = |\bar{K}^0\rangle, \quad C|\bar{K}^0\rangle = |K^0\rangle, \quad (3.44)$$

$$T|K^0\rangle = e^{i\phi}|\bar{K}^0\rangle, \quad T|\bar{K}^0\rangle = e^{i\phi}|K^0\rangle, \quad (3.45)$$

é possível ver como as simetrias CP e CPT interferem nos termos do Hamiltoniano 3.19.

As simetrias de um sistema quântico podem ser representadas por uma transformação unitária da forma: $H \rightarrow UHU^{-1}$ sendo que U é um operador unitário.

$$CP \begin{pmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{pmatrix} CP^{-1} = \begin{pmatrix} H_{22} & H_{21} \\ H_{12} & H_{11} \end{pmatrix}. \quad (3.46)$$

Se simetria CP é presente, então é necessário que o hamiltoniano tenha os termos fora da diagonal igual, assim como os diagonais. Visto que essa exigência não é cumprida por 3.19, existe violação de CP como já havia se dito.

Para o caso CPT, têm-se:

$$CPT \begin{pmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{pmatrix} (CPT)^{-1} = \begin{pmatrix} H_{22} & H_{12} \\ H_{21} & H_{11} \end{pmatrix}. \quad (3.47)$$

Se simetria CPT é válida, e esta deve sempre existir, basta que os termos da diagonal sejam iguais, justificando assim a forma dada ao hamiltoniano efetivo.

Capítulo 4

Violação CP no modelo padrão

Tendo visto como ocorre violação de CP através da mistura dos estados em K^0 , resta entender como essa assimetria é acomodada no modelo padrão.

Através da condição de que a interação fraca deveria ser universal, isto é, independente da 'carga fraca', assim como as outras interações são, chega-se ao mixing dos quarks. Este é feito pela matriz CKM, composta por 4 parâmetros, sendo um deles uma fase complexa necessária para que ocorra assimetria CP.

4.1 Universalidade da interação fraca

No setor dos léptons, sempre se observou a universalidade da interação fraca, ou seja, o bóson W^- , que é intermediário dos decaimentos fraco carregado, interage da mesma forma com as 3 gerações de léptons:

$$\begin{pmatrix} e \\ \nu_e \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \mu \\ \nu_\mu \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \tau \\ \nu_\tau \end{pmatrix} \quad (4.1)$$

Tomando como exemplo a universalidade para o elétron e o múon, através do decaimento:

$$\tau^+ \rightarrow e^+ \bar{\nu}_\tau \nu_e, \quad \tau^+ \rightarrow \mu^+ \bar{\nu}_\tau \nu_\mu, \quad (4.2)$$

que podem ser representados nos diagramas de Feynmann:

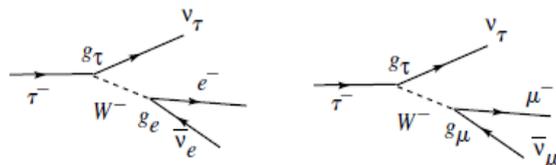


Figura 4.1: Diagrama de Feynman para decaimento do lépton tau

As larguras de decaimento podem ser obtidas dos diagramas (ver [20]):

$$\Gamma(\tau^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu \nu_\tau) \propto \frac{g_\tau^2 g_\mu^2 m_\tau^5}{M_W^2 M_W^2}, \quad \Gamma(\tau^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau) \propto \frac{g_\tau^2 g_e^2 m_\tau^5}{M_W^2 M_W^2}. \quad (4.3)$$

Neste caso $g_{\tau,\mu,e}$ são as cargas da interação fraca, que estão relacionadas a constante de Fermi $G_F \propto g^2$. Caso a interação seja igual para as duas famílias, deve ocorrer que $g_\mu = g_e$.

As observações experimentais [21] destes decaimentos mostram que eles ocorrem praticamente com a mesma taxa, confirmando a universalidade da interação fraca para as famílias de léptons μ e e :

$$\frac{\Gamma(\tau^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu \nu_\tau)}{\Gamma(\tau^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau)} = \frac{g_\mu^2}{g_e^2} = 0.974 \pm 0.004, \quad (4.4)$$

o mesmo ocorre para os outros léptons, confirmando a universalidade da interação fraca para todas as famílias de léptons.

