

068

**FUNÇÕES HARMÔNICAS E O PROBLEMA DE DIRICHLET.** *Jurandir Ceccon* (Estudos Voluntários, Carlos Henrique Dos Santos, Departamento de Matemática - UFPR)

Este estudo visa trabalhar com o problema de Dirichlet, a saber: dada uma função  $f$  contínua no bordo de uma região, determinar uma função  $u$  definida no fecho da região satisfazendo às seguintes condições: a)  $u$  é contínua no fecho; b) harmônica no interior; c)  $u=f$  no bordo da região. Este problema consiste em conhecer os valores da  $u$  em pontos internos a uma região, se conhecido os valores da  $u$  na fronteira dessa região. Na teoria de Cauchy para números complexos, a fórmula integral de Cauchy, sob certas condições, permite calcular o valor de  $f(a)$  a partir de uma integral ao longo de uma curva fechada envolvendo o ponto  $a$ , isto é, é possível calcular o valor de  $f(z)$  num ponto interior a uma curva, apenas conhecendo os valores de  $f(z)$  sobre a curva. Ainda na teoria dos números complexos temos que se uma função é analítica então tem partes real e imaginária harmônicas. Isso nos dá indícios que um lugar ideal para tratar o problema de Dirichlet é no contexto da análise complexa. Assim caminhamos no sentido de reunir ferramentas da análise complexa que nos permitisse tratar os conceitos acima citados. Alguns dos resultados vistos foram as equações de Cauchy-Riemann, funções harmônicas, super-harmônicas e sub-harmônicas, também o princípio do máximo, núcleo de Poisson e o teorema de Harnack. Após reunirmos essas ferramentas, trabalhamos com o exemplo de Zaremba, que consiste de um disco sem o centro, o problema de Dirichlet nesta região, aparentemente boa, não tem solução. Daí procuramos estabelecer algumas condições suficientes, para que numa região o problema de Dirichlet tenha solução.