Ao contrário disso, no setor dos hádrons, os decaimentos não ocorrem da mesma forma para todos os quarks. Por exemplo, se observou que o decaimento beta do nêutron é muito mais provável que do Λ :

$$n \rightarrow pe^- \bar{\nu}_e, \quad \Lambda \rightarrow pe^- \bar{\nu}_e. \quad (4.5)$$

A nível dos quarks isso significa que a probabilidade de um quark d decair em u (nêutron) é maior que a de s decair em u (Λ), como mostrado nos diagramas:



Figura 4.2: Diagrama de Feynman para decaimento beta de n e Λ

De onde também pode-se obter as amplitudes de decaimento M :

$$M \propto G_F \bar{e}_L \gamma_a \nu_{eL} \cdot \bar{d}_L \gamma^a u_L, \quad M \propto G_F \bar{e}_L \gamma_a \nu_{eL} \cdot \bar{s}_L \gamma^a u_L. \quad (4.6)$$

Deve-se lembrar que as larguras de decaimento são proporcionais ao módulo quadrado da amplitude M , ou seja, $\Gamma(n \rightarrow pe^- \bar{\nu}_e) > \Gamma(\Lambda \rightarrow pe^- \bar{\nu}_e)$. Dessa forma não haveria universalidade na interação, uma vez que os acoplamentos dos quarks s e d com o bóson W não são iguais.

4.2 Ângulo de Cabibbo

Com o intuito de preservar a universalidade no caso dos quarks, em 1963 Nicola Cabibbo [22] introduziu o conceito de ângulos de mistura para os quarks. Fazendo com que um fator $\cos(\theta)$ ou $\sin(\theta)$ surgissem nas amplitudes dos decaimentos:

$$M \propto \cos(\theta) G_F \bar{e}_L \gamma_a \nu_{eL} \cdot \bar{d}_L \gamma^a u_L, \quad M \propto \sin(\theta) G_F \bar{e}_L \gamma_a \nu_{eL} \cdot \bar{s}_L \gamma^a u_L. \quad (4.7)$$

Em que θ é um ângulo pequeno que torna o primeiro termo maior, $\cos(\theta) > \sin(\theta)$. As observações dos decaimentos mostram $\theta = 12.9^\circ$. E a constante G_F passa a ser igual para os dois casos, preservando a universalidade da interação.

A idéia de Cabibbo era de que os autoestados da interação fraca (d', s') não eram os mesmos da forte (d, s). Sendo que o quark que entra na interação fraca não é d ou s , mas sim uma combinação linear dos dois.

Isso pode ser visto como um ângulo de rotação θ entre as bases ortonormais (d, s) e (s', d'):

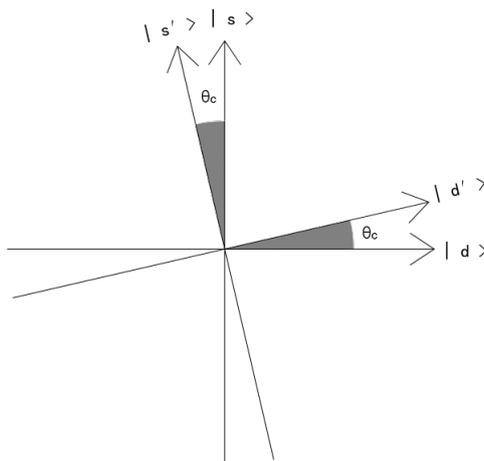


Figura 4.3: Ângulo de Cabibbo

$$d' = d \cos(\theta) + s \sin(\theta), \quad (4.8)$$

em que o ângulo de Cabibbo θ é relacionado com a probabilidade de transição de s e d em u . Dessa forma só há um elemento de matriz para ambos os decaimentos (4.6):

$$M \propto G_F \bar{e}_L \gamma_a \nu_{eL} \cdot \bar{d}_L \gamma^a u_L. \quad (4.9)$$

4.3 A matriz CKM

A Figura (4.3) mostra a rotação da base (s,d), que pode ser representada por uma matriz de rotação (unitária):

$$\begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}, \quad (4.10)$$

que conecta os estados da interação forte com os da fraca. No caso de só existirem duas gerações de quarks, como se esperava antes da proposta de matriz CKM:

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \end{pmatrix}. \quad (4.11)$$

Em 1973 Kobaiashi e Maskawa [16] generalizaram essa idéia para três famílias de quarks, através da matriz CKM:

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}. \quad (4.12)$$

O elemento V_{ud} por exemplo, é associado a probabilidade de $d \rightarrow u + W^-$. Dessa forma as três gerações de quarks para a interação fraca são:

$$\begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} c \\ s' \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} t \\ b' \end{pmatrix}. \quad (4.13)$$

Deve-se observar que é uma questão de convenção fazer a rotação de d,s,b enquanto u,c,t permanecem fixos, pois poderia ser feito o contrário.

Outra observação é que Kobaiashi e Maskawa propuseram uma matriz 3x3 como uma necessidade para que ocorresse violação de CP (que não pode ocorrer no caso 2x2). Até a época, a terceira família de quarks não era ainda conhecida.

4.3.1 Parametrização

Uma matriz complexa $n \times n$, tem em geral $2n^2$ parâmetros reais, sendo que a condição de unitariedade introduz n^2 vínculos, ou seja, uma matriz unitária tem n^2 parâmetros.

Além disso as fases dos quarks podem ser redefinidas, tanto dos quarks tipo U (u,c,t) quanto dos tipo D (d,s,b):

$$U \rightarrow e^{i\phi_U} U, \quad D \rightarrow e^{i\phi_D} D. \quad (4.14)$$

Dessa forma as fases complexas da matriz podem ser absorvidas por $2n-1$ quarks. Sendo que uma das fases não é independente, já que caso assim fosse

teríamos que da transformação:

$$V \rightarrow \begin{pmatrix} e^{ia} & 0 & 0 \\ 0 & e^{ib} & 0 \\ 0 & 0 & e^{ic} \end{pmatrix} V \begin{pmatrix} e^{-i\alpha} & 0 & 0 \\ 0 & e^{-i\beta} & 0 \\ 0 & 0 & e^{-i\gamma} \end{pmatrix}, \quad (4.15)$$

adicionar uma constante a todas as 6 fases deixaria a matriz inalterada, portanto uma delas deve ser dependente.

Conclui-se que no caso mais geral $n \times n$ devem existir $n^2 - (2n - 1)$ parâmetros. Então no caso 2x2 existe apenas um parâmetro real θ (ângulo de Cabibbo). Já no caso 3x3 faz-se necessário 4 parâmetros, sendo 3 ângulos de Euler relacionados a rotação das bases (d,s,b), que ocorrem nesse caso em 3 dimensões. Mas, além disso surge uma fase complexa.

Sob transformação CP os elementos da matriz CKM devem ficar conjugados:

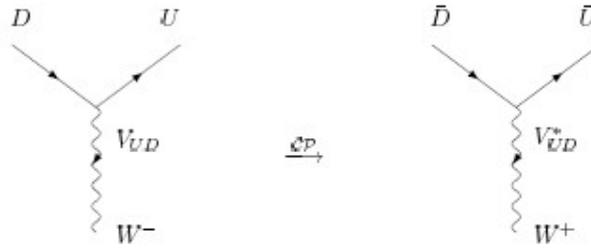


Figura 4.4: CP conjugado da interação entre os quarks

Só é possível que haja diferença entre um decaimento e seu CP conjugado se $V_{ij} \neq V_{ij}^*$, o que não ocorreria para duas famílias de quark, mas ocorre para a matriz CKM.

4.3.2 Parametrização padrão

A forma padrão da matriz CKM é obtida a partir de 3 ângulos de Euler: primeiro se faz uma rotação θ_{12} em torno do eixo z, depois θ_{13} em torno de y, e por final, θ_{23} em x (Figura 4.5).

Essas rotações podem ser representada pelo produto de 3 matrizes:

$$V = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23} & s_{23} \\ 0 & -s_{23} & c_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{13} & 0 & s_{13} \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_{13} & 0 & c_{13} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{12} & -s_{12} & 0 \\ s_{12} & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (4.16)$$

sendo que c_{ij} e s_{ij} são $\cos(\theta_{ij})$ e $\sin(\theta_{ij})$, respectivamente.

Adicionando ainda a fase, tem-se a expressão para a matriz CKM:

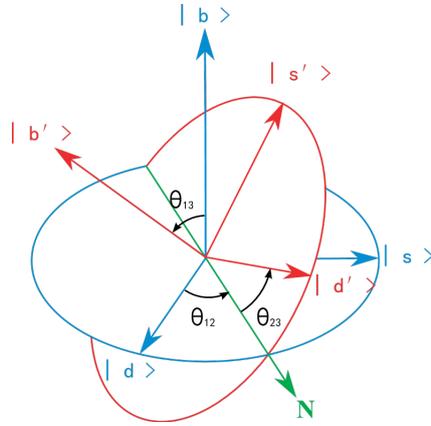


Figura 4.5: Ângulo de Euler, matriz CKM

$$V_{CKM} = \begin{pmatrix} c_{12}s_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta_{13}} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta_{13}} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta_{13}} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta_{13}} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta_{13}} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix}. \quad (4.17)$$

A determinação experimental do módulo dos elementos da matriz $|V_{ij}|$, pode ser feita cada qual por um tipo de decaimento. Por exemplo, no decaimento β ocorre a transição $d \rightarrow u + W^-$, de onde se obtém $|V_{ud}|$.

Podemos escrever a matriz CKM em termos de seus valores experimentais [23, 21]:

$$V_{CKM} = \begin{pmatrix} 0.9739 - 0.9751 & 0.221 - 0.227 & 0.0029 - 0.0045 \\ 0.221 - 0.227 & 0.9730 - 0.9744 & 0.039 - 0.044 \\ 0.0048 - 0.014 & 0.037 - 0.043 & 0.9990 - 0.9992 \end{pmatrix}. \quad (4.18)$$

Vê-se que os elementos diagonais são próximos de um, enquanto que os elementos fora da diagonal são pequenos. Isso mostra uma hierarquia entre as transições dos quarks, isto é, eles preferem decair em famílias mais próximas. Por exemplo, transições $d \rightarrow t$ e $b \rightarrow u$ (entre primeira e terceira família) são da ordem 10^{-3} , enquanto que $s \rightarrow u$ e $d \rightarrow c$ (entre primeira e segunda família) são da ordem 10^{-2} . E a mais provável entre quarks da mesma família $u \rightarrow d$.

Se escrevermos em termos dos ângulos de rotação:

$$\theta_{12} = 12.9^\circ > \theta_{23} = 2.4^\circ > \theta_{13} = 0.2^\circ, \quad (4.19)$$

a rotação é muito pequena e cada ângulo está uma ordem de grandeza do outro.

Se voltarmos a analisar (4.17), vê-se que os termos em que a fase complexa (que gera assimetria CP) aparece, estão multiplicados por $\sin(\theta)$, que é pequeno. Isso explica o por quê da assimetria CP observada ser tão pequena.

Além do mais, os termos V_{cb} , V_{cs} , V_{ts} são multiplicados duas ou três vezes por $\sin(\theta)$, o que torna sua parte imaginária desprezível comparada a parte real. De forma que uma boa aproximação é que apenas V_{ub} e V_{td} são complexos.

4.4 Violação CP no decaimento

A forma com a qual os elementos complexos da matriz CKM geram assimetria CP não é simples. Ela pode ser observada na mistura dos autoestados para mésons neutros, como é o caso estudado no capítulo 2 para o káon. Mas, também pode ocorrer através do decaimento direto, em que as amplitudes de decaimento são diferentes para um processo e seu CP conjugado.

Como no caso do sistema K^0 esse tipo de violação é muito rara, (2.33), não pode ser observado diretamente de um único canal de decaimento, como explicado anteriormente. Já no caso do méson B^0 , esse tipo de assimetria é muito mais evidente (da ordem 10^{-3}).

Tomando como exemplo o decaimento $B^0 \rightarrow K^+ \pi^-$ e seu CP conjugado $\bar{B}^0 \rightarrow K^- \pi^+$. Existem duas maneiras pelas quais o mesmo decaimento pode ocorrer, como visto dos diagramas:



Figura 4.6: Diagramas para decaimento de árvore e com loop (diagrama pinguim)

Neste caso a amplitude resultante é a soma das amplitudes de cada possível estado intermediário, sendo cada qual proporcional a seu elemento de matriz CKM:

$$A = \langle K^+ \pi^- | H | B^0 \rangle = V_{ub} V_{us} H_1(K^+ \pi^-) + V_{tb} V_{ts} H_2(K^+ \pi^-), \quad (4.20)$$

$$\bar{A} = \langle K^- \pi^+ | H | \bar{B}^0 \rangle = V_{ub}^* V_{us} H_1(K^- \pi^+) + V_{tb}^* V_{ts} H_2(K^- \pi^+). \quad (4.21)$$

Sendo $H_1(K^- \pi^+)$ um termo devido a interação forte que não muda sob operação de CP. Assim as larguras de decaimento são:

$$\Gamma(B^0 \rightarrow K^+ \pi^-) = (A_1 + A_2)(A_1^* + A_2^*), \quad (4.22)$$

$$\Gamma(\bar{B}^0 \rightarrow K^- \pi^+) = (\bar{A}_1 + \bar{A}_2)(\bar{A}_1^* + \bar{A}_2^*). \quad (4.23)$$

Como os elementos $V_{ij} \neq V_{ij}^*$, haverá diferença entre os dois decaimentos, gerando assimetria CP:

$$A_{k\pi} = \frac{\Gamma(\bar{B}^0 \rightarrow K^- \pi^+) - \Gamma(B^0 \rightarrow K^+ \pi^-)}{\Gamma(\bar{B}^0 \rightarrow K^- \pi^+) + \Gamma(B^0 \rightarrow K^+ \pi^-)} = -0.115 \pm 0.018. \quad (4.24)$$

De forma geral, um decaimento $B^0 \rightarrow f$ e seu CP conjugado $\bar{B}^0 \rightarrow \bar{f}$, tem suas amplitudes dependentes de uma fase $e^{i\phi}$, proveniente dos elementos da matriz CKM, que muda de sinal sob operação CP. Além de uma fase $e^{i\delta}$ proveniente da interação forte, e que permanece inalterada sob transformação CP:

$$A(B \rightarrow f) = |A| e^{i\phi} e^{i\delta}, \quad (4.25)$$

$$A(\bar{B} \rightarrow \bar{f}) = |A| e^{-i\phi} e^{i\delta}. \quad (4.26)$$

Se só há uma forma do decaimento ocorrer $\Gamma(B \rightarrow f) \propto |A|^2$, ou seja, a fase acaba sendo eliminada, e $\Gamma(B \rightarrow f) = \Gamma(\bar{B} \rightarrow \bar{f})$ não havendo violação de CP.

Para que a violação ocorra deve existir mais de uma amplitude (como o exemplo anterior $B^0 \rightarrow K^+ \pi^-$):

$$A(B \rightarrow f) = |A_1| e^{i\phi_1} e^{i\delta_1} + |A_2| e^{i\phi_2} e^{i\delta_2}, \quad (4.27)$$

$$A(\bar{B} \rightarrow \bar{f}) = |\bar{A}_1| e^{-i\phi_1} e^{i\delta_1} + |\bar{A}_2| e^{-i\phi_2} e^{i\delta_2}. \quad (4.28)$$

Agora as fases não são mais eliminadas e são elas que ditam a intensidade da assimetria:

$$\frac{\Gamma(\bar{B} \rightarrow \bar{f}) - \Gamma(B \rightarrow f)}{\Gamma(\bar{B} \rightarrow \bar{f}) + \Gamma(B \rightarrow f)} = \frac{2 \frac{A_2}{A_1} \sin(\phi_1 - \phi_2) \sin(\delta_1 - \delta_2)}{1 + 2 \frac{A_2}{A_1} \cos(\phi_1 - \phi_2) \cos(\delta_1 - \delta_2)}. \quad (4.29)$$

4.5 Invariante de Jarlskog

Há outras formas de se parametrizar a matriz CKM, já que a escolha da fase é arbitrária, e não interfere nos observáveis (nesse caso a assimetria CP). Surge então a questão : se a fase mede a intensidade da violação de CP, uma diferente escolha da mesma não deveria resultar em outros observáveis?

As 6 relações de unitariedade da matriz podem ser expressas como triângulos. Tomando como exemplo a relação

$$V_{ud}V_{ub}^* + V_{cd}V_{cb}^* + V_{td}V_{tb}^* = 0, \quad (4.30)$$

considerando, como dito antes, que os únicos parâmetros que permanecem complexos são V_{td} e V_{ub} (os outros são praticamente reais), dividindo a eq. 4.30 por $V_{cd}V_{cb}^*$, temos uma relação entre 3 vetores no plano complexo:

$$\frac{V_{ud}V_{ub}^*}{V_{cd}V_{cb}^*} + \frac{V_{td}V_{tb}^*}{V_{cd}V_{cb}^*} + 1 = 0. \quad (4.31)$$

O triângulo unitário é representado na figura (4.7), sendo que o eixo y corresponde a parte imaginária, e x a parte real. É possível mostrar que o ângulo γ é igual ao parâmetro δ_{13} da matriz CKM 4.17.

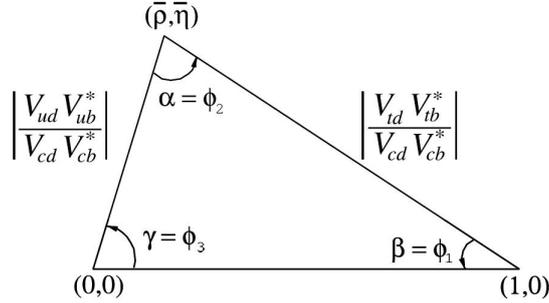


Figura 4.7: Triângulo unitário

No entanto, existem 6 relações de unitariedade que dão origem a 6 diferentes triângulos todos com a mesma área $A = 2J_{CP}$, neste caso o parâmetro J_{CP} é o parâmetro de Jarlskog [24] e é invariante frente a rotação dos campos dos quarks:

$$J_{CP} = |\text{Im}V_{i\alpha}V_{j\beta}V_{i\beta}^*V_{j\alpha}^*|, \quad (4.32)$$

se utilizarmos a parametrização (4.17), temos:

$$J_{CP} = s_{12}s_{13}s_{23}c_{12}c_{23}c_{13}^2 \sin\delta_{13}. \quad (4.33)$$

A unitariedade da matriz CKM implica que todos os possíveis J_{CP} são iguais. Sendo assim J_{CP} é usualmente considerado como a intensidade da violação de CP no modelo padrão.

Se usarmos os dados experimentais da matriz CKM (4.18), chegaremos a $J_{CP} \propto 10^{-5}$, concluindo que a assimetria CP é realmente muito pequena.

Capítulo 5

Conclusões

Como conclusão, após nossa discussão sobre quebra de simetria, vale a pena ressaltarmos o significado desse fenômeno, e qual sua implicação. Um exercício de pensamento, que é comumente feito neste contexto é o seguinte:

Imagina-se que se queira dizer para um não-terrâqueo que somos feitos de matéria (poderia ser antimatéria), podemos dizer para ele produzir um feixe de K^0 - \bar{K}^0 e ir longe o suficiente de modo a só existir componentes do K_L . Neste ponto ocorrerá o decaimento semi-leptônico de $K_L \rightarrow \pi^- l^+ \nu_l$ ou seu CP conjugado $K_L \rightarrow \pi^+ l^- \nu_l$ (l é um lépton qualquer). Diríamos então para ele contar os léptons de diferentes cargas e nomear aquelas que surgiram em muito maior número de positiva (matéria), e as outras negativas (antimatéria).

Parece ingênuo, mas ilustra a distinção, nada óbvia, que a natureza claramente faz entre matéria e antimatéria.

Além disso, devemos lembrar que a violação de CP implica violação de T (reversão temporal), o que de certa forma, torna os processos que ocorrem via interação fraca irreversíveis, fato que não é nada comum para um processo elementar. No geral, a interação fraca tem se mostrado 'complicada' visto que tem quebrado todas as simetrias que se esperava serem fundamentais para uma lei básica.

No contexto da bariogênese, podemos comparar a assimetria CP dada por (2.37) $\eta \sim 10^{-10}$ com a dada pelo parâmetro de Jarlskog $\frac{J_{CP}}{100 GeV^{12}} \sim 10^{-20}$. Vê-se que a assimetria originada da matriz CKM, não é suficiente para explicar a assimetria bariônica. Este é um motivo forte para se considerar teorias além do Modelo Padrão.

Referências Bibliográficas

- [1] CHRISTENSON, J. H.; CRONIN, J. W.; FITCH, V. L.; TURLAY, R. *Phys. Rev. Lett.*, v. 13, p. 138, 1964.
- [2] BARR, G. D. et al.[CERN NA31 collaboration] . *Phys. Lett. B*, v. 317, p. 233–242, 1993.
- [3] GIBBONS, L. K. et al. [Fermilab E731 Collaboration]. *Phys. Rev. Lett.*, v. 70, p. 1203–1206, 1993.
- [4] AUBERT, B. et al. [BABAR Collab.]. *Phys. Rev. Lett.*, v. 93, 2004.
- [5] CHAO, Y. et al.[BELLE collaboration] . *Phys. Rev. Lett.*, v. 93, p. 191802, 2004.
- [6] AAIJ, R. et al. [LHCb Collaboration]. *Phys.Rev.Lett.*, v. 108, p. 111602, 2012.
- [7] NOETHER, E. Invariante variationsprobleme. *Math-Phys. Klasse*, v. 2, p. 235, 1918.
- [8] SAKURAI, J.; NAPOLITANO, J. *Modern quantum mechanics*. 2. ed. Addison-Wesley.
- [9] PERKINS, D. H. *Introduction to high energy physics*. 3. ed. Addison-Wesley.
- [10] SCHWINGER, J. *Phys. Rev.*, v. 82, p. 914, 1951.
- [11] GRIFFITHS, D. *Introduction to elementary particles*. John Wiley Sons, 1987.
- [12] LEE, T.; YANG, C. *Phys. Rev.*, v. 104, p. 254, 1956.
- [13] WU, C. S. et al. *Phys. Rev.*, v. 105, p. 1413, 1957.
- [14] GELL-MANN, M. *Phys. Rev.*, v. 92, p. 833, 1953.
- [15] GELL-MANN, M.; PAIS, A. *Phys. Rev.*, v. 97, p. 1387, 1955.

- [16] KOBAYASHI, M.; MASKAWA, T. *Prog. Theor. Phys.*, v. 49, p. 652–657, 1973.
- [17] ALAVI-HARATI, A. et al. [Fermilab E832/KTeV Collaboration]. *Phys. Rev. Lett.*, v. 83, p. 22–27, 1999.
- [18] SAKHAROV, A. *JETP Lett.*, v. 5, p. 24, 1967.
- [19] Particle Data Group. *Eur. Phys. J.*, p. 1, 2000.
- [20] BETTINI, A. *Introduction to elementary particle physics*. Cambridge University Press, 2008.
- [21] YAO, W. M. et al. [Particle Data Group]. *J. Phys.*, p. 1, 2006.
- [22] CABIBBO, N. *Phys. Rev. Lett.*, v. 10, p. 531, 1963.
- [23] EIDELMAN, S. et al. [Particle Data Group]. *Phys. Lett.*, p. 1, 2004.
- [24] JARLSKOG, C. Commutator of the quark mass matrices in the standard electroweak model and a measure of maximal cp violation. *Phys.Rev.Lett.*, v. 55, p. 1039, 1985.